具有共同重构约束的状态依赖衰落高斯信道

Viswanathan Ramachandran

arXiv:2601.02802v1 [cs.IT] 6 Jan 2026

摘要——**本文研究了在具有加性状态干扰的衰落高斯模型中，如何联合传输消息并重构信道状态的共同估计。状态是发射机非因果已知的独立同分布（i.i.d.）高斯序列，瞬时衰落系数则由发射机和接收机完美获知。接收机需要解码所传输的消息，并在共同重构（CR）约束下重构状态，确保其估计与发射机的估计一致。本文的主要结果是对这一设定下的最优率失真权衡区域给出完整刻画。我们还通过数值示例验证了分析结果，展示了率失真和功率失真权衡。**

索引词——**共同重构、率失真权衡、Gelfand-Pinsker编码、衰落信道、脏纸编码。**

I. 引言

状态依赖信道是通信场景的强大模型，适用于信道行为受到某种底层随机过程影响、且该过程仅部分已知的情形。在这类系统中，可达速率主要取决于发射机和接收机能够获取多少状态信息。一个著名的例子是发射机能够非因果地获取状态信息而接收机无法获取的情形； [1] 最初针对离散无记忆信道对此进行了分析， [2]则分析了高斯对应模型。

参考文献 [3] 将 [2] 扩展到一种情形：发射机不仅发送消息，还帮助接收机估计信道状态。然而，在该模型中，接收机对状态的估计对于发射机而言是未知的。在此基础上， [4] 引入了共同重构（CR）约束，确保两个终端的重构完全一致。这一特性对于医疗或生物特征数据传输等应用十分重要（可为双方提供共享参考以实现同步）。

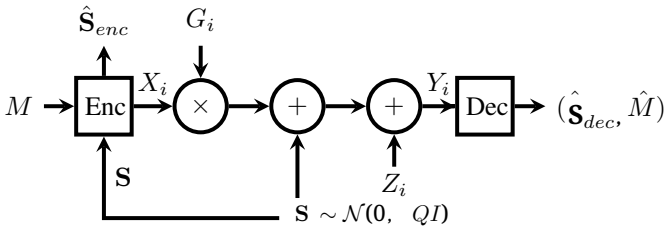

图1. 具有共同重构的状态依赖衰落信道

作者现供职于印度理工学院（IIT）焦特布尔分校电气工程系，印度（电子邮箱：vramachandran@iitj.ac.in）。

近年来， [4] 中的研究启发了众多拓展。 [5]研究了状态依赖高斯广播信道（BC），其中两个接收机都必须对加性状态进行共同重构。在信源编码方面， [6]在共同重构约束下提出了经典的 Heegard–Berger（HB）和级联信源编码问题。相关拓展包括对中继网络中带共同重构的广播问题的研究 [7], ，以及共同重构约束下的逐次精细化问题 [8]。 [9], 分析了 HB 设置的向量高斯对应模型，并确立了共同重构约束下的率失真区域。最近， [10] 研究了双终端信源编码问题，其中每个终端分别观测两个相关信源之一，并希望在共同重构约束下重构它们的和。随后， [11] 将这一问题推广到允许重构信源的任意公共函数。

然而，衰落是无线信道中的一种根本性损伤，必须明确建模。本文通过研究衰落状态依赖信道上的联合消息传输与共同重构，探讨了这一方面。以往关于此类信道的研究大多忽略了状态估计/共同重构约束（CR）——例如， [12] 刻画了具有部分衰落信息时的高信噪比速率。一个值得注意的例外是[13],的研究，该研究分析了发射机拥有非因果状态信息时衰落高斯信道上的联合通信与状态估计，但未涉及共同重构。本文将 [13]的状态估计研究扩展至共同重构约束，并将 [4] 的框架扩展至衰落场景。本文的主要贡献是完整刻画消息传输速率与状态估计失真之间的最优权衡（第二节中的定理1）。

记号：随机变量用大写字母表示，其取值用小写字母表示。序列$(A_1,\ A_2,\ \cdots,\ A_n)$记作 A^n，也可等价地表示为粗体向量$\mathbf{A}$。 $||\cdot||$ 表示向量的欧几里得范数。

II. 信道模型与主要结果

图 1 所示的系统描绘了一个单用户、状态依赖的衰落高斯信道。发射机可非因果地访问状态序列 S^n，而瞬时衰落系数 $G_i,\ i \in [1,2,\ldots,n]$ 在两端均完全已知。这里考虑块衰落模型，且输入在各衰落块上的平均功率受到限制。核心目标是实现对状态过程的共同重构 (CR)，也就是说，接收机对状态的重构必须与发射机的版本完全一致。除此要求外，发射机还向接收机传输一条独立消息 M 。问题在于刻画可达速率之间的最优权衡

R 以及沿衰落过程重构状态时的平均失真 D 。每次信道使用由下式描述

$$Y_i = G_i X_i + S_i + Z_i, \quad i \in [1, 2, \ldots, n], \tag{1}$$

其中， G^n、 S^n和 Z^n 分别表示衰落、状态和噪声过程，且彼此相互独立。状态序列 S^n 仅在编码器处可用，而衰落增益 G_i 为两端所知。 S_i 和 Z_i均为相互独立同分布（i.i.d.）的零均值高斯变量，其方差分别为 Q 和 σ_z^2。

消息 M 在集合$\{1, 2, \ldots, 2^{nR}\}$上均匀分布。发射机在所有信道使用和衰落实现上的平均功率受到如下约束：

$$\frac{1}{n}\,\mathbb{E}_G\left[\mathbb{E}_{S^n}\left[\sum_{i=1}^{n} X_i^2(m, G, S^n)\right]\right] \le \mathrm{P}, \forall\, m \in \{1, 2, \ldots, 2^{nR}\}.$$

定义 *1.* 一个（n， R， D， ϵ）共同重构（*CR*）方案由编码器映射 $\mathcal{E}$：$\{1, 2, \cdots, 2^{nR}\} \times \mathcal{S}^n \times \mathcal{G} \to \mathcal{X}$、发送端量化映射 ϕ： $\mathcal{S}^n \times \mathcal{G} \times \{1, 2, \cdots, 2^{nR}\} \to \mathbb{R}$、译码映射 ψ： $\mathcal{Y}^n \times \mathcal{G}^n \to \{1, 2, \cdots, 2^{nR}\}$以及接收端重构映射$\zeta$：$\mathcal{Y}^n \times \mathcal{G}^n \to \mathbb{R}^n$定义。对于在 $\{1, 2, \cdots, 2^{nR}\}$上均匀分布的消息 M，令 $\boldsymbol{X} = \{\mathcal{E}(M, S\ G_i)\}_{i=1}^n$、 $\hat{}S_{enc} = \hat{}\{\phi(M, S\ G_i)\}_{i=1}^n$，以及 $S_{dec} = \zeta(Y\ G^n)$。则必须满足以下条件：

$$\mathbb{E}[||\mathbf{S} - \zeta(\mathbf{Y}, G^n)||^2] \le n(D + \epsilon), \tag{2}$$

$$\mathbb{P}(\psi(\mathbf{Y}, G^n) \ne M) \le \epsilon, \tag{3}$$

$$\mathbb{P}\left(\zeta(\mathbf{Y}, G^n) \ne \hat{\mathbf{S}}_{enc}\right) \le \epsilon, \tag{4}$$

满足平均功率约束 $\mathbb{E}||\mathbf{X}||^2 \le n\mathrm{P}$。

若对于任意 $\epsilon > 0$，均存在一个 (n, R, D, ϵ) 共同重构方案（可能要求 n 足够大），则称一对 (R, D) 是可达的。容量区域 $\mathcal{C}_{\mathrm{CR}}^{\mathrm{fad}}(\mathrm{P})$ 定义为所有可达的 (R, D) 对的凸闭包，其中 $0 \le D \le Q$。为方便记号，我们用三个参数 (ρ_1, ρ_2, d) 对 $\mathcal{C}_{\mathrm{CR}}^{\mathrm{fad}}(\mathrm{P})$ 进行参数化，其中 $\bar{\rho} = (\rho_1, \rho_2)$ 满足 $\rho_1^2 + \rho_2^2 \le 1$，且 d 满足 $0 \le d \le Q$。量 $R(\bar{\rho}, d)$ 的定义见下一页开头的式（5）。令 κ 表示所有满足 $R(\bar{\rho}, d) \ge 0$ 的 (ρ_1, ρ_2, d) 组成的集合。本文的主要结果如下。

定理1。 容量区域 $\mathcal{C}^{fad}$ $_{CR}(\mathrm{P})$ 由 $\mathbb{R}^2$ 中的凸包完全刻画，具体为

$$\bigcup_{D \in \kappa} \left\{ (R, D) \middle| \begin{array}{l} \exists\ (\rho_1, \rho_2, d) \in \kappa^+ \text{ s.t. } R \le \mathbb{E}_G[R(\rho_1, \rho_2, d)], \\ D \ge d \end{array} \right\},$$

其中，期望取自衰落分布，并满足功率约束 $\mathbb{E}_G[P(G)] \le \mathrm{P}$。

证明。可达性证明见第三节，而逆向证明在第四节中给出。 ■

我们的逆向证明使用以下温和假设：

$$H(\hat{\mathbf{S}}_{enc} | \hat{\mathbf{S}}_{dec}) \le n\epsilon_n, \tag{T1}$$

其中 $\epsilon_n \to 0$ as $n \to \infty$。这不会失去一般性 ^ ^ ^，且可在证明中令 $\mathbf{S}_{enc} = \mathbf{S}_{dec} = \mathbf{S}$ 。直观而言，(T1) 将关注范围限制在指数数量的约定重构。具体而言，若某个不受再现基数界限制的方案可实现 (R, D)，则对任意 $\delta > 0$，都可以使用取自大小为 $2^{nc(\delta)}$ 的字母表的重构来实现该对 $(R, D + \delta)$。例如，通过使用失真为 δ 、速率按 $2^{nc(\delta)}$ 缩放的标量量化器对重构进行量化，即可得出这一结论。

III. 定理1的可达性证明

对于给定的衰落实例 $G = g$，一次信道使用为

$$Y = gX + S + Z, \tag{6}$$

其中 $\mathbb{E}[X^2] \le P(G)$ 和 $\mathbb{E}_G[P(G)] \le \mathrm{P}$。 $\mathcal{C}_{\mathrm{CR}}^{\mathrm{fad}}(\mathrm{P})$ 的可达性可通过采用 Gel'fand–Pinsker（GP）框架的标准高斯随机编码论证得到 [1]。引入辅助变量 U 以联合处理消息传输和状态重构：在接收机处解码的序列 U^n同时承载信息消息，并实现状态的共同重构。

引理1。 对于满足$I(U;\ Y) \ge I(U;\ S)$以及 $\mathbb{E}[X^2] \le P(G)$ 的任意分布 $p(u, x|s)$ ，所有满足以下约束的率失真对 (R, D) 均是可达的：

$$0 \le R \le I(U;Y) - I(U;S), \tag{7}$$

$$D \ge \mathbb{E}\left(S - \mathbb{E}\left[S|U\right]\right)^2. \tag{8}$$

证明。 该编码方案的离散无记忆版本见 [4, 定理 2]。引理1将该构造推广到具有平方误差失真的高斯情形。在引理1的速率约束下， u^n 可以以趋于零的错误概率被解码，并且通过采用逐符号方式形成解码器的估计值，可以达到所需的失真。■

令（ρ_1， ρ_2， d）满足（ρ_1， ρ_2， d） $\in \kappa$，即 $\rho_1^2 + \rho_2^2 \le 1$、$0 \le d \le Q$，且式（5）中的速率函数 $R(\bar{\rho}, d)$ 非负。令我们选择引理1中采用的条件分布 $p(u, x|s)$ 。将状态变量表示为

$$S = U + T, \tag{9}$$

其中 U 和 T 是相互独立的高斯随机变量，均为零均值，且方差分别为 $\mathrm{Var}(U) = Q - d$和 $\mathrm{Var}(T) = d$。该构造确定了 $p(u|s)$ 。条件分布 $p(x|u, s)$ 随后定义为

$$X = \rho_1 \sqrt{\frac{P(g)}{\mathrm{Var}(U)}}\, U + \rho_2 \sqrt{\frac{P(g)}{\mathrm{Var}(T)}}\, T. \tag{10}$$

由于 $\rho_1^2 + \rho_2^2 \le 1$，可得 $\mathbb{E}[X^2] \le P(g)$ 。作为外界分析的参考，我们注意到，上述定义的联合高斯（X， U， T）的协方差矩阵为

$$\begin{pmatrix} K_{00} & K_{01} & K_{02} \\ K_{01} & K_{11} & 0 \\ K_{02} & 0 & K_{22} \end{pmatrix}, \tag{11}$$

其中 $K_{00} \le P(G)$、 $K_{11} = Q - d$、 $K_{22} = d$ 和 $\rho_k = K_{0k}/\sqrt{K_{00}K_{kk}}$，对于 $k = 1,2$。现在考虑

$$\begin{aligned} R &= I(U;Y) - I(U;S) \\ &= h(Y) - h(Y|U) - h(S) + h(S|U). \end{aligned} \tag{12}$$

由于（X， U， S）是联合高斯的，并定义函数$f(x) = \frac{1}{2}\log(2\pi e\bar{x})$，我们可以写出

$$h(Y|U) = f(\sigma_{Y|U}^2) \triangleq f\big(\min_{\alpha} \mathbb{E}\big[(Y - \alpha U)^2\big]\big), \tag{13}$$

$$R(\bar{\rho},d)=\frac{1}{2}\log\left(\frac{d(G^2P(G)+Q+\sigma_z^2+2G\rho_1\sqrt{P(G)(Q-d)}+2G\rho_2\sqrt{P(G)d})}{Q((1-\rho_1^2)G^2P(G)+d+\sigma_z^2+2G\rho_2\sqrt{P(G)d})}\right). \tag{5}$$

$$=(1-\rho_1^2)G^2P(G)+d+\sigma_z^2+2G\rho_2\sqrt{P(G)d}. \tag{14}$$

类似地，可以计算 $h(Y)$和 $h(S|U)$，将这些表达式代入（12）即可得出（5）。由于（ρ_1，ρ_2，d）$\in\kappa$确保了 $R\geq 0$，所选的 $p(u,\ x|s)$满足 $I(U;\ Y)\geq I(U;\ S)$，正如引理1所要求的。此外，根据 $p(u|s)$的选择，我们有 $\mathbb{E}\Big[(S-\mathbb{E}[S|U])^2\Big]=d.$

第四. 定理1的反向证明

若某个率失真对 $(R,\ D)$ 是可达的，则对于任意 $\epsilon>0$，存在一个 $(n,\ R,\ D,\ \epsilon)$ CR方案。对于这样的方案，对每个 $i=1,\ 2,\ \ldots,\ n$，定义 K_i 为在衰落实例 $G_i=G$ 下向量 $\hat{}\hat{}(X_i,\ S_i,\ S_i-S_i)$ 的协方差矩阵。平均协方差矩阵定义为 $K=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}K_i$。不失一般性，我们仅考虑满足下列标准正交关系的零均值随机变量；任何偏离这些关系的情况只会增加发射功率或失真，却不会提高可达速率或可靠性：

$$\mathbb{E}[(S_i-\hat{S}_i)\hat{S}_i]=0,\ \ i=1,2,\ldots,n.$$

根据这些定义，协方差矩阵为：

$$K=\begin{pmatrix}K_{00}&K_{01}&K_{02}\\K_{01}&K_{11}&0\\K_{02}&0&K_{22}\end{pmatrix}, \tag{15}$$

其中，以下条件源自正交关系和平均功率约束：

$$K_{00}\leq P(G),\quad K_{11}+K_{22}=Q, \tag{16}$$

$$K_{22}\leq D+\epsilon. \tag{17}$$

对 $k=1,\ 2$，定义 $\overline{\rho_k=K_{0k}/\sqrt{K_{00}K_{kk}}}$，并将$_{0\,0}$视为 $\mathbf{0}$。由于 K是半正定的，对于任意向量$\mathbf{a}$，有$\mathbf{a}^TK\mathbf{a}\geq 0$。取$\mathbf{a}^T=(-1,\ \frac{K_{01}}{K_{11}},\ \frac{K_{02}}{K_{22}})$，可得：

$$\rho_1^2+\rho_2^2\leq 1. \tag{18}$$

令依赖于（$\mathbf{S}\ M,G^n$）的 $\hat{}\mathbf{S}$ 表示编码器对状态序列的量化重构。根据（T1）中的假设并应用 Fano不等式，可得

$$H(\hat{\mathbf{S}},M\mid\mathbf{Y})\leq n\epsilon_n, \tag{19}$$

$\hat{}\tilde{}$其中 $\epsilon_n\to 0$为 $n\to\infty$。我们用$\mathbf{S}$ M表示该有序对，并记为$\mathbf{S}$，接下来建立以下不等式链。

$$\begin{aligned}
nR&\overset{(a)}{=}H(M)\overset{(b)}{=}H(M|G^n)\\
&=H(\hat{\mathbf{S}},M|G^n)-H(\hat{\mathbf{S}}|M,G^n)\\
&\overset{(c)}{=}H(\hat{\mathbf{S}},M|G^n)-H(\hat{\mathbf{S}}|M,G^n)+H(\hat{\mathbf{S}}|M,\mathbf{S},G^n)\\
&=H(\hat{\mathbf{S}},M|G^n)-I(\hat{\mathbf{S}};\mathbf{S}|M,G^n)\\
&\overset{(d)}{=}H(\hat{\mathbf{S}},M|G^n)-I(\hat{\mathbf{S}},M;\mathbf{S}|G^n)=H(\widetilde{\mathbf{S}}|G^n)-I(\widetilde{\mathbf{S}};\mathbf{S}|G^n)\\
&=H(\widetilde{\mathbf{S}}|G^n)-H(\widetilde{\mathbf{S}}|\mathbf{Y},G^n)+H(\widetilde{\mathbf{S}}|\mathbf{Y},G^n)-I(\widetilde{\mathbf{S}};\mathbf{S}|G^n)\\
&\overset{(e)}{\leq}I(\widetilde{\mathbf{S}};\mathbf{Y}|G^n)+H(\widetilde{\mathbf{S}}|\mathbf{Y})-I(\widetilde{\mathbf{S}};\mathbf{S}|G^n)\\
&\overset{(f)}{\leq}I(\widetilde{\mathbf{S}};\mathbf{Y}|G^n)-I(\widetilde{\mathbf{S}};\mathbf{S}|G^n)+n\epsilon_n\\
&=h(\mathbf{Y}|G^n)-h(\mathbf{Y}|\widetilde{\mathbf{S}},G^n)-h(\mathbf{S})+h(\mathbf{S}|\widetilde{\mathbf{S}},G^n)+n\epsilon_n\\
&=h(\mathbf{Y}|G^n)-h(\mathbf{Y}|\widetilde{\mathbf{S}},\mathbf{S},G^n)-h(\mathbf{S})+h(\mathbf{S}|\widetilde{\mathbf{S}},\mathbf{Y},G^n)+n\epsilon_n\\
&\overset{(g)}{\leq}h(\mathbf{Y}|G^n)-h(\mathbf{Z})-h(\mathbf{S})+h(\mathbf{S}|\hat{\mathbf{S}},\mathbf{Y},G^n)+n\epsilon_n\\
&\overset{(h)}{\leq}\sum_{i=1}^{n}\Big(h(Y_i|G_i)-h(Z_i)-h(S_i)+h(S_i|\hat{S}_i,Y_i,G_i)\Big)+n\epsilon_n\\
&=\mathbb{E}_G\Big[\sum_{i=1}^{n}\Big(h(Y_i|G_i=G)-h(Z_i)-h(S_i)\\
&\qquad+h(S_i|\hat{S}_i,Y_i,G_i=G)\Big)\Big]+n\epsilon_n,
\end{aligned} \tag{20}$$

其中，(a)是因为 M 在$\{1,2,\ldots,2^{nR}\}$上均匀分布，(b)源于 M与G^n的独立性，(c)是因为$\hat{}\mathbf{S}$由（$M,\ \mathbf{S}\ G^n$）确定，(d)源于 M 与（$\mathbf{S}\ G^n$）的独立性，(e)是因为条件化不会增加熵，(f)由Fano不等式（19）得到，(g)是因为给定（$\mathbf{S}\ M,\ G^n$）后，$\mathbf{Y}$ 中的剩余不确定性仅来自噪声$\mathbf{Z}$，而(h)则源于熵的独立性界。

为了进一步对（20）进行上界估计，我们定义函数 $f(x)=\frac{1}{2}\log(2\pi ex)$。于是，对于任意实数（$\alpha_1,\alpha_2$），由高斯随机变量的最大熵性质可得

$$\begin{aligned}
&\sum_{i=1}^{n}h(S_i\mid\hat{S}_i,Y_i,G_i=G)\leq\sum_{i=1}^{n}h(S_i-\alpha_1\hat{S}_i-\alpha_2Y_i)\\
&\leq\sum_{i=1}^{n}f\Big(\mathbb{E}[S_i^2]+\alpha_1^2\mathbb{E}[\hat{S}_i^2]+\alpha_2^2\mathbb{E}[Y_i^2]\\
&\qquad-2\alpha_1\mathbb{E}[S_i\hat{S}_i]-2\alpha_2\mathbb{E}[S_iY_i]+2\alpha_1\alpha_2\mathbb{E}[\hat{S}_iY_i]\Big)\\
&\leq n\,f\Big(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\Big\{\mathbb{E}[S_i^2]+\alpha_1^2\mathbb{E}[\hat{S}_i^2]+\alpha_2^2\mathbb{E}[Y_i^2]\\
&\qquad-2\alpha_1\mathbb{E}[S_i\hat{S}_i]-2\alpha_2\mathbb{E}[S_iY_i]+2\alpha_1\alpha_2\mathbb{E}[\hat{S}_iY_i]\Big\}\Big).
\end{aligned}$$

最后一步由詹森不等式得以证明。选择使上述表达式最小的（α_1,α_2），并利用（15）：

$$\sum_{i=1}^{n}h(S_i\mid\hat{S}_i,Y_i,G_i=G)\leq n\,f(\sigma^2_{S|\hat{S},Y}),\quad\text{where} \tag{22}$$

$$\sigma^2_{S|\hat{S},Y}=\frac{K_{22}\sigma_z^2}{G^2(1-\rho_1^2)K_{00}+K_{22}+\sigma_z^2+2G\rho_2\sqrt{K_{00}K_{22}}}.$$

类似地，（20）中的另一项可上界为$\sum_{i=1}^{n}h(Y_i|G_i=G)\leq n\,f(\sigma_Y^2)$，其中

$$\begin{aligned}
\sigma_Y^2=G^2K_{00}+K_{11}+K_{22}+\sigma_z^2+2G\rho_1\sqrt{K_{00}K_{11}}\\
+2G\rho_2\sqrt{K_{00}K_{22}}.
\end{aligned} \tag{23}$$

利用式 (20)–(23)，并令 $n\to\infty$使得 $\epsilon_n\to 0$，我们得出结论：只有当存在满足 (16)–(18) 和 (21) 的 $K_{jj}\geq 0$（如下一页开头所示），使得 $j=0$、1、2 和 ρ_1、$\rho_2\in[-1,1]$ 时，$(R,\ D)$ 才是可达的。将 (16)–(18) 与 (21) 结合，定理1的逆向证明即告完成，因为外界与

$$R \le -\frac{1}{2}\log\left(\frac{K_{22}(G^2K_{00}+K_{11}+K_{22}+\sigma_z^2+2G\rho_1\sqrt{K_{00}K_{11}}+2G\rho_2\sqrt{K_{00}K_{22}})}{(K_{11}+K_{22})(G^2(1-\rho_1^2)K_{00}+K_{22}+\sigma_z^2+2G\rho_2\sqrt{K_{00}K_{22}})}\right). \tag{21}$$

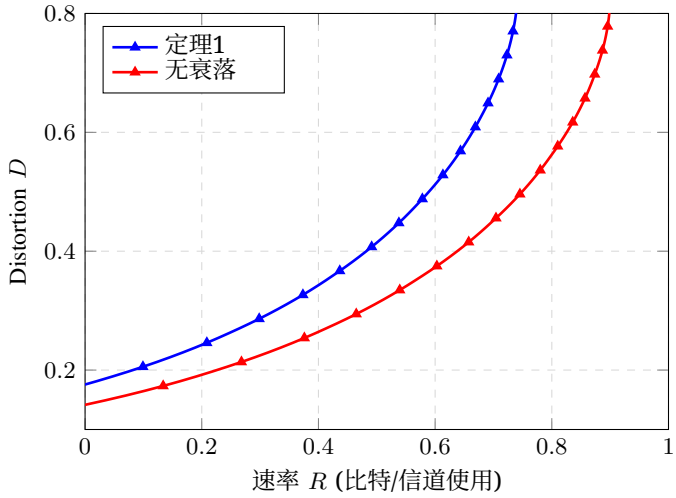

图2. 定理1中速率-失真区域的示意图。函数形式与可达性证明中的表达式（5）相同。**数值示例：**衰落过程 G^n 建模为独立同分布瑞利序列，其概率密度为

$$p_G(g) = 2ge^{-g^2}, \quad g \ge 0.$$

采用该模型，图2展示了参数取值为 $\mathrm{P} = 2.5$、$Q = 1$ 和 $\sigma_Z^2 = 1$ 时的率失真区域（蓝色曲线）。作为对比，图2（红色曲线）展示了平均信噪比（SNR）相同的非衰落信道的率失真权衡。定理1（蓝色曲线所示）表明，相较于静态（非衰落）信道，率失真区域有所收缩；这说明在所有失真水平下，衰落都会降低可达速率。与非衰落情形相比，速率损失主要是因为即使发射机完全了解衰落系数，在施加共同重构约束时仍无法充分利用瞬时信道变化。这表明，由于共同重构约束下的遍历平均，衰落会对通信和估计效率带来固有损失。

为刻画失真区域，我们也可以等价地计算在支持消息速率 R 的同时，使接收机处的给定失真 D 达到要求所需的最小平均发射功率，记为 $\mathrm{P}(R, D)$。对于不同的 R，所得的功率–失真权衡如图 3 所示，其中 $Q = 1$ 和 $\sigma_z^2 = 1$。从图中可以观察到，对于固定失真，实现更高的速率需要更高的发射功率；而对于固定速率，达到更低的失真同样需要增加功率。权衡曲线的凸性体现了收益递减，即要实现极低失真，就需要不成比例地大幅增加发射功率。跨 R 的单调趋势进一步证实了共同重构约束所固有的信息传输与估计保真度之间的基本耦合关系。总体而言，这些结果展示了衰落如何影响共同重构下的通信–重构权衡。

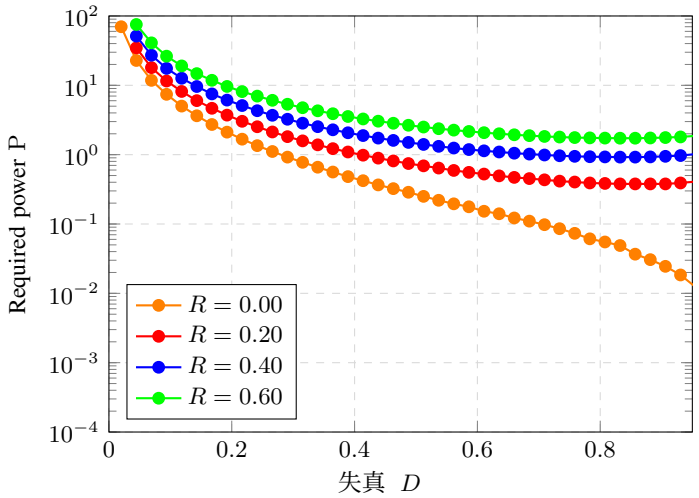

图 3. 不同码率下的功率-失真权衡。

V. 结论

本文推导了具有联合通信和共同重构要求的状态依赖衰落高斯信道的最优速率–失真权衡。未来的工作可以研究向多用户衰落场景的扩展，以及跨衰落设计最优的功率自适应策略。

参考文献

[1] S. Gelfand 和 M. Pinsker，“随机参数信道的编码”，《控制与信息理论问题》，第9卷，第1期，第19–31页，1980年。[2] M. H. Costa，“脏纸编码（通信）”，*IEEE*《信息论汇刊》，第29卷，第3期，第439–441页，1983年。[3] A. Sutivong、M. Chiang、T. M. Cover 和 Y.-H. Kim，“状态依赖高斯信道的信道容量与状态估计”，*IEEE*《信息论汇刊》，第51卷，第4期，第1486–1495页，2005年。[4] Y. Steinberg，“编码与共同重构”，*IEEE*《信息论汇刊》，第55卷，第11期，第4995–5010页，2009年。[5] V. Ramachandran、M. Sreenivasan、S. R. B. Pillai 和 V. M. Prabhakaran，“具有共同状态重构的状态依赖高斯广播信道”，载于*2018*年国际信息理论及其应用研讨会（*ISITA*）。IEEE，2018年，第658–662页。[6] B. Ahmadi、R. Tandon、O. Simeone 和 H. V. Poor，“具有共同重构约束的 Heegard–Berger 与级联信源编码”，*IEEE*《信息论汇刊》，第59卷，第3期，第1458–1474页，2013年。[7] R. Timo、A. Grant 和 G. Kramer，“具有互补侧信息的有损广播”，*IEEE*《信息论汇刊》，第59卷，第1期，第104–131页，2013年1月。[8] B. N. Vellambi 和 R. Timo，“具有共同接收端重构的逐次精细化”，载于*2014*年*IEEE*国际信息论研讨会。IEEE，2014年，第2664–2668页。[9] J. Lu 和 Y. Xu，“具有共同重构的向量高斯 Heegard–Berger 问题”，载于*2021*年第*13*届无线通信与信号处理国际会议（*WCSP*）。IEEE，2021年，第1–5页。[10] T. Adikari 和 S. Draper，“具有共同和重构的双终端信源编码”，载于*2022*年*IEEE*国际信息理论研讨会（*ISIT*）。IEEE，2022年，第1420–1424页。[11] T. Adikari 和 S. C. Draper，“具有信息交换终端的共同函数重构”，载于*2024*年*IEEE*国际信息论研讨会（*ISIT*）。IEEE，2024年，第1670–1675页。[12] C. S. Vaze 和 M. K. Varanasi，“具有部分发射端侧信息的衰落信道脏纸编码”，载于*2008*年第*42*届阿西洛马会议：信号、系统与计算机，2008年，第341–345页。

[13] V. Ramachandran，“状态依赖衰落高斯信道上的联合通信与状态估计”，*IEEE*无线通信快报，第11卷，第2期，第367–370页，2022年。[14] V. Ramachandran、S. R. B. Pillai 和 V. M. Prabhakaran，“状态依赖高斯多址信道上的通信与状态估计”，载于*2018*年第二十四届全国通信会议（*NCC*）。IEEE，2017年，第1–6页。[15] V. Ramachandran，“状态依赖衰落高斯信道上的联合通信与状态估计”，*IEEE*无线通信快报，第11卷，第2期，第367–370页，2022年。