基于光子时间晶体的微波涡旋光束激射

Lei Huang[1†]、Weixuan Zhang[1†*]、Deyuan Zou[1]、、Jiacheng Bao[2]、、Fengxiao Di[1]、、Haoyu Qin[1]、、Long Qian[1]、、Houjun Sun[2*]、Xiangdong Zhang[1*]

[1]教育部先进光电子量子架构与测量重点实验室、北京市纳米光子学与超精细光电系统重点实验室、北京理工大学物理学院，中国北京 *100081*。[2]北京市毫米波与太赫兹技术重点实验室、北京理工大学信息与电子学院，中国北京 *100081*

[†]这些作者对本项工作贡献相同。*通讯作者。电子邮箱：*zhangxd@bit.edu.cn*；

携带轨道角动量（OAM）的微波激射在大容量通信、精密传感和雷达成像等领域的先进应用中具有巨大潜力。然而，传统微波激射器方法无法产生嵌入OAM的辐射。近期出现的光子时间晶体（PTCs）——一种电磁特性随时间周期性变化的人工结构介质——为无需增益介质的无谐振激射带来了范式转变。然而，早期的PTC设计均基于三维体结构，缺乏表面发射构型，也不具备调制OAM的能力，从而阻碍了携带OAM的表面发射光子时间晶体微波激射的实现。在此，我们首次通过环形PTC实验展示了非谐振、无增益介质且表面辐射的微波涡旋光束激射OAM。通过开发一种倍频器驱动的时变超材料，实现超过100%的等效介电常数调制深度，我们建立了具有足够带宽的动量带隙（*k*-带隙），从而克服本征损耗并实现自持相干微波放大。此外，时空调制在圆对称光子时间晶体结构内的顺时针和逆时针*k*-带隙模式之间诱导了非互易性，促进了携带OAM的微波激射的选择性产生——这是传统微波激射器技术无法实现的能力。我们的工作将光子时间晶体物理与相干OAM微波辐射相连接，为下一代无线通信、先进传感系统和基于轨道角动量的技术建立了变革性平台。

时变介质近期已成为波物理领域的一种变革性范式，涵盖量子力学、光子学、声学和热科[illegible]现[illegible]无法实现的功能。其中，光子时间晶体（PTCs）[9–15]——其特征是对介电常数等电磁参数进行周期性时间调制——引起了广泛关注。时间反射与折射的独特相互作用产生了异常色散带，其中包含动量带隙（*k*-带隙），从而实现了动量选择性动态增益[15]、*k*-带隙中的拓扑相变[18]、自由电子辐射放大，以及其他现象[illegible]。重要的是，光子时间晶体理论上支持通过光现晶体中沿振放大实现光腔激射[illegible]这从根本上实现了很稳沿振腔的激光器，有望[illegible]

与此同时，微波激射器[31]——激光器[32-35]的微波前身——至今仍应用于深空通信和量子[illegible]和受阻的增益介质能级结构，导致频率可调性有限，能量效率不佳，低温、高真空环境或强磁场[36-42]等运行要求也进一步阻碍了其实用化部署。此外，迄今为止，传统微波激射方案仅限于发射非结构化场，缺乏生成携带轨道角动量（OAM）的微波激射等先进功能。这引出了一个关键问题：光子时间晶体物理能否绕开这些限制，实现室温、表面发射且光[illegible]激射[illegible]

[illegible]系统中明确观测到了由光子时间晶体主的[illegible]，以明表光相关的微波振荡。然而，这项研究基于封闭结构，因而无法实现面外发射，也无法生成结构化微波激射场。相比之下，采用变容二极管的开放式光子时间晶体系统已实现微波放大[30]。然而，由于变容二极管的调制强度有限，表面辐射微波激射尚未实现。由此引出一个重要问题：能否设计一种开放式光子时间晶体系统，利用其间隙实现表面辐射微波激射，同时产生携带OAM的结构[illegible]

在本研究中，我们通过一种新型时空超材料克服了这些挑战，首次在实验上实现了光

实现了前所未有的100%等效介电常数调制深度，从而激发了强劲的动量带隙效应。全波仿真和微波实验表明，光子时间晶体在近场和远场区域均能产生受阈值控制的米微波激射器辐射。值得注意的是，我们系统中的时空调制会引发对称性破缺，从而产生携带OAM的涡旋光束叉激辐射——这是传统微波激射器无法实现的能力。本研究建立了一个融合光

通过时空工程光子时间晶体实现携带轨道角动量的表面辐射微波激射理论。关于基于光子

$$\begin{cases} E_\rho = \sum_n E_{\rho,n} e^{-\gamma_n z} e^{i[(p+nq)\phi-(\omega+n\Omega)t]}, \\ H_\phi = \sum_n H_{\phi,n} e^{-\gamma_n z} e^{i[(p+nq)\phi-(\omega+n\Omega)t]}, \\ H_z = \sum_n H_{z,n} e^{-\gamma_n z} e^{i[(p+nq)\phi-(\omega+n\Omega)t]}, \end{cases} \tag{1}$$

其中，γ_n 表示本征波向背景辐射的辐射率。p 与波矢 k 的关系为 $p = kR$，而 ω 定义本征

$$\begin{cases} H_{\phi,n} = \sum_m -i(\omega + n\Omega) E_{\rho,m} c_{n-m}, \\ H_{\phi,n} = \frac{\sqrt{\frac{(p+nq)^2}{R^2} - \frac{(\omega+n\Omega)^2}{c^2}}}{i\mu_0(\omega+n\Omega)} E_{\rho,n}. \end{cases} \tag{2}$$

这些方程被改写为矩阵特征值问题，$\boldsymbol{YE} = \boldsymbol{H}$ 和 $\boldsymbol{ME} = \boldsymbol{H}$，其中$\boldsymbol{Y}$和$\boldsymbol{M}$分别描述$\boldsymbol{E}$与$\boldsymbol{H}$之间

图1b-c分别展示了时间调制（q=0）和时空调制（q=1）下计算得到的本征谱。这里，

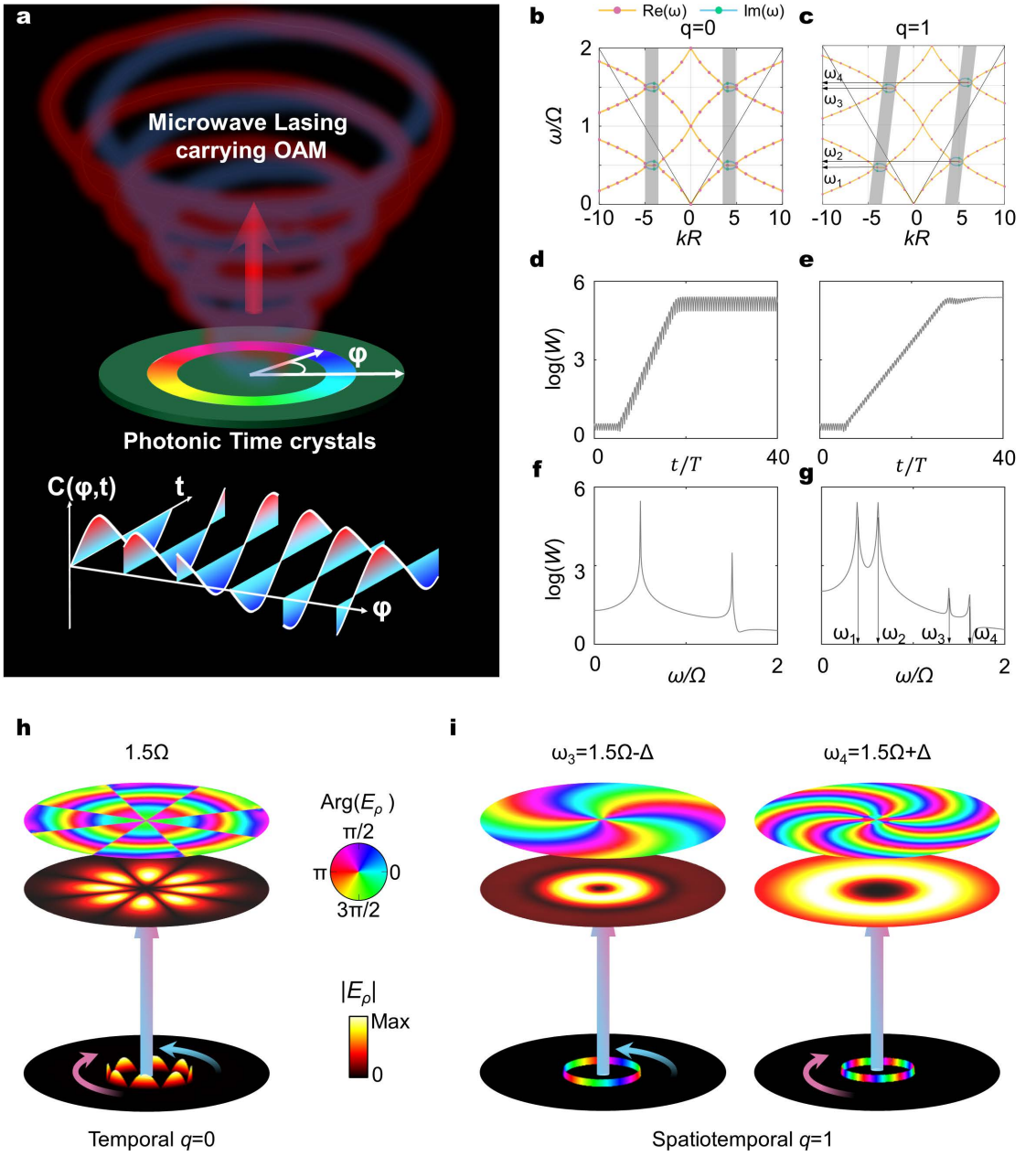

图 1 | 时空工程光子时间晶体实现表面辐射微波激射并携带轨道角动量的理论结果。 a,

m， Ω $C\ \phi\ t\ = C_0[1 + \delta cos\ q\phi - \Omega t$ $x\ t\ = /2\pi = 634$ 兆赫，以及电容分布（，）（）]，C（，）（），其中/，pF，调制深度为。.

为进一步说明环形光子时间晶体中的微波激射，图1d和g分别展示了时间调制和时空

随后，我们研究了时间光子时间晶体和时空光子时间晶体中表面发射微波激射的远场

在补充材料 S2**中，**我们进一步探讨了环形周长对基于PTC的微波激射发散角的影响，

此外，值得注意的是，尽管 锁模激光系统也采用环形构型和时间调制，但它与我们的

利用时空超材料实现携带轨道角动量的表面辐射微波激射。为在实验上实现环形光子时间

为克服变容二极管设计的这些局限，我们开发了一种新型的倍频器驱动的时变电容超

半径为 R、宽度为 g）蚀刻在顶层金属平面（橙色区域）上，形成平面波导；该波导与若

为实现时空光子时间晶体，我们在环形平面波导周围集成了六个乘法器驱动的时变电

连接调制模块的平面波导段所固有的静态电容。通过有限元仿真，我们确定了C_p、 C_{mod}、

时间调制下的波演化和频谱（$\varphi_n = 0$）在近场点和远场点处的结果分别如图 2d-e 和图 2f-g所示。其他参数见图注。结果表明，在时变电容调制下，近场波和远场波均呈现指数增长（蓝色区域所示），并由于倍增器输出限值而饱和至稳态。在ω、 3ω、 5ω处出现谱峰，与连续对应系统中的k-带隙本征频率相匹配。值得注意的是，理想的表面电容模型（图 1a）使3ω-分量本征模位于光线下方（无辐射），而离散电容分布将连续旋转对称性转变为离散旋转对称性，从而能够将3ω-模的波矢耦合至光线之上[49]，这从3ω 处较大的远场辐射强度（相比ω 处）可以明显看出，详见补充材料中的 S7，其中详细介绍了空间离散化如何将模耦合至光锥之上。

最后，我们通过将调制相位设为$\varphi_n = n\pi/3$ $(n \in [1,6])$，研究时空PTC超材料中的受激辐射行为。计算得到的近场（图 2h）和远场（图 2j）时间演化再次显示出显著的指数增长（蓝色区域所示），随后达到饱和。相应的频谱（图 2i 和 k）表明，每个弗洛凯扇区中均会发生谱分裂。图 2i 和 k中观察到的振荡特征源于模拟中采用的离散化时空调制。这种分裂行为与连续表面电容模型的预测一致（图 1g），但其幅度比连续情形有所减小。需要强调的是，这与连续情形存在一个关键区别：在连续极限下，CW 和 CCW k-隙模完全解耦。然而，实际设计中的空间离散化会引入这两个本征模之间的耦合。因此，两个分裂后的频率分量不再分别对应连续极限下理想的顺时针和逆时针本征模，而是代表这两个模的叠加。决定这种叠加的耦合系数取决于多种因素，包括时变电容模块的密度、环形PTC的周长以及PTC的阻抗（有效耦合的参数依赖关系见补充材料 S8）。

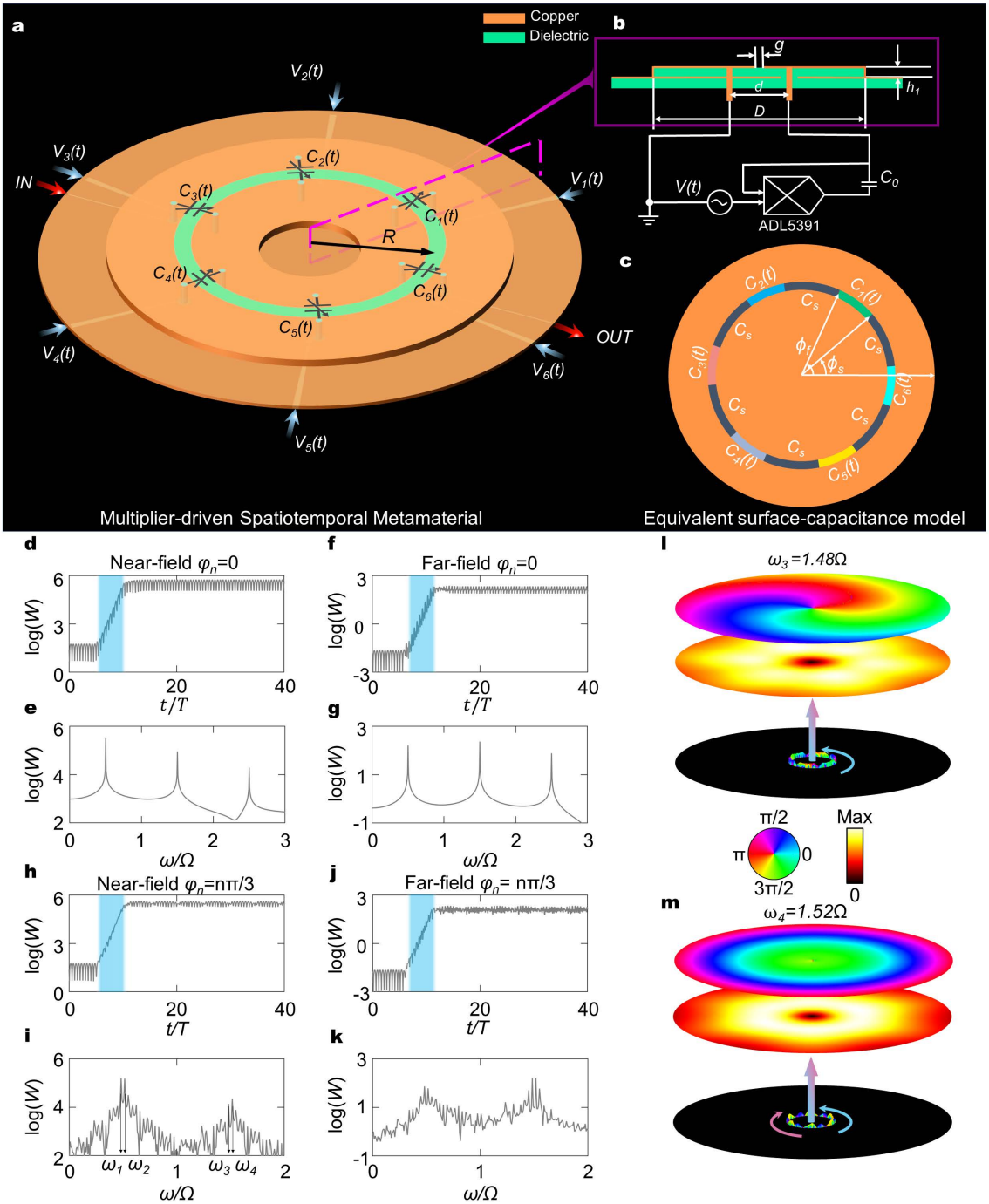

图 2 | 乘法器驱动的时空超材料及具有轨道角动量的表面辐射微波激射。 PTC超材料设计：

在 ω 处的基频辐射。(h-k)。时空调制（$\varphi_n=n\pi/3$）：(h-i)，近场和 (j-k)，远场。插图中可见谱分裂

为进一步表征时空光子时间晶体中两个分裂本征模的轨道角动量特性，我们根据模拟得到的近场分布，利用角谱理论计算远场辐射图样，频率分别为 ω_1 =1。48Ω 和 ω_2 =1。52Ω，如 图 2l-m所示。结果表明，由于 ω_2 =1。52Ω处顺时针模式与逆时针模式之间存在强近场耦合，波形呈现非手性，因而无法在远场体现其轨道角动量特性。相比之下，ω_1 =1。48Ω 处仍存在以逆时针模式为主的近场分布，从而在远场区域形成拓扑荷为 -1 的螺旋相位。值得注意的是，通过适当设计结构参数，可以使固定弗洛凯扇区中的两个分裂本征模分别以顺时针模式或逆时针模式为主（详细仿真结果见 补充材料 S8 ），**从而实现携带轨道角动量的相干微波发射。这些数值结果明确证实，我们的 PTC 超材料能够产生携带轨道角动量的表面辐射相干微波放大——这一能力此前尚未在依赖静态谐振腔和增益介质的传统微波激射器系统中得到展示**。

时空超材料携带轨道角动量的表面辐射微波激射实验观测。 基于理论框架，我们制备了所

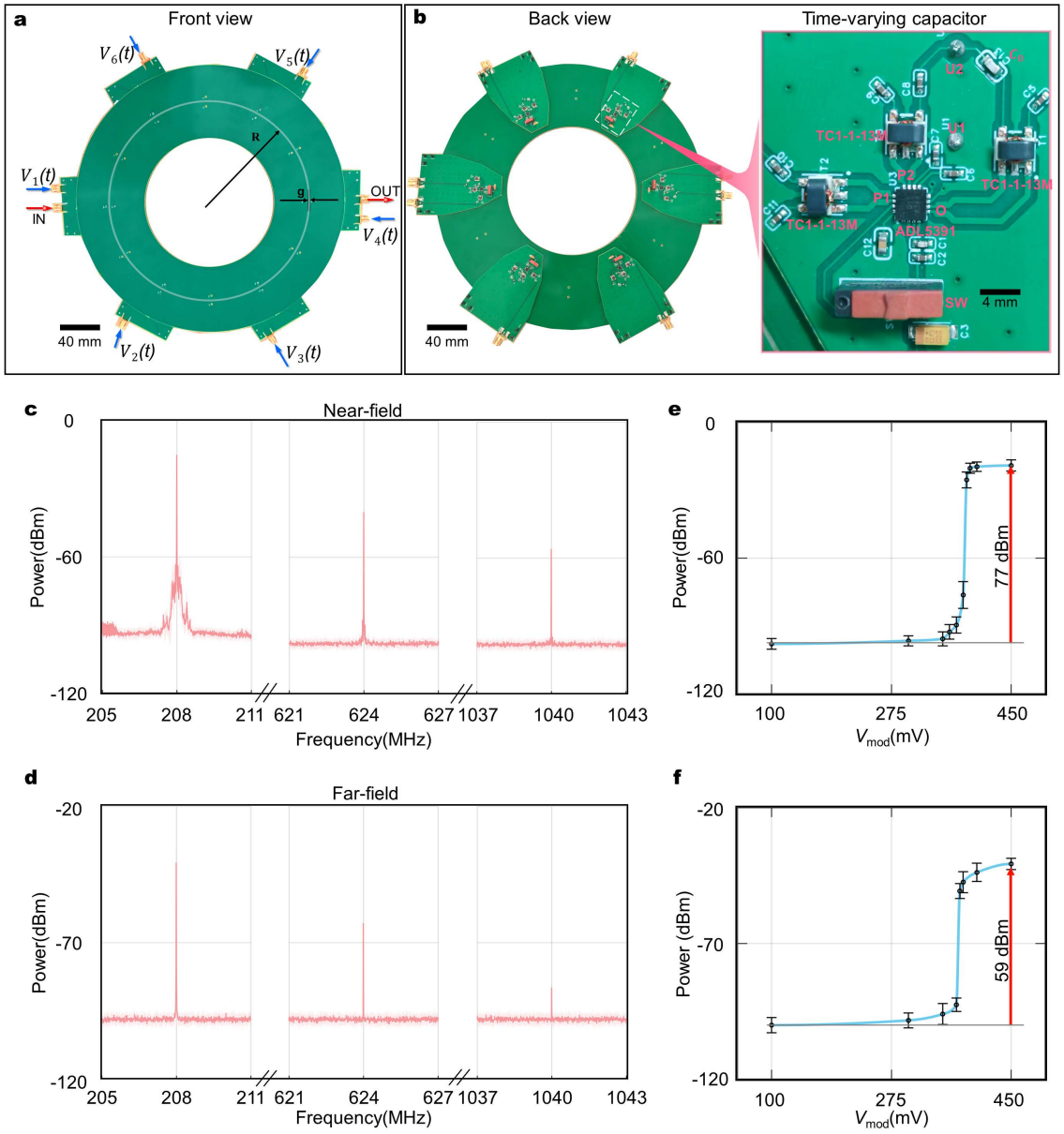

图 3 | 时间光子时间晶体（PTC）使能的微波激射实验结果。a-b，制备的时空超材料，展

标记激射阈值为0.37 V。阈值以下（$V_{\mathrm{mod}} < 0.37$ V）：信号处于噪声底。超过阈值后：信号骤增并达

首先，我们将均匀调制信号$V_n(t) = V_{mod} sin(2\omega t)$（频率为$\omega/2\pi$=208兆赫，电压为

为进一步探究光子时间晶体中微波激射的阈值行为，我们表征了近场（图*3e*）和远场

最后，我们通过将六个调制信号的相位配置为$\varphi_n = n\,\pi/3$ （$n \in [1,6]$），实现了时

波模拟结果一致。此外，值得注意的是，我们样品测得的静态透射谱在一个狭窄的频率范

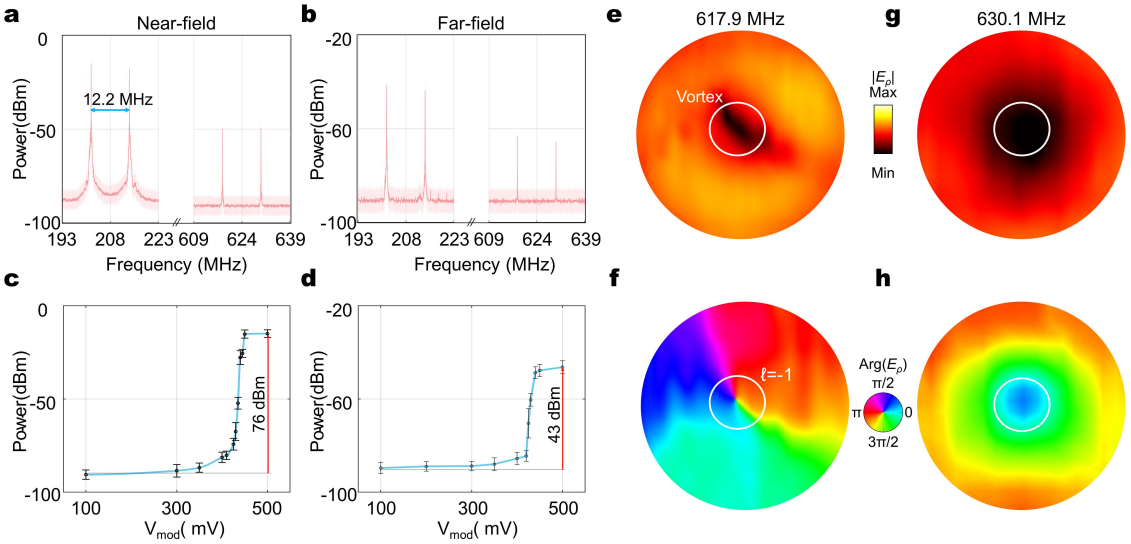

图 4 | 利用时空光子时间晶体实现轨道角动量微波激射的观测。 a，具有非互易传播效应的

为进一步验证时空调制光子时间晶体超材料中携带轨道角动量的远场受激辐射，我们

在第二弗洛凯扇区内的两个分裂频率处，如图 4e-f 所示， 频率为 617.9 兆赫；而图 4g-h

讨论与结论。 总之， 我们通过时空工程化的光子时间晶体，首次实验实现了具有轨道角动量的表面辐射微波激射。在理论创新方面，我们将光子时间晶体激射模型从三

的时间调制[15]拓展到表面时空调制。这一拓展实现了具有轨道角动量的面外光子时间晶体激射。在实验方面，我们提出了一种不同于现有方法的时变电容设计，不同于以往采用变容二极管进行时间调制[28–30]的光子时间晶体研究，我们的设计采用基于乘法器的时变电容，使调制强度提升了近一个数量级。因此，所产生的环隙能够克服透射损耗和面外辐射损耗，从而实现表面辐射机遇用动量受激辐射。

此外，借助光子时间晶体实现的微波激射，可以利用低频驱动信号高效地产生高频微波辐射。这种机制在产生高频微波激射方面，显著优于依赖材料非线性的传统方法[50] 。展望未来，我们的设计策略可拓展至更高频率，为实现高效的太赫兹受激辐射源开辟一条可行路径。同样重要的是，携带轨道角动量的涡旋光束受激辐射会自发涌现，这是圆形排布的时空调制造成对称性破缺的直接体现。与传统微波激射器不同，该平台将拓扑信息直接编码到受激辐射模式中——这一能力具有深远的

影响，可推动结构化波前工程的发展。所展示的 OAM 生成机制契合大容量通信和波操控领域对紧凑、可重构解决方案日益增长的需求。这些成果为融合光子时间晶体物理、微波激射与有源超材料工程奠定了基础。更广泛而言，我们的工作表明，时空工程超材料有望突破光子系统的基本限制——例如通过动量选择性增益突破激光线宽极限，以及实现可调谐的微波激射／激光频率。未来，若能进一步缩小调制架构并探索高阶 OAM 态，或可进一步释放时变超材料的潜力。

注：在我们的工作完成之际，我们注意到近期也有一项研究报道了基于PTC的微波激射[51]。

参考文献

1. Zhang, J. 等. 离散时间晶体的观测。《自然》543, 217 (2017)。 2. Galiffi, E. 等. 时变介质的光子学。《先进光子学》4, 014002 (2022)。 3. Engheta, N. 利用时变超材料实现四维光学。《科学》379, 1190–1191 (2023)。 4. Rudner, M. S., & Lindner, N. H. 弗洛凯拓扑绝缘体中的能带结构工程与非平衡动力学。《自然·物理学评论》2, 229–244 (2020)。 5. Yin, S., Galiffi, E. & Alù, A. 弗洛凯超材料。《eLight》2, 8 (2022)。 6. Yuan, L., Lin, Q., Xiao, M. & Fan, S. 光子学中的合成维度。《光学》5, 1396 (2018)。 7. Wang, Y. 等. 动态声子晶格中非互易波传播的观测。《物理评论快报》121, 194301 (2018)。 8. Li, J. 等. 时间调制系统中热扩散的互易性。《自然·通讯》13, 167 (2022)。 9. Holberg, D., & Kunz, K. 时变介电常数薄板中场的参量特性。《IEEE天线与传播汇刊》14, 183 (1966)。 10. Biancalana, F., A mann, A., Uskov, A. V., & O'Reilly, E. P. 《物理评论E辑：统计、非线性与软物质物理》75, 046607 (2007)。 11. Zurita-Sánchez, J. R., Halevi, P., & Cervantes-Gonzalez, J. C. 入射于介电函数随时间周期变化的薄板上的波的反射与透射 $\epsilon(t)$。《物理评论A辑》79, 053821 (2009)。 12. Reyes-Ayona, J. R., & Halevi, P. 动态传输线和时间光子晶体中真实波矢（k 或 β）间隙的观测。《应用物理快报》107, 074101 (2015)。 13. Shaltout, A. M., Fang, J., Kildishev, A. V., & Shalaev, V. M. 光子时间晶体与动量带隙。CLEO：量子电子学与激光科学基础研究 FM1D-4 (2016)。 14. Asgari, M. M., Garg P., Wang X., Mirmoosa M. S., Rockstuhl C., & Asadchy V. 光子时间晶体的理论与应用：教程。《先进光学与光子学》16, 958 (2024)。

15. Lyubarov, M., Lumer Y., Dikopoltsev A., Lustig E., Sharabi Y., & Segev M. 光子时间晶体中的放大辐射与激射。《科学》377, 425 (2022)。 16. Lustig, E., Sharabi, Y., & Segev, M. 光子时间晶体的拓扑特性。《光学》5, 1390– 1395 (2018)。 17. Ren, Y. 等. 在时间合成晶格的时间界面处观测光的动量隙拓扑。《自然·通讯》16, 707 (2025)。 18. Feis, J., Weidemann, S., Sheppard, T. 等. 光子量子行走中的时空拓扑事件。《自然·光子学》19, 518–525 (2025)。 19. Dikopoltsev, A. 等. 光子时间晶体中的自由电子发光。《美国国家科学院院刊》119, e2119705119 (2022)。 20. Li, H., Yin, S., He, H., Xu, J., Alù, A. & Shapiro, B. Shapiro，各向异性光子时间晶体中的静止电荷辐射。《物理评论快报》130, 093803 (2023) 21. Pan, Y., Cohen, M. I. & Segev, M. 非线性光子时间晶体中的超光速动量隙孤子，《物理评论快报》130, 233801 (2023)。 22. Wang, X., Garg, P., Mirmoosa, M.S. 等. 通过共振拓展光子时间晶体中的动量带隙。《自然·光子学》19, 149–155 (2025)。 23. Sharabi, Y., Lustig, E., & Segev, M. 无序光子时间晶体。《物理评论快报》126, 163902 2021( ) 24. Sharabi, Y., Dikopoltsev, A., Lustig, E., Lumer, Y., & Segev, M. 时空光子晶体。《光学》9, 585-592 (2022)。 25. Yousefjani, R., Sacha, K., & Bayat, A. 离散时间晶体相作为量子增强传感的资源。《物理评论B辑》111, 125159 (2025)。 26. Huidobro, P. A., Galiffi, E., Guenneau, S., Craster, R. V., & Pendry, J. B. 时空调制超材料中的菲涅耳拖曳。《美国国家科学院院刊》116, 24943-24948 (2019)。 27. Galiffi, E., Huidobro, P. A., & Pendry, J. B. 光速超材料中的宽带非互易放大。《物理评论快报》123, 206101 (2019)。 28. Park, J., Cho, H., Lee, S. 等. 揭示光子弗洛凯介质的非厄米能带结构。《科学进展》8, eabo6220 (2022)。 29. Ye, X., Wang, Y. G., Yao, J. F., Wang, Y., Yuan, C. X., & Zhou, Z. X. 基于有源超表面实现时空光子晶体。《激光与光子学评论》19, 2401345 2025( )。 30. Wang, X. 等. 光子时间晶体的基于超表面的实现。《科学进展》9, eadg7541 (2023)。 31. Gordon, J. P., Zeiger, H. J., & Townes, C. H. 分子微波振荡器与氨微波光谱中的新超精细结构。《物理评论》95, 282–284 (1954)。 32. Maiman, T. H. 红宝石中的受激光辐射。《自然》187, 493–494 (1960)。 33. Heard, H. G. 室温紫外气体激光器，《自然》200, 667 –668 (1963)。 34. Li, C. H., Benedick A. J., Fendel, P., Glenday, A. G., Kärtner, F. X., Phillips, D. F., Sasselov, D., Szentgyorgyi, A., & Walsworth, R. L. 一种可实现高精度径向速度测量的激光频率梳，精度达 1cm s^{-1}。《自然》452, 610 –612 (2008)。 35. Hecht, J. 激光发展的简史。《应用光学》49, F99 (2010)。 36. Makhov, G., Kikuchi, C., Lambe, J., & Terhune, R. W. 红宝石中的微波激射。《物理评论》109, 1399 (1958)。 37. Siegman, A. E., & Hagger, H. J.《微波固态微波激射器》(1964)。 38. Joshin, K., Mimura T., Ninori, M.,Yamashita Y., Kosemura, K., & Saito, J. 微波高电子迁移率晶体管的噪声性能。IEEE微波理论与技术学会国际微波研讨会文摘，563–565 (1983)。 39. Oxborrow, M., Breeze J. D., & Alford N. M. 室温固态微波激射器。《自然》 488, 353 (2012)。 40. Breeze, J. D., Salvadori E., Sathian, J., Alford N. M., & Kay C. W. 连续波室温金刚石微波激射器。《自然》555, 493 (2018)。 41. Day, T., Isarov, M., Pappas, W. J., Johnson, 等. 室温固态微波激射器

放大器。《物理评论X》14, 041066 (2024)。42. Jin, L., Pfender, M., Aslam, N., Neumann, P., Yang, S., Wrachtrup, J., & Liu, R. B. 室温钻石微波激射器的提案。《自然·通讯》6, 8251 (2015)。43. Forbes, A., Mkhumbuza, L. & Feng, L. 轨道角动量激光器。《自然评论·物理》6, 352–364 (2024)。44. Wright, L. G., Christodoulides, D. N., & Wise, F. W. 多模光纤激光器中的时空锁模。《科学》358, 94 (2017)。45. Malomed, B. A., Mihalache, D., Wise, F., & Torner, L. 时空光孤子。《光学B辑：量子与半经典光学》7, R53 (2005)。46. Wright, L. G., Renninger, W. H., Christodoulides, D. N., & Wise, F. W. 多模光孤子的时空动力学。《光学快报》23, 3492 (2015)。47. Haus, H. A. 激光器锁模。《IEEE量子电子学精选主题期刊》6, 1173 (2002)。48. Cao, B., Gao, C., Liu, K., Xiao, X., Yang, C., & Bao, C. 多模光纤激光器中的时空锁模与耗散孤子。《光：科学与应用》12, 260 (2023)。49. Cai, X. 等，集成紧凑型光学涡旋光束发射器。《科学》338, 363–366 (2012)。50. Lu, Y. 等，太赫兹频率下的非线性光学物理。《纳米光子学》13, 3279–3298 (2024)。51. Lee, K. 等，光子时间晶体中的自发辐射与激射。arXiv预印本 arXiv: 2507.19916 (2025)。

致谢。本工作得到国家重点研发计划（项目编号：2022YFA1404900）、国家自然科学基金（项目编号：12422411）、北京市自然科学基金（项目编号：1242027）以及中国科协青年人才托举工程（项目编号：2023QNRC001）的支持。

方法

I. 基于有限元方法的光子时间晶体全波仿真。

所有数值模拟均使用有限元软件 COMSOL Multiphysics 完成。分别采用瞬态（

对于理想化的PTC模型，时变表面电容通过表面电流密度边界条件实现，其定义为

为真实地模拟饱和效应，调制深度 δ 会根据场强动态调整，随场强增大而减小。对于时空

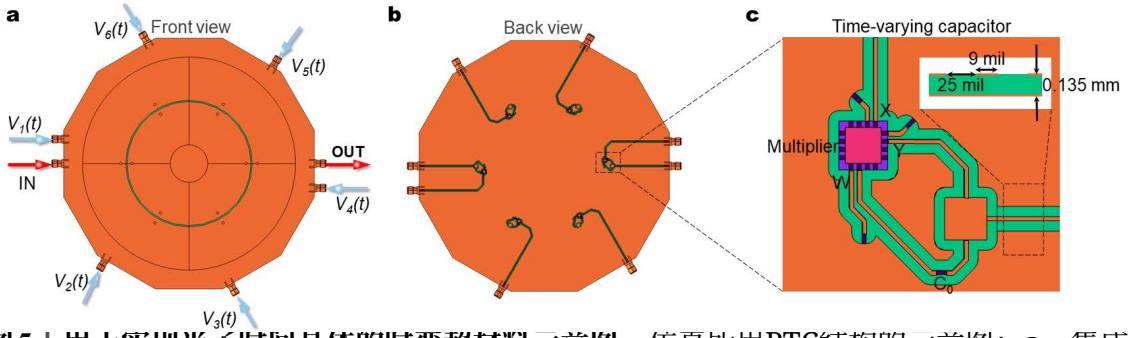

图5 | 用于实现光子时间晶体的时变超材料示意图。仿真所用PTC结构的示意图：**a,** 集成乘法器驱动的时变电容单元的环形微带线正视图，以及**b,** 后视图。**c,** 单个单元的放大图（**c**中的虚线框），展示了用于50 Ω 阻抗匹配的馈线设计（宽度：9 mil，距接地层高度：0.135 mm）。乘法器（ADL5391）采用压控源建模，输入阻抗为200 Ω，输出钳位于±1 V，并通过一个20 nH电感器连接。

接下来，我们详细介绍实际结构仿真的方法。为仿真由乘法器驱动的时变电容及其与电磁平面波导的耦合，我们结合电磁瞬态（ ）和电路（ ）模块。电磁场与电路之间的耦合通过集总端口边界条件中的“External I vs. U”接口实现。实际结构如图 5a-c所示. 图 5a-b 分别展示了正面和背面视图。图 5c 放大展示了基于乘法器的时变电容区域，包括

ADL5391倍频器缺少兼容COMSOL的SPICE网表，我们使用压控电压源构建了具有饱和效应的倍频器。其输入端口(X,Y)的阻抗依据数据手册和实验测量设为200 Ω，并在输出端口

SMA连接器端口馈入结构中

此外，使用频域（*emw*）模块计算未调制结构的S参数。采用相同的几何结构，并以

II. 使用角谱理论进行远场计算。

采用角谱理论，根据数值计算得到的近场分布计算远场辐射图样。具体流程如下：首先，通过[illegible]里叶变换，可得到各空间点处的频域场分布 $U(x, y, 0, \omega)$。随后，采用角谱法对标量电磁场的自由空间传播进行建模。在傍轴或非傍轴近似下，通过计算任意复光场 $U(x, y, 0, \omega)$ 的空间傅里叶变换，将其分解为平面波的叠加；该光场定义在源平面上，其空间傅里叶变换为$U(k_x, k_y, 0, \omega) = \mathrm{F}\{U(x, y, 0, \omega)\}$，其中，$U(k_x, k_y, 0, \omega)$为该场的角谱，$(k_x, k_y)$为波矢的横向分量。为提高远场分布的计算精度，对仿真得到的源平面场分布$U(x, y, 0, \omega)$的外围进行零填充。各谱分量在自由空间中传播距离 z 会产生相位延迟，其表达式为$U(k_x, k_y, z, \omega) = U(k_x, k_y, 0, \omega) \cdot exp(ik_z z)$，其中$k_z = (k^2 - k_x^2 - k_y^2)$，$k = \omega/c$ 为真空中的波数。对于倏逝分量（$k_x^2 + k_y^2 > k^2$），k_z 变为虚数，表示指数衰减。随后，通过逆傅里叶变换$U(k_x, k_y, z, \omega) = \mathrm{F}^{-1}(U(x, y, z, \omega))$，即可得到距离 z 处的传播场 $U(x, y, z, \omega)$。该方法无需采用菲涅耳极限或夫琅禾费极限等近似，即可准确模拟近场和远场衍射。该方法尤其适用于使用快速傅里叶变换的数值实现，可高效模拟波前在自由空间或均匀介质中的传播。

III. 乘法器驱动的时变电容详细推导。

在本部分中，我们给出由乘法器控制的时变电容电路的详细推导，其输入-输出关系表[illegible]过外部直流[illegible]之间调节的缩放因子。[illegible]个输入端口直接连接到顶部平面波导

信号U(t)，而另一个接收外部调制信号V(t)。固定电容器C_0将乘法器输出连接到平面波导。假设传输线的寄生电容可忽略不计，则[illegible]

$C_0 \approx \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{A}{d}$，其中$V(t) = [illegible]$。从传输线流入时变电容器的总电流分为：$i_1$（流过$C_0$）和$i_2$（进入乘法器输入端）。由于输入阻抗很高，$i_2 \approx 0$，因此，等效时变电容C(t)满足$i = \frac{d}{dt}[C(t)v(t)] = C(t)\frac{dv}{dt} + v(t)\frac{dC}{dt}$。[illegible]

$C_0 \approx \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{A}{d}$，[illegible]$\frac{dC}{dt} = -\frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r A}{d^2}\frac{dd}{dt} = -\frac{C(t)}{d(t)}\frac{dd}{dt}$。求解得到$C(t) = C_0 \frac{1}{1 + \alpha V(t)}$。因此，等效电容直接由$V(t)$控制。

IV. 样品制备与测量方法。

时变电容和传输线模块使用电路设计软件进行设计，并分别制作。制作完成后，使用金属导管建立互连。时变电容板：采用四层设计，铜箔（L1–L4）由三层介电层隔开。外层（L1、L4）布设电路走线和元件，内层（L2、L3）用作接地层。为尽量减少串扰，馈线和元件由厚度为 25 mil（0.635 mm）、连接至接地过孔阵列的铜屏蔽壁进行屏蔽。外侧介电层（厚度：0.1355 mm）针对微波传输进行了优化，而较厚的中间层则提供机械支撑。传输线：采用双层结构，包含一层厚度为 2.4 mm 的介电层，并在边缘覆铜以实现层间连接。

仪器设备包括四通道信号发生器、频谱分析仪、示波器、网络分析仪、环形天线、同轴电缆和多路输出直流电源。时间调制：将三个同步的 416 MHz 信号（振幅为 0.5 V，差分± 输出）馈入三个乘法器。第四个信号（208 MHz，0.025 V）激励输入端口，同时通过频谱分析仪监测输出。乘法器由 +5 V 直流电源供电，通过偏置电压（2.0–2.8 V）调节 α 以获得最佳性能。移除 208 MHz 输入后，输出信号仍然存在，这是因为增益超过损耗，由此确认了微波激射。近场／远场表征：直接测量近场强度随调制电压（0.05–0.5 V）的变化。远场测量使用环形天线，距离为 1 m。时空调制：将三个 416 MHz 信号的负输出端连接到其余乘法器。使用示波器测量远场振幅和相位分布，并通过对参考信号和扫描信号进行傅里叶分析来解析相位。