arXiv:2601.00792v1 [physics.optics] 2 Jan 2026

非线性光学微腔中的颜色对称性破缺

Luca O. Trinch˜ao,[1,2,*] Alekhya Ghosh,[2,3,*] Arghadeep Pal,[2,3,*] Haochen Yan,[2,3] Toby Bi[2,3] Shuangyou Zhang[2,4] Nathalia B. Tomazio[5] Flore K. Kunst[2,3] Lewis Hill[2] Gustavo S. Wiederhecker,[1,†] 以及 Pascal Del'Haye[2,3,‡]

[1] *Gleb Wataghin Institute of Physics, University of Campinas, Campinas, SP, Brazil*

[2] *Max Planck Institute for the Science of Light, Erlangen, Germany*[3] *Department of Physics, Friedrich Alexander University Erlangen-Nuremberg, Erlangen, Germany*

[4] *Department of Electrical and Photonics Engineering Technical University of Denmark Kgs. Lyngby, Denmark*[5] *Instituto de Física, Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, Brazil*(日期：2026年1月5日)

自发对称性破缺在自然科学的诸多领域引发了各种现象，从粒子物理学中的希格斯机制，到超导体和动物集体行为。在光子系统中，当两个光学场通过克尔非线性相互作用时，光态的对称性可能被打破；早期研究已在反向传播和交叉偏振模式中展示了这一现象。本文首次报告了在集成氮化硅微环中观测到颜色对称性破缺：在克尔效应的作用下，不同波长的光学模式之间自发产生功率不平衡。该效应的阈值功率低至 19 mW。通过考察系统的齐次态，我们进一步展示了一种基于克尔效应的非线性激活函数生成器，可产生类似 sigmoid、二次函数和 leaky-ReLU 的响应。这些发现揭示了双泵浦克尔谐振器中此前未曾探索的非线性动力学，并为紧凑型全光神经形态电路开辟了新途径。

I. 引言

自发对称性破缺（SSB）是指系统的状态在控制参数发生无穷小变化时，由对称态转变为非对称态的过程。SSB 的特征现象涉及物理学的诸多领域，包括粒子物理学研究 [1, 2]和量子场论 [3], ，以及等离激元学 [4]和液晶系统 [5, 6]。SSB 也有助于解答伊辛机 [7]和进化生物学 [8]领域中的一些引人入胜的问题。

在非线性光子学中，光可以发生自发对称性破缺，即克尔非线性会驱动强度在受相同驱动的共振模式之间突然重新分配，从而产生两种概率相等的结果，其中一种模式胜过另一种 [9–11]。近期研究发现，克尔谐振腔中光场的对称性破缺与异常点的存在有关 [11, 12], ，相关实验已在二氧化硅微棒 [9, 13–16], 、氮化硅 (Si_3N_4) 微环 [17], 、法布里-珀罗腔 [18], 和光纤环形谐振器 [19–22]中实现。

以往研究广泛探讨了被动光学克尔腔中的两种主要光场对称性破缺（SSB）：(i) 反向传播模式之间的手性对称性破缺（图 1(a.i)）[9, 13, 14, 16, 17, 23–25]；以及 (ii) 偏振对称性破缺，即由线偏振输入产生椭圆偏振光（图 1(a.ii)） [18–20, 26–28]。近期研究致力于将对称性破缺从两能级系统扩展至多能级系统，方法是在单个谐振腔中结合手性与偏振对称性破缺 [29] ，并研究耦合谐振腔网络 [13, 30, 31]。虽然均匀解（在任一时刻，谐振腔内场强处处恒定）或许足以展示某些系统中的对称性破缺 [12, 32, 33], ，但研究也揭示了亮孤子和暗孤子等时间结构 [22, 27, 28, 34–36] 以及偏振脂子 [21, 37] 中引人关注的对称性破缺动力学。除了具有基础意义之外，对称性破缺光学态还可实现隔离器 [38, 39],、存储器 [17], 、陀螺仪 [15], 、开关和通用逻辑门 [14], 等全光功能，以及随机数生成 [26]和相干伊辛机 [20]。

在我们的实验中，我们使用氮化硅 (Si_3N_4) 微腔。Si_3N_4 凭借与 CMOS 兼容的制造技术、较低的传播损耗和宽广的透明窗口，已成为集成光子学的领先平台 [40, 41]。其强克尔非线性使人们得以观测多种非线性光学相互作用，例如频率梳的形成 [42, 43],亮 [44] 孤子和暗 [45] 孤子，以及自发对称性破缺 [17],成为可能。

* 这些作者对本研究的贡献相同。
† 电子邮箱：gsw@unicamp.br
‡ 电子邮箱：pascal.delhaye@mpl.mpg.de

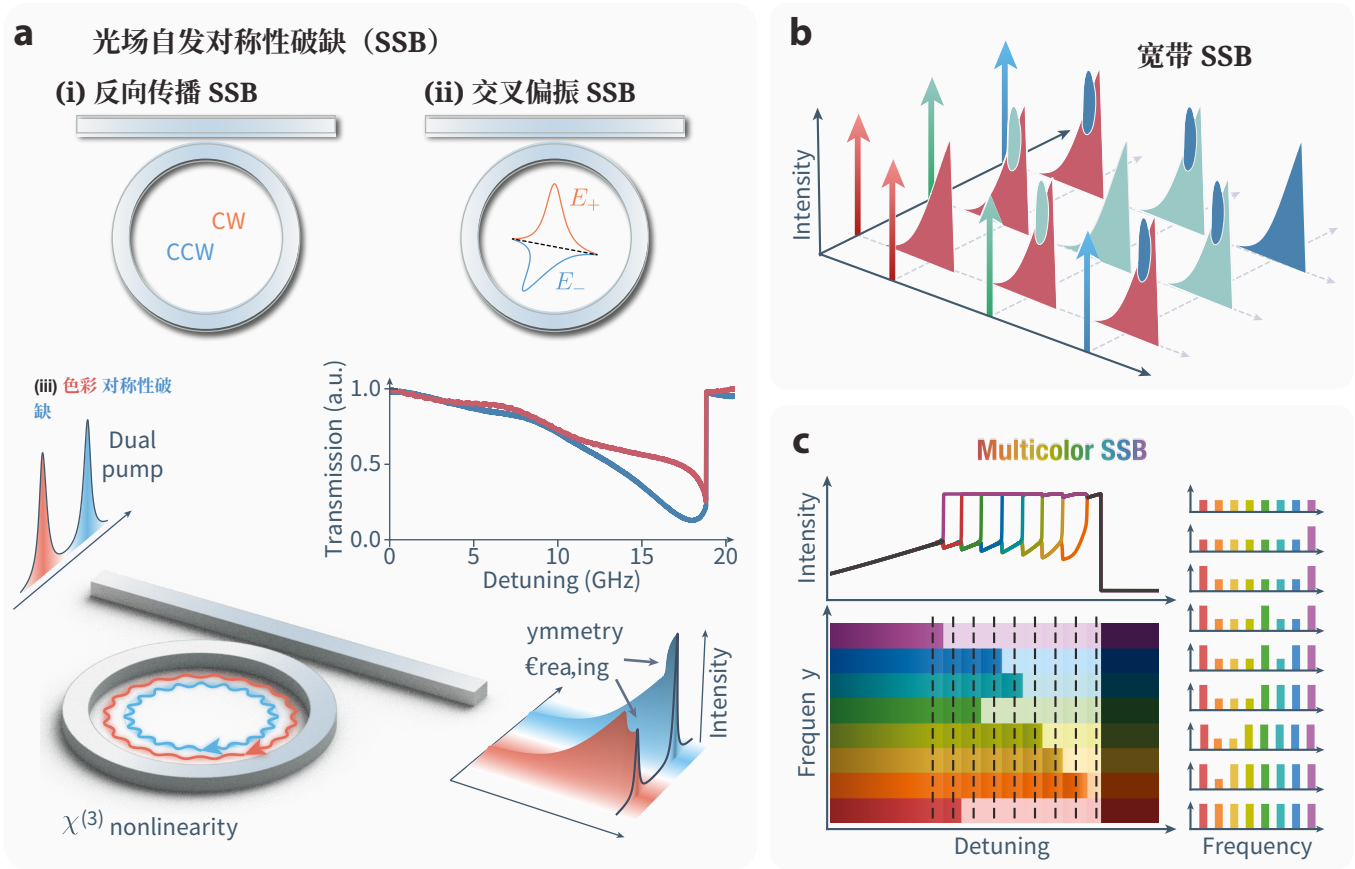

图 1. **(a)** *Mechanisms of light-field spontaneous symmetry breaking (SSB) in Kerr microresonators*。**(a.i)** 顺时针（CW）与逆时针（CCW）模式之间的反向传播对称性破缺。**(a.ii)** 正交偏振模式 E_+ 和 E_-之间的交叉偏振 SSB。**(a.iii)** 不同频率的两个模式之间的色彩 SSB，其中双泵浦导致腔内功率失衡。插图：色彩 SSB 的实验观测。红色（蓝色）曲线显示了同时扫描两个激光器并使其扫过各自共振时，低频（高频）泵浦的实测透射率。**(b)***Broadband SSB*：光在任意一对非简并腔共振中的相互作用都可能引发对称性破缺。当两个泵浦都激发同一共振时（对角项），不会发生 SSB。**(c)** *Multicolor SSB*：对八个同时受泵浦的共振进行数值模拟，结果显示，当泵浦失谐同步扫描时会出现高维 SSB，并形成对称性破缺频率梳。左上图中，黑色曲线表示对称解分支。SSB 一旦开始，各个频率模式（彩色曲线）的腔内强度便会增加或降低，如下方热图所示。右图展示了频谱上的腔内强度分布，这些分布取自色图中虚线标示的特定失谐值。

在这项工作中，我们报告了对颜色对称性破缺的观测（图 1(a.iii)）：在集成式 Si_3N_4 克尔微腔中，两个非简并频率模式之间出现了对称性破缺。通过使用双色泵浦相干驱动不同的共振，我们发现两个模式的光功率出现自发失衡（图 1(a.iii，插图)）。颜色 SSB 从根本上不同于以往的反向传播和交叉偏振演示；后者局限于二维空间（传播方向或偏振）。相比之下，颜色 SSB 可由系统的任意共振模式组合实现（图 1(b)）。这锁定了片上光子对称性破缺中的一个额外自由度频率。这一能力标志着光子学从单色向宽带对称性破缺的转变，为跨多个光学频率实现合成的高维多色 SSB 铺平了道路（图 1(c)）。尽管近期研究揭示了由多个不同频率的激光器泵浦的谐振腔中引人入胜的快时间动力学 [46–50]，本文着重探讨该系统丰富的均匀解态。

此外，通过研究两个泵浦模式之间耦合和损耗的不对称性，我们

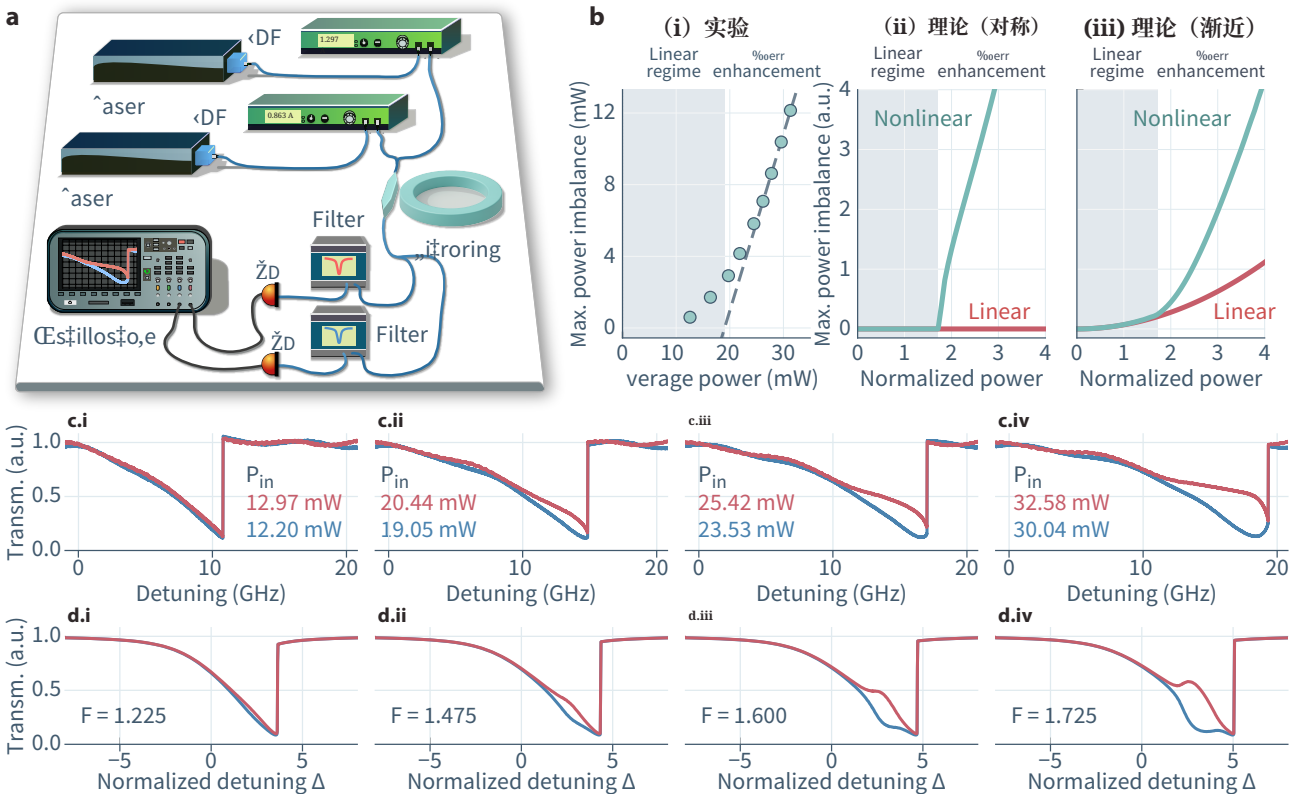

图 2. (a) 实验装置示意图。EDFA：掺铒光纤放大器，PD：光电探测器。(b)颜色对称性破缺阈值。实验（i）和理论（ii、iii）得到的两个传播模式之间的功率不平衡（a_{blue} 对应于波长为 1571 nm 的泵浦， a_{red} 对应于波长为 1577 nm 的泵浦）随输入功率的变化。阴影区域表示由腔的线性响应主导的工作区间，白色区域则突出显示克尔效应诱导的功率不平衡快速增强区间。在（i）中，散点数据取自测得的透射率，虚线表示高功率响应的线性渐近线。在（ii）和（iii）中，对称模型和非对称模型的数值结果分别展示了线性响应单独产生的贡献以及克尔效应诱导的交叉相位调制产生的贡献。(c) 实验测得的颜色对称性破缺曲线随失谐的变化，随着耦合进入总线波导的光功率增加（P_{in}）（i–iv），如图所示。对称性破缺的强度随功率增加。(d)基于非对称模型对（c）的数值复现。图中展示了归一化输入功率 F （见方法）。

表明，这些不对称性在原本随机的对称性破缺过程中起到了偏置作用 [12, 19], ，但系统仍保留类似自发对称性破缺的行为，其演化受特征性叉形分岔的展开所支配 [51]。这种对称性破缺的一个应用实例是构建片上可编程非线性函数生成器，使其能够在整个电磁波谱范围内实现多种激活函数。

II. 结果与讨论

A. 实验观测

我们研究一个克尔微环谐振器，该谐振器由两个泵浦相干驱动，泵浦频率同时调谐并扫过腔内两个光谱分离的谐振，如图所示——

如图 1(a.iii) 所示。随着两个激光频率逐渐接近谐振，腔内功率不断积累，两个模式通过克尔非线性 [52] 发生相互作用。这种耦合通过交叉相位调制（XPM）实现，它使每个泵浦所经历的共振频率按另一束泵浦的强度发生偏移。由于交叉相位调制的强度是自相位调制（SPM）的两倍，两个模式之间微小的功率波动会受到不均等的自我放大。超过某一功率阈值后，更多光会耦合到其中一个腔模（例如蓝色），而另一个共振（红色共振）则因相应泵浦（红色泵浦）引起的交叉相位调制而偏离谐振，从而导致 SSB [10, 53]。图 1a(i,ii) 的插图对此作了强调。在理想的对称系统中（共振具有相同的耦合条件和损耗，且泵浦条件完全相同），这种不

平衡会自发产生，优势模式则随机选定。

图2(a)展示了用于探索集成式硅$_3$N$_4$谐振腔中颜色对称性破缺的实验装置。图2(b.i)展示了两个激光器之间测得的透射功率不平衡随总线波导中芯片上功率变化的关系。不平衡在输入功率约为12 mW时出现，并在更高功率下近似线性增长。可以辨识出两个不同的贡献。在低功率下，不平衡源于耦合和损耗（以及因此产生的加载 Q 因子）中的内禀不对称性，这些因素决定了腔的线性响应。线宽更窄的谐振会更快地积累能量。在更高功率下，克尔效应诱导的交叉相位调制带来了额外的贡献 [10, 53]，我们将其称为克尔不对称性增强。在此情况下，较强的光学模式会将伴随谐振进一步推离泵浦，从而增强不平衡，并产生对称性破缺态的透射特征（图 2(c)）。

如前所述，两个共振（$Q_{blue} = 5.3 \times 10^5$ 和 $Q_{\mathrm{red}} = 5.5 \times 10^5$，均接近临界耦合）的固有不对称性会导致耦合功率不匹配，即使在对称性破缺阈值以下也会出现这种现象。虽然在约 12 mW 时便可观测到不平衡，但理想对称系统的计算阈值为 18 mW。将高功率渐近线外推后，可见零交叉点出现在约 19 mW 处，这表明克尔不对称性增强真正开始的功率。图2(b.ii)和图2(b.iii)分别给出了对称系统和非对称系统对应的理论预测。对称情形下，可观察到一个明确的阈值，其特征是光学模式发生对称性破缺，不平衡随之突然出现。相比之下，非对称情形在光学线性区域内便已呈现有限的不平衡；超过临界阈值后，交叉相位调制会迅速放大这种不平衡。

从两个泵浦均呈现低功率对称透射率的状态（图 2(c.i)）开始，随着输入功率增加，透射场之间出现特征性的气泡状不平衡（图 2(c.ii)）。这一现象标志着克尔效应诱导的对称性破缺开始出现，并随功率增加而加剧（图 2(c.iii 和 iv)）。这些观察结果与我们基于平均场耦合方程的理论研究一致（图 2(d)，见第

II B 节）。值得注意的是，系统始终表现出偏向蓝色泵浦的倾向，使其成为占主导地位的腔内模式，这表明存在内禀不对称性，详情将在下文讨论。

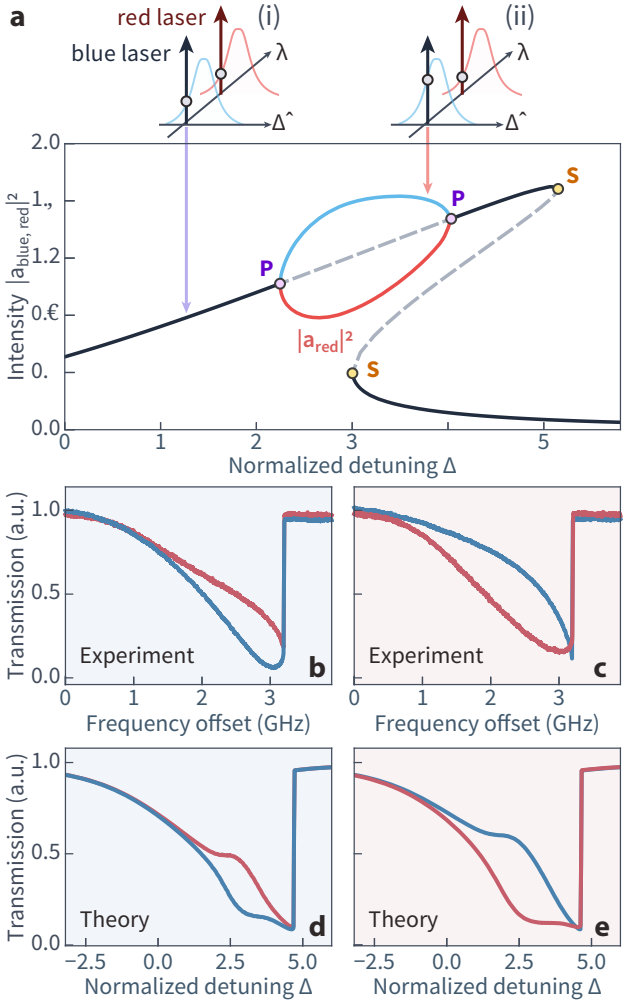

图 3. **(a)** 颜色对称性破缺的分岔图。图中绘出了腔内功率随激光失谐的变化。黑色：对称解。红色和蓝色：对称性破缺解，其中 a_{red} 或 a_{blue} 占主导。P：叉形分岔。S：鞍结分岔。实线（虚线）表示稳定（不稳定）分支。插图：**(i)** 对称区域，两个激光器相对于各自共振的失谐相同；**(ii)** 对称性破缺区域，一个共振被拉近其对应的激光频率，而另一个则被推远。**(b, c)** 颜色对称性破缺的实验观测，展示了当红色激光频率降低195兆赫兹时，主导模式发生确定性翻转。**(d, e)** 基于非对称模型对 (b) 和 (c) 的数值再现（见方法）。

B. 颜色对称性破缺理论

腔内模式的慢时间演化可通过平均场近似来描述 [11, 54, 55]：

$$\frac{\partial a_{\mathrm{c}}}{\partial t} = -\left(1 + i\Delta\right) a_{\mathrm{c}} + i\left(|a_{\mathrm{c}}|^2 + 2\,|a_{\mathrm{c}'}|^2\right) a_{\mathrm{c}} + \sqrt{F}, \quad (1)$$

其中 c、c′ ∈ {红色，蓝色} 和 c ≠ c′。这里，a_{red} 和 a_{blue} 分别表示低频和高频共振模式的归一化模式振幅（见方法）。参数 Δ 和 F 表示归一化失谐和驱动功率，并假设两种模式的参数相同。非线性项考虑了自相位调制和交叉相位调制效应，其中交叉相位调制的强度是自相位调制的两倍，并负责两种模式之间的耦合。

在某一失谐阈值处，系统发生叉形分岔（图 3(a)），产生两个互为镜像的非对称态，分别对应其中一个光学模式占主导 [9–11]。

引入不对称因素（例如不等耦合、失谐或损耗率）后，叉形分岔转变为两个模式功率更渐进的分离 [12, 19, 51]，同时系统变得确定：加载 Q 较高或失谐较小的模式会始终积累更多能量，从而形成主导分支。我们通过调节两个泵浦之间的相对失谐偏移，使红色或蓝色模式占优，从而实验展示了这种可控偏置（图 3(b,c)）。当红色泵浦的频率仅降低 195兆赫兹时，主导态便会稳定地翻转至红色模式一方。数值研究也支持这一观察；研究中考虑了不对称因素（见方法和图 3(c,d)）。此前已有类似方法证明，可以通过设计多种不对称因素使其相互抵消，从而恢复有效对称性 [12, 19]。然而，两个共振的品质因数存在固有差异，因此无法在整个失谐扫描范围内恢复有效对称性。

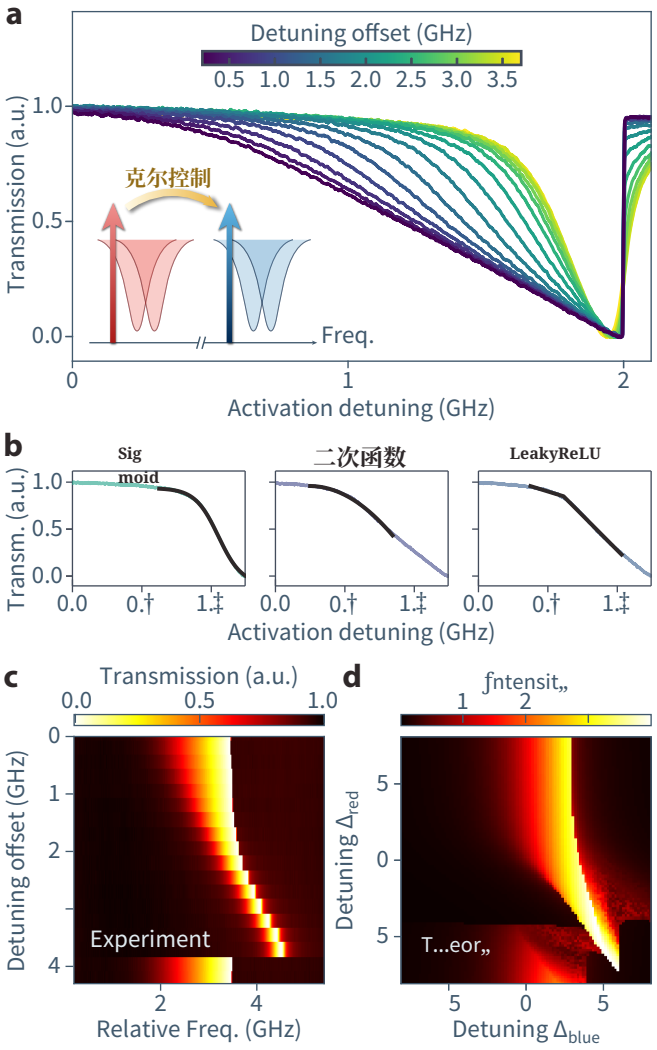

图 4. **(a)** 探测激光的实验透射曲线显示，随着失谐变化会呈现多种非线性响应。不同颜色表示通过改变控制激光失谐获得的响应。为清晰起见，每条曲线的失谐轴都经过偏移，使光学双稳态区域的末端在所有曲线上对齐，从而凸显出不同的非线性行为。插图展示了克尔介导的相互作用如何使控制激光改变探测激光的响应。**(b)** 选取的响应示例，以及用 Sigmoid、二次函数和 LeakyReLU 类型函数拟合的结果。**(c, d)** 探测激光透射率随其自身相对失谐和控制激光失谐偏移变化的实验 (c) 和数值 (d) 热图。

C. 克尔驱动激活函数

在本节中，我们将展示前几节讨论过的、导致对称性破缺（SSB）的模式间克尔相互作用，如何实现全光非线性函数生成。机器学习适用于广泛的技术领域和科学学科中的分类与预测 [56, 57]，，同时也在复杂性和功耗方面不断挑战数字电子架构的极限 [58]。另一方面，光学神经网络近来已成为应对这些挑战的工具 [59–62]。

然而，现有的大多数研究都依赖光电非线性来实现非线性激
激活函数 [63, 64]，会限制处理速度。

在这项工作中，我们提出利用克尔非线性在芯片上生成函数。在前几节中，我们考察了双泵浦微谐振器在对称泵浦条件下的慢时间均匀解，并重点介绍了对称性破缺的出现。为展示非线性函数生成，我们现在转而关注非对称泵浦配置，

其中一个泵浦（控制泵）保持在固定失谐处，而第二个泵浦（探测泵）的波长则进行扫描。

图 4(a) 显示，存在谐振控制激光时，可以通过克尔交叉相位调制和热效应的共同作用，调控探测激光透射中的非线性响应。当扫描探测激光的波长时，其透射率呈现出多种非线性形状，并可通过调节控制激光的波长进行连续调谐。如图 4(b) 所示，不同响应可以用Sigmoid、二次函数和 LeakyReLU型函数进行拟合，而这些函数正是机器学习领域在分类任务中所需的 [65]。此外，由于交叉相位调制是一种宽带效应，能够耦合多个腔模的动力学过程，因此该方法天然支持波分复用，可在整个电磁波谱范围内的多个频率信道之间实现并行信息编码 [62]。

图 4(c,d) 展示了探测激光透射率随其自身相对失谐和控制泵浦失谐偏移变化的实验与数值热图，实质上描绘了（Δ_{blue}，Δ_{red}）相图。尽管实验中由于克尔相移和热相移的共同作用观察到了光学展宽 [52], 而数值模型仅包含克尔非线性，但实验结果与模拟结果仍表现出极好的一致性。当控制激光接近其谐振时，它会逐渐减小探测谐振的克尔（以及热）展宽。这种辅助泵浦辅助窄化此前已被用于时间孤子的热稳定化 [46]。然而，我们的测量结果与仅包含克尔效应的模拟结果之间的高度一致表明，即使不存在热效应，该响应也完全源于更快的克尔介导的动力学。这说明，我们系统中的基于克尔效应的激活函数可以在极高速度下运行，其速度仅受腔建立时间限制 [52]。

总之，我们研究了双频泵浦克尔微腔丰富的均匀解。在对称条件下，我们观察到颜色对称性破缺的出现，为光子平台中的对称性破缺现象确立了新策略。我们进一步探索了非对称泵浦下的系统，揭示了多种可调谐的非线性响应，可用于实现基于克尔效应的片上激活函数。我们的结果展现了双频相互作用作为多功能非线性平台的前景，有望实现可控的集成光子神经形态计算。

III. 方法

A. 实验细节

实验方案如图 2(a) 所示。通过两台可独立调谐的激光器，同时扫描同一模式族中位于 $\lambda_{\mathrm{red}} = 1577\mathrm{nm}$ 和 $\lambda_{\mathrm{blue}} = 1571\mathrm{nm}$ 的两个共振，两者相隔三个自由光谱范围。两台激光器均由同一斜坡信号驱动，以确保同步扫描且失谐相同。通过调整每台激光器扫描的中心频率，可动态校正残余失谐偏移。每台激光器的输出经过放大后，再通过可变光衰减器（VOA），以控制相对泵浦功率。合束后放置的第二个 VOA 用于调节注入微腔的总功率。光通过透镜光纤耦入和耦出芯片，透射信号则由光学滤波器进行光谱分离，并通过示波器记录。

B. 不平衡理论模型

如正文所述，由一定自由光谱范围间隔开的共振，其品质因数有所不同。因此，为了模拟相同的输入条件，我们在两个激光器之间引入了微小的功率失配和相对失谐。为对此进行建模，我们使用式（1）的修正版本：

$$\frac{\partial a_r}{\partial t} = -\left(1 + i\Delta_r\right) a_r + i\left(|a_r|^2 + 2\,|a_b|^2\right) a_r + \sqrt{F_r}, \tag{2a}$$

$$\frac{\partial a_b}{\partial t} = -\left(\eta + i\eta\Delta_b\right) a_b + i\left(\eta|a_b|^2 + 2\,|a_r|^2\right) a_b + \eta\sqrt{F_b}, \tag{2b}$$

其中，$a_c = \sqrt{(2/\kappa_c)}E_c$、$a_c$ (E_c)分别表示 $c \in \{r, b\}$ 的归一化（未归一化）电场包络。这里，r (b)表示红色（蓝色）模式，分别对应较高（较低）的波长分量。索引为 c的共振的内部损耗和外部损耗分别记为$\kappa_{c,\ \imath}$ 和$\kappa_{c,\ \mathrm{ex}}$，二者构成系统的总损耗 κ_{c}。我们考虑两个共振具有相等的耦合损耗，即$\kappa_{r,\ \mathrm{ex}} = \kappa_{b,\ \mathrm{ex}} = \kappa_{\mathrm{ex}}$，并定义$\eta = (\kappa_r/\kappa_b)$。归一化输入功率为$\sqrt{F_c} = \sqrt{\frac{8\kappa_{\mathrm{ex}}}{\kappa_c^3}}\, s_{\mathrm{in},\ c}$，其中$s_{\mathrm{in},\ c}$是未归一化的输入场振幅。归一化失谐定义为$\Delta_c = \frac{2(\omega_{c,\ 0} - \omega_c)}{\kappa_c}$，其中，$\omega_c$ 为激光频率，$\omega_{c,\ 0}$为对应的最近共振频率。

C. 多色 SSB

克尔交叉相位调制效应以非线性方式耦合所有共振模式的腔内动力学。它们的齐次演化由 [54]:

$$\frac{\partial a_j}{\partial t} = -\left(1 + i\Delta\right) a_j + i\left(|a_j|^2 + 2\sum_{k\neq j}|a_k|^2\right) a_j + \sqrt{F}. \tag{3}$$

此处， j， k 表示腔模，并忽略频率混合项。这种近似在低于通过四波混频（FWM）产生新频率的阈值功率下运行时有效；当色散工程 [66]抑制四波混频相互作用的相位匹配时，也同样有效。

图 1(c) 展示了归一化驱动 $F^2 = 1.4$ 下八个对称泵浦模式的数值模拟。随着失谐变化，出现了七个对称性破缺阈值，此时各个模式会随机地在上、下强度分支之间转换。

致谢

我们感谢 George Ghalanos 博士和张耀京教授在初期讨论中给予的帮助。

LOT、AG 和 AP 对本研究的贡献相同。LOT 和 AP 在 AG 的协助下进行了实验。AG 和 LOT 进行了模拟。AG、HCY 和 AP 制备了样品。LOT、AG、AP、PDH 和 GSW 在其他所有作者的协助下撰写了论文。PDH 和 GSW 负责监督本项目。

本研究获得欧盟 H2020 ERC 起始资助“CounterLight” 756966、MQV 项目 TeQSiC、德国联邦研究、技术与航天部、量子系统项目 13N17314、13N17342、马克斯·普朗克学会以及马克斯·普朗克光子学学院的资助。本研究还获得圣保罗研究基金会（FAPESP）资助，项目编号为 18/15580-6、18/25339-4、21/10334-0、23/09412-1、24/15935-0、25/04049-1、20/04686-8；并获得巴西高等教育人员培训协调会（CAPES）资助（经费代码 001）。SZ 感谢德国研究联合会项目 541267874 的支持。

[1] M. Baker 和 S. Glashow，《基本粒子对称性的自发破缺》，《物理评论》**128**，2462（1962年）。[2]P. W. Higgs，《破缺的对称性与规范玻色子的质量》，《物理评论快报》**13**，508（1964年）。[3] S. L. Adler，《爱因斯坦引力作为量子场论中的一种对称性破缺效应》，《现代物理评论》**54**，729（1982年）。[4] G. Barbillon、A. Ivanov 和 A. K. Sarychev，《等离激元学中的对称性破缺应用》，《Symmetry》**12**，896（2020年）。[5] I. Dozov，《关于非手性香蕉形分子介相中的自发对称性破缺》，《欧洲物理学快报》**56**，247（2001年）。[6] C. J. Gibb、J. Hobbs、D. I. Nikolova、T. Raistrick、S. R. Berrow、A. Mertelj、N. Osterman、N. Sebasti´an、H. F. Gleeson 和 R. J. Mandle，《极性流体中的自发对称性破缺》，《自然·通讯》**15**，5845（2024年）。[7] M. M´ezard 和 A. P. Young，《随机场伊辛模型中的复制对称性破缺》，《欧洲物理学快报》**18**，653（1992年）。[8] A. R. Palmer，《对称性破缺与发育的演化》，《科学》**306**，828–833（2004年）。[9] L. Del Bino、J. M. Silver、S. L. Stebbings 和 P. Del’Haye，《非线性谐振器中反向传播光的对称性破缺》，《科学报告》**7**，43142（2017年）。[10] L. Hill、G.-L. Oppo、M. T. Woodley 和 P. Del’Haye，“自相位调制和交叉相位调制对环形谐振器中光的自发对称性破缺的影响”，Physical Review A **101**，013823（2020年）。[11]L. Hill、J. T. Gohsrich、A. Ghosh、J. Fauman、P. Del’Haye 和 F. K. Kunst，“非同寻常但彼此分离：自发对称性破缺的前兆”，arXiv预印本 arXiv:2505.02691（2025年）。[12]J. D. Mazo-Vasquez、J. T. Gohsrich、F. K. Kunst 和 L. Hill，“克尔环形谐振器和法布里–珀罗谐振器中分岔的代数方法”，arXiv预印本 arXiv:2512.14168（2025年）。[13] A. Pal、A. Ghosh、S. Zhang、L. Hill、H. Yan、H. Zhang、T. Bi、A. Alabbadi 和 P. Del’Haye，“ 具有克尔非线性的双谐振器中光的线性与非线性耦合”，《光子学研究》**12**，2733–2740（2024年）。[14] A. Ghosh、A. Pal、S. Zhang、L. Hill、T. Bi 和 P. Del’Haye，“用于开关和逻辑门的微谐振器中反向传播光的相位对称性破缺”，Laser & Photonics Reviews，e01500。[15] J. M. Silver、L. Del Bino、M. T. Woodley、G. N. Ghalanos、A. Ø. Svela、N. Moroney、S. Zhang、K. T. Grattan 和 P. Del’Haye，“非线性增强型微谐振器陀螺仪”，Optica **8**，1219–1226（2021年）。[16] M. T. Woodley、L. Hill、L. Del Bino、G.-L. Oppo 和 P. Del’Haye，“反向传播光在微谐振器中的自切换克尔振荡”

，Physical Review Letters **126**，043901（2021年）。[17] Y. Zhang、S. Zhang、A. Ghosh、A. Pal、G. N. Ghalanos、T. Bi、H. Yan、H. Zhang、Y. Zhuang、L. Hill、 *et al.*，“基于微谐振器中克尔对称性破缺的集成光学开关”，《光子学研究》**13**，360–366（2025年）。[18]M. Woodley、G.-L. Oppo、 *et al.*，“克尔偏振控制器”，《自然·通讯》**13**，398（2022年）。[19] B. Garbin、J. Fatome、G.-L. Oppo、M. Erkintalo、S. G. Murdoch 和 S. Coen，“对称性破缺中的非对称平衡”，Physical Review Research**2**，023244（2020年）。[20] L. Quinn、Y. Xu、J. Fatome、G.-L. Oppo、S. G. Murdoch、M. Erkintalo 和 S. Coen，“基于驱动克尔谐振器中偏振对称性破缺的相干伊辛机”，arXiv预印本 arXiv:2411.16009（2024年）。[21]E. Lucas、G. Xu、P. Wang、G.-L. Oppo、L. Hill、P. Del’Haye、B. Kibler、Y. Xu、S. G. Murdoch、M. Erkintalo、 *et al.*，“偏振胖子孤子：自散焦克尔谐振器中的手性局域结构”，《物理评论快报》**135**，063803（2025年）。[22] G. Xu、A. U. Nielsen、B. Garbin、L. Hill、G.-L. Oppo、J. Fatome、S. G. Murdoch、S. Coen 和 M. Erkintalo，“双分量克尔谐振器中耗散光孤子的自发对称性破缺”，《自然·通讯》**12**，4023（2021年）。[23] E. A. Anashkina 和 A. V. Andrianov，“双向泵浦克尔微谐振器中的相位敏感对称性破缺”，Physical Review Applied**23**，014053（2025年）。[24]Q.-T. Cao、R. Liu、H. Wang、Y.-K. Lu、C.-W. Qiu、S. Rotter、Q. Gong 和 Y.-F. Xiao，“对称微腔中的可重构对称性破缺激光器”，《自然·通讯》**11**，1136（2020年）。[25]A. Pal、A. Ghosh、H. Yan、T. Bi、I. El Mazbouh、S. Zhang、L. Hill 和 P. Del’Haye，“利用反向传播光场的自发对称性破缺进行微谐振器指纹识别”，载于 *CLEO: Science andInnovations*（Optica出版集团，2025年），第 SS192 2 页。[26] L. Quinn、G. Xu、Y. Xu、Z. Li、J. Fatome、S. G. Murdoch、S. Coen 和 M. Erkintalo，“利用克尔谐振器中的自发对称性破缺生成随机数”，《光学快报》**48**，3741–3744（2023年）。[27]L. Hill、E.-M. Hirmer、G. Campbell、T. Bi、A. Ghosh、P. Del’Haye 和 G.-L. Oppo，“法布里–珀罗谐振器中的对称性破缺矢量克尔频率梳”，《通讯物理》**7**，82（2024年）。[28]G. N.-Campbell、L. Hill、P. Del’Haye 和 G.-L. Oppo，“通过矢量腔孤子的自结晶增强频率梳”，Optics Express **32**，37691–37702（2024年）。[29] L. Hill、G.-L. Oppo 和 P. Del’Haye，“克尔环形谐振器中光的多级自发对称性破缺”，《通讯物理》**6**，208（2023年）。[30]A. Ghosh、A. Pal、L. Hill、G. N. Campbell、T. Bi、Y. Zhang、A. Alabbadi、S. Zhang 和 P. Del’Haye，“通过克尔对称性破缺利用耦合微谐振器链控制光分布”，《光子学研究》**12**，2376–2389（2024年）。[31] A. Ghosh、L. Hill、G.-L. Oppo 和 P. Del’Haye，“双谐振器光子异构体中的四场对称性破缺”，《物理评论研究》**5**，L042012（2023年）。[32] J. Mai、X. Huang、X. Guo、H. Fan 和 K. W. Cheah，“耦合法布里–珀罗纳米腔的自发对称性破缺”，《通讯物理》**7**，223（2024年）。[33]R. D. D. Bitha、A. Giraldo、N. G. Broderick 和 B. Krauskopf，“克尔微环谐振器中复杂切换振荡的分岔分析”，《物理评论E》**108**，064204（2023年）。[34]A. Ghosh、A. Pal、L. Hill、H. Yan、G.-L. Oppo 和 P. Del’Haye，“耦合谐振器中腔孤子的自发对称性破缺”，载于 *The European Con-ference on Lasers and Electro-Optics*（Optica出版集团，2025年），第 cd 4 5 页。[35]G. Xu、L. Hill、J. Fatome、G.-L. Oppo、M. Erkintalo、S. G. Murdoch 和 S. Coen，“克尔环形谐振器中对称性破缺时间腔孤子的呼吸动力学”，《光学快报》**47**，1486–1489（2022年）。[36] G. N. Campbell、L. Hill、P. Del Haye 和 G. L. Oppo，“正常色散区法布里–珀罗谐振器中的矢量光”，arXiv预印本 arXiv:2509.17663（2025年）。[37]L. Hill、E. Lucas、A. Ghosh、J. D. M. V´asquez、J. T. Gohsrich、A. Pal、H. Yan、P. Del’Haye、G.-L. Oppo、S. Coen、 *et al.*，“通过对称性破缺的 faticon 控制频率梳齿间距”，载于 *2025 Conference on Lasers and Electro-Optics Europe & European Quantum Electronics Conference (CLEO/Europe-EQEC)*（IEEE，2025年），第 1–1 页。[38] L. Del Bino、J. M. Silver、M. T. Woodley、S. L. Stebbings、X. Zhao 和 P. Del’Haye，“基于克尔效应本征非互易性的微环谐振器隔离器和环行器”，Optica**5**，279–282（2018年）。[39]A. D. White、G. H. Ahn、K. V. Gasse、K. Y. Yang、L. Chang、J. E. Bowers 和 J. Vu˘ckovi´c，“集成无源非线性光隔离器”，《自然·光子学》**17**，143–149（2023年）。[40] C. Xiang、W. Jin 和 J. E. Bowers，“氮化硅无源和有源光子集成电路：趋势与展望”，《光子学研究》**10**，A82–A96（2022年）。[41] S. Zhang、T. Bi、I. Harder、O. Ohletz、F. Gannott、A. Gu- mann、E. Butzen、Y. Zhang 和 P. Del’Haye，“低温溅射超低损耗氮化硅用于混合集成光子学”，Laser & Photonics Reviews**18**，2300642（2024年）。[42] Y. Okawachi、K. Saha、J. S. Levy、Y. H. Wen、M. Lip- son 和 A. L. Gaeta，“氮化硅芯片中的跨倍频程频率梳产生”，《光学快报》**36**，3398–3400（2011年）。

[43] A. Pal、A. Ghosh、S. Zhang、T. Bi、M. Kheyri、H. Yan、Y. Zhang 和 P. Del'Haye，“光子集成电路中的混合非线性效应”，arXiv预印本 arXiv:2505.01352（2025年）。[44] X. Ji、X. Li、Z. Qiu、R. N. Wang、M. Divall、A. Gelash、G. Lihachev 和 T. J. Kippenberg，“无铜光子集成电路中的确定性孤子微梳”，《自然》**646**，843–849（2025年）。[45] Y. Zhang、S. Zhang、T. Bi 和 P. Del'Haye，“薄型多模氮化硅微谐振器中暗孤子梳的几何优化”，《光学快报》**31**，41420–41427（2023年）。[46]S. Zhang、J. M. Silver、L. Del Bino、F. Copie、M. T. Woodley、G. N. Ghalanos、A. Ø. Svela、N. Moroney 和 P. Del'Haye，“利用辅助激光器实现具有扩展的接入范围的亚毫瓦级微腔孤子”，Optica**6**，206–212（2019年）。[47] S. Zhang、J. M. Silver、T. Bi 和 P. Del'Haye，“单个微谐振器中微梳的光谱扩展与同步”，《自然·通讯》**11**，6384（2020年）。[48] G. Moille、J. Stone、M. Chojnacky、R. Shrestha、U. A. Javid、C. Menyuk 和 K. Srinivasan，“克尔诱导的腔孤子与光学参考的同步”，《自然》**624**，267–274（2023年）。[49]G. Moille、M. Leonhardt、D. Paligora、N. Englebert、F. Leo、J. Fatome、K. Srinivasan 和 M. Erkintalo，“芯片集成微腔中的参量驱动的纯克尔时间孤子”，《自然·光子学》**18**，617–624（2024年）。[50] N. B. Tomazio、L. O. Trinch˜ao、E. S. Goncalves、L. F. dos Santos、F. G. Santos、P. F. Jarschel、T. P. M. Ale- gre 和 G. S. Wiederhecker，“耦合微谐振器中的可调简并光学参量振荡”，《ACS 光子学》**12**，227–235（2024年）。[51] M. Golubitsky 和 D. Schaeffer，“不完美分岔的分析”，《纽约科学院年刊》**316**，127–133（1979年）。[52]L. O. Trinch˜ao、L. Peres、E. S. Gon。calves、M. Nienst- edt、L. F. dos Santos、P. F. Jarschel、T. P. M. Ale- gre、N. B. Tomazio 和 G. S. Wiederhecker，“耦合克尔谐振器中的非线性模式相互作用映射”，arXiv预印本 arXiv:2511.21233（2025年）。[53]M. T. Woodley、J. M. Silver、L. Hill、F. Copie、L. Del Bino、S. Zhang、G.-L. Oppo 和 P. Del'Haye，“介质环形谐振器中反向传播光的克尔相互作用的普适对称性破缺动力学”，Physical Review A**98**，053863（2018年）。[54] Y. K. Chembo 和 N. Yu，“利用单片回音壁模式谐振器”，《物理评论A：原子、分子与光学物理》**82,** 033801 (2010).[55] L. A. Lugiato 和 R. Lefever，“无源光学系统中的空间耗散结构”，《物理评论快报》**58,** 2209 (1987).[56]M. I. Jordan 和 T. M. Mitchell，“机器学习：趋势、观点与前景”，《科学》**349,** 255– 260 (2015).[57] A. Krizhevsky、I. Sutskever 和 G. E. Hinton，“使用深度卷积神经网络进行ImageNet分类”，《神经信息处理系统进展》**25**(2012).[58]N. Thompson、K. Greenewald、K. Lee 和 G. F. Manso，“深度学习的计算极限”，载于 *Ninth Computing within Limits 2023* (LIMITS, 2023) https://limits.pubpub.org/pub/wm1lwjce.[59] X. Lin、Y. Rivenson、N. T. Yardimci、M. Veli、Y. Luo、M. Jarrahi 和 A. Ozcan，“使用衍射深度神经网络进行全光机器学习”，《科学》**361,** 1004–1008 (2018).[60]J. Feldmann、N. Youngblood、M. Karpov、H. Gehring、X. Li、M. Stappers、M. Le Gallo、X. Fu、A. Lukashchuk、A. S. Raja、 *et al.*，“利用集成光子张量核心进行并行卷积处理”，《自然》 **589,** 52– 58 (2021).[61]M. C. Volpato、H. G. Rosa、T. Reep、P.-L. d. Assis 和 N. C. Frateschi，“1T′-$MoTe_2$ 作为光子机器学习的集成饱和吸收体”，《应用物理快报》**127** (2025).[62] G. Slinkov、S. Becker、D. Englund 和 B. Stiller，“基于受激布里渊散射的全光非线性激活函数”，《纳米光子学》(2025).[63] I. A. Williamson、T. W. Hughes、M. Minkov、B. Bartlett、S. Pai 和 S. Fan，“用于光学神经网络的可重编程电光非线性激活函数”，《IEEE量子电子学精选主题期刊》**26,** 1–12 (2019).[64] S. Bandyopadhyay、A. Sludds、S. Krastanov、R. Hamerly、N. Harris、D. Bunandar、M. Streshinsky、M. Hochberg 和 D. Englund，“采用仅前向训练的单芯片光子深度神经网络”，《自然·光子学》**18,** 1335–1343 (2024).[65] S. R. Dubey、S. K. Singh 和 B. B. Chaudhuri，“深度学习中的激活函数：综合综述与基准测试”，《神经计算》**503,** 92–108 (2022).[66] A. Pal、A. Ghosh、S. Zhang、T. Bi 和 P. Del'Haye，“微谐振腔的机器学习辅助逆向设计”，《光学快报》**31,** 8020–8028 (2023).