用于多量子比特纠缠的全局参数门

J.Z.Yang, [1] L.Guo, [1] H.N.Xiong, [2]J.H.Wang, [3] Y.Li, [1] Y.F.Yang, [1]C.J.An, [1] H.Y.Zhang, [1,4] L.Y.Sun, [1,4] Y.P. Song, [1, 4, *] 以及 L.M.Duan[1, 4, †][1]清华大学交叉信息研究院量子信息中心，中国北京 *100084*[2] 北京量子信息科学研究院北京容错量子计算重点实验室，中国北京 *100193*[3]粤港澳大湾区深圳量子科学中心 *S*实验室，中国 *518045*[4]合肥国家实验室，中国合肥 *230088*

arXiv:2601.01826v1 [quant-ph] 5 Jan 2026

我们提出并通过实验演示了一种全局参数门，可一步生成多量子比特纠缠态。通过对公共量子比特施加相对于计算量子比特具有精确失谐的参数驱动，我们直接制备了二、三和四量子比特纠缠态，其态保真度分别为 99.4%±0.2%、93.4%±0.3% 和 91.4%±0.3%。该方案仅使用微波驱动即可实现高效、可重构的控制，并且兼容固定频率量子比特。误差分析表明，不保真度主要源于退相干和相干控制误差，而静态 ZZ 耦合和磁通噪声的影响可以忽略不计。此外，采用最先进参数进行的模拟预测，这种全局量子门可在多达六个量子比特的系统中生成高保真度（99.70%）纠缠态。

所有量子信息技术都依赖一项基本前提：高保真度量子操作。这包括高保真度量子门[1–4], 按需生成纠缠态 [5–8], 以及精确的相干控制[9–13]。模拟量子多体系统是新兴量子处理器的一项关键应用[14–17]。随着超导处理器朝着日益复杂的量子比特网络扩展，出现了两项关键挑战：开发能够抵御组件故障的容错架构[18, 19], , 并大幅降低量子比特控制的资源开销 [20–22]。

目前最先进的超导量子架构采用一维构型[9, 16, 23]或重方格晶格构型[10, 18, 24, 25],；其中每个传输子量子比特都配有独立的 XY 和 Z 控制线，用于量子门操作和频率调谐。尽管这些平台已成功展示量子优势，并实现了表面码纠错，但仍容易因单个量子比特故障而发生网络碎片化。此外，多体系统中的长程相互作用能够产生丰富的物理现象和复杂的相图[26, 27]。然而，传统超导量子架构通常会限制相互作用距离。环形网络超导架构采用共享总线谐振器——每个环都包含一个公共总线谐振器，使量子比特之间能够实现全连接。借助经过设计的长程相互作用和全连接，环形结构从根本上避免了因单个量子比特故障造成的网络碎片化，从而增强了量子处理器的稳健性。

量子纠缠是量子系统的标志性特征，使其区别于经典系统[7, 8]。然而，制备大规模多量子比特纠缠态仍然充满挑战，因为这要求对量子比特及其噪声环境进行完全控制。包括超导电路和离子阱在内的平台已经实现了多量子比特纠缠[5–8, 28]。传统方法通常采用串行的双量子比特纠缠门，但这种方法的可扩展性受到量子比特相干性的限制。利用能够在单步中生成多量子比特纠缠的全局量子门，有助于降低量子电路深度并提高模拟效率。理论值预测，具有全连接性的全局多量子比特纠缠门可能是实现多项式加速甚至指数加速的关键[29–31]。尽管并行操作五个量子比特对已被用于生成Greenberger-Horne-Zeilinger（GHZ）态[5], ，但该方法要求所有量子比特与总线谐振器具有相同的耦合强度并从其调谐偏离，这带来了制造方面的挑战，并需要具备磁通可调性。

此外，该量子门方案预计可兼容采用纯微波控制的固定频率量子比特，从而降低量子比特控制的资源开销。此类方案已有研究，包括交叉谐振（CR）门[32, 33], 、谐振器诱导相位门（RIP）[34], 以及所提出的几何相位门[35, 36]。虽然CR门不支持全局量子门方案，但重聚焦RIP门可以实现全局纠缠门[34], , 前提是每个量子比特的频率都能够单独调谐，或采用回波技巧。在本研究中，我们展示了在具有高连通性架构的环形网络超导处理器中，利用总线谐振器实现可编程量子比特间耦合的全局纠缠门。通过对公共量子比特施加参数化驱动，并使其相对于计算量子比特具有精确的频率失谐，我们能够在单步操作中生成四量子比特纠缠态，其保真度为91.4%（±0.3%）。这种独特的全局量子门方案能够高效地产生多量子比特纠缠，

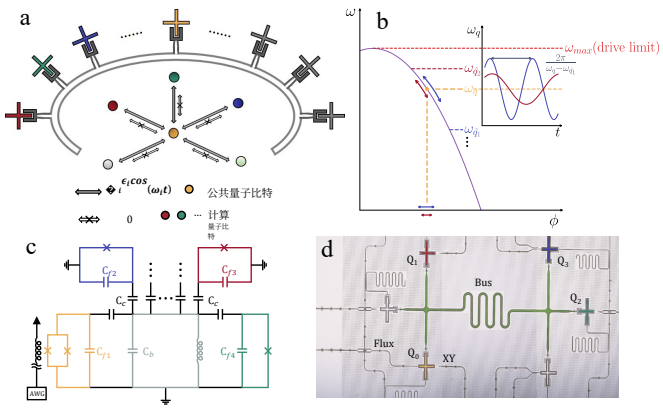


图1. 器件架构和门原理。(a-b) 全局参数门的工作原理。多个计算量子比特（红色、蓝色、绿色.....）耦合到共享总线谐振器，从而实现全连接。通过对磁通可调公共量子比特（黄色）施加微波参数驱动，可在单步中生成多个量子比特间的纠缠。该驱动由多个频率分量叠加而成，这些分量相对于固定频率计算量子比特失谐。(c) 超导架构的示意电路，其中包含共享总线谐振器。参数驱动通过专用磁通线施加到公共量子比特。(d) 制成器件的伪彩色光学图像。

并且仅通过参数化微波驱动即可提供可重构控制。该方法支持使用固定频率的计算量子比特，在实现频率选择性的同时，缓解频率拥挤，并将对环境噪声的敏感性降至最低。

全局参数门的工作原理。 图 1(a)、(b) 展示了全局参数门的工作原理。这里，频率可调公共量子比特偏置在一个工作点上，其频率偏离甜点的幅度大于其与每个计算量子比特之间的失谐。我们通过向公共量子比特的磁通线施加微波驱动，利用总线谐振器在公共量子比特与第 j 个计算量子比特之间产生有效耦合 $g_{j,eff}$。该驱动是特定频率分量的叠加，这些分量使公共量子比特与每个计算量子比特失谐，表示为$\sum_j \Omega_j \sin(\Delta_j t+\phi_j)$，其中 $\Delta_j = \omega_j - \omega_0$ 是公共量子比特（ω_0）与第 j 个计算量子比特（ω_j）之间的频率失谐。通过调制每个驱动频率分量的幅度 Ω_j 和相位 ϕ_j，可以独立调节耦合 $g_{j,eff}$。我们将所有量子比特初始化为基态 $|0\rangle$。随后对一个量子比特施加一个 π 脉冲，以制备初始态 $|1\rangle|0\rangle^{\otimes j-1}$。接着，激活参数驱动并持续时间 t，使其满足条件 $g_{j,eff}t = (n+\frac{1}{4})\pi$，其中 n 为整数。该操作生成一个 j 量子比特 W 态：$|W_j\rangle = \frac{1}{\sqrt{j}}(|100\cdots0\rangle + |010\cdots0\rangle + \cdots + |00\cdots01\rangle)$，条件是所有计算量子比特与公共量子比特之间的耦合强度 $g_{j,eff}$ 均相同。该量子门方案不同于传统参数方法；后者要么使用微波驱动的可调耦合器实现双量子比特量子门[37–39]，要么通过依次对量子比特对施加双量子比特量子门来生成多量子比特态[6]。

实验装置。 我们的量子处理器由六个传输子量子比特（Q_0-Q_5）组成，它们耦合到共享总线谐振器。为实现全局纠缠门，我们使用量子比特 Q_0 作为公共量子比特，使用 Q_1-Q_3作为计算量子比特，如图1(d)所示。所有四个量子比特相对于总线谐振器均为负失谐；当 j=0 分别为 1、2、3 时，量子比特频率为 $\omega_j/2\pi = 5.0408$、5.0992、5.2056 和 5.2347 GHz，谐振器频率为 $\omega_b/2\pi$=5.5208 GHz。测得各量子比特 Q_j 与总线谐振器之间的耦合强度分别为 $h_j/2\pi$=17.3、22.8、18.2 和 15.2 兆赫兹，满足色散条件 $h_j \ll |\Delta_{j,b}|$，其中$\Delta_{j,b} = \omega_j - \omega_b$。

在旋转波近似（RWA）下，系统的哈密顿量为（详情请参见补充材料）：

$$H = \sum_{j=0}^{n} \frac{\alpha_j}{2} a_j^\dagger a_j^\dagger a_j a_j + \sum_{j=1}^{n} g_j (a_0 a_j^\dagger e^{i\Delta_j t} + h.c.) + \sum_{j=1}^{n} \Omega_j \sin(\nu_j t + \phi_j) a_0^\dagger a_0 \quad (1)$$

其中 $g_j = \frac{h_0 h_j}{2}(\frac{1}{\Delta_0} + \frac{1}{\Delta_j})$，$\Omega_j$ 和 ν_j 分别是量子比特对 Q_0-Q_j 的参数驱动幅度和频率。 α_j 表示 Q_j 的非简谐性。

在相互作用绘景中，经过幺正变换 $U = \mathrm{Exp}\{i\sum_{j=1}^{n} \epsilon_j \cos(\nu_j t+\phi_j) a_0^\dagger a_0\}$ 后，哈密顿量变为：

$$H_I = \sum_{j=1}^{n} g_j \left(a_0 a_j^\dagger e^{i\Delta_j t} e^{\sum_{j=1}^{n} \epsilon_j \cos(\nu_j t+\phi_j)} + h.c. \right) \quad (2)$$

其中 $\epsilon_j = \Omega_j/\nu_j$。当 $\nu_j = \Delta_j$ 与有效驱动 $\epsilon_1, \epsilon_2, \ldots, \epsilon_j$ 相同时，可得到最终的有效哈密顿量：

$$H = \sum_{j=1}^{n} g_j J_1(\epsilon_j) \prod_{k\neq j} J_0(\epsilon_k)(i a_0 a_j^\dagger e^{i\phi_j} + h.c.) \quad (3)$$

这个有效哈密顿量描述了一种可控的交换相互作用，其有效耦合强度为 $g_{j,eff} = g_j J_1(\epsilon_j) \prod_{k\neq j} J_0(\epsilon_k)$，其中 J_n 是第一类贝塞尔函数 [37, 40]。

我们首先对双量子比特参数门进行表征。通过向公共量子比特的磁通线施加特定的偏置电压（见补充材料），将其工作频率 Q_0 设定为 5.0408 GHz。为考虑非线性频率响应，我们对参数驱动进行调制，使量子比特频率

以 $\Omega_j \sin(\nu_j t + \phi_j)$ 的形式围绕其工作设定点对称振荡。

在公共量子比特上施加参数调制脉冲后，我们测量两个量子比特（例如， Q_0 和 Q_1）的同时量子态布居随门长度和驱动频率的变化。图 2(e)所示的布居交换表明，量子比特之间存在相干激发振荡。参数磁通调制会使公共量子比特的频率发生直流偏移[38, 39]，，从而使共振交换频率相对于未驱动时的值 ν_j、Ω_j=0偏移约 8.3 兆赫兹。在图3(a)上图中，我们绘出了在使量子比特间量子交换最大化的驱动频率下，双量子比特态 $|01\rangle$ 和 $|10\rangle$ 之间的交换振荡。振荡周期由有效耦合强度 g_j、$_{eff}$（ϵ_j）决定。在实验中，我们选择了能使该强度最大化的驱动幅度，从而将振荡周期缩至最短，详情见补充材料。在图3(a)中特定的位置，即 g_j、$_{eff}t = (n+\frac{1}{4})$ 处，激发在两个量子比特之间均分，并可生成最大纠缠态 $\frac{\sqrt{2}}{2}(|01\rangle + i|10\rangle)$ [38, 39]。满足 g_j、$_{eff}t = (n+\frac{1}{2})$ 的脉冲长度可实现原始 iSWAP门，进而用于构建量子计算的通用门集。通过施加参数驱动，使公共量子比特与所有计算量子比特之间具有均匀的耦合强度 g_j、$_{eff}$，我们观察到交换振荡。从初始态 $\uparrow 100\rangle$ 和 $|1000\rangle$出发的这些振荡如图3(a)中图和下图所示。纠缠双、三和四量子比特态分别在 320 纳秒、460 纳秒和 720 纳秒的门时间下生成，并通过量子态层析加以验证。

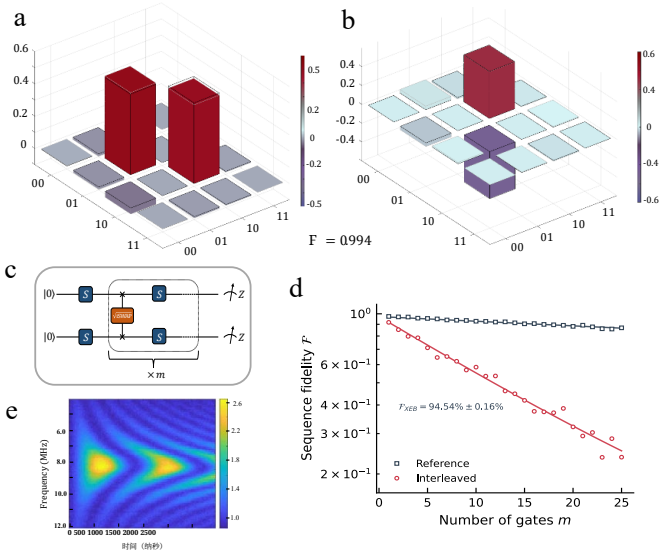


图 2. 重构得到的 Q_0-Q_1 双量子比特密度矩阵的实部 (a) 和虚部 (b)（F = 0.994(2)，t_{gate} = 320纳秒）。实验结果（彩色柱）与理想态（半透明柱）进行比较。(c) √iSWAP门的 XEB 序列电路示意图。单量子比特门 S 从 64 个不同的单量子比特门组成的集合中随机选取。(d) √iSWAP门（t_{gate} = 316 纳秒）和参考门的保真度衰减随电路深度 m 的变化。(e) $|10\rangle$ 与 $|01\rangle$ 之间的交换振荡随驱动时长和驱动频率 ν_1、Ω_1 相对于量子比特频率失谐 Δ_1 （$\Omega_1 = 0$）的变化。参数调制使 Q_0 的频率产生 8.3 兆赫兹的直流偏移，从而使共振交换偏离ν_1、Ω_1=0。

量子态层析与交叉熵基准测试。我们按照图3 (b) 和 (c) 中的脉冲序列，使用量子态层析（ QST ）表征纠缠态。以 Q_0-Q_1量子比特对为例，我们将两个量子比特都初始化为基态 $|0\rangle$ ，并向 X_π 施加 Q_1脉冲。随后启动参数驱动，持续 320 纳秒。在进行联合单次读出以执行量子态层析之前，对双量子比特态施加九种不同的单量子比特操作 $\{I, X_{\frac{\pi}{2}}, Y_{\frac{\pi}{2}}\} \otimes \{I, X_{\frac{\pi}{2}}, Y_{\frac{\pi}{2}}\}$。所得数据经最大似然估计处理后

……，得到用于重构双量子比特密度矩阵的 16 个泡利迹，ρ。参数驱动会使两个量子比特都产生相移。为补偿这一影响，我们对每个量子比特施加一个虚拟 Z 门，以消除测得的相位偏移。实现的态保真度定义为 $F(\rho, \sigma) = \sqrt{\sqrt{\rho}\sigma\sqrt{\rho}}$，其中±02% 对应于 Q_0-Q_1，99.0%±0.2 % 对应于 Q_0-Q_2，其中 σ 是理想最终态的密度矩阵。图 2 (a) 和 (b) 展示了一个具有代表性的 Q_0-Q_1双量子比特态密度矩阵。除非另有说明，所有态层析和门层析结果均包含对成功制备基态的后选择

初始化。

为在消除态制备与测量（SPAM）误差的同时表征双量子比特门，我们进行了交叉熵基准测试（XEB）[4, 10]。该协议如图 2(c) 所示，包括施加一系列随机单量子比特旋转，这些旋转从由 64 个不同单量子比特门组成的集合中选取。每个门由一个 $\pi/2$ 绕 xy 平面内某一轴的旋转（角度为 $n\pi/8$ ）以及一个角度为 $n\pi/8$ (n = 0，1，…，7) 的 Z 旋转构成。通过测量每个门序列对应的输出比特串 x_i，我们计算标准的 XEB 保真度（F_{XEB}）。

对量子比特和驱动相位，以及公共量子比特的磁通控制线响应进行精确校准至关重要[41]。为此，我们采用 Cryoscope 协议，通过在芯片级测量专用磁通控制线的阶跃响应，表征原位磁通 ϕ_{Q_0}[42]。Cryoscope测量是一种类 Ramsey 协议，其中在两个$\pi/2$ 脉冲之间插入固定振幅、持续时间各异的方形磁通脉冲。磁通脉冲产生的累积相移（ϕ）揭示了量子比特在芯片上的频率失谐，计算方式为 $\Delta\phi/\Delta t$。我们将这一失谐转换为

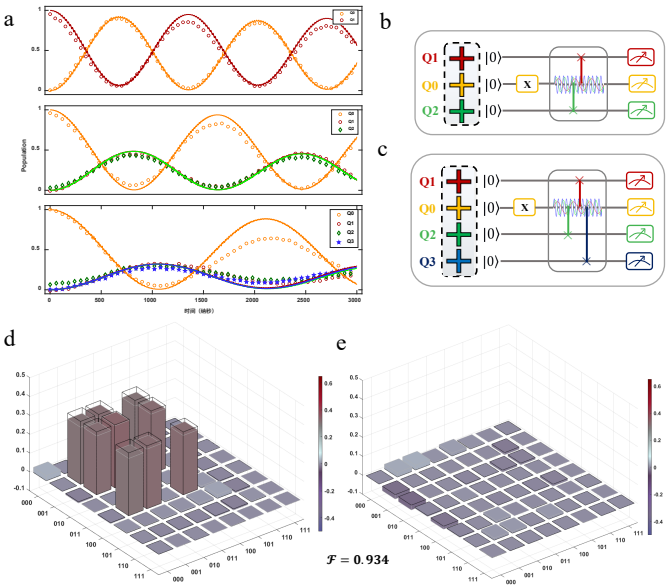


图 3. (a) 多量子比特交换振荡期间的量子比特占据概率。上、中、下三个面板分别对应双量子比特（Q_0-Q_1，初始态|01⟩）、三量子比特（Q_0-Q_1-Q_2，初始态 |100⟩）和四量子比特（Q_0-Q_1-Q_2-Q_3，初始态 |1000⟩）系统。实验数据以彩色标记表示，仿真结果以实线表示（Q_0：黄色，循环 Q_1：红色，循环 Q_2：绿色，菱形 Q_3：蓝色，五角星）。对于双量子比特、三量子比特和四量子比特情况，相对于各计算量子比特与公共量子比特之间的失谐，参数驱动频率分别偏移 8.3 兆赫兹、7.6 兆赫兹和 10.8 兆赫兹。模拟参数：Ω 1/2π=41.4 兆赫兹， $\nu_1/2\pi$=58.4 兆赫兹（Q_0-Q_1）；Ω 1/2π=29 9 1 2=1 3 $\nu_1/2\pi$=58 4 $\nu_2/2\pi$=. 兆 164 8 Q_0 Q_1 Q_2 1/2π=18 3 1 2 3=1 3 4 赫兹，Ω :Ω : , . 兆赫兹, . 兆赫兹 (- -); Ω . 兆赫兹，Ω :Ω :Ω : : , $\nu_1/2\pi$ = 58 4 $\nu_2/2\pi$ = 164 8 $\nu_3/2\pi$ = 193 9 . 兆赫兹, . 兆赫兹, . 兆赫兹（Q_0-Q_1-Q_2-Q_3）。(b, c) 分别为三量子比特和四量子比特纠缠实验中用于量子态层析（QST）的脉冲序列。(d, e) 重构得到的量子比特 Q_0-Q_1-Q_2 的三量子比特密度矩阵的实部和虚部（F = 0.934(3)， t_{gate}=460纳秒）。实验结果（彩色柱）与理想态（透明柱）进行比较。

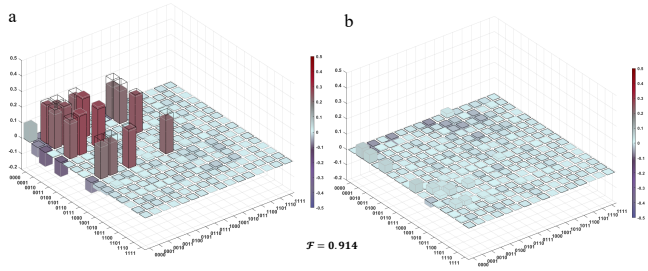


图 4. 四量子比特纠缠的量子态层析。门时间（t_{gate}）为 720 纳秒后测得的量子比特 Q_0-Q_1-Q_2-Q_3 重构四量子比特密度矩阵的实部 (a) 和虚部 (b)。达到的态保真度为 0.914(3)。实验结果以彩色柱表示，并与理想态（透明柱）叠加以供比较。

利用预校准量子比特频谱得到磁通振幅，从而获得响应；其时间分辨率由磁通脉冲的时域分辨率决定。为抑制磁通纹波并纠正相位误差，我们随后应用无限冲激响应（IIR）和有限冲激响应（FIR）滤波器[42]。经过这番校准和优化后，我们实现了平均 $\sqrt{\text{iSWAP}}$ 量子门保真度 94.54%±0.16%，通过交叉熵基准测试（XEB）测得。完整的方法细节见补充材料。

现在，我们使用 图3 (b) 和 (c) 所示的量子电路，对多量子比特全局门进行基准测试。这些电路旨在生成纠缠的三量子比特和四量子比特 W 态，随后对所得量子态进行量子态层析。我们首先校准每个参数分量的最佳驱动幅度 Ω_j ，以确保所有量子比特对具有相同的振荡周期。计算量子比特与公共量子比特之间的工作频率失谐和耦合强度各不相同。因此，三量子比特和四量子比特量子门的门时间不同于特定双量子比特门的门时间。与双量子比特操作类似，我们将所有量子比特初始化为基态 |0⟩，对 π施加 Q_0脉冲，然后分别在三量子比特和四量子比特情况下启动参数驱动 460 纳秒和 720 纳秒。在 $X(Y,\ Z)$ 基下进行测量时，在读出前对每个量子比特施加泡利$Y(X,\ I)$ 旋转。由此，分别为三量子比特和四量子比特态获得 64 个（8 × 8）和 256 个（16 × 16）泡利迹数据集，每个数据集包含 N = 10000 次重复。最后，我们使用最大似然估计重构密度矩阵 ρ。三量子比特和四量子比特 W 态的态保真度分别达到 93.4%±0.3% 和 91.4%±0.3%。具有代表性的实验密度矩阵和理想矩阵见 图3(d)(e) 和 图4(a)(b)。

误差预算分析。我们进行了误差预算分析，以验证门误差的来源，并分离非相干噪声与相干噪声的贡献。量子误差通道可用 Kraus 算子表示为 $\varepsilon(\rho) = \sum_k K_k \rho K_k^\dagger$, $\sum_k K_k^\dagger K_k = I$ 其中 ρ 和I 分别表示状态密度矩阵和单位算符。对于 d 维系统，平均保真度为 $F = \frac{1}{d(d+1)} \sum_k [\text{Tr}(K_k^\dagger K_k) + |\text{Tr}(K_k)|^2]$[2, 3, 43]，其中 d 为计算子空间的维数。根据 Kraus 算子，由第q个量子比特的弛豫（T_1^q）和纯退相位（T_ϕ^q）引起的非相干误差可计算为 $\alpha \cdot t_g \sum_q (\frac{1}{T_1^q} + \frac{1}{T_\phi^q})$，其中门时间为 t_g ，对于二、三和四量子比特系统，前置因子分别为 α=2/5、4/9 和 8/17（详情见补充材料）[2, 44]。使用

量子比特相干时间数据（见补充材料），我们计算得出的相干性限制的不保真度分别为 1.44%、3.35% 和 7.87%，对应二、三和四量子比特门（Q_0-Q_1、 Q_0-Q_1-Q_2、 Q_0-Q_1-Q_2-Q_3）。

接下来，我们考察参数驱动在公共量子比特上引起的磁通噪声引起的误差（Q_0）。该量子比特对穿过其约瑟夫森结环路的磁通涨落十分敏感。我们使用公式 T_2^{Echo} 分析 Q_0的数据： $P_{|1\rangle} = A + B\mathrm{e}^{-\Gamma t-(\Gamma_\phi^E t)^2}$，其中， Γ 表示能量弛豫（T1）和白噪声的影响，而 Γ_ϕ^E 量化了 $1/f$ 噪声引起的退相位。磁通噪声幅度$\sqrt{A_\Phi}$ 通过$\Gamma_\phi^E = \sqrt{\ln 2}|\frac{\partial\omega}{\partial\Phi}|\sqrt{A_\Phi}$提取，其中 $S_\phi = A_\Phi/\omega$且 S_ϕ为磁通噪声谱密度（$\sqrt{A_\Phi} = 2.45\mu\phi_0$）[1, 2, 45]。数值模拟表明，已实现量子门（320–720 纳秒）中由磁通噪声引起的非相干误差约为 10^{-4}，在当前阶段可以忽略不计。

数值模拟。为进一步研究潜在的误差源，我们使用式（S1）中的广义哈密顿量进行数值模拟，其中包含高能级态。这些模拟纳入了量子比特退相干、退相位、磁通噪声以及非预期的 ZZ 相互作用（详见补充材料）。所有模拟参数均设为实验测得的数值。态保真度按以下方式计算： $F(\rho, \sigma) = \sqrt{\sqrt{\rho}\sigma\sqrt{\rho}}$，其中 σ 是理想最终态的密度矩阵， ρ 是模拟得到的密度矩阵。我们通过模拟量子门幺正算符的演化，或对 36 个初始双量子比特态的态保真度取平均，来估算门保真度。这些态构成集合 $\{|0\rangle, |1\rangle, \frac{\sqrt{2}}{2}(|0\rangle \pm |1\rangle), \frac{\sqrt{2}}{2}(|0\rangle \pm i|1\rangle)\}^{\otimes 2}$，由六种标准初始单量子比特态生成。

我们首先模拟双量子比特、三量子比特和四量子比特态的交换振荡；结果以实线绘于图3(a)中。模拟得到的振荡与实验数据吻合良好，且无需使用任何可调参数。使用 Q_0-Q_1 对和 Q_0-Q_2 对的初始态进行双量子比特量子态层析（QST）模拟，得到的纠缠态保真度分别为99.39%和99.38%$\{|0\rangle, |1\rangle\}^{\otimes 2}$这些结果与实验测得的保真度一致。退相干和退相位导致 Q_0-Q_1 的不保真度为0.60%， Q_0-Q_2的不保真度为0.61%。小于 10^{-4} 的可忽略不保真度归因于非预期的静态 ZZ 相互作用。此外，比较36个初始态后，我们发现， $\{|0\rangle, |1\rangle\}^{\otimes 2}$ 中的态保真度（99.39%）高于 $\{|+\rangle, |i+\rangle\}^{\otimes 2}$中的态保真度（96.57%）。这表明，后者更容易受到退相干/退相位误差的影响。

模拟得到的 Q_0-Q_1 （Q_0-Q_2）量子门保真度为 98.22%（97.84%），其中退相干/退相位造成的保真度损失为 1.53%（1.72%），静态 ZZ 相互作用造成的保真度损失为 0.08%（0.23%）。这一结果高于实验测得的 XEB 保真度 94.54%±0.16%（Q_0-Q_1），两者相差 3.68%；我们认为这归因于其他相干控制缺陷。

最后，针对三量子比特和四量子比特纠缠态的量子态层析模拟分别得到 98.99% 和 98.34% 的保真度。模拟的主要不保真度分别为 0.99% 和 1.64%，归因于退相干和退相位；而静态 ZZ 相互作用和磁通噪声的影响可以忽略，两者均在 10^{-4}量级。然而，实验测得的保真度较低，分别为 93.4% 和 91.4%。约 5.59% 和 6.94% 的差异主要源于态制备与测量误差以及其他相干控制误差，这些误差未纳入模拟。

根据上述分析，我们得出结论：全局参数驱动方案生成的多粒子纠缠态中的误差，主要源于退相干和相干控制误差。相比之下，静态 ZZ 和磁通噪声的影响可以忽略，处于 10^{-4}量级。这些误差源及其对应的预算汇总于 表 I。

讨论与总结。 W 态具有稳健性和持久的纠缠，因此是量子信息处理中的宝贵资源[46]，，适用于涉及量子网络和通信以及需要考虑量子比特损失的任务。减小公共量子比特与计算量子比特之间的频率失谐，同时增强它们与总线的相互作用，可以显著缩短门时间，从而抑制退相干误差。例如，仿真表明，√iSWAP 量子门可在50纳秒内实现，此时频率失谐为100兆赫兹（$\Delta_1/2\pi$=100.0兆赫兹， $\omega_b/2\pi$=5.1922吉赫兹），量子比特—总线耦合为30兆赫兹（$h_{0,\ 1}/2\pi$=30兆赫兹），其余参数均与图3（a）中的参数一致。利用最先进的超导量子比特参数（见补充材料），我们在包含退相干、静态ZZ耦合和磁通噪声的情况下，模拟了通过全局参数驱动门在二至六量子比特系统中生成纠缠态的过程。所得态保真度分别为99.91%、99.88%、99.85%、99.80%和99.70%，均显著高于W态真正的多体纠缠阈值[47]。这意味着，在六边形环形网络晶格中，可以通过单步操作生成高保真的环内多体纠缠。此外，通过对相邻环之间共享的公共量子比特施加参数驱动，我们还可以实现跨越晶格的多量子比特纠缠。因此，该方案能够在蜂窝状超导晶格中实现长程相互作用，并生成跨越晶格的多体纠缠态。

表 I. 两量子比特、三量子比特和四量子比特纠缠的模拟误差源。模拟参数：1：$\Omega_1/2\pi$=44.6 兆赫兹， $\nu_1/2\pi$=58.4 兆赫兹， t_{gate}=320 纳秒（Q_0-Q_1）；2：$\Omega_2/2\pi$=136.1 兆赫兹， $\nu_2/2\pi$= 154.9 兆赫兹， t_{gate}=365 纳秒（Q_0-Q_1）；3：$\Omega_1/2\pi$=32.6 兆赫兹，Ω_1:Ω_2=1:3， $\nu_1/2\pi$ = 58.4 兆赫兹， $\nu_2/2\pi$ = 164.8 兆赫兹， t_{gate}=460 纳秒（Q_0-Q_1-Q_2）；4：$\Omega_1/2\pi$=18.3 兆赫兹，Ω_1:Ω_2:Ω_3=1:3:4， $\nu_1/2\pi$ = 58.4 兆赫兹， $\nu_2/2\pi$ = 164.8 兆赫兹， $\nu_3/2\pi$ = 193.9 兆赫兹， t_{gate}=720纳秒（Q_0-Q_1-Q_2-Q_3）；5：$\Omega_1/2\pi$=55 兆赫兹， $\nu_1/2\pi$ = 59.4 兆赫兹，t_{gate}=316纳秒（Q_0-Q_1）；6：$\Omega_2/2\pi$=135兆赫兹， $\nu_2/2\pi$ = 154.0 兆赫兹， t_{gate}=366纳秒（Q_0-Q_2）。各列显示模拟不保真度的各项贡献： $\epsilon_{\mathrm{decoh}}$ （退相干/退相位）、 ϵ_{ZZ} （静态 ZZ 相互作用）和 ϵ_{flux} （磁通噪声）。

器件	$\mathcal{F}_{\mathrm{sim}}$	$\epsilon_{\mathrm{decoh}}$	ϵ_{ZZ}	ϵ_{flux}	$\mathcal{F}_{\mathrm{exp}}$
两比特量子态层析 (Q_0-Q_1)	99.39%	0.60%	1.1×10^{-5}	1.9×10^{-5}	99.4% $\pm$ 0.2%
两比特量子态层析 (Q_0-Q_2)	99.38%	0.61%	1.2×10^{-5}	2.7×10^{-5}	99.0% $\pm$ 0.2%
三比特量子态层析 (Q_0-Q_1-Q_2)	98.99%	0.99%	3.3×10^{-4}	3.1×10^{-4}	93.4% $\pm$ 0.3%
4量子比特 QST（全部）	98.34%	1.64%	6.4×10^{-4}	7.2×10^{-4}	91.4% $\pm$ 0.3%
量子门（Q_0-Q_1）	98.22%	1.53%	8.0×10^{-4}	1.2×10^{-3}	94.54% $\pm$ 0.16%
量子门（Q_0-Q_2）	97.84%	1.72%	2.3×10^{-3}	1.5×10^{-3}	–

致谢

感谢Haiyan Wang和Yue Jiang提供技术支持。本工作得到量子科学与技术—国家科技重大专项（项目编号：2021ZD0301700）的支持。

作者贡献

L.M.D. 和 Y.P.S 负责指导本项目。Y.P.S 和 J.Z.Y 完成了测量和模拟。Y.P.S 制作了器件。Y.P.S 在所有作者的反馈基础上撰写了手稿，J.Z.Y. 撰写了补充材料中的特定部分。

利益冲突

作者声明不存在利益冲突。

* ypsong@mail.tsinghua.edu.cn † lumingduan@tsinghua.edu.cn

[1] Y. Sung, L. Ding, J. Braumüller, A. Vepsäläinen, B. Kan- nan, M. Kjaergaard, A. Greene, G. O. Samach, C. Mc- Nally, D. Kim, 等， Physical Review X **11**, 021058 (2021)。[2] R. Li, K. Kubo, Y. Ho, Z. Yan, Y. Nakamura, and H. Goto, Physical Review X **14**， 041050 (2024)。[3] L. Ding, M. Hays, Y. Sung, B. Kannan, J. An, A. Di Paolo, A. H. Karamlou, T. M. Hazard, K. Azar, D. K. Kim, 等， Physical Review X **13**， 031035 (2023)。[4] Y. Kim, A. Morvan, L. B. Nguyen, R. K. Naik, C. Jünger, L. Chen, J. M. Kreikebaum, D. I. Santiago, and I. Siddiqi, Nature Physics **18**， 783 (2022)。

[5] C. Song, K. Xu, W. Liu, C.-p. Yang, S.-B. Zheng, H. Deng, Q. Xie, K. Huang, Q. Guo, L. Zhang, 等， 《Physical Review Letters》 **119**, 180511 (2017). [6] M. Reagor, C. B. Osborn, N. Tezak, A. Staley, G. Prawiroatmodjo, M. Scheer, N. Alidoust, E. A. Sete, N. Didier, M. P. da Silva, 等， 《Science Advances》 **4**, eaao3603 (2018). [7] M. Gong, M.-C. Chen, Y. Zheng, S. Wang, C. Zha, H. Deng, Z. Yan, H. Rong, Y. Wu, S. Li, 等， 《Physical Review Letters》 **122**, 110501 (2019). [8] N. Friis, O. Marty, C. Maier, C. Hempel, M. Holzäpfel, P. Jurcevic, M. B. Plenio, M. Huber, C. Roos, R. Blatt, 等， Physical Review X **8**, 021012 (2018). [9] R. Barends, J. Kelly, A. Megrant, A. Veitia, D. Sank, E. Jeffrey, T. C. White, J. Mutus, A. G. Fowler, B. Campbell, 等， Nature **508**, 500 (2014). [10] F. Arute, K. Arya, R. Babbush, D. Bacon, J. C. Bardin, R. Barends, R. Biswas, S. Boixo, F. G. Brandao, D. A. Buell, 等， Nature **574**, 505 (2019). [11] S. Boixo, S. V. Isakov, V. N. Smelyanskiy, R. Babbush, N. Ding, Z. Jiang, M. J. Bremner, J. M. Martinis, and H. Neven, Nature Physics **14**, 595 (2018). [12] K. A. Landsman, C. Figgatt, T. Schuster, N. M. Linke, B. Yoshida, N. Y. Yao, and C. Monroe, Nature **567**, 61 (2019). [13] J.-H. Wang, T.-Q. Cai, X.-Y. Han, Y.-W. Ma, Z.-L. Wang, Z.-H. Bao, Y. Li, H.-Y. Wang, H.-Y. Zhang, L.-Y. Sun, 等， Physical Review Research **4**, 043141 (2022). [14] B. Fauseweh, Nature Communications **15**, 2123 (2024). [15] P. J. O'Malley, R. Babbush, I. D. Kivlichan, J. Romero, J. R. McClean, R. Barends, J. Kelly, P. Roushan, A. Tranter, N. Ding, 等， Physical Review X **6**, 031007 (2016). [16] P. Roushan, C. Neill, J. Tangpanitanon, V. M. Bastidas, A. Megrant, R. Barends, Y. Chen, Z. Chen, B. Chiaro, A. Dunsworth, 等， 《科学》 **358**, 1175 (2017). [17] N. Maskara, S. Ostermann, J. Shee, M. Kalinowski, A. McClain Gomez, R. Araiza Bravo, D. S. Wang, A. I. Krylov, N. Y. Yao, M. Head-Gordon, 等， Nature Physics **21**, 289 (2025). [18] R. Versluis, S. Poletto, N. Khammassi, B. Tarasinski, N. Haider, D. J. Michalak, A. Bruno, K. Bertels, and L. DiCarlo, Physical Review Applied **8**, 034021 (2017).

[19] C. Chamberland, G. Zhu, T. J. Yoder, J. B. Hertzberg, and A. W. Cross, Physical Review X 10, 011022 (2020). [20] G. Li, Y. Ding, and Y. Xie，载于《第二十五届编程语言与操作系统架构支持国际会议论文集》（2020），第1031–1045页。[21] J. M. Gambetta, J. M. Chow, and M. Steffen, npj Quantum Information 3, 2 (2017). [22] A. W. Cross, L. S. Bishop, S. Sheldon, P. D. Nation, and J. M. Gambetta, Physical Review A 100, 032328 (2019). [23] J. Kelly, R. Barends, A. G. Fowler, A. Megrant, E. Jef- frey, T. C. White, D. Sank, J. Y. Mutus, B. Campbell, Y. Chen, 等， Nature 519, 66 (2015). [24] M. Takita, A. W. Cross, A. D. Córcoles, J. M. Chow, and J. M. Gambetta, Physical Review Letters 119, 180501 (2017). [25] M. Gong, S. Wang, C. Zha, M.-C. Chen, H.-L. Huang, Y. Wu, Q. Zhu, Y. Zhao, S. Li, S. Guo, 等， 《科学》372, 948 (2021). [26] N. Defenu, T. Donner, T. Macrì, G. Pagano, S. Ruffo, and A. Trombettoni, 《现代物理学评论》95, 035002 (2023). [27] C. Lyu, X. Tang, J. Li, X. Xu, M.-H. Yung, and A. Bayat, 《New Journal of Physics》25, 053022 (2023). [28] Y. Wang, Y. Li, Z.-q. Yin, and B. Zeng, npj Quantum Information 4, 46 (2018). [29] Y. Lu, S. Zhang, K. Zhang, W. Chen, Y. Shen, J. Zhang, J.-N. Zhang, and K. Kim, Nature 572, 363 (2019). [30] D. Maslov and Y. Nam, 《New Journal of Physics》20, 033018 2018( ). [31] E. A. Martinez, T. Monz, D. Nigg, P. Schindler, and R. Blatt, 《New Journal of Physics》18, 063029 (2016). [32] S. Sheldon, E. Magesan, J. M. Chow, and J. M. Gam- betta, Physical Review A 93, 060302 (2016). [33] T.-Q. Cai, X.-Y. Han, Y.-K. Wu, Y.-L. Ma, J.-H. Wang, Z.-L. Wang, H.-Y. Zhang, H.-Y. Wang, Y.-P. Song, and L.-M. Duan, Physical Review Letters 127, 060505 (2021). [34] H. Paik, A. Mezzacapo, M. Sandberg, D. T. Mc- Clure, B. Abdo, A. D. Córcoles, O. Dial, D. F. Bo- gorin, B. Plourde, M. Steffen, 等, arXiv预印本 arXiv:1606.00685 (2016). [35] T.-Q. Cai, J.-H. Wang, Z.-L. Wang, X.-Y. Han, Y.-K. Wu, Y.-P. Song, and L.-M. Duan, Physical Review Research 3, 043071 (2021). [36] S.-L. Zhu and Z. Wang, Physical Review Letters 91, 187902 2003( ). [37] X. Li, Y. Ma, J. Han, T. Chen, Y. Xu, W. Cai, H. Wang, Y.-P. Song, Z.-Y. Xue, Z.-q. Yin, 等， Physical Review Applied 10, 054009 (2018). [38] D. C. McKay, S. Filipp, A. Mezzacapo, E. Magesan, J. M. Chow, and J. M. Gambetta, Physical Review Applied 6, 064007 2016( ). [39] X. Han, T. Cai, X. Li, Y. Wu, Y. Ma, Y. Ma, J. Wang, H. Zhang, Y. Song, and L. Duan, Physical Review A 102, 022619 2020( ). [40] Y. Wu, L.-P. Yang, M. Gong, Y. Zheng, H. Deng, Z. Yan, Y. Zhao, K. Huang, J. Clark, W. J. Munro, 等， npj Quantum Information 4, 50 (2018). [41] B. R. Johnson, 《超导电路中的光子控制》（耶鲁大学，2011）。[42] M. A. Rol, L. Ciorciaro, F. K. Malinowski, B. M. Tarasin- ski, R. E. Sagastizabal, C. C. Bultink, Y. Salathe, N. Haandbæk, J. Sedivy, and L. DiCarlo, 《应用物理快报》116 (2020)。

[43] L. H. Pedersen、N. M. Møller 和 K. Mølmer，《Physics Letters A》**367**, 47 (2007). [44] M. A. Nielsen 和 I. L. Chuang，《量子计算与量子信息》（剑桥大学出版社，2010）。[45] J. Braumüller、L. Ding、A. P. Vepsäläinen、Y. Sung、M. Kjaergaard、T. Menke、R. Winik、D. Kim、B. M. Niedzielski、A. Melville、等，Physical Review Applied **13**, 054079 (2020). [46] G. Park、H. F. Hofmann、R. Okamoto 和 S. Takeuchi，Science Advances **11**, eadx4180 (2025). [47] P. Lougovski、S. J. van Enk、K. S. Choi、S. B. Papp、H. Deng 和 H. Kimble，New Journal of Physics **11**, 063029 2009( ). [48] F. Motzoi、J. M. Gambetta、P. Rebentrost 和 F. K. Wilhelm, Physical Review Letters **103**, 110501 (2009). [49] A. Kamal、A. Marblestone 和 M. Devoret，Physical Re- view B—凝聚态物质与材料物理 **79**, 184301 2009( ). [50] K. W. Murch、S. Weber、C. Macklin 和 I. Siddiqi，Na- ture **502**, 211 (2013). [51] P. Mundada、G. Zhang、T. Hazard 和 A. Houck，Physical Review Applied **12**, 054023 (2019). [52] M. Kounalakis、C. Dickel、A. Bruno、N. Langford 和 G. Steele，npj Quantum Information **4**, 38 (2018). [53] H. Xiong、J. Wang、J. Song、J. Yang、Z. Bao、Y. Li、Z.-Y. Mi、H. Zhang、H.-F. Yu、Y. Song、等，arXiv预印本 arXiv:2502.18902 (2025). [54] D. I. Schuster，电路量子电动力学（耶鲁大学，2007）。[55] J. R. Johansson、P. D. Nation 和 F. Nori，《Computer Physics Communications》**183**, 1760 (2012).

补充材料

目录

目录.1器件制造.1测量装置.1器件参数.1理论.4参数驱动幅度和频率的校准.5XEB.6Cryoscope测量.7量子态层析数据 Q_0-Q_2 .8退相干误差.8数值模拟.10

器件制造

器件制造包括三个主要步骤：(1) 使用食人鱼溶液对 c 面蓝宝石衬底进行化学清洗，退火后通过溅射沉积镀覆钽（Ta）薄膜。随后采用光刻和感应耦合等离子体（ICP）刻蚀定义所有基底布线和谐振器。(2) 通过两次光刻工艺，随后进行钽沉积和湿法刻蚀，构建空气桥。这些结构主要用于连接地平面的各个部分，从而减少寄生槽线模式。(3) 采用电子束（e-beam）光刻和两层电子束光刻胶（A4/EL11），结合双角度铝沉积工艺，制造约瑟夫森结。在旋涂电子束光刻胶之前，芯片依次经过 TAMI、食人鱼溶液和缓冲氧化物刻蚀液（BOE）处理。我们优化了溅射条件，包括压力、沉积速率、衬底温度以及靶材与衬底之间的距离，以制备高质量的 α 相钽薄膜。

测量装置

我们的测量电路如图 S1所示。量子处理器安装在铝制样品架中，置于稀释制冷机内，基温为 10毫开，并受到磁屏蔽和红外屏蔽的保护。我们使用四台同步的任意波形发生器（AWG，Tek5014C）实现完整的量子比特控制，提供六对用于 XY 和读出的边带调制信号。这些 XY 和读出控制信号由单个微波源产生，并以不同的边带频率进行调制。任意波形发生器的一个模拟通道专用于为公共量子比特产生参数调制脉冲和 Z 控制信号。这种控制方法确保了量子层析实验期间相位差的稳定。为尽量减少相位误差和向更高传子能级的泄漏，我们采用导数去除绝热量子门（DRAG）脉冲进行脉冲校正和单量子比特旋转 [48]。

对于读出，六个腔体耦合至两条独立的传输线，每条传输线均连接至一个约瑟夫森参量放大器（JPA） [49, 50]。JPA 由信号发生器和直流电压源（YOKOGAWA GS210）提供泵浦和偏置，在 10毫开下可提供约 20 dB 的增益，带宽约为 300 兆赫兹。它作为第一级放大，后续接有一台 4 K 高电子迁移率晶体管放大器，以及室温下的其他放大器。该配置可对所有量子比特进行高保真度的同时单次读出。JPA 电路设计采用标准的 50 Ω 阻抗匹配，不进行额外的阻抗工程设计。详细的测量和读出技术见参考文献 [13, 33, 39]

器件参数

我们的量子处理器由六个传输子量子比特（Q_0-Q_5）组成，它们耦合至一个共享总线谐振器，如正文中的图1（d）所示。我们使用四个量子比特（Q_0-Q_3）来实现全局纠缠门。 Q_1 和 Q_2 是

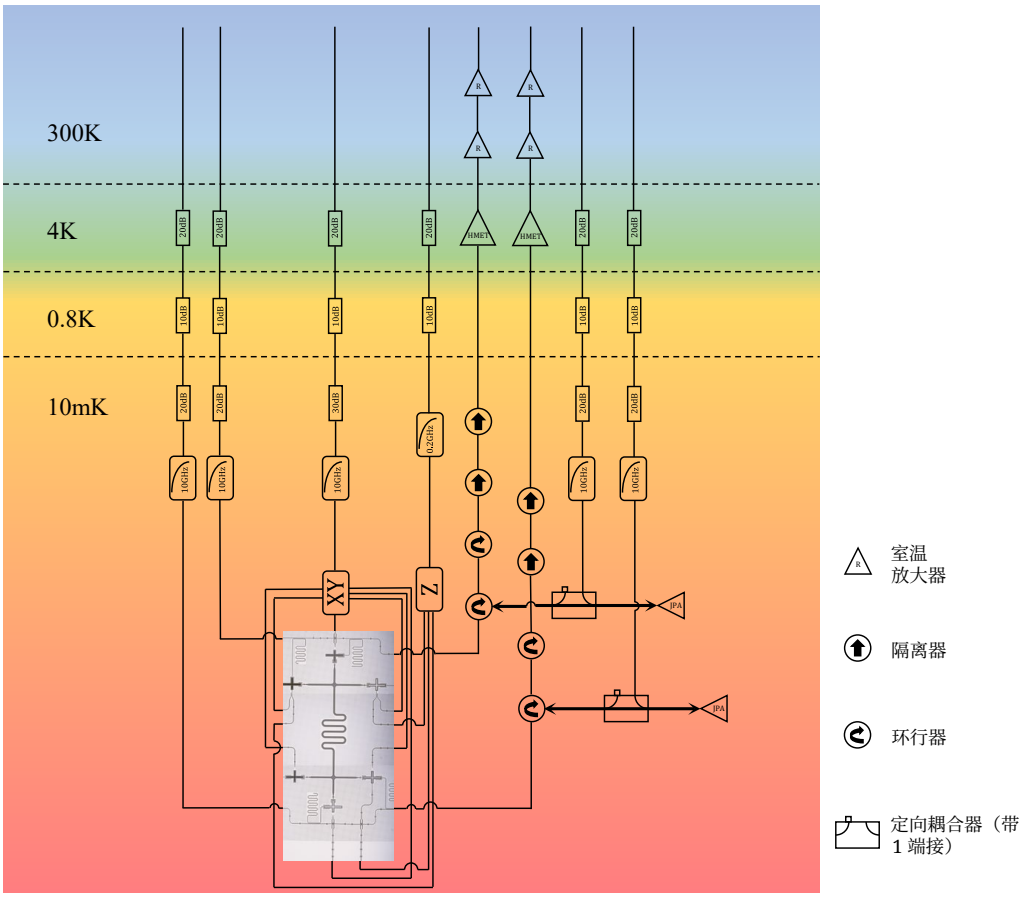


图 S1. **实验装置和低温布线图**。该示意图展示了量子比特控制和测量的信号路径。室温下产生的控制信号（XY、Z、参数驱动）在到达 ~10mK 处的量子处理器之前，会在稀释制冷机的不同温度级逐步衰减并经过滤波。来自器件的读出信号先由基温级的近量子极限约瑟夫森参量放大器（JPA）放大，再由 4 K 处的 HEMT放大器放大，随后在室温下进一步放大，然后进行解调和采集。

固定频率量子比特，而 Q_0 和 Q_3 各自配有独立的磁通线，用于调节频率。每个量子比特都耦合至一个独立的Purcell滤波腔，以实现单独读出。量子比特 Q_0-Q_2 的读出信号复用到一条传输线上，而量子比特 Q_3-Q_5 的读出信号则复用到另一条独立的传输线上。

我们测量每个量子比特的能量弛豫时间（T_1）、拉姆齐退相干时间（T_2）和回波退相干时间（T_2^{Echo}），以及量子比特间耦合。测得的器件参数汇总于表 S2。

量子比特高能级之间的耦合会产生交叉克尔项 $\xi_{ZZ}a_1^\dagger a_1 a_2^\dagger a_2$，从而导致静态 ZZ 相互作用 [39, 51, 52]。我们将 $\xi_{ZZ} = \hbar(\omega_{11} - \omega_{01} - \omega_{10})$ 定义为与单量子比特门性能相关的静态 ZZ 耦合强度。我们通过拉姆齐型测量测量静态 ZZ 相互作用，该测量通过将 Q_2 初始化为基态或激发态之一，探测 Q_1 的频移。

我们通过探测光子数劈裂引起的量子比特频率偏移，测量每个量子比特与总线之间的耦合强度。向总线发送泵浦脉冲以位移光子态，随后向量子比特施加探测脉冲以检测其频率。我们在不同平均腔占据数 (n) 下，通过相干总线驱动测得量子比特频谱。图 S3 展示了 Q_3 的代表性量子比特频谱。为提高谱分辨率，使用了 5000 纳秒的长探测脉冲。我们在频率 $\omega_q + 2n\chi$ ($n = 0,1,2...$) 处观测到量子比特响应，这些频率对应于总线处于福克态 $|n\rangle$ [53, 54] 的情况。耦合强度 h_j 通过 $\chi = -\frac{h_j^2 \alpha}{\Delta_{j\,b}\,\Delta_j\,(\Delta_{j,b}-\alpha)}$ [54]，提取，其中 α_j 是量子比特的非简谐性，且 $\Delta_{j,b} = \omega_q - \omega_{b}$。

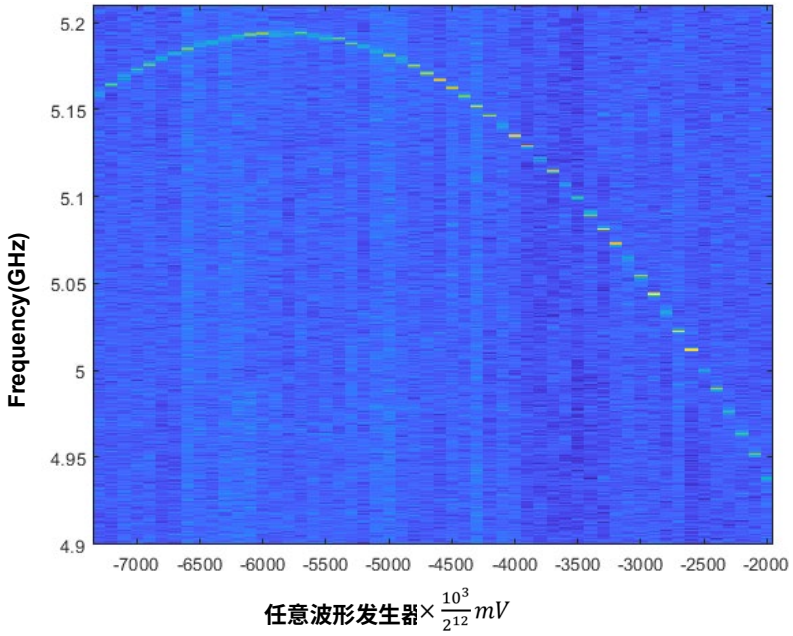


图 S2. **公共量子比特的磁通图** Q_0。图中绘出了 Q_0 的跃迁频率随通过任意波形发生器（AWG）施加到其专用磁通线的直流电压偏置而变化的关系。可以看到典型的抛物线依赖关系，其中最高频率对应磁通不敏感的“甜点”。此图用于精确校准参数门操作所需的直流偏置和交流调制幅度。

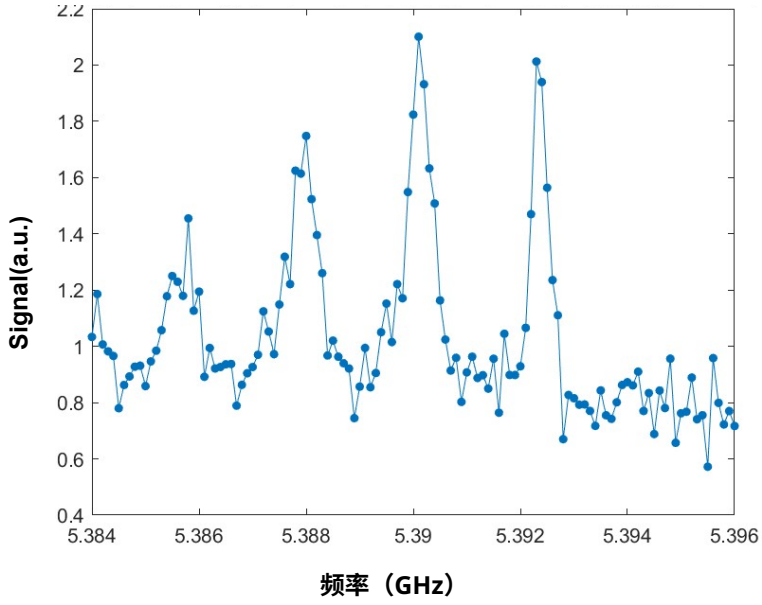


图 S3. **的谐振器诱导光子数分裂**。在以相干信号驱动共享总线谐振器的同时，测量量子比特 Q_3 的频谱。量子比特的跃迁频率分裂为多个不同的峰，每个峰对应谐振器的一个福克态 $|n\rangle$ 。此测量证实了量子比特与谐振器之间的色散耦合，并可提取色散频移 χ，进而用于计算耦合强度 h_j。

理论

本节将详细推导描述我们系统中参数化相互作用的有效哈密顿量。首先考虑一个系统，其中 n 个固定频率跨蒙特量子比特通过共享总线谐振器与一个频率可调跨蒙特量子比特耦合。该系统在实验室参考系中的完整哈密顿量可写为：

$$\begin{aligned} H =& \sum_{j=1}^{n}(\omega_j a_j^\dagger a_j + \frac{\alpha_j}{2} a_j^\dagger a_j^\dagger a_j a_j) + (\omega_0 a_0^\dagger a_0 + \frac{\alpha_0}{2} a_0^\dagger a_0^\dagger a_0 a_0) \\ &+ \sum_{j=1}^{n} g_j (a_0 a_j^\dagger + a_j a_0^\dagger) \\ =& H_q + H_a + H_c \end{aligned} \tag{S1}$$

其中， $a_j^\dagger$ 和 a_j 分别是第 j个量子比特的产生算符和湮灭算符， ω_j 是其角频率， α_j 是其非简谐性。下标 $j=0$ 表示频率可调量子比特（公共量子比特）。最后一项描述了可调谐量子比特与其他量子比特之间的交换型相互作用。该有效耦合强度 g_j源于总线谐振器介导的虚光子交换。在色散区中，当量子比特与谐振器之间的失谐远大于它们的耦合强度时，二阶 Schrieffer-Wolff变换得到 $g_j \approx \frac{h_0 h_j}{2} \left(\frac{1}{\omega_0-\omega_b} + \frac{1}{\omega_j-\omega_b}\right)$ ，其中 h_j 是量子比特 Q_j 与总线谐振器之间的耦合强度，ω_b 是总线谐振器的频率。

为简化分析并消去快速振荡的自由演化项，我们转到由量子比特的自由哈密顿量 $H_{\text{free}} = \sum_{j=0}^{n} \omega_j a_j^\dagger a_j$定义的相互作用绘景。变换为 $U_1 = \exp(-itH_{\text{free}})$，由此得到哈密顿量：

$$H = \sum_{j=0}^{n} \frac{\alpha_j}{2} a_j^\dagger a_j^\dagger a_j a_j + \sum_{j=1}^{n} g_j (a_0 a_j^\dagger e^{i\Delta_j t} + a_j a_0^\dagger e^{-i\Delta_j t}) \tag{S2}$$

其中 $\Delta_j = \omega_j - \omega_0$ 是第 j个量子比特与可调谐量子比特之间的失谐。我们通过向可调谐量子比特施加振荡磁通偏置来实现参数调制，从而调制其跃迁频率 $\omega_0(t)$。这会在哈密顿量中引入一个随时间变化的驱动项。由于该项在量子比特基下为对角形式（正比于 $a_0^\dagger a_0$），因此它与变换 U_1 对易，可以直接加到方程（S2）中的哈密顿量上。假设每个目标相互作用都使用独立的驱动音调，哈密顿量变为：

$$\begin{aligned} H =& \sum_{j=0}^{n} \frac{\alpha_j}{2} a_j^\dagger a_j^\dagger a_j a_j + \sum_{j=1}^{n} g_j (a_0 a_j^\dagger e^{i\Delta_j t} + a_j a_0^\dagger e^{-i\Delta_j t}) \\ &+ \sum_{j=1}^{n} \Omega_j \sin(\nu_j t + \phi_j) a_0^\dagger a_0 \end{aligned} \tag{S3}$$

其中 Ω_j 和 ν_j 分别是磁通调制的振幅和频率。为将驱动项吸收到哈密顿量的耦合部分中，我们转到由变换$U_2 = \exp\left(-i \int H_{\text{drive}}(t')dt'\right)$定义的第二个相互作用绘景：

$$\begin{aligned} U_2 &= \text{Exp}\left(-i \int \sum_{j=1}^{n} \Omega_j \sin(\nu_j t + \phi_j) a_0^\dagger a_0 dt\right) \\ &= \text{Exp}\left(i \sum_{j=1}^{n} \epsilon_j \cos(\nu_j t + \phi_j) a_0^\dagger a_0\right) \end{aligned} \tag{S4}$$

其中 $\epsilon_j = \Omega_j/\nu_j$ 为无量纲调制幅度。应用此变换并将希尔伯特空间截断至量子比特流形（从而忽略与高能级和非简谐性相关的效应

项 α_j)，哈密顿量变为：

$$H = \sum_{j=1}^{n} g_j (a_0 a_j^\dagger \mathrm{e}^{i\Delta_j t} \mathrm{e}^{i\xi} + a_j a_0^\dagger \mathrm{e}^{-i\Delta_j t} \mathrm{e}^{-i\xi}) \tag{S5}$$

其中，为简便起见，我们定义 $\xi = \sum_{j=1}^{n} \epsilon_j \cos(\nu_j t + \phi_j)$。

通过选择每种相互作用的调制频率，使其与量子比特失谐共振，即可消除指数项中的时间依赖性，$\nu_j = \Delta_j$。现在，我们对指数项应用雅可比-安格尔展开：$e^{i\epsilon\cos(\theta)} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} i^k J_k(\epsilon) e^{ik\theta}$。将其代入公式（S5），会得到以驱动频率的各种谐波振荡的项。利用旋转波近似（RWA），我们忽略所有快速振荡项，只保留与时间无关的（共振）分量。由此得到最终的有效哈密顿量：

$$H = \sum_{j=1}^{n} g_j J_1(\epsilon_j) \Pi_{k\neq j} J_0(\epsilon_k) (i a_0 a_j^\dagger \mathrm{e}^{i\phi_j} + h.c.) \tag{S6}$$

通过选择合适的调制幅度和持续时间，公式 S6 中的耦合哈密顿量可在可调谐量子比特与其他各量子比特之间实现类似 iSWAP 的纠缠量子门。

该有效哈密顿量描述了一种可控的交换相互作用，其有效耦合强度为 $g_{j,\ \mathrm{eff}} = g_j J_1(\epsilon_j) \prod_{k\neq j} J_0(\epsilon_k)$，其中 J_n 为第一类贝塞尔函数。乘积项反映了其他同时施加的驱动音调所引起的交流斯塔克频移。通过调节调制幅度 ϵ_j 和相互作用时间 t，我们可以设计所需的幺正演化。具体而言，对于双量子比特相互作用，将驱动的初始相位设为 $\phi_j = -\pi/2$，可将哈密顿量转换为形式 $H_{\mathrm{eff}} = g_{j,\ \mathrm{eff}}(a_0 a_j^\dagger + a_j a_0^\dagger)$。在此哈密顿量作用下演化时间 $t = \pi/(4g_{j,\ \mathrm{eff}})$，理想情况下会生成 $\sqrt{\text{iSWAP}}$ 门，这正是我们实验研究的主题。

实际上，该量子门的相位需要仔细调节。量子比特自由演化所累积的额外相位，可通过变换 U_1 所定义的旋转参考系进行跟踪，并可通过施加单量子比特虚拟 z 旋转来补偿。然而，施加此类旋转在数学上等效于平移整个门序列的时间原点。因此，交互基本身的关键调节参数是参数脉冲的初始相位 ϕ_j。我们直接优化该参数；对于序列中的第一个量子门，将其设为 $\phi_j = -\pi/2$，以实现所需的 $\sqrt{\text{iSWAP}}$ 操作。对于序列中的后续量子门，必须相应地推进该相位，以补偿此前门操作期间发生的演化。

参数驱动幅度和频率的校准

在我们的实验中，我们对公共量子比特施加参数调制脉冲，并测量所有量子比特的量子态布居随门长度和驱动频率的变化。该参数磁通调制会导致公共量子比特的频率发生直流偏移，从而使共振交换频率偏离其未受驱动时的值，$\nu_{j,\ \Omega_j=0}$。相对于各计算量子比特与公共量子比特之间的失谐，在二、三、四量子比特情况下，我们分别观察到 8.3 兆赫兹、7.6 兆赫兹和 10.8 兆赫兹的驱动频率偏移。这些偏移会随参数驱动幅度而变化。在偏移后的驱动频率下，量子比特间的相干交换振荡较慢，但量子比特间交换更强。偏离该频率会导致振荡加快、量子交换性能下降，如雪佛龙图样（图 2(e)）所示。

我们同时调节参数驱动幅度和频率，以寻找能够在最慢交换振荡下实现最大量子比特间交换的条件。因此，我们将“振荡周期”定义为沿对应于偏置驱动频率的截线测得的交换振荡（一次完整的布居交换）周期。该周期会随驱动幅度而变化。在实际操作中，我们选择一组能够产生最短振荡周期的驱动幅度及其对应频率，作为参考驱动功率。图 S4 显示了相对于参考值，振荡周期随驱动功率的变化。数据表明，振荡周期最初随着驱动功率的增加而减小，达到最小值后又再次增加。

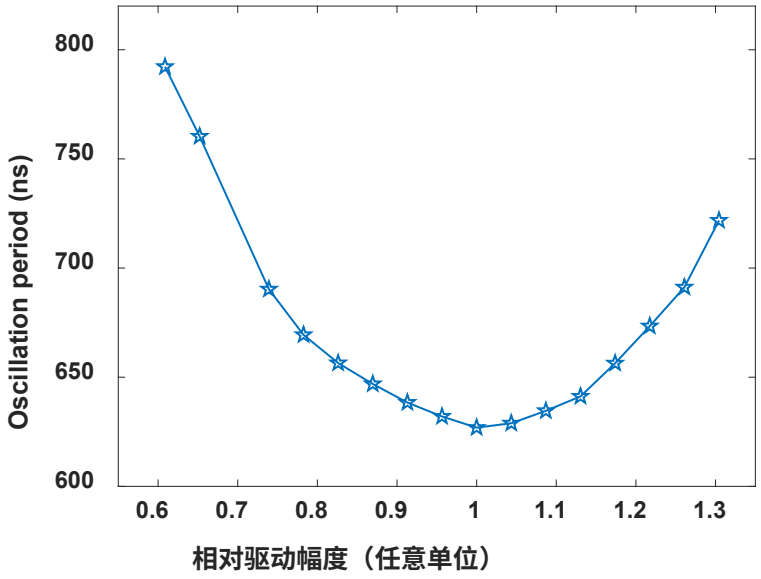


图 S4。**参数驱动幅度的校准**。绘制了 Q_0 与 Q_1 之间一次完整布居交换的振荡周期随参数驱动相对幅度变化的曲线。该周期与有效耦合强度 g_{eff}成反比。在振荡周期最小处选择最佳驱动幅度，此时耦合强度最大，门速度最快。

XEB

为评估 $\sqrt{\text{iSWAP}}$ 量子门在排除态制备与测量（SPAM）误差后的保真度（该量子门不属于 Clifford 群），我们进行了交叉熵基准测试（XEB）。XEB 协议包括应用从包含 64 个不同单量子比特门的集合中选取的随机单量子比特旋转序列。每个量子门都由以下两部分组合而成：绕 xy 平面内某一轴的 $\frac{\pi}{2}$ 旋转 $\frac{n\pi}{8}$ 以及 Z 旋转 $\frac{n\pi}{8}$，其中 $n = 0$、1、.....、7。通过测量每个门序列的输出比特串 $\{x_i\}$，我们计算出标准 XEB 保真度 F_{XEB}，其定义见公式 S7，其中 $p(x_i)$ 是观测到比特串 x_i 的概率。

$$F_{\text{XEB}} = \frac{H(p_{uni}, p_{th}) - H(p_{exp}, p_{th})}{H_{(}p_{uni}, p_{th}) - H(p_{th}, p_{th})} \tag{S7a}$$

$$H(p, q) = -\sum_{\{x_i\}} p(x_i) \log_2 q(x_i) \tag{S7b}$$

在交叉熵基准测试实验（XEB实验）中，我们观察到，门保真度对参数脉冲中的相位误差高度敏感。该脉冲基于预校准量子比特频谱合成，这种方法默认磁通控制线具有理想且瞬时的响应。然而，控制系统中的不可忽略失真和延迟会给 $\sqrt{\text{iSWAP}}$门引入额外误差。由于这些误差会在双量子比特门的持续时间内不断累积，因此无法通过后续的单量子比特操作进行补偿。因此，精确校准量子比特的 z-控制线响应至关重要。

为此，我们采用 Cryoscope 协议来表征芯片级的实际磁通 Φ_Q[42]。Cryoscope 是一种类 Ramsey 实验，其中将不同长度但振幅恒定的方形磁通脉冲嵌入两个 $\frac{\pi}{2}$ 脉冲之间。通过测量由非空闲脉冲引起的累积量子比特相位 ϕ，我们可以根据关系式 $\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$ 确定片上频率失谐。然后，利用预校准量子比特谱将该频率失谐转换为磁通值，从而获得响应数据，其时间分辨率由磁通脉冲的时域分辨率决定。

根据频率响应数据，我们设计了一组数字预失真滤波器来补偿相位误差。对于长时间尺度的失真（>10纳秒），例如磁通脉冲的过冲、下冲和慢漂移，我们采用无限冲激响应（IIR）滤波器。对于短时间尺度的效应（<10纳秒），包括控制系统带宽有限导致的快速振荡，以及IIR滤波器产生的残余误差，我们采用有限

冲激响应（FIR）滤波器。我们将经过预失真的磁通脉冲重新输入 Cryoscope实验，以验证这些滤波器的有效性。IIR和FIR滤波器往往会使脉冲在时间上延长，延长幅度约为过冲/下冲的持续时间；我们通过在磁通脉冲前后增加额外的空闲时间来减轻这一影响。

在 XEB实验中，有三个自由度可用于相位调谐：每个量子比特在 √iSWAP门之后施加的虚拟 z旋转，以及参数脉冲的初始相位。前两个自由度较为简单，因为理想情况下，我们的参数脉冲会生成一个仅相差单量子比特旋转的 √iSWAP门。第三个自由度对应于哈密顿量中参数驱动的初始相位。进行相位校准时，需要考虑以下几点。首先，我们的参数脉冲相位必须补偿两个量子比特相对于其物理相互作用空闲频率点的失谐所累积的相位。然而，所施加脉冲的频率与量子比特失谐略有不同。初始相位的动力学部分仅取决于量子比特失谐，而非所施加的频率。其次，初始相位与脉冲的时间顺序有关，因为门之后的虚拟 z旋转等效于选择不同的时间起始点。因此，除了动力学相位之外，我们还必须调整每个参数脉冲的初始相位。通过上述全面的校准和优化流程，我们实现了√iSWAP门平均 94.54(38)% 的 XEB 保真度。我们认为不保真度的主要来源是退相干误差。

Cryoscope测量

参数激活门的保真度高度依赖于对量子比特频率进行精确的时域控制。控制电子设备中的非理想组件（例如放大器和电缆）不可避免地会对磁通脉冲引入失真，从而导致相干控制误差。为减轻这些影响，我们首先使用 Cryoscope 协议表征片上脉冲的形状，然后将数字预失真滤波器应用于输入波形[42]。

如正文所述，Cryoscope 协议是一种类 Ramsey 实验，旨在测量磁通脉冲诱导的随时间变化的频移。该序列由两个 $\frac{\pi}{2}$ 脉冲组成，二者之间间隔固定的时间区间；在此区间内嵌入一个持续时间可变的方形磁通脉冲 τ。通过扫描脉冲持续时间 τ 并测量最终 $\frac{\pi}{2}$ 脉冲后量子比特的期望值 $\langle\sigma_x\rangle$ 和 $\langle\sigma_y\rangle$，我们重构总累积相位 $\phi(\tau)$。

原始相位数据既包含由脉冲引起的失谐所产生的目标信号，也包含高频振荡。为分离前者，我们进行了一系列后处理。首先，对相位数据 $\phi(\tau)$ 进行傅里叶变换，以确定主导振荡频率，该频率对应于量子比特相对于其空闲点的静态失谐。随后利用该频率对信号进行解调，从而有效去除大尺度的 Ramsey条纹，并凸显由脉冲失真引起的细微偏差。接着，对解调后的相位数据应用二阶 Savitzky-Golay滤波器。该滤波器在平滑信号的同时保留其特征，并可稳健地数值计算导数 $\frac{d\phi}{d\tau}$，该导数与瞬时频率失谐成正比。最后，利用预先校准的量子比特磁通-频率映射，将随时间变化的频率失谐转换为有效的片上磁通脉冲形状 $\Phi_Q(\tau)$。

根据测得的脉冲响应，我们设计数字滤波器，对输入波形进行预失真，使片上脉冲尽可能接近理想方波脉冲。我们结合使用无限冲激响应（IIR）滤波器和有限冲激响应（FIR）滤波器，这两种滤波器都可以用以下一般线性差分方程描述：

$$a_0 y[n] = \sum_{i=0}^{N} b_i x[n-i] - \sum_{j=1}^{M} a_j y[n-j] \tag{S8}$$

其中，$x[n]$ 是离散输入信号，$y[n]$ 是离散输出信号（预失真脉冲）。FIR滤波器是非递归的（$a_j = 0$ 适用于 $j \geq 1$），而IIR滤波器是递归的。

我们使用 IIR 滤波器补偿长时间尺度的失真（>10纳秒），例如可建模为单极点衰减的指数下冲。对于受到形式为 $s(t) = \eta(t)(1 + Ae^{-t/\tau_{\mathrm{IIR}}})$ 的指数下冲影响的阶跃函数响应 $\eta(t)$，可以通过解析推导出反转该响应的离散时间 IIR 滤波器的相应系数：

$$a_0 = 1 \tag{S9a}$$
$$a_1 = \alpha - 1 \tag{S9b}$$
$$b_0 = k\alpha - k + 1 \tag{S9c}$$
$$b_1 = -(\alpha - 1)(k - 1) \tag{S9d}$$

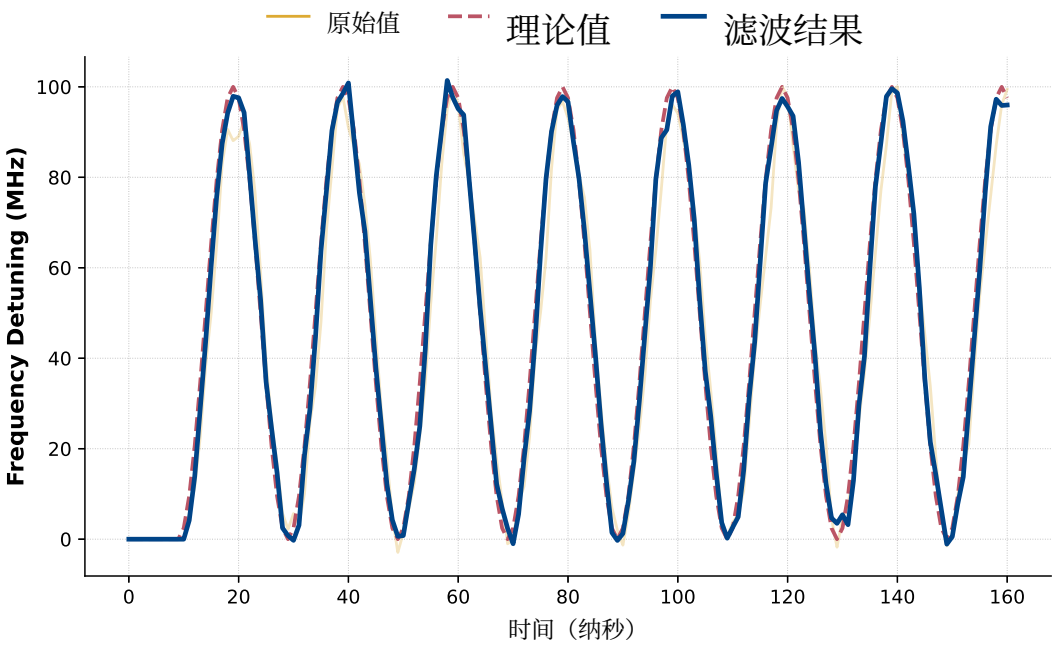


图 S5. **正弦调制的脉冲整形验证**。Cryoscope测量正弦磁通驱动下的芯片响应。目标波形为一个 50 兆赫兹的正弦波，以红色虚线表示。经 IIR/FIR预失真滤波器校正后，该输入脉冲的测量响应以蓝色表示。两者高度吻合，证明了该滤波器能够在芯片级实现高保真、随时间变化的频率调制。

其中 $\alpha = 1 - \exp(1/(f_s \tau_{\mathrm{IIR}}(A+1)))$，$k = -1/((A+1)(\alpha-1))$ 表示下冲（$A<0$），而 f_s 是我们任意波形发生器的采样率。

我们使用FIR滤波器校正短时间尺度（<10纳秒）上的失真，例如带宽受限导致的快速振荡（振铃），以及IIR滤波器引入的任何残余误差。由于缺乏描述这些失真的简单解析模型，我们通过数值优化FIR滤波器系数 $\{b_i\}$。我们采用协方差矩阵自适应进化策略（CMA-ES）算法，寻找 7 个滤波器抽头，使理想方波脉冲与滤波后实验测得的芯片响应之间的均方误差最小。

通过将预失真的磁通脉冲重新输入 Cryoscope实验，可以验证这些滤波器的效率。我们选择与双量子比特门实验相同的直流磁通偏置，施加幅度对应于 50 MHz 频移（f_{pp} =100 兆赫兹）且时域幅度为 50 MHz 的参量脉冲。预失真前后的 Cryoscope结果如图 S5所示。

Q_0-Q_2 的量子态层析数据

图 S6 （a）和（b）展示了 Q_0-Q_2 的一个典型双量子比特态密度矩阵 .

退相干误差

鉴于门持续时间为 320–720 纳秒，退相干是 $\sqrt{\text{iSWAP}}$ 操作不保真度的主要来源之一。本节将建立一个理论模型，以量化环境噪声对门保真度的影响。我们通过考虑作用于量子比特的两个相互独立的噪声通道来建模这种退相干：能量弛豫（振幅阻尼）和纯退相位（相位阻尼）。

这些噪声过程的影响通过 Kraus 算子形式进行量化。噪声信道的平均保真度描述了该信道平均而言保留任意输入态的能力，其表达式为[2]:

$$F = \frac{d + \sum_k |\mathrm{Tr}(E_k)|^2}{d(d+1)} \tag{S10}$$

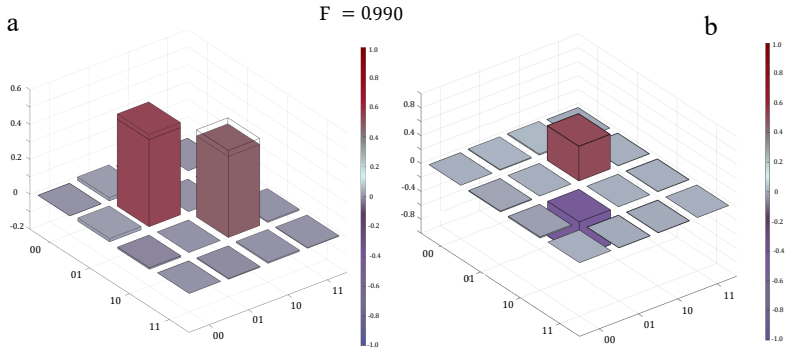


图 S6。对 Q_0-Q_2进行的量子态层析。实部 重构的 Q_0-Q_2 的双量子比特密度矩阵实部 (a) 和虚部 (b)（F =0.990(2)， $t_{gate} = 365$纳秒）结果（彩色柱）与理想态（透明柱）进行比较。

其中， d 是希尔伯特空间的维数， $\{E_k\}$ 是定义该噪声信道的 Kraus 算子，并满足完备性关系 $\sum_k E_k^\dagger E_k = I$。请注意，我们利用这一关系简化了迹项。

对于单量子比特，我们将门时间 t内发生弛豫或退相位事件的概率定义为：

$$\text{Amplitude Damping Probability:} \quad p_1 = 1 - e^{-t/T_1}$$
$$\text{Phase Damping Probability:} \quad p_\phi = \frac{1}{2}(1 - e^{-t/T_\phi})$$

其中， T_1 是能量弛豫时间， T_ϕ 是纯退相干时间。对于门时间 $t \ll T_1$， T_ϕ，我们可以使用一阶近似 $p_1 \approx t/T_1$ 和 $p_\phi \approx t/(2T_\phi)$。这些单量子比特信道的 Kraus 算子为：

$$\text{Amplitude Damping:} \quad E_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \sqrt{1-p_1} \end{pmatrix}, \tag{S11a}$$
$$E_1 = \begin{pmatrix} 0 & \sqrt{p_1} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{S11b}$$
$$\text{Phase Damping:} \quad E_2 = \begin{pmatrix} \sqrt{1-p_\phi} & 0 \\ 0 & \sqrt{1-p_\phi} \end{pmatrix}, \tag{S11c}$$
$$E_3 = \begin{pmatrix} \sqrt{p_\phi} & 0 \\ 0 & -\sqrt{p_\phi} \end{pmatrix} \tag{S11d}$$

为对 N量子比特系统中的退相干进行建模，我们假设噪声独立作用于每个量子比特。因此，总噪声信道是单量子比特信道的张量积，其中非平凡的 Kraus 算子作用于一个量子比特，而单位算子作用于其他量子比特。通过为每个信道构造多量子比特 Kraus 算子，并将它们代入 公式S10，我们推导出由 2、3 和 4 个量子比特组成的系统的平均保真度。仅保留 t/T_1 和 t/T_ϕ的一阶项后，所得保真度汇总于 表S1。

表S1. 振 不同量子比特数下振幅阻尼和相位阻尼的平均态保真度 .

量子比特数	2	3	4
振幅阻尼	$1 - \frac{2t}{5T_1}$	$1 - \frac{4t}{9T_1}$	$1 - \frac{8t}{17T_1}$
相位阻尼	$1 - \frac{2t}{5T_\phi}$	$1 - \frac{4t}{9T_\phi}$	$1 - \frac{8t}{17T_\phi}$

数值模拟

我们使用 Python 中的 Qutip [55], , 利用公式S13中的哈密顿量进行数值模拟；该哈密顿量通过将每个量子比特的能谱截断为三个能级来考虑高能级态。这里， ω_j 表示 Q_j的频率， $g_{0,\ j}$表示 Q_j 与 Q_0之间的耦合强度，而$g_{0,\ j} = \frac{h_0 h_j}{2}(\frac{1}{\Delta_{0,\ b}} + \frac{1}{\Delta_{j,\ b}})$，其中$\Delta_{j,\ b} = \omega_j - \omega_{b_0}$。参数 ω_j 和 ν_j 分别表示施加于量子比特对Q_0-Q_j的参数驱动的振幅和频率， α_j 则是 Q_j的非简谐性。第五项和第六项分别对应随机磁通噪声（记为 $S_\phi^{(random)}$ ）以及 Q_j 和 Q_0之间的静态 ZZ 相互作用 ξ_{ZZ}^j。

我们将环境磁通噪声建模为一种特征性的 $1/f$ 功率谱密度 (PSD)，表示为 $S_\phi(f) = A_\Phi/f$[1]。噪声幅度 A_Φ 是通过对公共量子比特独立进行拉姆齐和回波 T2 测量而获得的实验参数。根据该功率谱密度，我们可以生成具有代表性的时域噪声轨迹。

$1/f$ 噪声的影响主要由其低频分量决定。对于持续时间为 t_{gate} 的量子门，频率为 $f \ll 1/t_{\text{gate}}$ 的噪声分量不会被平均掉，而会作为量子比特上的准静态频率偏移。这一偏移在单次实验测量次期间实际上保持恒定，但会在不同测量次之间变化。因此，我们通过从均值为零、方差为 σ^2 的高斯分布中采样一个随机频率偏移 $\delta\omega$，来模拟这种主要噪声效应；该方差由积分噪声功率给出：

$$\sigma^2 = \int_{f_{\text{low}}}^{1/t_{\text{gate}}} S_\phi(f) df \tag{S12}$$

积分范围从 $f_{\text{low}} = 10^{-4}$ Hz 的低频截止一直到与量子门时间尺度对应的频率（高频截止设为约 3 GHz。但对于 $1/f$ 噪声，高频处的功率下降得非常快，因此 1–2 GHz 以上的贡献可以忽略不计）。

随机磁通噪声 $S_\phi^{(random)}$ 是根据实验提取的磁通噪声谱密度生成的随机波形，频率为 $S_\phi = (2.45\mu\phi_0)^2/\text{Hz}$。我们的模拟考虑了量子比特退相干、退相位、磁通噪声和静态 ZZ 相互作用，所有模拟参数均设为实验测量值。

$$\begin{aligned} H = &\sum_{j=0}^{n} \omega_j a_j^\dagger a_j + \sum_{j=0}^{n} \frac{\alpha_j}{2} a_j^\dagger a_j^\dagger a_j a_j + \sum_{j=1}^{n} g_j (a_0 a_j^\dagger e^{i\Delta_j t + h.c.}) \\ &+ \sum_{j=1}^{n} \Omega_j \sin(\nu_j t + \phi_j) a_0^\dagger a_0 + S_\phi^{(random)}(t) a_0^\dagger a_0 + \sum_{j=1}^{n} \xi_{ZZ}^j a_0^\dagger a_0^\dagger a_0 a_0 \end{aligned} \tag{S13}$$

通过比较存在和不存在相应噪声信道时的保真度，提取磁通噪声和 ZZ 相互作用导致的门误差。我们首先模拟实验条件下由哈密顿量决定的时间演化，研究对象为包含两个、三个和四个量子比特的系统。多量子比特交换振荡期间模拟得到的量子比特占据概率如图3(a)所示。这些仿真结果与实验数据一致。

接下来，我们进行量子态层析（QST）和量子门模拟，以提取各个噪声信道分别造成的不保真度，并将结果汇总于正文的表 I 中。态保真度按 $F(\rho,\ \sigma) = \sqrt{\sqrt{\rho}\sigma\sqrt{\rho}}$ 计算，其中 σ 是理想最终态的密度矩阵， ρ 是模拟得到的密度矩阵。随后，对由六个标准单量子比特态的张量积构成的 36 个双量子比特初始态 $\{|0\rangle, |1\rangle, \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle \pm |1\rangle)\ \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle \pm i|1\rangle)\}^{\otimes 2}$ 的态保真度取平均，据此估算门保真度。我们还模拟量子门幺正算符的演化，并提取纠缠达到最大值时（即门时间处）的门保真度。模拟中将每个传输子建模为三能级系统（三能级量子比特），以考虑泄漏到非计算态 $|2\rangle$ 的可能性。随后，我们对噪声导致的门误差进行蒙特卡洛估计。每次运行时，将从上述高斯分布中采样得到的静态频率偏移加入公共量子比特的哈密顿量，并模拟完整的幺正演化。通过对 1000 次此类噪声实现的过程保真度取平均，我们确定低频磁通噪声造成的平均不保真度。

这项分析的结果与其他模拟误差通道的结果合并后，汇总于正文中的表 I。全面的误差分解表明，磁通噪声造成的不保真度 ϵ_{flux} 约为 10^{-3} 至10^{-4}，证实对于我们当前的器件而言，与量子比特退相干和相干控制误差相比，它是次要误差来源。

为验证参数化全局门方案的潜力，我们采用先进的超导量子比特参数，模拟由两个至六个量子比特组成的系统中纠缠态的生成。六个量子比特 Q_0-Q_5 的频率分别为 $\omega_j/2\pi = 5.0$，5。25，5。18，5。10，5。06 和 5.03 GHz（对应 $j = 0 \sim 5$），谐振器频率为 $\omega_b/2\pi$=5.40 GHz，其中 Q_0 充当公共量子比特。模拟中考虑了量子比特退相干、退相位、磁通噪声和静态 ZZ 相互作用。我们为所有量子比特设定 60 μs 的弛豫时间和退相位时间，这代表了当前处理器可实现的退相干基准；此外，在公共量子比特与每个计算量子比特之间施加 $\frac{\xi_{ZZ}^{j}}{2\pi} = 2.5 \times 10^4$Hz 的静态 ZZ 耦合（$j = 1 \sim 5$）。磁通噪声谱密度设为 $S_\phi = (2.45\mu\phi_0)^2/\text{Hz}$，与真实器件模拟中使用的数值一致。

两个至六个量子比特系统产生的多量子比特交换振荡如图 S7所示。在最大纠缠点（由黑色箭头标示处），我们分别获得了 99.91%、99.88%、99.85%、99.80% 和 99.70% 的高态保真度。

表 S2。器件参数

	Q_0	Q_1	Q_2	Q_3	总线谐振器
$\omega_r/2\pi$（GHz）	7.00075	7.0229	7.03875	7.0777	5.5208
$\omega_j/2\pi$（GHz）	5.0408[a] 5.1941[b]	5.0992	5.2056	5.2347[a] 5.3928[b]	–
$g_{r,\ j}/2\pi$(兆赫兹)	83.9	86.2	90.0	54.4	–
T_1(μ秒)	30.4[a]	31.7	38.5	33.2[a]	–
T_2^{Ramsey} μ （秒）	5.1[a]	25.3	31.0	2.6[a]	–
T_2^{Echo}（μ秒）	17.3[a]	44.1	40.3	16.6[a]	–
$g_j/2\pi$（兆赫兹）	17.3	22.8	18.2	15.2	–
$\xi_{ZZ}/2\pi$（千赫兹）	–	26.2	30.1	28.0	–
α_j（兆赫兹）	-209.8	-209.3	-210.2	-204.3	–

a 偏离甜点b 处
于甜点

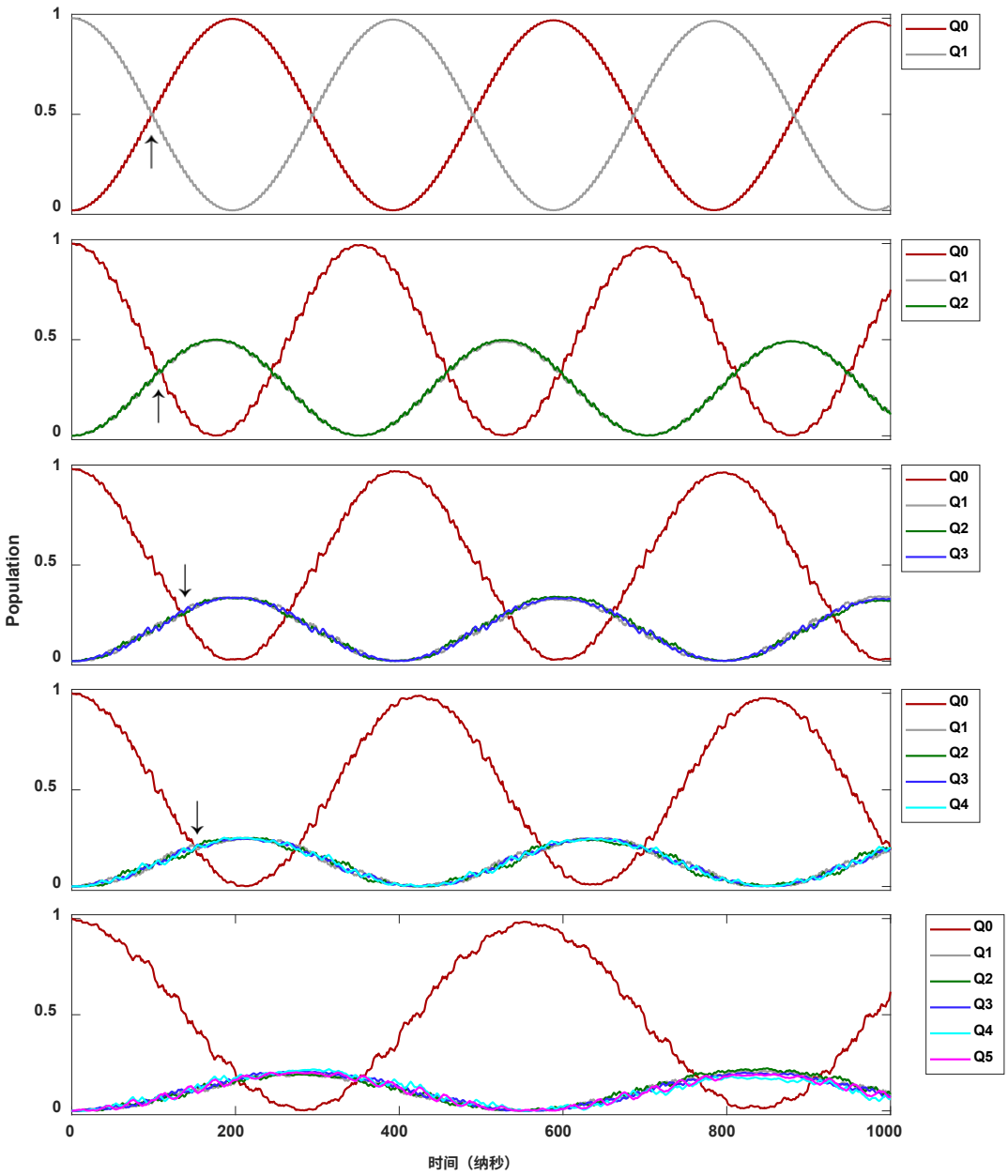


图 S7. **多量子比特 W 态的模拟生成**。图中展示了在全局参数驱动下，双至六量子比特系统的布居动力学。系统初始化于态 $|10\cdots0\rangle$。驱动诱导相干振荡，使单激发分布到所有参与的量子比特中。黑色箭头标示系统首次达到最大纠缠态（等权叠加 W 态）的时间，此时提取态保真度。模拟参数：总线谐振器频率： $\omega_b/2\pi$=5.40 GHz；量子比特频率： $\omega_j/2\pi = 5.0$、5.25、5.18、5.10、5.06、5.03 GHz，$h_j/2\pi$=28 MHz， $\alpha_j = -200$ MHz， $\frac{\xi_{zz}^j}{2\pi} = 2.5 \times 10^4$ Hz，适用于 $j = 0 \sim 5$； $T_1 = 60\,\mu$s 和 $T_2Echo = 60\,\mu$s； $S_\phi = 2.45\mu\phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$ 双量子比特情况：$\Omega_1/2\pi$=1200MHz；三量子比特情况：$\Omega_1/2\pi$=1200 MHz，Ω_1:Ω_2=1:0.9；四量子比特情况：$\Omega_1/2\pi$=980 MHz，Ω_1:Ω_2:Ω_3=1:0.91:0.59；五量子比特情况：$\Omega_1/2\pi$=820MHz，Ω_1:Ω_2:Ω_3:Ω_4=1:0.89:0.6:0.36；六量子比特情况：$\Omega_1/2\pi$=1000MHz，Ω_1:Ω_2:Ω_3:Ω_4:Ω_5=1:0.76:0.49:0.19:0.2。