arXiv:2601.02429v1 [math.OC] 4 Jan 2026

基于动态模态自适应控制的固体燃料冲压发动机推力调节

Parham Oveissi*、Gohar T. Khokhar†、Kyle Hanquist‡、Ankit Goel§

本文介绍一种名为动态模态自适应控制（DMAC）的新型数据驱动自适应控制技术，并将其应用于固体燃料冲压发动机（SFRJ）的推力调节。本文采用结合可压缩流理论和平衡化学的高保真计算模型，对燃烧动力学进行仿真。基于 DMAC 框架设计自适应跟踪控制器，该框架利用动态模态分解近似局部系统行为，随后围绕辨识模型综合设计跟踪控制器。仿真结果表明，DMAC 能够有效、可靠地调节 SFRJ 的推力。此外，本文通过在多个数量级范围内改变调节参数，系统地开展了超参数敏感性研究。所得响应表明，在较大的参数变化范围内，闭环性能和跟踪误差均保持稳定，说明 DMAC 对超参数调节具有很强的鲁棒性。

I. 引言

冲压发动机非常适合远程高速任务，能够在较长时间内持续产生推力。由于没有旋转涡轮机械，其运行方式简单，因此与吸气式推进系统相比，更易于操作和维护。根据所用燃料的类型，冲压发动机可分为液体燃料冲压发动机（LFRJ）和固体燃料冲压发动机（SFRJ）。其中，SFRJ 在相近尺度下具有更简单的机械结构，因为它不需要涡轮泵、燃料囊、喷注器及其配套管路系统。此外，固体燃料较高的体积能量密度，使 SFRJ 的航程有望超过液体燃料冲压发动机。SFRJ 的另一项优势在于其燃烧特性：火焰前锋通常沿燃料药柱的全长延伸，这有助于抑制 LFRJ 中更为常见的燃烧不稳定性。

图 1 展示了固体燃料冲压发动机（SFRJ）的典型结构。固体燃料药柱衬于燃烧室壁面，高速高温气流使燃料汽化并点燃。由此产生的燃烧向流动中输入能量，从而产生推力。稳定运行要求仔细维持燃烧室内的流动条件。如果气流速率过低，热释放可能不足以产生所需推力。另一方面，过高的流速可能因热量输入过多而导致进气道不起动，或超过燃烧室的吹熄极限[1–3]。这两种情况都会增加火焰熄灭和推力损失的风险。因此，燃烧室内由压力、温度和质量流量构成的热力学状态，必须保持在狭窄且受控的工作范围内。由此可见，要确保 SFRJ 可靠运行，需要一种控制系统，使 SFRJ 的状态维持在可接受的限值内，并能在尽可能宽广的工作包线内抵御参数变化和外部扰动。然而，由于涉及固体燃烧、混合和高速流动等复杂的多物理场过程，要开发一种能够 1）预测稳定工作范围、2）计算效率高且 3）可用于控制系统设计的解析模型，极具挑战性。

本文探讨如何开发一种无需系统模型的自适应控制系统，而是利用有限测量来更新控制律，并生成所需的控制信号，以调节 SFRJ 产生的推力。本研究补充了我们此前在 [4–6]，中描述的工作，该工作探讨了

*研究生助理，机械工程系，马里兰大学巴尔的摩县分校，1000 Hilltop Circle，巴尔的摩，马里兰州 21250。

†博士后研究助理，航空航天与机械工程系，亚利桑那大学，1130 N. Mountain Avenue，图森，亚利桑那州 85721。AIAA会员。

‡助理教授，航空航天与机械工程系，亚利桑那大学，1130 N. Mountain Avenue，图森，亚利桑那州 85721。AIAA高级会员。

§助理教授，机械工程系，马里兰大学巴尔的摩县分校，1000 Hilltop Circle，巴尔的摩，马里兰州 21250。

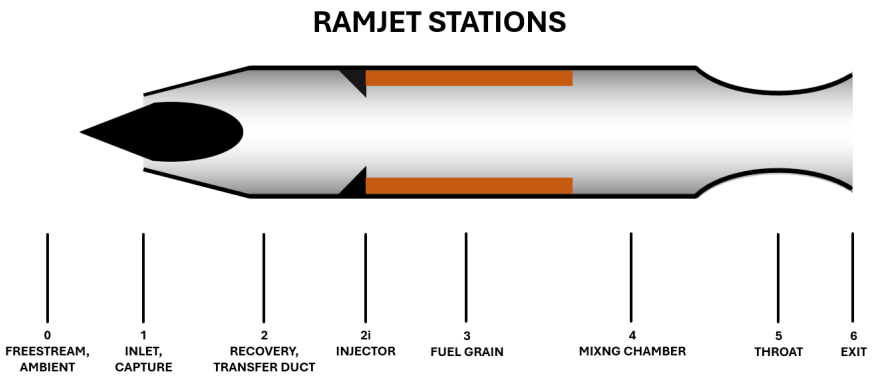


图1 典型的 SFRJ 横截面。

回溯代价自适应控制在调节 SFRJ 准静态模型产生的推力以及模拟 SFRJ 多物理场动力学的计算模型所产生的推力方面的应用。

本研究采用的控制设计方法基于动态模态自适应控制（DMAC）算法，详情见 [7]。尽管我们此前基于回顾成本自适应控制（RCAC）框架开展的研究已成功应用于冲压发动机的推力控制问题 [4–6，8–10]，RCAC 需要选择一个目标滤波器，以捕捉更新控制律所需的关键信息。然而，固定的滤波器选择会限制系统的运行范围，并显著增加多输入多输出系统的设计复杂度。相比之下，DMAC 不需要任何建模信息，而是利用测量数据识别系统的低阶动态近似，并同时构建自适应线性控制器，因此有望拥有更大的运行范围。

为模拟 SFRJ 内部的流动，我们采用了文献 [11] 中详细介绍的高保真计算模型。具体而言，我们使用截断的 SFRJ 几何结构来模拟内部流动，以降低计算成本。为模拟连续介质高超声速流，我们使用 SU2-NEMO（非平衡模型）代码求解热化学非平衡条件下多组分气体的纳维–斯托克斯方程 [12–14]。

本文结构安排如下。第II 节详细介绍计算模型以及本研究所采用的简化 SFRJ 几何结构。第III 节简要回顾用于调节 SFRJ 模型推力的动态模态自适应控制框架。第IV 节给出仿真结果，以展示 DMAC 技术在调节 SFRJ 推力方面的应用。最后，本文在第V节作出总结。

II. SFRJ 的计算模型

本节简要介绍本研究所考虑的 SFRJ 计算模型。流动的控制方程将在 [6, 11]中详细描述。本研究采用的计算流体力学软件是 SU2，这是一款计算分析与设计软件包，旨在利用非结构网格拓扑解决多物理场分析和优化任务[15]。SU2 采用中位对偶有限体积方法求解离散后的控制方程。有关 SU2 控制方程和数值格式的更多细节，请参见文献 [15]。

计算域由截断后的 SFRJ 几何结构组成，包括进气通道和燃烧室，如图2所示。采用截断几何结构是为了降低仿真计算成本。进气通道直径为 40 mm，长度为 0.2 m。燃烧室直径为 70 mm，长度为 0.978 m。简化几何结构的总长度为 1.178 m。由于该几何结构关于中心线轴对称，因此仅对几何结构中心处二维截面的一半进行仿真。图3 显示了计算域中的基准马赫数等值线，入口超声速速度为695 m/s，入口静压为100，000 Pa，入口静温为 300 K 且未加入热量。

III. 动态模态自适应控制

本节介绍动态模态自适应控制（DMAC）算法。如图 4所示，考虑一个采用基本伺服回路架构的动态系统，其输入为 $u_k \in \mathbb{R}^{l_u}$，输出为 $y_k \in \mathbb{R}^{l_y}$。DMAC控制器的目标是生成离散时间输入信号 u_k，使采样输出 y_k 跟踪参考信号

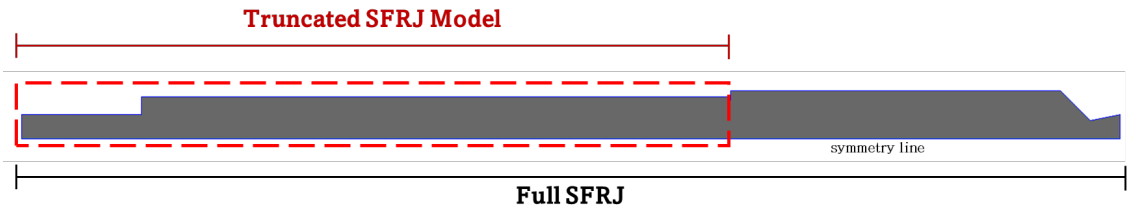


图 2　Tr截断部分和完整的 SFRJ 几何结构。本研究仅考虑截断部分　k.

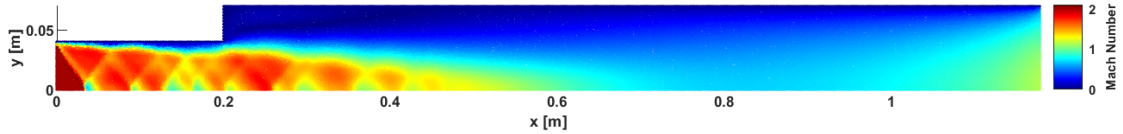


图 3 截断式 SFRJ 的马赫数等值线。

信号 r_k。 DMAC控制器由动态模态近似模块和跟踪控制器组成：前者用于近似系统的局部行为，后者则基于辨识模型设计。

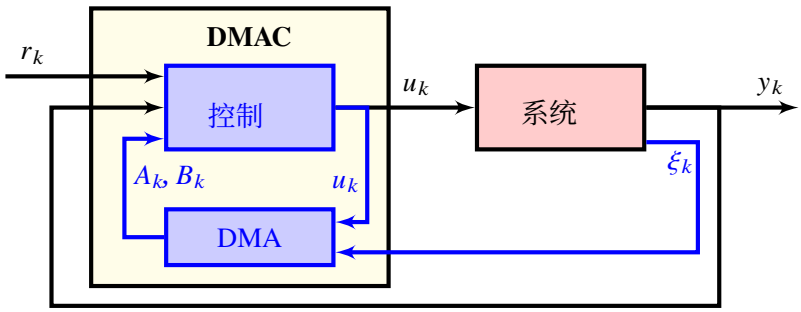


图 4 动态模态自适应控制（DMAC）架构：用于动态系统的无模型、数据驱动和基于学习的控制。

A. 动态模态近似

令 $\xi_k \in \mathbb{R}^{l_\xi}$ 表示　系统状态中测得的部分。请注意， ξ_k 可能是也可能不是系统完整的状态。为完　　计算控制信号 u_k 时，我们首先近似线性映射 $A \in \mathbb{R}^{l_\xi \times l_\xi}$ 和 $B \in \mathbb{R}^{l_\xi \times l_u}$，使得　　at

$$\xi_{k+1} = A\xi_k + Bu_k, \tag{1}$$

可将其重新表述为

$$\xi_{k+1} = \Theta\phi_k. \tag{2}$$

其中

$$\Theta \triangleq \begin{bmatrix} A & B \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{l_\xi \times (l_\xi + l_u)}, \quad \phi_k \triangleq \begin{bmatrix} \xi_k \\ u_k \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{l_\xi + l_u}. \tag{3}$$

一个矩阵 Θ 使得（2）成立的矩阵可能并不存在。不过，可以通过最小化以下内容来获得此类矩阵的近似值：

$$J_k(\Theta) \triangleq \sum_{i=0}^{k} \lambda^{k-i} \|\xi_k - \Theta\phi_{k-1}\|_2^2 + \lambda^k \mathrm{tr}\,(\Theta^{\mathrm{T}} R_\Theta \Theta), \tag{4}$$

其中 $R_\Theta \in \mathbb{R}^{(l_\xi+l_u)\times(l_\xi+l_u)}$ 是正定正则化矩阵，可确保（4）的最小化解存在；而 $\lambda \in (0,1]$ 是遗忘因子。在非线性或时变系统中，当状态在状态空间中显著变化时，通过最小化（4）得到的近似可能无法捕捉当前状态下的局部线性行为。因此，引入几何遗忘因子，使近期数据比旧数据具有更高优先级，可以改善线性近似，并防止算法变得迟缓。

命题 III.1。 考虑代价函数 (4)。对于所有 $k \geq 0$，将 (4) 的最小化解定义为

$$\Theta_k \triangleq \min_{\Theta\in\mathbb{R}^{l_x\times(l_x+l_u)}} J_k(\Theta). \tag{5}$$

那么，最小化解 Θ_k 满足

$$\Theta_k = \Theta_{k-1} + (\xi_k - \Theta_{k-1}\phi_{k-1})\,\phi_{k-1}^{\mathrm{T}}\mathcal{P}_k, \tag{6}$$

$$\mathcal{P}_k = \lambda^{-1}\mathcal{P}_{k-1} - \lambda^{-1}\mathcal{P}_{k-1}\phi_{k-1}\gamma_k^{-1}\phi_{k-1}^{\mathrm{T}}\mathcal{P}_{k-1}, \tag{7}$$

其中，对于所有 $k \geq 0$、$\gamma_k \triangleq \lambda + \phi_{k-1}^{\mathrm{T}}\mathcal{P}_{k-1}\phi_{k-1}$，以及 $\Theta_0 = 0$，$\mathcal{P}_0 \triangleq R_\Theta^{-1}$。

证明。 参见 [7]中的命题 V.2。 □

注意，代价函数 (4) 是工程应用中通常考虑的代价函数的矩阵扩展 [16]。如 [16–18], 所示，需要持续激励来确保：1）估计值收敛；2）相应的协方差矩阵 $\mathcal{P}_k$ 保持有界。为确保持续激励，本文在控制信号中引入零均值白噪声，以增强回归量 ϕ_k的持续激励性，详见第 III.B节。

B. 跟踪控制器

本小节介绍如何利用第 u_k III.A 节中计算得到的动力学近似来计算控制信号。为跟踪参考信号 $r_k \in \mathbb{R}$，DMAC算法采用带积分作用的全状态反馈控制器。请注意，全状态指的是状态 ξ_k，而非系统状态 x_k。具体而言，控制律为

$$u_k = K_{\xi,k}\xi_k + K_{q,k}q_k + v_k, \tag{8}$$

其中

$$\xi_k \triangleq \begin{bmatrix} V_{\mathrm{a},k} \\ P_{\mathrm{a},k} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^2, \tag{9}$$

表示 DMAC 状态向量。此处，$V_{\mathrm{a},\,k}$和 $P_{\mathrm{a},\,k}$分别表示喷嘴出口处归一化后的平均流速和平均压力。归一化通过将各状态值除以标称热通量条件 2×10^6 W/m^{2}下获得的对应参考值来完成。也就是说，

$$V_{\mathrm{a},k} = \frac{V_{\mathrm{out},k}}{V_{\mathrm{ref}}}, \quad P_{\mathrm{a},k} = \frac{P_{\mathrm{out},k}}{P_{\mathrm{ref}}}, \tag{10}$$

其中，V_{ref} 和 P_{ref} 分别表示标称热通量条件下测得的出口速度和压力。该归一化确保动力学近似中使用的回归量 ϕ_k 在不同工作点下保持良好的尺度和数值稳定性。

矩阵 $K_{\xi,\,k} \in \mathbb{R}^{l_u\times l_\xi}$ 和 $K_{q,\,k} \in \mathbb{R}^{l_u\times l_y}$ 是时变全状态反馈增益和积分器增益，按 [7]附录 A 所示的技术计算得到；而 $v_k \sim \mathcal{N}(0,\ \sigma_v I_{l_u})$是添加到控制信号中的零均值白噪声，用于增强动态模态近似步骤中回归量 ϕ_k 的持续激励性。请注意，积分器状态 q_k 满足

$$q_{k+1} = q_k + z_k, \tag{11}$$

其中，$z_k \triangleq r_k - y_k$ 为输出误差。

增益矩阵$K_{\xi,k}$和$K_{q,k}$采用广为人知的线性-二次-积分控制 [19], 计算，该方法需要系统的 A、B、和 C 矩阵。动力学矩阵 A 和输入矩阵 B 由III.A中描述的动态模态近似给出。输出矩阵 C 的计算如下所述。

在本文中，系统输出采用神经网络进行建模。该神经网络使用第 II 节所述 SFRJ 模型的仿真数据进行训练。具体而言，推力 $y \in \mathbb{R}$ 被建模为ξ 的非线性函数，即:

$$y = NN(\xi), \tag{12}$$

其中，$NN: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ 是一个前馈神经网络 [20]。

在本研究中，神经网络使用 MATLAB 的 feedforwardnet函数进行训练。训练数据由两组高保真仿真结果组成，共计 500 个样本。每个样本由输入对 (V_a, P_a) 以及相应生成的推力 y 作为输出构成。本研究所采用的神经网络架构如图 5所示，由两个隐藏层组成，每层包含 10 个神经元和 tansig 激活函数，后接一个线性输出层。网络使用 Levenberg–Marquardt 算法进行训练，以最小化预测推力与实际推力之间的均方误差（MSE）损失。数据集被随机划分为训练集（70%）、验证集（15%）和测试集（15%）。图 6 展示了训练集、验证集和测试集在各训练周期中的均方误差（MSE）。三条误差曲线均持续下降，表明网络学习过程正常且未出现过拟合。最终验证误差与训练误差和测试误差非常接近，说明训练后的网络能够很好地泛化到未见数据。

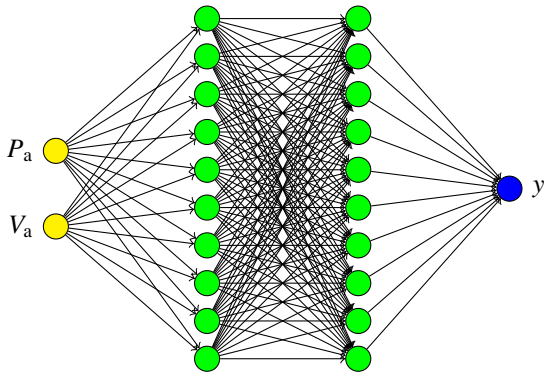


图 5 本研究采用的人工神经网络架构，由两个隐藏层组成，每层各有 10 个神经元，并采用 `tansig` 激活函数。

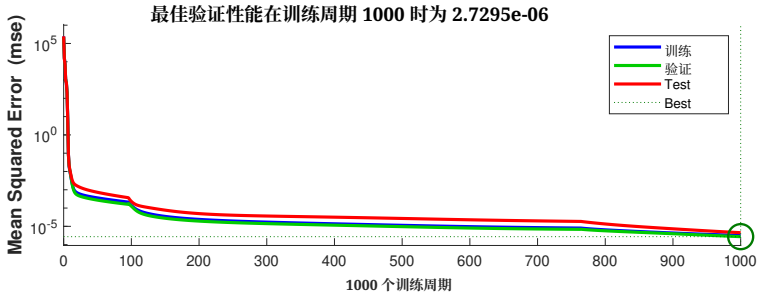


图6 神经网络训练性能图，展示了训练集、验证集和测试集随训练轮数变化的均方误差（MSE）。

由（12）可得，线性化输出矩阵为

$$C_k = \left.\frac{\partial NN(\xi)}{\partial \xi}\right|_{\xi=\xi_k}, \tag{13}$$

其中，雅可比矩阵通过中心差分格式进行数值计算，即

$$\frac{\partial NN(\xi)}{\partial \xi} \approx \frac{1}{2\varepsilon}\begin{bmatrix} NN(\xi+\varepsilon e_1) - NN(\xi-\varepsilon e_1) \\ NN(\xi+\varepsilon e_2) - NN(\xi-\varepsilon e_2) \end{bmatrix}. \tag{14}$$

注意， $e_1, e_2 \in \mathbb{R}^2$ 是标准基向量，在本研究中，我们设定 $\varepsilon = 10^{-7}$。

IV. 仿真结果

本节给出了数值示例，以展示 DMAC 技术在调节 SFRJ 产生的推力方面的应用。通过简单的网格搜索选择 DMAC 超参数，以便在标称条件下获得令人满意的瞬态响应。

控制信号 u_k 用于调节热通量 w_k，其表达式为

$$w_k = w_0 - K_w \times u_k, \tag{15}$$

其中 w_0 为标称热通量， u_k 为DMAC算法生成的自适应控制信号，且 K_w 为缩放因子。线性映射（15）的选取使自适应控制信号 u_k 的幅值保持接近$\mathcal{O}(1)$，以确保DMAC算法的数值稳定性。在本文中，标称热通量 $w_0 = 2 \times 10^6 \mathrm{W/m^2}$，缩放因子 K_w 设置为 10^5。

A. 指令跟踪

首先，我们考虑将SFRJ推力调节至恒定值的问题。具体而言，要求SFRJ产生大小为 $r = 1000$ N的恒定推力。由于 $\xi_k \in \mathbb{R}^2$ 和 $u_k \in \mathbb{R}$，因此 Θ_k 是一个 2×3矩阵。在DMAC中，我们设置 $R_\Theta = 10^2 I_3$，遗忘因子 $\lambda = 0$。995。跟踪控制器中的LQR权重为 $R_1 = I_3$ 和 $R_2 = 1$。

图7 展示了采用 DMAC算法更新控制器时 SFRJ 的闭环响应，其中 a) 展示指令推力 $r = 1000$ N 和生成的信号 y_k，b) 展示控制信号 u_k，c) 展示对数刻度下跟踪误差绝对值 $z_k \triangleq y_k - r$，d) 展示由 DMAC 计算的估计矩阵 Θ_k。请注意，输出误差趋近于零。

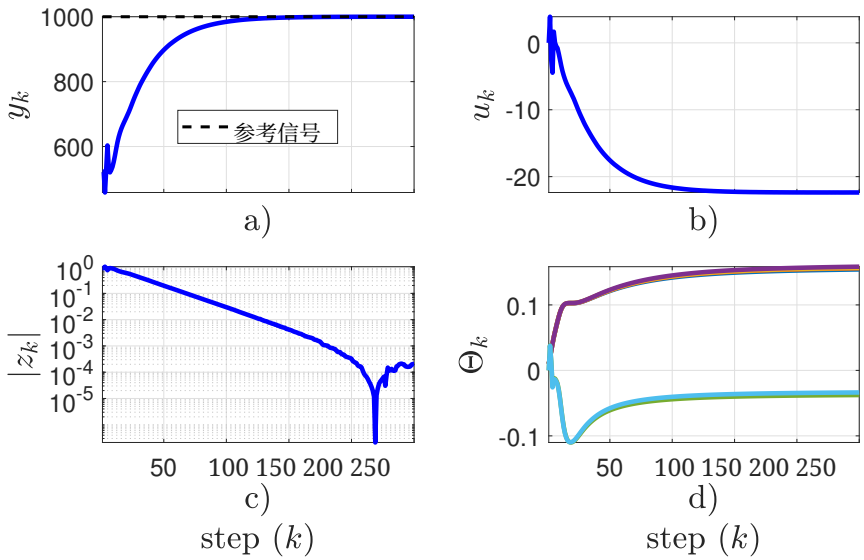


图 7 DMAC 控制下 SFRJ 的闭环响应。a) 展示输出 y_k 和参考信号 r，b) 展示控制信号 u_k，c) 展示对数刻度下跟踪误差的绝对值 z_k。

接下来，命令 SFRJ 跟踪一个双阶跃指令。具体而言，在 $k \in (0,\ 200)$ 内，推力指令为 $r = 1000$ N；在 $k \geq 200$ 时，推力指令为 $r = 1200$ N。注意，DMAC 超参数与上一

种情况相同。图 8 展示了 DMAC 算法更新控制器时 SFRJ 的闭环响应，其中 a) 显示指令推力 r 和生成的信号 y_k，b) 显示控制信号 u_k，c) 以对数刻度显示跟踪误差的绝对值 $z_k \triangleq y_k - r$，d) 显示 DMAC 计算得到的估计矩阵 Θ_k。注意，输出误差趋近于零。

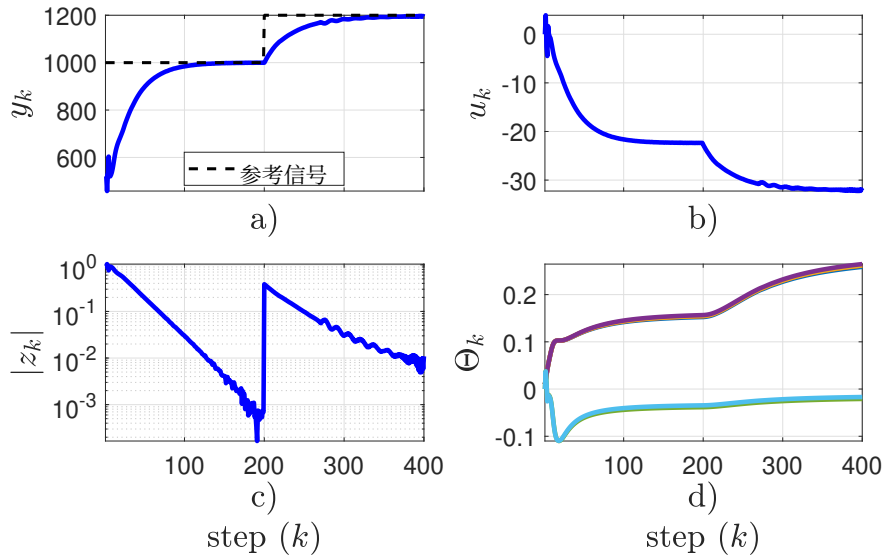


图 8 使用 DMAC 的 SFRJ 闭环响应。a) 显示输出 y_k 和参考信号 r，b) 显示控制信号 u_k，c) 显示对数刻度下的跟踪误差绝对值 z_k。

B. 超参数的影响

为研究 DMAC算法对其调节超参数的鲁棒性 R_Θ， λ， R_1 和 R_2，我们在保持其他超参数为标称值的情况下，系统地改变每个超参数。图9 显示了 DMAC超参数对闭环响应 y_k 和绝对跟踪误差 $|z_k|$的影响。从上到下，各行分别对应于对 R_Θ、 λ、 R_1和 R_2的变化。请注意，在每种情况下，超参数均变化了几个数量级，这表明 DMAC 对调节参数具有鲁棒性。

V. 结论

本文研究了在无需系统解析模型的情况下，利用有限的原位测量对固体燃料冲压发动机（SFRJ）产生的推力进行调节的问题。本文所呈现的仿真结果表明，动态模态自适应控制（DMAC）方法是调节 SFRJ 推力的一种可行且有效的技术。尤其是，其最低限度的测量要求增强了该方法在实际应用中的可行性。

此外，我们开展了系统的超参数敏感性分析，以评估 DMAC 框架对其调节参数的鲁棒性。结果表明，在这些参数大幅变化的情况下，闭环性能和跟踪误差仍保持稳定，说明 DMAC 对超参数调节具有很强的鲁棒性。这一特性进一步证明，该框架适用于不确定且动态变化的推进环境。

VI. 致谢

本研究得到美国海军研究办公室资助，项目编号为 N00014-23-1-2468。

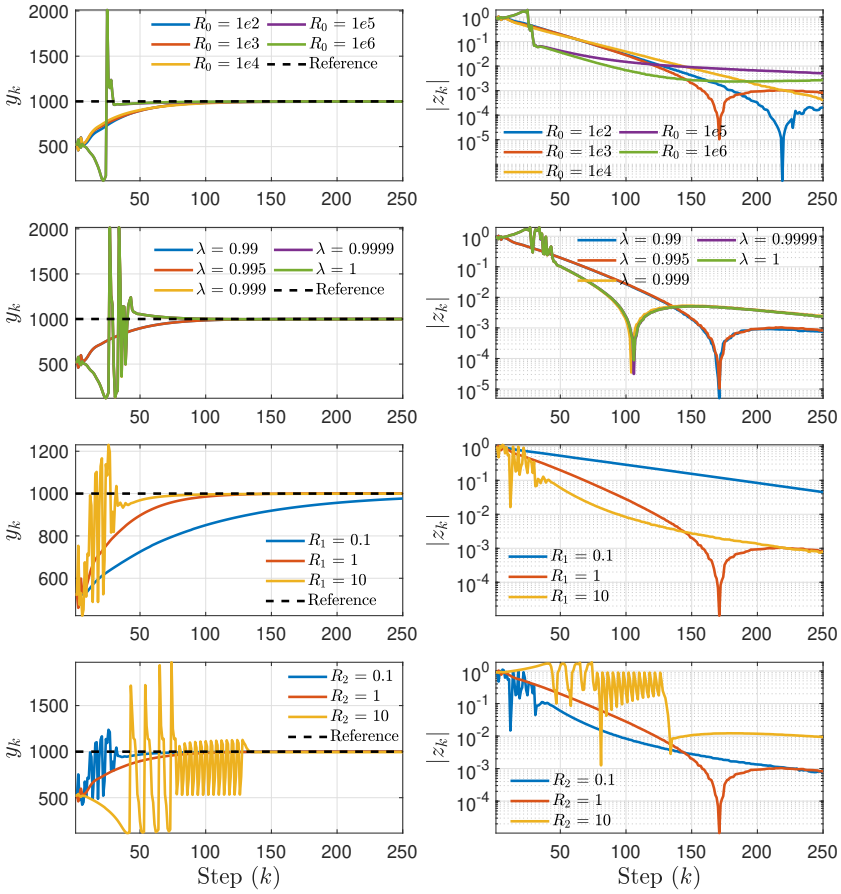


图 9 DMAC超参数对闭环性能的影响。

参考资料

[1] Arjun, P. 和 Nagaraja, S.，“超燃冲压发动机隔离段中的不起动现象”，《热流体与制造工程最新进展：ICTMS 2022 论文选集》，施普林格，2022 年，第 195–204 页。[2] Varshney, M. 和 Baig, M.，“超燃冲压发动机不起动控制”，AIAA Scitech 2019 论坛，2019 年，第 0297 页。[3] Yuceil, K.、Valdivia, A.、Wagner, J.、Clemens, N. 和 Dolling, D.，“利用涡流发生器射流主动控制超声速进气道不起动”，第39届 AIAA 流体动力学会议，2009 年，第 4022 页。[4] Oveissi, P.、Trivedi, A.、Goel, A.、Tumuklu, O.、Hanquist, K. M.、Farahmandi, A. 和 Philbrick, D.，“固体燃料冲压发动机基于学习的自适应推力调节”，AIAA SCITECH 2023 论坛，2023 年，第 2533 页。[5] Oveissi, P.、Goel, A.、Tumuklu, O. 和 Hanquist, K. M.，“固体燃料冲压发动机自适应燃烧调节”，AIAA SCITECH 2024 论坛，2024 年，第 0743 页。[6] Oveissi, P.、Dorsey, A.、Khokhar, G. T.、Hanquist, K. M. 和 Goel, A.，“固体燃料冲压发动机高保真计算模型中的自适应燃烧调节”，AIAA SciTech 2025 论坛，2025 年，第 0352 页。[7] Oveissi, P. 和 Goel, A.，“使用矩阵递归最小二乘的无模型动态模态自适应控制”，，2025 https://arxiv.。网址。[8] DeBoskey, R.、Oveissi, P.、Narayanaswamy, V. 和 Goel, A.，“基于神经网络和自适应控制的固体燃料冲压发动机推力原位监测与调节框架”，2025 IEEE 控制技术与应用会议 (CCTA)，IEEE，2025 年，第 377–382 页。[9] Goel, A.、Duraisamy, K. 和 Bernstein, D. S.，“模型超燃冲压发动机燃烧室不起动的回溯代价自适应控制”，AIAA 期刊，第 56 卷，第 3 期，2018 年，第 1085–1096 页。[10] Oveissi, P.、Dorsey, A.、McBeth, J.、Hanquist, K. M. 和 Goel, A.，“飞行条件下固体燃料冲压发动机基于学习的推力调节”，AIAA SciTech 2025 论坛，2025 年，第 2805 页。[11] Khokhar, G. T.、McBeth, J.、Hanquist, K. M.、Oveissi, P. 和 Goel, A.，“基于解析理论和计算流体力学的固体燃料冲压发动机研究”，AIAA SCITECH 2025 论坛，2025 年，第 0392 页。[12] Maier, W. T.、Needels, J. T.、Garbacz, C.、Morgado, F.、Alonso, J. J. 和 Fossati, M.，“SU2-NEMO：用于高马赫数非平衡多组分流的开源框架”，《航空航天》，第 8 卷，第 7 期，2021 年，第 193 页。[13] Economon, T. D.、Palacios, F.、Copeland, S. R.、Lukaczyk, T. W. 和 Alonso, J. J.，“SU2：用于多物理场仿真与设计的开源工具套件”，AIAA 期刊，第 54 卷，第 3 期，2016 年，第 828–846 页。https://doi.org/10.2514/1.J053813。[14] Maier, W. T.、Needels, J. T.、Garbacz, C.、Morgado, F.、Alonso, J. J. 和 Fossati, M.，“SU2-NEMO：用于高马赫数非平衡多组分流的开源框架”，《航空航天》2021 年，第 8 卷，第 193 页，第 8 卷，第 7 期，2021 年，第 193 页。https://doi.org/10.3390/AEROSPACE8070193，网址 https://www.mdpi.com/2226-4310/8/7/193/htmhttps://www.mdpi.com/ 2226-4310/8/7/193。[15] Economon, T. D.、Palacios, F.、Copeland, S. R.、Lukaczyk, T. W. 和 Alonso, J. J.，“SU2：用于多物理场仿真与设计的开源工具套件”，AIAA 期刊，第 54 卷，第 3 期，2016 年，第 828–846 页。https://doi.org/10.2514/1.J053813，出版方：美国航空航天学会公司。[16] Goel, A.、Bruce, A. L. 和 Bernstein, D. S.，“采用变方向遗忘的递归最小二乘：补偿持续激励性的损失 [讲义],”，《IEEE 控制系统杂志》，第 40 卷，第 4 期，2020 年，第 80–102 页。[17] Y. Mareels, I. 和 Gevers, M.，“持续激励准则”，决策与控制会议论文集，1986 年，第 1933–1935 页。https: //doi.org/10.1109/CDC.1986.267349。[18] Mareels, I. M. 和 Gevers, M.，“线性多变量时变系统的持续激励准则”，《控制、信号与系统数学》，第 1 卷，第 3 期，1988 年，第 203–226 页。https://doi.org/10.1007/BF02551284。[19] Young, P. C. 和 Willems, J.，“线性多变量伺服机构问题的一种方法”，《国际控制杂志》，第 15 卷，第 5 期，1972 年，第 961–979 页。[20] Rozario, T.、Oveissi, P. 和 Goel, A.，“神经网络训练的基于矩阵的表示与无梯度算法”，2024 年国际机器学习与应用会议 (ICMLA)，IEEE，2024 年，第 325–332 页。