多用户网络中无损互易 MiLAC 架构的性能

Tianyu Fang，*IEEE* 研究生会员，Xiaohua Zhou，*IEEE* 研究生会员，以及 Yijie Mao，*IEEE* 会员

arXiv:2601.01834v1 [eess.SP] 5 Jan 2026

摘要—微波线性模拟计算机（MiLAC）辅助波束成形在模拟域中对发射符号进行全处理，近年来已成为多输入多输出（MIMO）系统中全数字和混合式波束成形架构的有前景替代方案。已有研究表明，在单用户 MIMO 网络中，无损且互易的 MiLAC 可以实现与数字波束成形相同的容量，但其在多用户场景中的性能仍然未知。为回答这一问题，本文建立了一个由 MiLAC 辅助发射机组成的下行多用户多输入单输出（MU-MISO）网络，并研究其和速率性能。基于微波网络理论，我们首先证明，在一般的 MU-MISO 网络中，无损且互易的 MiLAC 无法实现与数字波束成形相同的性能。随后，我们 formulates 和速率最大化问题，并提出一种高效的优化框架，以联合优化 MiLAC 的功率分配和散射矩阵。数值结果验证了我们的理论分析，并表明 MiLAC 是未来超大规模 MIMO 系统中一种有前景的架构。

索引词—**微波线性模拟计算机（MiLAC）。**

I. 引言

微波线性模拟计算机（MiLAC）最近被提出，可作为超大规模 MIMO 系统的一种颇具前景的解决方案 [1], [2]。MiLAC 利用由可调阻抗元件构成的可重构多端口微波网络，直接在电磁（EM）域中处理信号。具体而言，发射信号进入输入端口，在网络中传播时经由模拟微波交互作用进行整形，随后从输出端口输出，直接进行天线辐射。借助这种固有的模拟计算能力，我们可以在发射机中使用 MiLAC 执行模拟波束成形。在这一架构中，基带符号首先转换为射频（RF）信号，并通过射频链送入 MiLAC 的输入端口，其输出端口则连接至发射天线阵列。如此一来，MiLAC 无需依赖高维数字或混合预编码电路，即可实现高效波束成形，为下一代无线系统提供一种紧凑且节能的解决方案。

基于 MiLAC 的波束成形已在 [2] 中证明，在理想阻抗调谐下，仅需 $1/15000$的计算成本即可达到与数字迫零（ZF）波束成形相同的性能。为了迈向更现实的设计， [3] 研究了一种无损且互易的 MiLAC 架构，其阻抗为纯虚数且对称，并证明该架构能够达到单用户多输入多输出（SU-MIMO）系统的容量。然而，这种名为全连接 MiLAC 的设计要求所有端口相互连接。它以显著增加电路复杂度和控制开销为代价，提供了最大的灵活性。为解决这一局限， [4] 提出了茎连接 MiLAC，这是一类在显著降低电路复杂度的同时，仍能在 SU-MIMO 中保持容量最优性能的架构。尽管已有研究 [3], [4] 证明，无损互易 MiLAC 能够达到 SU-MIMO 系统的容量，但其在一般多用户场景中的性能仍不得而知。由此引出了一个核心研究问题：*MiLAC 是否是一般多用户多天线网络中的容量最优策略?*

在本研究中，我们通过研究发射机配备全连接、无损且互易 MiLAC 的下行多用户多输入单输出（MU-MISO）网络性能，探讨这一尚未解决的问题。我们首先建立 MiLAC 发射波束成形与散射矩阵之间的关系。基于这一结果，我们刻画了 MiLAC 波束成形的可达性能上界，并通过理论分析证明，在一般 MU-MISO 网络中，无损且互易的 MiLAC 无法达到与数字波束成形相同的性能。随后，我们针对 MiLAC 建立和速率最大化问题，并提出一种高效的优化框架，通过闭式解迭代更新射频链功率分配和 MiLAC 散射矩阵。数值结果验证了我们的理论分析，并证明了所提算法的有效性。

T. Fang 就职于芬兰奥卢 90014 奥卢大学无线通信中心（电子邮箱: tianyu.fang@oulu.fi）。X. Zhou 和 Y. Mao 就职于中国上海 201210 上海科技大学信息科学与技术学院（电子邮箱: zhouxh3, maoyj@shanghaitech.edu.cn）。

II. 系统模型与问题构建

A. 系统模型

如图1所示，我们考虑一个 MU-MISO 下行通信系统，其中配备了 MiLAC 辅助天线阵列的基站（BS）拥有 L 根发射天线和 K 个射频链，为 K 个单天线用户提供服务。

1) 信号模型：令 $\mathbf{s} = [s_1, \cdots, s_K]^T \in \mathbb{C}^{K\times 1}$ 表示信息符号向量，其中 $s_k \in \mathbb{C}$ 是发往用户 k的符号。我们假设每个符号 s_k 均值为零、方差为单位值，即 $\mathbb{E}\{\mathbf{s}\mathbf{s}^H\} = \mathbf{I}$。射频链上的源信号表示为 $\mathbf{c} = [c_1, \cdots, c_K]^T \in \mathbb{C}^{K\times 1}$，其中包含符号及其分配的功率，即

$$\mathbf{c} = \mathbf{P}^{1/2}\mathbf{s}, \tag{1}$$

其中$\mathbf{P}^{1/2} = \text{diag}(\sqrt{p_1}, \cdots, \sqrt{p_K})$为平方根功率分配矩阵。其中 p_k 表示分配的发射功率

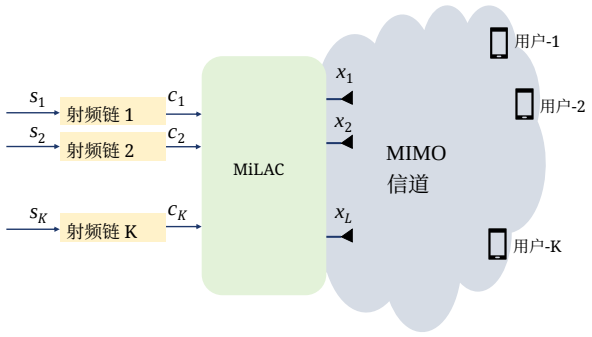


图 1：基站采用 MiLAC 的多用户多输入单输出系统。至符号 s_k，使得 $\sum_{k=1}^{K} p_k \le P_{\mathrm{t}}$，其中 P_{t} 为总发射功率预算。

MiLAC网络进一步通过波束成形矩阵$\mathbf{F} \in \mathbb{C}^{L\times K}$处理射频链输出，从而得到发射信号$\mathbf{x} = \mathbf{F}\mathbf{c}$。令 $N \triangleq K + L$ 表示MiLAC的端口总数。根据微波网络理论，波束成形矩阵$\mathbf{F}$由MiLAC的导纳（Y参数）矩阵$\mathbf{Y} \in \mathbb{C}^{N\times N}$ 确定，该矩阵 [2], 表示为

$$\mathbf{F} = \left[(\mathbf{Y}/Y_0 + \mathbf{I}_N)^{-1}\right]_{K+1:K+L,1:K}, \tag{2}$$

其中 Y_0 为参考导纳。

令$\mathbf{h}_k \in \mathbb{C}^{L\times 1}$ 表示从基站到用户 k的下行信道向量，并假设基站完全已知该向量。用户 k 接收到的信号为

$$l_k = \mathbf{h}_k^H \mathbf{x} + n_k = \mathbf{h}_k^H \mathbf{F}\mathbf{P}^{1/2}\mathbf{s} + n_k, \tag{3}$$

其中 $n_k \sim \mathcal{CN}(0,\ \sigma_k^2)$ 表示用户 k处的加性白高斯噪声。

*2) MiLAC*模型：在本文中，我们考虑采用全连接MiLAC架构来提高频谱效率。在全连接 MiLAC的可重构导纳网络中，MiLAC的每个端口 v 通过导纳 $Y_{v,\ v} \in \mathbb{C}$, $\forall v \in \mathcal{V} = \{1, \cdots, N\}$连接至地，并通过导纳 $Y_{i,\ v} \in \mathbb{C}$, $\forall i \neq v$与其他所有端口 i 互连。因此，MiLAC导纳矩阵 $\mathbf{Y}$ 的第（i，v）个元素为

$$[\mathbf{Y}]_{i,v} = \begin{cases} -Y_{i,v} & i \neq v \\ \sum_{j=1}^{N} Y_{j,v} & i = v \end{cases}. \tag{4}$$

假设 MiLAC 是无损且互易的，其导纳分量均为纯虚数，可表示为$Y_{i,\ v} = \mathrm{j}B_{i,\ v}$，其中 j 表示虚数单位，$B_{i,\ v} \in \mathbb{R}$ 表示与端口对（i，v）相关的电纳。因此，无损且互易的 MiLAC 应满足以下约束

$$\mathbf{Y} = \mathrm{j}\mathbf{B}, \mathbf{B} = \mathbf{B}^T, \tag{5}$$

其中，$\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{N\times N}$ 为MiLAC的电纳矩阵。

虽然 Y参数能够完整表征 MiLAC网络的物理互连，但散射矩阵（S参数矩阵）更常用于描述输入信号与输出信号之间的关系。具体而言，具有导纳矩阵 $\mathbf{Y}$ （此处等价地表示为电纳矩阵 $\mathbf{B}$）的 N 端口 MiLAC网络也可以通过其散射矩阵 $\mathbf{\Theta} \in \mathbb{C}^{N\times N}$ 来表征，该矩阵与 $\mathbf{B}$ 之间满足以下关系

$$\mathbf{\Theta} = (\mathbf{I}_N + \mathrm{j}Z_0\mathbf{B})^{-1}(\mathbf{I}_N - \mathrm{j}Z_0\mathbf{B}), \tag{6}$$

其中，$Z_0 = Y_0^{-1}$表示参考阻抗。鉴于MiLAC是无损且满足互易 [5], 约束(6)在数学上等价于

$$\mathbf{\Theta}^H\mathbf{\Theta} = \mathbf{I}_N, \mathbf{\Theta} = \mathbf{\Theta}^T. \tag{7}$$

3）波束成形矩阵与散射矩阵之间的关系：接下来，我们建立MiLAC波束成形矩阵$\mathbf{F}$ 与散射矩阵 $\mathbf{\Theta}$之间的关系。对(6)进行直接代数运算可得

$$\begin{aligned} \mathbf{\Theta} &= (\mathbf{I}_N + \mathrm{j}Z_0\mathbf{B})^{-1} - (\mathbf{I}_N + \mathrm{j}Z_0\mathbf{B})^{-1}\mathrm{j}Z_0\mathbf{B} \\ &= (\mathbf{I}_N + \mathrm{j}Z_0\mathbf{B})^{-1} + (\mathbf{I}_N + \mathrm{j}Z_0\mathbf{B})^{-1} \\ &\quad - (\mathbf{I}_N + \mathrm{j}Z_0\mathbf{B})^{-1} - (\mathbf{I}_N + \mathrm{j}Z_0\mathbf{B})^{-1}\mathrm{j}Z_0\mathbf{B} \\ &= 2(\mathbf{I}_N + \mathrm{j}Z_0\mathbf{B})^{-1} - \mathbf{I}_N. \end{aligned} \tag{8}$$

该对称酉散射矩阵 $\mathbf{\Theta}$可进一步划分为

$$\mathbf{\Theta} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Theta}_{11} & \mathbf{\Theta}_{21}^T \\ \mathbf{\Theta}_{21} & \mathbf{\Theta}_{22} \end{bmatrix}, \tag{9}$$

其中，$\mathbf{\Theta}_{11} \in \mathbb{C}^{K\times K}$，$\mathbf{\Theta}_{21} \in \mathbb{C}^{L\times K}$ 以及 $\mathbf{\Theta}_{22} \in \mathbb{C}^{L\times L}$. 结合(2)、(5)、(8)和(9)，可得

$$\mathbf{F} = \frac{1}{2}\left[\mathbf{\Theta} + \mathbf{I}_N\right]_{K+1:K+L,1:K} = \frac{1}{2}\mathbf{\Theta}_{21}. \tag{10}$$

(10)中波束成形矩阵$\mathbf{F}$ 的结构约束导致了MiLAC波束成形的以下基本限制。

命题1. 在一个 K 用户多天线系统中，基于无损且互易的 *MiLAC* 的发射波束成形无法达到与全数字波束成形相同的性能，只有以下两种退化情形例外：（*1*）单用户场景，即 $K = 1$；（*2*）信道方向彼此正交的多用户场景。

证明：在一个 K 用户多天线系统中，根据式（1）–（10）所述的 MiLAC 辅助系统模型，基站处的发射信号为

$$\mathbf{x} = \mathbf{F}\mathbf{P}^{1/2}\mathbf{s} = \frac{1}{2}\mathbf{\Theta}_{21}\mathbf{P}^{1/2}\mathbf{s}, \tag{11}$$

其中 $\mathbf{\Theta}_{21}$ 满足式（9）和（7）。发射功率约束为 $_{1\,4}\mathrm{Tr}(\mathbf{\Theta}_{21}^H\mathbf{\Theta}_{21}\mathbf{P}) \le P_{\mathrm{MiLACt}}$。

相比之下，经典全数字波束成形器的发射信号建模为 $\mathbf{x} = \mathbf{W}\mathbf{s}$，其中$\mathbf{W}$是满足发射功率约束的任意波束成形矩阵，即 $\mathrm{Tr}(\mathbf{W}\mathbf{W}^H) \le P_{\text{数字t}}$。$\mathbf{W}$ 还可以分解为

$$\mathbf{W} = \frac{1}{2}\mathbf{D}\mathbf{P}^{1/2}, \tag{12}$$

其中，$\mathbf{D}$包含归一化数字波束成形方向，$_{1\ 2}\mathbf{P}^{1/2}$ 为平方根对角功率分配矩阵。引入缩放因子$_{1\ 2}$ 是为了能够将 $\frac{1}{2}\mathbf{\Theta}_{21}\mathbf{P}^{1/2}$ 与式（11）[3, 附录]中规定的 MiLAC 进行清晰比较。因此，MiLAC 辅助波束成形与全数字波束成形之间的主要差异，可归结为比较 MiLAC 的矩阵 $\mathbf{\Theta}_{21}$ 与数字波束成形的$\mathbf{D}$。不同于

结构约束 $\mathbf{\Theta}_{21}$，$\mathbf{D}$ 可以是任意一组归一化波束成形向量。

下面，我们比较在散射子矩阵 $\mathbf{\Theta}_{11}$满足 $\mathbf{\Theta}_{11} \neq 0$ 和 $\mathbf{\Theta}_{11} = 0$这两种条件下，MiLAC辅助波束成形与全数字波束成形的发射信号。

- 情况 1: $\mathbf{\Theta}_{11} \neq \mathbf{0}$。根据约束 $\mathbf{\Theta}^H\mathbf{\Theta} = \mathbf{I}_N$，非零的 $\mathbf{\Theta}_{11}$ 意味着 $\mathbf{\Theta}_{21}^H\mathbf{\Theta}_{21} \prec \mathbf{I}_K$。因此，与全数字波束成形器相比，MiLAC架构的发射功率严格降低:

$$P_{\mathrm{t}}^{\mathrm{MiLAC}} = \frac{1}{4}\mathrm{Tr}(\mathbf{\Theta}_{21}^H\mathbf{\Theta}_{21}\mathbf{P}) \overset{(a)}{<} \frac{1}{4}P_{\mathrm{t}} = P_{\mathrm{t}}^{\mathrm{digital}}, \quad (13)$$

其中，步骤（a）由 $\mathbf{\Theta}_{21}^H\mathbf{\Theta}_{21} \prec \mathbf{I}_K$得出。从物理角度看，非零的 $\mathbf{\Theta}_{11}$ 意味着部分输入功率被反射（即 $\mathbf{\Theta}_{11} \neq \mathbf{0}$），导致 MiLAC 辐射的功率低于数字波束成形器。这意味着 $\mathbf{\Theta}_{21} \neq \mathbf{D}$，且 MiLAC 无法实现数字设计。

- 情况 2: $\mathbf{\Theta}_{11} = \mathbf{0}$。在这种情况下，酉性质$\mathbf{\Theta}^H\mathbf{\Theta} = \mathbf{I}_N$ 导致

$$\mathbf{\Theta}_{21}^H\mathbf{\Theta}_{21} = \mathbf{I}_K, \quad (14)$$

这表明 MiLAC 辅助波束成形$\mathbf{F} = \frac{1}{2}\mathbf{\Theta}_{21}$ 的列相互正交。然而，通用的数字波束成形矩阵$\mathbf{D}$ 的列并不正交。因此，除非$\mathbf{D}^H\mathbf{D} = \mathbf{I}_K$，否则 MiLAC 无法实现$\mathbf{D}$。这一正交条件恰好对应命题中所述的两种特殊情形。(1) 在单用户MIMO中，最优数字波束成形器是信道的奇异向量（或矩阵），其按构造即为酉矩阵，因此可直接嵌入酉散射矩阵$\mathbf{\Theta}$中。(2) 在信道方向彼此正交的多用户系统中，最优波束成形方向也彼此正交，因此可以将其选作酉散射矩阵的列，使 MiLAC 能够精确复现数字波束成形器。

总之，上述两种情形揭示了 MiLAC 的根本局限：情形 1 会导致发射天线处的功率损耗，而情形 2 则要求不同用户的波束成形方向彼此正交。因此，所考虑的无损互易 MiLAC 辅助波束成形通常无法达到与全数字波束成形相同的性能。□

B. 问题表述

为进一步评估 MiLAC 辅助的多用户多天线网络的和速率性能，我们现在联合优化功率分配矩阵$\mathbf{P}$ 和散射矩阵 $\mathbf{\Theta}$，以最大化和速率。根据式（3），用户 k 解码其预期符号时可实现的信干噪比为

$$\gamma_k = \frac{p_k|\mathbf{h}_k^H\mathbf{f}_k|^2}{\sum_{i=1,i\neq k}^{K} p_i|\mathbf{h}_k^H\mathbf{f}_i|^2 + \sigma_k^2}, \quad (15)$$

其中，$\mathbf{f}_k$是$\mathbf{F}$ $\forall k \in \{1,\cdots,K\}$的第 k列。因此，和速率最大化问题可表述为

$$\max_{\mathbf{P},\mathbf{\Theta}} \quad \sum_{k=1}^{K}\log(1+\gamma_k) \quad (16a)$$

$$\text{s.t.} \quad \mathbf{F} = \frac{1}{2}[\mathbf{\Theta}]_{K+1:K+L,1:K}, \quad (16b)$$

$$\mathbf{\Theta}^H\mathbf{\Theta} = \mathbf{I}_N, \mathbf{\Theta} = \mathbf{\Theta}^T, \quad (16c)$$

$$\mathbf{P} = \mathrm{diag}(p_1,\cdots,p_K), \quad (16d)$$

$$\mathrm{Tr}(\mathbf{P}) \leq P_{\mathrm{t}}. \quad (16e)$$

约束 (16b) 和 (16c) 描述了 MiLAC 对波束成形矩阵$\mathbf{F}$施加的物理限制，而约束 (16d) 和 (16e) 则表示信源功率预算。由于分式信干噪比表达式相互耦合且具有非凸性，同时散射矩阵上的酉约束高度非凸，问题 (16) 本质上是非凸且 NP难。下一节将提出一个高效的优化框架，以应对这些挑战。

III. 提出的优化框架

本节首先介绍一种分式规划（FP）方法，将问题（16）转化为更易处理的形式，然后采用块坐标下降（BCD）框架求解转化后的问题。具体而言，我们首先将 FP 方法应用于问题（16），得到以下引理。

引理1。通过引入辅助变量 $\boldsymbol{\alpha} = \{\alpha_1,\cdots,\alpha_K\}$, $\boldsymbol{\beta} = \{\beta_1,\cdots,\beta_K\}$，问题(16) 可等价地表述为

$$\max_{\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta},\mathbf{P},\mathbf{\Theta}} \quad \sum_{k=1}^{K} f_k(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta},\mathbf{P},\mathbf{\Theta}) \quad (17a)$$

$$\text{s.t.} \quad (16b),(16c),(16d),(16e), \quad (17b)$$

其中

$$f_k \triangleq \log(1+\alpha_k) - \alpha_k + 2\sqrt{1+\alpha_k}\sqrt{p_k}\Re\{\mathbf{h}_k^H\mathbf{f}_k\beta_k^*\} - |\beta_k|^2\left(\sum_{i=1}^{K} p_i|\mathbf{h}_k^H\mathbf{f}_i|^2 + \sigma_k^2\right).$$

证明：只需应用 [6] 中提出的分式规划框架，即可轻松证明该等价关系。□

问题 (17) 是一个典型的多块问题，可通过众所周知的块坐标下降方法求解。为简化设计，我们将问题 (17) 改写为更明确且紧凑的形式:

$$\max_{\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta},\mathbf{P},\mathbf{\Theta}} \quad 2\Re\left\{\mathrm{Tr}\left(\mathbf{F}\mathbf{P}^{\frac{1}{2}}\mathbf{\Sigma}_1^H\mathbf{H}^H\right)\right\} - \mathrm{Tr}\left(\mathbf{F}\mathbf{P}\mathbf{F}^H\mathbf{H}\mathbf{\Sigma}_2\mathbf{H}^H\right) \quad (18a)$$

$$\text{s.t.} \quad (16b),(16c),(16d),(16e), \quad (18b)$$

其中

$$\mathbf{\Sigma}_1 \triangleq \mathrm{diag}(\sqrt{1+\alpha_1}\beta_1,\cdots,\sqrt{1+\alpha_K}\beta_K),$$

$$\mathbf{\Sigma}_2 \triangleq \mathrm{diag}(|\beta_1|^2,\cdots,|\beta_K|^2), \quad \mathbf{H} \triangleq [\mathbf{h}_1,\cdots,\mathbf{h}_K].$$

下面，在固定其他块的情况下，我们给出 (17) 中各块的求解方法。

A. 辅助变量更新

固定其他变量后，关于 $\boldsymbol{\alpha}$ 和 $\boldsymbol{\beta}$ 的子问题是无约束凸问题。通过检查其

一阶最优性条件，可以得到 $\boldsymbol{\alpha}$，$\boldsymbol{\beta}$ 的解如下：

$$\alpha_k^\star = \gamma_k,\ \beta_k^\star = \frac{\sqrt{1+\alpha_k}\sqrt{p_k}\mathbf{h}_k^H\mathbf{f}_k}{\sum_{i=1}^K p_i|\mathbf{h}_k^H\mathbf{f}_i|^2+\sigma_k^2}. \tag{20}$$

B. 功率分配矩阵更新

当 $\boldsymbol{\alpha}$、$\boldsymbol{\beta}$、$\boldsymbol{\Theta}$ 固定时，关于$\mathbf{P}$ 的子问题（17）可表示为

$$\max_{\mathbf{P}} \quad 2\Re\left\{\mathrm{Tr}\left(\mathbf{P}^{1/2}\mathbf{M}\right)\right\} - \mathrm{Tr}\left(\mathbf{PN}\right) \tag{21a}$$

$$\mathrm{s.t.} \quad (16d), (16e), \tag{21b}$$

其中 $\mathbf{M} \triangleq \boldsymbol{\Sigma}_1^H\mathbf{H}^H\mathbf{F}$ 以及 $\mathbf{N} \triangleq \mathbf{F}^H\mathbf{H}\boldsymbol{\Sigma}_2\mathbf{H}^H\mathbf{F}$。定义 $\mathbf{z} \triangleq [z_1,\cdots,z_K]^T \in \mathbb{R}^{K\times 1}$，其中 $z_k = \sqrt{p_k}\ \forall k \in \{1,\cdots,K\}$，问题（21）可重新表述为

$$\max_{\mathbf{z}\succcurlyeq\mathbf{0}} \quad 2\mathbf{z}^T\mathbf{m} - \mathbf{z}^T\mathrm{diag}(\mathbf{n})\mathbf{z} \tag{22a}$$

$$\mathrm{s.t.} \quad \mathbf{z}^T\mathbf{z} \le P_{\mathrm{t}}, \tag{22b}$$

其中 $\mathbf{m} \triangleq \mathrm{diag}(\Re\{\mathbf{M}\})$，$\mathbf{n} \triangleq \mathrm{diag}(\mathbf{N})$，且$\mathbf{z} \succcurlyeq \mathbf{0}$ 表示向量$\mathbf{z}$ 逐元素非负。问题（22）是凸问题，可通过拉格朗日方法求解。其最优解为

$$\mathbf{z}^\star = \left[\left(\mathrm{diag}(\mathbf{n}) + \mu\mathbf{I}_K\right)^{-1}\mathbf{m}\right]^+, \tag{23}$$

其中算子 $[\mathbf{z}]^+ \triangleq [[z_1]^+,\cdots,[z_K]^+]^T$，其中 $[z_k]^+ \triangleq \max\{z_k,0\}$。标量 $\mu \ge 0$ 是与发射功率约束相关联的最优对偶变量，可通过二分搜索高效求得。

C. 散射矩阵更新

给定 $\boldsymbol{\alpha}$、$\boldsymbol{\beta}$，并固定$\mathbf{P}$ 后，$\boldsymbol{\Theta}$ 的子问题可表示为

$$\max_{\boldsymbol{\Theta}} \quad 2\Re\left\{\mathrm{tr}\left(\mathbf{L}_1^H\mathbf{F}\right)\right\} - \mathrm{tr}\left(\mathbf{FPF}^H\mathbf{H}\boldsymbol{\Sigma}_2\mathbf{H}^H\right) \tag{24a}$$

$$\mathrm{s.t.} \quad (16b), (16c), \tag{24b}$$

其中$\mathbf{L}_1 \triangleq \mathbf{H}\boldsymbol{\Sigma}_1\mathbf{P}^{1/2}$。可以看出，矩阵$\mathbf{F}$ 在约束 (16b) 中被定义为 $\boldsymbol{\Theta}$ 的一个缩放子矩阵，这使优化变量 $\boldsymbol{\Theta}$与目标函数之间产生了额外的耦合。为了解决这一问题，我们引入两个选择矩阵 $\mathbf{S}_1 = [\mathbf{0}_{L\times K}, \frac{1}{2}\mathbf{I}_L] \in \mathbb{R}^{L\times N}$和 $\mathbf{S}_2 = [\mathbf{I}_K; \mathbf{0}_{L\times K}] \in \mathbb{R}^{N\times K}$，使得$\mathbf{F} = \mathbf{S}_1\boldsymbol{\Theta}\mathbf{S}_2$。因此，我们可以将 (24) 改写如下

$$\max_{\boldsymbol{\Theta}\in\mathcal{M}} \quad 2\Re\left\{\mathrm{tr}\left(\mathbf{L}_2^H\boldsymbol{\Theta}\right)\right\} - \mathrm{tr}\left(\boldsymbol{\Theta}\mathbf{X}_1\boldsymbol{\Theta}^H\mathbf{X}_2\right) \tag{25}$$

其中 $\mathrm{L}_2 \triangleq \mathrm{S}_1^H\mathrm{L}_1\mathrm{S}_2^H$，$\mathrm{X}_1 = \mathrm{S}_2\mathrm{P}\mathrm{S}_2^H$，$\mathrm{X}_2 = \mathrm{S}_1^H\mathrm{H}\boldsymbol{\Sigma}_2\mathrm{H}^H\mathrm{S}_1$，且 $\mathcal{M} \triangleq \{\boldsymbol{\Theta}\big|\boldsymbol{\Theta}^H\boldsymbol{\Theta} = \mathrm{I}_N, \boldsymbol{\Theta} = \boldsymbol{\Theta}^T\}$。问题 (25) 可以通过文献 [7] 提出的逐次线性逼近法求解。特别地，考虑到对于任意可行点，均满足 $\mathrm{Tr}(\boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{\Theta}^H\mathrm{X}_2) = \mathrm{Tr}(\mathrm{X}_2)$，我们可以将$\lambda\mathrm{Tr}(\boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{\Theta}^H\mathrm{X}_2)$ 加入 (25) 中的目标函数，定义如下

$$h(\boldsymbol{\Theta}) = 2\Re\left\{\mathrm{tr}\left(\mathbf{L}_2^H\boldsymbol{\Theta}\right)\right\} + \mathrm{tr}\left(\boldsymbol{\Theta}(\lambda\mathbf{I}_N - \mathbf{X}_1)\boldsymbol{\Theta}^H\mathbf{X}_2\right), \tag{26}$$

其中，λ 是预定义常数。通过设置 $\lambda = \max_k\{p_k\}$，可确保函数 $h(\boldsymbol{\Theta})$关于 $\boldsymbol{\Theta}$为凸函数。然后，我们可以在任意可行点 $\boldsymbol{\Theta}^{[t]}$处对原问题 (24) 构造一阶泰勒近似：

$$\max_{\boldsymbol{\Theta}\in\mathcal{M}} \quad \Re\left\{\mathrm{tr}\left(\boldsymbol{\Theta}^H\left(\mathbf{L}_2 + (\lambda\mathbf{I}_N - \mathbf{X}_2)\boldsymbol{\Theta}^{[t]}\mathbf{X}_1\right)\right)\right\} \tag{27}$$

算法1： 求解该问题的所提算法 (16)

初始化： $n \leftarrow 0$，$\mathbf{P}^{[0]}$，$\boldsymbol{\Theta}^{[0]}$；

重复

- $n \leftarrow n+1$；
- 根据（20）更新 $\alpha_k^{[n]}$ 和 $\beta_k^{[n]}$，$\forall k \in \mathcal{K}$；
- 通过二分搜索求最优 $\mu^{[n]}$；
- 使用 (23) 更新 $\mathbf{z}^{[n]}$ 和 $\mathbf{P}^{[n]} = [\mathrm{diag}(\mathbf{z}^{[n]})]^2$；
- 令 $\boldsymbol{\Phi}^{[0]} = \boldsymbol{\Theta}^{[n-1]}$ 和 $\lambda = \max_k\{p_k^{[n]}\}$；
- **对于** $t = 1:\ I_1$ **执行**
  - $\boldsymbol{\Phi}^{[t]} = \boldsymbol{\Pi}_{\mathcal{M}}\left(\mathbf{L}_2 + (\lambda\mathbf{I}_N - \mathbf{X}_2)\boldsymbol{\Phi}^{[t-1]}\mathbf{X}_1\right)$；
- **end**
- 更新 $\boldsymbol{\Theta}^{[n]} = \boldsymbol{\Phi}^{[I_1]}$；
- 更新 $\mathbf{F}^{[n]} = \frac{1}{2}\left[\boldsymbol{\Theta}^{[n]}\right]_{K+1:K+L,1:K}$；

之前 问题（16）中的目标值；收敛

其最优解为

$$\boldsymbol{\Theta}^{[t+1]} = \boldsymbol{\Pi}_{\mathcal{M}}\left(\mathbf{L}_2 + (\lambda\mathbf{I}_N - \mathbf{X}_2)\boldsymbol{\Theta}^{[t]}\mathbf{X}_1\right), \tag{28}$$

其中，记号 $\boldsymbol{\Pi}_{\mathcal{M}}(\mathbf{X})$表示将方阵$\mathbf{X}$对称酉投影到可行集 $\mathcal{M}$ 中的结果。投影的具体细节见 [8]。

D. 总体算法开发

为便于说明，求解问题（16）的完整流程总结于算法1中。算法从任意可行的非零初始化 $\boldsymbol{\Theta}^{[0]}$ 和$\mathbf{P}^{[0]}$开始。在每次外层迭代中，首先根据（20）以闭式解更新辅助变量 $\{\alpha_k^{[n]}, \beta_k^{[n]}\}$。然后，通过二分搜索计算最优对偶变量 $\mu^{[n]}$，求解功率分配子问题；随后，利用（23）更新最优辅助变量$\mathbf{z}^{[n]}$ 和功率矩阵$\mathbf{P}^{[n]}$。接下来，通过I_1 次内层迭代细化散射矩阵，其中每次更新均应用（28）。重复上述步骤，直到问题（16）的目标值收敛。该迭代过程保证生成一个可行序列，并使目标值单调提升。

E. 收敛性与复杂度分析

算法1的收敛性分析遵循 [7]中的步骤，为简洁起见，此处省略。其收敛行为将在下文第四节中验证。对于算法1，计算复杂度主要由散射矩阵的更新（第9行）决定，其阶数为 $\mathcal{O}((K+L)^3)$。因此，算法1的总体复杂度为 $\mathcal{O}\left(I_2I_1(K+L)^3\right)$，其中 I_2 和 I_1 分别表示外层循环和内层循环所需的迭代次数。

IV. 仿真结果

在本节中，我们给出数值结果，以验证理论分析并展示所提算法的有效性。我们考虑两种不同信道模型下的多输入单输出广播信道（BC）。首先考察经典的瑞利衰落场景，其中用户 k的信道独立同分布地生成为$\mathbf{h}_k \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \mathbf{I}_L)$，噪声方差固定为 $\sigma_k^2 = 1$。在此设置下，发射

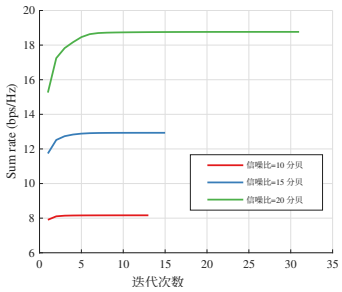
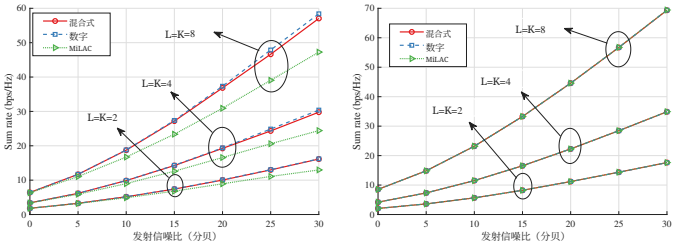


图2：所提出算法的收敛行为。



（a）瑞利信道。　　（b）正交信道。

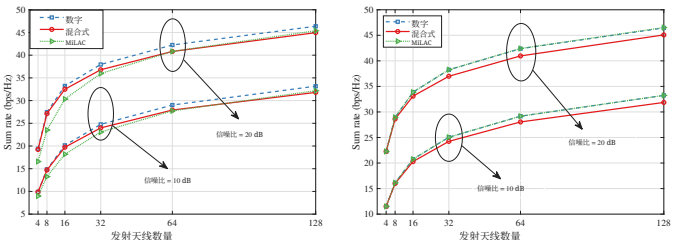
图3：两种信道模型下和速率随发射信噪比的变化。

信噪比定义为 SNR $= P_{\mathrm{t}}/\sigma_k^2$，其数值上等于发射功率。用于更新 $\boldsymbol{\Theta}$的内层迭代次数设为 $I_1 = 50$，算法1的收敛容差选为 10^{-4}。此外，为进一步验证命题1，我们还考虑了人工生成的正交信道实现，这些实现由瑞利信道的左奇异矩阵与对角奇异值矩阵相乘构造。所有仿真结果均取自100个独立信道实现的平均值。

图2展示了所提出的算法1在不同发射信噪比下的收敛行为。可以观察到，在所有情况下，该算法的目标值均单调增加，并在有限次迭代内快速收敛，从而验证了所提出优化框架的有效性和稳定性。

图3展示了两种信道模型下和速率随发射信噪比的变化情况，并将其与两种传统架构进行比较：全数字波束成形，以及采用全连接结构的混合数字–模拟波束成形 [9]。在图3a中，数字波束成形的性能略高于混合波束成形，但二者的性能均显著优于MiLAC波束成形。MiLAC的性能损失主要源于无损互易MiLAC网络带来的物理约束，以及其缺乏数字波束成形能力。因此，仅依靠MiLAC网络无法有效管理多用户干扰；随着网络负载或发射信噪比增加，性能差距也会扩大。图3b进一步验证了命题1：当所需的波束成形方向彼此正交时，MiLAC的性能与数字波束成形相当。

图 4 展示了发射天线数量增加时的和速率性能。在图 4a 中，性能



（a）瑞利信道。　　（b）正交信道。

图 4：两种信道模型下和速率与发射信噪比的关系。

MiLAC 相较于全数字波束成形的性能损失先增大后减小，而混合波束成形的性能损失则单调增加。这是因为随着发射阵列规模增大，信道逐渐变得渐近正交，从而显著提升了 MiLAC 的性能。值得注意的是，当发射天线数量达到 128 时，MiLAC架构的性能优于混合波束成形，凸显了其在超大规模 MIMO 系统中的巨大潜力。图 4b 进一步验证了命题1，其结果与数字波束成形几乎完全吻合。

V. 结论

本文分析了面向下行 MU-MISO 系统的全连接、无损且互易的 MiLAC 架构的性能。我们通过解析证明，在一般的 MU-MISO 网络中，无损且互易的 MiLAC 无法达到与数字波束成形相同的性能，并提出了一种用于联合射频链功率分配和 MiLAC配置的高效算法。仿真结果表明，尽管 MiLAC 在中等发射阵列规模下存在性能损失，但随着阵列规模增大，该差距会逐渐缩小，并且在大规模阵列下，MiLAC 甚至能够超越混合波束成形。此外，在渐近正交信道下，MiLAC 的性能可与数字波束成形匹配，验证了我们的理论分析。这些发现表明，MiLAC 是面向未来超大规模 MIMO 系统的一种有前景的架构。

参考文献

[1] M. Nerini 和 B. Clerckx，“用于信号处理和通信的模拟计算——第一部分：利用微波网络进行计算”，*IEEE* 信号处理汇刊，第 1–15 页，2025 年 12 月。[2] ——，“用于信号处理和通信的模拟计算——第二部分：迈向巨型 MIMO 波束成形”，*IEEE* 信号处理汇刊，第 1–15 页，2025 年 12 月。[3] ——，“微波线性模拟计算机（MiLAC）辅助的 MIMO 系统容量”，*arXiv* 预印本 *arXiv:2506.05983*，2025 年。[4] ——，“微波线性模拟计算机辅助的 MIMO 系统：低电路复杂度的容量达成架构”，*arXiv* 预印本 *arXiv:2506.15052*，2025 年。[5] D. M. Pozar，《微波工程：理论与技术》。John Wiley & Sons，2021 年。[6] K. Shen 和 W. Yu，“通信系统的分式规划——第一部分：功率控制与波束成形”，*IEEE* 信号处理汇刊，第 66 卷第 10 期，第 2616–2630 页，2018 年 5 月。[7] X. Zhou、T. Fang 和 Y. Mao，“超越对角 RIS 辅助多用户通信的有源与无源波束成形优化”，*IEEE* 通信简报，第 29 卷第 3 期，第 517–521 页，2025 年。[8] T. Fang 和 Y. Mao，“一种面向超越对角 RIS 辅助多用户网络的低复杂度波束成形设计”，*IEEE* 通信简报，2024 年 1 月。

[9] X. Yu、J.-C. Shen、J. Zhang 和 K. B. Letaief，《毫米波 MIMO 系统混合预编码的交替最小化算法》，*IEEE*《精选信号处理主题期刊》，第 10 卷，第 3 期，第 485–500 页，2016年。