通过两个共传播激光脉冲增强均匀等离子体中的尾场产生

Abhishek Kumar Maurya[1], Dinkar Mishra[1], Bhupesh Kumar[1] Ramesh C Sharma[2], LalC Mangal[2], Binoy K Das[2], Vijay K Saraswat[3] 和 Brijesh Kumar[1,4*]勒克瑙大学物理系，勒克瑙 *226007*，印度[2] 国防研究与发展组织，国防部，*DRDO*大楼，新德里-*110011*[3]科学技术部，印度国家转型委员会，总理办公室，新德里-*110011*[4]德里大学物理与天体物理系，德里-*110007***通讯邮箱：**
kumar0111@gmail.com

摘要

本研究探讨了利用两个共传播激光脉冲在均匀等离子体中产生增强的等离子体尾场振幅。该构型由一个种子脉冲和一个后随脉冲组成，二者均为线偏振，并具有相同的激光参数。针对固定的空间间隔，研究了不同种子激光和后随激光的脉冲宽度与强度所对应的尾场振幅增强，并对其进行了优化。解析建模和粒子网格模拟表明，当空间间隔等于等离子体波长（λ_p）时，尾场振幅可获得最大放大。激光脉冲之间的空间间隔会显著影响尾场放大。这些研究结果表明，两个共传播激光方案为实现更强的等离子体尾场激发提供了一条有前景的途径，对各种应用具有潜在重要意义。

关键词：激光等离子体相互作用、尾场产生、非线性相互作用、粒子加速

一、引言

在等离子体加速器中，可以产生极大的加速电场，且不会发生电击穿——这是相较于传统射频（RF）加速器的一项关键优势。由于等离子体已预先电离，因此能够承受高达数百 GV/m 的电场梯度，从而推动紧凑而强大的加速器的发展 [1–4]。在这些等离子体加速器中，拍波加速器（BWA）采用频率略有不同的两束激光，产生拍频并以共振方式驱动等离子体波，从而高效加速粒子 [5–7]。当这两束失谐激光在等离子体中发生干涉 $\Delta\omega = \omega_1 - \omega_2 = \omega_p$ 时，会产生大振幅的等离子体振荡，进而有效加速电子 [5, 8,10]。相比之下，激光尾场加速（LWFA）利用单个高强度激光脉冲，通过有质动力激发等离子体振荡，将电子排开，而离子因惯性作用保持静止 [1,3, 11–16]。由此产生的电荷分离形成强电场，将被俘获的电子加速至相对论能量 [4, 6, 7, 17]。为有效激发尾场，激光脉冲持续时间应满足条件 $\tau_L \lesssim \lambda_p/c$ [8, 18-21]。在 LWFA 中，超短激光脉冲会形成带正电的离子通道，并产生强纵向尾场。归一化矢势 a0 决定所处的工作状态：线性（$a_0 \ll 1$）、非线性（$a_0 \approx 1$）或相对论性（$a_0 \gg 1$）[22-24]。等离子体尾场加速器（PWFA）的原理与此类似，但以高能粒子束取代激光脉冲。在这种情况下，一束相对论性带电粒子驱动等离子体振荡，而后随束团则通过沿尾场“冲浪”获得能量，其加速梯度远超射频技术所能达到的水平 [2,18, 19, 25-29]。

在自调制激光尾场加速（SM-LWFA）中，持续时间为$\tau_L \gg \lambda_p/c$ 的长激光脉冲会引发自调制和拉曼散射等不稳定性，进而裂变为脉冲列，共振驱动强尾场 [20, 30–33]。尽管 SM-LWFA 能产生强尾场，但形成的束流较难控制 [33, 34]。使用两个同向传播的脉冲，可通过相长干涉增强尾场，并可通过调节脉冲延迟和强度来控制增强效果 [29, 35, 36]。另一种方法是使用频率略有失谐的反向传播激光，在等离子体频率处驱动拍波，作为拉曼种子机制，实现可控的尾场激发 [8, 37, 38]。在均匀等离子体中，驱动器（激光脉冲或粒子束团）会扰动电子，使其以等离子体频率振荡 $\omega_p = \sqrt{(n_e e^2/m_e \epsilon_0)}$ [1, 2, 16, 39]。相应的

尾场波长为 $\lambda_p = 2\pi c/\omega_p$，要实现高效俘获，必须将电子注入加速相位 [23, 36]。失相长度 $\lozenge L_d \approx \lambda_p^3/\lambda_0^2\lozenge$限制了最大可达能量，因此需要采用密度整形和多级加速技术 [24, 30, 38]。

本文对一种近期提出的尾场放大方案进行了解析研究。该方案采用两个同向传播、间隔固定时间延迟的激光脉冲，并通过使用傅里叶-贝塞尔粒子网格代码（FBPIC）[40] 进行的准三维粒子模拟（PIC）加以验证。本研究考察了一个高斯型激光脉冲在均匀等离子体中的传播。两个激光脉冲均为高斯型，且偏振、频率和强度参数相同，传播于冷的均匀欠密等离子体中（$n_e \ll n_c$）。假设处于线性区（$a_0 \ll 1$），且$\lambda_0 = 0.8\,\mu m$, 种子脉冲激光的脉冲长度满足$L \leq \lambda_p$ 时，可产生大振幅尾场。当后随脉冲长度为 $L \leq \lambda_p/2$时，扰动最大，此时最佳共振条件为$\tau_{resonant} = \pi/\omega_p$[1, 10, 32]。脉冲传播约一个瑞利长度而不会发生显著畸变，其中 $Z_R = \pi r_0^2/\lambda_0$ 有利于实现更长时间的加速 [22, 23, 39, 41]。因此，利用双激光脉冲方案[24, 35, 36]，可在线性弱相对论区实现高效电子加速。本文结构如下：第二节介绍问题的数学表述，并进一步考察种子激光脉冲后方激发的纵向和横向尾场。第三节讨论激光尾场放大的机制，分析所产生的纵向和横向尾场，以及它们对后随脉冲和第二个高斯激光脉冲的依赖关系。第四节讨论模拟结果，并将其与解析结果进行比较。最后，第五节总结本文的主要结论。

II. 种子脉冲动力学

考虑一个沿z轴在均匀的预电离等离子体中传播的线偏振电磁波种子激光脉冲。该种子激光脉冲产生的电场为

$$\boldsymbol{E_s}(r,z,t) = \hat{\mathrm{e}}_x E_{0s}(r,z,t)\, cos(k_0 z - \omega_0 t) \tag{1}$$

其中，$E_{0s}(r,z,t)$由种子脉冲的慢变包络表示，k_0 和ω_0 分别对应波数和频率，$\hat{\mathrm{e}}_{\mathrm{x}}$ 表示其在x方向上的偏振。

线性区中，种子激光脉冲引起的等离子体响应所产生的尾场激发，由流体方程描述（该方程受洛伦兹力、连续性方程和泊松方程支配）。从洛伦兹力方程出发。

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{-eE_{tot}}{m} - \frac{1}{2}\nabla(v^2) + v \times \left(\nabla \times v - \frac{eB_{tot}}{mc}\right) \quad (2)$$

其中，v 表示激光扰动场驱动的等离子体电子流体速度，m 表示电子静止质量。这里，E_w 和B_w 表示产生的（缓慢振荡的）电尾场和磁尾场。其中，$E_{tot} = E + E_w$ 和$B_{tot} = B + B_w$分别表示准静态场与快速振荡场之和。随着脉冲传播，有质动力将电子从激光强度较高的区域推开，从而在位移后的电子与静止离子之间产生电荷分离。这种电荷不平衡会产生纵向静电尾场 E_w ，并使其在激光脉冲后方传播。电子密度连续性方程n 为

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla.(nv) = 0 \quad (3)$$

对于线偏振激光脉冲，将式 (1) 代入式 (2)，横向电子抖动速度为

$$v_x = ca(r, \xi, \tau) sin(k_0 \xi) \quad (4)$$

其中，$a(r, \xi, \tau) = eE_{s0}(r, \xi, \tau)/mc\omega_0$ 表示种子激光脉冲的归一化矢势，共动坐标为 $\xi = z - v_g t$ ，其中 $\tau(\approx t)$，同时忽略流体变量对τ的直接依赖，其中v_g 为激光脉冲的群速度。该变换采用准静态近似（QSA）进行。缓慢变化的轴向速度分量 v_z 在轴向尾场与纵向有质动力的共同作用下演化。相应的运动方程为

$$v_g \frac{\partial v_z}{\partial \xi} = \frac{e}{m} E_{wz} + \frac{c^2}{4}\frac{\partial a^2}{\partial \xi} \quad (5)$$

如果电子流体初始时无涡，那么在整个相互作用过程中都将保持无涡 $[v \times (\nabla \times v - eB_{tot}/mc) = 0]$。其中 v_z 表示电场所诱导的二阶速度的纵向分量。将式（5）代入麦克斯韦方程组，纵向尾场方程变为

$$\frac{v_g}{c}\frac{\partial E_{wz}}{\partial \xi} = \frac{4\pi}{c}J_z - \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rB_{w\theta}) \tag{6}$$

其中 $J_z = -env_z$ 表示轴向电流密度；对于均匀等离子体，且 $B_{w\theta}$的变化可忽略时，式（6）简化为

$$\left[\frac{\partial^2 E_{wz}}{\partial \xi^2} + k_p^2 E_{wz}\right] = -\frac{mc^2 k_p^2}{4e}\frac{\partial a^2}{\partial \xi} \tag{7}$$

其中，k_p=ω_p/v_p表示等离子体波数，$v_p(\approx c)$表示等离子体振荡频率ω_p= $n_e e^2/m_e\epsilon_0$下等离子体波的相速度。方程（7）是一个受迫~~亥姆霍兹~~方程，右侧的源项表示由激光包络产生的有质动力。假设激光脉冲的归一化强度轮廓具有有限范围，仅在区域$0 \le \xi \le L$内非零。欠密均匀等离子体中轴向尾场的形成由驱动器的动力学决定；对于正弦激光脉冲轮廓，其可表示为$a^2 = a_r^2 \sin^2(\pi\xi/L)$。项$a_r^2 = a_0^2\exp(-2r^2/r_0^2)$表示包络的高斯横向轮廓。这里，$a_0$ 表示峰值归一化矢势，r_0 表示最小光斑尺寸，L 表示脉冲长度。正弦脉冲轮廓的导数可写为

$$\frac{\partial a^2}{\partial \xi} = a_r^2\frac{\pi}{L}\sin\left(\frac{2\pi\xi}{L}\right) \tag{8}$$

方程（8）描述了沿传播共动坐标 ξ 的包络空间分布，将其代入方程（7）后可得

$$\frac{\partial^2}{\partial \xi^2}E_{wz} + k_p^2 E_{wz} = -\frac{\epsilon k_p^2 \pi}{4L}\sin\left(\frac{2\pi\xi}{L}\right) \tag{9}$$

其中，$\epsilon = mc^2 a_r^2/e$ 作为能量相关振幅参数。利用满足下式的格林函数求解算子方程 $\mathrm{L} = \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + k_p^2$ [42]，即可得到方程（9）的通解

$$\mathcal{L}G(\xi - \xi') = \delta(\xi - \xi')$$

$$G(\xi - \xi') = \frac{\sin(k_p|\xi - \xi'|)}{k_p} \tag{10}$$

尾场的特解为

$$E_{wz}(\xi) = \int_0^L G(\xi - \xi')S(\xi')d\xi' \tag{11}$$

其中，对于脉冲后方的点（$\xi < 0$），$S(\xi') = -\frac{\epsilon k_p^2 \pi}{4L} \sin \left(\frac{2\pi\xi'}{L}\right)$，我们有 $|\xi - \xi'| = \xi - \xi'$。代入方程（11）可得

$$E_{wz}(\xi) = \frac{-\epsilon k_p^2 \pi}{4L} \frac{1}{k_p} \int_0^L \sin\left[k_p(\xi - \xi')\right] \sin\left(\frac{2\pi\xi'}{L}\right) d\xi' \tag{12}$$

采用格林函数形式，最终解为

$$E_{wz}(\xi) = \frac{\epsilon k_p f}{8} \left[\sin\left(k_p(L - \xi)\right) + \sin\left(k_p \xi\right)\right] \tag{13}$$

这里，因子 $f = \left(1 - \frac{k_p^2 L^2}{4\pi^2}\right)^{-1}$表示共振修正。当 $L \to \lambda_p$时，f 的分母趋于零，表明等离子体波发生共振激发，因此单脉冲激光尾场加速方案 [44, 45], 。式（13）描述了轴向种子尾场。取适当的极限并保留有限项，可得到峰值尾场振幅，这与线性尾场产生的既有表达式一致，即

$$E(\xi)_{wz,max} = -\frac{\epsilon \pi^2}{4\lambda_p} \cos\left(k_p \xi\right) \tag{14}$$

III. 尾随脉冲的尾场增强

后随激光脉冲与前导种子脉冲沿同一方向共传播，但位于其后方 Δz 处。后随脉冲的电场沿 x 轴线性极化，其表达式为

$$\boldsymbol{E_t}(r, \xi', \tau') = \hat{e}_x E_{0t}(r, \xi', \tau') cos k_0 \xi' \tag{15}$$

这里，$\xi' = z - \Delta z - v_g t$ 表示后随脉冲的共动坐标，v_g 表示群速度，Δz 表示后随脉冲滞后于种子脉冲的距离。后随脉冲的位置偏移了$\xi - \xi' = \Delta z$，这表明后随脉冲紧随种子脉冲，且二者具有相同的物理属性，包括频率、持续时间、强度和空间分布。后随脉冲在等离子体中传播时，既与前导种子脉冲产生的静电尾场相互作用，也与其自身产生的电磁场以及直接关联于后随脉冲的场相互作用。总电场和磁场分别表示为

$E'_{tot} = E_w + E_{tw}$ 和 $B'_{tot} = B_w + B_{tw}$。在这种场构型下，电子动力学受洛伦兹力支配，可写为

$$\frac{\partial v_t}{\partial t} = \frac{-e}{m}[E_w + E_{tw}] - \frac{1}{2}\nabla(v_{tx}^2) \tag{16}$$

其中，v_{tx} 对应于后随脉冲的振荡电场驱动的等离子体电子横向抖动速度。后随脉冲诱导的电子抖动速度为 $v_{tx} = eE_t(r,\xi',\tau')/m\omega_0$，其中 ω_0 为激光角频率。抖动运动以激光频率振荡，并产生有质动力，该力由式（16）中的梯度项 $\nabla(v_{tx}^2)$ 表示。利用 QSA，电子的慢轴向运动可表示为

$$v_g \frac{\partial v_{tz}}{\partial \xi'} = \frac{e}{m}(E_{wz} + E_{twz}) + \frac{1}{4}\frac{\partial(a_t^2 c^2)}{\partial \xi'} \tag{17}$$

这里，v_{tz} 表示慢纵向电子速度分量，E_{wz} 表示种子尾场，而 E_{twz} 表示后随脉冲产生尾场，$a_t(r,\xi',\tau') = eE_{0t}(r,\xi',\tau')/mc\omega_0$ 是后随脉冲的归一化振幅。对式（17）关于 ξ' 求导，并应用连续性方程和泊松方程，可得后随脉冲尾场的控制方程

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial \xi'^2} + k_p^2\right] E_{twz} = k_p^2 E_{wz} - \frac{mc^2 k_p^2}{4e}\frac{\partial a_t^2}{\partial \xi'} \tag{18}$$

这里，$k_p = \sqrt{n_0 e^2/m\epsilon_0 c^2}$ 表示等离子体波数，E_{twz} 表示后随脉冲的贡献，$k_p^2 E_{wz}$ 右侧的第一项将后随脉冲尾场与种子尾场耦合起来，第二项表示后随脉冲的直接驱动力，即式（18），它是总尾场与种子尾场之差所满足的亥姆霍兹方程。

$$\delta E = E_{twz} - E_{wz} \tag{19}$$

式（19）代入式（18），则

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial \xi'^2} + k_p^2\right] \delta E = \frac{-mc^2 k_p^2}{4e}\frac{\partial}{\partial \xi'}(a_t^2) \tag{20}$$

相应的对称格林函数 [43]

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial \xi'^2} + k_p^2\right] G(\xi' - s) = \delta(\xi' - s) \tag{21}$$

$$G(\xi' - s) = \frac{\sin[k_p|\xi' - s|]}{2k_p} \tag{22}$$

因此，尾场差为

$$\delta E(\xi') = \frac{-mc^2k_p^2}{4e}\int G(\xi' - s)\frac{\partial a_t^2}{\partial s}\mathrm{ds} \tag{23}$$

假设后随脉冲的包络长度为 L，中心位于 $\xi - \xi' = \Delta z$。

$$a_t^2(s) = \begin{cases} a_0^2, |s - \Delta z| < \frac{L}{2} \\ 0, \ Otherwise \end{cases} \tag{24}$$

$a_t^2(s) is$ 的导数

$$\frac{\partial a_t^2}{\partial s} = a_0^2[\delta\left(s - \Delta z - \frac{L}{2}\right) - \delta\left(s - \Delta z + \frac{L}{2}\right) \tag{25}$$

化简后将公式（25）代入公式（23）

$$\delta E(\xi') = -\frac{mc^2k_p^2}{4e}a_0^2\left[\mathrm{G}\left(\xi' - \Delta\mathrm{z} - \frac{\mathrm{L}}{2}\right) - G\left(\xi' - \Delta\mathrm{z} + \frac{\mathrm{L}}{2}\right)\right]$$

$$\delta E(\xi') = -\frac{mc^2k_p^2}{4e}\frac{a_0^2}{2k_p}[\sin(k_p\left[\xi' - \Delta z - \frac{L}{2}\right] - \sin(k_p\left[\xi' - \Delta z + \frac{L}{2}\right])]$$

$$\delta E(\xi') = -\frac{mc^2k_p}{8e}a_0^2[\sin(k_p\left[\xi' - \Delta z - \frac{L}{2}\right] - \sin(k_p\left[\xi' - \Delta z + \frac{L}{2}\right])] \tag{26}$$

$$\delta E(\xi') = \frac{-mc^2k_p}{8e}a_0^2\left(2\cos\left[k_p(\xi' - \Delta z)\right]\sin\left(\frac{k_pL}{2}\right)\right) \tag{27}$$

其中 $\epsilon = mc^2a_r^2/e$，位于脉冲（$\xi' < 0$）之后。如果后随脉冲使用 $\sin\left(k_pL/2\right) \approx k_pL/2$。后随脉冲取为正弦脉冲轮廓，表示为 $a_t^2 = a_r^2\sin^2\pi\xi'/L$，公式（21）变为

$$\delta E(\xi') = \frac{-\epsilon k_p}{4}\sin\left(\frac{k_pL}{2}\right)\cos[k_p(\xi' - \Delta z)] \tag{28}$$

代入公式（28）后，表达式可化简为

$$\delta E(\xi') = \frac{-\epsilon k_p}{4}\left(\frac{k_pL}{2}\right)\cos[k_p(\xi' - \Delta z)]$$

$$\delta E(\xi') = \frac{-\epsilon k_p^2L}{8}\cos\left[k_p(\xi' - \Delta z)\right] \tag{29}$$

令 $k_p = 2\pi/\lambda_p$，即为等离子体振荡的空间频率。

$$\delta E(\xi') = \frac{-\epsilon\pi^2 L}{2\lambda_p^2}\cos\left[k_p(\xi' - \Delta z)\right] \tag{30}$$

这是共振激发下的最大尾场振幅，令 $L = \lambda_p/2$（等离子体波长的一半）。

$$\delta E(\xi') = \frac{-\epsilon\pi^2}{2\lambda_p^2}\frac{\lambda_p}{2}\cos\left[k_p(\xi' - \Delta z)\right]$$

$$\delta E(\xi') = \frac{-\epsilon\pi^2}{4\lambda_p}\cos\left[k_p(\xi' - \Delta z)\right] \tag{31}$$

总尾场由种子尾场和后随脉冲的贡献构成。种子脉冲的尾场峰值振幅为 δE，将方程（14）和（31）中后随脉冲感生的尾场相加，并代入方程（32），则后随脉冲之后形成的最大尾场为

$$E_{twz} = E_{wz} + \delta E \tag{32}$$

$$E(\xi')_{twz,max} = \frac{-\epsilon\pi^2}{4\lambda_p}\cos\left[k_p(\xi' - \Delta z)\right] - \frac{\epsilon\pi^2}{4\lambda_p}\cos\left[\left(k_p\xi\right)\right]$$

$$E(\xi')_{twz,max} = -\frac{\epsilon\pi^2}{4\lambda_p}\left[\cos\left[k_p(\xi' - \Delta z)\right] + \cos\left(k_p\xi\right)\right] \tag{33}$$

后随脉冲产生的合成尾场以及两个脉冲之间的间距为 Δz。第二个后随激光脉冲通过直接驱动项及其与种子脉冲尾场的耦合作用，改变并增强等离子体尾场，从而实现等离子体波放大。

IV. 结果与讨论

最大横向尾场振幅，即纵向电场 E_z，通过解析表达式计算；并 使用 FBPIC 代码进行了准三维粒子模拟（PIC）。该代码采用柱坐标几何和移动窗口配置。在均匀等离子体中初始化了两个共传播高斯激光脉冲，即一个种子脉冲（第一个高斯脉冲）和一个后随脉冲（第二个高斯脉冲），以研究与激光等离子体放大相关的扰动电磁场的产生和演化。

计算域沿传播轴（z）延伸 90 μm，沿径向方向（r）延伸 25 μm，分别离散为 1200 和 100 个网格单元。相应的空间

分辨率为 Δz = 0.075 μm 和 Δr = 0.25 μm。在 z 和 r 方向上，每个单元每维包含两个宏粒子；在方位角（θ）方向上，每个单元包含四个宏粒子。移动窗口范围为 z = −10 μm 至 80 μm，而径向范围固定为 r = 25 μm。

沿r和z方向均采用开放边界条件，以抑制等离子体电子在模拟边界处产生人工反射。高斯驱动脉冲的脉冲持续时间为 10 fs 至 25 fs，与均匀等离子体相互作用，其等离子体波长约为 λp ≈ 15 μm。

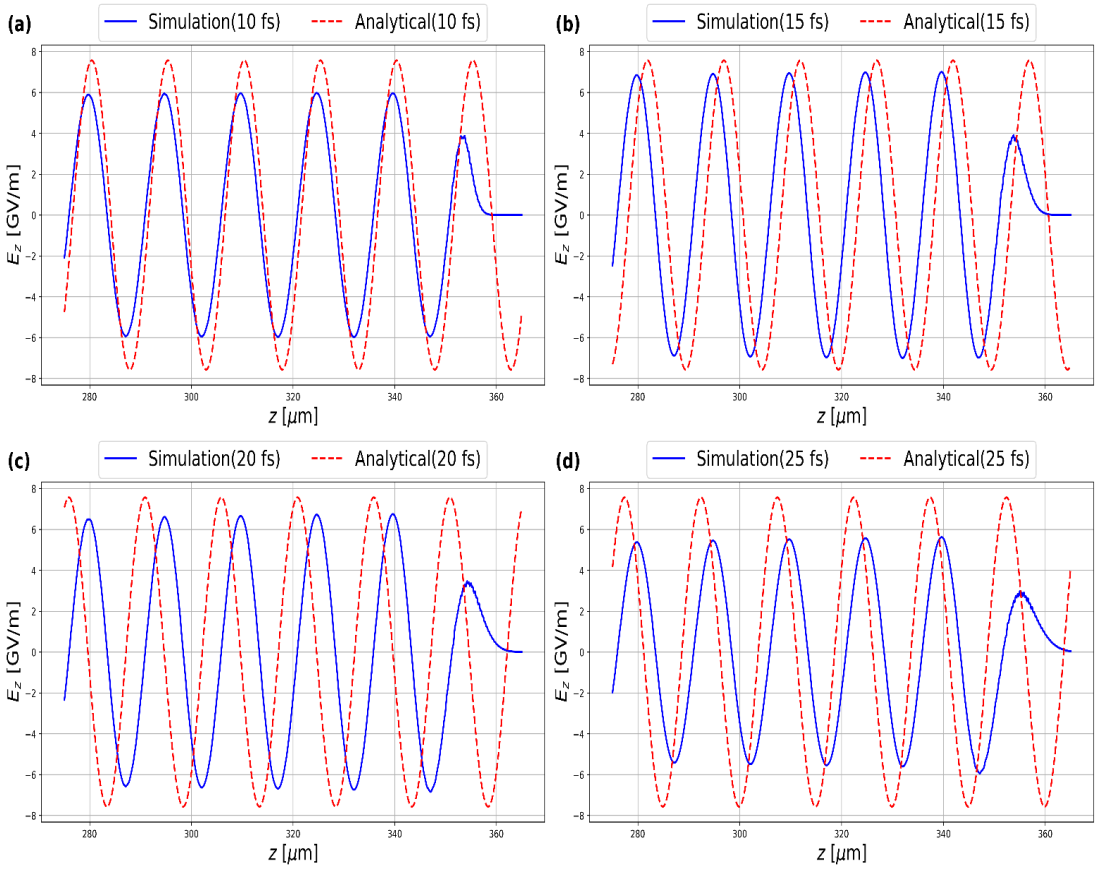

图 1. 解析结果与模拟结果的对比：二维线图展示了种子脉冲尾随传播产生的纵向尾场，时刻为 t = 9.51 × 10^{-13}s。种子脉冲参数为 $a_0 = 0.3$, r_0 =20 μm, $z_0 = 70$ μm, 等离子体密度为 $n_e = 4.958 \times 10^{24}\ m^{-3}$。不同脉冲持续时间下的结果：(a) $\tau = 10$ fs，(b) $\tau = 15$ fs，(c) $\tau = 20$ fs，以及 (d) $\tau = 25$ fs。

图1展示了解析结果与准三维 PIC 模拟结果在纵向电场 E_z 方面的比较，说明了欠密等离子体中由高斯脉冲（种子脉冲）驱动的激光尾场生成过程。种子脉冲激发了等离子体

振荡，种子脉冲参数为 $a_0 = 0.3$, $r_0 = 20\ \mu m$, $z_0 = 70\ \mu m$, , 等离子体密度为 $n_e = 4.958 \times 10^{24}\ m^{-3}$。图1(b)展示了最佳情况，对应的脉冲持续时间为 $\tau = 15$ fs。解析配置和模拟得到的最大尾场振幅分别为 7.43 GV/m 和 7.10 GV/m，表明在线性区内二者高度吻合。图1(a)-1(d)展示了不同脉冲持续时间下产生的尾场结果。

表I展示了在种子脉冲归一化矢势为 $a_0 = 0.3$ 时产生的激光尾场的解析结果与模拟结果的比较。

脉冲持续时间 (τ) fs	解析结果 (GV/m)	模拟 (GV/m)
10	7.42	6.00
15	7.43	7.10
20	7.45	6.81
25	7.46	5.65

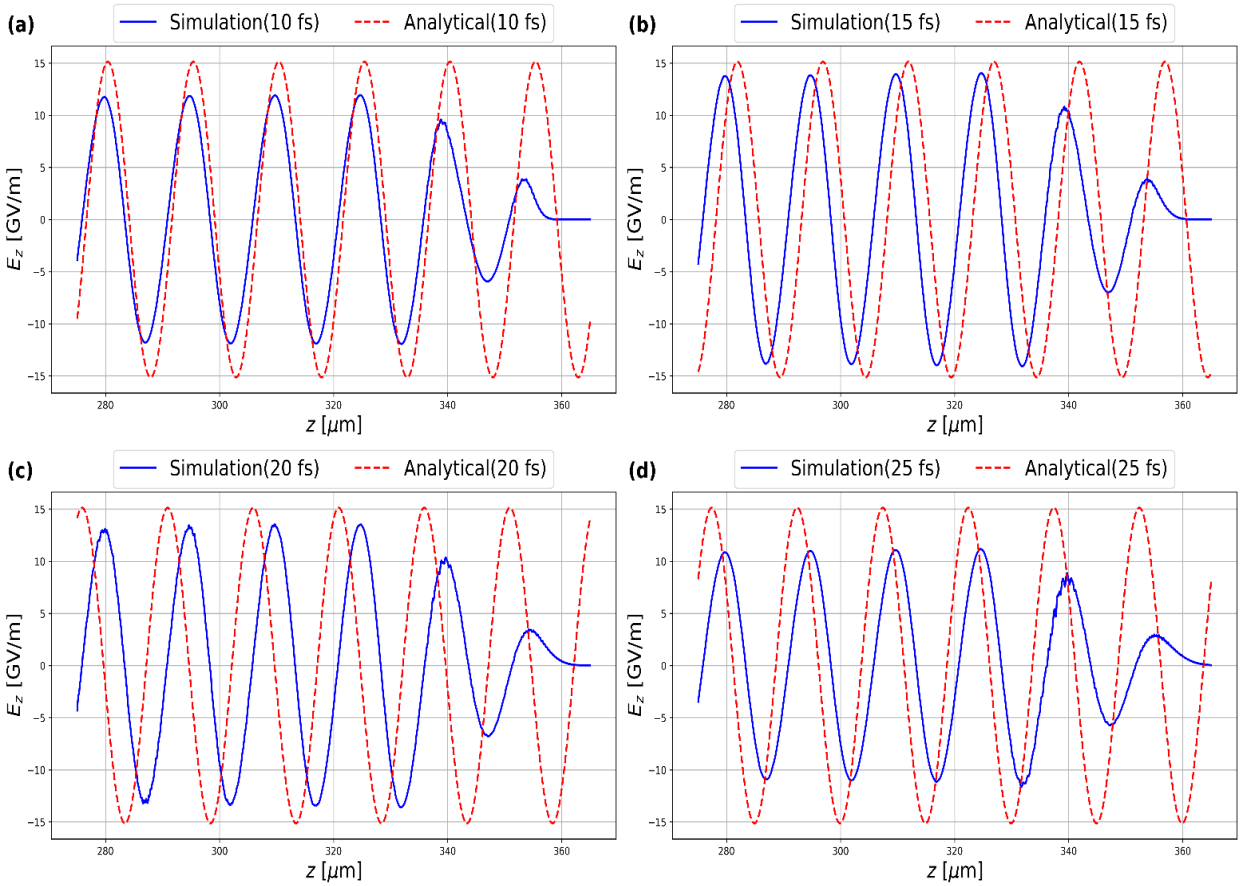

图 2。对比解析与模拟结果，展示了在时刻 $t = 9.51 \times 10^{-13}$s，后随脉冲在种子脉冲尾场中传播时产生的增强纵向尾场的二维线图。种子脉冲的参数为 $a_0 = 0.3$, $r_0 = 20\ \mu m$, $z_0 = 70\ \mu m$, 等离子体密度为 $n_e =$

$4.958 \times 10^{24}\ m^{-3}$。后随脉冲具有相同的参数，但中心位于$z_0 = 55\ \mu m$，脉冲持续时间各不相同：(a) $\tau = 10$ fs，(b) $\tau = 15$ fs，(c) $\tau = 20$ fs，以及 (d)$\tau = 25$ fs。

图 2 对比了纵向电场 E_z 的解析预测与准三维粒子模拟结果，展示了欠密等离子体中由两个共传播高斯激光脉冲驱动的尾场放大过程。种子脉冲激发等离子体振荡，而后随脉冲则在预形成等离子体波中增强尾场。种子脉冲参数为 $a_0 = 0。3$, $r_0 = 20\ \mu m$, $z_0 = 70\ \mu m$, 等离子体密度为 $n_e = 4。958 \times 10^{24}\ m^{-3}$。后随脉冲位于$z_0 = 55\ \mu m$，其参数保持不变，脉冲间距为 $\Delta z \approx 15\ \mu m$。对于图 2(b) 所示的最佳情况（对应脉冲持续时间为 $\tau = 15$ fs），解析配置与模拟得到的最大尾场振幅分别为 14.95 GV/m 和 14.25 GV/m，在整个线性区内吻合良好。

表 II. </style]展示了在 $a_0 = 0.3$ 处，后随脉冲归一化矢势的激光尾场放大解析结果与模拟结果的比较。

脉冲持续时间 (τ) fs	解析结果：后随脉冲放大 (GV/m)	模拟结果：后随脉冲放大 (GV/m)
10	14.93	12.06
15	14.95	14.25
20	14.96	13.63
25	14.98	11.30

不同脉冲持续时间下尾场放大的结果如图2(a)-2(d)所示。这一趋势表明，较短的脉冲持续时间由于与等离子体振荡周期更好地同步，更有效地共振驱动并放大等离子体波（$\lambda_p \approx 15\ \mu m$),解析结果与模拟振幅之间的小幅差异可归因于多维效应，例如横向衍射和有限光斑尺寸修正，这些因素无法通过一维解析公式完全描述。总体而言，结果证实，当后随脉冲在时间上与种子激光脉冲激发的等离子体波同步时，尾场放大效率较高，从而产生相长干涉，进而增强纵向场强。

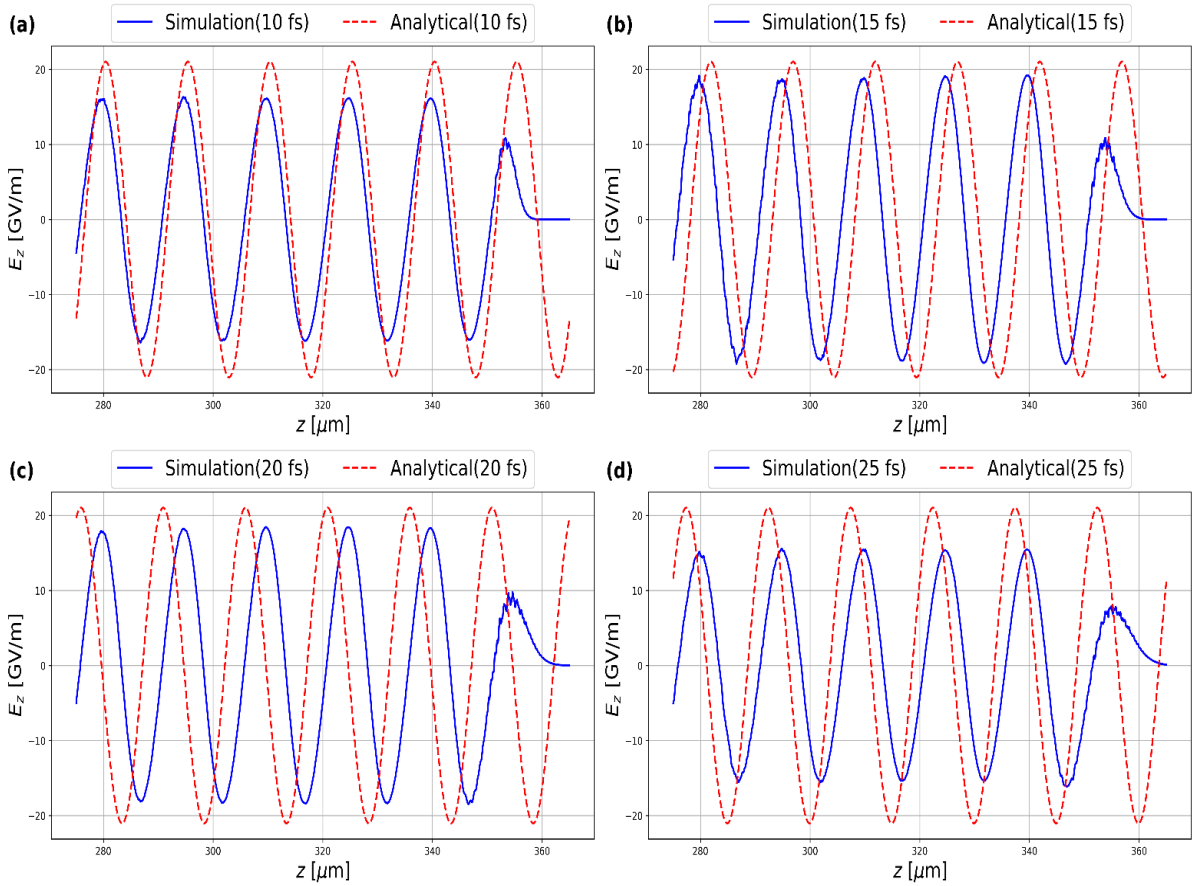

图 3. 解析结果与模拟结果的对比，展示了在 t = 9.51×10^{-13}s 时于种子脉冲尾流中传播所产生的增强纵向尾场的二维线图。种子脉冲参数为 $a_0 = 0.5$、 $r_0 = 20\ \mu m$、$z_0 = 70\ \mu m$ ，等离子体密度为 $n_e = 4.958 \times 10^{24}\ m^{-3}$。脉冲持续时间分别为：(a) $\tau =$ 10 fs、(b) $\tau = 15$ fs, (c) $\tau = 20$ fs 和 (d) $\tau = 25$ fs。

图3展示了针对E_z（纵向电场）的解析结果与准三维粒子模拟结果对比，说明了高斯激光脉冲（种子脉冲）在欠密等离子体中驱动的尾场增强过程。种子脉冲激发等离子体振荡，其参数为 $a_0 = 0.5$, r_0 =20 μm, $z_0 = 70\ \mu m$, 且等离子体密度为$n_e = 4.958 \times 10^{24}\ m^{-3}$。对于图1(b)所示的最佳情况，即脉冲持续时间为 $\tau = 15$ fs时，解析配置和模拟分别得到20.50 GV/m和19.30 GV/m的最大尾场振幅，表明在线性区内二者吻合良好。不同脉冲持续时间下尾场增强的结果如图3(a)-3(d)所示

表 III. 展示了在 $a_0 = 0.5$ 处由种子脉冲的归一化矢势产生的激光尾场的解析结果与模拟结果的比较。

脉冲持续时间 (τ) fs	解析 (GV/m)	模拟 (GV/m)
10	20.45	16.38
15	20.50	19.30
20	20.55	18.53
25	20.60	15.62

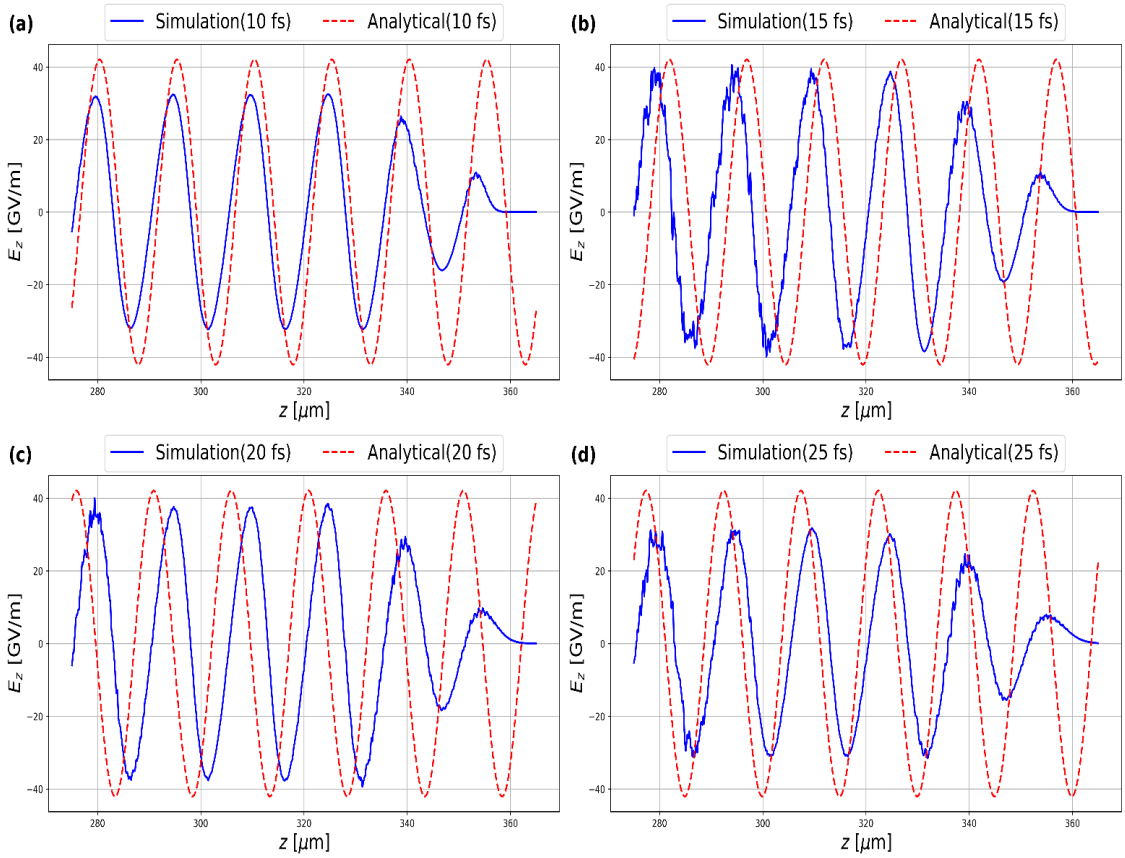

图 4。解析结果与模拟结果的比较，展示了在时刻 $t = 9.51 \times 10^{-13}$s，后随脉冲在种子脉冲尾场中传播所产生的增强纵向尾场的二维线图。种子脉冲的参数为 $a_0 = 0.5$，$r_0 = 20\ \mu m$，$z_0 = 70\ \mu m$，以及等离子体密度 $n_e = 4.958 \times 10^{24}\ m^{-3}$。后随脉冲具有相同的参数，但中心位于 $z_0 = 55\ \mu m$，脉冲持续时间分别为：(a) $\tau = 10$ fs、(b) $\tau = 15$ fs，(c) $\tau = 20$ fs 和 (d) $\tau = 25$ fs。

图 4 展示了在较高归一化矢势 $a_0 = 0.5$ 情况下，E_z 纵向电场的解析预测与准三维粒子模拟结果的详细对比。解析结果和模拟结果均表明，

当尾随高斯脉冲与种子脉冲的空间间隔为 $\Delta z = 15\ \mu$m 时，等离子体尾场显著增强。对于图4(b)所示的最佳配置，对应的脉冲持续时间为 $\tau = 15$ fs，尾场振幅最大值分别为 41.52 GV/m（解析结果）和 39.70 GV/m（模拟结果）。与前一种情况（$a_0 = 0.3$）相比，a_0 的增加增强了有质动力，从而产生幅度更高的等离子体密度扰动，进而形成更强的纵向场。

表IV. 展示了在 $a_0 = 0.5$ 时，后随脉冲归一化矢势对应的激光尾场放大的解析结果与模拟结果对比。

脉冲持续时间 (τ) fs	解析的后随脉冲放大 (GV/m)	模拟的后随脉冲放大 (GV/m)
10	41.46	32.80
15	41.52	39.70
20	41.57	38.60
25	41.60	32.00

对于 $a_0 = 0.3$ 和 $a_0 = 0.5$,，在所有情况下，解析计算和模拟结果均一致表明，引入后随激光脉冲使种子脉冲产生的尾场振幅几乎翻倍。这一放大幅度约为 100%，表明种子脉冲与后随脉冲之间的相长干涉显著增强了纵向电场。

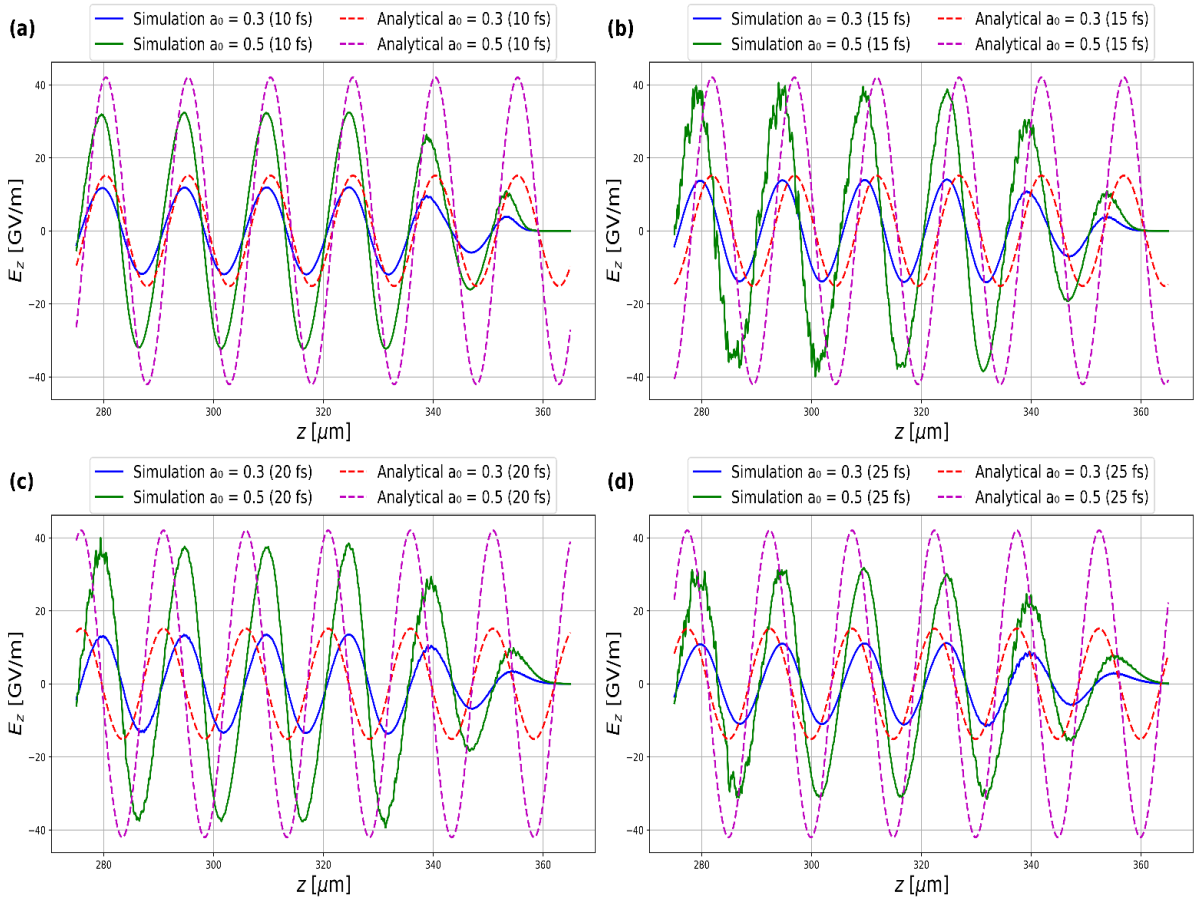

图 5。纵向电场的解析结果与模拟二维线图对比E_z，展示了在 $t = 9$处的激光尾场放大$51 \times 10^{-13}\, s$（对应第 3800 次迭代）。种子脉冲和后随高斯激光脉冲的参数相同，二者间隔为 $\Delta z \approx 15\ \mu m$。图中对比了种子脉冲和后随脉冲的不同归一化矢势下的解析结果与模拟结果：$a_0 = 0.3$ 和 $a_0 = 0.5$。高斯脉冲持续时间分别为：(a) τ =10 fs、(b) τ = 15 fs、(c) τ = 20 fs 和 (d) τ = 25 fs。

图 4(a)-4(d) 展示了 $a_0 = 0.5$ 时不同脉冲持续时间下的尾场放大结果。结果显示，随着脉冲持续时间增加，模拟得到的尾场振幅逐渐减小，这表明较短的脉冲更有利于共振驱动等离子体波。这是因为较短的脉冲持续时间与等离子体周期 $T_p = 2\pi/\omega_p$ 更匹配，从而维持种子脉冲和后随脉冲产生的电场之间的相长干涉。

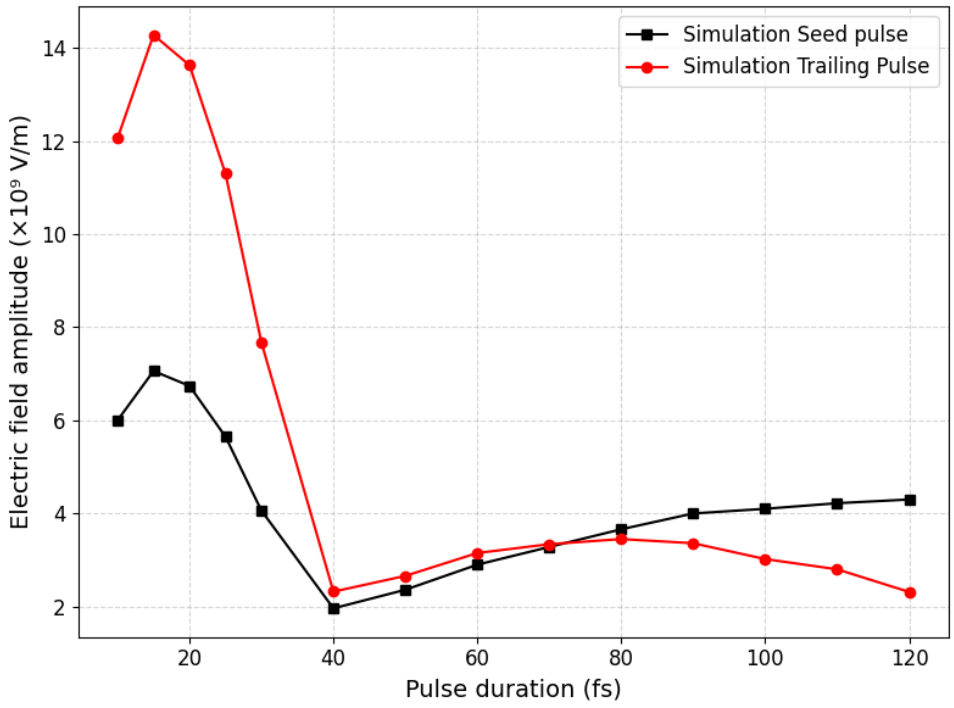

图 6.纵向电场的二维线图模拟E_z 展示了在 $t = 9.51 \times 10^{-13}$s 时的激光尾场放大（对应第 3800 次迭代）。高斯激光脉冲的持续时间在 10 fs 至 120 fs 之间变化。种子脉冲的参数为$a_0 = 0.3$、 $r_0 = 20$ μm、$z_0 = 70$ μm 和 $n_e = 4.958 \times 10^{24}\mathrm{m}^{-3}$，后随脉冲的参数与之相同，中心位于 $z_0 = 40$ μm。

种子激光脉冲和后随激光脉冲的配置使得两脉冲同相，且空间间距约等于等离子体波长 $\lambda_p \approx 15\ \mu$m（图 5）。因此，后随脉冲激发的尾场与种子脉冲产生的尾场相干叠加，从而产生相长干涉，并显著增大总等离子体尾场振幅。这种相干叠加强化了等离子体振荡，并促进能量从激光场向等离子体波高效传递。当脉冲间距满足 $L \leq \lambda_p$ 时，两个脉冲产生的尾场彼此增强，从而实现最佳的激光尾场放大。在保持参数相同且间距为 $\Delta z \approx \lambda_p$ 的情况下，改变种子脉冲和后随脉冲的持续时间不会破坏相长干涉条件，因此能够维持高效的尾场放大。

图 6 展示了间隔为 $\Delta z \approx 2\lambda_p$ 的两个共传播激光脉冲之间的相位关系，其中 λ_p 是等离子体波长。等离子体振荡周期 T_p 表示

电子在等离子体的回复电场中完成一次完整振荡所需的时间，定义为 $T_p = \frac{2\pi}{\omega_p}$，其中 $\omega_p = \sqrt{\frac{n_e e^2}{\epsilon_0 m_e}}$。对于本研究所用的等离子体参数，$T_p \approx \overline{50}$ fs。等离子体振荡的相位主要取决于等离子体频率 ω_p，而非脉冲持续时间 τ，这确保后随脉冲相对于种子脉冲始终在相同的振荡相位到达。

在当前模拟条件下，激光脉冲长度选为 $L \approx \lambda_p/2$，对应于半个等离子体波长。该配置满足实现最大尾场激发的共振判据，其中 $\tau \approx T_p/2$。因此，$\tau \approx \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2\pi}{\omega_p}} \leq \frac{\pi}{\omega_p} \approx 25$ 飞秒。此条件代表最优的共振状态，在该状态下，种子脉冲和后随脉冲之间的相长干涉使尾场振幅达到最大。在此范围内（10 飞秒 $\leq \tau \leq 25$ 飞秒），等离子体振荡保持相干，从而显著放大尾场。

当脉冲持续时间增加到超过 $\tau > 50$ 飞秒时，激光包络与等离子体振荡之间会出现相位失配，导致尾场与驱动场不同相。在这种情况下，能量传递效率会降低，尾场振幅也会减小。此外，当脉冲长度满足 $L \approx (2n+1)\frac{\lambda_p}{2}$ 时，连续振荡产生的尾场贡献会发生相消干涉 [1,46]。例如，在 80飞秒脉冲的情况下（对应的空间长度为 ≈ 24 μ 米），可以观察到这种相消干涉，此时尾场振幅显著降低。因此，激光脉冲与等离子体振荡之间的相位匹配条件对于实现最佳尾场放大并维持相干的等离子体波激发至关重要。

V. 总结与结论

本研究通过解析和模拟研究，探讨了均匀等离子体中由两个共传播高斯激光脉冲驱动的激光尾场放大。利用准静态近似，推导出纵向尾场的受迫亥姆霍兹方程，并通过格林函数法求解，结果表明尾场振幅强烈依赖于脉冲间距和归一化矢势 a_0。解析计算和准三维 PIC 模拟表明，当脉冲间距约等于等离子体波长（$\Delta z \approx \lambda_p$）时，种子脉冲和后随脉冲产生的尾场相干叠加，从而产生相长干涉并增强等离子体振荡。

在共振条件 $\tau \approx T_p/2 = \pi/\omega_p \approx 25$ fs 下，放大效果达到最大，对应于半个等离子体振荡周期。对于更长的脉冲（$\tau > 50$ fs），相位失配会导致尾场振幅减小，并最终产生相消干涉。

模拟结果验证了解析趋势，且显示纵向场振幅最大值分别为 14.95 GV/m 和 14.25 GV/m（对应 $a_0 = 0.3$），以及 41.52 GV/m 和 39.70 GV/m（对应 $a_0 = 0.5$），与预期的 a_0^2 标度关系一致。增强的纵向场有效地俘获了注入的低能电子，使其位于后随脉冲之后，随后可将其加速至高于单脉冲情形的能量。总之，两种共传播高斯激光方案通过相干叠加和相位匹配，提供了一种高效且可控的途径来增强等离子体尾场。结果表明，保持 $\Delta z \approx \lambda_p$ 和 $\tau \approx T_p/2$ 可实现最优尾场激发与能量传递，为下一代激光等离子体加速器提供了一个前景广阔的框架。

数据可用性 声明

支持本研究结论的数据可在论文正文中获取。重现所报告分析所需的所有数值结果、解析推导和模拟参数均已在本文的相应章节和图表中给出。

参考文献

1. T. Tajima 和 J. M. Dawson，“激光电子加速器”，《物理评论快报》，**43**，267（1979）。2. P. Chen、J. M. Dawson、R. W. Huff 和 T. Katsouleas，“团簇电子束与等离子体相互作用产生的电子加速”，《物理评论快报》，**54**，693（1985）。3. E. Esarey、C. B. Schroeder 和 W. P. Leemans，“激光驱动等离子体电子加速器的物理学”，《现代物理评论》，**81**，1229（2009）。4. W. P. Leemans 等，“厘米级加速器产生的 GeV 电子束”，《自然·物理》，**2**，696（2006）。5. C. G. R. Geddes 等，“利用等离子体通道引导的激光尾场加速器产生高品质电子束”，《自然》，**431**，538（2004）。6. S. P. D. Mangles 等，“强激光–等离子体相互作用产生的单能相对论电子束”，《自然》，**431**，535（2004）。7. J. Faure 等，“产生单能电子束的激光等离子体加速器”，《自然》，**431**，541（2004）。

8. D. H. Froula 等，“高强度下激光–等离子体相互作用与电子加速的测量”，Phys. Plasmas，16，056305，（2009）。9. F. Brunetti 等，“激光等离子体加速器产生的低发射度、高品质电子束团”，《物理评论快报》，105，215007，（2010）。10. S. Cipiccia 等，“激光等离子体加速器中谐波调制电子束团产生的伽马射线”，《自然·物理》，7，867，（2011）。11. A. Pukhov 和 J. Meyer-ter-Vehn，“激光尾场加速：高度非线性的破碎波区”，Appl. Phys. B，74，355（2002）。12. A. Pukhov，“激光–等离子体相互作用中的三维现象”，Rep. Prog. Phys.，66，47，（2003）。13. S. M. Hooker，“激光驱动等离子体加速器的发展”，Nat. Photon.，7，775，（2013）。14. V. Malka，“激光等离子体加速器”，Phys. Plasmas，19，055501，（2012）。15. R. A. Fonseca 等，“使用 OSIRIS 对激光尾场加速进行三维模拟”，Phys. Plasmas，10，1979，（2003）。16. J. B. Rosenzweig、B. Breizman、T. Katsouleas 和 J. J. Su，“二维非线性等离子体尾场中的电子加速与聚焦”，Phys. Rev. A，44，R6189，（1991）。17. J. B. Rosenzweig 等，“等离子体尾场加速的实验观测”，《物理评论快报》，61，98，（1988）。18. M. Litos 等，“在等离子体尾场加速器中高效加速电子束”，《自然》，515，92（2014）。19. C. Joshi 和 T. Katsouleas，“能量前沿与桌面级等离子体加速器”，Phys. Today，56，6，47，（2003）。20. E. Esarey、P. Sprangle、J. Krall 和 A. Ting，“等离子体加速器概念综述”，IEEE Trans. Plasma Sci.，24，252（1996）。21. D. Umstadter、J. K. Kim 和 E. Dodd，“将超短电子脉冲注入尾场等离子体波”，《物理评论快报》，76，2073（1996）。22. I. Blumenfeld 等，“在米级等离子体尾场加速器中使 42 GeV 电子能量翻倍”，《自然》，445，741，（2007）。23. M. Tzoufras 等，“等离子体加速非线性区中的束流负载”，《物理评论快报》，101，145002，（2008）。24. A. R. Maier 等，“激光等离子体驱动自由电子激光的演示方案”，Phys. Rev. X，2，031019，（2012）。

25. A. Modena 等，《利用激光产生的等离子体波进行电子加速》，《自然》，377，606，（1995）。26. C. E. Clayton 等，《利用毛细管放电波导实现电子自引导激光尾场加速至 100 MeV》，《物理评论快报》，88，154801，（2002）。27. B. E. Blue 等，《等离子体尾场中高梯度加速的观测》，《物理评论快报》，90，214801，（2003）。28. M. J. Hogan 等，《等离子体尾场加速器中的多 GeV 能量增益》，《物理评论快报》，90，205002，（2003）。29. J. Faure、C. Rechatin、A. Norlin、A. Lifschitz、Y. Glinec 和 V. Malka，《利用碰撞激光脉冲在等离子体尾场中受控注入并加速电子》，《自然》，444，737，（2006）。30. I. Kostyukov、A. Pukhov 和 S. Kiselev，《泡沫态中激光–等离子体相互作用的唯象理论》，《等离子体物理》，11，5256，（2004）。31. S. Gordienko 和 A. Pukhov，《超相对论激光等离子体的相似性与最佳加速机制》，《等离子体物理》，12，043109，（2005）。32. C. B. Schroeder、E. Esarey 和 W. P. Leemans，《激光等离子体直线对撞机的物理考量》，《物理评论：加速器与束流》，13，101301，（2010）。33. S. P. D. Mangles、A. G. R. Thomas 和 Z. Najmudin，《电子的激光–等离子体加速》，《现代物理评论》，81，1229，（2009）。34. B. B. Godfrey 和 J.-L. Vay，《激光等离子体加速器产生高品质电子束的数值建模与优化》，《计算物理学杂志》，228，2189，（2009）。35. P. Sprangle、E. Esarey 和 A. Ting，《强激光–等离子体相互作用的非线性理论》，《物理评论快报》，64，2011，（1990）。36. S. Bulanov、N. Naumova、F. Pegoraro 和 J. Sakai，《非线性尾波破裂导致粒子注入波加速相位》，《物理评论E》，58，R5257，（1998）。37. T. Katsouleas，《等离子体尾场加速器中的物理机制》，《物理评论A》，33，2056，（1986）。38. K. V. Lotov，《束流驱动等离子体尾场及其稳定性的模拟研究》，《等离子体物理》，5，785，（1998）。39. V. Malka、J. Faure、Y. A. Gauduel、E. Lefebvre、A. Rousse 和 K. T. Phuoc，《紧凑型激光–等离子体加速器的原理与应用》，《自然·物理》，4，447，（2008）。40. R. Lehe、M. Kirchen、I. A. Andriyash、B. B. Godfrey 和 J.-L. Vay，《一种谱方法、准柱对称且无色散的粒子模拟算法》，《计算物理通信》，203，66，（2016）。

41. E. Esarey 和 P. Sprangle, 《强激光脉冲的有质动力加速与自聚焦》, 《物理评论*E*》, **59**, 1082, (1999). 42. R. Haberman, 《傅里叶级数与边值问题及其应用偏微分方程》, 第 5 版。美国马萨诸塞州波士顿：培生, （2013）。43. E. Esarey、C. B. Schroeder 和 W. P. Leemans, 《激光驱动等离子体电子加速器的物理》, 《现代物理评论》, **81**, 1229, (2009). 44. G. Raj、A. K. Upadhyaya、R. K. Mishra 和 P. Jha, 《等离子体中由两个共传播激光脉冲产生的增强尾场所实现的电子加速》, 《物理评论：加速器与束流》, **11**, 071301, (2008). 45. P. Jha、P. Kumar、A. K. Upadhyaya 和 G. Raj, 《等离子体中的双脉冲激光尾场电子加速》, 《物理评论：加速器与束流》, **8**, 071301, (2005). 46. S. M. Hooker 等, 《多脉冲激光尾场加速：实现高效、高重复频率等离子体加速器和高通量辐射源的新途径》, 《新物理学杂志》, **17**, 083019, (2015).