arXiv:2601.01384v1 [physics.app-ph] 4 Jan 2026

具有多日相干性的悬浮转子的驱动耗散与稳定

Mehrdad M. Sourki[1], Wisdom Boinde[1], Gautham Anne[2], 和 Mahdi Hosseini[1, 3, *]

[1] *Department of Electrical and Computer Engineering,Northwestern University, 2145 Sheridan Rd, Evanston,* 60028, *IL U.S.A*[2] *Department of Mechanical Engineering, Northwestern University, 2145 Sheridan Rd, Evanston,* 60028, *IL USA and*[3] *Applied Physics Program, Northwestern University, 2145 Sheridan Rd, Evanston,* 60028, *IL U.S.A**

(日期：2026年1月6日)

我们报告了在毫克级抗磁悬浮石英立方体中，对非线性模态交叉耗散和类似注入锁定的稳定现象的实验观测。通过光学驱动立方体，使其转速接近 360 RPM，我们观察到，其角速度并非平稳衰减，而是在瞬时旋转频率每次跨越若干高阶机械模态之一时，都会逐级下降。我们观察到旋转耗散时间可达数天。当施加一个较弱的反向辐射压力力矩时，系统出乎意料地稳定在恒定转速，并持续约两天——这构成了注入锁定的机械类比。我们的结果揭示了低耗散悬浮固体中多模非线性动力学的新机制，并确立了抗磁悬浮作为探索非哈密顿多模相互作用、机械工程化非线性吸引子和传感器的平台。

引言

悬浮机械系统为探索线性与非线性动力学提供了强大的平台，具有极低的耗散和高度的环境隔离能力。光学、磁学和抗磁悬浮技术的最新进展，使长相干时间、对平动与转动自由度的精确控制，以及从力与惯性传感到基础物理检验等应用成为可能 [1–5]。与此同时，这些系统天然能够进入线性直觉失效的状态：弱阻尼、强模态耦合和外部驱动可能引发非线性响应、模式杂化和涌现稳态 [6, 7]。因此，理解这类非线性相互作用如何重新分配能量并稳定运动，对于实际器件的运行以及揭示介观机械系统非平衡动力学的一般规律都至关重要。

在许多远离平衡态的非线性系统中，尽管存在耗散，非线性、连续能量注入与模态耦合相互作用，仍会产生持久且相干的运动。典型例子包括非线性振荡器中的相位锁定和注入锁定 [8, 9] ，以及流体动力学中的长寿命相干结构，例如木星大红斑；它在受驱动的耗散环境中由非线性相互作用稳定 [10, 11]。在机械系统中，实验观测到了机械频率梳 [12, 13], 、非线性模态杂化 [14], 、参数放大 [15, 16], 、费米-帕斯塔-乌拉姆-丁古复现[17], 以及许多其他效应。这些效应与光学中已确立的现象相似，但其微观起源截然不同。尽管如此迅速发展，高-Q宏观机械振荡器的非线性动力学仍远不如其光学对应物那样为人所理解。机械系统往往具有庞大的弱耦合模态层级、高度非线性的几何相互作用，以及复杂的耗散形式；这些因素共同产生了无法用简单微扰理论描述的行为。

一类特别适合研究非线性动力学和开发传感器的系统是抗磁悬浮机械振荡器 [17–21]，其耗散可降至极低水平，而场曲率、几何不对称性或辐射压力驱动则可增强非线性。在我们近期的研究中，毫克级抗磁悬浮石英立方体 [17] 已被证明能够进入相干多模非线性动力学状态，在这一状态下，平动、扭转及混合的转动-平动模式会在极长的时间尺度上相互作用。这些系统为探索在线性力学中没有直接对应现象的动力学现象提供了契机，包括非线性模态交叉、离散耗散突发和涌现吸引子。

在这里，我们探究非线性模耦合存在时系统中的驱动转动。当用聚焦的偏心激光从侧面照射立方体时，辐射压力会施加力矩，使物体旋转速度超过 360 RPM。由于物体与外界隔离得极为彻底——其品质因数高于大多数宏观振荡器——撤去力矩后，转动模态并不会简单地按指数规律衰减。相反，我们观察到频率呈阶梯状离散下降。随着转动减慢，其频率会扫过悬浮立方体的高阶振动模式和转动模式。每次交叉都会引发一阵杂化，导致角动量迅速损失，并使转速发生阶跃式变化。立方体通过非线性耦合，将旋转能量耗散到快速衰减的内部运动中，

* mh@northwestern.edu

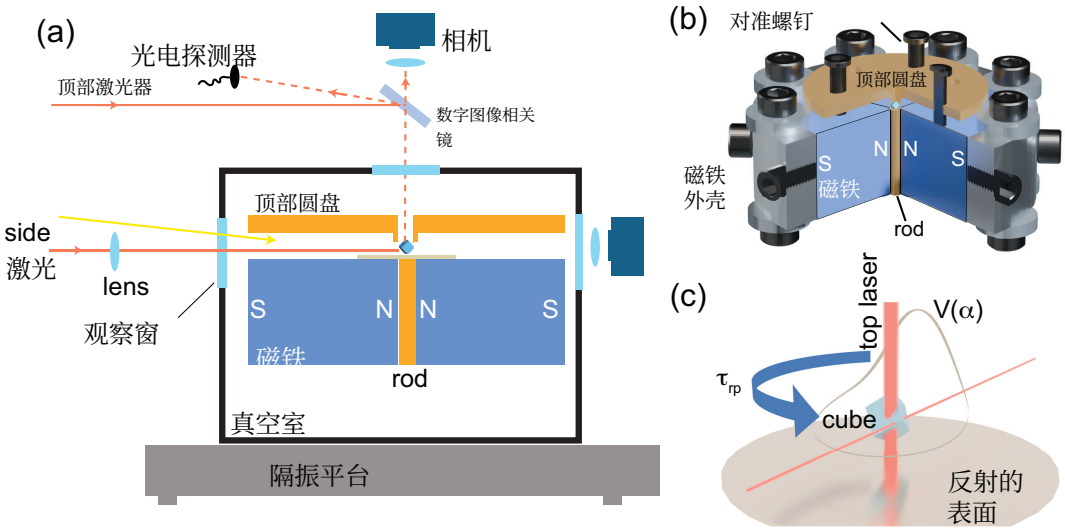

图 1。（a）实验平台示意图。使用连续波 794 纳米激光从侧面和顶部照射立方体。两套成像系统——一台与垂直轴对齐的俯视相机，以及一台垂直放置的侧视相机——能够以亚微米精度同时测量平移和旋转运动。光电探测器记录顶部激光的反射，同时测量立方体的阴影，以生成振动谱。抗磁阱和光学通道安装在隔音罩内的主动阻尼隔振台上。真空腔体的侧面和顶部设有多个窗口，可为驱动和探测提供光学通道。（b）由三角楔形稀土永磁体阵列产生的磁引力势剖面图。使用由坡莫合金制成的顶部圆盘和中心杆来聚焦磁场。通过一组三个对准螺钉调节顶部圆盘的角度和位置，从而调节悬浮高度和阱轴。（c）作用于立方体的辐射压力力矩示意图（τ_{rp}）。顶部激光产生较弱的辐射压力力矩，侧向激光则产生较强的力矩。磁势在平衡取向附近存在一个较浅的角势垒（$V(\alpha)$），从而产生频率为 $f \sim 1-2\ Hz$ 的自然“摇摆”模式。当激光照射到立方体上时，产生的力矩可提供足够的能量，使系统越过这一势垒，进而启动持续旋转。

正如我们此前在该系统的平移和扭转模式结构中观察到的那样 [17]。

这些离散的衰减阶梯已经让人联想到多模激光器中的模式跳跃：谐振腔会选择一个共振分支，直到泵浦条件发生漂移，迫使系统跳转到另一个分支。但当系统受到微弱的反向驱动时，这种类比就变得更为贴切，也更加令人惊讶。如果立方体旋转时施加一个微小的反向辐射压力，力矩就会使其运动减慢、停止、反向，最终诱使其朝相反方向旋转。在这一频率上升扫描过程中，我们再次观察到模态交叉和离散阶跃。然而，令人惊讶的是，随后立方体进入一个状态：其旋转锁定在单一稳定频率上，并持续数小时乃至数天保持不变。尽管存在非线性耦合，且能量有许多途径转移到有损耗的内部模态中，旋转却不再受后续离散跳变的影响。系统的动力学趋于近稳态，并非因为耗散已被消除，而是因为微弱的外部驱动持续轻推系统，使其进入一个稳定吸引子。

这一现象令人惊讶地让人联想到激光器中的注入锁定。在那里，弱外部信号可以迫使一个具有许多不稳定或相互竞争模式的振荡器锁定在单一且明确的频率上。注入信号稳定了原本会不断漂移的系统，抑制模态跳变，并使振荡器锁定在外部设定的频率上。在我们的悬浮立方体中，辐射压力起到了注入信号的作用。旋转与立方体平动机械模态之间的非线性耦合，形成了等效的多模增益介质。当旋转频率接近非线性共振时，力矩并未引发模态跳变，而是恰好提供了足够的相位和振幅校正，使系统保持在单一频率上。据我们所知，这是首次在没有接触式耗散的宏观机械物体中观察到类注入锁定稳定化。

在我们的系统中，抗磁悬浮立方体呈现出这一行为的机械对应现象：有限个旋转和平移模式之间的非线性耦合，结合哪怕很弱的外部驱动，也能在一个线性理论会预测出现连续衰减或模态跳跃的区域内，稳定持续旋转和相位锁定。该系统处于低维混沌模型与高维湍流系统之间的中间区域，因此可以在单个机械模的层面观察到涌现的稳定化现象。

综上所述，这些观测结果将悬浮的

非对称形状电介质置于一类新型的受驱非线性机械系统之中——这类系统兼具高相干性、强模式混合以及外部诱导的频率锁定。

实验

一个尺寸为 0.5 mm 的石英立方体悬浮在特制的磁体排列上，使这类宏观物体无需外部供能即可稳定悬浮，并具有极低的耗散率。悬浮是在真空压力为 5×10^{-8}托的条件下进行的。图 1(a) 展示了实验装置示意图。钛蓝宝石激光器（M Squared）既用于驱动立方体，也用于探测其运动。用于驱动旋转的一部分光束（泵浦光）经侧面的光学通道注入真空室。与我们先前的工作类似 [17], ，悬浮由一组三角楔形磁体实现。图 1(b) 展示了磁体组件的剖视图。

真空室设有多个观察窗，我们利用这些观察窗引入白光照明，并用相机从侧面拍摄悬浮立方体。探测光束（顶部激光器）经顶部光学通道注入。置于悬浮立方体下方的反射盘会将探测光束逆反射；如图 1(c) 所示，探测光束及其反射光穿过立方体，并产生依赖运动的调制。反射光由单像素光电探测器收集。此外，二向色镜可实现对悬浮立方体的同步俯视成像。

通过辐射压力进行光学激发

在没有外部驱动的稳态下，立方体在所有方向上都被稳定地限制在陷阱中，包括绕垂直轴的旋转（角度 α），如图 1(c) 所示。这是因为悬浮物体的形状不对称，而且陷阱区域内的磁场也存在旋转不对称性。

当粒子受到机械激发时（例如对桌面施加冲击力），不同模式都可能被激发。绕垂直轴的旋转模态表现为频率为 $\sim$ 1Hz 的摇摆运动。对于完美的陷阱，预计旋转对称性会使旋转模态不受阻碍；但在实验中，陷阱缺陷和石英的方向性磁化率会使立方体在旋转运动中遇到势垒（$V(\alpha)$）。根据立方体的转动惯量和观测到的摇摆运动频率，我们计算得出该势垒高度约为 $\sim 10^{-14}$J。为了克服这一势垒并选择性地激发旋转模态，我们设计了一项实验，利用辐射压力来实现旋转模式的光学驱动力。可使用来自顶部或侧面的聚焦激光实现这一点，光功率为 1 mw 至 100 mw（具体取决于所需的加速度和光束位置）。我们首先调制从侧面照射立方体的激光功率，使其驱动频率几乎与摇摆运动同步。角振幅随时间的变化如图 2 (a) 所示，可以观察到明显的激发。当驱动振幅超过一定值时，摇摆运动克服旋转势垒，立方体开始旋转。图 2 (b) 显示，在这一状态下，持续施加约 100 mW 的光功率时，立方体的旋转频率几乎随时间线性增加，直至达到某一值。旋转能量超过一定水平后，与其他模式的耦合会导致混沌行为，进而使粒子脱离陷阱。补充视频 1 和 2 分别展示了脉冲式和连续光学驱动的示例。

辐射压力取决于功率、表面反射和入射角。旋转频率随时间线性增加，清楚地表明了辐射压力的作用。我们还观察到，所施加的力矩对光束对准十分敏感，尽管鉴于立方体的尺寸，很难量化其角度和反射情况。

I. 模态耦合与反常阻尼

为初步建立系统模型，我们考虑一个包含多个耦合模态的机械系统，其中一个模式（漂移模态）的频率随时间缓慢变化，并依次穿越若干固定频率模态。令 $x_i(t)$ 表示第 i 个模式（ $i = 1$，.....， N ）的位移。运动方程可写为

$$\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\,\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}(t)\,\mathbf{x} = 0, \tag{1}$$

其中，K(t) 是编码瞬时模态频率和模式之间耦合的时变刚度矩阵，而 C 是阻尼矩阵。

在任意时刻，系统都具有通过对 K(t) 进行对角化而获得的瞬时正则模态。当漂移模态的频率接近某个固定模式的频率时，耦合会导致这两个模式发生杂化。类似于量子系统中的朗道-齐纳理论 [22, 23] ，最初处于漂移模态中的能量会部分转移到固定模式中。能量转移的比例取决于耦合强度和频率变化率：

$$P_{\text{transfer}} \sim \exp\left(-\frac{\pi g^2}{\dot{\Delta}}\right), \tag{2}$$

其中， g 是耦合强度， Δ 是瞬时频率差变化率。

因此，每次经过交叉点时，漂移模态的振幅都会突然下降，而

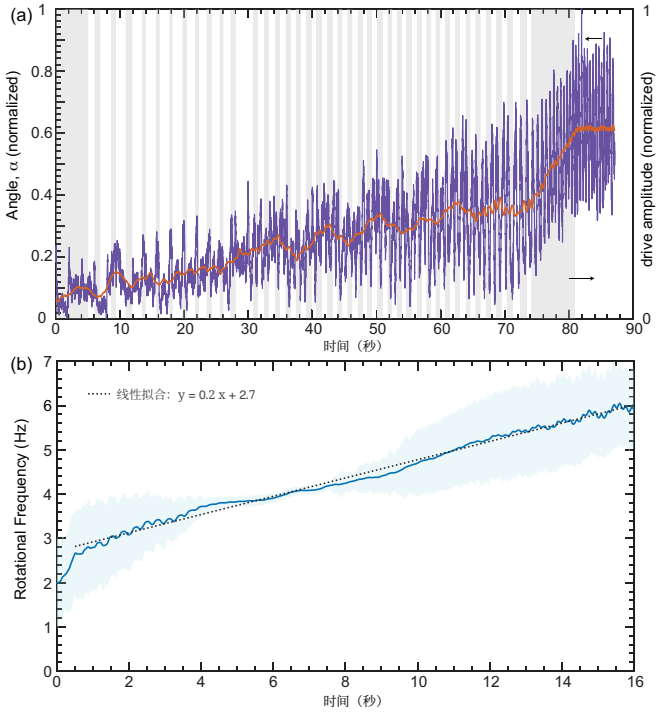

图 2。（a）对受到调制辐射压力作用的悬浮立方体角运动进行的时间分辨视频分析。蓝色曲线显示从俯视成像中提取的瞬时角偏移，红色曲线则表示经过时间平滑后的同一信号，以揭示其潜在演化。灰色阴影区域表示辐射压力激光器开启的时间段（对应右侧坐标轴）。起初，运动局限于有效角势中的有界摇摆。反复施加辐射压力激励会使摇摆幅度逐渐增大，直至粒子克服角势垒并转变为持续旋转。（b）对立方体施加连续辐射压力力矩期间，旋转频率（通过追踪表面特征的角位置，从俯视视频中提取）随时间的变化。频率由展开角的粗粒化微分得到。阴影区域表示根据局部残差散布估算的 95% 置信带。

固定模态中的能量则会暂时增加。当经过多个模式时，这些能量交换会形成非单调的衰减包络。

即使漂移模态的本征阻尼很小，向其他模式的累积能量转移也会产生有效阻尼。令 $x_d(t)$ 表示漂移模态的位移。有效阻尼方程可近似写为

$$\ddot{x}_d + \gamma_{\mathrm{eff}}(t)\dot{x}_d + \omega_d^2(t)x_d = 0, \tag{3}$$

其中，$\gamma_{\mathrm{eff}}(t)$ 是由模态耦合引起的时变阻尼。当被穿越模态的本征阻尼较大（即强耗散模态）时，从漂移模态转移出的能量会迅速耗散，从而在穿越点处提高衰减率。

在漂移模态依次穿越多个耗散模态的情况下，这些微小、离散的能量转移累积起来，使振幅随时间近似呈二次衰减：

$$x_d(t) \sim x_0\left(1 - (t/\tau)^2\right), \tag{4}$$

对于短期至中期时间，τ 由耦合强度、固定模态的阻尼以及频率漂移率决定。图3(a)-(b) 展示了一个由9个耗散模态与一个漂移模态耦合而成的系统的数值图（共考虑10个模式）。当漂移模态的频率经过某个耗散模态的频率时，可以看到能量转移至其他模式，以及漂移模态的能量呈阶梯式衰减。

这种类似二次函数的衰减自然源于分布式能量损失机制：每次模态交叉都会移除一小部分能量；由于模式频率漂移，交叉次数随时间线性增加。

在我们的案例中，漂移模态是绕垂直轴的旋转频率，因此振幅衰减表现为旋转频率的衰减。考虑到 $\alpha(t)$ 是主要的角自由度，$\{x_j(t)\}_{j=1}^{N}$ 表示一组固有频率为 ω_j 的高频模态。耦合系统可表示为

$$I\ddot{\alpha} + \gamma_\alpha\dot{\alpha} + \frac{\partial}{\partial\alpha}V_{\mathrm{eff}}(\alpha,\dot{\alpha}) = \tau_{\mathrm{rad}}(t) - \sum_{j=1}^{N} k_j f_j(\dot{\alpha})x_j, \tag{5}$$

$$m_j\ddot{x}_j + \Gamma_j\dot{x}_j + m_j\omega_j^2 x_j = k_j g_j(\dot{\alpha}), \tag{6}$$

其中，f_j 和 g_j 表示旋转与其他自由度之间的非线性几何耦合。这些系数 k_j 通常较小但不为零，而内部模态满足 $\Gamma_j \gg \gamma_\alpha$，这是由于耗散增强所致。

当瞬时旋转频率 $\Omega(t) = \dot{\alpha}(t)$ 满足共振条件时

$$\Omega(t) \approx \omega_j, \tag{7}$$

式 (5)–(6) 表明，非线性共振窗口的出现能够增强能量转移。匹配渐近分析表明，慢模态的有效阻尼会获得尖锐且依赖于频率的修正，

$$\gamma_{\mathrm{eff}}(\Omega) = \gamma_\alpha + \sum_j \frac{k_j^2}{m_j\Gamma_j}\frac{1}{1 + \left(\frac{\Omega-\omega_j}{\Gamma_j/2}\right)^2}, \tag{8}$$

这会在 $\Omega(t)$ 的衰减过程中产生观测到的离散“阶跃”。每次共振穿越都会短暂增强耗散，导致能量迅速损失，直至该模式充分失谐。

为了在实验中观察这一效应，我们使用侧向激光将粒子旋转至超过 6 Hz（或 360 RPM）。

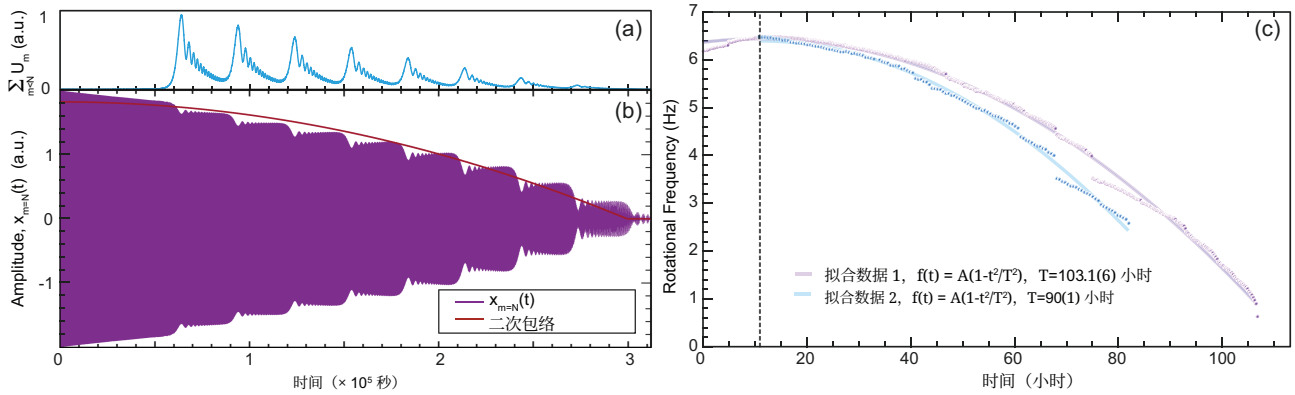

图3。（a）与一个漂移模态耦合的9个耗散模态中累积的总能量 $\sum U_m$ 的模拟。尖锐的能量突发对应漂移模态与固定模态之间各自的共振穿越，表明能量逐步从漂移模态转移出去。此处假设漂移速率恒定，且耗散模态等间距分布。（b）脉冲激励后，漂移模态位移 $x_N(t)$ 随时间的演化。红色曲线为拟合效果最佳的二次包络 $A(t) = A_0\left[1-(t/T)^2\right]$。在此模拟中，假设漂移模态的耗散率为 $\sim 0.8\,\mathrm{nHz}$，而固定模态的耗散率为 $\sim 80\,\mu\mathrm{Hz}$。（c）图中显示了两个数据集测得的旋转频率随时间的衰减。不同于单纯涡流阻尼所预期的线性阻尼，频率呈现二次衰减，其形式为 $\omega(t) = \omega_0(1-(t/T)^2)$，这表明存在依赖振幅的能量损失机制。在多次实验和不同初始振幅下，我们都观察到了相同的定性趋势。

驱动，并让旋转能量衰减，同时从顶部和侧面使用高速摄像机监测旋转频率。如图3(c)所示，旋转频率的衰减呈现跳变，但整体上可以用二次函数描述。我们将这种二次阻尼归因于角动量从主转动弱微地转移到立方体的其他转动与平动模态，包括小角度摇摆以及磁引力势中的平动。这种跨模式耦合与大型、近似无力矩刚体的多自由度动力学相符。图3(c)展示了两个数据集，它们的长期衰减动力学相似，但初始表现有所不同。在数据集1中，旋转频率单调衰减，遵循预期的二次衰减。在数据集2中，驱动激光多施加了几秒钟，且照射位置在立方体上略有不同，因此激发了高频平动和摇摆模态。系统即将进入混沌状态时，驱动被关闭。因此，驱动关闭后（$t = 0$），由于能量从这些高频模式转移而来，旋转频率在最初几小时内有所上升。旋转频率达到最大值后，系统恢复了二次衰减行为。

II. 稳定化与涌现有序

当施加一个微弱的反向辐射压力力矩 τ_{inj} 时，会出现一种引人注目的现象。系统并不会沿相反方向单调加速，而是逐渐趋向于一种持久且高度稳定的旋转速率，并可持续许多小时。这种涌现的有序状态是非线性振荡器中注入锁定的机械类比。这种行为通常与光学俘获纳米粒子[24, 25] 和扭转纳米机械谐振器[26], 相关，但在此之前，人们从未在毫米尺度固体中观察到过这种现象。将τ_{inj} 代入公式 5，可得到一个阿德勒型方程，

$$\dot{\Omega} = -\gamma_{\mathrm{eff}}(\Omega)\,\Omega + \frac{\tau_{\mathrm{inj}}}{I}, \tag{9}$$

但这与光学注入锁定有一个关键区别：$\gamma_{\mathrm{eff}}(\Omega)$包含由模态交叉产生的尖锐非线性色散特征。稳定不动点Ω^*由下式得到

$$\gamma_{\mathrm{eff}}(\Omega^*)\,\Omega^* = \frac{\tau_{\mathrm{inj}}}{I}, \tag{10}$$

而且，由于 $\gamma_{\mathrm{eff}}(\Omega)$包含多个尖锐的峰和谷，不动点可能位于一个受到动力学保护的平台区域内。

为了在实验中观测这一效应，我们从转速约为 360 RPM 的旋转立方体开始，并施加方向与旋转相反的辐射压力力矩。这是通过从顶部照射弱激光（0.3 mW）实现的。由于倾斜表面的存在，顶部表面在特定激光驱动位置处的反射会产生非常微小的辐射压力力矩，其影响只有在数小时的时间尺度上才能观测到。如此微弱的激发要求系统具有较低的耗散率。如图4(a)–(b)所示，反向力矩会缓慢停止旋转，并在约 13 小时后使其反向。光诱导的增强阻尼也会经历类似于图3中的模态跳跃。粒子最终反转方向，并在弱加速的同时开始旋转。

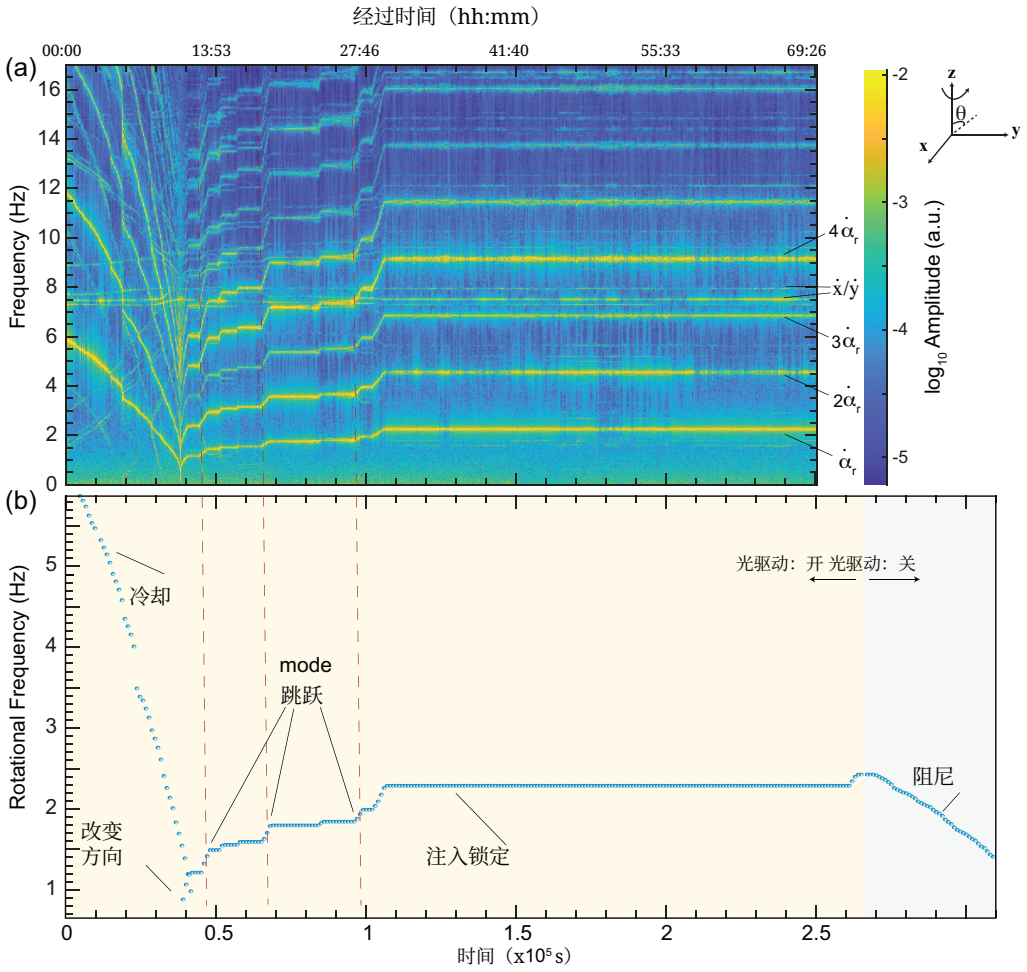

图4。（a）图中展示了在一次典型实验过程中，顶部光电探测器测得的功率谱密度（PSD）随时间的变化。起初，使用强侧向激光驱动（100 mW，持续数秒）使旋转频率达到最大值，随后从顶部施加弱激光驱动（1 mW），同时用于探测振动并计算功率谱密度。弱驱动施加了一个反向力矩，使旋转运动减速。频率逐渐降低，直至旋转方向反转，并开始向相反方向加速。一个显著特征是旋转频率的自锁定：经过瞬态加速后，立方体进入准稳态旋转状态，频率在数小时内缓慢漂移。（b）图中绘出了侧面相机测得的旋转频率随时间的变化，重现了（a）中观察到的动力学过程。在 $t = 2.6 \times 10^5$s 时，弱驱动（顶部激光器）关闭，此后仅使用侧面相机记录粒子的动态。此时，标称的二次衰减恢复。模态交叉发生的时刻以红色虚线标出。

在这种弱驱动下，与图2(b)不同，旋转频率并非连续增加，而是以阶梯式方式增加。当$x - y$平动模态（$\sim$ 7.8 Hz）越过某个高阶旋转模态时，旋转能量会发生跃变。我们注意到，具有八个顶点的立方体不仅表现出基频旋转模态，还由于物体（例如八个顶点）和陷阱的独特几何形状而表现出高阶模态。我们观察到，每次旋转频率跃变之后，即发生模态跳跃时，频率会随着时间推移变得越来越稳定。再过 14 小时后，系统达到半稳态，此时旋转频率在接近两天的时间内都不会发生变化。当驱动关闭时，系统

如图4(b)所示，系统经历了典型的耗散。图4(b)数据的不同部分还显示了激光诱导阻尼（冷却）、反转、模态跳跃、注入锁定和阻尼等观测效应。注入锁定解释了旋转频率为何趋于稳定而不是加速：力矩平衡了局部最小化的阻尼，从而产生了一个长寿命吸引子。

III. 讨论与结论

正如本文所展示的，悬浮宏观介电物体可实现极低的耗散率

（γ），旋转衰减时间可延长至数天。我们此前已证明[17]，质量为 $m \simeq 0.33$ mg 的悬浮物体可实现低至 62 pg/$\sqrt{\text{Hz}}$ 的加速度灵敏度，优于最先进的原子干涉仪。结合自由演化期间无需持续外部供电以及相对紧凑的实验占地面积，该平台为精密惯性传感提供了一种颇具前景的方法。尤其对于加速度测量，灵敏度会随 m/γ 增大而有利地提升，而本文研究的系统天然可达到这一工作范围。除降低耗散外，要提高传感带宽，还需要能够达到更高的共振频率。在这项工作中，我们展示了辐射压力可用于可控地提高旋转共振频率，直至进入出现非线性动力学和混沌行为的工作范围。尽管这类不稳定性限制了被动运行的上限，但可通过主动控制加以缓解，从而稳定系统。具体而言，冷却高频平移模式和摇摆模态可抑制混沌的出现，使旋转能量得以提升至最终受材料结构强度限制的水平，其他系统中也观察到了这一现象 [27]。我们观察到光学力既能激发运动，也能使其阻尼，这表明耗散工程完全可以通过光学方式实现，无需机械接触或低温基础设施。腔光力学是显著提高此类宏观物体共振频率的另一种途径[28] 。

更广泛地说，我们的研究结果表明，即使不存在轴承、接触或摩擦，刚性固体也能展现出传统上与激光器、等离子体和流体系统相关的丰富非线性动力学。从这个意义上说，悬浮立方体构成了非线性光学振荡器的一种机械类比：它是一个简约且可调的平台，可在其中高精度地探索驱动耗散非线性物理。这样的系统为精密传感 [29], 、基础物理 [30], 测试以及控制量子区间或其附近的宏观运动[31, 32]开辟了新的应用机会。立方体的固有不对称性发挥着关键作用，使平动与转动自由度都能得到稳定俘获和读出。将其用作传感器时，便可同时获取沿多个轴向和不同取向的信号，从而提升灵敏度和稳健性。

这里展示的一种特别有力的工具是振荡的类注入锁定，它为在强非线性条件下控制和稳定系统提供了一种方法。该过程可用于抑制频率噪声、稳定旋转相位，并在接近混沌阈值时仍强制实现单模运行。对于传感应用，这能够实现对微弱信号的窄带放大、提升长期稳定性并增强读出保真度。总之，这些结果确立了悬浮宏观转子作为探索非线性动力学、工程化耗散和精密传感的多功能平台，同时提供了新的工具，使人们能够在以往被认为无法实现的工作区间内稳定和控制宏观运动。

我们的研究表明，传统上在复杂高维系统中观察到的非线性动力学现象，在系统参数经过精细调节时，也可出现在具有有限数量模式的低维系统中。

数据可用性

支持本研究发现的数据可在提出合理请求后获取。

致谢

本研究得到 DARPA 青年研究者奖资助，拨款编号：D24AP00326-00。

[1] J. Millen、T. S. Monteiro、R. Pettit 和 A. N. Vamivakas，《悬浮粒子光力学》，《物理学进展报告》83，026401（2020年）。[2] D. C. Moore 和 A. A. Geraci，利用光学悬浮传感器搜寻新物理，《量子科学与技术》6，014008（2021年）。[3] E. Kilian、M. Rademacher、J. M. Gosling、J. H. Iacoponi、F. Alder、M. Toroˇs、A. Pontin、C. Ghag、S. Bose、T. S. Monteiro、 *et al.*，利用悬浮传感器搜寻暗物质，《AVS量子科学》6（2024年）。[4] G. Higgins、S. Kalia 和 Z. Liu，暗物质磁悬浮：利用悬浮超导体探测暗光子和轴子暗物质，《物理评论D》109，055024（2024年）。[5] C. Gonzalez-Ballestero、M. Aspelmeyer、L. Novotny、R. Quidant 和 O. Romero-Isart，悬浮动力学：悬浮——真空中微观物体的悬浮与控制，《科学》374，eabg3027（2021年）。[6] M. Aspelmeyer、T. J. Kippenberg 和 F. Marquardt，《腔光力学》，《现代物理评论》86，1391（2014年）。[7] M. C. Cross 和 P. C. Hohenberg，非平衡态下的图样形成，《现代物理评论》65，851（1993）。[8] R. Adler，振荡器锁定现象研究，《IRE会刊》34，351（1946）。[9] A. Pikovsky、M. Rosenblum、J. Kurths 和 R. C. Hilborn，《同步：非线性科学中的普适概念》（2002年）。[10] A. P. Ingersoll，惯性泰勒柱与木星大红斑，《大气科学杂志》26，744（1969）。[11] P. S. Marcus，木星大红斑及其他涡旋，载于：《天文学与天体物理学年度评论》第

31卷（A94-12726 02-90），第523–573页。31，523（1993）。[12] G. Ye、R. Sun、J. Zhao 和 F. Ma，磁致伸缩机械频率梳，《自然·通讯》16，9881（2025年）。[13] M. H. De Jong、A. Ganesan、A. Cupertino、S. Gr¨oblacher 和 R. A. Norte，机械泛音频率梳，《自然·通讯》14，1458（2023年）。[14] M. H. Matheny、M. Grau、L. G. Villanueva、R. B. Karabalin、M. Cross 和 M. L. Roukes，两个非谐纳米机械振荡器的相位同步，《物理评论快报》112，014101（2014年）。[15] D. Rugar 和 P. Gr¨utter，机械参数放大与热机械噪声压缩，《物理评论快报》67，699（1991年）。[16] I. Mahboob、K. Nishiguchi、A. Fujiwara 和 H. Yamaguchi，机电谐振器中的声子激射，《物理评论快报》110，127202（2013年）。[17] M. M. Sourki、W. Boinde、A. N. Amiri 和 M. Hosseini，宏观超低损耗悬浮中的非线性动力学与费米–帕斯塔–乌拉姆–青铜递归，arXiv预印本 arXiv:2510.09490（2025年）。[18] D. Kim、S. Tian、B. Calderoni、C. S. Jachimska、J. Downes 和 J. Twamley，一种超低旋转阻尼且规避涡流损耗的磁悬浮导电转子，《通讯·物理》8，381（2025年）。[19] A. B. Matsko、S. P. Vyatchanin 和 L. Yi，磁性陷阱中抗磁粒子的机械运动阻尼，《物理快报A辑》384，126643（2020年）。[20] X. Chen、N. Raj、R. Lecamwasam、M. Chen、C. Y. L. Tan、S. M. Assad 和 P. K. Lam，室温下自由旋转10小时的悬浮宏观转子（2025年），arXiv:2506.03803 [应用物理]。[21] Y. Leng、R. Li、X. Kong、H. Xie、D. Zheng、P. Yin、F. Xiong、T. Wu、C.-K. Duan、Y. Du、Z.-q. Yin、P. Huang 和 J. Du，低温抗磁悬浮微振荡器的机械耗散低于 1 μHz，《物理评论应用》15，024061（2021年）。[22] L. Landau，《能量传递理论（续篇）》，《苏联物理学杂志》2，46（1932年）。[23] C. Zener，《能级的非绝热跃迁》，《伦敦皇家学会会刊》A辑：数学与物理特论文集 137，696（1932年）。[24] J. Gieseler、M. Spasenovi´c、L. Novotny 和 R. Quidant，《真空囚禁纳米粒子的非线性模耦合与同步》，《物理评论快报》112，103603（2014年）。[25] O. Brzobohat`y、M. Ducha˘n、P. J´akl、J. Je˘zek、M. ˘Siler、P. Zem´anek 和 S. H. Simpson，《真空中光学悬浮的自旋驱动极限环振荡器的同步》，《自然·通讯》14，5441（2023年）。[26] S. Kuhn、B. A. Stickler、A. Kosloff、F. Patolsky、K. Hornberger、M. Arndt 和 J. Millen，《光驱动的超稳定纳米机械转子》，《自然·通讯》8，10 1038 41467 017 01902 9 2017。/s - - -（）。[27] M. Schuck、D. Steinert、T. Nussbaumer 和 J. W. Kolar，《磁悬浮宏观钢球的超快旋转》，《科学进展》4，e1701519（2018年）。[28] G. Guccione、M. Hosseini、S. Adlong、M. T. Johnsson、J. Hope、B. C. Buchler 和 P. K. Lam，《腔镜的无散射光学悬浮》，《物理评论快报》111，183001（2013年）。[29] R. L. L. W. H. W. L. W. H. X. C.-K. D. P. H. Y. Leng、Y. Chen 和 J. Du，《室温下利用抗磁悬浮微振荡器测量地球潮汐》，《物理评论快报》132，123601（2024年）。[30] R. L. L. W. P. Y. S. L. D. L. C.-K. D. X. K. P. H. K. Tian、Y. Sheng 和 J. Du，《利用抗磁悬浮力传感器在毫米尺度上对速度和自旋相关新奇相互作用的约束》，《物理评论快报》134，111001（2025年）。[31] J. Piotrowski、D. Windey、J. Vijayan、C. Gonzalez-Ballestero、A. de los Rios Sommer、N. Meyer、R. Quidant、O. Romero-Isart、R. Reimann、L. Novotny、*et al.*，《悬浮纳米粒子两个机械模的同时基态冷却》，《自然·物理》19，1009（2023年）。[32] J. Vijayan、J. Piotrowski、C. Gonzalez-Ballestero、K. Weber、O. Romero-Isart 和 L. Novotny，《悬浮光力学中的腔介导长程相互作用》，《自然·物理》20，859（2024年）。