arXiv:2601.01621v1 [math.OC] 4 Jan 2026

用于控制复杂非线性系统的三层时间尺度架构

Vyacheslav Kungurtsev

2025年12月

摘要

本文提出了一种用于非线性复杂系统实时控制的三层计算架构，例如时变偏微分方程。对于这类问题中的一个重要类别，由于缺乏先验系统知识、计算复杂度高、模型保真度要求严格且存在不确定性，现有的单时间尺度和双时间尺度方法从根本上说并不足够。所提出的架构由离线、中尺度和实时计算层组成，每一层承担不同的职责，并在各层之间建立特定的信息流。由此形成一种实用的系统级范式，使复杂非线性控制问题能够实时运行。

1 引言

我们提出一种按时间尺度和模型保真度组织的三层计算架构，使系统能够在计算资源和不确定性受到严格限制的情况下实现实时控制。该架构旨在为极其复杂的非线性系统（例如演化偏微分方程（PDE）和非线性（如混沌）动力学）的实时运行提供通用框架。这类状态动力学的特性带来了严峻挑战：仅依靠实时计算，甚至采用双时间尺度方案，都难以高效运行并达到足够的性能。

在一份完整篇幅的配套草稿中， [2], 提出了一个具体的实际运行问题。具体而言，在一个动态规划问题中，将用于描述明渠水流的非线性双曲型偏微分方程模型——尤其是浅水方程——作为状态定义约束。出于满足能源需求的水力发电控制需求，本文探讨了兼顾未来不确定性的认知与鲁棒性的实时运行。这

一问题是水利工程领域期望实现的目标，有望显著改善水电运行。然而，要合理解决这一问题，必须应对重大的基础性、方法论和实践挑战，因此需要一个全面的计算系统工程架构。

下一节将介绍在三个不同时间尺度下，三个层级的计算系统推理。随后，第 3 节将阐述计算、延迟以及层级间交换的信息的一般化形式化框架。第 4 节将介绍如何将现有架构和工具模块化整合到三层框架中。结语见第 5 节。

本文旨在阐述采用系统工程方法进行复杂非线性系统计算运行的动机，并提供一套实用指南。配套手稿 [2]，对时间尺度流程进行了全面阐释，并展示了本信函中提出的通用系统工程原则。作为计算系统工程领域的一项第一性原理贡献，本文旨在提供一个可用且有效的框架，以应对具有挑战性的现实世界优化任务。

贡献：

1. 我们阐明了复杂非线性系统实时控制需要三个计算时间尺度。2. 我们界定了离线层、中尺度层和实时层各自的作用、延迟及信息流。3. 我们将该架构与现有的控制、优化、数据同化和科学计算框架联系起来。

2 为什么要采用三层架构?

许多非线性偏微分方程或其他动力系统面临的主要挑战之一，是缺乏关于控制到状态映射和函数空间正则性的先验知识。因此，可用计算程序的范围既有限又难以把握，而且仅凭这些程序本身不足以解决问题。对于任何已知的软件或算法而言，同时做到快速且可靠地求解都难以实现，仅凭其自身。然而，针对这些系统已有高保真度的计算流体力学仿真（例如 CFD 仿真），也有用于求解离散化最优控制的非线性规划求解器；当系统足够简单且维度较低时，实时控制程序也能发挥作用。通过整合这些工具集的计算工作量并充分协调，可以为具有挑战性的控制任务制定合理的方案。

随附草稿 [2]针对水电运行中的浅水方程最优控制这一具体情形，讨论了相关的理论挑战。首先，非线性双曲型偏微分方程不具备任何整体存在性理论，也无法保证解的唯一性。这意味着，对于任意给定的控制值，控制到状态映射可能存在，也可能不存在；而且它对问题数据中的扰动可能表现出较差的敏感性。其次，函数空间可能是巴拿赫代数或其他一般函数空间，未必适用于伴随计算或具有误差保证的数值方法。最后，问题所涉及的整体非线性、混合整数特性以及对不确定性的考量，尤其是任何力求接近全局最优性的要求，都会在复杂度扩展方面带来计算上难以处理的挑战。

在实时场景下，也就是延迟为数秒至数分钟时，只能求解规模较小、结构简单的优化问题。“实时迭代”（RTI） [1] 求解二次规划，以近似表示随时间演化的模型预测控制（MPC）问题的非线性规划。纳入强非线性动力学以及偏微分方程近似所需的精细空间离散化，使得基于牛顿法的实时方法并不适用。在实时层面，求解的是二次规划和线性优化问题；直到最近，才开始探索混合整数方面的考量 [3]。

那么，不妨考虑一种双层结构。在计算延迟较长的层面，旨在求解针对偏微分方程或其他演化/动态系统及其不确定性进行完整、精确离散化后得到的优化问题。模型降阶（MOR）用于将这一较慢计算运行所得的解传递至实时层。实时更新会传递到较慢的层面，并在基于非线性规划（NLP）的软件设计中，通过参数化路径跟踪方法加以利用。然而，对于我们关注的复杂问题，即使这种双层结构也不足以应对。对非线性偏微分方程进行大规模优化，通常需要在高性能计算集群上计算数小时，甚至数天。情景生成会进一步成倍增加所需的计算量。此外，如果无法确定定义控制对状态影响的方程是否存在解，以及该解是否具有适于计算的光滑性，那么就很难保证非线性规划能够在合理的延迟内可靠运行。

因此，我们需要增加第三层计算支撑。最高层旨在离线运行，拥有近乎无限的时间，并可使用任何可用的高性能计算资源。离线层的目标是执行大量计算，为双层系统的时间运行做好准备。离线层会计算各种条件下的全面解估计目录，并通过经验了解控制到状态映射的可用性。随后，双层时间运行中的中尺度 层会利用该目录，为数值优化准备候选解。在决策与状态空间中，那些已发现具有解且数值敏感性合理的区域，构成了可供离

线层中尺度层优化的运行空间。关于各种运行场景结果的信息从实时层流向中尺度层，再流向离线层，从而通过反馈形成完整的三层闭环。这定义了全面的端到端双重控制（实时估计与控制）计算系统架构。

3 时间尺度分离与信息流的形式化

离线层 旨在充分利用可用的高性能计算资源，并投入必要的时间来履行其在系统中的主要职责。实践中，在其他层开展研究与开发期间，离线层可能需要专门投入一至三年的计算时间。充足的计算资源使我们有机会探索问题的复杂性爆炸，包括偏微分方程时空离散化、不确定性仿真以及对（近似）全局最优性的搜索。离线层的主要目标 是：1）提供一种方法，以便快速识别决策空间中的一个区域，在该区域内，控制到状态映射局部存在且具有正则性；2）建立一个解目录，用作时间嵌入式运行的参考轨迹和热启动。

通信 通过在部署时间嵌入式控制方案之前预先进行大量计算，该层提供一个实用的数据库及相关查询工具，供中尺度层运行时使用。具体而言，数据库存储有关控制到状态映射良定性的概率信息，以及大量参考解。中尺度层可以查询数据库，以引导优化，并提供候选解和热启动。

中观层 中尺度层具有嵌入式时间尺度，这意味着其控制算法每次迭代的持续时间存在一定延迟 T_2 ，而这一延迟是预先设定的。该持续时间不足以满足所需的实时运行要求，但能够提供更准确、精确的后台计算，并持续与实时层通信。实际上， T_2 可能持续几分钟到几小时。中尺度层对底层动态规划问题进行时空离散化，并应用现成的非线性规划求解器来计算解。可以维护一组候选解“粒子”。当预测到某些粒子的性能较差或会发生约束违反时，便依次将其淘汰，并以离线目录中的解或其他粒子的随机变异结果替代。最佳候选解将传达给实时层。

通信中观层定期向实时层传递更新后的最优

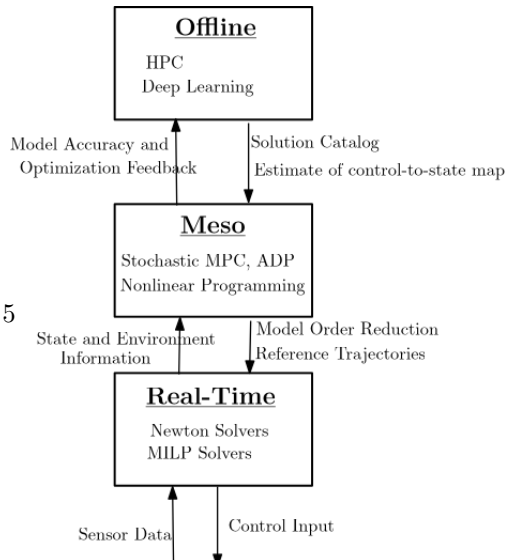
解。这些解在优化所用模型中全面纳入非线性动力学和不确定性，从而确定最优控制序列。

中尺度层查询离线层的目录，以将决策空间限制在紧致集合内；在这些集合中，控制到状态映射很可能存在且平滑，同时也可提供候选参考解。与此同时，实时层传递的实时传感器数据可用于了解预测行为与实际行为之间的差异，并将相关信息传递给离线层。离线层可利用这些信息自适应地改进其目录和决策正则性分类映射。

实时层的目标是以操作人员为在线运行设定的延迟 $T_1 < T_2$运行。实际中，这一时间可能从几秒到几分钟不等。通常，实时层与中尺度层之间相差一到两个数量级（以秒计）。实时层仅求解小型到中型的二次规划，且问题可能为混合整数规划。实时迭代算法使用牛顿型方法追踪非线性解。该层将执行实际的 MPC 方案——通过迭代求解利用更新信息构建的优化问题，并实施当前时刻求得的控制量。较短的延迟使得优化问题在设计和运行中不会随每个时间步发生显著变化，从而可通过热启动与暖启动加快计算。

通信 实时层定期从中尺度层接收有关新非线性解的信息。为便于集成，中尺度层会执行 MOR，以传递精确且计算上易于处理的参考解。实时层可以将这些解用作跟踪目标，从而使目标泛函具有凸性。同时，实时层会将实时运行传感器获取的、包含状态和环境流数据的信息传送出去。这些信息会发送至中尺度层，中尺度层还会执行数据挖掘，以便向离线层发送经过提炼的信息。

摘要 图 1 展示了该架构。该运作流程从离线目录到中尺度非线性规划解，再到实时快速计算，并由实时信息提供支持，构成了一个全面的闭环工程系统。



4 与现有架构的关系

本节针对各层以及跨层通信，提供了一套建议工具包，用于应用现有算法和软件，以促进系统运行。这有助于理解计算系统组件的用途和作用，并为从业者提供参考。为避免参考文献列表过长，本文不列出引文。不过，这些方法大多在配套论文 [2], 中有所介绍，该论文针对水利工程中的偏微分方程控制案例，全面阐述了三层计算系统架构的基础。

离线 混合整数非线性规划、多阶段随机规划、强化学习、物理信息机器学习、分布式与共享内存高并行高性能计算

中尺度 随机模型预测控制、近似动态规划、情景生成、非线性规划、粒子进化策略

实时 实时迭代、先进步模型预测控制、牛顿求解器、二次规划求解器、混合整数线性／二次规划求解器、嵌入式控制

中尺度到实时集成模型降阶、细网格到粗网格插值和 MGOpt,

实时到中尺度反馈 移动时域估计、滤波方法、嵌入式传感、系统辨识

离线到中尺度集成初始猜测、粒子进化中的变异选择目录、贝叶斯方法（用于控制到状态映射的不确定性量化）

中尺度到离线反馈 数据挖掘，基于强化学习的模型

预测控制，不确定性量化

5 结论

复杂非线性系统实时控制的现实需求与潜在愿景，对计算工程构成了巨大挑战。对于许多值得关注的问题，双时间尺度操作系统也不足以应对。本文提出了一种三时间尺度计算工程系统，明确了各层的具体职责及集成协议，旨在为此类问题提供一种运行范式，并希望能为从事复杂系统控制设计的研究人员、工程师及其他相关人士提供有益参考。

致谢 本研究获得了国家能源中心II（TN02000025）的资助。作者谨向 Fabio DiFonzo、Michael Holst、Sven Leyffer、Paul Manns、Wladimir Neves 和 Thomas Surowiec 致谢，感谢他们针对该问题提供的宝贵见解并参与讨论。

参考文献

[1] Moritz Diehl、Hans Georg Bock 和 Johannes P Schl¨oder。用于最优反馈控制中非线性优化的实时迭代方案。*SIAM*控制与优化期刊，43(5):1714–1736，2005。

[2]Fabio DiFonzo、Michael Holst、Morteza Kimiaei、Vyacheslav Kungurt- sev 和 Songqiang Qiu。面向采用非线性双曲偏微分方程的水利工程实时控制。*arXiv*预印本 *arXiv:2512.14387*，2025。

[3] Rien Quirynen 和 Stefano Di Cairano。用于实时混合整数非线性模型预测控制的序列二次规划算法。发表于*2021* 年第 *60* 届 *IEEE*决策与控制会议 *(CDC)*，第 993–999 页。IEEE，2021 年。