部分电离的太阳色球层中通过体黏度产生的声波吸收理论

Albert M. Varonov* 和 Todor M. Mishonov†
Georgi Nadjakov Institute of Solid State Physics, Bulgarian Academy of Sciences, 72 Tzarigradsko Chaussee Blvd., BG-1784 Sofia, Bulgaria(日期：2026年1月1日)

氢氦混合物的体黏度和热力学变量：利用太阳大气的温度和密度高度剖面，求得内能、焓、压力及其导数，以及定密度和定压力下的热容 [Avrett & Loeser, ApJS Vol. 175, 229 (2008)]。定性评估得出，加热太阳色球层所需的声波能通量为 320 kW/m^2。研究认为，体黏度是声波阻尼的主要机制；没有必要引入人工黏度，也无需断定剪切黏度不足以加热色球层，因为体积黏度引起的波吸收已足够。

arXiv:2601.00362v1 [astro-ph.SR] 1 Jan 2026

I. 引言

人们很少或几乎没有关注体黏度或体积黏度对太阳大气物理过程的影响。在外部区域，即太阳日冕中，极高的温度会导致氢完全电离，因而体黏度为零，对此缺乏关注是合理的；然而在向内直至过渡区的区域，即太阳色球层中，部分电离的低温等离子体的体黏度比剪切黏度大几个数量级。因此，声波（声学波）的吸收远大于磁流体横波（慢磁声波和阿尔芬波）的吸收，所以声波中的更多能量会沉积在太阳色球层的部分电离等离子体中。

太阳色球层中的声波传播、吸收及其导致的加热是一个受到广泛研究的课题 [1–8]。然而，迄今为止，太阳色球层中声波吸收的主要机制，即通过体黏度或体积黏度吸收声波 ζ，几乎未受关注。例如，文献 [9] 中对太阳日冕进行的数值模拟纳入了体黏度，但将其设为剪切黏度的 2/3。另一种磁流体动力学代码也纳入了体黏度，并将其视为人工黏度 [10]。对于单原子气体 $\zeta = 0$ [11, , 参见第 1 章第 8 节“气体中的黏度”，公式 (8.17)]；但对于发生电离-复合过程的部分电离太阳色球层等离子体，体黏度是声波吸收的主导机制 [12, , 见图 1]。不久前，已有研究在局部热力学平衡（LTE）近似下，对纯氢等离子体中由电离-复合过程导致的体黏度开展了从头算研究 [13]；最近，这项研究又扩展为针对冷等离子体的一般性研究，其温度远低于构成元素的电离势{素的温度 [14]。如今，从理论上研究宁静太阳色球层中声波的传播和吸收所需的所有要素都已具备；这是开展此类研究的第一步，因为宁静太阳大气在极好的近似下处于局部热力学平衡 [15]。

当代对观测声学通量的模拟结果表明，后者很可能不足以加热宁静太阳色球层 [5, 16, 17]。人们普遍认为，需要另一种机制来加热太阳色球层；而本文表明，并不需要新的机制，只需将通过体黏度产生的声吸收考虑在内即可。恰恰在这一区域，等离子体温度较低，因此剪切黏度 $\eta \propto T^{5/2}$ [11, Eq. (42.10)] 和热导率 $\varkappa \propto T^{5/2}$ [11, Eq. (43.9)] 都相应地较小，质子温度和电子温度近似相等。

A. 简要历史量子

我们简要重述本研究的主要思想。Hannes Alfv´en 是最早提出波（以及磁流体力学 MHD 波）能够加热太阳大气的人之一 [18, 19]；因此，任何参考文献列表都不完整。太阳等离子体是一种弱磁化流体，而流体中能够传播的是什么：波。波如何加热流体：通过动力学系数，在一阶近似下描述局部热力学平衡中的熵产生。流体可以具有多少种耗散系数：实际上并不多：热 $\varkappa$ 和欧姆 σ_Ω 电导率、剪切 η 和体 ζ 黏度。许多研究色球层声加热的作者得出结论，η 还不够，甚至在某些情况下引入了一些特设的人工黏度。本研究旨在说明，所有这些研究的方向都是正确的，几乎完全正确，只需将体黏度纳入考量即可。对于氢原子而言，一切都很简单：解析能谱，以及电子碰撞导致的近阈值电离截面。纳入截面 ´和 [18, 19]第 18 章，第 147 节 反应阈值附近截面的行为 $\varkappa$，以计算气体中的动力学系数，是统计物理学中的常规工作；而对于纯氢等离子体，甚至对于冷等离子体混合物，这也已经是一个解决了的问题。我们以此为基础，建立声波导致色球加热的理论。

*电子邮箱：varonov@issp.bas.bg
†电子邮箱：mishonov@gmail.com

截面 [20]和 [21, 的计算，第 18 章，第 147 节 反应阈值附近截面的行为]是气体动力学系数计算中的一项常规任务，统计物理学中早已对纯氢等离子体，甚至冷等离子体混合物解决了这一问题；我们以此作为声波引起色球加热理论的基础。

II. 回顾声波的流体动力学

A. 声波的能量和动量 ve

首先，分析速度的 x 分量对应的纵向声波的传播

$$v(t,x) = v_0 \cos(k'x - \omega t), \quad \omega = ck', \quad \langle v^2 \rangle = \frac{1}{2} v_0^2, \tag{1}$$

其中 c 是声速。平均能量密度[22,式（65.3）]

$$E = \rho \langle v^2 \rangle, \tag{2}$$

以及沿 x 方向的能流密度 $q = q_x$

$$q = cE = \Pi. \tag{3}$$

该能流密度等于沿 x 方向的动量通量的 x 分量 $\Pi = \Pi_{xx}$。

在短波长（WKB）近似下，即对于弱 $k'' \ll k'$ 阻尼率 $v_0 \propto \mathrm{e}^{-k''x}$ 且近似均匀的流体 $\rho \approx$，波阻尼会在 x方向上产生力，其体积密度为

$$f = -\mathrm{d}_x \Pi(x) = 2k''q = Q_\zeta, \qquad \mathrm{d}_x = \mathrm{d}/\mathrm{d}x, \tag{4}$$

见 [22, 式（7.1）]。同时，该力密度等于波阻尼产生的加热功率的体积密度 Q_ζ。空间阻尼率 [22, 式（79.6）]

$$k''(\omega) = \frac{\omega^2}{2\rho c^3} \left[\left(\frac{4}{3}\eta + \zeta'(\omega) \right) + \left(\frac{1}{\mathcal{C}_v} - \frac{1}{\mathcal{C}_p} \right) \varkappa \right] \tag{5}$$

取决于剪切 η 和与频率有关的体黏度 ζ'（ω）、热导率，以及定容 $\mathcal{C}_v$ 和定压 $\mathcal{C}_p$下的单位质量热容。

我们考虑沿垂直x方向传播的声波；对于压力的静态梯度，有流体静力学方程

$$\mathrm{d}_x p = f - g\rho, \tag{6}$$

其中 g 是加速度。

同时，能量守恒给出

$$\mathrm{d}_x \left(\frac{1}{2}U^2 + w + gx \right) = \frac{Q_\zeta - Q_r}{j}, \tag{7}$$

其中， Q_r 是辐射冷却的体积密度，U 是色球层中太阳风的速度，其值非常小，而

$$j = \rho U = \mathrm{const} \tag{8}$$

是太阳风的质量通量。对于可忽略不计的耗散，括号中的表达式对应于伯努利定理 [22, 式（5.4）]。在太阳色球层的条件下，括号中的单位质量焓 w 占主导，而单位质量的势能和动能可以忽略。

通过假设与热导率 $q_\varkappa = -\varkappa \mathrm{d}_x T$ 相关的能量通量可以忽略不计，我们得到一个近似方程组

$$\begin{pmatrix} \mathrm{d}_x w \\ \mathrm{d}_x p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g(x) \\ f(x) \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} (2k''q - Q_r)/j \\ 2k''q - g\rho \end{pmatrix}. \tag{9}$$

在下一小节中，我们将回顾冷双组分等离子体的热力学和动力学结果。

B. 冷氢氦等离子体的热力学和动力学系数

我们将太阳色球层近似为冷的氢氦等离子体混合物。设 n_ρ 为氢原子的体积密度。对于每个氢原子，约有 $a_{\mathrm{He}} \approx 0.1$ 个氦原子。质量密度可表示为

$$\rho = M^* n_\rho, \qquad M^* = M + \bar{a}_{\mathrm{He}} M_{\mathrm{He}}, \tag{10}$$

其中， M 为质子质量， $M_{\mathrm{He}} \approx 4M$ 为α粒子的质量。

温度为 T 量级的1 2eV，远低于氢电离能1里德伯，即 $I =$R $= 13.6$ eV。在这些条件下，氢处于部分电离状态，其电离度为

$$\alpha = n_p/n_\rho, \qquad n_\rho = n_p + n_0, \tag{11}$$

其中， n_p 是质子的体积密度， n_0 是中性氢原子的密度。氦电离可以忽略不计 $\alpha_{\mathrm{He}} \approx 0$ ，实际上所有电子都是由氢电离产生的 $n_e \approx n_p$。单位体积内的粒子总数为

$$n_{\mathrm{tot}} = (n_0 + n_p) + n_e + n_{\mathrm{He}} = \mathcal{N}_{\mathrm{tot}} n_\rho, \tag{12}$$

$$\mathcal{N}_{\mathrm{tot}} = 1 + \alpha + a_{\mathrm{He}} \qquad n_e = n_p = n_\rho \alpha. \tag{13}$$

在理想气体近似下，压力为

$$p = n_{\mathrm{tot}} T = \mathcal{N}_{\mathrm{tot}} n_\rho T = (1 + \alpha + a_{\mathrm{He}}) n_\rho T. \tag{14}$$

对于氢电离，萨哈方程的解为

$$\alpha(\rho,T)=f(\nu)\equiv\frac{2}{1+\sqrt{1+4\nu}}, \tag{15}$$

$$\nu\equiv\frac{n_\rho}{n_{\rm S}}=\frac{1-\alpha}{\alpha^2},\qquad\frac{1}{\sqrt{1+4\nu}}=\frac{\alpha}{2-\alpha} \tag{16}$$

$$n_{\rm S}(T)\equiv n_q{\rm e}^{-\iota},\quad n_q(T)=\left(\frac{mT}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2},\quad \iota\equiv\frac{I}{T}, \tag{17}$$

其中 m 是电子质量，且 $n_\rho=\rho/M^*$,

对于单位质量的焓 w 和内能 ε，根据 [15, 23, 式（11–12）和式（6）可得]

$$w(\rho,T)=\frac{1}{M^*}\left(c_p\mathcal{N}_{\rm tot}T+I\alpha\right),\qquad c_p=\frac{5}{2}, \tag{18}$$

$$\varepsilon(\rho,T)=\frac{1}{M^*}\left(c_v\mathcal{N}_{\rm tot}T+I\alpha\right),\qquad c_v=\frac{3}{2}. \tag{19}$$

对于导数，我们有

$$\begin{aligned}f'(\nu)=\mathrm{d}_\nu f(\nu)&=-\frac{4}{\left(1+\sqrt{1+4\nu}\right)^2\sqrt{1+4\nu}}\\&=\frac{-f^2(\nu)}{\sqrt{1+4\nu}}=\frac{-f^3}{2-f}=-\frac{\alpha^3}{2-\alpha}=\frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}\nu},\end{aligned} \tag{20}$$

$$\nu f'(\nu)=-\frac{(1-\alpha)\alpha}{2-\alpha}=-\mathcal{D},\qquad\mathcal{D}\equiv\frac{(1-\alpha)\alpha}{2-\alpha}, \tag{21}$$

$$\begin{aligned}\left(\frac{\partial\alpha}{\partial T}\right)_\rho&=-\frac{(c_v+\iota)}{T}\nu f'(\nu)=\frac{(c_v+\iota)}{T}\frac{(1-\alpha)\alpha}{2-\alpha}\\&=\frac{(c_v+\iota)}{T}\mathcal{D},\end{aligned} \tag{22}$$

$$\begin{aligned}\left(\frac{\partial\alpha}{\partial\rho}\right)_T&=\nu f'(\nu)/(M^*n_{\rm S})=-\frac{1}{M^*n_{\rm S}}\frac{(1-\alpha)\alpha}{2-\alpha}\\&=-\frac{1}{M^*n_{\rm S}}\mathcal{D}.\end{aligned} \tag{23}$$

由此可得热容的显式表达式

$$\begin{aligned}\mathcal{C}_v\equiv\left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial T}\right)_\rho&=\frac{1}{M^*}\left[c_v\mathcal{N}_{\rm tot}+(c_v+\iota)^2\mathcal{D}\right]\\&=\frac{1}{M^*}\left[c_v(1+\alpha+\overline{a}_{\rm He})+(c_v+\iota)^2\frac{(1-\alpha)\alpha}{2-\alpha}\right].\end{aligned} \tag{24}$$

对于压力的导数，方程（14）给出

$$\begin{aligned}\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_\rho&=\left[\mathcal{N}_{\rm tot}+(c_v+\iota)\mathcal{D}\right]n_\rho\\&=\left[(1+\alpha+\overline{a}_{\rm He})+(c_v+\iota)\frac{(1-\alpha)\alpha}{2-\alpha}\right]n_\rho,\end{aligned} \tag{25}$$

$$\begin{aligned}\left(\frac{\partial p}{\partial\rho}\right)_T&=\frac{T}{M^*}\left[\mathcal{N}_{\rm tot}-\mathcal{D}\right]\\&=\frac{T}{M^*}\left[(1+\alpha+\overline{a}_{\rm He})-\frac{(1-\alpha)\alpha}{2-\alpha}\right].\end{aligned} \tag{26}$$

单位质量的定容热容 $\mathcal{C}_v$可以通过一般公式 [24, 方程（16.10）]求得，其中体积是单位质量的体积 $\mathcal{V}=1/\rho$

$$\begin{aligned}\Delta\mathcal{C}\equiv\mathcal{C}_p-\mathcal{C}_v&=-T\frac{(\partial p/\partial T)^2_{\mathcal{V}}}{(\partial p/\partial\mathcal{V})_T}=\frac{T}{\rho^2}\frac{(\partial p/\partial T)^2_\rho}{(\partial p/\partial\rho)_T}\\&=\frac{\left[\mathcal{N}_{\rm tot}+(c_v+\iota)\mathcal{D}\right]^2}{M^*\left[\mathcal{N}_{\rm tot}-\mathcal{D}\right]}\end{aligned} \tag{27}$$

$$=\frac{\left[(1+\alpha+\overline{a}_{\rm He})+(c_v+\iota)\frac{(1-\alpha)\alpha}{2-\alpha}\right]^2}{M^*\left[(1+\alpha+\overline{a}_{\rm He})-\frac{(1-\alpha)\alpha}{2-\alpha}\right]}, \tag{28}$$

and

$$\mathcal{C}_p=\frac{\left[c_v\mathcal{N}_{\rm tot}+(c_v+\iota)^2\mathcal{D}\right]}{M^*}+\frac{\left[\mathcal{N}_{\rm tot}+(c_v+\iota)\mathcal{D}\right]^2}{M^*\left[\mathcal{N}_{\rm tot}-\mathcal{D}\right]} \tag{29}$$

$$=\frac{\left[c_p\mathcal{N}_{\rm tot}+(c_vc_p+2c_p\iota+\iota^2)\mathcal{D}\right]\mathcal{N}_{\rm tot}}{(\mathcal{N}_{\rm tot}-\mathcal{D})M^*} \tag{30}$$

$$=\frac{1}{M^*}\left[c_v(1+\alpha+\overline{a}_{\rm He})+(c_v+\iota)^2\frac{(1-\alpha)\alpha}{2-\alpha}\right]+\frac{\left[(1+\alpha+a_{\rm He})+(c_v+\iota)\frac{(1-\alpha)\alpha}{2-\alpha}\right]^2}{M^*\left[(1+\alpha+a_{\rm He})-\frac{(1-\alpha)\alpha}{2-\alpha}\right]}. \tag{31}$$

对于公式（5）中的热传导阻尼系数，我们有一个明确且可计算的表达式

$$\frac{1}{\mathcal{C}_v}-\frac{1}{\mathcal{C}_p}=\frac{\Delta\mathcal{C}}{\mathcal{C}_v\mathcal{C}_p}. \tag{32}$$

这些结果推广了此前针对纯氢得到的热容 [23] 。

类似地，对于焓的导数

$$\begin{aligned}\left(\frac{\partial w}{\partial T}\right)_\rho&=\frac{1}{M^*}\left[c_p\mathcal{N}_{\rm tot}+(c_v+\iota)(c_p+\iota)\mathcal{D}\right]\\&=\left[(1+\alpha+\overline{a}_{\rm He})c_p+(c_v+\iota)(c_p+\iota)\frac{(1-\alpha)\alpha}{2-\alpha}\right],\end{aligned} \tag{33}$$

$$\begin{aligned}\left(\frac{\partial w}{\partial\rho}\right)_T&=-\frac{T}{M^*}(c_p+\iota)\frac{\mathcal{D}}{M^*n_\rho}\\&=-\frac{T}{M^*}\frac{1}{M^*n_\rho}\left[(c_p+\iota)\frac{(1-\alpha)\alpha}{2-\alpha}\right].\end{aligned} \tag{34}$$

那么雅可比矩阵 [15,公式（9）]

$$\mathcal{J}\equiv\frac{\partial(w,p)}{\partial(T,\rho)}=\left(\frac{\partial w}{\partial T}\right)_\rho\left(\frac{\partial p}{\partial\rho}\right)_T-\left(\frac{\partial w}{\partial\rho}\right)_T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_\rho \tag{35}$$

经过一些代数运算后可得

$$\mathcal{J}=\frac{T\mathcal{N}_{\rm tot}}{(M^*)^2}\left\{c_p\mathcal{N}_{\rm tot}+\left[(c_v+\iota)(c_p+\iota)+\iota\right]\mathcal{D}\right\}=\frac{(1+\alpha+\overline{a}_{\rm He})T}{(M^*)^2}\left[c_p(1+\alpha+\overline{a}_{\rm He})+(c_vc_p+2c_p\iota+\iota^2)\frac{(1-\alpha)\alpha}{2-\alpha}\right]. \quad (36)$$

由此我们得出，对于双组分鸡尾

$$\mathcal{J}=\frac{T}{M^*}(\mathcal{N}_{\rm tot}-\mathcal{D})\mathcal{C}_p. \quad (37)$$

当电离度随萨哈方程确定的平衡值变化时，表示渐逝频率下的声速，我们有

$$c_0^2\equiv\left(\frac{\partial p}{\partial\rho}\right)_s=\gamma_0\frac{p}{\rho}, \quad (38)$$

一般结果 [15,公式（9）]

$$\gamma_0=\frac{\rho}{p}\cdot\frac{\mathcal{J}}{\mathcal{C}_p} \quad (39)$$

代入 $\mathcal{J}$ 公式（37）后得到

$$\begin{aligned}\gamma_0&=\left(1-\frac{\mathcal{D}}{\mathcal{N}_{\rm tot}}\right)\frac{\mathcal{C}_p}{\mathcal{C}_v} \quad (40)\\&=\left[1-\frac{(1-\alpha)\alpha}{(2-\alpha)(1+\alpha+\overline{a}_{\rm He})}\right]\frac{\mathcal{C}_p}{\mathcal{C}_v}.\end{aligned}$$

这是一个例子，说明电离和复合过程如何破坏针对恒定化学化合物推导出的一般关系。对于太阳等离子体，这种效应并不明显；但对于星际等离子体，可能出现这种情况：$\iota=I/T\gg1$ 此时，对于 $\iota^2\mathcal{D}$ 单位质子热容为

$$M^*\mathcal{C}_v\approx\iota^2\mathcal{D}\gg1, \quad (41)$$

$$M^*\mathcal{C}_p\approx\iota^2\frac{\mathcal{D}}{1-\mathcal{D}/\mathcal{N}_{\rm tot}}\gg1, \quad (42)$$

参见 [13, 23, 图3和图 5]。在电离过程的影响可忽略的相反情形下，$\iota\ll1$ 我们可以用它作为热容编程的简单检验

$$M^*\mathcal{C}_v\approx c_v\mathcal{N}_{\rm tot},\quad M^*\mathcal{C}_p\approx c_p\mathcal{N}_{\rm tot},\quad M^*(\mathcal{C}_p-\mathcal{C}_e)=\mathcal{N}_{\rm tot}. \quad (43)$$

质子与质子之间的碰撞比其与中性原子之间的碰撞更频繁，因此对于剪切黏度，我们可以采用完全电离氢等离子体的结果 [11, 公式（43.9）]

$$\eta\approx0.4\frac{M^{1/2}T^{5/2}}{e^4\Lambda},\qquad\Lambda=\ln\frac{Tr_{\rm D}}{e^2}, \quad (44)$$

$$e^2=\frac{q_e^2}{4\pi\epsilon_0},\qquad\frac{1}{r_{\rm D}^2}=2\,\frac{4\pi e^2}{T}n_\rho\alpha, \quad (45)$$

其中 q_e 是电子电荷，而 $r_{\rm D}$ 是德拜半径[24, 式（78.8）]。类似地，电子主要与质子发生散射，且 [11, 式（43.10）]

$$\varkappa=\frac{T^{5/2}}{e^4m^{1/2}\Lambda}. \quad (46)$$

动力学系数 η 和 $\varkappa$ 仅通过库仑对数 Λ表现出较弱的密度依赖性。

对于氢氦混合物的体黏度，我们最近推导出了特设的结果 [14]

$$\zeta'(\omega)=\frac{\zeta_0}{1+\omega^2\tau^2},\qquad\zeta_0=\frac{p\tau\mathcal{B}}{\mathcal{A}},\qquad\tau=\frac{\mathcal{T}}{\mathcal{A}}, \quad (47)$$

$$\mathcal{A}\equiv(2-\overline{\alpha})c_v\mathcal{N}_{\rm tot}+(c_v+\iota)^2(1-\alpha)\alpha, \quad (48)$$

$$\mathcal{B}=(1-\alpha)\,\alpha\,\iota^2/c_v, \quad (49)$$

$$\mathcal{T}\equiv\tau_{\rm H}c_v\overline{\alpha}\mathcal{N}_{\rm tot}. \quad (50)$$

时间常数 $\tau_{\rm H}$ 可能是当前理论的主要细节。它描述了一个中性氢原子的衰减速率

$$\frac{1}{\tau_{\rm H}}=\beta n_e,\quad\beta(T)=\langle v_e\sigma(\varepsilon_e)\rangle,\quad\varepsilon_e=\frac{1}{2}mv_e^2. \quad (51)$$

这里的括号表示对麦克斯韦分布进行平均。在此基础上计入电离截面

$$\sigma(\varepsilon_e)\sim(\varepsilon_e-I)^{\rm w}, \quad (52)$$

$$(\varepsilon_e-I)\sim T\ll I,\qquad{\rm w}\approx1.18\sim1 \quad (53)$$

根据 Wannier [20]，我们采用电离反应速率的近似式

$$\beta(T)\approx\frac{2}{\sqrt{\pi}}C_{\rm W}\Gamma({\rm w}+1)\frac{{\rm e}^{-\iota}}{\iota^{{\rm w}-1/2}}\beta_{\rm B}, \quad (54)$$

$$\beta_{\rm B}\equiv v_{\rm B}a_{\rm B}^2=6.126\times10^{-15}\,{\rm m}^3/{\rm s},\qquad I=\frac{e^2}{2a_{\rm B}},$$

$$v_{\rm B}=c\,\frac{e^2}{\hbar c},\quad a_{\rm B}=\frac{\hbar}{mc}\cdot\frac{\hbar c}{e^2},\quad\frac{e^2}{\hbar c}\approx\frac{1}{137}. \quad (55)$$

在上述玻尔速度 $v_{\rm B}$ 和玻尔半径 $a_{\rm B}$的表达式中，c表示光速，并代表索末菲精细结构常数。常数 $C_{\rm W}\approx2.7$ 在实验研究 [25, 图 6]之后进行评估。

对于曼德尔施塔姆–列昂托维奇时间常数，我们最终得到

$$\begin{aligned}\tau&=\frac{1}{\beta n_\rho}\cdot\frac{1}{2-\alpha}\cdot\frac{c_v}{c_v+(c_v+\iota)^2\mathcal{D}/\mathcal{N}_{\rm tot}} \quad (56)\\&=\frac{1}{\beta n_\rho}\,\frac{c_v}{c_v(2-\alpha)(1+\alpha+\overline{a}_{\rm He})+(c_v+\iota)^2(1-\alpha)\alpha}\\&=\frac{1}{\beta n_\rho}\frac{1}{2-\alpha}\frac{c_v}{\tilde{c}_v},\quad\tilde{c}_v\equiv\frac{M^*}{\mathcal{N}_{\rm tot}}\mathcal{C}_v=c_v+(c_v+\iota)^2\frac{\mathcal{D}}{\mathcal{N}_{\rm tot}}\end{aligned}$$

与 $a_{\rm He}=0$ 纯氢等离子体的结果 [13, 式（75）和（113）], 一致，其中 $M^*\mathcal{C}_v$ 是定容条件下每个氢原子的热容；$M^*\mathcal{C}_v/\mathcal{N}_{\rm tot}$ 是混合物中每个粒子的平均热容；而 $M^*\mathcal{C}_v/\mathcal{N}_{\rm tot}c_v$ 是其相对值。在

文献 [13]中，通过将玻尔兹曼 H定理应用于氢等离子体，推导出了曼德尔施塔姆–列昂托维奇时间常数；对于这种等离子体，电离程度起初与平衡值略有不同，而在近期研究文献 [14] 中，分析了复数广义压缩率。这些不同方法所得结果的一致性表明，用于 τ 的公式是可靠的。

对于 $a_{\rm He} > 0$，比较也很直接，因为 $\mathcal{N}_{\rm tot} = 1 + \alpha + a_{\overline{\rm He}}$ 在此处，因此推导出的通用结果相同。这也展示了如何添加不参与电离-复合过程的其他惰性化学元素。我们还来分析一种特殊情况：氢几乎完全电离的情形 $\alpha \approx 1$。此时 $\mathcal{D} \approx 0$，电子密度为 $n_e \approx n_\rho$，这意味着在这些条件下 $\tau \approx \tau_{\rm H}$，即

$$\frac{1}{\tau} \approx \beta n_e. \tag{57}$$

在这一特殊情况下， $1/\tau$ 是最后残存的中性氢原子因电子碰撞而衰减的速率。

在高频条件下， $\omega\tau \gg 1$ 与第二黏度相关的阻尼率没有色散

$$k_\infty \equiv k''(\omega \to \infty) = \frac{\omega^2 \zeta'(\omega)}{2\rho c^3} \approx \frac{1}{2\tau c_\infty} \frac{\mathcal{B}}{\gamma_a \mathcal{A}}, \tag{58}$$

此时高频条件下的声速为

$$c = c_\infty = \sqrt{\frac{\gamma_a p}{\rho}}, \qquad \gamma_a = \frac{c_p}{c_v} = \frac{5}{3}. \tag{59}$$

C. 主要物理量的太阳色球层剖面

本小节采用温度T' 和质量密度 ρ [26, 的高度分布模型 C7] （AL08），计算并分析了引入的主要概念。

首先，图 1 展示了函数 $\mathcal{D}(h)$的高度分布，以及其下方的 $\iota(h)$剖面。这两个概念都是解析结果的核心组成部分。正如 $\mathcal{D} \to 0$在太阳过渡区中那样， $\zeta \to 0$ 和 $\iota < 1$ 则处于本研究范围之外的日冕条件下。

通过 AL08 对太阳大气中的不同声波阻尼机制进行比较，图 [12, 1] 显示，图 2 中的体黏度比剪切黏度大许多个数量级。

$$\mathrm{P}_{\zeta/\eta} \equiv \frac{\zeta_0}{\eta} \gg 1. \tag{60}$$

图 2 描绘了体黏度普朗特数随高度的变化。对于足够高的频率，黏度项趋于相等 $\zeta_0/(\omega_c\tau)^2 = \eta$，而在 ω_c 以上，频率无关的剪切黏度

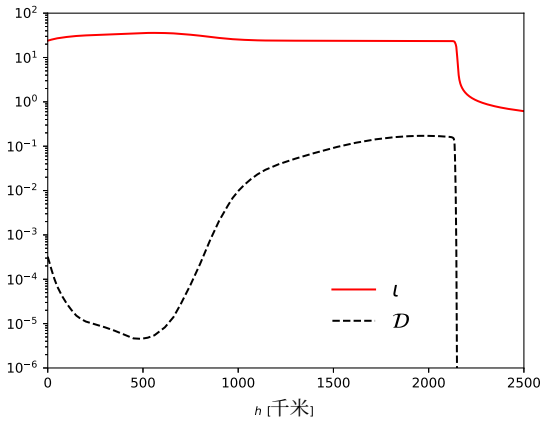

图 1. 无量纲函数 $\lg \mathcal{D}(h)$（方程 (21)）随高度的变化，采用 [26, 模型 C7]，高度范围为$h \equiv x < 2.1$ Mm。该函数是所有涉及电离-复合过程的解析结果中的关键组成部分。为便于比较，在相同的对数纵坐标中
给出了无量纲变量 $\iota(h) \gg 1$的剖面。这两个变量的突变发生在太阳过渡区，研究该现象超出了本研究的范围。

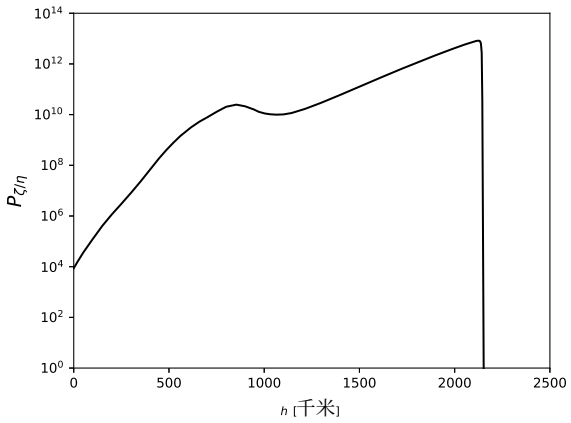

图 2. 采用 [26, 模型 C7]得到的体黏度普朗特数 $\mathrm{P}_{\zeta/\eta} \equiv \zeta/\eta$（方程 (60)）的高度 h剖面。本研究的目的之一是强调：对于距太阳光球层$h \equiv x < 2.1$ Mm 的高度范围，在考虑色球层的声波加热时，必须将体黏度纳入考量。

更大。对于我们的示例， $\omega_c \approx 35 \times 10^{-3}\mathrm{s}^{-1}$ 和$f_c = \omega_c/(2\pi) \approx 5.5\mathrm{mHz}$。引入这些运动后，我们可以求解公式（ 9 ）。

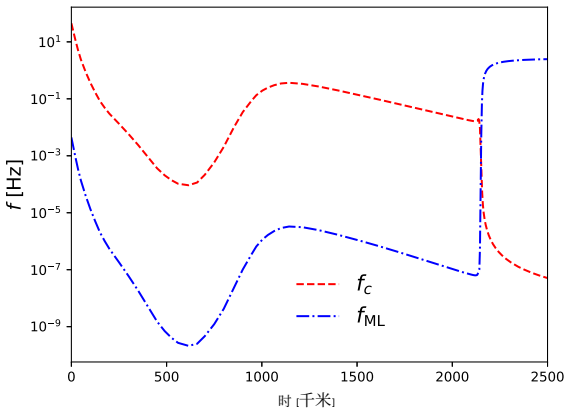

图 3 $f \ll f_c \equiv f_{ML}\frac{h}{\sqrt{\zeta/\eta}}$ [26, 7] $f_{ML} \equiv 1/2\pi\tau \ll$ 。再次通过模型 C 得到的 P 频率高度剖面。根据公式（58），阻尼率 k_∞ 与频率无关，由体黏度 ζ 和体积加热决定。在此频率区间内，根据公式（4），声波加热与声波的总能流成正比。

D. 温度和密度剖面的方程

公式（9）的方程组可以改写为

$$\begin{pmatrix} \mathrm{d}_x w \\ \mathrm{d}_x p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left(\frac{\partial w}{\partial T}\right)_\rho & \left(\frac{\partial w}{\partial \rho}\right)_T \\ \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_\rho & \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathrm{d}_x T \\ \mathrm{d}_x \rho \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g \\ f \end{pmatrix}. \quad (61)$$

并且我们可以表示剖面的导数

$$\begin{pmatrix} \mathrm{d}_x T \\ \mathrm{d}_x \rho \end{pmatrix} = \frac{1}{\mathcal{J}} \begin{pmatrix} \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_T & -\left(\frac{\partial w}{\partial \rho}\right)_T \\ -\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_\rho & \left(\frac{\partial w}{\partial T}\right)_\rho \end{pmatrix} \begin{pmatrix} g \\ f \end{pmatrix}. \quad (62)$$

该系统有显而易见的解

$$\begin{pmatrix} T \\ \rho \end{pmatrix}\Big|_{x_0}^{x_f} = \int_{x_0}^{x_f} \begin{pmatrix} \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_T g & -\left(\frac{\partial w}{\partial \rho}\right)_T f \\ -\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_\rho g & \left(\frac{\partial w}{\partial T}\right)_\rho f \end{pmatrix} \frac{\mathrm{d}x}{\mathcal{J}(x)}. \quad (63)$$

$$\ln q(x)\big|_{x_0}^{x_f} = -\int_{x_0}^{x_f} (2k''_\infty)\,\mathrm{d}x. \quad (64)$$

初始积分点可以选在光球表面 $x_0 = 0$，最终点 x_f 可以选在略低于过渡区（TR）的一处高度；此处由于密度较低 n_ρ 且电离度较高 α，第二黏度较小 $x_f \approx 1$。系统的解取决于两个未知参数：质量流率 j 和光球表面的声能通量 $q_0 = q\,x = x_0$，二者均为未知量参数，可由两个温度 $T_0 = T\,(x_0)$、$T_f = T\,(x_f)$ 和密度 $\rho_0 = \rho\,(x_0)$、$\rho_f = \rho\,(x_f)$ 确定。对于这一拟合过程，我们可以在对式（63）进行积分时使用取自 Avrett 和 Loeser AL08 的观测剖面 $T\,(x)$ 和$\rho\,(x) = (n_p + n_0)\,M^*$。这样便没有可调余地，可以检验这些剖面是否一致：若使用如此确定的 j 和 q_0，便可将式（63）作为常微分方程组求解。如果定性上吻合，则可将第一近似中省略的项作为扰动加入方程右端，例如热传导率和体黏度对太阳风的影响

$$q \to q - \mathrm{d}_x(\varkappa\,\mathrm{d}_x T) + \zeta(\mathrm{d}_x U)^2, \quad (65)$$
$$f \to f + \mathrm{d}_x(\zeta \mathrm{d}_x U). \quad (66)$$

III. 辐射冷却

辐射冷却是温度 $T(x)$和密度剖面$\rho(x)$的方程（9）和公式（63）中的重要组成部分。

单位体积的辐射冷却功率可分解为温度相关函数与电子和质子浓度乘积的乘积

$$\mathcal{Q}_r = \mathcal{P}(T) n_e n_p. \quad (67)$$

对于低温氢氦混合物 $n_p \approx n_e \approx n_\rho \alpha$，光球丰度下的能量损失函数可用数据见参考文献 [27, 表1和图 5]（CHIANTI 6）；然而，该函数以表格形式列出

来自图4中再现的 $T'_{\min} = 10$ kK，但具有倒数温度依赖性 $1/T'$。色球层的

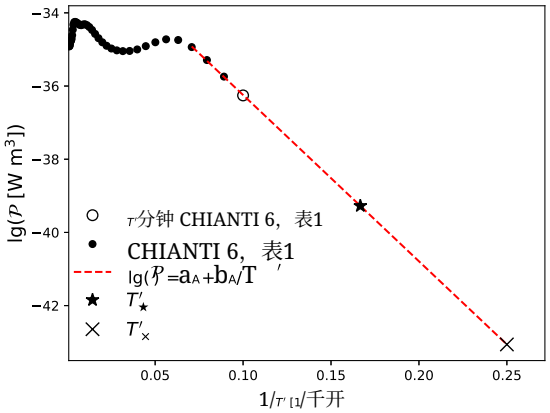

图4. 辐射损失率 lg $\mathcal{P}$随 $1/T'$变化；数据点引自 [27, 表1和图 5], 的光球丰度。温度最低的4个数据点与一条直线高度吻合。图中还标出了色球层的最低温度 $T'_\times = 4$K和光球温度 $T'_\star = 6$ kK，以作比较。

温度甚至低于氢原子的能级差

$$\hbar\omega_{23} = \frac{\mathrm{R}}{2^2} - \frac{\mathrm{R}}{3^2} \approx 1.9\,\mathrm{eV} \approx 22\,\mathrm{kK} \tag{68}$$

在这种情况下，电子麦克斯韦分布的尾部可能主要只能激发最低的辐射能级

$$E_2 = \frac{\mathrm{R}}{2^2} \tag{69}$$

其活化能为

$$\hbar\omega_{12} = \frac{\mathrm{R}}{1^2} - \frac{\mathrm{R}}{2^2} \approx 10.2\,\mathrm{eV}. \tag{70}$$

这种定性考察可以在阿伦尼乌斯图图4中清楚地看到，其中最低的4个温度点位于一条直线上。对这4个最低温度点进行线性回归，可得到向更低温度的阿伦尼乌斯外推

$$\mathcal{P}_\mathrm{A}(T) = \mathcal{P}_0\,\mathrm{e}^{-E_\mathrm{A}/T} \tag{71}$$

延伸至低温区 $T < T'_{\min} = 10$ kK。拟合直线的斜率给出了阿伦尼乌斯能量（或活化能）

$$E_\mathrm{A} = k_\mathrm{B} \times 104.6\ \mathrm{kK} = 9.1\,\mathrm{eV} \sim \hbar\omega_{12}. \tag{72}$$

定性而言，参考文献 [28, 的图9和 10]给出了这种解释，其中指出，函数 $\mathcal{P}(T)$在低温下的最大值主要由莱曼系的发射决定。阿伦尼乌斯近似的指前因子

$$\mathcal{P}_0 \approx 2\times10^{-32}\ \mathrm{W\,m^3},\quad 1\,\mathrm{erg\,cm^3/s} = 10^{-13}\,\mathrm{W\,m^3} \tag{73}$$

利用由阿伦尼乌斯拟合参数计算得到的值，并结合式（71），可将温度低于$T'_{\min}$ 时的外推结果与 CHIANTI 6 表列的能量损失函数一同展示于图5中。最后需要指出的是，$1/T'$ 线性拟合是在 lg 标度上进行的，因此显然由于式（71）中的阿伦尼乌斯依赖关系，需要将其重新缩放至 ln 标度。评估能量损失函数低温行为的最简单方法，或许是认为在低温下 $T \ll \hbar\omega_{23}$ 有 $E_\mathrm{A} = \hbar\omega_{12}$，且活化指数为 $\mathrm{e}^{-E_\mathrm{A}/T} = \mathrm{e}^{-0.75\,\iota}$，并在式（71）中使用 $\mathcal{P}_0 = \exp(0.75\ \mathrm{R}/T_{\min})$。

具备所有要素后，我们便可以描述下一节所述温度剖面的数值解。

IV. 数值解

提出新理论的第一步，是确定该理论不可或缺的参数，以展示其主要组成要素——质量通量

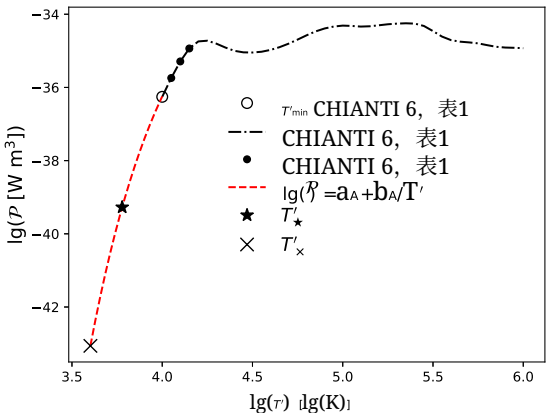

图 5 $\mathcal{P}$ T' 6。采用 [27] 71 CHIANTI 得到的辐射损失率 lg 与 lg。虚线为阿伦尼乌斯外推，式（）；该外推用于 $T' < T'_{\min} = 10$ kK，而点划线为 CHIANTI 6 的辐射损失率。

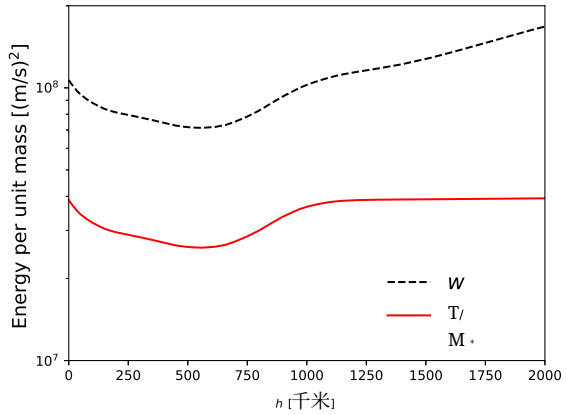

图 6。焓（虚线）的高度依赖性，其单位质量值为 w，量纲为 $\mathrm{m^2/s^2}$，对应于 [26, 模型 C7]。变量 T/M^* lower （实线）几乎等于质子热速度 $v_{Tp} = \sqrt{T/M}$的平方；符号说明见 [11]。两个变量在 $h_{\min} \approx 560$ 千米处均有一个较宽的极小值。我们利用 $h = 0$ 处的斜率和极小值的位置来确定质量通量 j 和声波通量 q_0。一般系统方程（62）的解再现了这些性质。

j 以及在 $x = 0$处的声能 q_0 。AL08 给出的单位质量焓 $\tilde{w} = \frac{1}{2}U^2 + w + \tilde{g}x$的高度分布如图 6 所示；对于太阳大气的参数，动能$\frac{1}{2}U^2$和势能 gx可以忽略。从光球表面 $x = 0$开始分析，对于致密冷等离子体，波阻尼公式（5）中的动力学系数可以忽略$k''(x = 0) \approx 0$，且根据公式（7），光球表面处焓的降低决定了风速 $U_0 = U(x = 0)$和通量 $j = U_0\rho_0$，位于光球.....

层面

$$U_0 = -\frac{\mathcal{Q}_r(x=0)}{\rho_0 \left.\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}x}\right|_{x=0}} \approx 17\,\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}}, \tag{74}$$

$$j = \rho_0 U_0 = 50\,\frac{\mathrm{mg}}{\mathrm{m}^2\,\mathrm{s}}. \tag{75}$$

风速 $U(x)$较小，这表明低层光球中的对流加速度 $a_{\mathrm{conv}} = U\mathrm{d}U$ 较小，因此在动量方程公式（9）中采用静力近似是合理的。

在高度为 $x_{\min} \approx 560$ 千米的表面稍上方，焓 w 达到最小值，公式（7）中的辐射冷却由体黏滞加热 $\mathcal{Q}_r(x_{\min}) = \mathcal{Q}_\zeta(x_{\min})$ 补偿，其中根据公式（4）可计算得

$$q_0 \equiv q(x=0) \approx \frac{\mathcal{Q}_r(x_{\min})}{2k''_\infty(x_{\min})} \approx 320\,\frac{\mathrm{kW}}{\mathrm{m}^2}. \tag{76}$$

这些计算采用 AL08 的温度高度剖面 $T(x)$ 和密度高度剖面 $\rho(x) = M^*(n_0(x) + n_p(x))$；辐射损失函数 $\mathcal{P}_\mathrm{A}(T(x))$ 的外推公式为公式（71），高度相关的体黏滞阻尼率结果见公式（58）。根据上述公式（76）对波能通量进行的阶数估算，与其他估算的阶数相同，这表明我们正逐步接近问题的最终解。

现在我们已别无选择。必须使用由焓的高度方向的极小值确定的参数来描述整个剖面，这正是我们接下来要做的工作。第一步是检验我们的理论在较低高度处的一致性。我们可以将 AL08 剖面代入方程（63）的右侧，以检验它们能否描述接近 $x_{\min}$ 的温度极小值 $T(x)$。如果结果令人满意，我们便可利用方程（62）中的系统计算全新的剖面 $T(x)$ 和 $\rho(x)$。如有必要，在逐次近似中，我们可以考虑太阳风中耗散系数的影响，见方程（66）。该方案还可扩展到推导声波的频率相关谱密度方程及其三维运动方程。可能出现的复杂情况无穷无尽，但本研究的目的严格有限。我们的目标是打开潘多拉魔盒，将体黏度 ζ 的影响纳入太阳色球层加热这一永恒问题。我们强调图 2 所示体黏度普朗特数的巨大数值。这一显著数值改变了以往关于色球层声加热的研究结论：“根据我们的观测推断出的波能通量不足以维持太阳色球层。”[5] 与此相反：**根据我们的观测，波能通量足以维持太阳色球层**。由于加热剖面 $T(h)$ 和 $\rho(h)$ 取决于来自光球的质量通量 j 和声能 q_0，我们由此得出结论：加热取决于边界条件，参见 [6]，其中得出了相反的说法：“加热取决于日冕的状态，而不只是边界条件。”[6]。

本研究的结果通过 Fortran 程序和模块获得，图表则使用 Python 及其 Matlplotlib 库 [29] 制作。

V. 结论与展望

太阳色球层的加热问题至少半个世纪以来一直是天体物理学领域关注的议题。流体力学方法，尤其是磁流体力学（MHD）方法，被广泛用于太阳大气的无数次数值模拟。令人惊讶的是，体黏度 $\mathrm{P}_{\zeta/\eta} \sim 10^{10}$ 的巨大数值至今仍未纳入考虑；这就像原子背景中忽略了一头长颈鹿。本文旨在将人们的注意力引向色球层加热问题中可能被遗忘的最后一个细节。我们从 Wannier 的第一性原理电离截面计算1953 [20], 出发，计算了适用于太阳大气中氢氦混合物的体黏度，并由此开启了以第一性原理*ab initio* 描述色球层加热问题的前景。

由于部分电离等离子体中的体积黏度 ζ 会造成最强烈的声波阻尼，它已成为探讨色球层加热问题时不可或缺的要素。作为初步示例，我们仅展示一维、短波长、静态近似模型，它解释了温度剖面的两个重要细节：色球层表面上方不远处温度开始下降，以及弱电离 $0 \lesssim \alpha \ll 1$ 开始产生体积黏度 ζ时出现的温度极小值。毫无疑问，进一步的数值计算可以解释太阳和恒星现象中的显著加热。不过，理论物理学在起步阶段必须与实验和观测在定性上相符。希望今后能将所有细节纳入一个连贯的图景。

致谢

作者感谢 Diana Bakkar、Yoana Ru-seva、NikolayAleksandrov、EmilPetkov、Stefan Stefanov、Valya Mishonova 和 Morena Angelova 对本研究的关注，并感谢 Iglika Dimitrova 在研究早期阶段的合作 [13, 23]。

[1] W. Kalkofen，太阳色球层是否由声波加热?，《天体物理学杂志》**671**，2154（2007）。[2] J. Tu 和 P. Song，阿尔芬波传播与色球层加热研究，《天体物理学杂志》**777**，53（2013）。[3] M. Carlsson、B. De Pontieu 和 V. H. Hansteen，太阳色球层的新观点，《天文学与天体物理学年评》**57**，189（2019）。[4] M. Pelekhata、K. Murawski 和 S. Poedts，双流体波产生太阳色球层加热和日冕外流，《天文学与天体物理学》 **669**， 47 2023 2211 12898 A（），[ ] arXiv：. astro-ph.SR .[5] M. E. Molnar、K. P. Reardon、S. R. Cranmer、A. F. Kowalski 和 I. Mili´c，约束太阳色球层（声）波加热估算的系统误差，《天体物理学杂志》**945**，154（2023）。[6] P. Judge、L. Kleint、R. Casini、A. G. de Wijn、T. Schad 和 A. Tritschler，太阳大气中的磁场与等离子体加热，《天体物理学杂志》**960**，129（2024），arXiv:2311.01286 [astro-ph.SR]。[7] V. M. Vasyli¯unas，重新审视阿尔芬波对太阳色球层的加热，《天体物理学杂志》**991**，18（2025）。[8] E. R. Udnæs 和 T. M. D. Pereira，宁静太阳色球层数值模拟中声波加热的特征，《天文学与天体物理学》 **699**， 25 2025 2505 21047 A（），[ ] arXiv：. astro-ph.SR .[9] G. Einaudi、R. B. Dahlburg、I. Ugarte-Urra、J. W. Reep、A. F. Rappazzo 和 M. Velli，太阳日冕加热中基本事件的能量学与三维结构，《天体物理学杂志》**910**，84（2021）。[10] N. Roth、P. Anninos、P. B. Robinson、J. L. Peterson、B. Polak、T. K. Mangan 和 K. Beyer，广义相对论隐式蒙特卡洛辐射流体动力学，《天体物理学杂志》**933**，226（2022）。[11] E. M. Lifshitz 和 L. P. Pitaevskii, *Physical Kinetics*，《理论物理学教程》第10卷（Pergamon，纽约，1980）。[12] T. M. Mishonov 和 A. M. Varonov，压力诱导电离—复合耗散导致的慢磁声波吸收，《等离子体物理学》**27**，112109（2020）。[13] T. M. Mishonov、I. M. Dimitrova 和 A. M. Varonov，部分电离氢等离子体中的声吸收及太阳色球层加热机制，《物理学A辑》**563**，125442（2021a）。[14] A. M. Varonov 和 T. M. Mishonov，冷等离子体体黏度理论（ 2025 2511 14790 ），[ ] arXiv：. physics.plasm-ph .[15] A. M. Varonov 和 T. M. Mishonov，电离对太阳大气多方指数的影响 在局部热力学平衡近似下，《天体物理学杂志》963, 35 (2024), arXiv:2312.14759 [astro-ph.SR].[16] V. Abbasvand, M. Sobotka, P. Heinzel, M. ˇSvanda, J. Jurˇc´ak, D. del Moro, 和 F. Berrilli，《声波引起的色球层加热与辐射冷却的比较。II. 修订的模型网格》，《天体物理学杂志》890, 22 (2020), arXiv:2001.03413 [astro-ph.SR].[17] V. Abbasvand, M. Sobotka, M. ˇSvanda, P. Heinzel, M. Garc´ıa-Rivas, C. Denker, H. Balthasar, M. Verma, I. Kontogiannis, J. Koza, D. Korda, 和 C. Kuckein，《声波引起的色球层加热观测研究》，《天文学与天体物理学》642, A52 (2020), arXiv:2008.02688 [astro- ph.SR].[18] H. Alfv´en，《电磁流体动力学波的存在》，《自然》150, 405 (1942)。[19] H. Alfv´en 和 B. Lindblad，《米粒组织、磁流体动力学波与太阳日冕加热》，MNRAS 107, 211 (1947)。[20] G. H. Wannier，《电子对原子或离子的单电离阈值定律》，Phys. Rev. 90, 817 (1953)。[21] L. D. Landau 和 E. M. Lifshitz, *Quantum Mechanics: Non-Relativistic Theory* 3 ，第3版，《理论物理学教程》第3卷（Pergamon，纽约，1977）。[22] L. D. Landau 和 E. M. Lifshitz， *Fluid Mechanics*，《理论物理学教程》第6卷（Pergamon，纽约，1988）。[23] T. M. Mishonov, I. M. Dimitrova, 和 A. M. Varonov，《电离-复合过程对氢等离子体多方指数的影响》，《天体物理学杂志》916, 18 (2021b), arXiv:2008.03565 [astro-ph.SR].[24] L. D. Landau 和 E. M. Lifshitz, *Statistical Physics. Part* 1 ，《理论物理学教程》第 5 卷（Butterworth- Heineman，牛津，1980）。[25] J. W. McGowan 和 E. M. Clarke，《阈值附近 H(1*s*) 的电离》，Phys. Rev. 167, 43 (1968)。[26] E. H. Avrett 和 R. Loeser，《基于 SUMER 和 HRTS 观测的太阳色球层和过渡区模型：氢、碳和氧极紫外光谱的形成》，《天体物理学杂志增刊》175, 229 2008( )。[27] K. P. Dere, E. Landi, P. R. Young, G. Del Zanna, M. Lan- dini, 和 H. E. Mason，《CHIANTI——发射线原子数据库。IX. 氢至锌各元素的电离率、复合率、电离平衡及更新的原子数据》，《天文学与天体物理学》498, 915 (2009)。[28] M. Landini 和 B. C. Monsignori Fossi，《稀薄等离子体的 X-UV 光谱》，A&AS 82, 229 (1990)。[29] J. D. Hunter，《Matplotlib：二维图形环境》，CSE 9, 90 (2007)。