排版后的文章将在此处显示与文章类型相符的横幅

arXiv:2601.01941v1 [physics.flu-dyn] 5 Jan 2026

湍流中手性粒子的沉降

Mees M. Flapper[1]†、John E. Sader[2], Detlef Lohse[1,3] 和 Sander G. Huisman[1] ‡

[1]流体物理系与马克斯·普朗克复杂流体动力学中心、J. M. Burgers 流体动力学中心、特文特大学，邮政信箱 217，7522NB恩斯赫德，荷兰[2]航空航天研究生实验室与应用物理与材料科学系、加州理工学院，帕萨迪纳，CA 91125，美国

[3]马克斯·普朗克 马克斯·普朗克动力学与自组织研究所，Am Faßberg 17, 37077, G¨ottingen, Germa ny

（收到日期：xx；修订日期：xx；接受日期：xx）

通过实验研究手性粒子在水中、不同湍流强度下的沉降过程。研究人员追踪粒子的位置和取向随时间的变化，从而得以深入考察粒子的沉降动力学。利用激光多普勒测速（LDA）测量产生的湍流，实验间湍流强度的变化范围为 $0 \leqslant \mathrm{Re}_\lambda \leqslant 250$。从静止流体中的粒子沉降开始，研究了手性粒子的取向动力学，发现其存在优选取向和显著的平移-旋转耦合。粒子手性决定了优选的旋转方向，但随着湍流增强，排列和平移-旋转耦合逐渐消失。我们确定了手性粒子的多种沉降模式，其特征在于旋转角的演变。最后，假设手性粒子经过简化并处于斯托克斯流中的理论模型，阐明了各种沉降模式的形成。

关键词： 作者不应在稿件中填写关键词，因为这些关键词必须由作者在在线投稿过程中选择，之后会在排版过程中添加（完整列表请参见 关键词概率密度函数）。其他分类也会同时添加。

1. 引言

流动中颗粒的预测与控制在自然和工业领域的广泛应用中都十分重要。例如，含有冰态水凝物的云会影响气候和计算天气预报，而水凝物形状和取向的变化也会产生影响（Duncan & Eriksson 2018）。其他应用还包括预测花粉的弥散（Sabban & van Hout 2011；Roy 等2023），或漂浮塑料在海洋表面的输运（Van Sebille 等2020；Sanness Salmon等2023）。在工业领域，含颗粒流应用于制药工艺（Erni 等2009）和回收工艺（Pongstabodee 等2008；Chan等2021）。这些流动中的颗粒通常呈非球形，因此会产生大量

† 通讯邮箱：m.m.flapper@utwente.nl ‡ 通讯邮箱：s.g.huisman@utwente.nl

摘要不得溢出至第 2 页

复杂的线性与角运动动力学（Voth & Soldati 2017）。这些颗粒的非球形形状使悬浮颗粒受到的力和力矩具有取向依赖性（Marchioli 等2025）。除了颗粒形状之外，含颗粒流中的湍流也带来丰富而复杂的动力学：其参数空间由颗粒与流体密度比、颗粒尺寸相对于最小湍流尺度的大小，以及固相体积分数共同界定（Brandt & Coletti 2022）。即便在小尺度上，层流中下落的非球形颗粒在静水中的运动也极为丰富且违背直觉（Joshi & Govindarajan 2025）。

在研究冰态水凝物时，研究人员曾使用圆盘和穿孔圆盘，在实验室环境中模拟多孔冰晶和板状颗粒的沉降动力学（Tinklenberg 等 2025年）。毫米级圆盘在静止空气中的沉降呈现出双峰分布的下落模式：圆盘要么稳定下落并与水平面平行，要么发生翻滚。然而，下落模式与颗粒尺寸之间的关系并非简单直接，某些尺寸的圆盘几乎只会以翻滚模式下落（Tinklenberg 等 2023年）。在这项圆盘沉降实验中引入湍流，会显著影响较大圆盘的沉降动力学：随着圆盘尺寸和湍流强度增大，下落速度会降低；同时，湍流还会使圆盘翻滚，导致取向分布更加随机。尽管如此，较小的圆盘（直径小于一毫米）仍倾向于与水平面平行下落，不受湍流强度影响（Tinklenberg 等 2024年）。通过增加穿孔来改变圆盘形状会影响其沉降动力学：穿孔圆盘更加稳定，翻滚的频率也更低。此外，湍流会通过横流诱导阻力增大穿孔圆盘的阻力系数（Tinklenberg等2025年）。

这些结果表明，形状、尺寸和湍流都会以复杂的方式显著影响圆盘在非平凡条件下的沉降动力学。超越圆盘来看，与圆盘相比，杆状颗粒和纤维在湍流中表现出截然不同的动力学特征。在这里，与翻滚相比，杆状颗粒更倾向于绕其对称轴旋转；而圆盘的翻滚多于旋转，这是由于它们与流体涡量的排列方式不同（Byron *etal.* 2015年）。圆盘的均方旋转率远高于球体或杆状颗粒（Parsa *et al.* 2012年）。研究还发现，杆状颗粒的均方旋转率在湍流的惯性区内按 $\propto l^{-4/3}$ 标度变化，其中 l 为杆长（Parsa & Voth 2014）。对于椭球体也发现了类似的标度关系，其角速度均方值同样表现为按$l^{-4/3}$标度变化，但此处 l 由等体积直径给出（Jiang *et al.* 2022年）。这再次说明，影响湍流中各向异性颗粒动力学的参数空间十分广阔，并强调颗粒动力学会受到颗粒形状、尺寸和环境湍流的影响。

本研究关注的对象类别甚至比对称粒子更广，即会破坏镜像对称性的手性粒子。在最微小的尺度上，手性分子已应用于化学领域（Roos & Roos 2015），而许多生物系统通常天生具有手性（Chan 等2021）。手性粒子的一个例子是枫树种子，它在下降过程中会自动旋转，从而增加升力，进而增大其能够飞行的距离（Lentink 等2009；Sohn & Im 2022）。Huseby 等（2025）的近期研究进一步阐释了这种平移-旋转耦合，他们采用了具有强平移-旋转耦合的螺旋带。在极低雷诺数下使这些螺旋带在静止流体中沉降，会产生准周期性的角动力学和复杂的空间轨迹。在此过程中，螺旋带长度和初始取向会显著影响动力学及最终轨迹。

Kramel等人 （2016）研究了湍流中的手性粒子，发现手性偶极子（两端具有手性的杆）在均匀



图1：a）手性对映体的三维可视化图，展示了一个左手性粒子和一个右手性粒子。b）实验中使用的3D打印手性粒子的照片。c）手性粒子处于其参考取向时的三维可视化图，其中包括坐标轴，以及由红色箭头表示的指向矢量。

各向同性湍流中会优先旋转，这是由粒子与流体应变的排列所致。最近，Piu mini等人（2024年）通过计算研究了静止流体和均匀各向同性湍流中的重质手性粒子$(2 \leqslant \rho_p/\rho_f \leqslant 10)$。在静止流体中，颗粒表现出平移-旋转耦合，其旋转方向由粒子手性决定。随着湍流增强，手性引起的均值旋转减弱，因此在高雷诺数下，手性不再起作用。其他研究指出，粒子的旋转方向并非仅由其固有手性决定（Moreno等人2024年）。

本研究通过实验和理论研究了重质手性粒子在静止流体和湍流中的沉降动力学，所采用的手性粒子与 Piumini 等人（2024年）使用的相同。本文所采用的粒子几何形状如图1a）所示，粒子的照片见图1b）。粒子的参考取向见图1c），其中红色箭头表示指向矢量。这些颗粒由三个大小相等且彼此正交的杆组成。因此存在两种不同的粒子手性，即左手性粒子和右手性粒子。选择这种特定的粒子形状是因为它简单，同时仍能打破镜像对称性。

我们还将湍流中手性粒子的研究结果与此前获得的计算结果进行了比较和对照。我们的目标是刻画静止流动中沉降手性粒子的动力学，并说明由粒子手性引起的动力学差异。通过在沉降动力学中引入并增强湍流，我们突出展示了粒子动力学如何随湍流强度的变化而改变。基于这些结果，我们可以判断，在高湍流强度下，不同粒子手性之间的动力学差异是否会如计算结果所示消失。

本文的结构如下：第2 节介绍用于开展实验的实验装置，并刻画用于沉降实验的湍流。此外，本节还利用一个简单模型，对颗粒的沉降速度和角速度进行初步估算。第3 节介绍结果，并将本研究的结果与此前的计算工作进行比较。第4 节提出一个用于颗粒沉降的简单理论模型，其中通过随机强迫纳入湍流的影响。我们利用该模型阐释实验结果。最后，第5 节给出总结性评述并展望未来工作。

2. 实验装置

沉降实验中使用的颗粒由 Formlabs Form 3 打印机进行 3D 打印。图 1b) 展示了手性粒子，其特征尺寸为 $l = 11$。3 毫米（即颗粒一段直线段的长度，称为颗粒的“杆”），端到端的欧几里得长度约为 17 毫米，密度为 $\rho = 1$。$30 \cdot 10^3$ 千克/米^3。

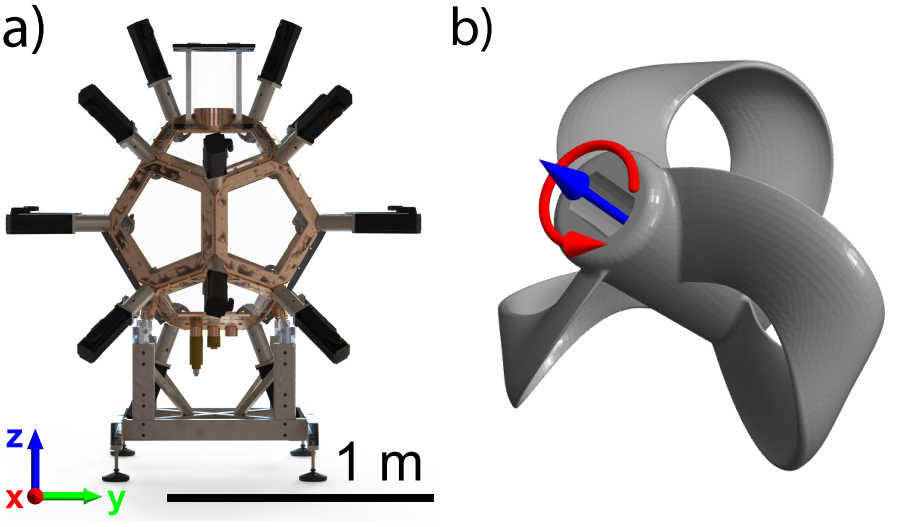


图 2：a) 十二面体装置的渲染图，图中标出了实验室坐标轴，原点位于装置中心。b) 十二面体内部所用环形螺旋桨的三维图。蓝色箭头表示旋转轴，红色箭头表示正向旋转方向。

每根杆的直径为 $d = 3$。2 毫米。我们在十二面体装置中让颗粒沉降（下文简称“十二面体”）；该装置如图 2a) 所示，基于 Zimmermann 等人描述的 LEM（拉格朗日探索模块）装置 等人(2010年)。十二面体的边长为 30 厘米，总容积约为$V = 210$升。在这些实验中，十二面体内注满水。该装置配备了 20 台电机（Beckhoff AM8033），每台最大功率为 1 千瓦。每台电机驱动一个 3D 打印的环形螺旋桨，如图 2b) 所示。螺旋桨的形状使其产生的流体位移会因旋转方向不同而有显著差异。第 2.1 节对此作了进一步说明；我们将在该节使用激光多普勒测速对十二面体中的流动进行表征。

进行沉降实验时，将手性粒子逐个从十二面体顶部释放到水中。我们用手释放颗粒，初始取向随机，释放位置约在装置中心上方 55 cm 处，以确保颗粒在测量体积内达到终端速度。我们在装置中心追踪颗粒，并使用一台 Photron Nova S16 和两台 Photron Mini AX-200 高速摄像机（均为 1024 px $\times$ 1024 px）记录沉降颗粒。两台摄像机安装在装置前方的大窗口上，第三台则安装在顶部较小的窗口上。摄像机拍摄的测量体积约为 10 cm $\times$ 19 cm $\times$ 15 cm；前方窗口处摄像机的分辨率约为 160 μm/px，顶部摄像机的分辨率约为 175 μm/px。所有摄像机均以 250 fps 的帧率进行拍摄。

使用 Flapper等人 (2025年)所述的取向跟踪算法对颗粒进行跟踪。该算法专为跟踪各向异性颗粒的取向而设计，能够区分颗粒的手性。此方法会生成一个取向已知的合成颗粒，并计算摄像机所观察到的合成投影。随后将合成颗粒投影与实验图像进行比较，并改变合成颗粒的取向，以尽可能减小实验图像与合成投影之间的差异。由此得到的合成颗粒取向即为

“流体专题”文章不得超过此页长度

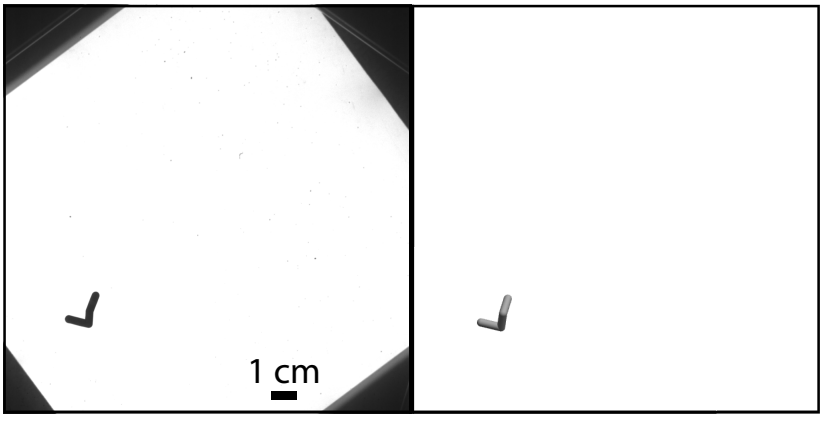


图3：记录到的手性粒子的原始图像（左图）及其对应的三维重建（右图）。粒子重建方法详见 Flapper 等人（2025年）。

实验成像颗粒的取向。随后使用找到的取向重建三维手性粒子。图中展示了一个记录图像及其重建颗粒的示例3。补充材料中展示了记录视频与重建颗粒并列播放的动画。

为研究湍流对沉降动力学的影响，通过以不同旋转速率转动螺旋桨来改变雷诺数：螺旋桨的转速分别为 0 Hz、 −0.25 Hz、 −0.5 Hz、 −1 Hz、 −2 Hz 和 −4 Hz，所有螺旋桨均以相同的旋转速率朝同一方向转动。选择 −4Hz 作为最高绝对旋转速率，因为在此绝对旋转速率下，颗粒仍会下沉。使用激光多普勒测速（LDA）对该装置产生的流动进行表征，以确定相应的流动参数，例如速度波动、各向同性、能量耗散率和泰勒–雷诺数。以下将详细介绍这些测量所得的发现和结果。

2.1. 湍流表征

使用激光多普勒测速，在十二面体中心测量速度的 y 分量和 z 分量（分别为 u 和 v ）。我们记录了旋转方向为正向和反向时，绝对旋转速率在 1 Hz 至 20 Hz 范围内的速度时间序列。将 1 Hz 设为下限，是因为螺旋桨转速更低时，速度波动过小，无法可靠测量。每次测量持续 30 分钟，期间螺旋桨以恒定频率旋转。收集到的速度数据用于计算各旋转频率下速度 $\sigma(u)$ 和 $\sigma(v)$ 的标准差，两者之比可反映流动的各向同性。图4展示了这一结果，显示了两个速度分量的标准差。再次指出，正、负旋转频率之间的差异是由螺旋桨形状造成的：负旋转频率会将流体“推”向十二面体中心，而正旋转频率则会将流体从中心“拉”出。对于负旋转频率（“推”流体），速度标准差之比约为 $\sigma(u)/\sigma(v) = 4/5$；而正旋转频率对应的比值均在 $0.93 \leqslant \sigma(u)/\sigma(v) \leqslant 1.11$ 范围内。这表明，与推流体相比，拉流体时的各向同性更好。观察两个速度分量的标准差数值，我们发现其绝对

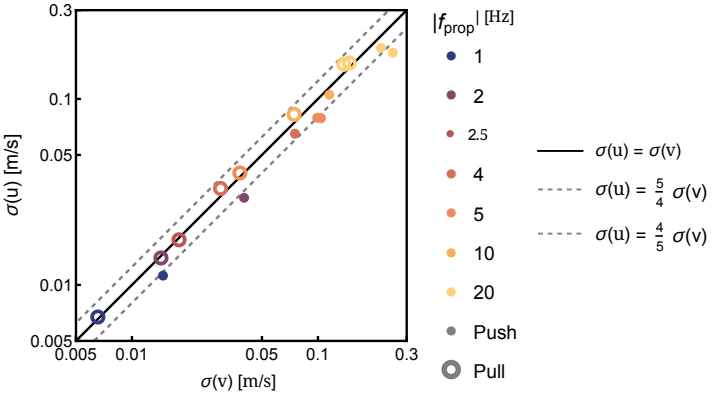


图4：绘制众多螺旋桨旋转频率下水平和垂直速度分量的标准差之间的关系。添加的线表示速度标准差之间的比值。

值始终是推流体时高于拉流体时，这表明推流体时湍流强度更高。

通过计算能量耗散率 ϵ来表征湍流强度，该耗散率由二阶结构函数计算得出。对于惯性区内较大的 r （$\eta < r < L$），根据科尔莫戈洛夫假设，纵向结构函数与能量耗散率之间的关系为（假设没有间歇性修正）

$$D_{LL}(r) = C_2(\epsilon r)^{2/3}. \tag{2.1}$$

这里， D_{LL} 是纵向结构函数， r 是两点之间的距离，而$C_2 = 2$。0是一个普适常数（Pope 2017）。根据该方程，可以计算能量耗散率：

$$\epsilon = \frac{1}{r}\left(\frac{D_{LL}(r)}{C_2}\right)^{3/2}, \tag{2.2}$$

可通过寻找惯性区内补偿结构函数的平台来估算。由于激光多普勒测速在较长时间内探测同一位置，因此利用测得的速度和到达时间差，可将时间间隔换算为空间间隔（Buchhave & Velte 2017）。图5 以对数图的形式展示了根据测得的螺旋桨频率计算出的能量耗散率。点的颜色表示螺旋桨的旋转方向。黑色三角形表示能量耗散率与螺旋桨旋转频率之间预期的立方标度，测量结果与预期标度吻合良好。

以下沉降实验中，所采用的螺旋桨旋转速率范围为 0 Hz 至 −4 Hz。尽管各向异性更高，我们仍选择使用负旋转速率，因为其能量耗散率更高。不同旋转速率下最重要的流动参数列于表1中。所报告的数值基于测得的纵向结构函数，以及由此得到的 ϵ；其中，低于 1 Hz 的旋转速率对应的数据是根据测量数据外推得到的。环境湍流由泰勒–雷诺数表征，其定义为

$$\mathrm{Re}_\lambda = \frac{\sigma(v)\lambda}{\nu}, \tag{2.3}$$

其中 $\lambda = \sigma(v)\sqrt{15\nu/\epsilon}$ 为泰勒长度。粒子雷诺数 雷诺数p 的计算方式为

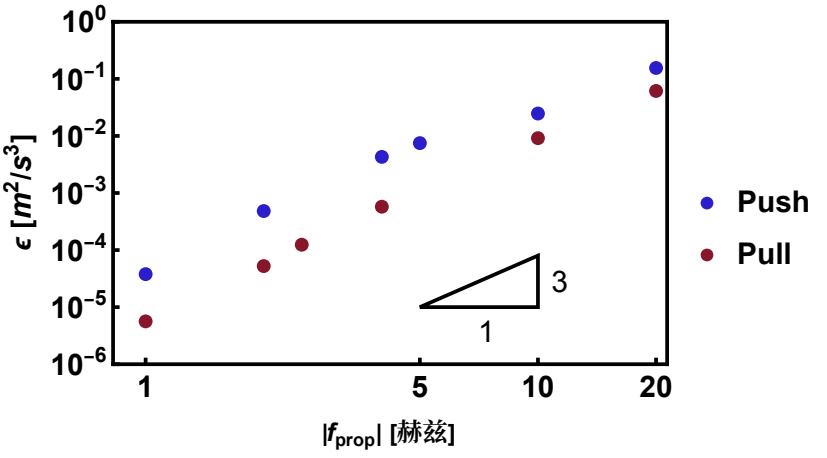


图5：能量耗散率 ϵ 随螺旋桨旋转频率变化。黑色三角形表示能量耗散率与频率之间预期的立方标度关系。

f_{prop} [Hz]	$\sigma(v)$ [米/秒]	ϵ [米^2/秒^3]	雷诺数$_l$	Re_p	Stk
−0。25	$3。2 \cdot 10^{-3}$	$4.3 \cdot 10^{-7}$	29	36	1.1
−0.5	$6。7 \cdot 10^{-3}$	$4.3 \cdot 10^{-6}$	49	76	2.3
−1	$1。4 \cdot 10^{-2}$	$3.8 \cdot 10^{-5}$	79	159	4.8
−2	$3.0 \cdot 10^{-2}$	$4.8 \cdot 10^{-4}$	153	341	10
−4	$6。6 \cdot 10^{-2}$	$4.3 \cdot 10^{-3}$	250	749	23

表1：湍流参数。

as

$$\mathrm{Re_p} = \frac{\sigma(v) l}{\nu}, \tag{2.4}$$

而斯托克斯数定义为

$$\mathrm{Stk} = \frac{t_0\, \sigma(v)}{l}, \tag{2.5}$$

其中 $t_0 = \rho_p d_{\mathrm{eq}}^2/(18\mu)$。与上文相同，$\rho_p$为颗粒密度，$l$为颗粒长度尺度，$d_{\mathrm{eq}}$ 为与手性粒子体积相同的球体的当量直径，μ 为水的动力黏度。除了表1中列出的流动条件外，我们还进行了静止水中的实验。对于静止沉降情况，最相关的参数是伽利略数，其定义如下：

$$\mathrm{Ga} = \frac{l\sqrt{gl\left(\frac{\rho_p}{\rho_f} - 1\right)}}{\nu}, \tag{2.6}$$

从而得到伽利略数 $\mathrm{Ga} = 2。1 \cdot 10^3$。

沉降　在静止水中以及各湍流条件下进行了测量　t

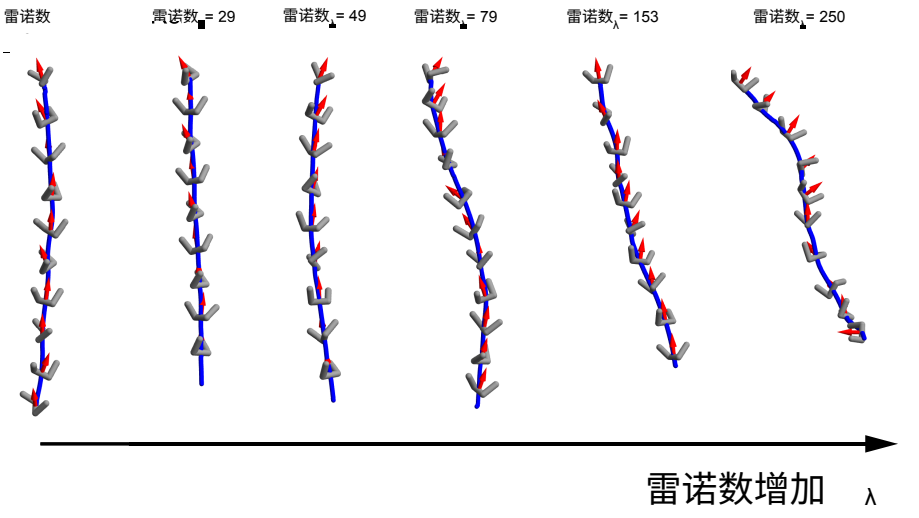


图6：不同湍流强度下沉降的手性粒子的快照。图中所有粒子均为左手性粒子，快照间隔为 0.14 秒。蓝线表示质心轨迹，红色箭头表示指向矢量。

流动，见表1。每次测量中，沉降期间均追踪了每种手性的约 90 个颗粒。

3. 结果

我们追踪沉降的手性粒子，测量其位置和取向随时间的变化。通过对这些结果进行时间微分，得到粒子的线速度和角速度。我们在一系列雷诺数范围内执行了这一过程。图 6概述了总体结果，展示了在不同湍流强度的流动中沉降的手性粒子（均为左手性粒子）的快照。快照间隔均为 0.14 秒，蓝线表示质心轨迹，红色箭头表示指向矢量。补充材料中提供了该图的动画版本，更清楚地展示了粒子动力学。图中显示，泰勒–雷诺数较小时，粒子会排列成其指向矢量与重力方向相反；然而，随着湍流增强，这种排列逐渐减弱并最终消失。同样，通过观察快照可以发现，粒子明显优先绕竖直方向旋转，这表明存在平移-旋转耦合。雷诺数增加时，这种优先旋转同样会消失。最后可以观察到，粒子的水平运动随湍流强度增加而增强。总体而言，随着湍流增强，粒子会从具有明显排列和旋转的稳定沉降模式，转变为更不规则的下落模式（翻滚）。观察右手性粒子时也能得到相同结论，唯一的区别是绕竖直方向的旋转方向相反。以下各节将对这些现象进行更详细的研究。

竖直方向的平均沉降速度按颗粒分别计算，再按泰勒–雷诺数取平均，其中每个颗粒的速度根据记录轨迹的持续时间加权。随后对平均沉降速度进行无量纲化，因此以粒子雷诺数 Re_p表示，如式（2.4）所定义，采用特征杆长 l 和运动黏度 ν。将该粒子雷诺数相对于

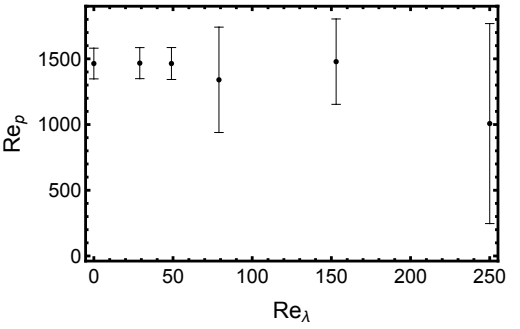


图7：基于沉降速度的粒子雷诺数随泰勒–雷诺数的变化。

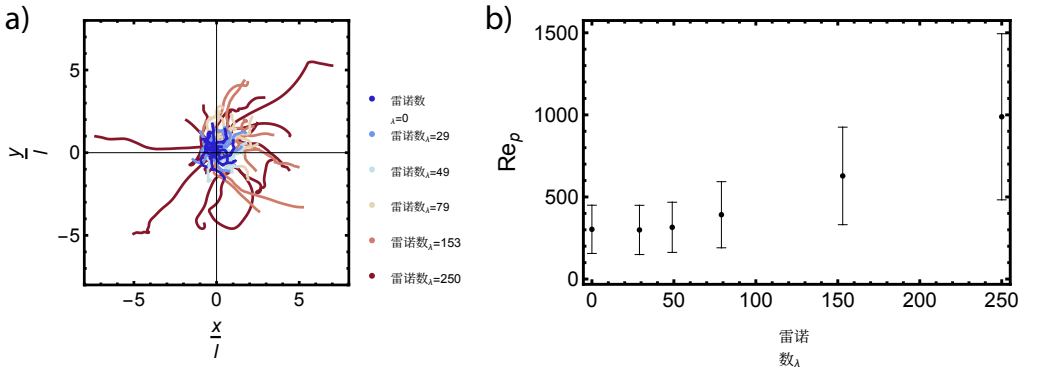


图8：a）所有测得湍流强度下，部分手性粒子轨迹的俯视图。轨迹均已平移至从原点出发，且所有轨迹的时间跨度相同。b）基于水平速度均方根的粒子雷诺数。误差棒表示标准差。

泰勒–雷诺数 Re_λ作图，见图 7。区间标记表示平均沉降速度的标准差（无量纲化为 Re_P）。图中显示，在较低的泰勒–雷诺数下，平均沉降速度几乎不受影响，但速度变化幅度会随泰勒–雷诺数增大而增加。只有在最高泰勒–雷诺数下，平均沉降速度才显著降低。对于这一数据点，标准差非常大，这是因为相较于静止流体中的下落速度，速度波动幅度很大。该图的总体结果与先前的研究一致：湍流会降低重质各向异性颗粒的沉降速度（Good & et al. 2014；Chan 等 2021；Tinklenberg 等 2024年）。

颗粒的总体速度方向向下，尽管随着湍流增强，颗粒在水平面内的速度会增加。通过研究图 8a）所示的颗粒轨迹俯视图，可以清楚地看到这一点。该图展示了所有测量湍流强度下的若干条投影轨迹，且所有轨迹均在相同的时间段内测量得到。随着湍流增强，轨迹所 traversed 的水平距离增加，图 8b）进一步说明并量化了这一现象。对于该图，粒子雷诺数采用沉降颗粒水平速度的均方根计算，其中误差棒表示标准差。该图清楚地说明了

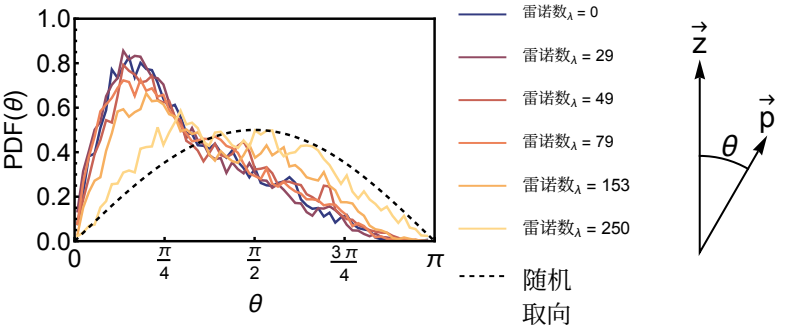


图 9：所有测得的雷诺数下，颗粒指向矢量与竖直方向之间夹角的概率密度函数。黑色虚线表示随机分布。右侧图示展示了对齐角的定义。

随着湍流强度增加，颗粒水平速度及其变化幅度也随之增加。到目前为止，结果突出表明，随着湍流强度增强，沉降速度降低而水平速度增加；这归因于螺旋桨产生的基流中的速度波动。除湍流对颗粒平移的这些影响外，我们主要关注颗粒取向动力学，以及其如何受到施加湍流的影响。

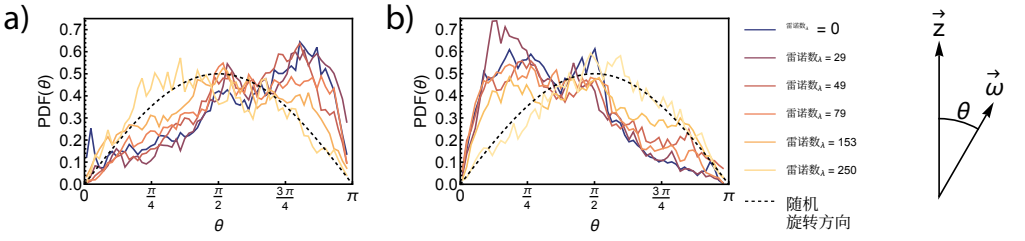
3.1. 取向数据

重构的手性粒子使我们能够深入研究取向动力学。首先，我们考察颗粒是否会像 Piumini 等人（2024年）所发现的那样优先排列，以及这种优先排列会受到湍流怎样的影响。通过确定指向矢量随时间的变化来计算颗粒的排列情况，其中指向矢量的选取方式如图 1c）所示。随后计算指向矢量与竖直方向之间的夹角，以确定颗粒与重力方向之间的排列关系。图9展示了所收集的对齐角结果，即不同雷诺数下对齐角的概率密度函数。右侧图示展示了对齐角的定义。这里需要指出，颗粒绕指向矢量的旋转无关紧要。图中的虚线表示取向随机分布时的曲线，以供参考。对齐角的概率密度函数显示出明显的优先排列，这表现为其相对于随机分布存在较大偏离：指向矢量优先排列在与重力方向相反的一侧，这也与 Piumini等人（2024年）的数值研究结果一致。在较低雷诺数下，这种优先排列清晰可见；而在较高雷诺数下则逐渐消失。因此，在测得的最高雷诺数下，颗粒取向不再由颗粒的几何学决定，而是由施加的湍流决定。该图因此展示了颗粒的优先排列，并且这种排列会随着湍流强度的增加而减弱并消失。

3.2. 旋转数据

与颗粒指向矢量的排列类似，我们发现旋转矢量相对于竖直方向的排列。旋转矢量与竖直方向之间夹角的概率密度函数示于图 10，其中数据按左手性粒子和右手性粒子分开。图 10a)表明，左手性粒子的旋转矢量优先指向重力方向，与颗粒的指向矢量相反。另一方面，图 10b)表明右手性粒子的

Rapid 文章不得超过此页长度



左手性粒子　　右手性粒子

图10：旋转矢量与竖直方向之间夹角的概率密度函数，其中（a）为左手性粒子，（b）为右手性粒子。

旋转矢量指向与重力方向相反的方向，并与颗粒的指向矢量同向排列。比较这些结果可以看出，粒子手性决定了沉降过程中的旋转方向，凸显了这些颗粒的平移-旋转耦合。这一实验发现与Piumini等人（2024年）的数值观测结果一致，表明左手性粒子和右手性粒子的旋转方向存在差异。

比较不同测得的泰勒–雷诺数 Re_λ 下旋转矢量的排列情况，我们发现，随着泰勒–雷诺数的增加，优先旋转变得不那么明显。在最高的泰勒–雷诺数下，无法辨别出优先旋转，粒子手性对其旋转统计的影响也随之消失，这与 Piumini 等人（2024年）此前的数值模拟结果一致。

3.3. 多种沉降模式

除图 6所示的稳定沉降模式和翻滚沉降模式外，实验中还观察到另一种沉降模式，不过这种情况很少见。相比之下，数值研究中只发现了此前展示的低雷诺数下的稳定沉降模式，以及较高雷诺数下的翻滚运动。

我们将这种新模式称为“螺旋”模式。图 11并列展示了螺旋模式、稳定模式和翻滚模式，呈现了不同下落动力学的快照。补充材料中还提供了该图的动画版本，更清楚地展示了不同沉降模式的动力学。图中清晰显示了稳定模式与螺旋模式在取向上的差异，尽管这两种模式都会绕垂直轴旋转，并沿笔直的竖直轨迹运动。相比之下，翻滚模式没有明显的排列或旋转。我们推测，螺旋模式能够保持稳定，是因为颗粒在沉降时会通过使颗粒底部的杆与流体对齐，尽可能减小其“迎风面积”。由于模拟中并未观察到这种沉降模式，因此这一假设尚未得到验证。

通过考察两种手性粒子随时间变化的旋转角，详细研究了实验发现的这三种沉降模式，参见图 12。图中显示了粒子分别绕 x、y和 z 轴相对于图 1c）所示参考取向的旋转。其中，α 表示绕 x轴的旋转，β 表示绕 y轴的旋转，γ表示绕 z轴的旋转，旋转顺序为 x、y、z。如前所述，稳定沉降模式的特征是绕垂直轴旋转，这一点可由左手性粒子的角度 γ单调减小看出。角度 α 和 β 围绕 0 振荡，表明指向矢量在垂直方向附近小幅振荡，如图 9 所示，这对应于较低的泰勒–雷诺数。另一方面，右手性粒子表现出

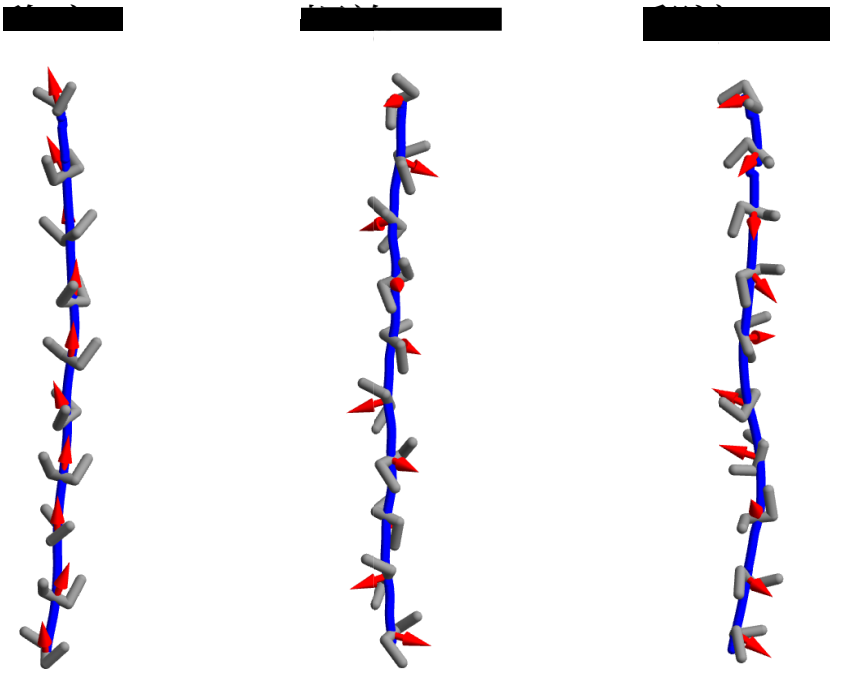


图11：所有观测到的手性粒子下落模式（均为左手性）的快照。快照间隔为0.14 s，蓝线表示质心轨迹，红色箭头表示指向矢量。所有快照均取自$\mathrm{Re}_\lambda = 0$下的测量结果。

相似曲线，但 γ 现在单调增加，凸显了粒子手性导致的旋转方向差异。

“螺旋”模式非常特别，因为与常规的稳定下落模式相比，颗粒围绕 z轴沿相反方向旋转，同时左手性粒子的 γ 现在单调增加。我们注意到，旋转角 α 和 β 的振荡幅度很小，且并非以0为中心。角度 α 接近 $-\pi/2$，这表明指向矢量大致位于 x, y平面内。这与稳定下落模式不同，在后者中，指向矢量与重力方向相反。类似地，右手性粒子表现出相近的旋转角，但围绕 z轴的旋转方向相反。值得注意的最后一点是，螺旋的角速度略高于稳定沉降模式：螺旋模式为 $\omega = 10$ 弧度/秒，而稳定沉降手性粒子为 $\omega = 7$ 弧度/秒。最后，翻滚模式随时间呈现出更加随机的取向。取向角没有显示出明确的模式，也没有周期性。

对这些不同的沉降模式进行统计，以评估其出现频率。使用 k-均值聚类算法，将每条颗粒轨迹分类为稳定、螺旋或翻滚。该分类基于每条颗粒轨迹的 12 个参数：对于每个旋转角度，我们计算均值、斜率、线性拟合残差以及残差的标准差。聚类应用于长度超过 100 帧的颗粒轨迹；我们发现，这能够很好地表征沉降模式。随后对各个簇进行人工检查和修正

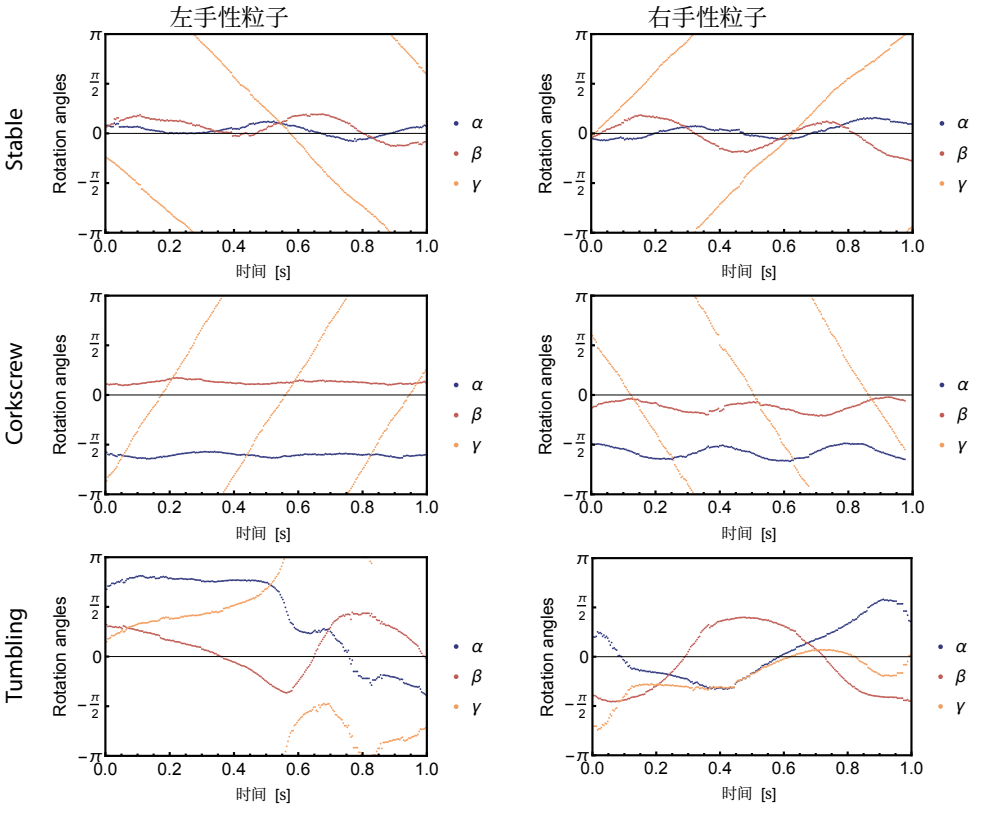


图12：所有观测到的下落模式以及两种手性粒子的旋转角随时间的变化。旋转是相对于参考取向而言的，旋转轴依次为 x、 y 和 z–轴。 α、 β 和 γ 分别表示绕 x、 y 和 z–轴的旋转。

（如有必要）：簇的大小表示每种沉降模式在各个湍流强度下的出现频率。如图 13 所示，图中以百分比表示每种沉降模式的出现频率。数据按照颗粒手性进行划分，柱状图上方的数字表示每个泰勒–雷诺数下（按颗粒手性划分）所跟踪的颗粒数量。这印证了先前的发现，强调了稳定沉降模式在较低湍流强度下的普遍出现；随着湍流增强，该模式变得更加少见。事实上，在较大的泰勒–雷诺数下，除翻滚之外的沉降模式仍然可以观察到，这表明即使在出人意料的高湍流强度下，优先排列和旋转仍可能发生。我们观察到的另一点是，螺旋沉降模式仅偶尔出现：鉴于其罕见的出现，以及该沉降模式在数值模拟中并未出现，无法仅根据所得结果直接确定这种沉降模式的成因。

模拟中缺少螺旋沉降模式，因此需要进一步研究：在计算方面，我们探索了不同的初始取向，但均无法产生螺旋模式。在实验方面，我们进行了额外的测量，结果表明，当气泡附着在手性粒子的末端时，螺旋模式很可能会出现，从而导致密度分布不均匀。

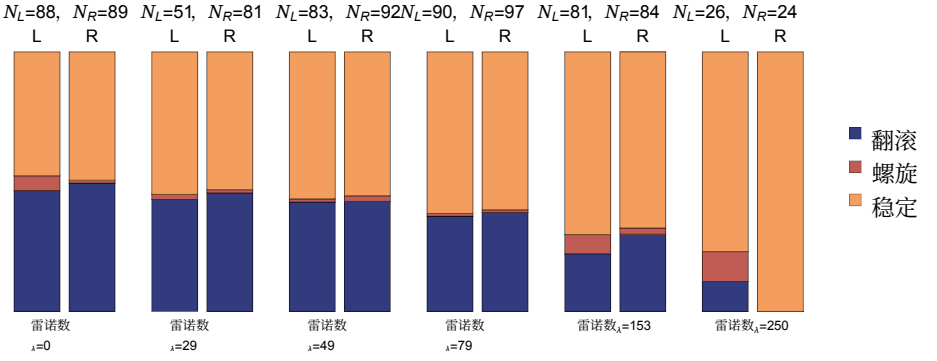


图13：所有测得的泰勒–雷诺数下，各种下落模式的出现百分比，并按粒子手性区分。柱状图上方的数字表示追踪到的左手性和右手性粒子数量。

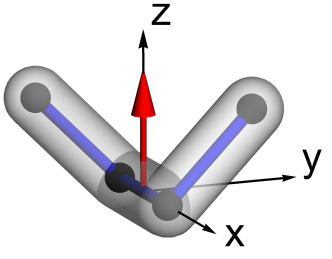


图14：由刚性连接的球体组成的简化手性粒子，黑色球体用于展示粒子，蓝色杆则表示刚性连接。半透明管状结构展示了实验中使用的粒子。红色矢量再次表示所选的指向矢量。

4. 理论模型

为了阐明并进一步研究手性粒子的沉降动力学，我们建立了一个模型。该模型基于由四个刚性连接的球体组成的简化手性粒子，如图14所示。该模型用一组最小球体集合替代真实的粒子几何形状，这些球体经过选择，能够捕捉手性粒子的对称性及其主要的流固物理。在重力作用下，假设流体为斯托克斯流，利用采用奥辛迁移率张量的标准流体动力学计算该粒子的沉降动力学，以计及球体之间的流体动力学耦合。在球体间距相对于其半径足够大时，该方法可以计算每个球体的速度：在本例中，间距长度为 1，而球体半径为 1/10。利用作用于每个球体的力，可以求出整个粒子所受的合力和力矩，进而得到其平移速度 **U**和角速度， **Ω**。随后，通过求解每个时刻的**U** 和 **Ω**，对粒子的位置和取向进行时间步进。施加的湍流的影响通过引入随机力进行建模。该理论模型的详细信息见附录A。

在没有湍流、即没有任何随机强迫的情况下，沉降手性粒子的动力学呈现稳定沉降模式，这与实验结果高度吻合。图中展示了15 左手性粒子的沉降过程快照及其随时间变化的旋转角。观察到了

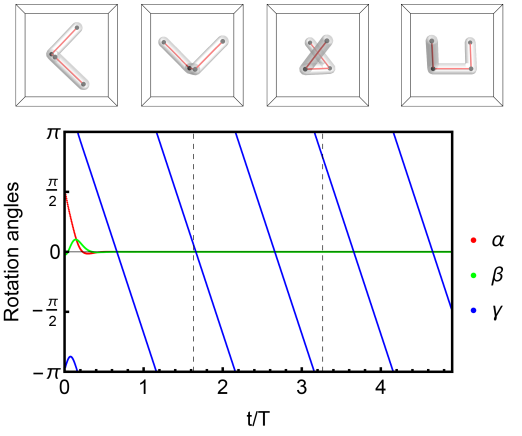


图15：理论模型：左手性手性粒子在斯托克斯流中的沉降旋转角。快照展示了不同时间步下的粒子取向。

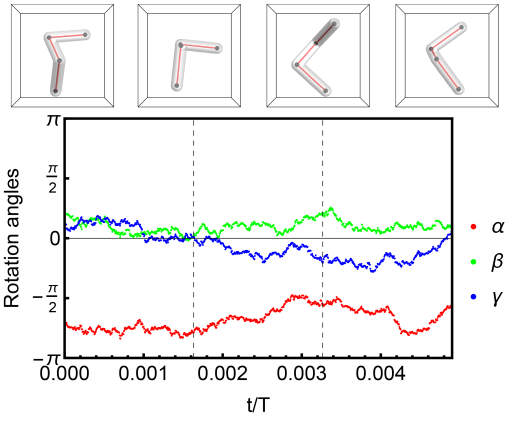


图16：理论模型：在随机湍流强迫下，左手性手性粒子在斯托克斯流中的沉降旋转角。随机力的大小是重力的一半。快照展示了不同时间步下的粒子取向。

稳定沉降粒子的特征性排列和优先 旋转，与此前实验和模拟的发现一致。补充材料中展示了左手性和右手性手性粒子的沉降动画，清楚呈现了优先排列和旋转。在存在湍流时，通过对粒子施加随机强迫来模拟湍流（见上文），我们观察到更加不规则的沉降运动，与实验中的翻滚模式相似。图中展示了翻滚粒子的旋转角和快照16；其中随机强迫的大小为重力大小的一半（也就是说，随机力的标准差为重力大小的一半）。补充材料中还收录了一个在湍流强迫下沉降的手性粒子的动画。这些结果表明，理论模型很容易得到稳定沉降模式和翻滚沉降模式。

在湍流强度逐渐增加的实验中，观察到了从稳定沉降模式到翻滚模式的转变，其特征是粒子取向与旋转的排列，参见图 9 和 10。我们通过改变理论模型中随机强迫的强度，检验是否也会出现类似的从稳定模式到翻滚模式的转变。

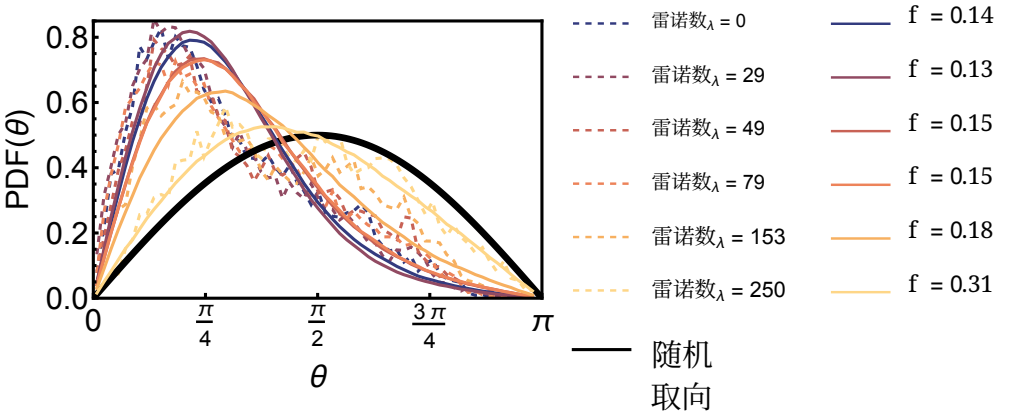


图17：实验（虚线）和理论模型（实线）中指向矢量与垂直方向夹角的概率密度函数。数值 f 表示随机强迫的大小占重力的比例。

竖直方向与指向矢量之间夹角的概率密度函数如图 17所示。随机力的大小 f是重力大小的一部分：这些数值是通过将理论概率密度函数拟合到实验概率密度函数而选定的。拟合时，最小化实验概率密度函数与理论概率密度函数之间距离的平方和；每次拟合都使用理论模型中 5000 到 10000 个沉降手性粒子的一个数据集。图中显示实验与理论的趋势高度吻合：这再次证实，手性粒子的优先排列发生在低湍流强度下，并会随着湍流增强而消失。

同样，利用理论模型计算旋转轴与垂直轴之间夹角的概率密度函数。图18 展示了模型和实验的概率密度函数，其中随机强迫的数值同样通过拟合理论曲线与实验曲线确定。图 a) 展示左手性粒子的数据，图 b) 展示右手性粒子的数据。再一次，理论模型与实验结果吻合良好，表明在湍流强度较低时存在优先旋转，而在湍流较强时这种现象消失。这说明，采用随机强迫的斯托克斯流中简化粒子的理论框架，能够捕捉颗粒在湍流环境中受重力沉降时最重要的变化趋势。

不过，仍存在一些定量差异：图17 和18中所示取向数据与旋转数据对应的随机力大小存在显著差异。鉴于湍流模型具有启发式的性质，这种差异并不意外。尽管如此，理论模型仍捕捉并阐明了实验中观察到的趋势。

理论模型再次证实了对实验的解读，并强调随着湍流增强，粒子动力学会从稳定沉降模式转变为翻滚沉降模式。实验中意外观测到了螺旋模式，但我们未能确定这种特定沉降模式的成因。理论模型能够对粒子参数进行深入研究，从而可能揭示螺旋模式的成因。

我们的实验观察表明，附着气泡会导致螺旋沉降模式。在理论模型中，我们通过减小一个球体的尺寸，使其比简化手性粒子中的其他球体更轻，以模拟附着气泡的影响。具有

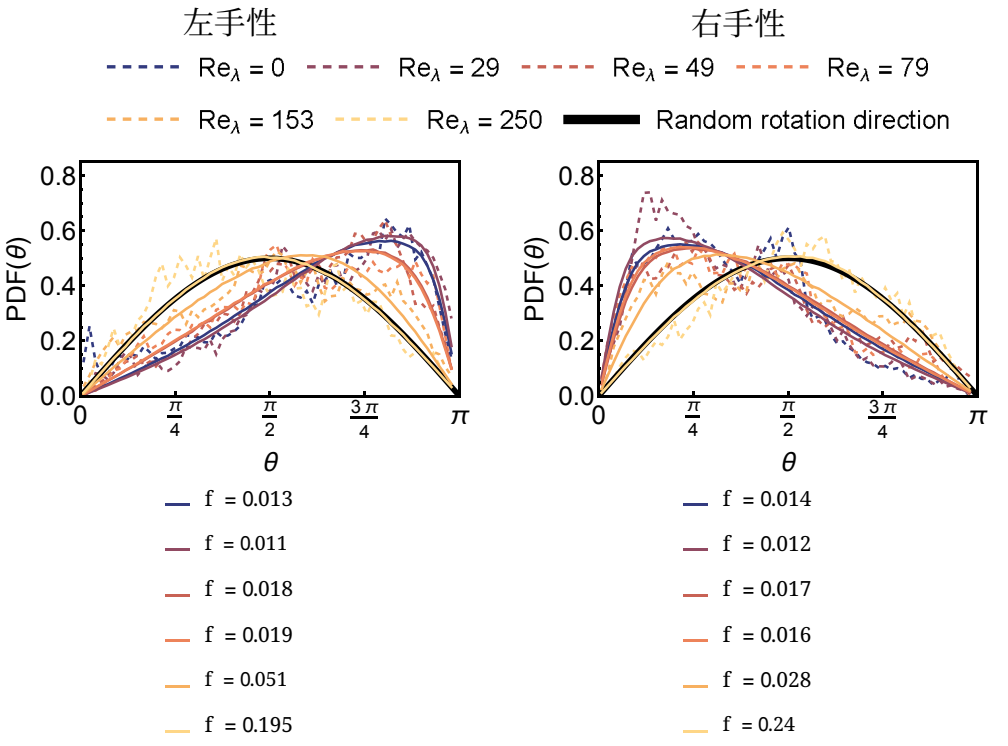


图18：实验（虚线）和理论模型（实线）中旋转矢量与竖直方向夹角的概率密度函数。a）显示左手性粒子的数据，b）显示右手性粒子的数据。理论模型的实线拟合实验数据得到的概率密度函数。

不对称质量分布的手性粒子的沉降动力学如图19所示，其中一个球体的半径为其他球体的 80%，因此其重量仅为其他球体的 51%。较轻的球体以蓝色显示。此图显示了螺旋沉降模式的出现，这种模式会在密度不平衡足够大时发生。其旋转角与实验中观察到的螺旋沉降模式的旋转角相似，如图12所示。我们再次发现，与稳定沉降模式相比，旋转方向（绕垂直轴）发生了反转。虽然此例中的质量不平衡非常大，但它表明质量不平衡可能导致螺旋沉降模式的出现。

这促使我们利用理论模型对质量不平衡进行更全面的研究。我们改变粒子末端其中一个球体的质量，使其占其他球体质量的一定比例，并观察垂直轴周围的角速度如何变化。图20 展示了质量不平衡对粒子角速度的影响。角速度以由等质量球体构成的手性粒子（以稳定沉降模式下沉）的角速度进行无量纲化。横轴表示质量分数 m_f，即较轻球体的质量占其他球体质量的比例。图中展示了观察到的旋转反转，发生在 $m_f = 0。73$。尽管这种程度的质量不平衡过大，无法由实验中的气泡造成，但该图表明，粒子中的质量不平衡（可能由气泡、粒子打印缺陷或其他原因造成）会显著影响沉降手性粒子的动力学，并可能导致螺旋沉降模式。补充材料中包含一段动画，展示

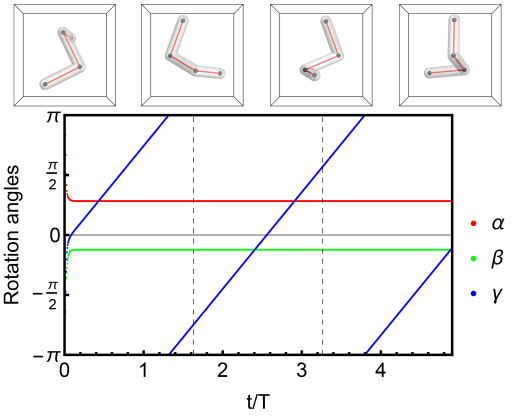


图19：理论模型：左手性手性粒子在斯托克斯流中沉降时的旋转角。快照展示了粒子在不同时间步的取向。在此情况下，其中一个球体比其他球体轻约50%。较轻的球体以蓝色标示。

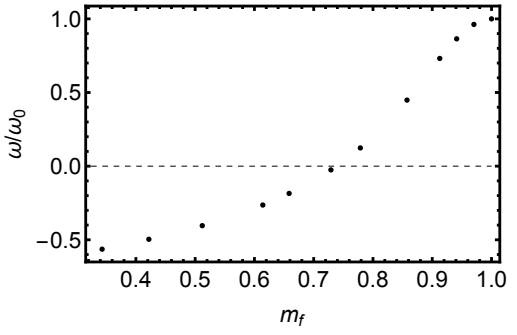


图20：理论模型：绕垂直轴的无量纲角速度随单个轻质球体质量分数的变化。角速度以所有球体质量相同时稳定沉降模式下的角速度进行无量纲化。

带有一个较轻球体的手性粒子，演示了质量不平衡的影响，并展示了旋转方向的反转。

5. 结论与展望

我们通过实验研究了多种湍流强度下手性粒子的沉降。采用激光多普勒测速估算湍流强度，得到湍流强度范围 $0 \leqslant$ 雷诺数$_\lambda \leqslant 250$。测量结果表明，随着湍流增强，粒子的下落（竖直）速度降低，而水平速度均方根增大。在取向方面，粒子优先朝向与重力方向相反的一侧，并在静止流体中绕竖直方向旋转。旋转方向取决于粒子手性；随着泰勒–雷诺数 Re_λ 增大，优先取向和旋转均逐渐消失。这表明存在一种稳定沉降模式，其中粒子手性决定旋转方向。随着湍流增强，粒子手性的影响逐渐消失。

在低 Ta 条件下泰勒–雷诺数下，通常会观察到稳定沉降模式，其中 as

在更高的泰勒–雷诺数下，稳定沉降模式会消失，此时手性粒子会发生翻滚。令人惊讶的是，在中等偏高的泰勒–雷诺数下，仍然可以观察到稳定沉降模式，这表明粒子几何形状和手性的影响在中等程度的湍流中仍然可见。除了这些稳定沉降模式和翻滚沉降模式外，实验中还观察到一种“螺旋”沉降模式，但在数值模拟中并未发现这种模式。

我们的理论模型证实了实验观察到的趋势，并表明质量不平衡可能导致螺旋沉降模式。我们发现，附着在手性粒子上的气泡确实会使螺旋模式更为常见，但我们无法断定这些气泡是螺旋模式的唯一原因，这需要进一步研究。

致谢。作者感谢Nitay Ben Shachar在理论模型方面提供的帮助。我们感谢Giulia Piumini、Roberto Verzicco、Federico Toschi和Xander de Wit就这一主题展开的富有成果的讨论。我们感谢Duco van Buuren在激光多普勒测速和数据分析方面提供的帮助与讨论。作者还要感谢Gert-WimBruggert、Martin Bos和Thomas Zijlstra提供的技术支持。

资助。本研究由荷兰研究委员会（NWO）通过项目编号OCENW.GROOT.2019.031资助。

利益声明。作者声明不存在利益冲突。

附录A. 理论模型

手性粒子的动力学采用斯托克斯流中的珠-杆模型计算。该模型以一组最精简的 N 球体取代真实的粒子几何形状，这些球体的选取旨在体现手性粒子的对称性及其主要的流固物理。本文采用 Krapf等人(2009) 的概念，计算等效 N球粒子的动力学，不过采用了不同的实现方法，详见下文。施加的湍流通过随机强迫以启发式方式纳入模型，相关讨论见第A.1节。等效 N球粒子的选取方法见第A.2节。

考虑由一组 N 球体组成的一般粒子，这些球体彼此刚性连接并浸没在黏性流体中，因此能够同步平移和旋转。采用标准流体动力学计算该一般粒子在重力作用下的沉降动力学，其中利用奥辛迁移率张量描述球体之间的流体动力学耦合（Kim & Karrila 1991）。在球体间距相对于其半径足够大的情况下，该方法可计算每个球体的速度 $\mathbf{v}_i$，其中$i \in [1, N]$。

单个孤立球体的迁移率张量$\mathbf{M}_i^{\text{single}}$ （半径为 a_i）表示为

$$\mathbf{M}_i^{\text{single}} \equiv \frac{1}{6\pi\mu a_i}\mathbf{I}, \tag{A 1}$$

并将 施加于球体 i 的力$\mathbf{f}_i$与其产生的速度$\mathbf{v}_i$通过关系式联系起来 n,

$$\mathbf{v}_i = \mathbf{M}_i^{\text{single}} \cdot \mathbf{f}_i, \tag{A 2}$$

其中$\mathbf{I}$ 是单位张量， μ 是流体黏度（在代码中设为 1）；不采用爱因斯坦求和约定。

奥辛迁移率张量定义为

$$\mathbf{G}_{ij} \equiv \frac{1}{8\pi\mu r_{ij}}\left(\mathbf{I} + \frac{\mathbf{r}_{ij}\mathbf{r}_{ij}}{r_{ij}^2}\right), \quad i \neq j, \tag{A 3}$$

giv表示球体 i在另一个球体 j上施加力 $\mathbf{f}_j$时所产生的速度 $\mathbf{v}_i$，其定义为

$$\mathbf{v}_i = \mathbf{G}_{ij} \cdot \mathbf{f}_j, \quad i \neq j, \tag{A 4}$$

其中，$\mathbf{r}_{ij}$是球体 i和 j中心之间的位置矢量，而 $r_{ij} \equiv |\mathbf{r}_{ij}|$是它们之间的距离。奥辛张量在球体半径远小于球体间距的约束条件下，给出了球体之间领先阶的流体动力学耦合，即 $a_i, a_j \ll r_{ij}$。

于是，可以利用广义迁移率张量$\mathbf{M}$计算 N 球体集合的运动。该张量将所有球体的总力矢量$\mathbf{f}$与总速度矢量$\mathbf{v}$联系起来：

$$\mathbf{v} = \mathbf{M} \cdot \mathbf{f}, \tag{A 5}$$

其中

$$\mathbf{f} \equiv [\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2, ..., \mathbf{f}_N]^T, \qquad \mathbf{v} \equiv [\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, ..., \mathbf{v}_N]^T, \tag{A 6}$$

分别由各个施加的力矢量和球体速度矢量组成的列向量按顺序堆叠而成。因此，广义迁移率张量$\mathbf{M}$是一个 $3N \times 3N$ 分块矩阵，其主对角线上为$\mathbf{M}_i^{\text{single}}$，非对角位置上为$\mathbf{G}^{ij}$。

广义阻力张量$\mathbf{R}$是$\mathbf{M}$的逆，即$\mathbf{R} \equiv \mathbf{M}^{-1}$。对式（A5）求逆后，可得到每个球体所受的力与球体速度之间的关系：

$$\mathbf{f} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{v}. \tag{A 7}$$

考虑一个由 N 个刚性耦合球体组成的一般粒子，由于其相对于质心$_0\mathbf{r}$的平移和旋转，每个球体 i 的速度为

$$\mathbf{v}_i = \mathbf{u} + \boldsymbol{\Omega} \times (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_0), \tag{A 8}$$

其中，$\mathbf{u}$ 是一般粒子的平移速度，而 $\boldsymbol{\Omega}$ 是其绕质心的角速度。于是，方程（A8）可写成矩阵形式，以便与方程（A7）相容，得到

$$[\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, ..., \mathbf{v}_N]^T = \mathbf{V} \cdot [\mathbf{U}, \boldsymbol{\Omega}]^T, \tag{A 9}$$

其中，$\mathbf{V}$ 是 $3N \times 6$ 矩阵，

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & -(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_0)_\times \\ \mathbf{I} & -(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_0)_\times \\ \cdots & \cdots \\ \mathbf{I} & -(\mathbf{r}_N - \mathbf{r}_0)_\times \end{bmatrix}, \tag{A 10}$$

其中，叉积的反对称矩阵表示为，$\mathbf{a} \times \mathbf{b} \equiv \mathbf{a}_\times \cdot \mathbf{b}^T$，其中

$$\mathbf{a}_\times \equiv \begin{bmatrix} 0 & -a_3 & a_2 \\ a_3 & 0 & -a_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 \end{bmatrix}, \tag{A 11}$$

对于任意向量，$\mathbf{a} = [a_1, a_2, a_3]$和$\mathbf{b} = [b_1, b_2, b_3]$。方程（A10）中的负号源于使用了恒等式：$\boldsymbol{\Omega} \times (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_0) = -(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_0) \times \boldsymbol{\Omega}$。

将方程（A 9）代入方程（A7），并利用方程（A 6），可得

$$\mathbf{f} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{V} \cdot [\mathbf{U}, \boldsymbol{\Omega}]^T, \tag{A 12}$$

该方程将所有球体所受的总力矢量与一般粒子的平移速度和角速度联系起来。

一般粒子所受的合力 $\mathbf{F}$ 为

$$\mathbf{F} \equiv \sum_{i=1}^{N} \mathbf{f}_i = [\mathbf{I}, \mathbf{I}, ..., \mathbf{I}] \cdot \mathbf{f}, \tag{A 13}$$

而关于其质心的合力矩 $\mathbf{\Lambda}$ 为

$$\mathbf{\Lambda} \equiv \sum_{i=1}^{N} (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_0) \times \mathbf{f}_i = \left[\ (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_0)_\times \, , \quad (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_0)_\times \, , \quad \ldots \quad , (\mathbf{r}_N - \mathbf{r}_0)_\times \ \right] \cdot \mathbf{f} \, . \tag{A 14}$$

将方程（A 13）和（A14）合并，可得

$$[\mathbf{F}, \mathbf{\Lambda}]^T \equiv \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{I} & \cdots & \mathbf{I} \\ (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_0)_\times & (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_0)_\times & \cdots & (\mathbf{r}_N - \mathbf{r}_0)_\times \end{bmatrix} \cdot \mathbf{f} = \mathbf{V}^T \cdot \mathbf{f} \, , \tag{A 15}$$

其中我们使用了方程（**A 10**）中 V 的定义。

最后，将方程（A 12）代入方程（A15），可得

$$[\mathbf{F}, \mathbf{\Lambda}]^T = \mathbf{R}_{\text{rigid}} \cdot [\mathbf{U}, \mathbf{\Omega}]^T, \tag{A 16}$$

其中刚体阻力张量为

$$\mathbf{R}_{\text{rigid}} \equiv \mathbf{V}^T \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{V}. \tag{A 17}$$

方程（A16）即为我们所求的结果，它使得在给定外加力 $\mathbf{F}$ 和力矩 $\mathbf{\Omega}$ 时，可以计算一般粒子的平移速度 $\mathbf{U}$ 和角速度$\mathbf{\Lambda}$。在本研究中，一般粒子在恒定重力和无力矩条件下运动，即

$$\mathbf{F} = -M_p g \, \hat{\mathbf{z}}, \qquad \mathbf{\Lambda} = \mathbf{0}, \tag{A 18}$$

其中 M_p 为粒子净质量， g 为重力加速度，而 $\hat{}\mathbf{z}$ 为 z方向上的笛卡尔基向量：在本模型的实现中，向下的力的大小设为单位值。具体做法是为一般粒子选择一个初始位置和取向。随后，通过求解式（A16）来计算 $\mathbf{U}$ 和 $\mathbf{\Omega}$，并在每个时间步更新刚体阻力张量$\mathbf{R}^{\text{rigid}}$。

A.1. 施加的湍流

为模拟施加的湍流，在每个时间步，将均值为零、方差为 σ_{turb} 的高斯随机噪声添加到计算所得角速度的每个笛卡尔分量中。我们不考虑平移速度，因为它不会影响实验室坐标系中的阻力张量，因此也不会影响我们主要关注的取向动力学。虽然这种方法是启发式的，但它提供了一种评估湍流影响的途径。

A.2. 最小球体集合

本研究测量的真实手性粒子，在此理论模型中用最小球体集合表示。如上所述，所选球体的半径必须远小于它们之间的所有距离。模型旨在捕捉粒子的主导对称性，进而体现其流固物理，同时避免使模型过于复杂。为此，在三根直杆的每一端各放置一个球体；见图14。为简便起见，所有球体的尺寸均相同。

参考文献

Brandt, L. & Coletti, F. 2022年 含颗粒湍流：进展与展望。《流体力学年度评论》54 (1), 159–189. Buchhave, P. & Velte, C. M. 2017年 通过精确的时间到空间映射测量湍流空间结构和动能谱。Phys. Fluids 29 (8), 085109. Byron, M., Einarsson, J., Gustavsson, K., Voth, G. A., Mehlig, B. & Variano, E. 2015 形状对各向同性湍流中颗粒旋转的影响。Phys. Fluids 27 (3). Chan, T. T. K., Blay Esteban, L., Huisman, S. G., Shrimpton, J. S. & Ganapathisubramani, B. 2021 静止流体和湍流中薄曲面颗粒的沉降行为。《流体力学杂志》922. Duncan, D. I. & Eriksson, P. 2018 基于卫星观测和再分析资料更新全球大气冰估算。Atmos. Chem. Phys. 18 (15), 11205–11219. Erni, P., Cramer, C., Marti, I., Windhab, E. J. & Fischer, P. 2009 各向异性生物聚合物颗粒的连续流结构化。Adv. Colloid Interface Sci. 150 (1), 16–26. Flapper, M. M., Bernard, E. & Huisman, S. G. 2025 含颗粒流中各向异性颗粒的多相机姿态跟踪方法。Review of Scientific Instruments 96 (6). Good, G. H. & et al. 2014 各向同性湍流中惯性颗粒的沉降状态。《流体力学杂志》759. Huseby, E., Gissinger, J., Candelier, F., Pujara, N., Verhille, G., Mehlig, B. & Voth, G. A. 2025 螺旋带：简易的手性沉降。Phys. Rev. Fluids 10 (2), 024101. Jiang, L., Wang, C., Liu, S., Sun, C. & Calzavarini, E. 2022 湍流中有限尺寸椭球体的动力学：流动结构和颗粒边界层的作用。《流体力学杂志》939, A22. Joshi, H. & Govindarajan, R. 2025 具有两个对称面的物体的沉降动力学。Phys. Rev. Lett. 134 (1), 014002. Kim, S. & Karrila, S. J. 1991《微观流体力学：原理与精选应用》。Butterworth-Heinemann. Kramel, S., Voth, G. A., Tympel, S. & Toschi, F. 2016 各向同性湍流中手性偶极子的优先旋转。Phys. Rev. Lett. 117 (15), 154501. Krapf, N. W., Witten, T. A. & Keim, N. C. 2009 黏性介质中延展物体的手性沉降。Physical Review E—Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics 79 (5), 056307. Lentink, D., Dickson, W. B., Van Leeuwen, J. L. & Dickinson, M. H. 2009 前缘涡提升自转植物种子的升力。Science 324 (5933), 1438–1440. Marchioli, C., Bourgoin, M., Coletti, F., Fox, R., Magnaudet, J., Reeks, M., Simonin, O., Sommerfeld, M., Toschi, F., Wang, L.-P. & Balachandar, S. 2025 含颗粒流。Int. J. Multiph. Flow. 191, 105291. Moreno, N., V´azquez-Cort´es, D. & Fried, E. 2024 三重扭曲莫比乌斯带的沉降动力学：几何与拓扑的比较。Phys. rev. res. 6 (3), 033141. Parsa, S., Calzavarini, E., Toschi, F. & Voth, G. A. 2012 湍流流体中杆状颗粒的旋转速率。Phys. Rev. Lett. 109 (13), 134501. Parsa, S. & Voth, G. A. 2014 湍流中长杆旋转的惯性区标度。Phys. Rev. Lett. 112 (2), 024501. Piumini, G., Assen, M.P.A., Lohse, D. & Verzicco, R. 2024 粒子手性对强湍流的大尺度特征并无影响。《流体力学杂志》995, A10. Pongstabodee, S., Kunachitpimol, N. & Damronglerd, S. 2008 结合三阶段沉浮法与选择性浮选技术分离混合消费后塑料废弃物。Waste Manag. 28 (3), 475–483. Pope, S. B. 2017《湍流》。剑桥：剑桥大学出版社。Roos, G. & Roos, C. 2015 第3章——异构体与立体化学。载于《有机化学概念》（编者：G. Roos & C. Roos），第43–54页。波士顿：Academic Press. Roy, P., Chen, L-W A., Chen, Y-T, Ahmad, S., Khan, E. & Buttner, M. 2023 现实城市环境中的花粉扩散与沉积：一项计算流体力学研究。Aerosol Sci. Eng. 7 (4), 543–555. Sabban, L. & van Hout, R. 2011 静止空气和稳态、近均匀各向同性湍流中的花粉粒子扩散测量。J. Aerosol Sci. 42 (12), 867–882. Sanness Salmon, H. R., Baker, L. J., Kozarek, J. L. & Coletti, F. 2023 形状和尺寸对天然溪流自由表面漂浮颗粒输运的影响。Water Resour. Res. 59 (10), e2023WR035716.

Sohn, M. H. & Im, D. K. 2022 自转枫树种子的飞行特性与流场结构。《视觉学杂志》pp. 1–18. Tinklenberg, A., Guala, M. & Coletti, F. 2023 薄圆盘在空气中下落。《流体力学杂志》**962**, A3. Tinklenberg, A., Guala, M. & Coletti, F. 2024 湍流对圆盘沉降动力学的影响。《流体力学杂志》**992**, A4. Tinklenberg, A., Guala, M. & Coletti, F. 2025 静止与湍流空气中穿孔圆盘的沉降。《流体力学杂志》**1010**, A34. Van Sebille, E., Aliani, S., Law, K. L., Maximenko, N., Alsina, J. M., Bagaev, A., Bergmann, M., Chapron, B., Chubarenko, I., C´ozar, A. 等 2020 漂浮海洋垃圾输运的物理海洋学。《环境研究快报》**15** (2), 023003. Voth, G. A. & Soldati, A. 2017 湍流中的各向异性颗粒。《流体力学年度评论》**49** (1), 249–276. Zimmermann, R., Xu, H., Gasteuil, Y., Bourgoin, M., Volk, R., Pinton, J.-F., Bodenschatz, E. 等 2010 拉格朗日探索模块：一种用于研究统计均匀各向同性湍流的装置。*Rev.Sci.Instrum.***81**(5)。