在复杂环境中利用车轮和底盘安装式惯性传感器进行纯惯性导航

Dusan Nemec, Gal Versano, Itai Savin, VojtechSimak, Juraj Kekelak, Itzik Klein

arXiv:2601.00275v1 [cs.RO] 1 Jan 2026

摘要——自动驾驶车辆和轮式机器人广泛应用于室内外的诸多场景。在GNSS信号受限或光照条件恶劣的实际环境中，导航解可能只能依靠惯性传感器，因此会因惯性测量误差而随时间产生漂移。本文提出 WiCHINS，即一种通过结合车轮安装式惯性传感器与底盘安装式惯性传感器，实现精准纯惯性导航的车轮与车身惯性导航系统。为此，我们构建了一个三阶段框架，每个阶段均配有专用的扩展卡尔曼滤波器。该框架在估计过程中利用了各个安装位置（车轮/车身）的优势。为评估所提出的方法，我们采用了一个包含五个惯性测量单元、总录制时长为 228.6 分钟的数据集。我们将该方法与另外四种惯性基准方法进行比较，并证明使用两个车轮和一个车身惯性测量单元时，平均位置误差为 11.4 米，占平均行驶距离的 2.4%。因此，我们提出的方法能够在复杂环境中实现鲁棒导航，并有助于弥合纯惯性性能差距。

索引词——惯性导航、陀螺仪、加速度计、轮式车辆、扩展卡尔曼滤波器

I. 引言

自动驾驶车辆的应用日益广泛，这主要得益于它们能够提高效率、提升生产力，并适应多样化的运行需求。技术进步以及电子传感器和设备成本的不断下降，加速了此类系统的研究与产业部署 [1], [2], [3]。移动机器人广泛应用于各个领域：在农业中用于作物监测和水果采摘，在物流领域承担室内外配送任务，也用于地下隧道、仓库以及搜救行动等危险或难以进入的环境 [4], [5] 乘用车是自动驾驶和半自动驾驶系统最普及的应用领域之一 [6]。现代汽车越来越多地配备先进的驾驶辅助功能，例如自适应巡航控制 [7], 、车道保持和自动泊车，这些功能都依赖于传感器融合和实时决策。全自动驾驶汽车仍在积极研发中，旨在将这些能力拓展至动态城市环境中的端到端导航。因此，汽车既是测试大规模自动驾驶技术的实用领域，也是推动移动感知、感知和控制技术创新的关键力量 [8], [9]。

无论车辆在室内还是室外运行，精准导航都至关重要。几乎所有移动机器人或自动驾驶车辆都使用惯性传感器来提升性能，并提供高频率的姿态和航向信息。为实现可靠定位并减轻惯性漂移，人们采用了多种传感技术，包括基于视觉的方法 [10], [11]、全球卫星导航系统（GNSS） [12], 以及激光雷达（LiDAR）传感器 [13], [14]。

然而，这些额外信号并非总是可靠或可用。例如，视觉方法高度依赖环境：在黑暗中难以看清，光线突然变化会使其受到干扰，而快速运动往往会造成图像模糊，从而降低里程计的精度。此外，视觉特征稀少或纹理重复的环境会妨碍同步定位与地图构建（SLAM） [15]或视觉里程计 [16] 等算法有效运行，而动态物体的存在则会带来更多挑战。全球导航卫星系统（GNSS）也有明显缺陷：它在室内或地下无法工作；在城市峡谷中，信号可能发生反射或被遮挡，导致覆盖不佳、精度降低。此外，即使在开阔的室外环境中，GNSS信号也可能受到干扰，使系统无法获得可靠的外部定位信息。在这种情况下，导航系统必须完全依赖惯性传感器，这种模式称为纯惯性导航，其位置、速度和方向完全通过对加速度计和陀螺仪测量值进行积分而得 [17]。

为应对纯惯性导航的情况，文献提出了三个主要方向：

1) 信息辅助：将车辆当前状况和运行环境的相关知识转化为适用的信息来源，以更新导航滤波器 [18], [19], [20]。2) 周期性轨迹：平台不再沿直线轨迹移动，而是沿周期性运动轨迹行进。因此，惯性信号信噪比提高，从而能够在短期内实现精确定位

D. Nemec、V. Simak 和 J. Kekelak 任职于斯洛伐克日利纳大学电气工程与信息技术学院控制与信息系统系。I. Klein、G. Versano 和 I. Savin 任职于以色列海法大学哈特海洋技术系。

[21], [22]。

3）车轮安装式传感器：该配置具有多项优势：它可以替代传统的车轮里程计，从而减少标准惯性导航系统中常见的累积漂移。此外，车轮的周期性运动有助于减弱传感器中的恒定偏置误差，从而获得更加稳定的导航估计值 [23], [24],[25] 。

越来越多的研究开始探讨将车轮安装的惯性传感器应用于移动机器人和自动驾驶车辆。诸如 [23], [26], [27] 的研究提出了航位推算方法，利用将惯性传感器安装在非转向轮轮毂上的配置。此外，还有研究使用车轮安装的惯性传感器实现了同步定位与地图构建（SLAM） [24]。将轮式安装IMU与GNSS结合可以进一步提升性能 [28], ，但这要求GNSS信号可用。

为了在摄像头或GNSS信号不可用等严苛环境中，为移动机器人和汽车提供可靠且准确的导航解，我们提出了WiCHINS，即车轮与车身惯性导航系统。为此，我们引入了一个纯惯性的三个阶段框架。在每个阶段中，均采用专用的扩展卡尔曼滤波器（EKF）。我们的方法利用来自两个车轮安装式传感器的惯性测量值，并将其与一个车身安装式惯性测量单元（IMU）相结合。我们的框架包含三个阶段：

1) WheelEKF：使用每个车轮的扩展卡尔曼滤波器估计车轮速度和角度，预测步骤采用轮载陀螺仪读数，更新步骤采用车轮安装式加速度计。2) OriEKF：根据安装在底盘上的惯性测量单元估计机体姿态。为此，我们设计了一个扩展卡尔曼滤波器，利用陀螺仪读数传播系统状态，并使用加速度计测量值更新滤波器。3) PosEKF：将各车轮的车轮安装式加速度计测量值融合，以获得前向加速度。随后，通过二重积分估计机体速度和位置。

这种划分使我们能够更好地控制整个过程中各个传感器对不同状态变量的影响，从而实现精确的纯惯性定位。

我们使用从一辆乘用车采集的真实世界数据评估了所提出的方法。实验在一辆配备车轮安装的惯性测量单元传感器的斯柯达Roomster上进行，并以GNSS-RTK系统作为真实值（GT）。实地实验共记录了11 条轨迹，所有惯性测量单元的数据总计达228分钟（每个惯性测量单元25.4分钟）。使用两个车轮惯性测量单元和一个车身惯性测量单元时，我们的方法的二维位置误差平均为3.26米，优于另外四种惯性基准方法。因此，该方法能够在具有挑战性的环境中实现鲁棒导航，并有助于弥合纯惯性导航的性能差距。

本文其余部分安排如下：第三节介绍轮载惯性导航和里程计方程。第三节阐述我们提出的三阶段框架。接下来，第四节详细介绍数据集和实验结果。最后，第五节总结本研究的结论。

II. 移动机器人惯性导航与里程计

本节简要介绍车轮安装式惯性导航方程以及基于车轮的里程计。

A. 轮载惯性导航

惯性导航系统（INS）的动力学通常使用北-东-地坐标在导航坐标系中表示 [29]。本文使用以下3种坐标：

- 导航坐标系——静止的世界参考坐标系，其原点与机器人的起始位置重合，并按照北-东-地约定定向（N = x轴指向北，E = y轴指向东，D = z轴指向下）。所有相对于世界坐标系测量的变量均用上标 ^{n} 表示。

- 机体坐标系——与机器人机身固连的坐标系，其中 x 轴朝前， y轴朝右， z轴朝下。所有相对于机体坐标系测量的变量均用上标^{b}表示。

- 车轮坐标系——与车轮安装的 IMU 固连，其中 x轴沿径向， y轴沿切向，z轴沿轴向（见 1）。所有相对于第 i 个车轮坐标系测量的变量均用上标 ^{wi} 表示。

位置向量的时间导数可写为：

$$\dot{\boldsymbol{p}}^n = \boldsymbol{v}^n \tag{1}$$

其中， $\boldsymbol{p}^n$ 表示导航坐标系（n坐标系）中的位置向量，$\boldsymbol{v}^n$ 表示同一坐标系中的速度向量。速度的时间导数可表示为：

$$\dot{\boldsymbol{v}}^n = \boldsymbol{T}_b^n \, \boldsymbol{f}^b + \boldsymbol{g}^n \tag{2}$$

其中， $\boldsymbol{g}^n$ 是 n坐标系中的重力向量，而 $\boldsymbol{T}_b^n$是将数据从机体坐标系转换到 n坐标系的变换矩阵。术语 $\boldsymbol{f}^b$ 表示在机体坐标系中测得的比力向量。

变换矩阵的变化率为：

$$\dot{\boldsymbol{T}}_n^b = \boldsymbol{T}_n^b \boldsymbol{\Omega}^b \tag{3}$$

其中，$\boldsymbol{\Omega}^b$ 表示由陀螺仪提供的、以机体坐标系表示的角速度构成的反对称矩阵。由于本研究采用低成本惯性传感器，因此在式（2）和式（3）中忽略了地球自转和运输率的影响。

对于轮式机器人和车辆导航，我们采用一个局部固定于机体的坐标系（b 坐标系），其原点位于车辆的起始位置，坐标轴沿北、东、地（向下）方向排列。

在轮式安装配置中，计算惯性导航解需要将轮式安装IMU的原始测量值变换到机体坐标系中。为说明这一变换，本文考虑三个坐标系。导航坐标系（n）是一个静态参考坐标系，其原点与机器人的起始位置重合，并遵循北-东-地约定（北、东、向下）。机体坐标系（b）固定于机器人，x轴朝前，y轴朝右，z轴朝下。最后，车轮坐标系（w_i）固定在第 i 个车轮上的IMU上，其中 x 轴沿径向，y 轴沿切向，z 轴沿轴向。图 1 展示了这些坐标系之间的关系，并着重说明了车轮坐标系、机体坐标系和世界坐标系之间的变换。



图 1. 斯柯达Roomster及其参考坐标系示意图：车轮采用 w 坐标系，车顶采用机体坐标系（小写），车顶还显示导航坐标系（大写）。

该变换需要计算车轮在每个时间戳处的相位角。根据[26]，的定义，相位角为：

$$\alpha(t) = \int_t \omega_z(\tau) d\tau \tag{4}$$

其中，ω_z 是测得的角速度，t 是时间。

利用式 (4)，我们计算 w 坐标系到 b 坐标系的变换：

$$\boldsymbol{T}_b^w = \begin{bmatrix} \cos\alpha(t) & \sin\alpha(t) & 0 \\ -\sin\alpha(t) & \cos\alpha(t) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{5}$$

因此，b 坐标系中的角速度向量为

$$\boldsymbol{\omega}^b = \boldsymbol{T}_w^b \boldsymbol{\omega}^w \tag{6}$$

其中，$\boldsymbol{\omega^w}$ 是安装在车轮上的惯性传感器测得的角速度。

同理，在 b坐标系中表示的比力向量为：

$$\boldsymbol{f}^b = \boldsymbol{C}_w^b \boldsymbol{f}^w \tag{7}$$

其中，$\boldsymbol{f}^w$ 是安装在车轮上的惯性传感器测得的比力。为计算导航解，将角速度向量（6）和比力向量（7）代入（1）—（3）。

B. 基于车轮的里程计

里程计是一种用于确定轮式移动机器人和车辆位置的知名技术。它根据测得的各个车轮的角速度，计算车辆本体的速度（和角速度）。它假设所有被测车轮均满足无侧滑条件：

$$\boldsymbol{v}^b + \boldsymbol{\omega}^b \times \boldsymbol{r}_i^b - \Omega_i R_i \boldsymbol{n}_i^b = \boldsymbol{0} \tag{8}$$

其中，$\boldsymbol{r}_i^b$ 是 i号车轮轮毂（中心）在机体坐标系中的（恒定）位置，R_i 是 i号车轮的有效滚动半径，$\boldsymbol{n}_i^b$ 是i号车轮的单位方向向量：

$$\boldsymbol{n}_i^b = \begin{bmatrix} \cos\beta_i & \sin\beta_i & 0 \end{bmatrix}^T \tag{9}$$

将条件（8）改写为矩阵形式，可得：

$$\begin{bmatrix} \Omega_i R_i \cos\beta_i \\ \Omega_i R_i \sin\beta_i \\ \vdots \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & -y_i^b \\ 0 & 1 & x_i^b \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{D}} \cdot \begin{bmatrix} v_x^b \\ v_y^b \\ \omega_z^b \end{bmatrix} \tag{10}$$

通过伪逆可计算（部分）速度向量：

$$\begin{bmatrix} v_x^b \\ v_y^b \\ \omega_z^b \end{bmatrix} = \left(\boldsymbol{D}^T \boldsymbol{D}\right)^{-1} \boldsymbol{D}^T \begin{bmatrix} \Omega_i R_i \cos\beta_i \\ \Omega_i R_i \sin\beta_i \\ \vdots \end{bmatrix} \tag{11}$$

公式（11）给出了在无打滑条件下，任何配备标准车轮的轮式车辆的正运动学解。将速度向量变换至导航坐标系后，我们可以通过简单的离散积分器（例如前向欧拉法）估算车辆位置。反运动学解根据已知的速度向量计算车轮转速和转向角：

$$\beta_i = \operatorname{atan2}\left(v_y^b + \omega_z^b x_i^b, v_x^b - \omega_z^b y_i^b\right) \tag{12}$$

$$\Omega_i = \frac{\left(v_x^b - \omega_z^b y_i^b\right)\cos\beta_i + \left(v_y^b + \omega_z^b x_i^b\right)\sin\beta_i}{R_i} \tag{13}$$

III. 提出的方法

为了在相机或 GNSS 信号不可用的场景中，为移动机器人和汽车提供可靠、准确的导航解，我们提出了一种基于车轮安装式IMU并结合底盘安装式IMU的导航算法。所有惯性测量读数都通过一种新颖的三阶段方法进行融合，以估计车辆的位置。我们提出的方法分为三个阶段：

1) WheelEKF：使用扩展卡尔曼滤波器（EKF）估计每个车轮的速度和角度，在预测步骤中采用车轮安装式陀螺仪读数，在更新步骤中采用车轮安装式加速度计。其核心思路是利用基于车轮安装式陀螺仪的多轮里程计，作为机器人速度向量的绝对信息来源，同时由车轮安装式加速度计提供速度变化信息。这种配置有望检测并补偿里程计误差

（主要是车轮打滑、侧滑和车轮直径变化）。由于加速度计随车轮旋转，其偏移量会在每次转动中抵消。

2) OriEKF：利用安装在机体上的 IMU 估计机体姿态（即横滚角、俯仰角和偏航角）。为此，我们设计了一个 EKF，使用陀螺仪读数传播系统状态，并使用加速度计测量值更新滤波器。此阶段的结果是世界坐标系到机体坐标系的变换矩阵。

3) PosEKF：将各车轮安装式加速度计的测量值进行融合，并减去机体坐标系中的重力分量（使用 OriEKF 的输出），以获得前向加速度。随后，通过二重积分估计机体速度和位置。在更新步骤中，我们使用车轮安装的陀螺仪。为此，利用逆运动学，根据机体速度的先验估计计算车轮速度（绕车轮主轴旋转），然后将机体角速度旋转到车轮坐标系并加到该速度上。此处估计的车轮角速度假设满足无侧滑条件。我们将其与车轮安装式陀螺仪的测量值进行比较，并由 EKF 用于校正机体速度的先验估计。

这种划分使我们能够更好地控制整个流程中各个传感器对每个状态变量的影响，从而实现精确的纯惯性定位。我们完整的三个阶段方法如图 2 所示。

通常，主要挑战之一是估计车轮的旋转角，这些角度是将车轮加速度计读数从车轮坐标系变换到机体坐标系所必需的。测得的比力既反映车轮旋转角（通过重力加速度体现），也反映机体速度变化。所有传感器都会受到机体姿态变化的影响。我们的实验表明，同时使用所有传感器的单个扩展卡尔曼滤波器在估计机体姿态时往往会发散，进而严重降低机体速度向量的估计质量。因此，我们决定将估计任务拆分为上述三个阶段。下面将详细介绍所提出方法的各个阶段。

A. OriEKF - 机体姿态估计

机体姿态状态以三个欧拉角表示，分别称为横滚 ϕ、俯仰 θ 和偏航 ψ。在我们的实现中，状态向量为：

$$\boldsymbol{x}_{\text{Ori}} = \begin{bmatrix}\phi & \theta & \psi\end{bmatrix}^T \tag{14}$$

由于轮式机器人和地面车辆通常俯仰范围有限，因此在正常情况下不会出现万向节锁定条件（向上或向下 90 度），估计的状态向量可以直接包含欧拉角，而不会有数值不稳定性的风险。基于某种扩展卡尔曼滤波器变体的陀螺仪、加速度计以及可选磁力计的传感器融合，是一种广泛采用的方法，用于方向估计，参见例如 [30],[31][32]。

在我们的设置中，我们使用了一台机体安装式惯性测量单元，由三轴陀螺仪和三轴加速度计组成，并与机体坐标系轴平行安装。车轮上的惯性测量单元传感器在此阶段不参与工作。扩展卡尔曼滤波预测阶段基于传播欧拉角速率，并使用测得的（经校准的）陀螺仪读数：

$$\begin{bmatrix}\hat{\phi}\\ \hat{\theta}\\ \hat{\psi}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\phi\\ \theta\\ \psi\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}1 & \frac{s_x s_y}{c_y} & \frac{c_x s_y}{c_y}\\ 0 & c_x & -s_x\\ 0 & \frac{s_x}{c_y} & \frac{c_x}{c_y}\end{bmatrix} \cdot \boldsymbol{\omega}_{cal}^b \Delta t \tag{15}$$

其中，Δt 是陀螺仪的采样周期，$\boldsymbol{\omega}_{cal}^b$ 是校准后的陀螺仪读数，我们使用以下记法：

$$s_x = \sin\phi \qquad c_x = \cos\phi \tag{16}$$
$$s_y = \sin\theta \qquad c_y = \cos\theta \tag{17}$$
$$s_z = \sin\psi \qquad c_z = \cos\psi \tag{18}$$

机体姿态校正（扩展卡尔曼滤波更新阶段）使用机体安装式加速度计和磁力计的校准读数进行，组合测量值 $\boldsymbol{z}_{\text{Ori}}$ 定义如下：

$$\boldsymbol{z}_{\text{Ori}} = \begin{bmatrix}\boldsymbol{f}_{cal}^b & \boldsymbol{b}_{cal}^b\end{bmatrix}^T \tag{19}$$

其中，$\boldsymbol{f}_{cal}^b$ 是测得的加速度计读数，$\boldsymbol{v}_{cal}^b$ 是测得的磁力计读数。不过，在我们的设置中，磁力计读数不可用，因此式（19）中仅使用了比力测量值。

$$\hat{\boldsymbol{f}}^b = \hat{\boldsymbol{T}}_n^b \cdot \begin{bmatrix}0 & 0 & -g\end{bmatrix}^T + \boldsymbol{\omega}^b \times \boldsymbol{v}^b \tag{20}$$

其中：$\hat{}\ \boldsymbol{f}^b$ 是机载三轴加速度计测得的比力，g 是局部重力向量，$\boldsymbol{\omega}$ 是机体的测得角速度向量，$\boldsymbol{v}^b$ 是旋转至机体坐标系下的机器人估计线速度向量，而 $\hat{}\ \boldsymbol{T}_n^b$ 是旋转矩阵 $\boldsymbol{T}_n^b$ 的先验估计，该矩阵用于将导航坐标系转换至机体坐标系：

$$\boldsymbol{T}_n^b = \begin{bmatrix}c_y c_z & c_y s_z & -s_y\\ s_x s_y c_z - c_x s_z & s_x s_y s_z + c_x c_z & s_x c_y\\ c_x s_y c_z + s_x s_z & c_x s_y s_z - s_x c_z & c_x c_y\end{bmatrix} \tag{21}$$

B. WheelEKF - 车轮状态估计

图 2 中的“wheelEKF”模块包含一组扩展卡尔曼滤波器，每个车轮对应一个，其车轮 i 的状态向量如下：

$$\boldsymbol{x}_{\text{Wheel,i}} = \begin{bmatrix}\Omega_i & \alpha_i & \dot{\beta}_i & \beta_i\end{bmatrix}^T \tag{22}$$

其中，Ω_i 为车轮转速，α_i 为旋转角，$\dot{\beta}_i$ 为转向角速度，β_i 为可转向车轮的转向角。在我们的实现中，四个车轮的状态向量均被向量化为单个扩展卡尔曼滤波器，但代价是需要使用维度更大的滤波矩阵。

扩展卡尔曼滤波预测阶段接收经过校准的车轮安装式陀螺仪读数 $\boldsymbol{\omega}_{cal} = \begin{bmatrix}\omega_x^{wi} & \omega_y^{wi} & \omega_z^{wi}\end{bmatrix}$，并

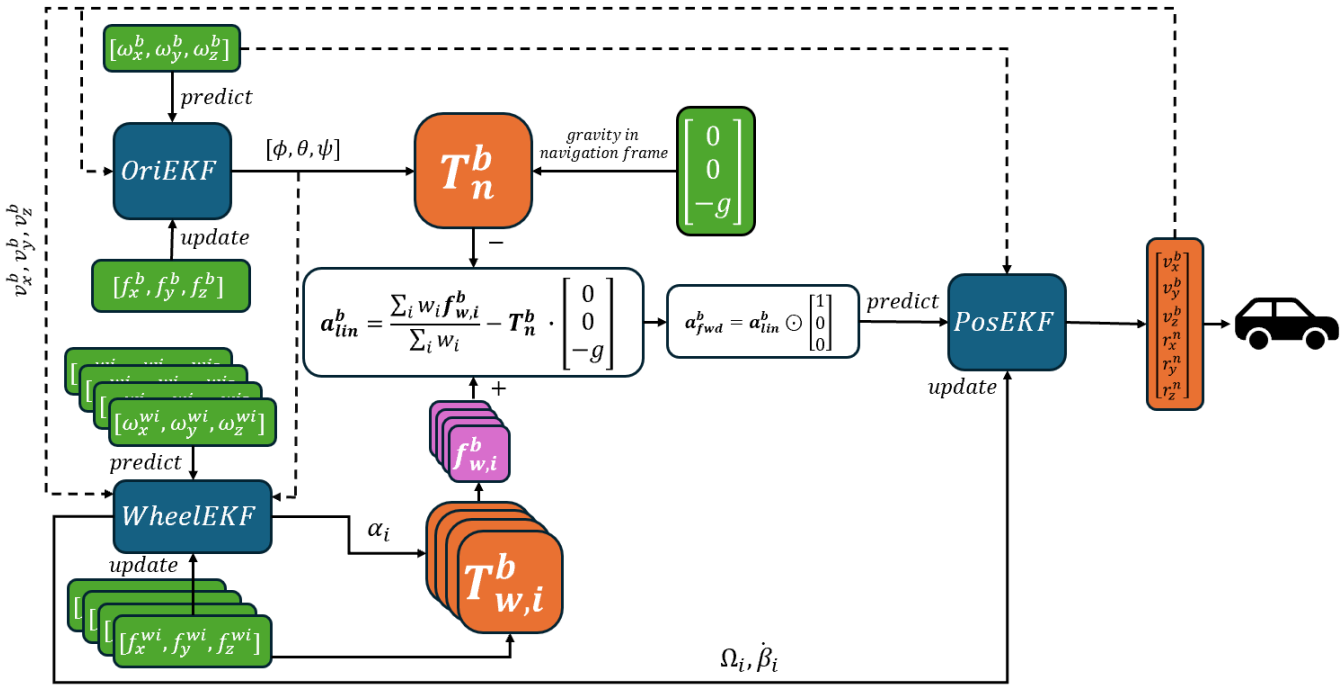


图 2. WiCHINS框架的框图。绿色方框表示信息来源（传感器或常量），橙色方框表示运算，蓝色方框表示基于扩展卡尔曼滤波器的估计器，其中状态输入测量值标记为“预测”，输出测量值标记为“更新”。虚线表示作为参数传递给扩展卡尔曼滤波器的信号。

使用以下这组状态变化率方程：

$$\hat{\Omega}_i = \sigma_i \omega_z^{wi} \tag{23}$$

$$\hat{\alpha}_i = \alpha_i + \hat{\Omega}_i \Delta t \tag{24}$$

$$\dot{\hat{\beta}}_i = q_i(\omega_x^{wi} \sin\hat{\alpha}_i + \sigma_i \omega_y^{wi} \cos\hat{\alpha}_i - \omega_z^b) \tag{25}$$

$$\hat{\beta}_i = q_i \text{angle}(\beta_i + \dot{\hat{\beta}}_i \Delta t) \tag{26}$$

其中，Ω_i 是第 i 个车轮的预测旋转速度，σ_i 是车轮的符号（机器人左侧车轮为 $+1$，右侧车轮为 -1），当第 i 个车轮可转向时，q_i 等于 1，否则为 0；$\hat{\alpha}_i$ 是第 i 个车轮的预测旋转角，β_i和 β_i 分别是第 i 个车轮的预测转向角和转向角速度，并且

$$\text{angle}(x) = x - 2\pi\lfloor\frac{x+\pi}{2\pi}\rfloor \tag{27}$$

从以弧度表示的角度中去除周期，将其有效映射到 $(-\pi, \pi)$ 区间。

车轮状态校正由车轮安装式加速度计测量值提供：

$$\boldsymbol{z}_{\text{Wheel,i}} = \boldsymbol{f}_{cal}^w \tag{28}$$

其中

$$\hat{\boldsymbol{f}}^w = \hat{\boldsymbol{T}}_b^{wi} \cdot (\boldsymbol{f}^b + \boldsymbol{\omega}^b \times (\boldsymbol{\omega}^b \times \boldsymbol{r}_i^b)) - \begin{bmatrix}\rho_i\Omega_i^2 & 0 & 0\end{bmatrix}^T \tag{29}$$

$\boldsymbol{f}^b$ 是机体坐标系中比力的后验估计（由机体线加速度和使用公式计算的校正欧拉角得到的重力组成。

（20）中，ρ_i 是轮式安装IMU与车轮轮毂之间的距离（安装在车轮中部时为零），$\hat{\boldsymbol{T}}_b^{wi}$是旋转矩阵 $\boldsymbol{r}_i^b$的先验估计，该矩阵定义了从机体坐标系到第 i个车轮坐标系 [17]的变换：

$$\boldsymbol{T}_b^{wi} = \begin{bmatrix} \cos\beta_i\cos\alpha_i & \sin\beta_i\cos\alpha_i & \sin\alpha_i \\ -\sigma_i\cos\beta_i\sin\alpha_i & -\sigma_i\sin\beta_i\sin\alpha_i & \sigma_i\cos\alpha_i \\ \sigma_i\sin\beta_i & -\sigma_i\cos\beta_i & 0 \end{bmatrix} \tag{30}$$

(29) 中的项 $\boldsymbol{\omega}^b \times(\boldsymbol{\omega}^b \times \boldsymbol{r}_i^b)$ 表示机器人机体旋转导致的车轮轮毂处观测到的离心加速度。项 $\rho_i\Omega_i^2$ 表示车轮自身旋转导致的离心加速度。我们忽略切向加速度分量（由机体和车轮的角加速度引起），因为可以将其视为短期噪声。平台的方向作为外部参数输入“wheelEKF”模块，因此车轮安装式加速度计不会影响对机器人姿态和角速度的估计。

C. PosEKF——位置和速度估计

PosEKF 提供平台的位置和速度。为此，状态向量为：

$$\boldsymbol{x}_{\text{Pos}} = \begin{bmatrix} v_x^b & v_y^b & v_z^b & r_x^n & r_y^n & r_z^n \end{bmatrix}^T \tag{31}$$

其中，v_j 为沿机体坐标轴方向的机体线速度分量，r_j 为以局部导航坐标系表示的位置分量。

为预测机体速度，使用车轮安装式

加速度计。首先补偿由车轮自身旋转产生的离心加速度$\rho_i(\omega_z^{wi})^2$，然后将比力向量转换至机体坐标系（图 2 中的“body to frame”模块）。之后，减去由机体旋转产生的离心加速度 $\boldsymbol{\omega}^b \times (\boldsymbol{\omega}^b \times \boldsymbol{r}_i^b)$:

$$\boldsymbol{f}_{w,i}^b = \boldsymbol{T}_{w,i}^b \cdot \left(\boldsymbol{f}_{cal}^w + \begin{bmatrix} \rho_i(\omega_z^{wi})^2 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \right) - \boldsymbol{\omega}^b \times (\boldsymbol{\omega}^b \times \boldsymbol{r}_i^b) \tag{32}$$

其中，$\boldsymbol{f}_{cal}^w$ 是校准后的比力向量。由于轮式平台通常有两个或更多车轮，因此需要将这些补偿后的测量值融合在一起。同质传感器融合最直接的方法是加权平均。可根据传感器噪声均方根 $a_{i(RMS)}$，按照规则 [33] 调整每个车轮的权重:

$$w_i = \frac{1}{a_{i(RMS)}^2} \tag{33}$$

请注意，若假设所有车轮安装式传感器具有相同的噪声均方根，则同质传感器融合就变成简单的算术平均。融合后，可以减去重力向量（通过图 2 中的“world to body”模块将其旋转至机体坐标系）。由于轮式车辆通常只向前加速（侧滑加速度可忽略，且径向离心加速度已得到补偿），因此在式（32）中，我们只需使用加速度的前向分量（机体坐标系中的 x 轴）：

$$\boldsymbol{a}_{lin}^b = \frac{\sum_i w_i \boldsymbol{f}_{w,i}^b}{\sum_i w_i} - \boldsymbol{T}_n^b \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & -g \end{bmatrix}^T \tag{34}$$

其中 w_i 在式（33）中定义。用机体坐标系表示的前向加速度向量为:

$$\boldsymbol{a}_{fwd}^b = \boldsymbol{a}_{lin}^b \odot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \tag{35}$$

其中，$\odot$ 表示逐元素向量乘法。随后使用线加速度向量预测机体坐标系中的线速度:

$$\hat{\boldsymbol{v}}^b = \boldsymbol{v}^b + \boldsymbol{a}_{fwd}^b \Delta t \tag{36}$$

使用车轮安装式陀螺仪校正线速度:

$$\boldsymbol{z}_{\text{Pos}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\omega}_{cal,i}^w \end{bmatrix} \tag{37}$$

根据线速度的先验估计 $\hat{\boldsymbol{v}}^b$ 和角速度 $\boldsymbol{\omega}^b$，使用轮式机器人的逆运动学（13）预测车轮转速:

$$\begin{bmatrix} \hat{\Omega}_i \end{bmatrix} = \text{InverseKinematics}(\hat{\boldsymbol{v}}^b, \boldsymbol{\omega}^b) \tag{38}$$

然后，将机体角速度和转向角速度旋转至车轮坐标系，并加到车轮速度上:

$$\hat{\boldsymbol{\omega}}^{wi} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \sigma_i \hat{\Omega}_i \end{bmatrix}^T + \boldsymbol{T}_b^{wi} \cdot \left(\boldsymbol{\omega}^b + \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dot{\beta}_i \end{bmatrix}^T \right) \tag{39}$$

PosEKF的测量阶段同时实现了（38和39）。一旦通过poseEKF校正速度估计值，就可以通过以下方式预测机器人的新位置:

$$\boldsymbol{r}^n \leftarrow \boldsymbol{r}^n + \boldsymbol{T}_b^n \cdot \boldsymbol{v}^b \Delta t \tag{40}$$

IV. 分析与结果

A. 数据集

为评估我们提出的方法，我们采用了近期录制的真实世界数据集 [34]。该数据集包括使用配备Movella Xsens DOT惯性测量单元的斯柯达Roomster汽车进行的录制 [35]，每个车轮上安装一个惯性测量单元，用于记录数据集。DOT软件支持惯性测量单元之间的同步。加速度计和陀螺仪的相关噪声与偏置值见表I。两种传感器均以120 Hz的采样率提供测量值。此外，汽车还配备了具备实时动态全球导航卫星系统功能的MRU-P [36]，以5 Hz的采样率提供真实值（GT）位置。安装了传感器及配套电子设备的汽车如图3所示。车轮直径设定为固定值 $R_i = 0.295$ m。

在实地实验中，记录了 11 条轨迹，

表I Xsense DOT 惯性测量单元规格 [35]。

	Gyro	加速度计
Bias	10 度 $\cdot h^{-1}$	0。03 mg
噪声	0。007 度 $\cdot s^{-1}/\sqrt{Hz}$	120 $\mu g/\sqrt{Hz}$

单个惯性测量单元的总时长为 42 分钟，五个惯性测量单元（四个安装在车轮上，一个安装在汽车上）的总时长为 383 分钟。每次记录都包含原始惯性测量值以及相应的真实位置。表 II 列出了每条轨迹的长度、时长和最大速度。



图 3. 配备车轮安装的惯性测量单元和车顶 GNSS-RTK 的斯柯达 Roomster [34] 。

B. 性能指标

为评估我们的结果，我们采用以下三项指标。

1) 位置均方根误差（PRMSE）：3D位置的PRMSE将车辆在导航坐标系中的估计

表II 数据集轨迹的时长、距离和最大速度 [34]。

轨迹	时长 [秒]	距离 [米]	最大速度 [米/秒]
1	161.24	549.09	7.43
2	128.58	527.99	7.78
3	137.8	553.57	10.39
4	139.79	555.89	10.35
5	212.33	936.11	14.25
6	88.21	207.28	22.30
7	152.76	544.96	20.44
8	121.68	392.92	6.14
9	105.26	311.06	5.09
10	112.87	190.84	3.98
11	163.81	452.78	4.36
总计	1524.34	5222.48	-
平均值	138.58	474.77	10.23

位置与GNSS-RTK真实值（GT）进行比较:

$$\mathrm{PRMSE} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}||\mathrm{p}_k^n - \hat{\mathrm{p}}_k^n||^2} \tag{41}$$

其中，$\hat{\mathbf{p}}_k^n$ 为三维估计位置，$\mathbf{p}_k^n$ 为根据全球导航卫星系统测量值获得的真实位置。

2）速度均方根误差（VRMSE）：VRMSE通过将车辆在导航坐标系中的三维估计速度与GNSS-RTK真实值进行比较:

$$\mathrm{VRMSE} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}||\mathrm{v}_k^n - \hat{\mathrm{v}}_k^n||^2} \tag{42}$$

其中，$\hat{\mathbf{v}}_k^n$ 为三维估计速度，$\mathbf{v}_k^n$为根据GNSS-RTK测量值获得的真实速度。

3）总距离误差（TDE）：总距离误差指标用于量化相对于轨迹长度的位置误差:

$$\mathrm{TDE}(\%) = \frac{\mathrm{PRMSE}}{\mathrm{L}} \times 100 \tag{43}$$

其中，L 为轨迹长度。

C. 与现有惯性方法的比较

我们评估了所提方法的两种实现，并将它们与以下所述的另外三种惯性基准方法进行了比较。

1) 2WiCHINS：我们提出的方法，如第三节所述，使用两个车轮安装的IMU和一个车身安装式IMU。2) 4WiCHINS：我们提出的方法，如第三节所述，使用四个车轮安装的IMU和一个车身安装式IMU。3) ODO：如（10）—（11）所述，仅使用两个车轮安装的陀螺仪（而非编码器）的标准里程计。

4) WMI：如（1）—（7）所述，使用单个车轮IMU的轮载惯性导航。5) CMI：如（1）—（2）所述，使用底盘安装式IMU的底盘惯性导航。

D. 结果

所有五种纯惯性方法（第 IV-C 节所述）均应用于全部十条轨迹（第 IV-A 节所述）。所有方法和轨迹的 PRMSE、VRMSE 和 TDE 结果列于下表。表 III 给出了位置均方根误差，结果显示 WiCHINS 相较于 WMI 和 CMI 方法取得了显著改进。此外，2WiCHINS 将 ODO 的 PRMSE 改善了 87.8%。最后，我们发现，与 2WiCHINS 配置相比，将惯性测量单元安装在全部四个车轮上（4WiCHINS）并未带来任何显著改进（≈ 1%）。

如图所示，VRMSE 也呈现出类似的情况

表 III 五种惯性方法在 11 条轨迹上的估计位置向量 PRMSE。

位置均方根误差 [米]					
轨迹	2WiCHINS	4WiCHINS	ODO	WMI	CMI
1	16.48	16.52	76.30	6569.99	3211.43
2	10.93	11.00	41.19	6905.25	4286.54
3	11.30	11.76	245.37	8677.71	8690.12
4	21.51	21.44	203.32	3665.79	12592.17
5	23.12	23.13	317.00	14269.49	30376.62
6	3.82	3.84	5.13	2729.49	2760.46
7	9.46	9.45	35.54	5342.21	7586.02
8	8.28	8.31	35.05	6513.47	7290.15
9	6.49	6.51	20.52	4350.39	4391.39
10	3.72	3.88	5.11	1854.25	1620.97
11	10.02	10.30	39.92	10517.74	18813.86
平均值	11.37	11.46	93.12	6490.53	9238.16

见表 IV。2WiCHINS 将 ODO 的均方根误差的方差降低了 85.2%。此外，对于均方根误差的方差指标，与 2WiCHINS 配置相比，4WiCHINS 并未带来任何显著改进（≈ 1%）。

表 V 给出了总距离误差指标的结果。我们的 2WiCHINS

表 IV 所示为所有五种惯性方法在 11 条轨迹上的估计位置向量的均方根误差的方差

均方根误差的方差 [米/秒]					
轨迹	2WiCHINS	4WiCHINS	ODO	WMI	CMI
1	0.23	0.22	1.98	209.17	208.68
2	0.37	0.37	1.18	164.23	162.90
3	0.96	0.97	6.70	201.45	201.22
4	1.16	1.16	4.82	152.94	266.70
5	1.69	1.69	5.59	278.87	419.75
6	2.50	2.50	2.51	95.58	95.45
7	2.03	2.03	2.24	114.88	178.18
8	0.11	0.11	1.34	180.89	193.07
9	0.09	0.09	1.20	164.04	164.03
10	0.09	0.10	0.33	90.35	92.61
11	0.17	0.16	1.01	350.31	354.51
平均值	0.85	0.85	2.63	182.07	212.46

得到 2.31%，比另一种最佳惯性方法（ODO）提升了 6.8 倍。

表 V 五种惯性方法在 11 条轨迹上的估计轨迹 TDE。

TDE [%]	轨迹	2WiCHINS	4WiCHINS	ODO	WMI	CMI
1	3.00	3.01	13.90	1196.52	584.86	2
2.07	2.08	7.80	1307.84	811.86	3	2.04
2.12	44.33	1567.59	1569.83	4	3.87	3.86
36.58	659.45	2265.23	5	2.47	2.47	33.86
1524.34	3244.98	6	1.84	1.85	2.47	1316.81
1331.75	7	1.74	1.73	6.52	980.29	1392.03
8	2.11	2.11	8.92	1657.71	1855.38	9
2.09	2.09	6.60	1398.57	1411.75	10	1.95
2.03	2.68	971.63	849.39	11	2.21	2.27
8.82	2322.93	4155.19	平均值	2.31	2.33	15.68
1354.88	1770.20					

图4展示了采用我们的 2WiCHINS 方法（性能最佳）和 ODO（竞争方法中性能最佳）进行轨迹估计的轨迹 1 和 2。ODO 方法在第一个转弯后开始偏离，这可能是由于车轮打滑所致；而所提出的方法（2WiCHINS）能够补偿此类误差，并沿着真实轨迹行进。因此，我们可以认为，z 轴上的底盘角速度噪声估计是 ODO 误差的主要来源之一。图5清楚地展示了这一现象：基于里程计的机体角速度（z 分量）估计比 WiCHINS 噪声大得多。图中未显示 WMI 和 CMI 方法生成的轨迹，因为它们的误差高出一个数量级，并且几乎立即开始偏离。这种现象主要是由惯性传感器较高的偏置不稳定性和噪声造成的（见表I）。

我们的方法（2WiCHINS）得到的估计位置和速度分量误差分别如图6和图7所示。误差的主要部分位于垂直的 z 轴上。对于轮式机器人，在大多数应用中，只有水平位置分量是相关的，因此可以忽略垂直分量。速度误差得到了有效补偿，不再呈现几乎任何可预测的模式。同样，误差的显著部分位于 z 轴上，在大多数应用中可以忽略。

V. 结论

在GNSS信号受损或不可用的环境中运行的自动驾驶车辆和轮式机器人，需要仅依靠惯性传感器实现稳健、精准的导航。然而，在此类场景中，惯性解固有的漂移仍是一项关键挑战。为弥补这一不足，我们提出了WiCHINS，这是一种新颖的方法，能够协同结合车轮安装式IMU与底盘安装式惯性测量单元各自的互补优势。我们的核心贡献是提出了一个三阶段框架，专门利用各传感器位置所呈现的不同运动特性，以提升估计精度。车轮安装式IMU能够提供丰富的平移信息，而底盘安装式IMU则具有稳定性，并能提供全面的姿态信息。

我们使用一个包含五个惯性测量单元、总录制时长为228.6分钟的综合数据集，对所提出的WiCHINS方法进行了严格评估，并将其与其他基于惯性的方案进行了比较。实验结果有力地证明了这种融合策略的有效性：仅使用两个车轮惯性测量单元和一个底盘惯性测量单元，WiCHINS便实现了11.37米的平均三维位置误差，仅占平均行驶距离的2.4%。这一结果证实了我们结合传感器配置与多阶段滤波架构的优越性，使系统能够在具有挑战性的环境中实现鲁棒导航。

虽然 WiCHINS框架显著减少了位置漂移，但该解的纯惯性特性也带来了若干局限。用于机体姿态估计的核心 OriEKF 依赖机体安装式惯性测量单元；在我们的实验设置中，并未使用磁力计读数。由于缺少外部绝对航向参考（磁力计），偏航（航向）角容易随着时间推移不断累积漂移，从而直接影响整体导航精度。此外，PosEKF 的更新步骤基于逆运动学推导，并假设车轮与地面之间满足无侧滑条件。在涉及激烈机动、严重车轮打滑或湿滑地形（如冰面、泥地）的场景中，预计其性能会下降。WiCHINS框架的主要优势在于能够有效抑制纯惯性解的快速漂移特性，并提供更高的精度。三阶段扩展卡尔曼滤波器有效利用了互补的运动学信息、底盘惯性测量单元带来的旋转稳定性，以及车轮惯性测量单元提供的高频平移约束，从而实现高度优化的导航解。作为一种纯惯性系统，WiCHINS能够作为固有稳健且自成一体的备用或主要导航源，在全球导航卫星系统、视觉或无线电信号不可用的环境中不受信号阻塞影响。本研究通过弥合纯惯性性能差距，为传统的惯性导航解决方案提供了一种可靠、自成一体且具备高完整性的替代方案，从而提升自动驾驶车辆和移动机器人的安全性、可靠性与运行范围。

致谢

作者感谢斯洛伐克研究与发展机构资助项目 APVV SK-IL-RD-23-0002：面向自动驾驶车辆和机器人的先进定位传感器与技术，也感谢以色列科学、技术与空间部提供编号为 06725 的资助。

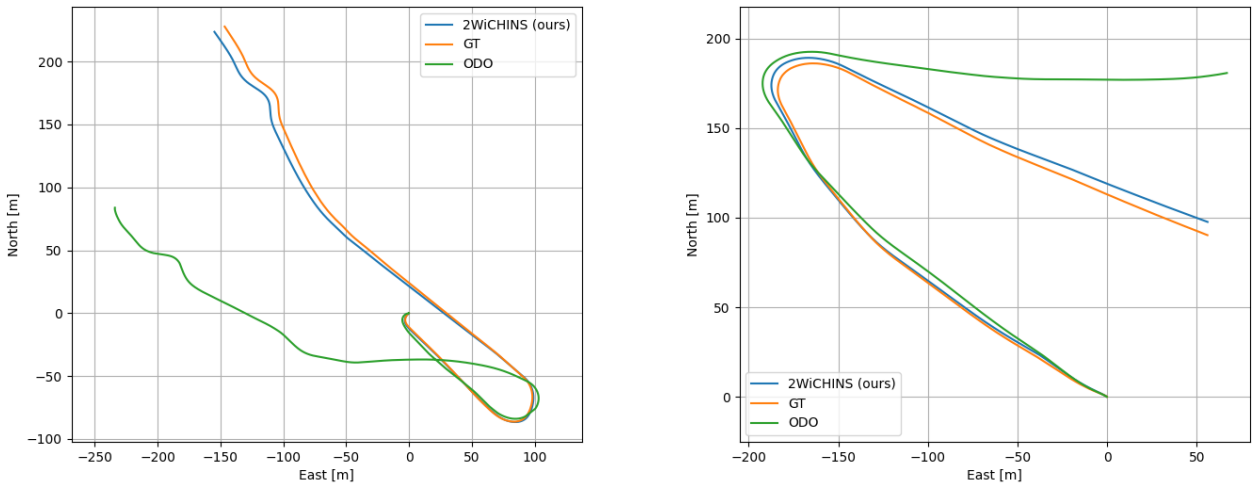


图4. 真实轨迹以及 2WiCHINS 和 ODO 的轨迹估计。左：轨迹 1。右：轨迹 2。

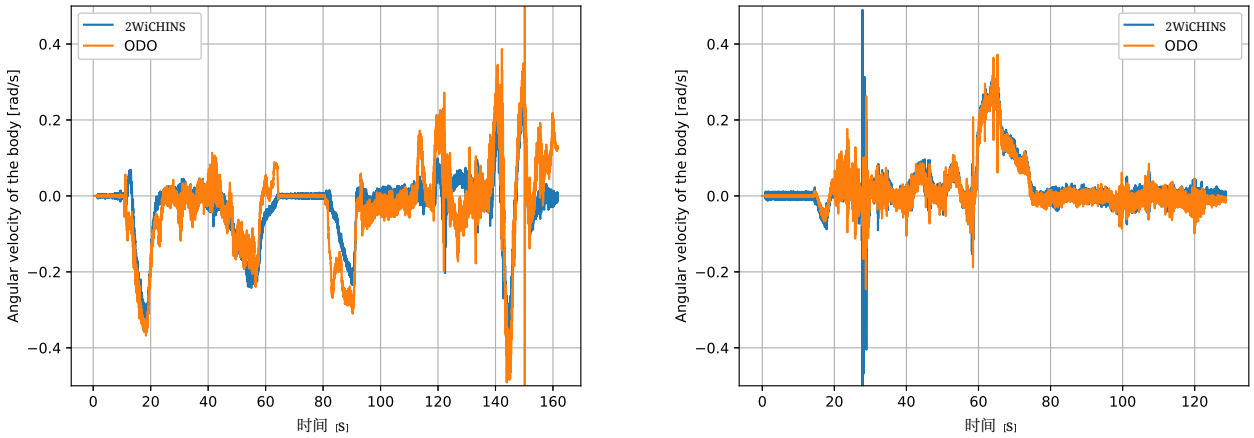


图5. 机体坐标系中绕竖直轴的角速度估计：比较我们的方法（2WiCHINS）与基于车轮的里程计（ODO）。左：轨迹 1。右：轨迹 2。

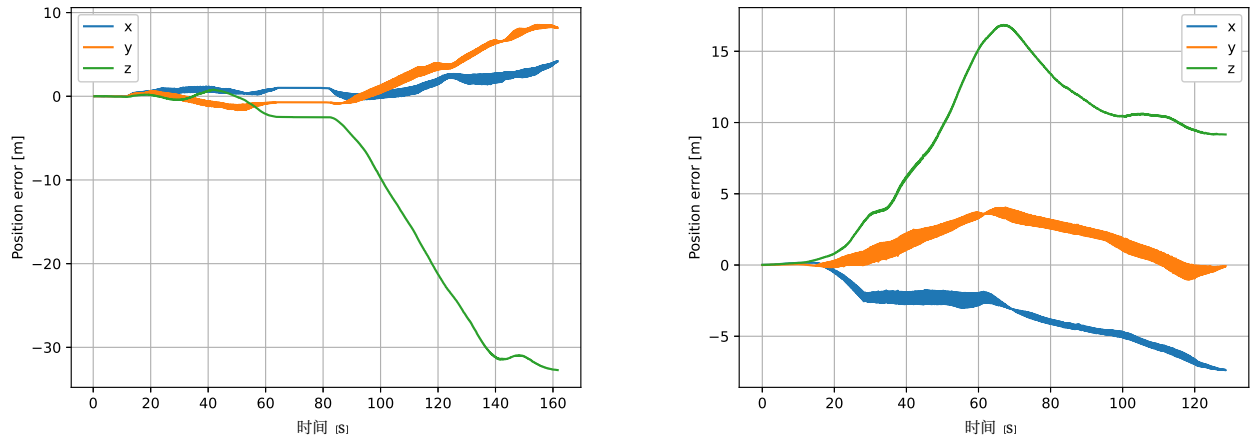


图6. 使用我们的方法（2WiCHINS）得到的位置分量估计误差随时间的变化。左：轨迹 1。右：轨迹 2。

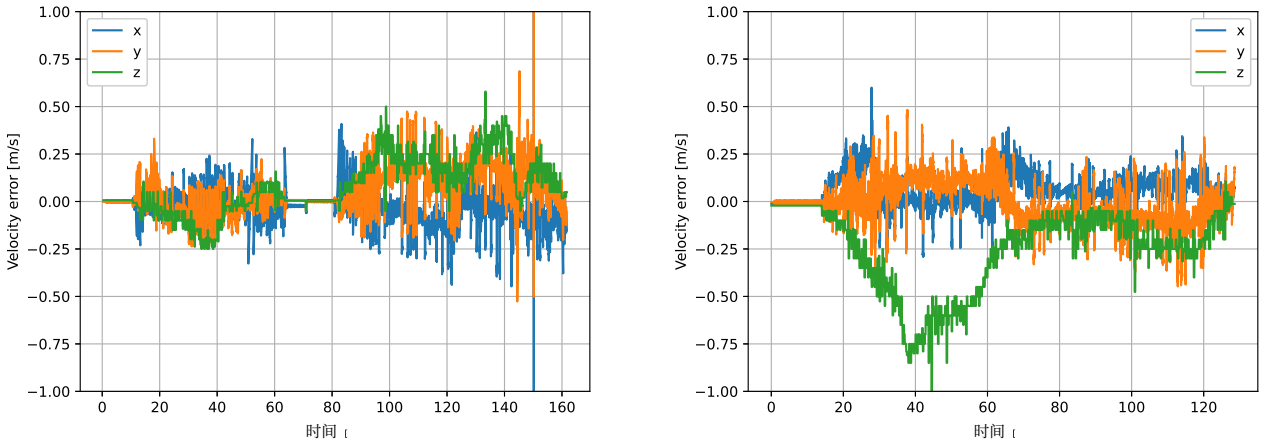


图 7. 使用我们的方法（2WiCHINS）估计的位置分量的速度误差随时间的变化。左：轨迹 1。右：轨迹 2。

参考文献

[1] J. Borenstein、H. R. Everett、L. Feng 和 D. Wehe，《移动机器人定位：传感器与技术》，机器人系统期刊，第 14 卷，第 4 期，第 231–249 页，1997 年。[2] R. Raj 和 A. Kos，《移动机器人的综合研究：历史、发展、应用及未来研究展望》，应用科学，第 12 卷，第 14 期，第 6951 页，2022 年。[3] L. Antonyshyn、J. Silveira、S. Givigi 和 J. Marshall，《多移动机器人任务与运动规划：综述》，ACM计算调查，第 55 卷，第 10 期，第 1–35 页，2023 年。[4] T. Kim、G. Kang、D. Lee 和 D. H. Shim，《面向多层环境的室内配送移动机器人开发》，IEEE Access，第 12 卷，第 45202–45215 页，2024 年。[5] E.-T. Baek 和 D.-Y. Im，《基于 ROS 的农业无人移动机器人平台》，应用科学，第 12 卷，第 9 期，第 4335 页，2022 年。[6] B. Padmaja、C. V. Moorthy、N. Venkateswarulu 和 M. M. Bala，《自动驾驶汽车中的问题、挑战与最新发展的探讨》，大数据期刊，第 10 卷，61，2023 1，第 .[7] A. Mehra、W.-L. Ma、F. Berg、P. Tabuada、J. W. Grizzle 和 A. D. Ames，《自适应巡航控制：缩比模型汽车上高级控制器的实验验证》，载于《2015 年美国控制会议（ACC）》，第 1411–1418 页，IEEE，2015 年。[8] N. Sriram、T. Maniar、J. Kalyanasundaram、V. Gandhi、B. Bhowmick 和 K. M. Krishna，《与车辆对话：语言条件下的自动驾驶汽车自主导航》，载于《2019 年 IEEE/RSJ智能机器人与系统国际会议（IROS）》，第 5284–5290 页，IEEE，2019 年。[9] P. G. Parakkal 和 V. S. Variyar，《基于 GPS 的自动驾驶汽车导航系统》，载于《2017 年计算、通信与信息学进展国际会议（ICACCI）》，第 1888–1893 页，IEEE，2017 年。[10] S. Persa 和 P. P. Jonker，《移动机器人的实时计算机视觉系统》，载于《智能机器人与计算机视觉 XX：算法、技术与主动视觉》，第 4572 卷，第 105–114 页，SPIE，2001 年。[11] M. Servières、V. Renaudin、A. Dupuis 和 N. Antigny，《视觉与视觉惯性同步定位与地图构建：研究现状、分类与实验基准测试》，传感器期刊，第 2021 卷，第 1 期，第 2054828 页，2021 年。[12] J. Li、H. Bao、X. Han、F. Pan、W. Pan、F. Zhang 和 D. Wang，《使用移动式三维激光扫描仪和全球导航卫星系统实现实时自动驾驶汽车导航与避障》，多媒体工具与应用，第 76 卷，第 21 期，第 23017–23039 页，2017 年。[13] Y. Cheng 和 G. Y. Wang，《基于激光雷达的移动机器人导航》，载于《2018 年中国控制与决策会议（CCDC）》，第 1243–1246 页，IEEE，2018 年。[14] S. Verghese，《自动驾驶汽车与激光雷达》，载于 CLEO：应用与技术，AM3A–1页，Optica Publishing Group，2017年。[15] J. Aulinas、Y. Petillot、J. Salvi 和 X. Lladó，《SLAM问题：综述》，《人工智能研究与发展》，第363–371页，2008年。[16] D. Nistér、O. Naroditsky 和 J. Bergen，《视觉里程计》，载于《2004年IEEE计算机学会计算机视觉与模式识别会议论文集》，2004年，CVPR 2004，第1卷，第I–I页，IEEE，2004年。[17] J. Farrell，《辅助导航：使用高频传感器的GPS》，McGraw-Hill, Inc.，2008年。[18] D. Engelsman 和 I. Klein，《信息辅助惯性导航：综述》，《IEEE仪器与测量汇刊》，第72卷，第1–18页，2023年。[19] G. Dissanayake、S. Sukkarieh、E. Nebot 和 H. Durrant-Whyte，《利用车辆模型约束辅助低成本捷联惯性测量单元在陆地车辆应用中的使用》，《IEEE机器人与自动化汇刊》，第17卷，第5期，第731–747页，2002年。[20] A. Borko、I. Klein 和 G. Even-Tzur，《基于虚拟杆臂测量的GNSS/INS融合》，《传感器》，第18卷，2228，2018年，第7期。[21] A. Etzion 和 I. Klein，《MORPI：移动机器人纯惯性导航》，《IEEE室内与无缝定位导航期刊》，第1卷，第141–150页，2023年。[22] A. Etzion、N. Cohen、O. Levi、Z. Yampolsky 和 I. Klein，《采用混合学习的仿蛇形移动机器人定位》，《科学报告》，第15卷，第1期，文章编号15602，2025年。[23] X. Niu、Y. Wu 和 J. Kuang，《Wheel-INS：基于轮载MEMS惯性测量单元的航位推算系统》，《IEEE车辆技术汇刊》，第70卷，第10期，第9814–9825页，2021年。[24] Y. Wu、J. Kuang、X. Niu、J. Behley、L. Klingbeil 和 H. Kuhlmann，《Wheel-SLAM：利用单个车轮安装的惯性测量单元实现同步定位与地形测绘》，《IEEE机器人与自动化快报》，第8卷，第1期，第280–287页，2022年。[25] Y. Wu、X. Niu 和 J. Kuang，《轮载MEMS惯性测量单元航位推算系统的三种测量模型比较》，《IEEE车辆技术汇刊》，第70卷，第11期，第11193–11203页，2021年。[26] J. Collin，《面向地面车辆的MEMS惯性测量单元旋转调制》，《IEEE车辆技术汇刊》，第64卷，第6期，第2242–2251页，2014年。[27] O. Mezentsev 和 J. Collin，《用于车辆导航的车轮安装MEMS惯性测量单元的设计与性能》，载于《2019年IEEE惯性传感器与系统国际研讨会（INERTIAL）》，第1–4页，IEEE，2019年。[28] Y. Wu、J. Kuang、X. Niu、C. Stachniss、L. Klingbeil 和 H. Kuhlmann，《Wheel-GINS：一种集成全球导航卫星系统/惯性导航系统的导航

系统，配备车轮安装的惯性测量单元》，《IEEE智能交通系统汇刊》，2025年。[29] P. D. Groves，《GNSS、惯性与多传感器组合导航系统原理》，[书评]„《IEEE航空航天与电子系统杂志》，第30卷，2015年，第2期，第26–27页。[30] H. G. de Marina、F. J. Pereda、J. M. Giron-Sierra 和 F. Espinosa，《采用无迹卡尔曼滤波器和TRIAD算法的无人机姿态估计》，《IEEE工业电子学汇刊》，第59卷，第11期，第4465–4474页，2012年。[31] X. Tong、Z. Li、G. Han、N. Liu、Y. Su、J. Ning 和 F. Yang，《基于隐马尔可夫模型识别器的自适应扩展卡尔曼滤波器，用于采用MEMS磁、角速度和重力传感器的姿态估计》，《IEEE传感器期刊》，第18卷，第8期，第3299–3310页，2018年。[32] T. Liang、K. Yang、Q. Han、C. Li、J. Li、Q. Deng、S. Chen 和 X. Tuo，《基于QUKF的四旋翼无人机姿态估计》，《IEEE Access》，第11卷，第111133–111141页，2023年。[33] D. Nemec、J. Andel、V. Simak 和 J. Hrbcek，《低成本惯性传感器的齐次传感器融合优化》，《传感器》，第23卷，第14期，2023年。[34] D. Nemec、G. Versano、V. Simak、M. Gregor、I. Savin、J. Kekelak 和 I. Klein，《轮式安装惯性数据集》，《Scientific Data》，2026年。[35] Movella，《Movella DOT——可穿戴式IMU传感器》。网址：https://www.movella.com/products/wearables/movella-dot，2024年。[36] Inertial Labs，《Inertial Labs—MRU-P》。网址：https://inertiallabs.com/，2024年。