通过波导量子电动力学中的二维 Λ型原子阵列实现光子储库工程

Thi Phuong Anh Nguyen[1], Le Phuong Hoang[2], 和 Binh Xuan Cao*[1,3]

[1] *SquareLab, School of Mechanical Engineering, Hanoi University of Science and Technology, Hanoi, Vietnam*[2] *Institute of Science and Technology Austria, Klosterneuburg, Austria*[3] *Department of Mechatronics, School of Mechanical Engineering, Hanoi University of Science and Technology,Hanoi, Vietnam*

arXiv:2601.00622v1 [quant-ph] 2 Jan 2026

摘要

Λ型原子系统中的电磁感应透明（EIT）是高保真存储和非线性光学等量子技术的基础，但传统装置面临固有局限。与波导耦合的一维原子链的标准几何结构仅允许存在单一明态超辐射通道，而亚辐射模难以有效访问，从而限制了对集体辐射行为和暗态路径的控制。这会导致非期望的非弹性过程，降低存储保真度和非线性光子生成效率。在此，我们提出了两种与光子晶体波导耦合的二维（2D）原子晶格几何结构，即之字形和正交结构。在之字形模型中，经工程设计的集体超辐射模和亚辐射模产生平坦化的 EIT 窗口，拓宽传输带宽并抑制非期望散射，从而提升量子存储保真度。在正交模型中，与具有相同 Γ_{1D}、Ω_c和探测光强度的传统一维 Λ型 EIT 原子链相比，四波混频（FWM）强度最高可放大六个数量级，同时局域化闲频光子形成定义明确的谱模式。这些结果展示了一条灵活途径，可用于构建结构化光子储库，实现按需光子产生、高保真量子存储以及增强的非线性光学过程。

I. 引言

Λ型原子波导量子电动力学（wQED）中的相互作用引起了广泛关注，因为光子-光子和原子-光子相互作用会产生非平凡现象，为现代量子技术奠定基础。这些现象包括超辐射和亚辐射等集体辐射效应、 [1], 连续谱中的束缚态（BIC） [2, 3], 以及非马尔可夫延迟效应 [4]。所有这些现象都对原子的空间排布十分敏感，凸显了相位关系和干涉在控制系统动力学中的核心作用。

Λ型原子的一个显著特征是能够表现出电磁感应透明（EIT），其中 $|g\rangle \leftrightarrow |e\rangle$ 与 $|s\rangle \leftrightarrow |e\rangle$ 跃迁之间的Fano干涉使暗态极化激元能够无损传播 [5]。在绝热条件下，光场可相干地映射为原子自旋激发，从而构成量子存储器的基础 [6]。此外，当原子处于激光缀饰暗态构型时，线性极化率消失，而非线性极化率

*通讯作者：binh.caoxuan@hust.edu.vn

得到增强，使电磁感应透明成为四波混频（FWM）等非线性过程的理想介质 [5, 7]。尽管具有这些优势，传统的基于电磁感应透明的系统仍面临显著局限。在量子存储中，必须仔细整形输入脉冲，使其处于狭窄的透明窗口内，以避免失真[8, 9]。拉曼散射和四波混频等随机非弹性过程会引入噪声和退相干，从而降低存储保真度。在非线性工作状态下，模式匹配和相位匹配不完美会拓宽非弹性光谱分布，限制光子相干性 [10, 11, 12]。从物理上看，这些局限源于非弹性散射储库的宽带特性 [5, 13]。一种前景可期的策略是将非弹性散射限制在离散的光子模式中，从而有效地构造储库，以支持相干非线性相互作用。

光子晶体波导（PCW）为实现这一构想提供了一个灵活的平台。通过设计原子位置和相干交换强度，可以控制相干和耗散性原子-光子相互作用。受此启发，我们提出一种将 Λ 型原子系综与一维 PCW 相结合的系统，其中原子排列成二维 Zigzag 和正交晶格（第 II 节）。改变原子在波导上方的高度可调节各原子的衰减率 Γ_{1D} [14, 15]，从而实现结构化耗散和可调干涉。这种几何调控有助于系统从传统的单光子传输转变为关联多光子动力学，并由此产生强非线性光学响应。

在接下来的章节中，我们将建立这一二维-Λ 型 wQED 系统的理论框架，利用输入–输出理论推导光子散射特性，并分析结构化晶格中传输通带和非线性光子关联的形成。

II. 理论模型

具有二维原子晶格的 PCW 的哈密顿量

在自由空间中，原子与光的耦合较弱，因此难以实现强且可控的光–物质相互作用 [16]。相比之下，一维波导能够增强对原子电磁场响应的控制 [17]。在这类系统中，光被限制在单一传播轴上，从而实现更强且更可控的原子-光子相互作用。沿着波导排列成周期晶格的原子会使反向传播场之间产生布拉格干涉。改变局域光子态密度的，正是这种原子晶格的周期性，而不只是光子晶体固有的能带结构。

态密度（LDOS），从而导致发射出现频率相关增强（超辐射）或抑制（亚辐射） [1, 18]。因此，受困于波导附近的原子构成了一种可控的量子材料，其线性和非线性光学响应都可以通过几何特征进行调节。

我们考虑位于光子晶体波导（PCW）低带边附近的 Λ 型原子二维（2D）晶格 [见图1和 2]。这种构型能够独立调控耦合到导模的单原子（自）耗散衰减率和集体耗散衰减率 [14, 15], ，从而能够在频域中精确调控光在结构化光子库中的传输。原子态 $|g\rangle$、 $|s\rangle$ 和 $|e\rangle$ 分别对应基态、亚稳态和激发态；所有原子（以蓝色圆圈表示）最初均制备在基态 $|g\rangle$。我们提出的两种模型均包含一种 PCW 结构，其原子晶格几何形状分别为不同的 Λ型，如图1和图2所示。我们假设跃迁 $|g\rangle \leftrightarrow |e\rangle$ 的共振频率 ω_0 （其波矢为 k_0）位于 TE 带隙内且靠近其低带边，失谐为 $\delta = \omega_0 - \omega_b$。在此条件下，由于态密度中存在范霍夫奇点，跃迁 $|g\rangle \leftrightarrow |e\rangle$ 主要与低带边附近的 PCW 模耦合。

在有效质量近似下，带边附近 TE 模的色散关系可表示为 $\omega_k \approx \omega_b \left[1 - \alpha^{\left(k-k_b\right)_{k_b^2}^2}\right]$，其中 $k_b = \pi/a$ 是带边处的波矢， α 表征能带曲率。当原子以位于其带隙内的频率耦合到该 TE 模时，无法发射传播光子，而是会产生一个呈指数衰减的局域光子云。该局域场充当有效腔模，通过虚光子介导原子之间的长程激发交换。相比之下，TM 模在原子共振频率ω_0 附近不存在带隙，因此可作为探测透射和长程相互作用的传播通道，而 TE 模在接近 ω_0处完全处于带隙中。在我们的构型中，跃迁 $|g\rangle \leftrightarrow |e\rangle$ 通过倏逝场与 TM 模耦合，而跃迁 $|s\rangle \leftrightarrow |e\rangle$ 由具有拉比频率 Ω$_c$的经典控制场驱动。在相对于共振失谐 Δ 的弱探针作用下，并在旋转波近似内，与 PCW 耦合的原子链可由式 1 [19, 20]给出的有效非厄米哈密顿量描述。

$$H_{\mathrm{non}} = -\sum_{j=1}^{n}\left[\left(\Delta\omega + i\Gamma_e/2\right)\sigma_{ee}^{j} + \left(\Delta\omega - \Delta_c\right)\sigma_{ss}^{j} + \Omega_c\left(\sigma_{es}^{j} + \mathrm{H.c.}\right)\right] + H_{\Gamma_{1D}} + H_{\mathcal{J}}. \tag{1}$$

其中， $\Delta\omega = \omega_{in} - \omega_0$ 是入射场频率 ω_{in} 与原子共振频率 ω_0之间的失谐，该入射场的波矢为 k_{in}。 Γ_e 表示态 $|e\rangle$向自由空间的衰减率， z_j是第 j个原子的位置。 $\Delta_c = \omega_c - \omega_{es}$ 是经典控制场频率 ω_c 与原子跃迁频率 ω_{es} 之间的失谐，原子跃迁为 $|e\rangle \leftrightarrow |s\rangle$。

最后两项， $H_{\Gamma_{1D}}$ 和 $H_{\mathcal{J}}$ （详见附录 A2），描述了由光子晶体波导中的导引模式介导的集体原子间相互作用。具体而言， $H_{\mathcal{J}}$ 表示虚光子交换所产生的相干偶极-偶极交换相互作用，而 $H_{\Gamma_{1D}}$ 表示向一维导引连续体中的集体非厄米耗散。它们的具体形式取决于晶格几何结构和原子构型，并将在第 2B 节中针对每种提出的模型详细讨论。

B. 二维 Λ型原子晶格：用于量子存储器和四波混频模型1：Zigzag 二维晶格结构。

为实现量子存储器功能，我们提出一种与光子晶体波导耦合的 Λ 型原子之字形二维晶格，如图 1 所示。该晶格由周期性簇构成，每个簇由两个晶胞组成。在每个晶胞内，两个原子位于相对于波导不同的垂直高度处，彼此间距为胞内距离 a；同一簇中相邻晶胞之间的距离为 L。这种之字形几何结构旨在抑制布拉格干涉并使.....变平

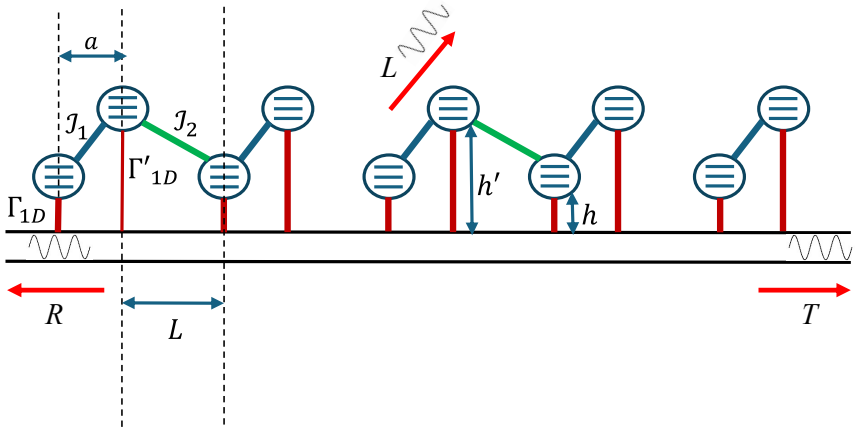


图 1：Zigzag 模型：由系综组成的原子链与光子晶体波导耦合的示意图，构成了用于量子存储应用的多光子结构化储库。

电磁诱导透明（EIT）窗口。通过将胞内和胞间相位延迟分别设为 $\alpha = n\pi/2$ 和 $\beta = m\pi/2$ （$m > n$），可实现这一效果；它们会抵消布拉格反射并拓宽电磁诱导透明带宽。由于垂直位置不同，每个元胞中的两个原子与具有不同衰减率的导模耦合 $\alpha = n\pi/2$ 。

为简便起见，我们考虑一个具有有限衰减率 Γ_{1D} 的原子，另一个则实际上与波导解耦。同一元胞内的原子通过胞内耦合 J_1相互作用，而簇内相邻晶胞之间则通过 J_2 耦合（图 1）。我们关注耗散主导的区域 $\Gamma_{1D} \gg \mathcal{J}$，在此区域中可忽略经由导模产生的相干交换 [1]。这种构型可形成宽阔且稳健的 EIT 窗口，适用于量子存储器应用。

模型2：Orthogonal 二维晶格结构。

为增强非线性光–物质相互作用，我们考虑图2所示的正交二维晶格构型。该晶格划分为多个簇，每个簇由两个相距a的晶胞组成。每个晶胞包含 N Λ型原子，它们位于相同的水平位置，但相对于波导处于不同的垂直高度。在该模型中，每个晶胞中只有最靠近波导的原子具有

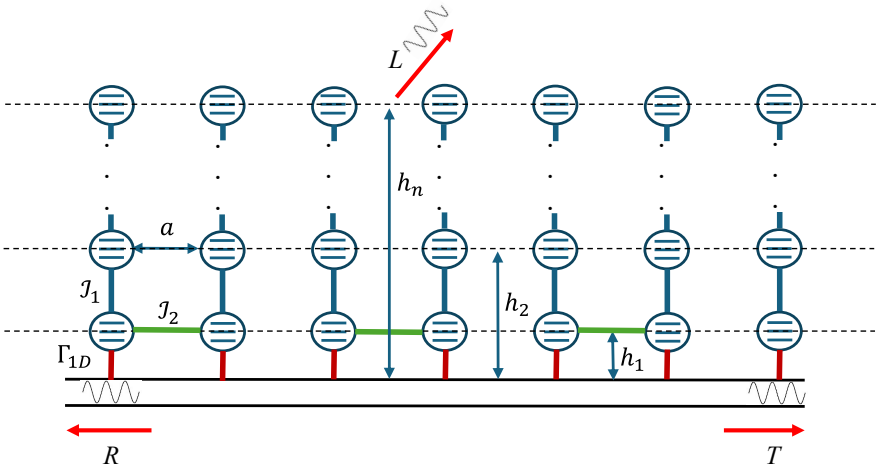


图2：正交模型：原子系综链与光子晶体波导耦合的示意图，形成用于非线性光–物质相互作用的多光子结构化储库。

较大的衰减率 Γ_{1D}，而其余原子则与导模有效解耦。在每个元胞内，原子通过强度为 $\mathcal{J}_1$ [3] 的相干交换依次耦合，簇中的两个元胞则通过耦合 $\mathcal{J}_2$ 相连。不同簇之间不存在直接耦合，从而形成局域化的层级交互结构。不同于抑制布拉格干涉的模型1，该模型工作在相长干涉区间。晶格间距选为 $k_0 a = \pi/2$，确保相邻元胞发出的导引场之间发生相长干涉。这增强了集体耗散，并促进强光学非线性，从而实现多重电磁感应透明窗口形成以及每个簇内的高效四波混频。

III. 用于量子存储器的光子模式局域化结果

在基于电磁诱导透明的量子存储器中，通过绝热降低控制场，将光子激发映射到长寿命的集体自旋态上，从而实现光存储。尽管绝热性能够实现可逆存储，但其受到两个主要限制。首先，狭窄的洛伦兹型透明窗口会导致不同频谱分量的传输不均匀，并因频谱翼部过大的相位涨落 [21] 而产生色散、畸变和能量损失。其次，包括自发拉曼散射和四波混频在内的非弹性散射过程会产生不需要的斯托克斯光子和反斯托克斯光子，从而降低存储态的相干性。

图 3 比较了 $M = 3$ 和 $M = 5$ 的 Zigzag 模型单光子透射光谱与传统双原子基于 PCW 的电磁诱导透明系统（黑线）。与标准的洛伦兹型透明窗口不同，Zigzag 构型呈现出更平坦的透射峰，其两侧由两个显著的吸收带限定。这些吸收带源于波导中的集体耗散所诱导的亚辐射模，它们在光谱上隔离了 EIT 窗口。在窗口内，超辐射模占主导，并补偿远离共振处的透明度损失。重要的是，与单纯提高控制场拉比频率 Ω_c相比，这种光谱结构能更有效地稳定绝热存储过程；提高控制场拉比频率虽能拓宽带宽，却无法在条件 $\dot{\Omega}_c \ll \Omega_c^2/\Gamma$ 不满足时避免非绝热畸变 [9]。之字形模型 [图 3(a)] 产生的近矩形电磁诱导透明轮廓，能够应对量子存储器运行中的损耗限制。经设计的透明窗口在拓宽的带宽内呈现近乎均匀的透射，从而降低了脉冲整形要求，同时保持绝热传播。陡峭的吸收边缘源于集体超辐射模和亚辐射模；这些模式会迅速耗散亮激发，进而在光谱上将相干透射通道与非弹性散射路径隔离开来。重要的是，电磁诱导透明窗口的平坦化并未引入反常色散，这一点由透明区域内 χ' 平滑且近似线性的变化所证实。 χ' 在 EIT 边界处的零交叉点标示出准暗态流形与有损亮集体模之间的能量间隔，从而有效地动态隔离暗态极化激元。在失谐范围$[-\Gamma, \Gamma]$内，超辐射模塑造陡峭的透射边缘，而亚辐射模则拓宽周围的吸收带，两者共同形成特征性的近矩形光谱。吸收带内细小的振荡波纹源于相干耦合与非相干耦合的原子元胞之间的干涉。随着

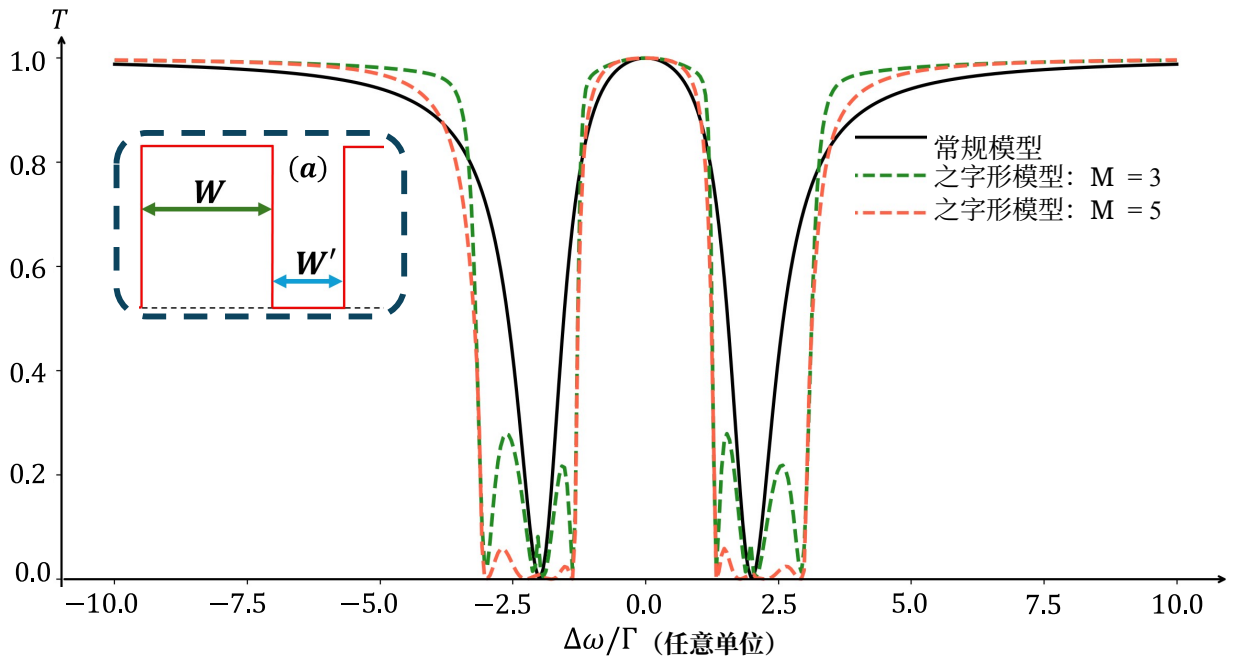


图 3： Λ 型原子方案的单光子透射光谱随探测失谐$\Delta\omega$的变化。黑色实线对应传统电磁感应透明模型，绿色和橙色虚线分别表示 $M = 3$ 和 $M = 5$条件下的之字形模型。模拟参数： $\Gamma_{1D} = \Gamma$、$\Gamma_e = 0.1\Gamma$、$\Omega_c = 2\Gamma$、$J_1 = 0.2\Gamma$、 $J_2 = 1.6\Gamma$、 $\Delta_c = 0$、 $k_0 d = \pi/2$和 $a = d$。(a) 用于量子存储器的电磁诱导透明带轮廓，其中 W 表示电磁诱导透明窗口的带宽， W' 表示相邻吸收带的带宽。

数量 o f 元胞数量增加，这些特征逐渐受到抑制，表明系综平均效果显著，且光谱隔离增强。A s 如表 1 所总结，增大胞间耦合 J_2 （固定 J_1）会使 EIT 窗口变窄，同时使吸收带变宽，从而增强透射区域与吸收区域之间的光谱分离，并形成孤立的准暗态流形，以实现高保真量子存储器。表 1：不同 J_1 和 J_2 值对应的 EIT 窗口宽度和吸收带宽度。

No.	J_1/Γ	J_2/Γ	W'/Γ	W/Γ
1	0.2	1.6	1.66	2.69
2	0.2	2.0	2.06	2.52
3	0.2	2.4	2.46	2.24
4	0.2	2.8	2.84	2.13
5	0.2	3.2	3.23	1.95
6	0.2	3.6	3.59	1.84
7	0.2	4.0	4.10	1.68

为了评估系统在单光子传输之外的性能，我们考察双光子散射。在传统系统中，非弹性散射较弱，但广泛分布在 -5Γ 至 5Γ之间，因此难以通过滤波有效抑制。

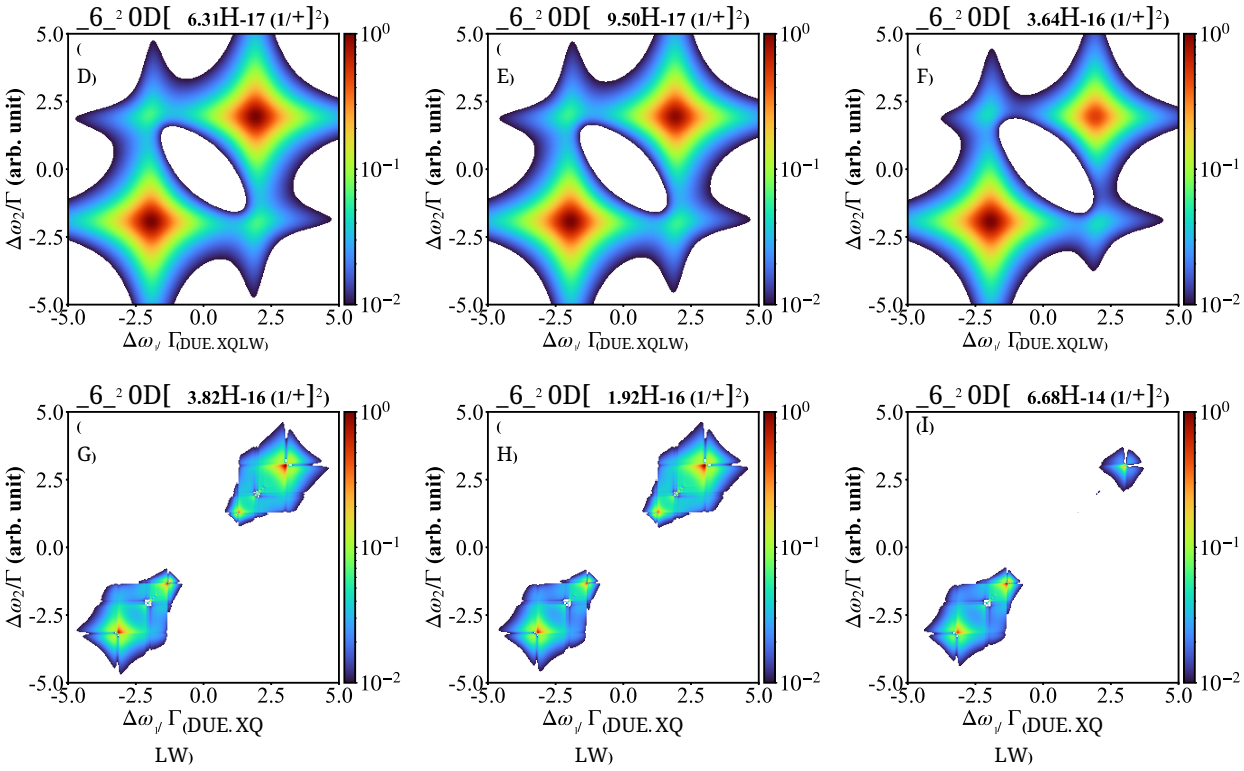


图4：两个入射光子的非弹性散射谱随探测失谐 $\Delta\omega$ 的变化。(a)–(c) 面板：传统电磁感应透明模型；(d)–(f) 面板：Zigzag 模型。双光子输入的失谐分别为 $\Delta\omega = 0$ [(a)、(d)], 0.5Γ [(b)、(e)], 和 Γ [(c)、(f)]。模拟参数为： $\Gamma_{1D} = \Gamma$, $\Gamma_e = 0.1\Gamma$, $\Omega_c = 2\Gamma$, $J_1 = 0.2\Gamma$,$J_2 = 1.6\Gamma$, $\Delta_c = 0$, $k_0 d = \pi/2$ 和 $a = d$。

相比之下，Zigzag 模型（$M = 5$）将非弹性散射限制在共振附近的两个对称区域内，其峰值相对于控制场所确定的位置 $\pm 2\Gamma$ 偏移约 Γ 。这些位置对应于系统的缀饰亮态，它们由控制场作用下的奥特勒–汤斯分裂产生。具体而言，峰值频率满足 $\omega = \pm\frac{\Omega^2}{2\Gamma}$，其中 Ω 为控制场的拉比频率，这反映了激光缀饰亮态的能量分裂。其幅值仍然较低（$\sim 10^{-16}\,\mathrm{Hz}^{-2}$），与传统的电磁感应透明情形相当，但峰值出现在电磁诱导透明带宽之外，因此对相干透射的影响很小。

非弹性光子的这种局域化便于高效滤波，并减少可能损害所存储量子态的噪声。结合平顶电磁诱导透明窗口和展宽的吸收带，之字形模型显著提高了透射保真度和量子存储器的性能。这些结果表明，同时设计透明窗口和吸收带，为实现高保真度的基于电磁诱导透明的量子存储器提供了一条实用途径。

IV. 四波混频中的光子模式局域化结果

激光缀饰使电磁感应透明介质能够作为有效的非线性平台运行；在该平台中，透明窗口不仅抑制损耗，还会对周围的吸收带进行光谱调制。与完全避免吸收的传统方案不同，我们的正交模型利用这些吸收特征来增强非线性波混频。正交原子排列抑制了有害的布拉格干涉，同时产生多个清晰分离的透射共振。如图 5 所示，在强控制场下，激光缀饰会在中央 EIT 窗口周围形成明显的侧吸收带。这些吸收带具有较高的光学密度和陡峭的色散特性，因此非常适合非线性相互作用。在这一设计中，吸收带之间有意保留透射窗口，如图 5(a) 所示。这种光谱分离保留了频率选择性，并防止同时访问多个非线性通道时出现过度展宽。因此，在不损害光谱控制的前提下，吸收共振附近的非线性响应达到最大。通过将泵浦场调谐至这些峰值，光子经由电磁感应透明辅助的吸收通道发生共振耦合，从而产生频率分辨的非弹性散射路径。

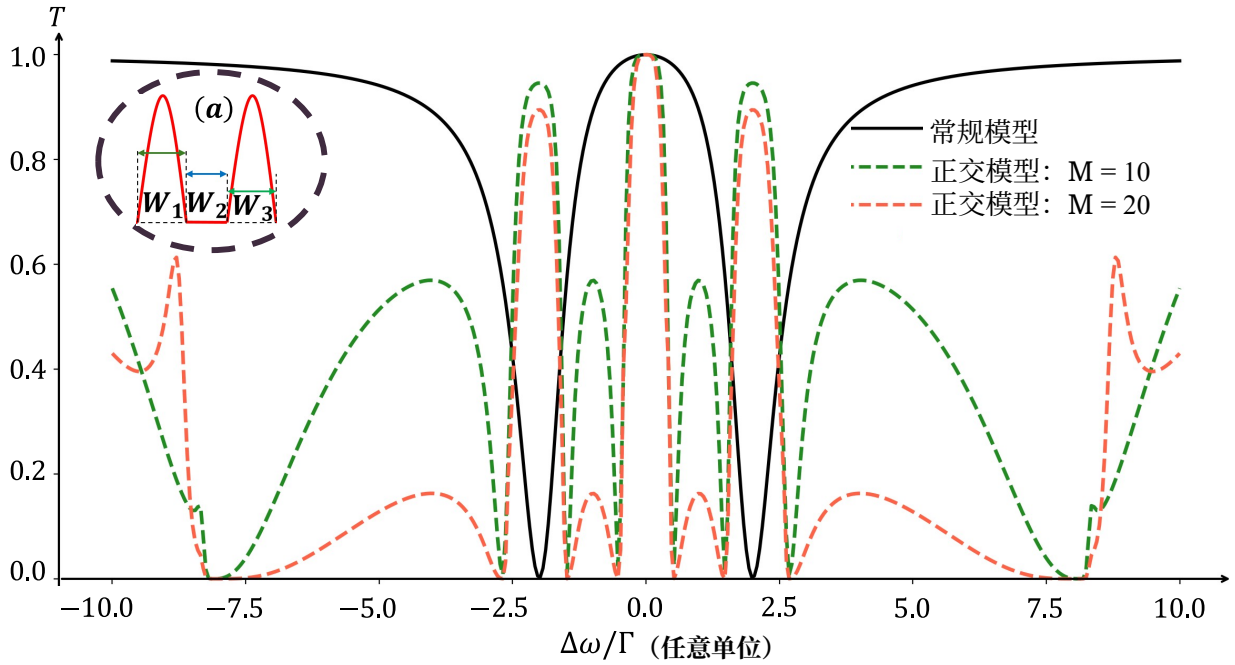


图5： Λ型原子方案的单光子透射光谱随探测失谐$\Delta\omega$的变化。黑色实线对应传统电磁感应透明模型，绿色和橙色虚线分别表示每个晶胞含两个原子的正交模型 $N = 2$以及具有 $M = 10$ 和 $M = 20$的正交模型。模拟参数为 $\Gamma_{1D} = \Gamma$、 $\Gamma_e = 0.1\Gamma$、$\Omega_c = 2\Gamma$、 $J_1 = 3\Gamma$、 $J_2 = 6\Gamma$、 $\Delta_c = 0$、$k_0 d = \pi/2$和 $a = d$。(a) 四波混频（FWM）响应的设计透射谱形，其中W_1 和 W_3 分别表示附加透明窗口和主电磁感应透明窗口的带宽，W_2 对应于分隔这两个透明窗口的吸收带。

在弱场激发下，每个晶胞含有 $N = 2$ 个原子的单光子透射谱呈现三个透明窗口，其间由吸收带隔开。零失谐处的中心峰，以及位于 $\pm 2\Gamma$、透射率超过 0.9 的两个对称侧峰，源于波导中的超辐射集体耗散。相较之下，位于 $\Delta\omega/\Gamma \approx \pm 0.5$、1。5、和 2。5 处的吸收带（见图 5）与晶胞的亚辐射集体模有关。如附录 A1 所述，这些特征对应于延迟格林函数的极点，其中集体发射的相消会抑制透射，并引发强烈的色散响应。这些亚辐射吸收带的位置由元胞内相互作用和胞间相移 $\pi/2$ 决定，并与双光子和四波混频过程增强的频率重合。透射峰的数量随每个晶胞中的原子数增加而增加，而所选的胞间相移可避免布拉格抵消，并保持各峰之间的相长干涉。吸收带内残余的波纹状特征源于共振—反共振干涉；随着 PCW 中元胞数量增加，这些特征逐渐受到抑制，表明集体耦合增强的同时仍保持了尖锐的光谱选择性。

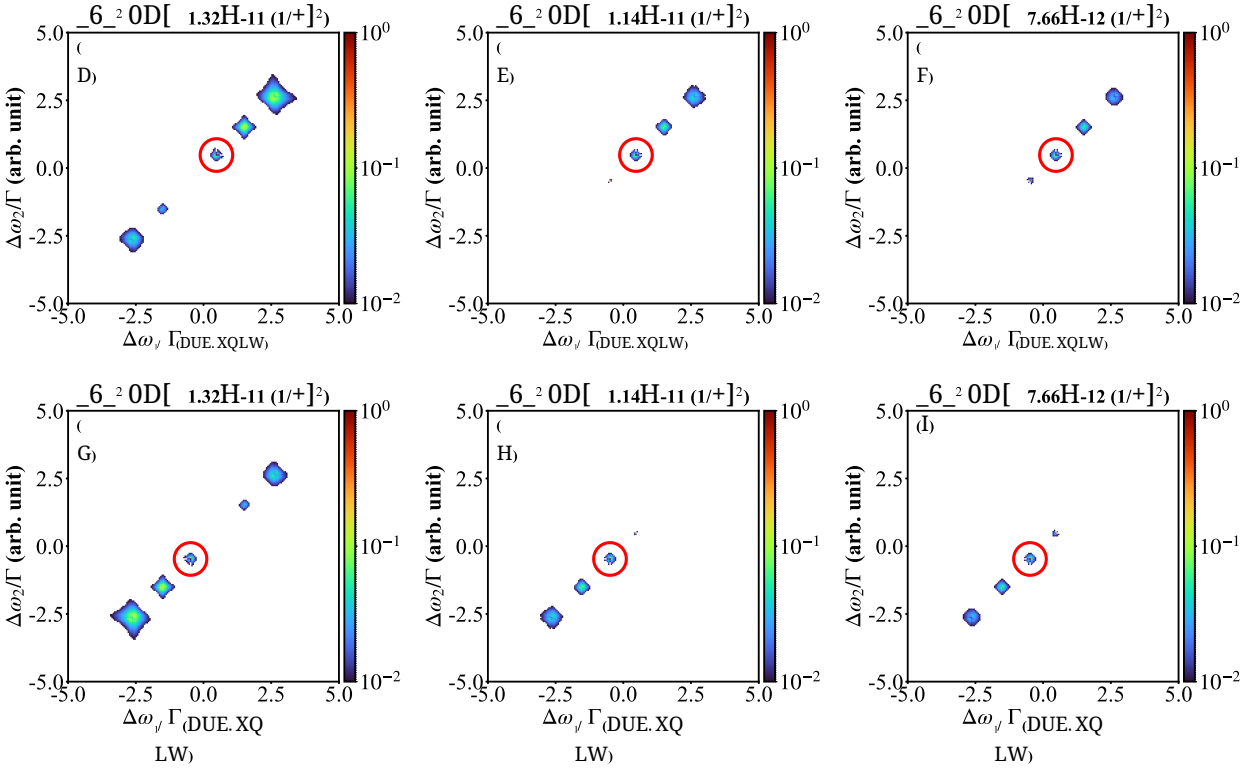


图 6：正交模型中两个入射光子的非弹性散射谱随探测失谐的变化， $\Delta\omega$ 条件下， $N = 2$ 和 $M = 10$。面板 (a)–(c) 展示传统电磁感应透明模型；面板 (d)–(f) 展示正交模型。每幅图中的红色圆圈标示散射幅值达到最大值时的失谐值。模拟参数为 $\Gamma_{1D} = \Gamma$、 $\Gamma_e = 0.1\Gamma$、 $J_1 = 3\Gamma$、 $J_2 = 6\Gamma$、$\Delta_c = 0$、 $k_0 d = \pi/2$ 和 $a = d$。

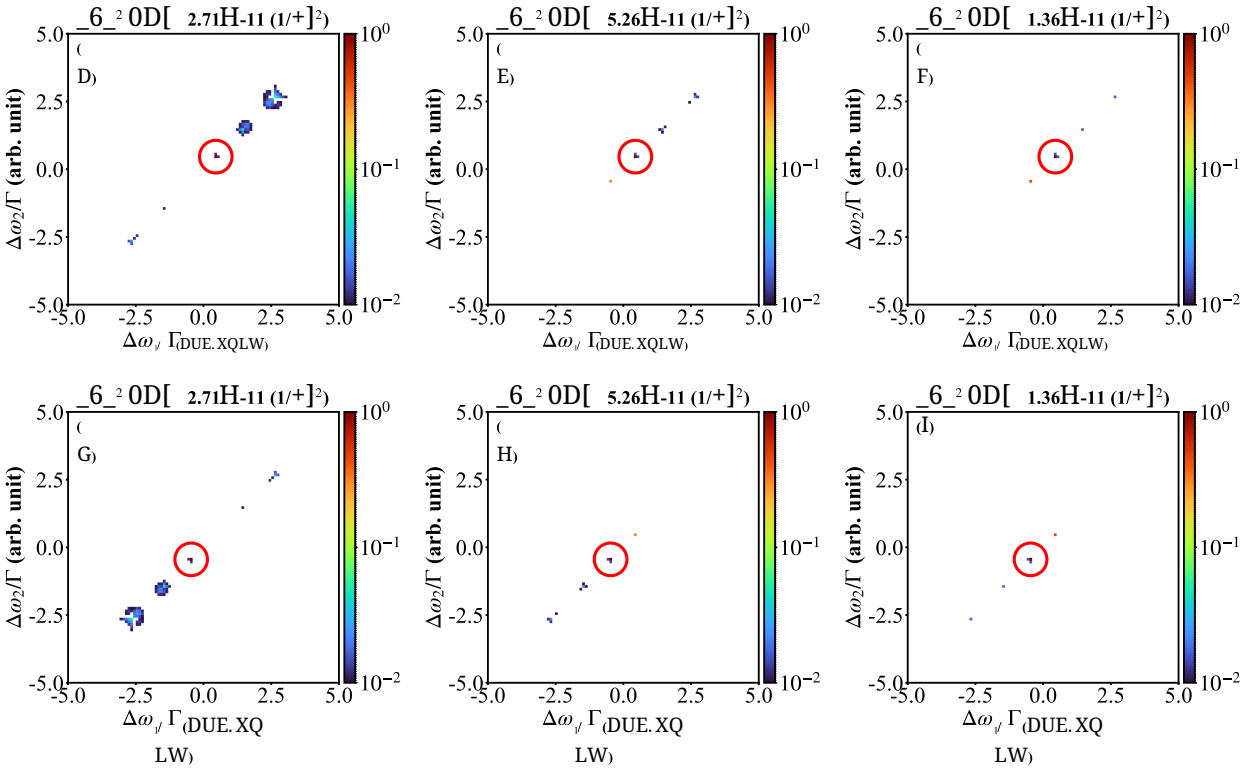


图 7：两个入射光子在正交模型中的非弹性散射谱随探测失谐 $\Delta\omega$ 的变化，其中 $N = 2$ 和 $M = 20$。面板 (a)–(c) 展示传统电磁感应透明模型；面板 (d)–(f) 展示正交模型。每个图中的红色圆圈标出散射幅值达到最大值时的失谐值。模拟参数为 $\Gamma_{1D} = \Gamma$、$\Gamma_e = 0.1\Gamma$、$J_1 = 3\Gamma$、$J_2 = 6\Gamma$、$\Delta_c = 0$、$k_0 d = \pi/2$ 和 $a = d$。

图 6 和图 7 中的非弹性散射谱表明，正交晶格中的四波混频（FWM）具有很强的光谱选择性，并且显著增强。非线性散射仅局限于 $[-5\Gamma, 5\Gamma]$ 内少数高度局域的模式中，而其他区域的非弹性过程则受到强烈抑制，这表明结构化储库能够有效滤除非期望散射通道。对于 $M = 20$，峰值非弹性强度在 $\Delta\omega = \pm 0.5\Gamma$ 处达到 $5.26 \times 10^{-11}\mathrm{Hz}^{-1}$，约为常规构型 [见图 4(a-c)] 的六个数量级。这种增强源于超辐射透射共振与亚辐射吸收带之间的相长作用，使非线性耦合集中在选定频率附近，同时不拓宽光谱响应。在每个非弹性模式内部，正交晶格还呈现相位稳定的非线性特性。如图 9（附录 B）所示，极化率 χ' 的实部呈现分段线性结构，其间穿插着若干频率区间，在这些区间内 χ' 接近于零。这使色散相位响应对频率的依赖很弱，甚至近乎消失，从而有效解耦不同局域非线性模式之间的色散相位积累。因此，生成的闲频光子的累积相位对频率失谐基本不敏感，进而抑制色散相位噪声。这带来了自稳定的

各个非线性模式的相位，以及对整个频谱中的差分相位累积的强烈抑制，使波导量子电动力学中的四波混频具有相位鲁棒性，同时其原理与常规激光器或频率梳系统中的主动锁模机制截然不同。

V. 结论

在本研究中，我们提出并分析了两种与光子晶体波导（PCW）耦合的二维原子晶格模型，以实现不同的基于电磁诱导透明的量子功能：一种用于量子存储器的之字形晶格，以及一种针对四波混频（FWM）优化的正交晶格。通过调控原子间距、胞间相位关系以及原子相对于波导的垂直位置来设计晶格几何结构，可将传统的电磁感应透明窗口重塑为多个由吸收带分隔的传输通带。这种设计形成了结构化的传输频谱，并提升了光谱选择性。

我们证明，由此产生的非弹性散射在频率空间中高度局域，形成少数几个定义清晰的非线性模式。在之字形构型中，这种光谱局域化抑制了非期望散射通道并降低了串扰，从而提高了量子存储器运行的鲁棒性。在正交构型中，对于 $M = 20$，非弹性散射强度达到 $5.26 \times 10^{-11}\mathrm{Hz}^{-1}$，约比 $\Delta\omega = \pm 0.5\Gamma$ 处常规晶格的强度高六个数量级。这种增强源于超辐射透射共振与亚辐射吸收带之间的相长作用；该作用使非线性耦合集中在选定频率附近，同时保持较窄的光谱宽度。

我们的研究结果凸显了如何协同利用晶格几何结构、原子数和失谐，调控波导量子电动力学系统中非线性相互作用的光谱分布与效率。通过同时设计透明窗口、吸收带和相位稳定的局域散射模式，我们建立了一个灵活的平台，可用于按需光子产生、高保真量子存储以及定制化的非线性光学响应。这些发现为开发可扩展的集成量子光子器件开辟了道路；在这类器件中，对局域光–物质相互作用的精确控制可实现可编程量子网络和光谱选择性非弹性散射分布。

致谢

本研究由越南国家科学技术发展基金会（NAFOSTED）资助，资助编号为**103.03.2025.142**。

附录A. 理论补充材料

A.1 格林函数形式下的透射

波导量子电动力学（wQED）系统中涉及一个或两个光子的散射过程，可以用散射矩阵（S-矩阵）形式体系简洁地描述。对于多原子双向波导，单光子透射系数 T_k 通过散射矩阵矩阵元定义为$S_{p+;k+}^{(1)} \equiv \langle 0|b_{+,\,out}(p) b_{+,\,in}(p)|0\rangle \equiv T_k \delta_{p,\,k}$ 其中 $b_{+,\,\mathrm{in(out)}}$ 分别为右向传播模式的输入（输出）场算符，下标±表示传播方向 [19]。利用输入—输出形式体系和单激发格林函数 G_0，透射系数可用近似的格林函数矩阵 G_0表示，其矩阵元定义在原子降算符和升算符 σ 和$\sigma^\dagger$构成的基底中，其中 z_i 表示第 i 个原子的位置 [19]。

$$T_k = 1 - \frac{\Gamma_{1D}^{i,j}}{2} \sum_{i,j} [G_0(k)]_{i,j}^{\sigma,\sigma^\dagger} e^{-ik_0(z_i - z_j)}. \tag{2}$$

单激发格林函数表示为 $G_0(\omega) = 1/(\omega - \mathcal{H}_1)$，其中 $\mathcal{H}_1$ 是旋转坐标系中的有效非厄米单粒子哈密顿量 [式 1]。波导中的集体耗散耦合定义为 $\Gamma^{i,\,j}_{1D} = \sqrt{\Gamma^i_{1D}\Gamma^j_{1D}}$。

$$\mathcal{H}_1 = \begin{pmatrix} \left(\Delta_L - i\frac{\Gamma'}{2}\right)\delta_{ij} - H_{1D} + H_{\mathcal{J}} & \Omega_c \delta_{ij} \\ \Omega_c \delta_{ij} & -0 \end{pmatrix}. \tag{3}$$

其中 Δ_L 表示探测场相对于控制场的失谐。

对于从左侧入射并向右传播的光子，其双光子散射矩阵由弹性贡献和非弹性贡献组成 [22, 23]。本文仅关注非弹性部分，它体现了由原子系综介导的非线性相互作用所产生的光子-光子关联，并直接反映晶格几何结构对散射光子光谱性质的影响

。由于旋转坐标系中的失谐 $\Delta\omega$ 远小于原子共振频率 ω_0，因此可以忽略能量守恒所要求的频移。在此近似下，双光子 S-矩阵由式 5 [19] 给出。

$$S^{(2)}_{p_1+,p_2+,k_1+,k_2+} = T_{k_1}T_{k_2}\delta_{p_1,k_1}\delta_{p_2,k_2} - i\sum_{ij,i'j'}\sum_{\sigma_1\sigma_1';\sigma_2\sigma_2'} [w^*(p_1,p_2)]^{\sigma_1\sigma_1'}_{ij}\,[\mathbf{T}(E)]^{\sigma_1\sigma_1';\sigma_2\sigma_2'}_{ij,i'j'}\,[w(k_1,k_2)]^{\sigma_2\sigma_2'}_{i'j'} \tag{4}$$

$$[w(k_1,k_2)]^{\sigma\sigma'}_{ij} = \sum_{j_1,j_2}\sqrt{\Gamma^{ij_1}_{1D}\Gamma^{jj_2}_{1D}}\,e^{i(k_1z_{j_1}+k_2z_{j_2})}\,[G_0(k_1)]^{\sigma\alpha}_{i'j_1}\,[G_0(k_2)]^{\sigma'\alpha}_{i'j_2} \tag{5}$$

在此表达式中，$\mathbf{T}(E) = (\mathbf{H}_2 - E)$，其中 $E = \omega_1 + \omega_2$ 以及 $\mathbf{H}_2 = \mathbf{H}_1 \otimes I_{2N} + I_{2N} \otimes \mathbf{H}_1$。

A.2 多体系统中的相互作用

在两种模型中，每个晶胞内部以及相邻元胞之间都存在相干偶极-偶极交换相互作用，其哈密顿量项为 $H_{\mathcal{J}}$。这些相互作用源于光子晶体波导介导的虚光子交换，并可通过工程化耦合元件（如磁通可调耦合器或总线谐振器）进行调节 [24, 25, 26, 27]。通过控制原子间距和发射体-波导间距（图 3、5），所产生的交换相互作用会影响电磁诱导透明窗口的带宽和结构，并促成集体光子共振。此外，加入波导衰减率为零的辅助原子链（$\Gamma_{1D} = 0$）会引入暗干涉通道，使单个 EIT 窗口分裂为多个杂化透明带。对于模型1和模型2，描述这些相互作用的有效哈密顿量分别见式（6）和式（7） [3]。

$$H_{J,M1} = \sum_{m}^{M}\sum_{i,j}^{2}\mathcal{J}_1(\sigma^{i,m}_{eg}\sigma^{j,m}_{ge})\delta(|i-j|,1) + \sum_{i,j}^{M}\mathcal{J}_2(\sigma^{2,i}_{eg}\sigma^{1,j}_{ge})\delta\left(\left\lfloor\tfrac{i}{2}\right\rfloor - \left\lfloor\tfrac{j}{2}\right\rfloor, 0\right) \tag{6}$$

$$H_{J,M2} = \sum_{m}^{M}\sum_{i,j}^{N}\mathcal{J}_1(\sigma^{i,m}_{eg}\sigma^{j,m}_{ge})\delta(|i-j|,1) + \sum_{i,j}^{M}\mathcal{J}_2(\sigma^{1,i}_{eg}\sigma^{1,j}_{ge})\delta\left(\left\lfloor\tfrac{i}{2}\right\rfloor - \left\lfloor\tfrac{j}{2}\right\rfloor, 0\right) \tag{7}$$

Λ 型原子沿波导的空间排列通过布拉格相位依赖干涉，控制其向导模的辐射，从而能够选择性地增强或抑制集体共振 [1]。这一机制使频谱呈现交替排列的透射带和吸收带，并在相邻的吸收特征之间形成一个孤立的电磁感应透明窗口。在所考虑的二维几何结构中，波导耦合取决于原子高度 h_i [14, 15]，并呈指数变化。交替排列强耦合（Γ_{1D}）和弱耦合（0）的原子，能够进一步调控透射光谱，如下所述

方程（8、9）中的有效哈密顿量 [28]。

$$H_{\Gamma_{1D},M1} = i\sum_{m,n}^{2,M}\sum_{u,v}^{2,M}\sqrt{\Gamma_{1D}^{m,n}\Gamma_{1D}^{u,v}}(\sigma_{eg}^{m,n}\sigma_{ge}^{u,v})e^{ik_0|z_{m,n}-z_{u,v}|} \tag{8}$$

$$H_{\Gamma_{1D},M2} = i\sum_{m,n}^{M}\sqrt{\Gamma_{1D}^{1,m}\Gamma_{1D}^{1,n}}(\sigma_{eg}^{1,m}\sigma_{ge}^{1,n})e^{ik_0|z_{1,m}-z_{1,n}|} \tag{9}$$

附录 B. 通过……进行色散相位分析

延迟格林函数

在本附录中，我们利用延迟格林函数的实部分析所提出原子结构的集体本征模，该实部直接决定线性磁化率。实部决定频移和色散相位响应。这种格林函数分析为透射共振及其相关相位行为提供了统一的解释，揭示出一种由色散稳定的相位响应和增强的相位鲁棒性。

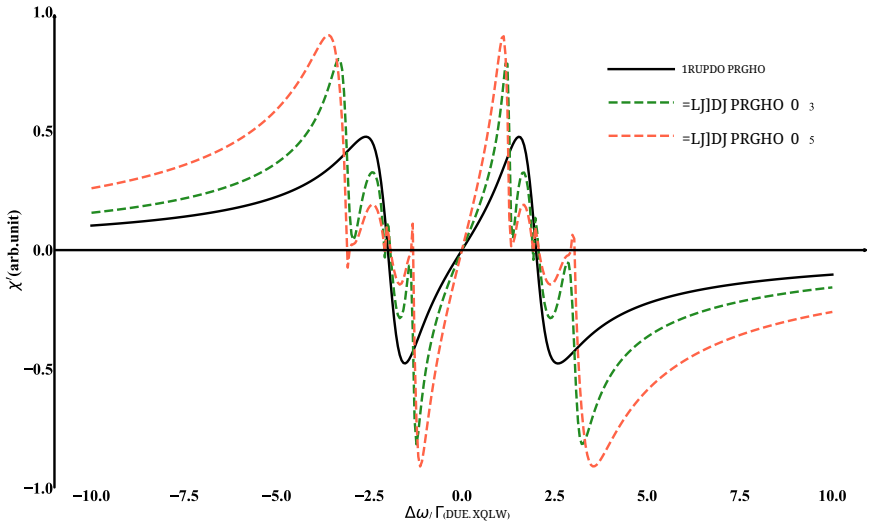


图 8：锯齿形 Λ-原子系统的线性磁化率实部 χ' 随无量纲失谐 $\Delta\omega/\Gamma$的变化。黑色实线对应传统电磁感应透明模型，绿色和橙色虚线分别表示每个晶胞含两个原子的 Zigzag 模型 $N = 2$，以及含有$M = 3$ 和 $M = 5$的模型。模拟参数为 $\Gamma_{1D} = \Gamma$、 $\Gamma_e = 0.1\Gamma$、 $J_1 = 0.2\Gamma$、 $J_2 = 1.6\Gamma$、$\Delta_c = 0$、 $k_0 d = \pi/2$和 $a = d$。

如图 8 所示， χ' 在紧邻 EIT 窗口的窄频谱区域内趋近于零。在这些区间内，色散相位响应消失，表明失谐量为 $\Delta\omega/\Gamma \simeq \pm$(2–3) 时的透射特征并非由相位诱导干涉所支配，而是主要由吸收相关效应决定。这些区域内线性色散的缺失能够抑制不必要的相位积累，从而稳定绝热演化。

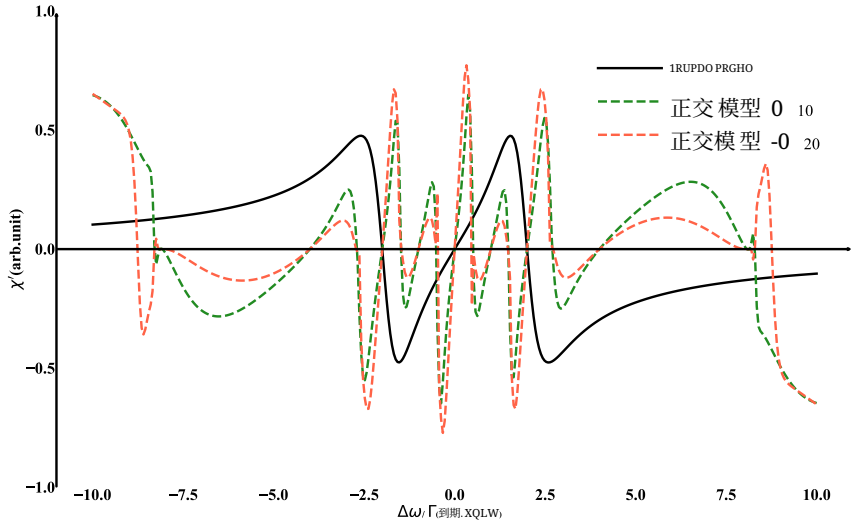


图 9：正交 Λ原子系统的线性磁化率实部 χ' 随无量纲失谐 $\Delta\omega/\Gamma$变化的关系。黑色实线对应传统电磁感应透明模型，绿色和橙色虚线分别表示每个晶胞含两个原子的正交模型 $N = 2$，以及含 $M = 10$ （十对原子）和 $M = 20$ （二十对原子）的正交模型。模拟参数为$\Gamma_{1D} = \Gamma$、 $\Gamma_e = 0.1\Gamma$、 $J_1 = 3\Gamma$、 $J_2 = 6\Gamma$、 $\Delta_c = 0$、 $k_0 d = \pi/2$和 $a = d$。

对于正交构型（图 9）， χ' 在失谐量 $\Delta\omega/\Gamma \simeq \pm 1$ 和±3处呈现多个零交叉点，且随着元胞数量增加，这些零交叉点变得更加明显。在这些频率处，消失的色散响应抑制了线性相位匹配的贡献，这意味着四波混频主要由集体原子相干性介导的非线性耦合驱动。非色散特性进一步减少相位误差，并在非线性散射过程中保持相干性。

参考文献

[1] M. S. Wang 和 W. Z. Jia. 利用包含原子-聚合物阵列的波导量子电动力学结构设计光子带隙。*Physical Review A*，110:053716，2024年11月。

[2] Rahul Trivedi、DanielMalz、Shuo Sun、Shanhui Fan 和 Jelena Vu˘ckovi´c。非马尔可夫波导量子电动力学中束缚态的最优双光子激发。*Physical Review A*，104:013705，2021年7月。

[3] E. C. Diniz、H. S. Borges 和 C. J.Villas-Boas。偶极-偶极耦合引起的多个透明窗口和Fano干涉。*Physical Review A*，97:043848，2018年。

[4] Yu-Xiang Zhang。集体发射的量子芝诺区：超越迟滞的非马尔可夫性。*Phys. Rev.Lett.*，131:193603，2023年11月。

[5] Michael Fleischhauer、Atac Imamoglu 和 Jonathan P. Marangos。《电磁感应透明：相干介质中的光学》。《现代物理学评论》，77:633–673，2005年7月。

[6] Toshihiko Baba。《光子晶体中的慢光》。《Nature Photonics》，2(8):465–473，2008年8月。

[7] R. F. Offer、D. Stulga、E. Riis、S. Franke-Arnold 和 A. S. Arnold。《铯蒸气中四波混频的螺旋带宽》。*Communications Physics*，1(1):84，2018年11月。

[8] Dong-Sheng Ding、Zhi-Yuan Zhou、Bao-Sen Shi 和 Guang-Can Guo。《基于冷原子系综的单光子级量子图像存储器》。*Nature Communications*，4(1):2527，2013年10月。

[9] Yan-Cheng Wei、Bo-Han Wu、Ya-Fen Hsiao、Pin-Ju Tsai 和 Ying-Cheng Chen。《基于电磁感应透明的宽带相干光存储器》。*Phys. Rev. A*，102:063720，2020年12月。

[10] Jiun-Shiuan Shiu、Chang-Wei Lin、Yu-Chiao Huang、Meng-Jung Lin、I-Chia Huang、Ting-Ho Wu、Pei- Chen Kuan 和 Yong-Fan Chen。《通过自发四波混频实现频率可调双光子产生》。*Phys. Rev. A*，110:063723，2024年12月。

[11] Shanna Du、Yan Tian 和 Yongmin Li。密集波分复用系统中的四波混频噪声对纠缠态连续变量量子密钥分发的影响。***Physical Review Applied***，14:024013，2020年8月。

[12] S. Novikov、T.Sweeney、J. E.Robinson、S. P. Premaratne、B. Suri、F. C. Wellstood 和 B. S. Palmer。电路量子电动力学 Λ 型系统中的拉曼相干性。*Nature Physics*，12(1):75–79，2016年1月。

[13] NikunjPrajapati、Gleb Romanov 和 Irina Novikova。利用梯型方案拉曼吸收抑制热铯蒸气中的四波混频。***Journal of the Optical Society of America B***，34(9):1994–1999，2017年9月。

[14] C.-Y. Lee、K.-T. Lin、G.-D. Lin 和 H. H. Jen。控制波导量子电动力学系统中的激发局域化。*arXiv preprint arXiv:2505.20878*，2025年。

[15] Jonathan D. Hood、Akihisa Goban、Ana Asenjo-Garcia、Mingwu Lu、Su-Peng Yu、Darrick E. Chang 和 H. J. Kimble。光子晶体波导带边附近的原子间相互作用。美国国家科学院院刊，113(38):10507–10512，2016。

[16] J. S. Douglas、H. Habibian、C.-L. Hung、A. V. Gorshkov、H. J. Kimble 和 D. E. Chang。与光子晶体耦合的冷原子量子多体模型。*Nature Photonics*，9(5):326–331，2015年5月。

[17] Matija Te˘cer、Marco Di Liberto、Pietro Silvi、Simone Montangero、Filippo Romanato 和 Giuseppe Calaj´o。二维波导量子电动力学中的强相互作用光子。*Physical Review Letters*，132(16):163602，2024年。

[18] P. D. Garc´ıa、G. Kir˘sansk¨e、A. Javadi、S. Stobbe 和 P. Lodahl。光子晶体波导中无序诱导局域化的两种机制。*Physical Review B*，96:144201，2017年10月。

[19] Tommaso Caneva、Marco T Manzoni、Tao Shi、James S Douglas、J Ignacio Cirac 和 Darrick E Chang。强相互作用下传播光子的量子动力学：一种广义输入—输出形式体系。《新物理学杂志》，17(11):113001，2015年10月。

[20] Guo-Zhu Song、Ewan Munro、Wei Nie、Leong-Chuan Kwek、Fu-Guo Deng 和 Gui-Lu Long。沿光子晶体波导俘获的原子链介导的光子传输。*Physical Review A*，98:023814，2018年8月。

[21] Nikolay V. Vitanov、Andon A. Rangelov、Bruce W. Shore 和 Klaas Bergmann。物理学、化学及其他领域中的受激拉曼绝热通道。《现代物理学评论》，89:015006，2017年3月。

[22]Michael P. Schneider、Tobias Sproll、Christina Stawiarski、Peter Schmitteckert 和 Kurt Busch。波导量子电动力学应用的格林函数形式。*Physical Review A*，93:013828，2016年1月。

[23] Jung-Tsung Shen 和 Shanhui Fan。与二能级系统耦合的一维波导中的强关联双光子输运。*Phys. Rev. Lett.*，98:153003，2007年4月。

[24] Daniel L. Campbell、Archana Kamal、Leonardo Ranzani、Michael Senatore 和 Matthew D. LaHaye。超导电路的模块化可调耦合器。*Physical Review Applied*，19:064043，2023年6月。

[25] Leon Ding、Max Hays、Youngkyu Sung、Bharath Kannan、Junyoung An、Agustin Di Paolo、Amir H. Karamlou、Thomas M. Hazard、Kate Azar、David K. Kim、Bethany M.Niedzielski、Alexander Melville、Mollie E. Schwartz、Jonilyn L. Yoder、Terry P. Orlando、Simon Gustavsson、Jeffrey A. Grover、Kyle Serniak 和 William D. Oliver。《采用跨蒙耦合器的高保真、频率可调双量子比特氟洛尼门》。《物理评论 *X*》，13:031035，2023年9月。

[26] J. Majer、J. M. Chow、J. M. Gambetta、Jens Koch、B. R. Johnson、J. A. Schreier、L. Frunzio、D. I. Schuster、A. A. Houck、A. Wallraff、A. Blais、M. H. Devoret、S. M. Girvin 和 R. J. Schoelkopf。通过腔总线耦合超导量子比特。《style id='2'>《自然》，449(7161)：443–447，2007年9月。

[27] Roberto Stassi、Mauro Cirio 和 Franco Nori。在超强耦合区间利用超导电路构建可扩展量子计算机。《style id='2'>npj Quantum Information，6(1)：67，2020年8月。

[28] Jung-Tsung Shen 和 Shanhui Fan。《与二能级系统耦合的一维波导中的强关联双光子输运》。*Physical review letters*，98(15):153003，2007。