二部网络干扰下的公平政策学习：学习公平且经济高效的环境政策

Raphael C. Kim[1], Rachel C. Nethery[1], Kevin L. Chen[1], 和 Falco J. Bargagli-Stoffi[2,1]

[1]哈佛大学陈曾熙公共卫生学院生物统计学系（马萨诸塞州波士顿）[2]加州大学洛杉矶分校菲尔丁公共卫生学院生物统计学系（加利福尼亚州洛杉矶）

arXiv:2601.00531v1 [stat.ME] 2 Jan 2026

摘要

大量研究表明，空气污染物会对人类健康造成有害影响。弱势群体和社区因暴露于空气污染物，往往承受更沉重的健康负担。因此，我们需要设计能够有效减轻公共卫生负担，同时确保政策干预具有成本效益的政策。在成本约束下设计既能使总体受益最大化、又能确保群体间公平性的政策，是一项具有挑战性的统计与因果推断问题。在环境政策领域，这一问题更加复杂，因为干预措施针对的是排放源，而大气污染物输送会使健康影响出现在可能相距甚远的社区中——这种情形称为二部网络干扰（BNI）。为应对这些问题，我们提出了一种适用于 BNI 的公平政策学习方法。我们的方法能够在公平约束下学习具有成本效益的政策，同时考虑复杂的二分网络干扰数据结构。我们推导了渐近性质，并通过蒙特卡洛模拟展示了该方法的有限样本表现。最后，我们将所提出的方法应用于一个真实世界数据集，该数据集关联了美国 200 多万人的电厂洗涤器安装情况与医疗保险健康记录。我们的方法确定了公平的洗涤器分配方案，以在公平约束和成本约束下降低死亡率。

关键词：因果推断；干扰；公平性；帕累托最优；成本效益；环境健康；空气污染

1 引言

1.1 动机

空气污染物，尤其是空气动力学直径小于 2 的细颗粒物。$5\mu m$ ($PM_{2.5}$)，对人类健康构成重大风险。许多研究已证实，短期和长期暴露于细颗粒物$_{2.5}$ 与死亡率和发病率升高有关（Nethery 等（2020年），Wu 等（2020年），Henneman 等（2023年））。此外，有证据表明，特定个人和社区——包括低收入者、老年人及某些少数族裔群体——承受着颗粒物$_{2.5}$ (Bargagli-Stoffi 等（2020年），Jbaily 等（2022年），Josey 等（2023））带来的不成比例的负担。

燃煤电厂是美国二氧化硫排放的最大来源，而二氧化硫是二次 PM$_{2.5}$ 形成的主要促成因素（Massetti 等，2017 年）。一项近期研究估计，1999年至2020年间，燃煤电厂排放与美国新增的46万例死亡相关（Henneman 等，2023 年）。根据2024年统计生命价值估计值，这些新增死亡造成的经济影响可能达到每年约3000亿美元（Kearsley，2024 年），约占美国 GDP 的1%（美国经济分析局，2025 年）。

降低 PM$_{2.5}$ 浓度的一项有效干预策略，是在燃煤电厂安装烟气脱硫（FGD）设备（即所谓的“洗涤器”）（Zigler 和 Papadogeorgou，2021 年）。事实上，洗涤器已被证明是一种有效的解决方案，能够去除所应用发电厂至少90%的二氧化硫排放（Srivastava 等，2001 年），从而降低与暴露于发电厂排放相关的健康负担。

鉴于 PM$_{2.5}$ 对健康和经济造成的巨大影响，以及其不成比例的

负担落在某些弱势群体身上，因此，设计公平且具有成本效益的环境政策，通过减少$PM_{2.5}$暴露来保护人类健康，至关重要（美国环境保护署 2022）。

本研究考察了在环境政策背景下，如何制定兼顾公平性与帕累托效率的治疗分配政策。我们探讨了目标定位策略，其中政策制定者寻求实现帕累托最优的分配方案：也就是说，不存在任何替代政策能够在不损害另一敏感群体结果的情况下，改善某一敏感群体的结果。在这一帕累托有效前沿上，决策者选择最符合公平性标准的分配方案。该框架适用于健康与社会福利项目的设计，并受到医学原则“首先不造成伤害”（first do no harm）的启发（Rotblat 1999年）。

为了指导此类帕累托最优且具成本效益的政策设计，我们需要能够提供可靠健康收益估计值，并根据帕累托效率确定应将干预措施定位于何处的统计工具。本文提出了一种应对这一挑战的方法。

1.2 相关工作

用于研究旨在遏制排放的大规模环境政策影响的统计方法，必须应对传统因果推断方法无法处理的两个问题特征。首先，干预策略实施于燃煤电厂（我们将其称为“干预单位”），但健康影响是在周边社区（我们将其称为“结果单位”）中测量的。这形成了所谓的二部网络数据结构。其次，空气污染物在大气中发生反应并进行传输的复杂过程（例如通过风）意味着，在单个发电厂实施干预，可能会影响许多相距遥远的

社区，从而形成发电厂与社区之间的连接网络。在因果推断中，此类连接会产生干扰，即一个个体的处理效应可能溢出至其他（可能是许多）个体，并影响其潜在结果（Cox 1958年、Hudgens & Halloran2008*a*、Dominici 等，2021年）。这两个特征——二部网络数据和干扰——的结合，被称为二部网络干扰（BNI）（Zigler & Papadogeorgou 2021年）。

BNI 文献主要聚焦于因果估计与推断，涵盖横截面和纵向情境下平均处理效应与异质性处理效应的方法（Pouget-Abadie 等（2019）、Doudchenko 等（2020）、Zigler 和 Papadogeorgou（2021）、Chen、Stoffi、Kim 和 Nethery（2024）、Chen、Bargagli-Stoffi、Kim、Henneman 和 Nethery（2024）、Song 和 Papadogeorgou（2024）、Zigler 等（2025））。一些研究已运用这些方法评估环境政策的有效性，尤其是在空气质量干预的背景下（Zigler 和 Papadogeorgou（2021）、Chen、Stoffi、Kim 和 Nethery（2024）、Chen、Bargagli-Stoffi、Kim、Henneman 和 Nethery（2024）、Song 和 Papadogeorgou（2024）、Zigler 等（2025））。然而，尽管这些方法擅长评估这些政策是否有效，却无法为目标定位提供指导；也就是说，它们无法告知我们应当让谁接受处理，以最大化政策影响或确保公平性。

政策学习方法在无干扰（Schulte 等人，2014年、Kosorok 与 Laber，2019年）和标准（非 BNI）干扰设置（Su 等人，2019年、Viviano，2024年、Park 等人，2024年、Zhang 与 Imai（2025））中虽已发展成熟，但在 BNI 情境下却鲜有研究。此外，大多数公平性文献主要聚焦于无干扰设置（Nabi 与 Shpitser，2018年、Nabi 等人，2019年、Kim 与 Zubizarreta，2023年、Frauen 等人，2023年、Viviano 与 Bradic，2024年），而干扰设置下的相关研究有限（Yang 等人，2024年）。将这些政策学习方法应用于 BNI 设置的一项特殊挑战是，干预措施无法在不同亚群体间分离——也就是说，单一

处理决策可能同时影响多个子群体。因此，最优政策学习或公平政策学习必须在这一约束下权衡各方目标。据我们所知，只有Kim 等人（2025年）探讨了在 BNI 设置下开发具有成本约束的最优政策方法，但他们没有考虑公平性目标。关键的是，现有方法并未针对这一问题量身设计：“如何设计二部网络上的政策，以同时最大限度地提高成本效益和公平性？”然而，这一问题对于医疗决策和环境政策都至关重要，因为干预措施往往会对弱势社区产生不同的影响。

1.3 贡献与结构

为弥补前文详述的不足，并回答与政策相关的问题，我们针对 BNI 设置提出了一种新颖的公平政策学习方法。据我们所知，我们是首个研究 BNI 下公平政策学习的团队。我们的方法在确保政策遵循帕累托最优 的同时，按照首先不造成伤害 原则，最优地平衡各子群体的福利增益。与通常不从根本上保障此类福利保护的反事实公平方法相比，该框架具有重要优势。

我们推导了该方法的理论最优性条件，证明该方法以较高概率得出位于帕累托前沿上的解，并实现$\mathcal{O}_p(n^{-\frac{1}{2}})$ 遗憾界。随后，我们通过蒙特卡洛模拟检验该方法的经验表现。最_后，我们利用一套丰富的数据展示该方法的应用：数据包括 2,213,471 名受益人的医疗保险理赔记录，以及发电厂位置和特征、污染传输网络、社区人口统计特征和洗涤器安装成本。我们的应用旨在学习发电厂洗涤器安装政策，以最大限度地提高医疗补助计划参保率高与低的社区之间健康收益的公平性

资格（作为贫困程度的替代指标），同时满足成本约束。确保政策对符合医疗补助计划资格的子组（高贫困群体）公平，可能尤为重要，因为众所周知，贫困人群更容易受到污染相关健康损害的影响（Josey 等（2023））。此外，由于医疗补助计划参保者的医疗保健费用由联邦和州政府承担，政策制定者可能有经济动机确保环境政策为这一群体提供充分的健康保护。事实上，我们的方法确保：(i) 不会出现一个子群体获益而另一个子群体受损的情况；(ii) 在满足成本约束（成本效益）的前提下，最大限度地减少子群体之间的不公平。我们在各种预算和福利约束下评估所提方法的表现，并考察所分析的洗涤器安装政策存在的不公平程度。这项分析揭示了实现公平政策所需权衡的相关见解，包括所涉及的成本及相应的死亡率下降。

本文其余部分安排如下：第2 节正式介绍数学设定、目标函数和识别。第3 节介绍我们的方法及其理论性质。第4节通过蒙特卡洛模拟考察所提出方法的有限样本表现。第5节详细介绍并展示以洗涤器安装政策分析为例的应用结果。最后，我们在第6节讨论所提出的方法及其局限性。

2 数学设定

假设我们有 J 个干预单位，索引为 $j \in [J]$；另有 n 个结果单位，索引为 $i \in [n]$。在我们的示例应用中，干预单位对应发电厂，结果单位则对应以邮政编码界定的社区。令 Y_i 表示结果单位 i 的观测结果，例如邮政编码层面的死亡率。

令 $\mathbf{X}_i^{out} \in \mathbb{R}^p$ 表示结果单位 i 的协变量向量，$\mathbf{X}_j^{int} \in \mathbb{R}^q$ 表示干预单位 j 的协变量向量。$\mathbb{X}_{1:J}^{int}$ 表示所有干预单位的协变量，即 $\mathbb{X}_{1:J}^{int} = \{\mathbf{X}_j^{int}\}_{j \in [J]}$。$\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{n \times J}$ 或 $\{\mathbf{H}_{ij}\}$ 表示“干扰映射”或“二分邻接矩阵”。H 的元素对应于从特定干预单位 j 到各结果单位 i 的污染输送强度，例如，$\mathbf{H}_{ij}$ 表示结果单位 i 与干预单位 j 之间的连接强度。因此，$\mathbf{H}_i =$（$\mathbf{H}_{i1} \ldots \mathbf{H}_{ij} \cdots \mathbf{H}_{iJ}$）表示干扰映射中的一行，体现结果单位 i 与所有 J 个干预单位之间的连接强度。反过来，$\mathbf{H}_j^\top =$（$\mathbf{H}_{1j} \cdots \mathbf{H}_{ij} \cdots \mathbf{H}_{nj}$）$^\top$ 表示干扰映射中的一列，体现干预单位 j 与所有 n 个结果单位之间的连接强度。在我们的示例应用中，H 根据美国国家海洋和大气管理局（NOAA）空气资源实验室提供的气象变量（主要是风场模式）构建，并按时空维度汇总。这些指标的构建方法由 Henneman 等（2019）详细介绍，此前也曾用于评估环境政策的因果效应（Chen、Stoffi、Kim 和 Nethery（2024），Kim 等（2025））。

A 表示处理状态（或干预状态）向量。具体而言，$\mathbf{A} = (A_1 \ldots A_j \ldots A_J) \in \{0,1\}^J$，其中 1 表示对某个发电厂实施处理，0 表示不实施处理。在我们的应用中，处理表示是否在发电厂安装洗涤器。结果取决于所谓的暴露映射（Aronow 和 Samii（2017）、Bargagli-Stoffi 等（2025）），该映射将干预单位层面的处理向量映射到结果单位。在我们的研究中，我们使用以下暴露映射：$\bar{A}_i = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^{J} H_{ij} A_j$；也就是说，对干预单位层面的处理进行线性加权，权重为结果单位与干预单位i 之间连接的强度 j（干扰映射）。令 $Y_i(\bar{a}_i)$ 表示单位 i 在暴露水平 $\bar{a}_i$下的潜在结果。请注意，在本研究中，我们将认为较小的 Y_i

–

是更理想的——例如，邮政编码层面的死亡率较低。

我们的目标是确保由结果协变量 S定义的各子组之间的公平性。具体而言，我们将子群指标 $S \in \{0, 1\}$ 视为额外的结果层级协变量。换言之， S_i 和 $\mathbf{X}_i^{out}$构成完整的结果层级协变量集合。为方便起见，令 $\mathbb{X}_{1:n}^{out}$ 表示所有结果单位的协变量，即 $\{(\mathbf{X}_i^{out}, S_i)_i\}_{i\in[n]}$。设政策函数为 $\pi : \mathbf{X}_j^{int} \times \eta(\mathbb{X}_{1:n}^{out}, \mathbf{H}j) \mapsto [0, 1]$，其中 η 利用 $\mathbf{H}j$将所有 $(S_i, \mathbf{X}_i^{out})$ 的协变量汇总为 $\mathbb{R}^{p+1}$ 中的一个向量；关于这种表述的更多信息，请参见注释 2.1。此外，定义 e_j 为干预单位 j的倾向评分，即$e_j = \mathbb{P}(A_j = 1 \mid \mathbf{X}_j^{int})$。

在符号上， $\mathbb{E}$表示对所有未明确指定条件的变量取均值——包括 $\mathbf{X}_i^{out}$、$\mathbf{X}_j^{int}$和 $Y(\bar{a}_i)$——而 $\mathbb{E}_\pi$ 表示在政策π下取期望。 $\mathbb{E}_n$ 表示经验过程文献中的经验均值（Kosorok 2008）。$N(\varepsilon, \mathcal{F}, L^2)$表示度量 L^2 下 $\mathcal{F}$ 在尺度 ε 处的覆盖数（Kosorok 2008）。$\lesssim$ 表示 $\leq$至多相差一个有限正数常数。

注释 *2.1*。上文中，我们将政策函数视为从（*i*）干预协变量和（*ii*）结果单位测量值及干预地图的某个函数映射到概率的函数。这与非二分干扰情境不同，因为是否对某个干预单位进行干预的政策决策，不仅取决于干预层级协变量。 η 的选择取决于具体的科学应用。例如，在研究空气污染影响时，我们可以将 η 设为结果协变量的 H_j 加权汇总， $\eta(\mathbb{X}_{1:n}^{out}, H_j) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} H_{ij}(S_i, X_i^{out})$。这里， η 使用 H_j 对结果协变量求平均值，并根据发电厂 j 对给定邮政编码 i的影响程度，对协变量值进行加权或降权。在干扰文献中，这类汇总群组层级协变量的方法很常见（例如 *Park* 等（*2024*）、*Kim* 等人（*2025*））。

注释 2.2。 政策函数 π 取决于干预单位 j，而且 π 不会随 S_i的特定取值而变化。这是因为我们处于二部网络干扰情境中，在这种情境下，对一个干预单位进行干预可能会影响许多结果单位。因此，政策决策会影响所有子群体 $s \in S$，而策略学习器必须在这一设定下优化所关注的目标函数。

2.1 识别

我们首先展示因果识别。遵循Kim 等人 (2025年，我们作出以下识别假设：

(Id1) 结果单元的一致性：$Y_i = Y_i(\bar{a}_i)$. *(Id2)* 正值性：$P(A_i = \bar{a}_i \mid \boldsymbol{X}_i^{out}, \mathbb{X}_{1:J}^{int}, \boldsymbol{H}_i) > 0$ 对所有 $\bar{a}_i$ 均成立。*(Id3)* 无混杂性：$Y_i(\bar{a}_i) \perp \bar{a}_i \mid \boldsymbol{X}_i^{out}, \mathbb{X}_{1:J}^{int}, \boldsymbol{H}_i$。*(Id4)* 给定暴露映射 $\bar{a}_i$ 和结果协变量后，干预协变量与潜在结果相互独立：$Y_i(\bar{a}_i) \perp \mathbb{X}_{1:J}^{int} \mid \boldsymbol{X}_i^{out}, \boldsymbol{H}_i, \bar{a}_i$。

(Id1)-(Id3) 是将因果推断中的标准一致性、正值性和无混杂性假设调整后应用于我们的 BNI 设置。假设 (Id4)体现了空气污染流行病学中的领域知识（Henneman 等人（2019））：结果单元的潜在结果由总暴露水平（ A_i 空气污染水平 A_j）决定，而非由干预单位各自的处理值决定。因此，在学习给定 $Y_i(\bar{a}_i)$ 时 A_i 和 $\mathbf{X}_i^{out}$条件下 $\mathbb{X}_{1:J}^{int}$的分布，无需对 $\mathbb{X}_{1:J}^{int}$进行条件化。

Kim 等人 (2025年) 已证明，在假设 (Id1) – (Id4)下，我们有以下识别结果：

$$\mathbb{E}[Y_i(\bar{a}_i)] = \mathbb{E}\Big[\mathbb{E}[Y_i \mid \mathbf{X}_i^{out}, \mathbf{H}_i, \bar{A}_i = \bar{a}_i]\Big]. \tag{1}$$

2.2 建模假设

受空气污染输送和流行病学领域知识的启发（Henneman 等人（2019））， 我们作出以下结果模型假设和汇总映射假设。

（M1）结果模型关于暴露映射是线性的：

$$Y_i(\bar{a}_i;\boldsymbol{\theta}_0) = \mu(\bar{a}_i;\mathbf{X}_i^{out},\boldsymbol{\theta}_0) + \epsilon_i = f_0(\mathbf{X}_i^{out},\boldsymbol{\alpha}_0) + \bar{a}_i \cdot f_A(\mathbf{X}_i^{out},\boldsymbol{\beta}_0) + \epsilon_i \qquad (2)$$

对于均值为零的独立随机变量 ϵ_i。其中， f_0 捕捉协变量的主效应，而 f_A 捕捉（异质性的）处理效应。

（M2）总结泛函关于$\mathbf{X}_i^{out}$是线性的。

我们假设汇总映射 $\eta(\mathbb{X}^{out}_{1:n}, \mathbf{H}_j)$ 关于 S是线性的$_i, \mathbf{X}^{out}_i$ 。我们对这两个假设作一些说明。关于 (M1)，首先要指出的是， f_0 和 f_A 的形式可以很一般。例如，它们可以从标准参数模型到各种非参数模型（如树集成）不等；我们将要求处理效应函数类属于 Donsker 类（见 (Est2)）。其次，假设结果模型关于处理暴露是加性的，同时允许邻居间存在异质性，这是干扰文献中常见的假设，有助于确保因果推断和政策定向易于处理。二部图文献已针对因果估计和政策学习对这类模型进行了深入研究（Pouget-Abadie 等（2019）、Doudchenko 等（2020）、Kim 等（2025））。在非 BNI 文献中，也有类似模型的研究（Zhao 等（2021）、Liu 等（2016、2019）、Park 与 Kang（2022）、Zhang 与 Imai（2025））。例如，Liu 等（2016、2019）以及 Park 与 Kang（2022）研究了均值线性模型，而 Zhang 与 Imai（2025）则研究了更一般的异质加性模型。我们的模型可以看作是 Zhang 与 Imai（2025）中异质加性模型的二部图类比，其中

额外的异质性由干扰映射**H**捕捉

。我们将这些模型与干扰情形下政策学习和因果建模中考虑的其他模型进行比较。一般而言，人们要么像上文那样假设结果模型对处理具有可加性，要么假设存在部分干扰。在部分干扰假设下，干扰仅限于某个有限数量的邻居（例如 Hudgens & Halloran (2008b)、Tchetgen Tchetgen & VanderWeele (2010)、Viviano (2024)、Park 等（2024）、Bargagli-Stoffi 等（2025））。这类假设通常需要简化处理结构，以便对邻居之间的相互作用进行建模，并构造具有有效推断性质的估计量。研究者通常会假设匿名干扰（例如 Hudgens & Halloran (2008b)、Tchetgen Tchetgen & VanderWeele (2010)），和／或采用可能带有主观性的直接效应与溢出效应定义（例如 Zigler & Papadogeorgou (2021)、Qu 等（2022）），以降低模型的复杂性。对于因果估计，这些假设能够使研究者采用更一般的结果模型。然而，对于政策定向，匿名干扰假设和溢出效应会限制处理个体化的能力，从而产生规定如何对群体平均实施处理的政策（Park 等（2024））。值得注意的是，Viviano (2024) 提出了一些方法，能够在特定实验设置下进行干扰情形下的个体化政策学习；该设置要求在单个网络中随机抽取总体子集，以便外推效应。然而，这种实验设置与本研究并不相关。

与部分干扰不同，在 BNI 下，我们要求能够对部分社区实施政策定向，同时考虑空气污染传输导致的节点间干扰强度差异和空间依赖——具体设定见第 A.1 节。我们的理论设定考虑了 (i) 远距离溢出效应、(ii) 基于位置的异质性，以及 (iii) 政策定向，以了解其对特定子群体的影响，因此不适用于部分干扰、匿名性以及直接效应/溢出效应设定。因此，

我们采用这一既现实又灵活的假设，以涵盖独特的干扰结构，并确保能够对各个子群体进行可处理的政策定向。

最后需要指出的是，我们的框架并不严格依赖于（M2）。对更复杂函数的建模只需确保我们能够在具有空间混合性的情形下准确估计该函数。我们将这些推广留待未来研究。就我们的科学应用而言，这些工作假设具有可解释性，与我们的领域设定一致，并且已在文献中得到采用（例如，Park 等人 （2024年）、Kim 等人（2025年）等研究将邻居协变量的均值作为干扰模型的输入）。

3 BNI 下的公平政策学习

现在我们将介绍 BNI 下公平政策学习的方法。 .

为了严格定义我们的公平政策学习，首先需要量化某个子组 $s \in S$ 在某项政策 π下所获得的益处。我们使用所谓的“福利函数”（Manski 2004、Kitagawa & Tetenov2018）。令不包括发电厂 j 在内的干预单位的处理向量记为 $\boldsymbol{A}^{(-j)}$。进一步定义在 j 接受处理的干预单位 $\boldsymbol{A}^{(-j)}$之外的暴露映射为 $\bar{a}_i^{(-j)}$ （$\boldsymbol{A}^{(-j)}$），其中 $\bar{a}_i^{(-j)}$ （$\boldsymbol{A}^{(-j)}$） $= \frac{1}{J}\sum_{j' \neq j}^{J} H_{ij'} A_{j'}$。

–

定义 3.1. 福利函数（在 BNI 下）。在政策 π下，子组 s的福利函数为：

$$W_s(\pi) = \mathbb{E}[(Y_i(\bar{a}_i^{(-j)} + \Delta_{ij}) - Y_i(\bar{a}_i^{(-j)})) \cdot \pi^{1:J}(A_j = 1, \ \boldsymbol{A}^{(-j)} \mid \{\mathbb{X}_{1:n}^{out}, \ \mathbf{H}\}) \mid S_i = s] \quad (3)$$

其中， $\pi^{1:J}$ 表示所有 J 个体的政策函数，而 Δ_{ij}定义为增量暴露——也就是说，当处理干预单位 j与不处理该单位时，结果单元 i 的暴露变化。在我们的情形中， Δ_{ij} 等于 H_{ij}/J（因为我们的暴露映射 $\bar{a}_i$ 以 J进行归一化）。

更一般地，根据增量暴露的具体情境定义， Δ 可以取不同的值。换言之， $W_s(\cdot)$衡量的是在子组 s中，对所有其他处理设置（$\boldsymbol{A}^{(-j)}$）而言，处理干预单位 j （相对于不处理）时潜在结果的平均差异。再次注意，结果越小越好（例如住院次数越少越好），福利函数也是如此。

本文旨在开发一种政策学习方法，在满足帕累托最优的前提下，最大限度地减少子群体之间的福利失衡（从而确保不造成伤害）。总体而言，我们关注的是

$$\arg\min_{\pi\in\Pi} \quad |W_1(\pi) - W_0(\pi)| \text{ s.t. } \pi \text{ is Pareto-optimal } \wedge \sum_{j=1}^{J} \pi_j c_j \leq C.$$

后一项约束规定了治疗政策的总体成本上限，确保政策学习目标具有成本效益。为了严格定义这一目标，我们需要刻画帕累托前沿。

首先，我们从对福利函数作如下简化开始：

$$\begin{aligned}
W_s(\pi) &= \mathbb{E}_{\boldsymbol{A}^{(-j)},\mathbf{X}_i^{out},\mathbf{X}_j^{int},Y}[H_{ij} f_A(\mathbf{X}_i^{out},\boldsymbol{\beta}_0)\cdot \pi^{1:J}(A_j=1,\boldsymbol{A}^{(-j)} \mid \{\mathbb{X}_{1:n}^{out},\mathbf{H}\}) \mid S_i=s] \because \text{(M1)} \\
&= \mathbb{E}_{\mathbf{X}_i^{out},\mathbf{X}_j^{int},Y}[H_{ij} f_A(\mathbf{X}_i^{out},\boldsymbol{\beta}_0)\cdot \sum_{\boldsymbol{A}^{(-j)}} \pi(A_j=1,\boldsymbol{A}^{(-j)} \mid \{\mathbb{X}_{1:n}^{out},\mathbf{H}\}) \mid S_i=s] \\
&= \mathbb{E}_{\mathbf{X}_i^{out},\mathbf{X}_j^{int},Y}[H_{ij} f_A(\mathbf{X}_i^{out},\boldsymbol{\beta}_0)\cdot \pi(A_j=1 \mid \eta(\mathbb{X}_{1:n}^{out},\mathbf{H}_j)) \mid S_i=s] \\
&= \mathbb{E}_{\mathbf{X}_j^{int},Y}[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} H_{ij} f_A(\mathbf{X}_i^{out},\boldsymbol{\beta}_0)\cdot \pi(A_j=1 \mid \eta(\mathbb{X}_{1:n}^{out},\mathbf{H}_j)) \mid S_i=s] \qquad (4)
\end{aligned}$$

如上所示，在满足 (M1) 的情况下， $W_s(\pi)$ 关于 π呈线性，且不依赖于其他处理决策。有了这个简化后的福利函数，我们可以借鉴Negishi (1960)的标准方法来刻画帕累托前沿。

命题 3.1。 帕累托前沿。帕累托前沿 Π_0 如下所示：

$$\Pi_0 = \{\pi : \arg\inf_{\pi\in\Pi} \sum_{s\in\{0,1\}} \nu_s W_s(\pi), \boldsymbol{\nu}=(\nu_0,\nu_1)\in\Delta^2\} \qquad (5)$$

其中 Δ^l 表示 l 单纯形。证明概要见第 *A.2*节。

简单来说，在这个集合上偏离某项政策，不会在不降低其他任何子群体（例如，$S = s'$）福利的情况下，严格提高某个子群体（例如， $S = s$）的福利，这符合“首先，不造成伤害”的原则。

这就引出了具体的目标函数问题：在受限于位于帕累托前沿上的条件下，最小化福利差异：

目标1 （成本约束下的公平政策学习）。

$$\begin{aligned} \min_{\pi \in \Pi} \quad & |W_1(\pi) - W_0(\pi)| \\ s.t. \quad & \sum_{s \in \{0,1\}} \nu_s W_s(\pi) \leq \inf_{\pi \in \Pi} \sum_{s \in \{0,1\}} \nu_s W_s(\pi) : \boldsymbol{\nu} \in \Delta^2 \\ & \sum_{j=1}^{J} \pi_j c_j \leq C. \end{aligned}$$

3.1 通过二次规划进行优化

为求解这个问题，我们需要对帕累托前沿进行近似。为此，我们需要近似福利函数，并对前沿进行离散化。首先，给定政策 π 下子群体 s 的福利函数估计量如下：

$$\hat{W}_s(\pi) = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^{J} \pi(A_j = 1 \mid \eta(\mathbb{X}_{1:n}^{out}, \mathbf{H}_j)) \cdot \widehat{\texttt{TotalEffect}}_j(s)$$

其中，对于预单位 j 进行处理时，在具有 $S_i = s$ 的结果单位上的处理效应估计为

$$\widehat{\texttt{TotalEffect}}_j(s) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \frac{\mathbf{1}\{S_i = s\}}{p_s} H_{ij} f_A(\mathbf{X}_i^{out}, \hat{\boldsymbol{\beta}})$$

ˆ上述， $p_s = \mathbb{E}[S_i = s]$ （需要估计）以及 $\boldsymbol{\beta}$ 使用Kim 等人（2025年）提出的A-学习估计方程进行估计，该方程已被证明 $\sqrt{n}$

只要基线模型 f_0 或倾向得分模型 e 设定正确，就能得到一致估计。

现在，我们考虑网格的离散化。假设有一个长度为 K 的等间距网格，定义为 $\nu_{k,\ 0} \in (0,\ 1)$，其中 $k \in [K]$ 满足 $\nu_{k,\ 1} = 1 - \nu_{k,\ 0}$。然后，我们将近似帕累托前沿定义如下：

$$\hat{\Pi}_0 = \left\{ \pi \in \Pi, k \in [K] : \pi \in \arg\inf_{\pi \in \Pi} \sum_{s \in \{0,1\}} \nu_{k,s} \hat{W}_s(\pi) \right\} \tag{6}$$

对于 $\lambda \in \mathbb{R}^+$，我们考虑这些约束至松弛量 $\frac{\lambda}{K}$。定义

$$\hat{\Pi}_0(\lambda) = \{\pi \in \Pi : \exists k \quad s.t. \sum_{s \in \{0,1\}} \nu_{k,s} \hat{W}_s(\pi) \leq \overline{W}_k + \frac{\lambda}{K}\} \tag{7}$$

其中，$\overline{W}_k$ 是 $\boldsymbol{\nu}_k$ 的最优目标函数值，即 $W_k = \inf_{\pi \in \Pi} \sum_{s \in \{0,1\}} \nu_{k,s} \hat{W}_s(\pi)$。现在，我们提出一个二次规划，利用上述结果生成公平策略估计。为实现帕累托最优，我们引入辅助变量 $\mathbf{u} = (u_1 \dots u_K) \in \{0, 1\}^K$。每当对于 π 和某个 a_k，式（7）中的约束成立时，我们令 $u_k = 1$。为简洁起见，令 $\pi_j = \pi(A_j = 1 \mid \eta(\mathbb{X}_{1:n}^{out}, \mathbf{H}j))$.

接下来，我们提出求解：

$$\arg\min_{\pi \in \Pi} \min_{\boldsymbol{u}} \quad |W_1(\pi) - W_0(\pi)| \tag{8a}$$

$$\text{s.t. } u_k \sum_{j=1}^{J} \sum_{s \in \{0,1\}} \nu_{k,s} \widehat{\texttt{TotalEffect}}_j(s) \pi_j \leq u_k \overline{W}_k + \frac{\lambda}{\sqrt{n}} : \boldsymbol{\nu}_k \in \Delta^2 \tag{A}$$

$$u_k \in \{0, 1\}, \forall k \tag{B}$$

$$\sum_{k=1}^{K} u_k \geq 1 \tag{C}$$

$$\sum_{j=1}^{J} \pi_j c_j \leq C \tag{D}$$

式（A）–式（C） 是帕累托最优约束，要求至少

在一个网格值上近似满足帕累托最优。如果我们想纳入已知治疗成本的成本约束 c_j 和总预算 C，可以在式（D）中施加预算约束。

3.2 理论结果

现在我们证明，该程序对 $K = \sqrt{n}$ 达到了 $\sqrt{n}$ 遗憾界。在我们的设定中提供理论保证并非易事，因为 (i) $\eta(\mathbb{X}_{1:n}^{out}, \mathbf{H}j)$ 在函数上依赖于所有结果单位；且 (ii) 在 BNI 下，$\widehat{\text{TotalEffect}}_j$ 的集中性尚不明确。

我们通过引理 1 处理 (i)：该引理证明，我们可以考虑 η（$\mathbb{X}_{1:n}^{out}$，$\mathbf{H}j$）的确定性总体极限，从而消除其对个体结果的依赖。我们利用这一点，通过引理 2 证明我们的处理效应估计量以 $\sqrt{n}$ 速率集中。随后，我们得出主要结果：帕累托前沿得到了良好估计（定理 1），前沿上的解以高概率正确（定理2），以及最终的遗憾界（定理 3）。

全文中，我们依赖空间混合假设 **(Sp1)**–**(Sp2)**。该设定与Jenish &Prucha (2009）类似，并在第A.1节中作了精确定义。概括而言，这些假设表明，空间抽样范围不断扩大，且相距较远的位置之间依赖性较弱。此外，我们还作出以下**估计假设**。

(Est1)有界性：假设结果、估计的和真实的倾向得分模型、估计的和真实的结果模型（Y，$\hat{e}$，e，$\hat{\mu}$，μ）均一致有界于 $M < \infty$。

(Est2) *Donsker* 处理效应函数类：假设 $f_A \in F_A$ 属于 Donsker 类，或者

$$\log \mathcal{N}(\varepsilon, \mathcal{F}_A, L^2) \lesssim \varepsilon^{-m}, \quad m < 2$$

(Est3) *Donsker* 策略类：假设 Π 属于 Donsker 类，或者

$$\log \mathcal{N}(\varepsilon, \Pi, L^2) \lesssim \varepsilon^{-p'}, \quad p' < 2$$

根据我们的结果模型假设 **(M1)**，我们只需对 f_A 作出 Donsker 类假设。我们

现在证明，我们可以有效消除总结泛函中对 $\mathbf{X}_i^{out}$的依赖（该泛函是所有 $\mathbf{X}_i^{out}$的函数）。

引理1。 福利函数对总体的集中性 η。假设有界性 ***(Est1)***、空间混合 ***(Sp1)-(Sp2)***， η 满足 ***(M2)***，且 ***(Est3)***。那么，对于 $\eta(\mathbb{X}_{1:n}^{out},\mathbf{H}j)$ 的确定性极限， $\eta_j \in \mathbb{R}^{p+1}$,

$$\mathbb{E}|\frac{1}{J}\sum_{j=1}^{J}\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} H_{ij}f_A(\mathbf{X}_i^{out},\boldsymbol{\beta}_0)S_i(\pi(A_j=1\mid\eta(\mathbb{X}_{1:n}^{out},\mathbf{H}j),\mathbf{X}_j^{int})-\pi(A_j=1\mid\eta_j,\mathbf{X}_j^{int}))|\lesssim\frac{M}{\sqrt{n}}=$$

证明见第 A.4 节。该结果依赖空间混合来保证极限定义良好，并依赖正则性条件得出收敛结论。有了这一结果，我们可以得出处理效应函数的集中性。

引理 2。 估计处理效应函数的集中性。假设有界性***(Est1)***、*Donkser* 处理效应和策略类 ***(Est2)-(Est3)*** 、空间混合 ***(Sp1)-(Sp2)***，且模型具有线性性 ***(M1)-(M2)***。那么，

$$\mathbb{E}\sup_{\boldsymbol{\beta}}|\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}H_{ij}f_A(\mathbf{X}_i^{out},\boldsymbol{\beta}_0)-\mathbb{E}[H_{ij}f_A(\mathbf{X}_i^{out},\boldsymbol{\beta}_0)]|\lesssim\frac{M}{\sqrt{n}}$$

证明见第 A.5 节。该结果依赖空间混合来保证极限存在且定义良好，并依赖正则性条件来得出收敛结论。具体而言，我们将（Bernstein 1927，Kuznetsov & Mohri2017）中描述的分块技术应用于空间区块，随后使用标准经验过程工具得出我们的速率。与现有文献（例如，标准集中界）不同，该结果针对空间情形下 Donsker 类的经验和提供集中界，其中函数泛函之间可以存在任意依赖。

现在，我们利用这一结果来展示公平政策学习过程的保证。

定理 1。 帕累托前沿估计。假设有界性 ***(Est1)***、*Donkser* 处理效应和策略类 ***(Est2)-(Est3)***、空间混合***(Sp1)-(Sp2)***，以及模型的线性性 ***(M1)-(M2)***。此外，令 $K=\sqrt{n}$。则，

$$\mathbb{E}[\sup_{\boldsymbol{\nu},\pi} | \sum_{s\in\{0,1\}} \nu_s W_s(\pi) - \inf_{\boldsymbol{\nu}_k} \{ \sum_{s\in\{0,1\}} \nu_{ks} \hat{W}_s(\pi) \}|] \lesssim \frac{M+\lambda}{\sqrt{n}}$$

证明见第 A.6 节。利用处理效应函数的集中性和策略类的正则性，通过三角不等式可对关注的对象进行有界化，从而得到 $\sqrt{n}$ 阶。这一结果有效地将 Viviano & Bradic(2024年) 的定理 4.1 扩展到了 BNI 设置。

根据这一有限样本界，我们可以得出结论：以高概率，在适当选择网格大小和松弛量后，我们估计的帕累托前沿解集合能够得到帕累托前沿上的解：

定理 2。 帕累托前沿支撑。假设满足定理 *1*的条件，并回顾 $K = \sqrt{n}$。那么，对于任意 $\gamma \in (0,1)$，当 $\lambda \leq \frac{\gamma}{CM}$ 对普适常数 C成立时，我们有$\hat{}\mathbb{P}(\Pi_0 \subseteq \Pi_0(\lambda)) \geq 1-\gamma$

证明见第 A.7 节。该结果通过应用马尔可夫不等式，并利用定理 1 进一步界定概率得出。

定理 3。 遗憾界。假设定理 *1*的设定成立。那么，

$$\mathbb{E}|W_1(\hat{\pi}_\lambda) - W_0(\hat{\pi}_\lambda)| - \inf_{\pi\in\Pi_0} |W_1(\pi) - W_0(\pi)|| \lesssim \frac{M}{\sqrt{n}}$$

证明见第A.8节。论证首先将整个策略类上的福利偏差界定为帕累托前沿上的福利偏差，而根据前一个结果（定理2），以高概率可以保证这一点。然后，福利函数的估计保证（定理1 ）使我们能够得出该结果。总之，我们将福利差异度量下的公平政策目标定位结果扩展到高依赖性的 BNI 设置中。

4 基于实证的蒙特卡洛模拟

本节中，我们通过基于经验的蒙特卡洛模拟来评估所提出的方法（Knaus et al. 2021）。

4.1 模拟设置

设置如下：我们选择模拟参数，以确保模拟数据中接受处理的个体比例与真实数据中的经验处理率相差不超过 0.01，并确保模拟死亡率与我们数据中的经验死亡率相差不超过 0.01。然后，在信噪比为 3 的条件下，我们进行 1,000 次模拟，每次都生成新的处理和结果。我们保留 $J = 459$ 家发电厂和 $n = 35{,}036$ 个邮政编码，每个子组约占邮政编码总数的一半（$n_0 = 17{,}517, n_1 = 17{,}519$）。随后，我们在模拟数据上运行我们的方法和一种竞争性的政策学习方法，并根据以下指标评估学习得到的政策，取 1,000 次模拟的平均值（模拟的完整细节和参数见第 B节）：

- 第0组的福利，W_0（π）；
- 第1组的福利，W_1(π);
- 政策中的差异定义为：差异(π) $= |W_0(\pi) - W_1(\pi)|$。

由于我们假设结果越小越好，因此福利越小表示结果越理想。对于差异，数值越小越好。

我们将公平政策方法与现有的约束福利最大化方法（Manski 2004、Kitagawa & Tetenov 2018）进行比较。需要说明的是，严格来说，我们实际上实施的是福利最小化，因为在我们的情境中，结果越小越好。然而，为与文献保持一致，我们仍将这种方法称为

福利最大化。福利最大化旨在使目标人群的福利最大化。从功利主义视角来看，这意味着优化各项福利的加权组合，对于 $\nu \in [0,1]$: $\nu W_0(\pi) + (1-\nu)W_1(\pi)$）。

我们比较公平政策与福利最大化方法的表现，具体考察以下情形：（i）在其他约束保持不变的情况下，改变允许的最大差异；（ii）在其他约束保持不变的情况下，改变预算。这些比较旨在考察福利的优先顺序，以及差异随之如何变化。

按子组和总体展示的个体真实总效应直方图见图1。本模拟研究中各子组的规模相同。在子组0中，大多数洗涤器安装具有保护作用。具体而言， $\mathbb{E}[\text{总效应}_j(0)] = -261.6$其中，99.6%的干预单位使该子组受益。另一方面，在子组1中，大多数洗涤器安装会造成危害。具体而言， $\mathbb{E}[\text{总效应}_j(1)] = 105.6$其中，3.9%的干预单位使该子组受益。总体而言，对第0组的益处在幅度上大于对第1组造成的危害，因此总体上保护作用更强：$\mathbb{E}[\text{总效应}_j] = -156.0$ 其中，93.7%的处理使总体受益。因此，公平政策学习器必须在使第0组受益与第1组可能遭受的危害之间取得平衡，并将差异降至最低。

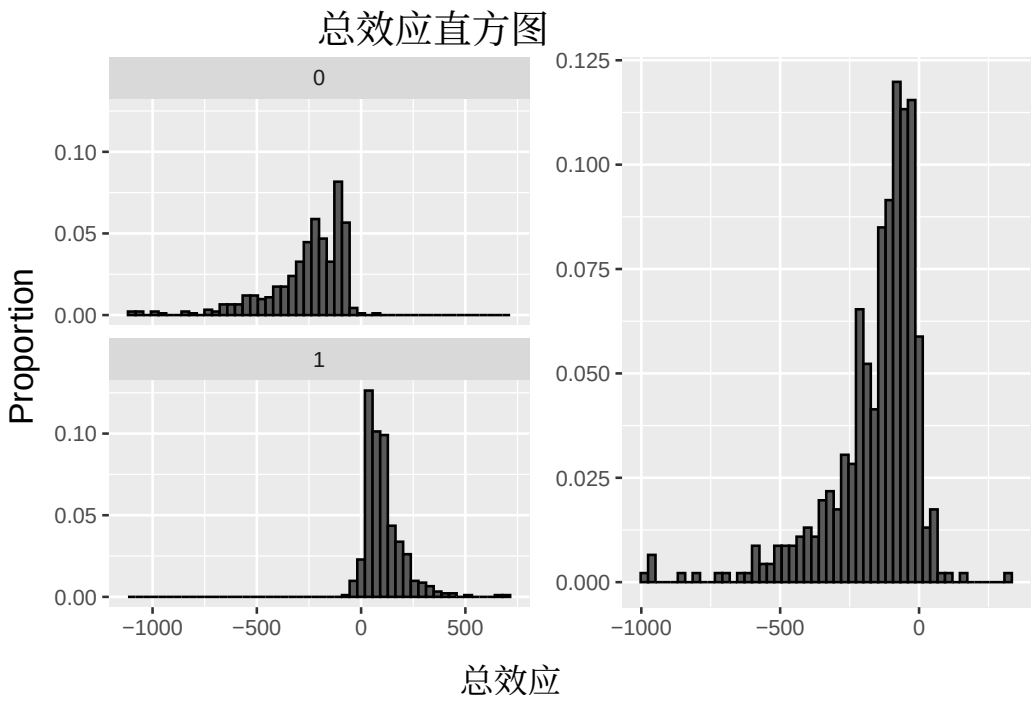


图 1： 我们模拟设置下的总效应直方图。这些直方图展示了真实的个体总效应，按子组划分（左图）以及总体（右图）。在本次模拟研究中，各子组的规模相同。

4.2 模拟结果

模拟结果见图2。如图左列所示，福利最大化（以蓝色三角形表示）优先考虑总体福利的下降，因此会对更多个体实施处理，因为这对第0组的益处大得多，从而也更有利于总体。然而，这会使子组1的结果更差，进而导致更大的差异。另一方面，公平政策学习器（红点）以较低的总体福利增益为代价，使福利在差异水平上保持得更加稳定，即使成本预算更高也是如此。

在顶行的模拟情景中（我们改变允许的最大差异，同时保持其他约束不变），以及在底行的情景中（我们改变预算，同时保持其他约束不变），都能观察到这种行为。具体而言，我们注意到，差异水平（右列图表）

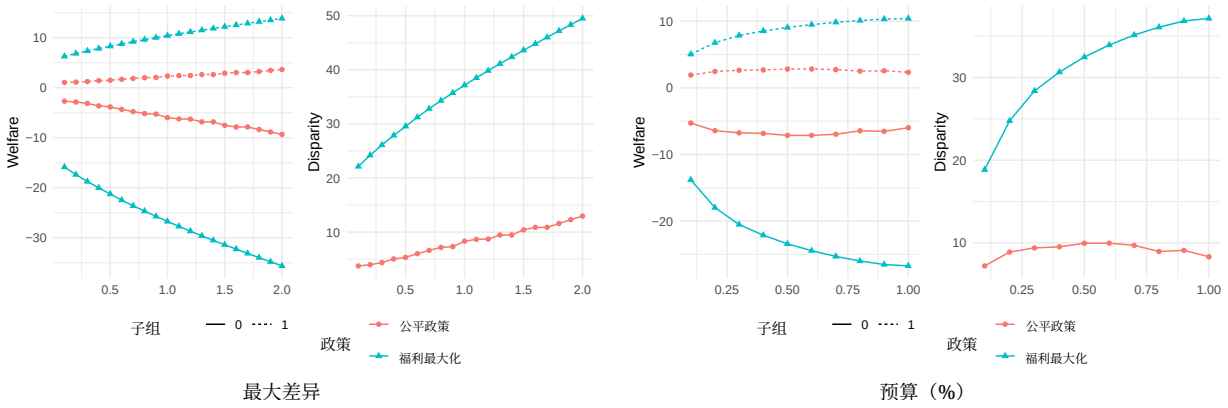


图 2： 两种不同的模拟情景：我们比较公平政策（蓝色三角形）与福利最大化方法（红色圆点）的福利表现（在本例中，数值越低表示结果越“好”），并分别考察 i）在其他约束保持不变时，允许的最大差异的变化（上排），以及 ii）在其他约束保持不变时，预算的变化（下排）。左列图表展示按子群体细分的结果，右列图表展示总体结果。

在福利最大化模型中持续上升：无论是允许的差异增大，还是预算增加（% budget）使得能够处理更多个体，都会出现这种情况。

总体而言，模拟结果表明，与福利最大化方法相比，公平政策学习器能够降低差异，但代价是总福利增益较低。在无干扰背景下也能观察到这种权衡（Viviano 2024）。我们的模拟研究进一步揭示了 BNI 设置中公平政策学习的难点：我们无法只选择一个子群体进行干预；干预单位会影响两个子群体，因此在确保公平性的同时，必须在这种情境下权衡收益。

5 公平、具成本效益的环境政策分析

我们将公平政策学习方法应用于一个具有现实意义的问题：在成本约束下，学习能够在不同社会经济亚群之间兼顾公平与成本效益的发电厂洗涤器安装政策。我们首先介绍数据。

5.1 数据描述

我们的数据由三部分组成：(i) 包含医疗保险受益人信息的结果层级数据；(ii) 包含发电厂特征和洗涤器成本信息的干预层级数据；以及 (iii) 通过一种称为*HYSPLIT*平均扩散 的低复杂度大气模型，描述结果单位与干预单位之间空气污染传输效应的干扰映射（HyADS）（Henneman 等人（2019））。下面详细介绍各个组成部分。

5.1.1 结果层面数据：医疗保险死亡率及协变量

我们的分析所用的死亡率结果来自2005年居住在美国本土 $n = 35$、036个邮政编码区域内的所有医疗保险受益人的2,213,471条医疗保险参保人记录。利用这些记录，我们计算了2005年邮政编码层面的死亡率，其定义为这些医疗保险受益人每人年中的死亡人数，并据此考虑不同邮政编码区域的暴露人时差异。

还有一些协变量是在邮政编码层面测量的。具体而言，我们获取了美国人口普查中的社会经济和人口统计特征（来自2000年十年一次的人口普查）、气象数据（Kalnay等（1996））和吸烟率（Dwyer-Lindgren等（2014））协变量数据。我们分析中使用的邮政编码协变量完整列表及相应的描述性统计见表C.2。我们对若干协变量（TotHeatInput、TotPop和TotOpTime）进行对数变换，以降低其分布的偏斜程度，并对协变量进行标准化。

5.1.2 干预层级数据：发电厂数据与干扰映射

2005年有关洗涤器状态和工厂特征的数据，涵盖了 $J = 459$ 座集中分布于美国东部、以煤炭为燃料的发电厂，这些发电厂是我们关注的干预单位。数据取自美国环境保护署（EPA）的空气市场

项目数据库。我们还收集了若干发电厂层面的协变量，并在表中连同描述性统计一并呈现C.1。关于已安装洗涤器的发电厂的洗涤器安装成本信息取自能源信息署（EIA）网站，并用于构建预测模型，以估算每座尚未安装洗涤器的发电厂的洗涤器安装成本，具体如Kim 等人所述(2025年)。根据该成本模型，为459座发电厂全部安装洗涤器的估算总成本约为48,757,024,000美元。

为描述干扰结构或二分邻接矩阵，我们采用 HyADS 模型。HyADS 是一种污染传输模型，可生成一个无单位度量，用于量化来自单个发电厂的排放被输送（例如，通过风）至特定邮政编码的数量（Henneman 等人（2019））。HyADS 基于美国国家海洋和大气管理局（NOAA）空气资源实验室的 HYSPLIT 模型所提供的高精度气象测量数据。数据中所有发电厂配对与邮政编码对应的这些数值构成了 **H** 的元素。

5.2 子组定义

我们构建的政策在基于贫困水平定义的子群体之间具有公平性。 贫困人口比例 在邮政编码层面定义为：某一邮政编码内的医疗保险参保者中，同时符合医疗补助计划资格者所占的比例（这些人有时被称为“双重资格受益人”）。贫困人口比例的分布见图 D.1，其中黑色虚线标出了第 0、25、50、75 和 100 百分位数。

直方图显示，贫困水平的分布呈现较长的右尾，大多数邮政编码集中在较低的贫困水平，少数邮政编码则集中在较高的贫困水平。为涵盖生活在贫困中的人群，我们开展公平政策分析，并将邮政编码按贫困人口比例是否高于第75百分位数划分为不同子群体

的贫困人口比例。我们将高于第75百分位数的群体称为高贫困组，将低于第75百分位数的群体称为低贫困组。基于贫困子群体中第25和第50百分位数的其他定义所得到的结果，见补充材料第D 节，作为敏感性分析。

5.3 最优政策的估计结果

我们采用 Kim 等人 (2025年提出的双重稳健A学习估计方法，估计处理效应 $\texttt{TotalEffect}_j$，$\texttt{TotalEffect}_j(0)$，$\texttt{TotalEffect}_j(1)$。图 D.2 展示了这些量的相应分解。我们发现，绝大多数洗涤器安装都具有保护作用（99% 的洗涤器安装），其中 高贫困组获得的收益低于低贫困组。图 D.3 显示，估计处理带来较高健康收益的工厂集中在美国中西部和美国东部地区。

5.4 公平政策分析

我们从两种政策制定视角开展公平政策学习。为便于讨论，我们将2005年现有的洗涤器分配称为事实性 政策。

1. **空白起点政策分析**：我们假设尚未对任何工厂进行处理，或从“空白起点”开始开展政策学习。在我们的情境中，实施全新政策并不现实，因为撤销现有处理并从头开始很可能无法实现，而且可能有违伦理。因此，清零分析的主要目的是揭示事实政策潜在的低效与不公平，并展示公平政策学习所带来的改进。

2. **增强策略分析**：我们从事实政策开始进行政策学习。该政策对事实政策进行了增强，因此我们将其称为

“增强”策略分析。增强策略为在事实政策基础上进行扩展提供了可执行的方案，并可为未来的政策行动提供参考。在整个分析过程中，我们比较以下政策学习方法：(i) 公平政策学习器；(ii) 福利最大化方法，即 Kitagawa& Tetenov(2018年) 方法的改编版；(iii) 来自Kim 等人 (2025年) 的最优政策学习器；(iv) 事实政策。由于据我们所知，美国尚未针对洗涤器规定具体的政策预算约束，因此，我们考察每种策略学习器在一系列预算约束下的表现；这些预算约束定义为在美国每座发电厂安装洗涤器的总成本所占的比例。我们考察 $(c_n)_{n=1}^{10}$，其中 $c_n = 0.1n$；此外，我们还纳入 0.12，因为事实政策满足这一约束。

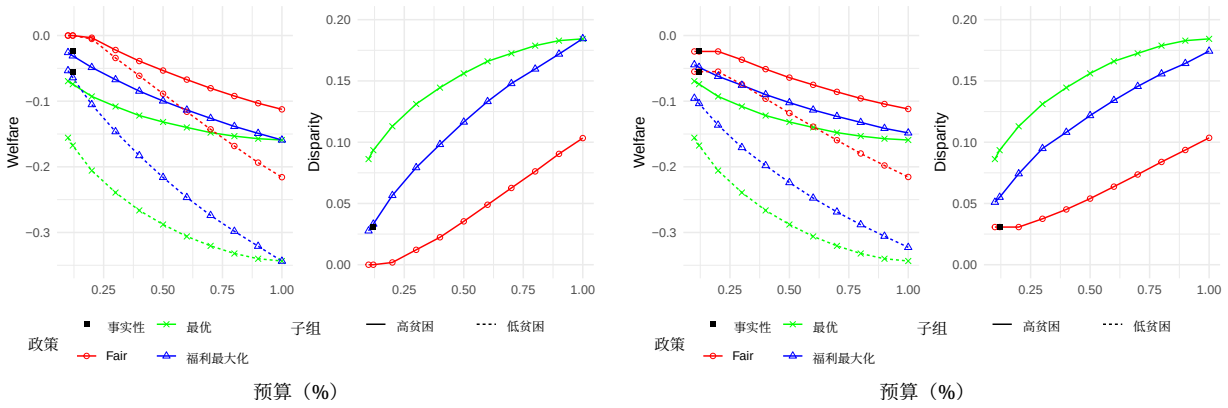
5.4.1 从头开始和增强策略

现在，我们详细说明图从头开始和增强策略分析中的结果，见图3。首先，我们看到，从头开始和增强策略分析对低贫困组（实线）的益处都多于高贫困组（虚线）。这与图 D.2一致。

接下来，我们发现，与公平政策学习器（红色圆圈）相比，福利最大化（蓝色三角形）和最优政策（绿色叉号）带来了更大的福利增益。然而，与公平政策学习器相比，这些政策会导致更高的差异。

我们还注意到，与福利最大化和最优政策相比，事实政策（黑色方块）在图中的位置更高，这表明，与整体福利收益相比，事实政策的效率相对较低；与最优决策政策（福利最大化策略和最优政策学习器）相比，其效率也相对不足；此外，与公平政策学习器相比，其公平性也较低。

有趣的是，在空白起点政策分析中，当成本预算为 10% 时，无法学到公平且帕累托最优的政策。要获得一个



(a) 全新政策　　(b) 增强策略

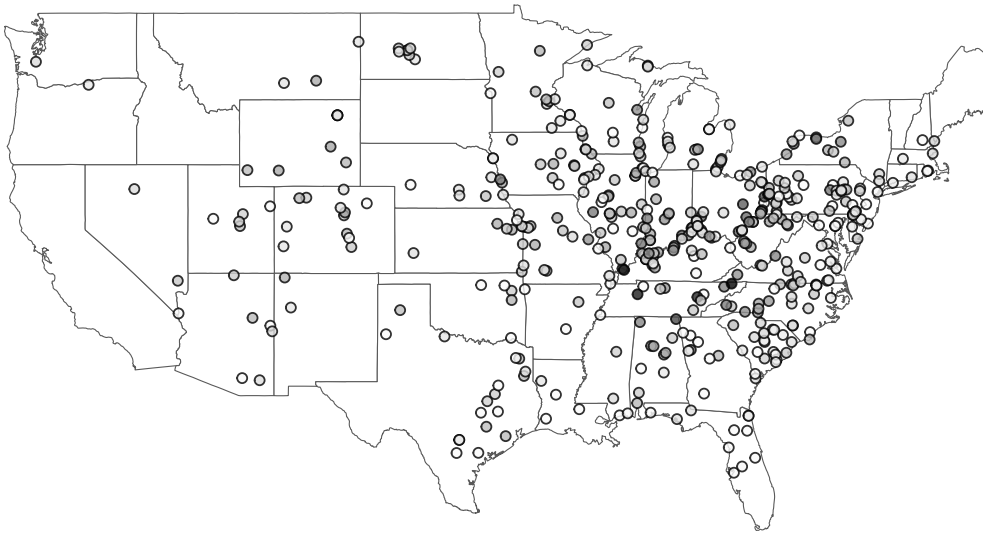
图3：针对贫困人口比例，在不同成本预算下比较从头开始和增强策略。

在清零分析下的公平政策。相比之下，在 10–20% 的预算范围内，增强策略无法找出任何优于事实政策的政策。只有在预算达到 30% 时，才能找到增强后的公平政策。这表明事实政策持续存在差异，而实现公平性需要更大的预算。

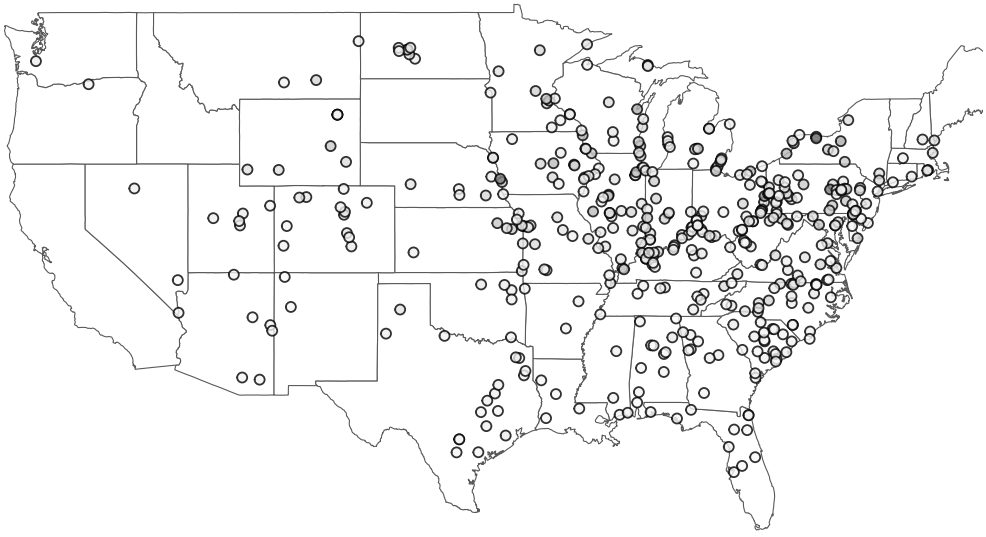
最优政策与公平政策的可视化。我们通过对学习得到的政策进行可视化，更仔细地研究公平政策学习器的结果。在图D.4 和图D.5中，我们在10%—90%的预算范围内，将公平政策和最优政策展示在美国地图上。图中显示，最优政策优先关注美国东南部和美国中部的某些“重点”工厂（深色圆点），而公平政策不会优先关注其中任何一个重点工厂，尽管该政策仍然集中在这一地区附近。这支持了我们上文的发现：受益最多的工厂并不意味着最公平；为了实现公平性，我们必须减少干预。为突出差异和政策集中程度，我们在图4中放大展示50%的预算下的政策。

5.5 最低福利约束

在我们的主要分析中，我们发现，尽管公平政策的差异较小，但子群体获得的福利收益低于在最优方法或福利最大化方法下可能达到的水平



(a) 最优政策



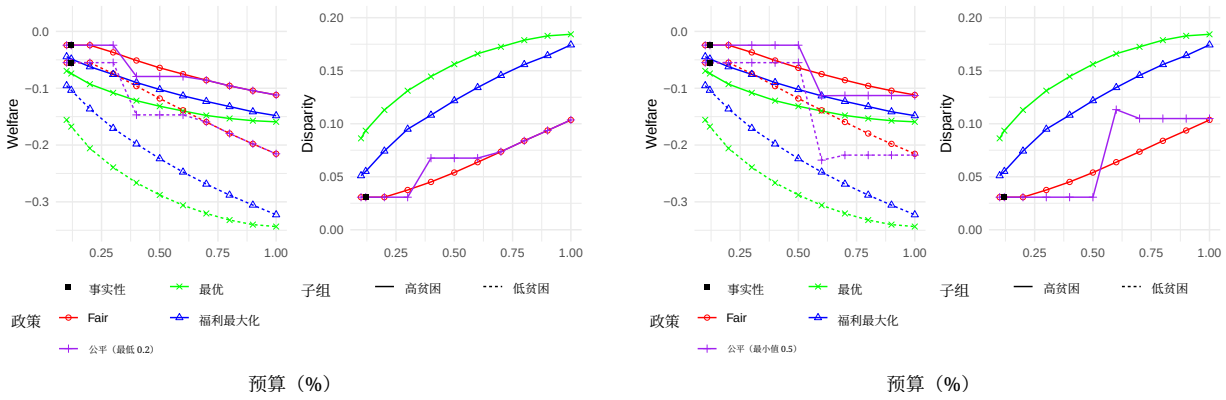
(b) 公平政策

图4：在50%的预算下，贫困人口比例方面的最优政策与公平政策比较。

。具体而言，在我们的公平政策学习器下，低贫困组的收益有所下降。

在本节中，我们首先进行公平政策分析，将低贫困组的最低福利约束为至少达到福利最大化方法所实现的水平；然后在满足相应预算约束的前提下，最小化差异。

我们在图5 （紫色三角形）中进行此项分析，并对低贫困组



(a) 20% 最低约束　　(b) 50% 最低约束

图 5：在不同成本预算下，对比从头开始与增强策略在贫困人口比例方面的表现。

要求其受益至少达到20%预算（上图）和50%的预算（下图）下福利最大化方案所带来的福利水平。

如果施加公平约束，要求低贫困组获得的最低福利至少与福利最大化政策下的水平相当（该水平在预算为 20% 时达到），那么要实现公平政策，预算至少需要提高到 30%。然而，与不受此约束的公平政策相比，这会导致更大的差异。预算水平较高时，最低福利分析的结果会趋近于无约束情形。

同样，如果目标是使最低福利至少达到预算为 50% 时福利最大化方法所实现的水平，那么要实现公平政策，预算至少需要达到 60%。与上述分析相比，这种影响更为显著；相较于预算为 20% 时的福利最大化表现，差异大幅增加——无论是相对于无约束的公平政策学习器，还是相对于匹配预算为 20% 时表现的情形。

6 讨论

在本文中，我们研究了如何在 BNI 下分配干预措施，以最大化福利平衡，同时确保政策符合“首先，不造成伤害”的原则。这在

公共卫生和社会科学领域具有重要意义，因为众所周知，干预措施会给高风险社区带来不成比例的负担，进而造成经济影响。在兼顾这些因素与成本约束的同时，不仅能公平地惠及总体，也可能带来长期经济效益。

不同于现有的干扰文献，我们针对具有 BNI 溢出效应的情境设计了方法，而不依赖于在这些情境中通常用于简化因果推断的部分干扰假设。我们的方法还考虑了 BNI 情境的另一独特特征：对一个干预单位实施干预，必然会导致两个子群体的结果发生变化；与具有传统数据结构的情境相比，这使公平政策的考量更加复杂。我们证明了遗憾界，通过模拟研究验证了理论结果，并应用这些方法研究在燃煤电厂安装减排技术时，学习最优政策与公平政策之间的权衡。

从根本上说，我们的分析表明，公平性是有代价的。为了实现公平性，我们必须承担更高的成本，或牺牲整体福利。最优性与公平性之间的对比凸显了政策制定者在设计环境政策时必须权衡的诸多因素。

尽管本文聚焦于环境政策，但我们的方法并不局限于这一领域。事实上，所提出的方法可广泛应用于具有类似 BNI 数据结构的各类真实世界数据场景，以回答有关公平且具有成本效益的政策设计的一般问题。在医疗保健领域，这类 BNI 结构自然存在：再入院项目涉及医疗机构与患者社区之间的溢出效应（Zuckerman 等，2016、Baicker 等，2013）；心理健康干预将治疗中心与服务区域联系起来，可能由此产生社区溢出效应（Baicker 等，2013）；阿片类药物治疗项目将医疗机构与县联系起来，通过

毒品供应和同伴网络产生溢出效应（Pacula & Powell2018）。在医疗保健之外的市场环境中，还可以对企业在线广告活动对消费者产生的因果效应进行建模。在此，企业和消费者属于不同的节点类型，且根据广告策略，可能出现较强的溢出效应（Doudchenko 等（2020））。在这些领域，政策制定者必须权衡效率与公平性，同时考虑 BNI；这正是我们框架所要应对的挑战。

我们的研究存在若干局限性，可在未来工作中加以解决。首先，我们依赖于关于结果模型形式的一些强假设，并假设干预成本是固定且已知的。未来的研究可以考虑处理未知的治疗成本以及一般形式的模型。其次，我们尚未对公平政策进行推断。为了提高研究对政策制定者的实用性，未来一个值得探索的方向是考察前沿上的统计不确定性（推断），并加深对最优性—公平性差距的理解（Liu& Molinari2024，Auerbach 等，2025）。

数据可用性。患者健康信息受到保护，具体规定见美国医疗保险和医疗补助服务中心（CMS）与本机构签订的数据使用协议，该协议还确定：（1）豁免 HIPAA 授权；（2）豁免或变更知情同意流程，因为使用医疗保险数据无需征得每位医疗保险受益人的同意。鉴于此类数据的敏感性，这些数据不向公众开放。文中所述的发电厂数据和邮政编码层面的混杂数据可公开获取，模拟代码将发布在以下 GitHub代码仓库 https://github.com/NSAPH-Projects/emissions-ihd-bni_帕累托。

参考文献

Aronow, P. M. & Samii, C. (2017), ‘一般干扰下平均因果效应的估计：应用于一项社交网络实验’, 《应用统计年鉴》11(4), 1912 –1947. Auerbach, E., Liang, A., Okumura, K. & Tabord-Meehan, M. (2025), ‘检验公平性-

准确性 $_{\text{improva}}$ bility of algorithms’ . Baicker, K., Taubman, S. L., Allen, H. L., Bernstein, M., Gruber, J. H., Newhouse, J. P., Schneider, E. C., Wright, B. J., Zaslavsky, A. M. & Finkelstein, A. N. (2013), ‘俄勒冈实验——医疗补助计划对临床结局的影响’, *New England Journal of Medicine*368(18), 1713–1722. Bargagli-Stoffi, F. J., Cadei, R., Lee, K. & Dominici, F. (2020), ‘因果规则集成：异质性处理效应的可解释发现与推断’, *arXiv*预印本 *arXiv:2009.09036* . Bargagli-Stoffi, F. J., Tortú, C. & Forastiere, L. (2025), ‘聚类网络干扰下的异质性处理效应与溢出效应’, 《应用统计年鉴》19(1), 28. Bernstein, S. (1927年), ‘关于将概率论的极限定理推广至相依量之和’, 《数学年鉴》97, 1–59. Chen, K. L., Bargagli-Stoffi, F. J., Kim, R. C., Henneman, L. R. & Nethery, R. C. (2024年), ‘二部网络干扰下的双重差分：评估环境政策对健康影响的准实验框架’。 Chen, K. L., Stoffi, F. J. B., Kim, R. C. & Nethery, R. C. (2024年), ‘电厂排放控制政策对环境正义的影响：二部网络干扰下的异质性因果效应估计’。**网址：** *https://arxiv.org/abs/2304.12500*Cox, D. R. (1958年), ‘实验设计’。 Dominici, F., Bargagli-Stoffi, F. J. & Mealli, F. (2021年), ‘从受控数据到非规范数据：在数据科学时代使用潜在结果框架估计因果效应’, 《哈佛数据科学评论》3(3). Doudchenko, N., Zhang, M., Drynkin, E., Airoldi, E., Mirrokni, V. & Pouget-Abadie, J. (2020年), ‘基于二分设计的因果推断’。 Dwyer-Lindgren, L., Mokdad, A. H., Srebotnjak, T., Flaxman, A. D., Hansen, G. M. & Murray, C. J. (2014年), ‘美国县的香烟吸烟率：1996–2012’, 《人口健康指标》12(1). Frauen, D., Melnychuk, V. & Feuerriegel, S. (2023年), ‘基于观察性数据的公平离策略学习’。 Henneman, L., Choirat, C., Dedoussi, I., Dominici, F., Roberts, J. & Zigler, C. (2023年), ‘美国燃煤发电导致的死亡风险’, 《科学》382(6673), 941–946. Henneman, L. R., Choirat, C., Ivey, C., Cummiskey, K. & Zigler, C. M. (2019年), ‘使用HyADS模型刻画美国人群对燃煤排放源的暴露’, 《大气环境》203, 271–280. Hudgens, M. G. & Halloran, M. E. (2008*a*), ‘迈向存在干扰情形下的因果推断’, *Journal of the american statistical association*103(482), 832–842.

Hudgens, M. G. & Halloran, M. E. (2008*b*), ‘迈向存在干扰情形下的因果推断’, *Journal of the American Statistical Association*103(482), 832–842. Jbaily, A., Zhou, X., Liu, J., Lee, T.-H., Kamareddine, L., Verguet, S. & Dominici, F. (2022年), ‘美国人群及不同收入群体的空气污染暴露差异’, 《自然》601(7892), 228–233. Jenish, N. & Prucha, I. R. (2009), ‘随机场阵列的中心极限定理与一致大数定律’, 《计量经济学杂志》150(1), 86–98. Josey, K. P., Delaney, S. W., Wu, X., Nethery, R. C., DeSouza, P., Braun, D. & Dominici, F. (2023年), ‘种族与社会阶层交叉视角下的空气污染与死亡率’, *NewEngland Journal of Medicine*。 Kalnay, E., Kanamitsu, M., Kistler, R., Collins, W., Deaven, D., Gandin, L., Iredell, M., Saha, S., White, G., Woollen, J., Zhu, Y., Leetmaa, A., Reynolds, R., Chelliah, M., Ebisuzaki, W., Higgins, W., Janowiak, J., Mo, K. C., Ropelewski, C., Wang, J., Jenne, R. & Joseph, D. (1996), ‘NCEP/NCAR 40年再分析项目’, 《美国气象学会通报》77(3), 437–471. Kearsley, A. (2024), ‘用于监管分析的HHS标准值，2024年’。 Kim, K. & Zubizarreta, J. R. (2023), 公平且稳健的异质性处理效应估计方法，用于政策学习，载于A. Krause, E. Brunskill, K. Cho, B. Engelhardt, S. Sabato & J. Scarlett, 编，‘第40届国际机器学习会议论文集’，《机器学习研究论文集》第202卷，PMLR，第16997–17014页。 Kim, R. C., Bargagli-Stoffi, F. J., Chen, K. L. & Nethery, R. C. (2025年), ‘迈向最优环境政策：任意二部网络干扰下的政策学习’, *Biostatistics*第kxaf041页。 Kitagawa, T. & Tetenov, A. (2018年), ‘谁应接受处理？用于处理选择的经验福利最大化方法’, 《计量经济学》86(2), 591–616. Knaus, M. C., Lechner, M. & Strittmatter, A. (2021年), ‘异质性因果效应的机器学习估计：经验蒙特卡洛证据’, 《计量经济学期刊》24(1), 134–161. Kosorok, M. R. (2008), ‘半参数推断导论’，经验过程与半参数推断导论第319–321页。 Kosorok, M. R. & Laber, E. B. (2019), ‘精准医学’, 《统计应用年度评论》6(1), 263–286. Kuznetsov, V. & Mohri, M. (2017), ‘非平稳混合过程的泛化界’, 《机器学习》106(1), 93–117. Liu, L., Hudgens, M. G. & Becker-Dreps, S. (2016), ‘存在干扰时的逆概率加权估计量’, 《生物统计学》103(4), 829–842. Liu, L., Hudgens, M. G., Saul, B., Clemens, J. D., Ali, M. & Emch, M. E. (2019), ‘部分干扰下观察性研究的双重稳健估计’, 《*Stat*（国际统计学会）》8(1), e214.

Liu, Y. & Molinari, F.（2024），《算法公平性—准确率前沿的推断》，载于《第25届ACM 经济学与计算会议论文集》，EC '24，计算机协会，纽约州纽约，美国，第843页。Manski, C. F.（2004），《异质人群的统计治疗规则》，《计量经济学》**72**(4)，1221–1246。**网址：***http://www.jstor.org/stable/3598783*Massetti, E., Brown, M. A., Lapsa, M. V., Sharma, I., Bradbury, J., Cunliff, C. & Li, Y.（2017），《环境质量与美国电力行业：空气质量、土地利用与环境正义》，技术报告：*ORNL/SPR-2016/772*。Nabi, R., Malinsky, D. & Shpitser, I.（2019），《学习最优公平政策》，《机器学习研究论文集》**97**，4674–4682。Nabi, R. & Shpitser, I.（2018），结果的公平推断，载于《第三十二届 AAAI 人工智能会议、第三十届人工智能创新应用会议暨第八届 AAAI 人工智能教育进展研讨会论文集》，AAAI'18/IAAI'18/EAAI'18，AAAI出版社。Negishi, T.（1960），《福利经济学与竞争性经济均衡的存在》，《都市经济学》**12**。Nethery, R. C., Mealli, F., Sacks, J. D. & Dominici, F.（2020），《运用因果推断与机器学习评估1990年《清洁空气法修正案》的健康影响》，*Journal of the American Statistical Association* **116**(535)，1128–1139。Pacula, R. L. & Powell, D.（2018），《阿片类药物危机的供给侧视角》，《政策分析与管理杂志》**37**(2)，438–446。Park, C., Chen, G., Yu, M. & Kang, H.（2024），《部分干扰下的最低资源阈值政策》，*Journal of the American Statistical Association* **119**(548)，2881–2894。Park, C. & Kang, H.（2022），《部分干扰下网络治疗效应的高效半参数估计》，《生物统计学》**109**(4)，1015–1031。Pouget-Abadie, J., Aydin, K., Schudy, W., Brodersen, K. & Mirrokni, V.（2019），通过相关聚类降低二部实验中的方差，载于H. Wallach, H. Larochelle, A. Beygelzimer, F. d'Alché-Buc, E. Fox & R. Garnett 编，《神经信息处理系统进展》第32卷，Curran Associates, Inc. Qu, Z., Xiong, R., Liu, J. & Imbens, G.（2022），《异质部分干扰下观察性研究中的高效处理效应估计》，*arXiv*预印本。Rotblat, J.（1999），《献给科学家的希波克拉底誓言》，《科学》**286**(5444)，1475–1475。Schulte, P. J., Tsiatis, A. A., Laber, E. B. & Davidian, M.（2014），《用于估计最优动态治疗方案的Q学习与A学习方法》，*Statistical Science***29**(4)。Song, Z. & Papadogeorgou, G.（2024），《存在干扰、时间序列数据和随机网络时的二部因果推断》。

Srivastava, R. K., Jozewicz, W. & Singer, C.（2001），《二氧化硫洗涤技术：综述》，Environmental Progress 20(4)，219–228。Su, L., Lu, W. & Song, R.（2019），《存在干扰时最优治疗决策的建模与估计》，Stat (Int Stat Inst) 8(1)。Tchetgen Tchetgen, E. J. & VanderWeele, T. J.（2010），《论存在干扰时的因果推断》，Statistical Methods in Medical Research 21(1)，55–75。美国经济分析局（2025），《国内生产总值》，https://www.bea.gov/ data/gdp/gross-domestic-product。美国商务部。美国环境保护署（2022），《颗粒物国家环境空气质量标准重新审议的政策评估》，技术报告：EPA-452/R-22-004。Viviano, D.（2024），《网络干扰下的政策定向》，Review of Economic Studies，第 rdae041 页。Viviano, D. & Bradic, J.（2024），《公平政策定向》，Journal of the American Statistical Association 119(545)，730–743。Wu, X., Braun, D., Schwartz, J., Kioumourtzoglou, M. A. & Dominici, F.（2020），《评估长期暴露于细颗粒物对老年人死亡率的影响》，Science Advances 6(29)。Yang, W., Wang, H., Li, H., Zou, H., Jin, R., Kuang, K. & Cui, P.（2024），《邻居很重要：迈向网络化干扰下的公平决策》，载于《第30届 ACM SIGKDD 知识发现与数据挖掘会议论文集》，KDD '24，计算机协会，纽约州纽约，美国，第3829–3840页。网址：https://doi.org/10.1145/3637528.3671960 Zhang, Y. & Imai, K.（2025），《聚类网络干扰下的个体化政策评估与学习》。Zhao, Q., S mall, D. S. & Ertefaie, A.（2021），《通过套索回归对效应修饰进行选择性推断》，Journal of the Royal Statistical Society Series B: Statistical Methodology 84(2)，382–413。网址：https://doi.org/10.1111/rssb.12483 Zigler, C., Liu, V., Mealli, F. & Forastiere, L.（2025），《二部干扰与空气污染传输：估计发电厂干预措施的健康效应》，Biostatistics 26(1)，kxae051。Zigler, C. M. & Papadogeorgou, G.（2021），《存在干扰时的二部因果推断》，Statistical Science 36(1)。Zuckerman, R. B., Sheingold, S. H., Orav, E. J., Ruhter, J. & Epstein, A. M.（2016），《再入院、观察与医院再入院减少计划》，New England Journal of Medicine 374(16)，1543–1551。

补充材料：

“二分网络干扰下的公平政策学习：学习公平且具有成本效益的环境政策”

Raphael C. Kim[1], Rachel C. Nethery[1], Kevin L. Chen[1], 和 Falco J. Bargagli-Stoffi[2,11]哈佛大学陈曾熙公共卫生学院生物统计学系，677 HuntingtonAve, 02215，马萨诸塞州，美国

[2]加州大学洛杉矶分校菲尔丁公共卫生学院生物统计学系，650 CharlesE YoungDr S，90095，加利福尼亚州，美国

A 证明

A.1 空间设定与混合假设

我们依赖混合假设来推导该政策的遗憾界。我们按照 Jenish & Prucha（2009）的方法形式化空间设定。令 $D_n \subseteq D \subseteq \mathbb{R}^2$ 为 D_n 的有限子集。$\mathbf{X}_i^{out}$属于 D_n。定义 $L(i)$为位置函数； $L(i)$返回单位 i 在 D中的二维坐标位置。取度量 $\rho(i,i') = \max_{1\le k\le 2} |L(i)_k - L(i')_k|$，它诱导范数$|i| = \max_{1\le k\le 2} |L(i)_k|$，其中 $L(i)_k$ 表示单位 i坐标位置的第 k个分量。两个子集 U、$V \subset D$之间的距离定义为 $\rho(U,V) = \inf\{\rho(i,i') : i \in U, i' \in V\}$，而 D的有限子集 U的基数记作 $|U|$。进一步定义如下空间混合系数（对 β复用符号）：

对于 $U \subset D_n, V \subset D_n$，定义 $\sigma_n(U) = \sigma(\mathbf{X}_i^{out}: i \in U)$，即 U 上的 σ-域；并定义 $\beta_n(U,V) = \beta(\sigma_n(U)\ \sigma_n(V)) = \frac{1}{2}\sup \sum_{U_s'} \sum_{V_r'} |\mathbb{P}(U's \cap V'r) - \mathbb{P}(U's)\mathbb{P}(V'r)|$，其中 $\{U_s'\}$ 和 $\{V'_r\}$ 分别是 U 和 V 的有限划分。于是， D_n 上的 β 混合系数定义为：

$$\beta_{s,s'}(r) = \sup\{\beta_n(U,V) : |U| \le s, |V| \le s', \rho(U,V) \ge r\}$$

另外，定义$\bar{\beta}_{s,\ s'}(r) = \sup_n \beta_{s,\ s',\ n}(r)$，以考虑采样区域变异性。我们作如下假设。

空间假设

(Sp1) 无限采样机制：D 可无限计数，且对于所有 i，$i' \in D$ 的任意两个元素之间至少相距 $\rho_0 \geq 1$ 。

(Sp2) 空间混合：对于 $\tau > 2$，$r\bar{\beta}_{s,\ s'}(r) \leq (s+s') \cdot r^{-\tau}$

这些假设是空间统计学文献中的标准假设（Jenish &Prucha 2009），大致来说，我们会持续观测到空间范围不断扩大的结果单位；两个单位相距越远，彼此的依赖性就越弱。我们需要使用分块法，这一方法最早由Bernstein (1927年)提出。其思路是将空间划分为若干块，并选取“隔块”来使相隔一定空间距离的块之间大致独立。为此，我们作如下划分。

将 D_n 划分为面积为 d_n^2 的块，共得到 L_n 块。对于 $z \in \{0,\ 1\}^2$, ，令 $type(i)$ 表示样本 i 是否位于某个对应于“类型 z”的块 l 中，或者空间位置所在的块 l 的第一坐标为偶数/奇数（0/1），且第二坐标为偶数/奇数（0/1）。这样，我们便可以采用 Bernstein 的独立分块法，针对$\mathcal{B}_{z,\ l} = \{\mathbf{X}_i^{out} \in \mathcal{B}_l$ 以及 $type(i) = z,\ \forall l\}$进行处理；这些数据样本属于类型 z，且位于$\mathcal{B}_l$中。关于如何使用这一构造的细节，将在以下结果中说明。

A.2 命题证明 3.1

证明。 证明过程与Viviano&Bradic (2024年的引理 2.1 类似，该引理处理的是最大化问题而非最小化问题。关于

最小化问题的证明也类似。定义

$$\tilde{\Pi}_0 = \{\pi : \arg\sup_{\pi\in\Pi} \sum_{s\in[|S|]} \nu_s W_s(\pi), \boldsymbol{\nu} \in \mathbb{R}_+^{|S|}\}$$

~ ~ ~我们希望证明 $\Pi_0 = \Pi_0$。 $\Pi_0 \subseteq \Pi_0$：这是因为 Π_0 由所有针对每个子组取值 $s \in S$使福利最小化的政策构成。根据定义，偏离这一集合中的政策，无法在不损害另一子组的情况下改善某个特定子组的福利。

$\Pi_0 \subseteq \tilde{\Pi}_0$：令 $F = \{\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}_+^{|S|} : \exists\pi \in \Pi, x_s \leq W_s(\pi)\}$。$F$ 是凸的，因为 W_s 关于 π具有线性性，因而是凹函数，而 F 是 W_s的下方图集。此外， F 非空，因为 $\mathbf{0} \in F$。定义 $G = \{d_s + W_s(\pi_0) : \boldsymbol{d} \in \mathbb{R}_+^{|S|}, \pi_0 \in \Pi_0\}$，即严格优于 π_0的福利值集合。 G 也非空且为凸集。

根据帕累托最优政策 π_0 的定义， $F \cap G = \emptyset$。于是，我们可以应用分离超平面定理，得出存在 $\exists\boldsymbol{\nu} \in \mathbb{R}^{|S|}$，使得对于 $x \in F$， $d \in \mathbb{R}_+^{|S|}$,$\sum_{s\in[|S|]} \nu_s x_s \leq \sum_{s\in[|S|]} \nu_s W_s(\pi_0) + d_s$。将其按 $\boldsymbol{\nu}$归一化后可得，对于 $\boldsymbol{\nu} \in \Delta^{|S|}$， $\sum_{s\in[|S|]} \nu_s W_s(\pi) \leq \sum_{s\in[|S|]} \nu_s W_s(\pi_0)$，对任意 $\pi \in \Pi$ 均成立，从而得到所需结果。

□

A.3 辅助引理

本节将建立一些关于集中界的辅助引理 s.

引理 3. 总结泛函的收敛性。

假设有界性 ***(Est1)***、空间混合 ***(Sp1)-(Sp2)***，且 η 满足 *(M2)*。那么，对于某个确定性的 $\eta_j \in \mathbb{R}^{p+1}$,

$$\eta(\mathbb{X}_{1:n}^{out}, \mathbf{H}_j) \xrightarrow{p} \eta_j$$

证明。 这直接由Jenish &Prucha(2009)的定理 3 得出。

□

A.4 引理证明 1

证明。 设 η_j 是引理 $\eta(\mathbb{X}_{1:n}^{out},\mathbf{H}^j)$ 中所述的确定性极限。于是，3。

$$\begin{aligned}\hat{W}_s(\pi) &= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{\mathbf{1}\{S_i=s\}}{p_s}f_A(\mathbf{X}_i^{out},\boldsymbol{\beta}_0)\frac{1}{J}\sum_{j=1}^{J}H_{ij}\pi(A_j=1\mid\eta(\mathbb{X}_{1:n}^{out},\mathbf{H}_j),\mathbf{X}_j^{int})\\ &= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{\mathbf{1}\{S_i=s\}}{p_s}f_A(\mathbf{X}_i^{out},\boldsymbol{\beta}_0)\frac{1}{J}\sum_{j=1}^{J}H_{ij}[\pi(A_j=1\mid\eta(\mathbb{X}_{1:n}^{out},\mathbf{H}_j),\mathbf{X}_j^{int})-\pi(A_j=1\mid\eta_j,\mathbf{X}_j^{int})]\\ &\quad+\frac{\mathbf{1}\{S_i=s\}}{p_s}f_A(\mathbf{X}_i^{out},\boldsymbol{\beta}_0)\frac{1}{J}\sum_{j=1}^{J}H_{ij}\pi(A_j=1\mid\eta_j,\mathbf{X}_j^{int})\end{aligned}$$

根据 Donsker策略类 **(Est3)** 以及我们的干扰映射和结果的有界性

(Est1)，我们有

$$\begin{aligned}\sup_{\pi}|\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}&\frac{\mathbf{1}\{S_i=s\}}{p_s}f_A(\mathbf{X}_i^{out},\boldsymbol{\beta}_0)\frac{1}{J}\sum_{j=1}^{J}H_{ij}[\pi(A_j=1\mid\eta(\mathbb{X}_{1:n}^{out},\mathbf{H}_j),\mathbf{X}_j^{int})-\pi(A_j=1\mid\eta_j,\mathbf{X}_j^{int})]|\\ &\le|\frac{1}{J}\sum_{j=1}^{J}M^2[\pi(A_j=1\mid\eta(\mathbb{X}_{1:n}^{out},\mathbf{H}_j),\mathbf{X}_j^{int})-\pi(A_j=1\mid\eta_j,\mathbf{X}_j^{int})]|\\ &=\mathcal{O}_P(n^{-1/2})\end{aligned}$$

因此，结论得证。 □

A.5 引理证明 2

证明。 我们使用附录 A.1 中描述的分块技术来证明这一点。随后，我们根据空间区域对每个区块的 Rademacher 复杂度进行界定，并据此得出相应的收敛速率。证明方式与 Kim 等人 (2025年) 类似。

1. **基于空间 β-混合率的独立区块偏差界**。 设$\mathcal{B}'_{z,\ l}$为 $\mathcal{B}_{z,\ l}$的独立副本，且 $\mathcal{B}_z$ 为区块 $\mathcal{B}_{z',\ l}$，其中 $z = z'$ （$\mathcal{B}'_z$ 的情形类似）。根据 Kuznetsov & Mohri (2017) 的命题1，对于一个 M–有界函数h 以及固定的 z,

$$\mathbb{E}[h(\mathcal{B}'_z) - h(\mathcal{B}_z)] \leq L_n \cdot |D_n| \sup_{q,q'} \overline{\beta}_{q,q'}(d_n)$$

令 h 为区块类型 z 的区块平均值，或令 $h(\mathcal{B}_z) = \mathbb{E}[\frac{1}{|\mathcal{B}_z|} \sum_l \sum_{i \in \mathcal{B}_{z,l}} H_{ij}(f_A(\mathbf{X}_i^{out}, \boldsymbol{\beta}) - \mathbb{E}[f_A(\mathbf{X}_i^{out}, \boldsymbol{\beta})])]$。那么由并集界可得

$$\begin{aligned}
&\mathbb{P}[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} H_{ij}(f_A(\mathbf{X}_i^{out}, \boldsymbol{\beta}) - \mathbb{E}[f_A(\mathbf{X}_i^{out}, \boldsymbol{\beta})] > \delta] \\
&\qquad \leq \sum_z \mathbb{P}[h(\mathcal{B}'_z) - \mathbb{E}h(\mathcal{B}'_z) > \delta - \mathbb{E}h(\mathcal{B}'_z)] + L_n \cdot \sup_{s,s'} \overline{\beta}_{s,s'}(d_n)
\end{aligned}$$

2. **使用 Mcdiarmid 不等式的集中界**。注意，一个区块差异会产生 $M\frac{d_n}{n}$ 的经验偏差。由 McDiarmid不等式,

$$\mathbb{P}[\frac{1}{|\mathcal{B}'_z|}\sum_{i \in \mathcal{B}'_z} H_{ij}(f_A(\mathbf{X}_i^{out}, \boldsymbol{\beta}) - \mathbb{E}[f_A(\mathbf{X}_i^{out}, \boldsymbol{\beta})] > \delta] \leq \exp\left(\frac{-2|D_n|^2(\delta + \mathbb{E}[f_A(\mathbf{X}_i^{out}, \boldsymbol{\beta})])^2}{L_n d_n^2 M^2}\right)$$

3. **经验过程界**。剩下需要界定 $\mathbb{E}h(\mathcal{B}'_z)$。通过对称化和 Dudley积分，并应用 **(Est2)**

$$\begin{aligned}
\mathbb{E}h(\mathcal{B}'_z) &\leq \mathbb{E}\sup_{\boldsymbol{\beta}} \frac{1}{|\mathcal{B}'_z|}\sum_l \sum_{i \in B'_{z,l}} \sigma_i f_A(\mathbf{X}_i^{out}, \boldsymbol{\beta}) \\
&\lesssim \frac{M}{\sqrt{n}}
\end{aligned}$$

对于 σ_i 独立同分布的 Rademacher 随机变量。

对尾部进行积分并运用 (Sp2)，我们得到：

$$\mathbb{E}\sup_{\boldsymbol{\beta}}|\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}H_{ij}f_A(\mathbf{X}_i^{out},\boldsymbol{\beta}_0)-\mathbb{E}[H_{ij}f_A(\mathbf{X}_i^{out},\boldsymbol{\beta}_0)]|\lesssim\sqrt{\frac{M}{|D_n|}}+d_n\sqrt{\frac{M}{|D_n|}}$$

我们可以选择 d_n，使得 $\frac{d_n}{|D_n|}=o_p(1)$，或者 d_n 的增长速度慢于 D_n。注意到不失一般性，我们可以取 $\rho_0=1$，结论即得。

□

A.6 定理1 的证明

证明。 回顾一下，我们取 $K\asymp\sqrt{n}$，这意味着 $\frac{\lambda}{K}=\frac{\lambda}{\sqrt{n}}$。根据三角不等式，

$$\begin{aligned}\mathbb{E}[\sup_{\boldsymbol{\nu},\pi}|\sum_s\nu_sW_s(\pi)-\inf_{a_k}\{\sum_s\nu_{ks}\hat{W}_s(\pi)\}|]\lesssim&\underbrace{\mathbb{E}\sup_{\boldsymbol{\nu},\pi}|\sum_s\nu_sW_s(\pi)-\nu_s\hat{W}_s(\pi)|}_{(I)}\\&+\frac{\lambda}{\sqrt{n}}\\&+\underbrace{\mathbb{E}\sup_{\boldsymbol{\nu},\pi}|\sum_s\nu_s\hat{W}_s(\pi)-\inf_{\boldsymbol{\nu}_k}\sum_s\nu_{ks}\hat{W}_s(\pi)|}_{(II)}\end{aligned}$$

项 I 我们利用基于(Sp1)-(Sp2)的集中性结果对其进行界定。我们将项 I分解，并分别对每一项进行界定。

$$\overset{\mathbb{E}\text{上确界}}{\underset{\boldsymbol{\nu},\pi}{}}|\sum_s\nu_sW_s(\pi)-\nu_s\hat{W}_s(\pi)|\leq\sum_s\underbrace{\overset{\mathbb{E}\text{上确界}}{\underset{\boldsymbol{\nu},\pi}{}}|\nu_sW_s(\pi)-\nu_sW_{s,n}(\pi)|}_{(A)}+\underbrace{\overset{\mathbb{E}\text{上确界}}{\underset{\boldsymbol{\nu},\pi}{}}|\nu_sW_{s,n}(\pi)-\nu_s\hat{W}_s(\pi)|}_{(B)}$$

项 A

根据引理 1，只需考虑以下情况。回顾一下，我们令 $\widehat{\text{总效应}}_j(s)=$

$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\mathbf{1}\{S_i=s\}H_{ij}f_A(\mathbf{X}_i^{out},\boldsymbol{\beta}_0)$.

$$
\begin{aligned}
A = |&\frac{1}{J}\sum_{j=1}^{J}\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{\mathbf{1}\{S_i=s\}}{p_s}H_{ij}f_A(\mathbf{X}_i^{out},\boldsymbol{\beta}_0)\pi(A_j=1\mid\eta_j,\mathbf{X}_j^{int})\\
&\quad-\mathbb{E}[H_{ij}\frac{\mathbf{1}\{S_i=s\}}{p_s}f_A(\mathbf{X}_i^{out},\boldsymbol{\beta}_0)\pi(A_j=1\mid\eta_j,\mathbf{X}_j^{int})]|\\
=|&\frac{1}{J}\sum_{j=1}^{J}\widehat{\texttt{TotalEffect}}_j(s)\pi(A_j=1\mid\eta_j,\mathbf{X}_j^{int})-\mathbb{E}[\widehat{\texttt{TotalEffect}}_j(s)\pi(A_j=1\mid\eta_j,\mathbf{X}_j^{int})]|\\
=|&\frac{1}{J}\sum_{j=1}^{J}\widehat{\texttt{TotalEffect}}_j(s)\pi(A_j=1\mid\eta_j,\mathbf{X}_j^{int})-\mathbb{E}[\widehat{\texttt{TotalEffect}}_j(s)]\pi(A_j=1\mid\eta_j,\mathbf{X}_j^{int})|\\
&\quad+|\mathbb{E}[\widehat{\texttt{TotalEffect}}_j(s)]\pi(A_j=1\mid\eta_j,\mathbf{X}_j^{int})-\mathbb{E}[\widehat{\texttt{TotalEffect}}_j(s)\pi(A_j=1\mid\eta_j,\mathbf{X}_j^{int})]|\\
=|&\frac{1}{J}\sum_{j=1}^{J}\pi(A_j=1\mid\eta_j,\mathbf{X}_j^{int})[\widehat{\texttt{TotalEffect}}_j(s)-\mathbb{E}[\widehat{\texttt{TotalEffect}}_j(s)]]|\\
&\quad+|\mathbb{E}[\widehat{\texttt{TotalEffect}}_j(s)](\pi(A_j=1\mid\eta_j,\mathbf{X}_j^{int})-\mathbb{E}[\pi(A_j=1\mid\eta_j,\mathbf{X}_j^{int})])|
\end{aligned}
$$

现在，注意到根据引理 2 以及 $\frac{\mathbf{1}_{\{S_i=s\}}}{p_s}$ 的有界性，

$$|\widehat{\texttt{TotalEffect}}_j(s)-\mathbb{E}[\widehat{\texttt{TotalEffect}}_j(s)]|\lesssim\frac{M}{\sqrt{n}}$$

此外，根据 **(Est3)**，

$$|\frac{1}{J}\sum_{j=1}^{J}(\pi(A_j=1\mid\eta_j,\mathbf{X}_j^{int})-\mathbb{E}[\pi(A_j=1\mid\eta_j,\mathbf{X}_j^{int})]|\lesssim\frac{1}{\sqrt{n}}$$

因此，

$$|A|\lesssim\frac{M}{\sqrt{n}}$$

项 B

$$\mathbb{E}_{\pi}\left|\nu_s W_{s,n(\pi)} - \nu_s \hat{W}_s(\pi)\right| \leq \mathbb{E}_{\boldsymbol{\nu},\pi}\left|\nu_s W_{s,n(\pi)} - \nu_s \mathbb{E}[\hat{W}_s(\pi)]\right| + \left|\nu_s \mathbb{E}[\hat{W}_s(\pi)] - \nu_s \hat{W}_s(\pi)\right|_{\boldsymbol{\nu},}$$

$$\leq \mathbb{E}\sup_{\boldsymbol{\nu},\pi}\left|\nu_s W_{s,n}(\pi) - \nu_s \mathbb{E}[\hat{W}_s(\pi)]\right| + \frac{M}{\sqrt{n}}$$

其中第二行由引理 2推出。现在我们对剩余项进行界定。

$$\mathbb{E}\sup_{\boldsymbol{\nu},\pi}\left|\nu_s W_{s,n}(\pi) - \nu_s \mathbb{E}[\hat{W}_s(\pi)]\right| = \mathbb{E}\sup_{\boldsymbol{\nu},\pi}\Big|\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{J}\sum_{j=1}^{J} H_{ij}\frac{\mathbf{1}\{S_i = s\}}{p_s} f_A(\mathbf{X}_i^{out}, \boldsymbol{\beta}_0)\pi_j$$

$$- \mathbb{E}[H_{ij}\frac{\mathbf{1}\{S_i = s\}}{p_s} f_A(\mathbf{X}_i^{out}, \hat{\boldsymbol{\beta}}_0)\pi_j]\Big|$$

其结构与项 A 相同，只是对 $\boldsymbol{\beta}$ 进行估计。由于引理 2 给出了关于 $\boldsymbol{\beta}$的上确界界，

$$|B| \lesssim \frac{M}{\sqrt{n}}$$

项 II 注意到， II 表示分辨率为 K 的近似网格与真实最小化解之间的最大差异，在福利 $\hat{}\ W_s(\pi)$下。因此，利用 **(Est1)**，可得以下界：

$$II \lesssim \frac{1}{K}\sup_{\pi,s}|\hat{W}_s(\pi)| = \frac{M}{K}$$

最终结果。 综上，我们有

$$\sup_{\nu,\pi}\Big|\sum_s \nu_s W_s(\pi) - \inf_{\nu_k}\{\sum_s \nu_{ks}\hat{W}_s(\pi)\}\Big| \lesssim \frac{\lambda + M}{\sqrt{n}}$$

□

A.7 定理 2的证明

证明。令 $\overline{W}_\nu = \inf_\pi \nu W_0(\pi) + (1-\nu)W_1(\pi)$， 且 $\overline{W_{k,\ n}} = \inf_\pi \nu_k W_{0,\ n}(\pi) + (1-\nu_k)W_{1,\ n}(\pi)$

由于 $k \in [K]$ 是等距的，只需证明前沿上的任意对象与真实经验福利之间的偏离概率（允许松弛量 λ）有界于 γ:

$$\mathbb{P}(\forall \nu \in (0,1), \max_{k \in [K]} |\overline{W}_{\nu} - \overline{W}_{k,n}| \geq \frac{\lambda}{\sqrt{n}}) \leq \gamma$$

注意，对于任意 $\boldsymbol{\nu}$，k（由于网格等间距），

$$\begin{aligned} |\overline{W}_{\nu} - \overline{W}_{k,n}| &= |\overline{W}_{\nu} - \sum_{s} \nu_s \hat{W}_s(\pi) + \sum_{s} \nu_s \hat{W}_s(\pi) - \overline{W}_{k,n}| \\ &\leq |\overline{W}_{\nu} - \sum_{s} \nu_s \hat{W}_s(\pi)| + |\sum_{s} \nu_s \hat{W}_s(\pi) - \overline{W}_{k,n}| \end{aligned}$$

然后根据马尔可夫不等式，

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(\forall \nu \in (0,1), \max_{k \in [K]}, |\overline{W}_{\nu} - \overline{W}_{k,n}| \geq \frac{\lambda}{\sqrt{n}}) &\leq \frac{\lambda \mathbb{E}[|\overline{W}_{\nu} - \overline{W}_{k,n}|]}{\sqrt{n}} \\ &\leq CM\lambda \end{aligned}$$

最后一步由定理1 可得，其中 C是某个普适常数。只需取$\gamma \geq CM\lambda$ 或 $\lambda \leq \frac{\gamma}{CM}$。

—— □

A.8 定理3的证明

证明。令 $\text{Disparity}(\pi) = |W_1(\pi) - W_0(\pi)|$，且 $\widehat{\text{Disparity}}(\pi) = |\hat{W}_1(\pi) - \hat{W}_0(\pi)|$。

的最小化解差异(π) 为 下确界$_{\pi \in \Pi_0}$差异(π)。将目标函数（式（8））的解记为 $\hat{\pi}_{\lambda}$。

根据定理 2，当 $\gamma(n)$ 选为 $\frac{1}{\sqrt{n}}$，

$$
\begin{aligned}
\hat{\mathbb{E}}[|\text{差异}(\hat{\pi}_\lambda) - \inf_{\pi\in\Pi_0} \text{差异}(\pi)|] &= \mathbb{P}(\{\Pi_0 \subseteq \Pi_0\})\mathbb{E}[|\text{差异}(\hat{\pi}_\lambda) - \inf_{\pi\in\hat{\Pi}_0(\lambda)} \text{差异}(\pi)|] \\
&\quad + (1 - \mathbb{P}(\{\Pi_0 \subseteq \hat{\Pi}_0\}))\mathbb{E}[|\texttt{Disparity}(\hat{\pi}_\lambda) - \inf_{\pi\notin\hat{\Pi}_0(\lambda)} \texttt{Disparity}(\pi)|] \\
&= (1-\gamma(n))\mathbb{E}[|\texttt{Disparity}(\hat{\pi}_\lambda) - \inf_{\pi\in\hat{\Pi}_0(\lambda)} \texttt{Disparity}(\pi)|] \\
&\quad + \gamma(n)\mathbb{E}[|\texttt{Disparity}(\hat{\pi}_\lambda) - \inf_{\pi\notin\hat{\Pi}_0(\lambda)} \texttt{Disparity}(\pi)|] \\
&\lesssim (1 - \frac{1}{\sqrt{n}})\mathbb{E}[|\texttt{Disparity}(\hat{\pi}_\lambda) - \inf_{\pi\in\hat{\Pi}_0(\lambda)} \texttt{Disparity}(\pi)|] \\
&\quad + \frac{1}{\sqrt{n}}M
\end{aligned}
$$

只需给出上界

$$
\begin{aligned}
\mathbb{E}[|\text{差异}(\hat{\pi}_\lambda) - \inf_{\pi\in\hat{\Pi}_0(\lambda)} \text{差异}(\pi)|] &= \mathbb{E}[|\text{差异}(\hat{\pi}_\lambda) - \widehat{\text{差异}}(\hat{\pi}_\lambda)|] \\
&\quad + \mathbb{E}[|\widehat{\texttt{Disparity}}(\hat{\pi}_\lambda) - \inf_{\pi\in\hat{\Pi}_0(\lambda)} \texttt{Disparity}(\pi)|] \\
&\le 2\mathbb{E} \sup_{\pi\in\hat{\Pi}_0(\lambda)} |\texttt{Disparity}(\pi) - \widehat{\texttt{Disparity}}(\pi)| \\
&\le 2\mathbb{E} \sup_{\pi\in\Pi} |\texttt{Disparity}(\pi) - \widehat{\texttt{Disparity}}(\pi)| \\
&\lesssim \frac{M+\lambda}{\sqrt{n}}
\end{aligned}
$$

其中，最后一步由定理 1. □

B 补充模拟细节

在我们的模拟中，参数的选择与我们的现实世界应用密切吻合。γ_0 的选择使得倾向得分的模拟平均值 $\frac{1}{J}\sum_{j=1}^{J} e_j$ 与

数据集中处理的观测经验平均值相差不超过 0.01（见表 C.1的最后一行）。此外，$\boldsymbol{\theta}_0 = (\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta})$ 的选择使得基于预期暴露水平 $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Y_i$，其模拟平均值 $\bar{A} = \frac{1}{J}\sum_{j=1}^{J} H_{ij} e_j$ 与数据集中的经验平均值相差不超过 0.01（见表 C.2）。

结果模型。 我们模拟 f_0，f_A 使其关于 $\mathbf{X}_i^{out}$ 呈线性，其中 $\alpha_{\text{intercept}} \in \mathbb{R}$ 且 $\boldsymbol{\alpha}_1 \in \mathbb{R}^{\dim(\mathbf{X}_i^{out})}$。类似地，$\beta_{\text{intercept}} \in \mathbb{R}$ 且 $\boldsymbol{\beta}_1 \in \mathbb{R}^{\dim(\mathbf{X}_i^{out})}$。

$$f_0(\mathbf{X}_i^{out}, \alpha) = \alpha_{\text{intercept}} + \mathbf{X}_i^{out}\boldsymbol{\alpha}_1 \tag{B.1}$$

$$f_A(\mathbf{X}_i^{out}, \beta) = \beta_{\text{intercept}} + \mathbf{X}_i^{out}\boldsymbol{\beta}_1 \tag{B.2}$$

倾向评分模型。 我们使用逻辑回归模型对 e_j 进行建模，其中 $\gamma_{\text{intercept}} \in \mathbb{R}$ 且 $\boldsymbol{\gamma}_1 \in \mathbb{R}^{\dim(\mathbf{X}_i^{out})}$。

$$\log\left(\frac{e_j}{1-e_j}\right) = \gamma_{\text{intercept}} + \mathbf{X}_j^{int}\boldsymbol{\gamma}_1 \tag{B.3}$$

我们的模拟设置如下：

1. **预处理数据**：对 $\mathbf{X}_i^{out}$、$\mathbf{X}_j^{int}$ 的协变量进行标准化。

2. **生成干预单元处理**：$A_j \sim$伯努利分布(e_j)，其中 e_j 遵循公式 (B.3)。

3. **计算暴露映射**：$\bar{A}_i = \frac{1}{J}\sum_{j\in[J]} H_{ij} A_j$

4. **生成结果**：$Y_i(A_i)$，使信噪比为 3，即

$$Y_i = f_0(\mathbf{X}_i^{out}, \boldsymbol{\alpha}) + \bar{A}_i \cdot f_A(\mathbf{X}_i^{out}, \boldsymbol{\beta}) + \epsilon_i$$

其中 $\mathbb{V}(\epsilon_i) = \mathbb{V}\left(\frac{\mathbb{E}[Y_i|\mathbf{X}_i^{out}, \mathbf{H}_{i\bar{A}_i}\boldsymbol{\theta}]}{3}\right)$，以及 f_0, f_A 分别遵循公式 (B.1) 和 (B.2)。

5. 使用 A学习估计参数： $\boldsymbol{\theta} = (\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta})$

6. **运行公平政策学习**。

   - 公平政策学习，如附录3所述。
   - 功利主义视角下的福利最大化，如Kitagawa&Tetenov (2018年)所述

7. **迭代**：重复步骤（2-6）1000 次。

   (a) 对每个公平政策学习器计算 $W_0(\pi)$ $W_1(\pi)$，Disparity(π)。(b) 对这些指标在 1000 次模拟中取平均值。

我们使用的具体模拟参数如下：

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{\theta}_0 = (&0.649, 0.963, 0.33, 0.411, -0.481, 0.733, 0.566, 0.343,\\
&0.058, -0.934, -0.277, -0.995, 0.709, 0.419, -0.505,\\
&0.517, 0.03, -0.723, 0.854, -0.496, -0.393, 0.316,\\
&0.487, -0.444, -0.653, -0.052, 0.931, 0.143)\\
\boldsymbol{\gamma}_0 = (&-0.997, -0.447, -0.04, 0.021, 0.806, -0.689, -0.823,\\
&-0.909, -0.658, -0.101, 0.908, 0.911, 0.193, 0.408,\\
&-0.835, 0.392, 0.625, 0.13, 0.022, 0.073)
\end{aligned}$$

C 描述性统计

我们对结果和干预数据集计算基本描述性统计。

变量	Mean	范围
NO_x 控制总数	2.83	(0, 24)
log(热输入)	14.52	(8.98, 17.32)
log(运行时间)	7.19	(5.39, 8.93)
% 运行容量	0.66	(0.072, 1.17)
% 选择性非催化还原	0.23	$[0, 3]$
ARP 第二阶段	0.70	{0, 1}
已清洗	0.23	{0, 1}

表 C.1：发电厂数据中的干预层级协变量汇总（$J = 459$）。

变量	Mean	范围
白人比例	0.89	(0, 1)
女性比例	0.55	(0, 1)
城市人口比例	0.42	(0, 1)
% 高中毕业生	0.34	(0, 1)
% 贫困人口	0.13	(0, 1)
% 过去5年内迁入	0.43	(0, 1)
% 有人居住的家庭	0.87	(0.015, 1)
% 吸烟	0.25	(0.096, 0.44)
医疗保险年龄均值	74.87	(68.00, 96.26)
平均温度 (K)	287.14	(272.51, 301.14)
平均相对湿度 (%)	0.0081	(0.0033, 0.017)
log(总体)	8.24	(1.39, 11.65)
每平方英里人口数	1307.88	(0.023, 158503.38)
死亡率（每人年）	0.046	(0, 0.39)

表 C.2：医疗保险受益人数据中的结果层面协变量摘要（n =35，036）。

D 补充分析

我们展示了图贫困人口比例在 35,036 个邮政编码中的直方图，见图D.1。该图显示，贫困人口比例主要集中在较低值，而贫困人口比例较高的区域则对应贫困程度极高的邮政编码。

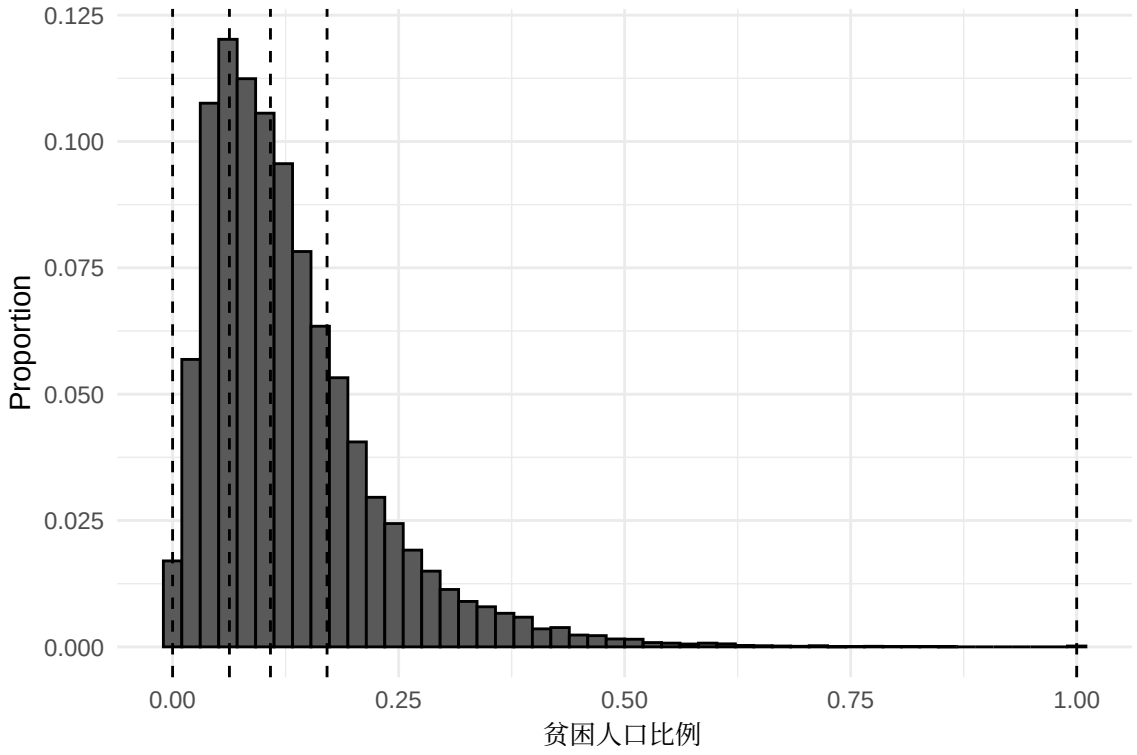


图 D.1：美国所有邮政编码的贫困人口比例分布

我们还通过地图展示总体效应的分布，包括整体分布和按子组分层的分布，见图D.2；随后在图表中绘制这些估计值，见图D.3。

D.1 公平与最优政策图比较

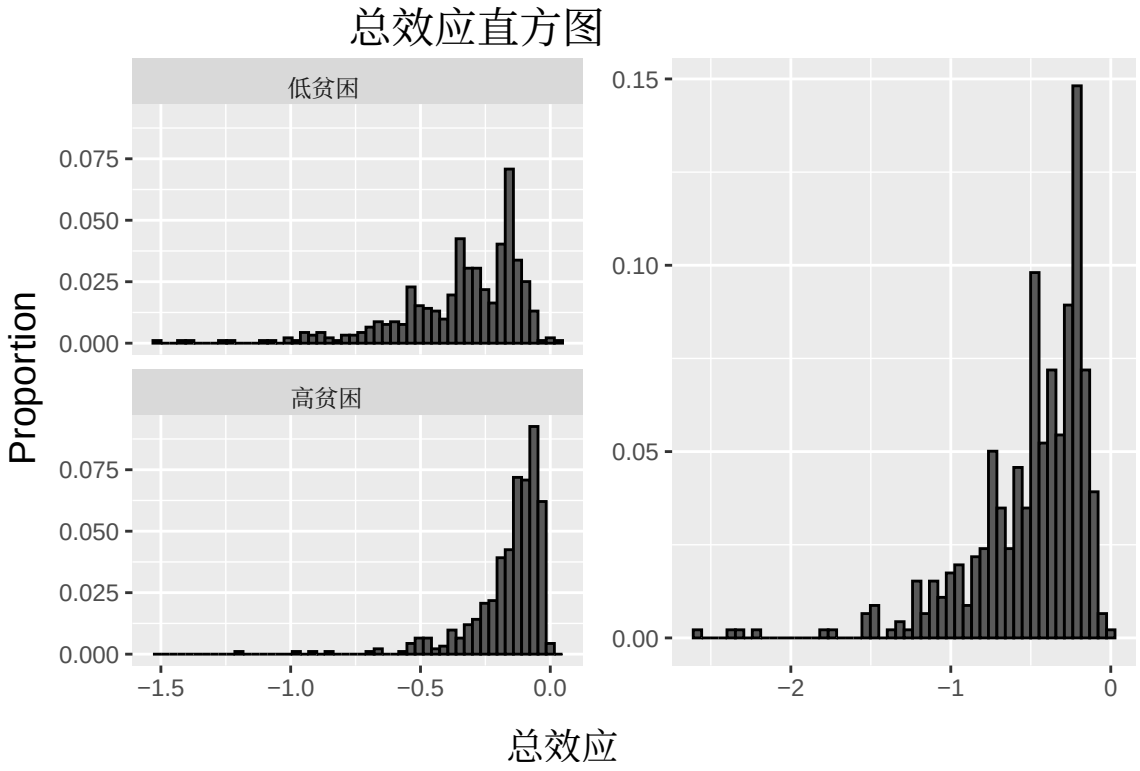


图 D.2: $\widehat{\text{贫困人口比例的总效应}}_j$，高贫困组和低贫困组。左侧显示贫困人口比例的总体$\widehat{\text{总效应}}_j$，右侧面板展示按子组划分的情况：$\widehat{\text{总效应(1)}}$或高贫困组位于左下方，$\widehat{\text{总效应(0)}}$或低贫困组位于左上方。

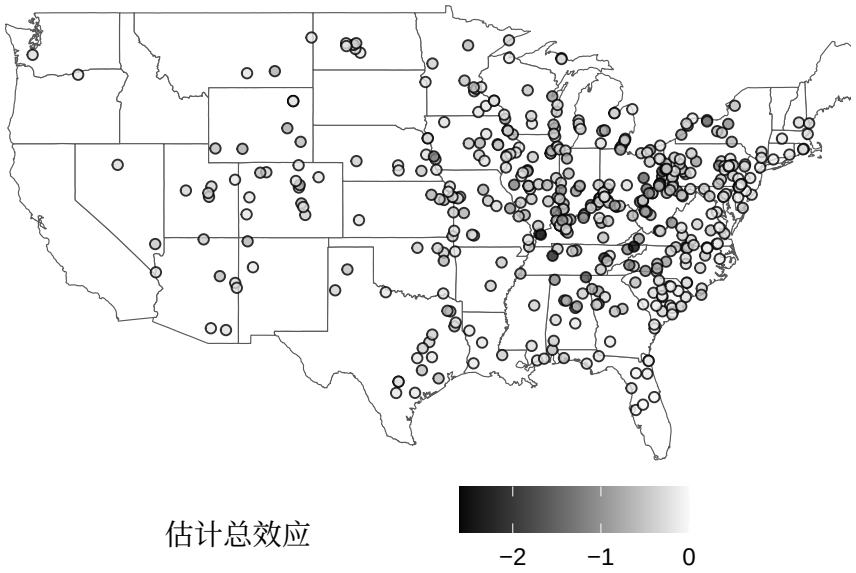
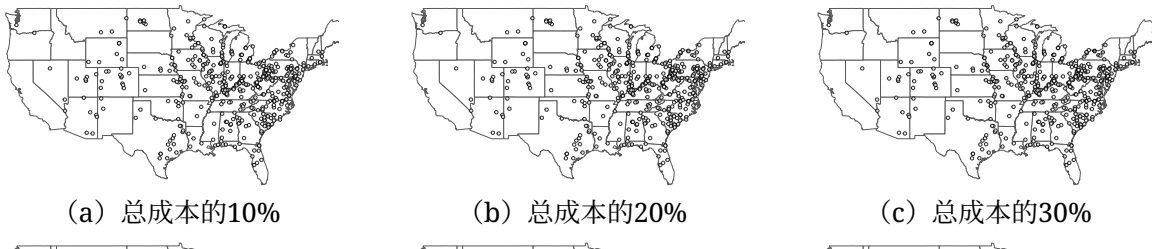
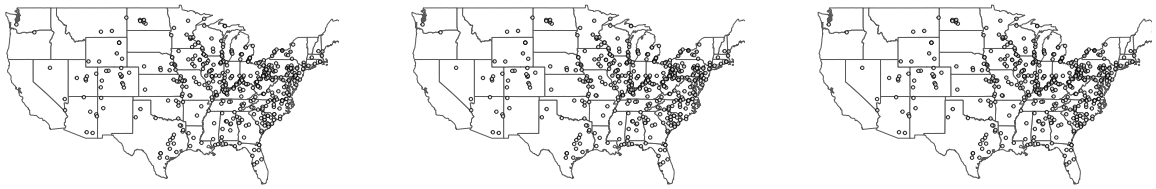


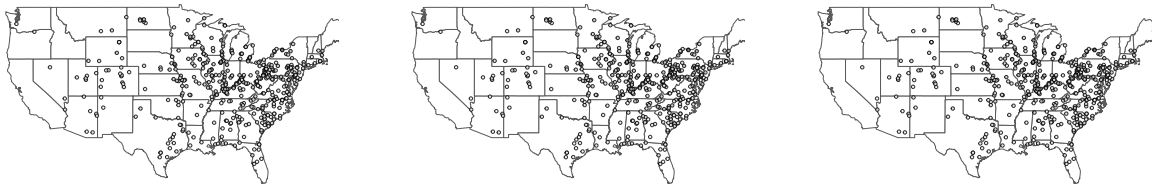
图 D.3: $\widehat{\text{TotalEffect}}_j$ 在美国地图上的分布。气泡颜色越深，洗涤器安装带来的死亡率降幅越大。



（a）总成本的10%　（b）总成本的20%　（c）总成本的30%

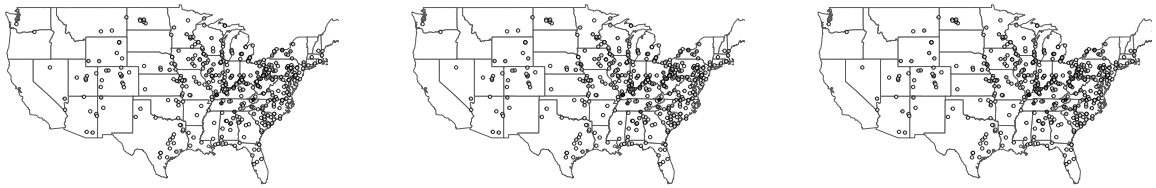


（a）总成本的40%　（b）总成本的50%　（c）总成本的60%

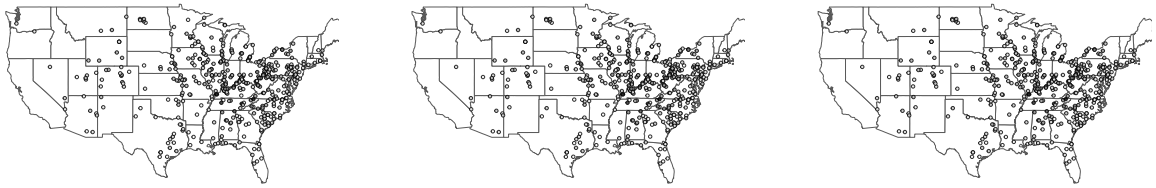


(a) 70% 总成本　(b) 80% 总成本　(c) 90% 总成本

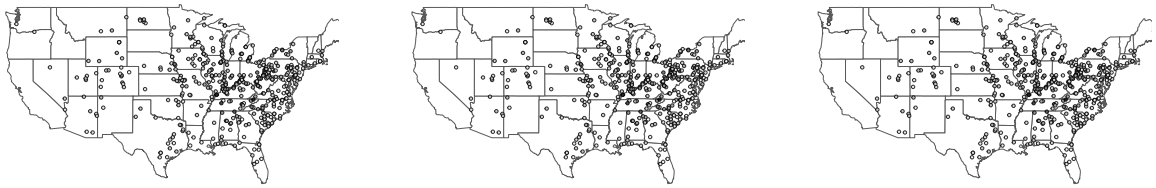
图 D.4：公平政策带来的死亡率降低网格图，支出范围为预算的 10%–90%。



(a) 10% 总成本　(b) 20% 总成本　(c) 30% 总成本



(a) 40% 总成本　(b) 50% 总成本　(c) 60% 总成本



(a) 70% 总成本　(b) 80% 总成本　(c) 90% 总成本

图 D.5：网格中最优政策带来的死亡率降低，支出范围为预算的 10%–90%。