面向多用户毫米波通信的两阶段多波束训练

Weijia Wang，Changsheng You，*IEEE* 会员，Xiaodan Shao，*IEEE* 会员，以及 Rui Zhang，*IEEE* 会士

arXiv:2601.03745v1 [eess.SP] 7 Jan 2026

摘要—本文研究了一种适用于多用户毫米波通信系统的高效多波束训练方法。不同于依赖穷举搜索的传统单波束训练方法，多波束训练设计面临一项关键挑战：如何在波束训练开销与波束识别成功率之间权衡，而严重的波束间干扰进一步加剧了这一挑战。为此，我们提出一种新的两阶段多波束训练方法，采用两种不同的多波束图样，以实现快速、准确的用户角度识别。具体而言，在第一阶段，将天线阵列划分为稀疏子阵列，以生成多个具有较高阵列增益的波束，用于识别候选用户角度。在第二阶段，将阵列重新划分为密集子阵列，以生成可灵活转向的宽波束，并采用交叉验证方法有效消除第一阶段遗留的角度模糊。最后，数值结果表明，与现有多波束训练方法相比，所提方法显著提高了波束识别成功率，同时保持所需的波束训练开销不变，甚至进一步降低了开销。

索引词—**毫米波通信、码本设计、多波束训练。**

I. 引言

毫米波通信（mmWave）是一项极具前景的技术，可通过提供丰富的频谱资源来提升下一代无线系统的网络容量 [1], [2], 。具体而言，为了补偿高频频段的严重路径损耗，基站（BS）需要部署大量天线，以利用铅笔状波束 [3]提供较高的波束成形增益。

为了充分发挥大规模天线阵列显著的波束成形增益，波束训练对于建立高信噪比（SNR）链路至关重要 [4]–[6]。然而，传统的单波束穷举搜索方法由于大规模天线阵列生成的波束较窄，会带来波束训练开销 [7]。为解决这一问题，文献 [8],提出了一种基于分层码本的波束训练方法，通过先使用宽波束、再使用窄波束，逐步确定用户角度。或者，

多波束训练是另一种有效的降低

Weijia Wang 就职于香港中文大学（深圳）科学与工程学院，中国广东省深圳市 518172（电子邮箱：weijiawang@link.cuhk.edu.cn）。Changsheng You 就职于南方科技大学（SUSTech）电子与电气工程系，中国广东省深圳市 518055（电子邮箱：youcs@sustech.edu.cn）。Xiaodan Shao 就职于加拿大滑铁卢大学电气与计算机工程系，加拿大安大略省滑铁卢市 N2L 3G1（电子邮箱：x6shao@uwaterloo.ca）。Rui Zhang 就职于新加坡国立大学电气与计算机工程系，新加坡 117583（电子邮箱：elezhang@nus.edu.sg）。通信作者：*Changsheng You* 和 *Xiaodan Shao*。

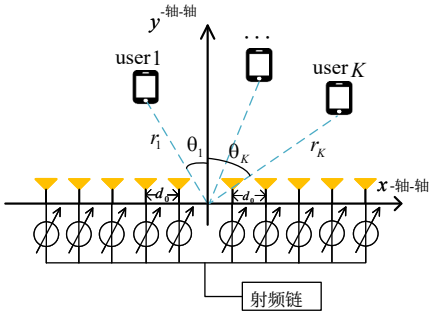


图1：一种窄带远场多用户波束训练系统。

波束训练开销的方法，它能够同时将多个波束分别指向不同角度。例如，[9]中的作者提出了一种多波束训练方法，将天线阵列划分为多个子阵列，再采用交叉验证方法实现快速波束识别。然而，当波束数量较多时，该方法的识别率可能较低。此外，利用均匀稀疏阵列的栅瓣， [10], 提出了一种两阶段波束训练策略：第一阶段采用天线稀疏激活方法进行多波束扫描，以确定候选角度；第二阶段则通过单波束扫描识别用户角度。然而，由于天线稀疏激活会造成功率损失，该方法在低信噪比区域的波束识别率并不高。

为了解决上述问题，本文提出一种用于多用户毫米波通信系统的新型两阶段多波束训练方法，在保持低波束训练开销的同时提高波束识别成功率。具体而言，在第一阶段，我们将整个阵列划分为多个稀疏子阵列，以生成间隔均匀的窄波束，从而准确识别候选用户角度。随后，在第二阶段，我们将天线阵列重新划分为多个密集子阵列，以形成可灵活转向的宽波束，从而能够快速扫描整个空间，消除第一阶段遗留的角度模糊。最后，数值结果表明，与现有多波束训练方法相比，所提方法在波束训练开销与波束识别成功率之间实现了更优的折衷。

II. 系统模型

如图1所示，我们考虑多用户通信系统中的下行波束训练，其中配备有 N 天线均匀线性阵列（ULA）的基站与 K 名单天线用户进行通信。

信道模型：假设均匀线性阵列沿 x 轴放置，第 n 个天线的位置为

$(d_n,\ 0)$，其中 $d_n=\frac{2n-N-1}{2}d_0$, $n=1,\ 2,\ ...,\ N$，且 $d_0=\frac{\lambda}{2}$ 表示半波长。服务的 K 个用户记为集合 $\mathcal{K}=\{1,2,...,K\}$，分布在 x-y 平面上。对于每个用户 k，其相对于基站的物理出发角（AoD）记为 $\theta_k\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$，对应的空间角为 $\Omega_k=\sin\theta_k$。

我们考虑多用户毫米波通信系统，其中视距（LoS）路径占主导地位，而非视距（NLoS）路径的功率可以忽略不计。令 $\mathbf{v}(\Omega \quad N \triangleq)$ $\left[1,e^{-\jmath\phi},...,e^{-\jmath(N-1)\phi}\right]^T$ 表示信道导向矢量，其中 $\phi=2\pi d_0\Omega\lambda$ 表示两个相邻天线接收到的信号之间的相位差，$\jmath$ 表示虚数单位。因此，从基站到用户k的视距信道记为$\mathbf{h}_k^H\in\mathbb{C}^{1\times N}$，可建模为 [2]

$$\mathbf{h}_k^H=g_k\mathbf{v}_k^H(\Omega_k,N),\ \forall k\in\mathcal{K} \quad (1)$$

其中 $g_k=\beta\left(\frac{r_0}{r_k}\right)^{\frac{\alpha}{2}}e^{-\frac{\jmath 2\pi r_k}{\lambda}}$ 为基站-用户链路的复数路径增益，β和 r_k分别表示距离为 $r_0=1$ 米（m）处的参考信道增益，以及基站与用户 k之间的距离，而 α 为路径损耗指数。

信号模型： 根据 (1)，每个用户处的接收信号 k 表示为

$$y_k=\mathbf{h}_k^H\mathbf{f}s+z_k=g_k\mathbf{v}_k^H(\Omega_k,N)\mathbf{f}s+z_k,\ \forall k\in\mathcal{K}, \quad (2)$$

其中，s 表示基站发送的训练或信息信号，其平均功率为 P。$\mathbf{f}\in\mathbb{C}^{N\times 1}$表示波束成形向量（用于训练或数据传输），$z_k$ 表示用户 k 接收到的加性白高斯噪声（AWGN），其平均功率为 σ^2。

我们考虑一种两阶段传输协议。具体而言，在第一阶段，基站采用专用的波束训练码本（记为$\mathbf{W}$，该码本需要设计），以估计每个用户 k的空间角 Ω_k。随后，在第二阶段，基站从预定义码本（记为 $\mathbf{U}\triangleq\{\mathbf{u}_1,\mathbf{u}_2,...,\mathbf{u}_N\}$）中选择一个定向波束进行数据传输。需要注意的是，对于远场通信，离散傅里叶变换（DFT）码本已广泛用于数据传输，其定义如下：

$$\mathbf{u}_n\triangleq\frac{1}{\sqrt{N}}\left[1,e^{\jmath\pi\Omega_n},...,e^{\jmath\pi(N-1)\Omega_n}\right]^T,\ \forall n\in\{1,2,...,N\}, \quad (3)$$

其中，$\Omega_n=-1+(2n-1)/N$。对于每个用户 k，为使数据传输中的波束成形增益最大化，可轻松获得与信道导向矢量实现最佳波束对准的最优波束索引 [1]

$$\hat{n}_k=\underset{n\in\{1,2,...,N\}}{\arg\max}\ |\mathbf{v}_k^H(\hat{\Omega}_k,N)\mathbf{u}_n|^2,\ \forall k\in\mathcal{K}. \quad (4)$$

接下来，我们重点设计高效的波束训练码本 $\mathbf{W}$ 以及基于该码本的多波束训练方法。

III. 基准方案

请注意，寻找每个用户最佳波束索引的一种直接方法是采用单波束训练进行穷举搜索；然而，当天线数量较大时，这会带来高得令人难以承受的波束训练开销。本节介绍现有文献中为解决这一问题而设计的两种典型多波束训练方法，并指出其主要局限性。

A. 基于密集子阵列的多波束训练

基于密集子阵列的多波束训练是一种有效降低穷举搜索波束训练开销的方法 [9]。具体而言，为了生成指向不同角度的 Q 个不同波束，我们可以将整个天线阵列划分为 Q个子阵列，从而灵活地将多波束指向不同角度。利用这一特性，基站使用专用的多波束码本，随时间执行多次波束扫描；随后，每个用户根据接收信号功率，采用交叉验证准则确定其最佳波束索引。对于 K用户场景，该方案需要总计 $T^{\mathrm{DS}}=\frac{N}{Q}\left(1+\log_2^2 Q\right)$ 个训练符号[9]。然而，同时形成大量波束时可能会出现严重的波束间干扰，导致波束识别成功率下降。

B. 基于天线稀疏激活的多波束训练

另一种多波束训练方法是利用均匀稀疏阵列的栅瓣同时生成多个波束 [10]，这称为基于天线稀疏激活的多波束训练。具体而言，要生成 Q个波束，我们可以每隔 Q根天线激活一根天线（即，Q表示激活天线的稀疏度）。在波束训练中，第一阶段，基站只需在角度子空间 $[-1,-1+\frac{2}{Q}]$ 内进行波束扫描，随后每个用户反馈能产生足够高接收信号功率的候选波束索引 [10]。然后，为消除角度模糊，在第二阶段进行单波束扫描，以便从候选角度中确定真实的用户角度。对于 K用户的情况，该方法总共需要 $T^{\mathrm{ASA}}=_{Q}^{(N-1)}+KQ$ 个训练符号。然而，这种天线稀疏激活方法不可避免地会因天线稀疏激活而导致阵列增益下降，从而降低波束识别成功率，尤其是在低信噪比区域。

IV. 所提出的两阶段多波束训练方法

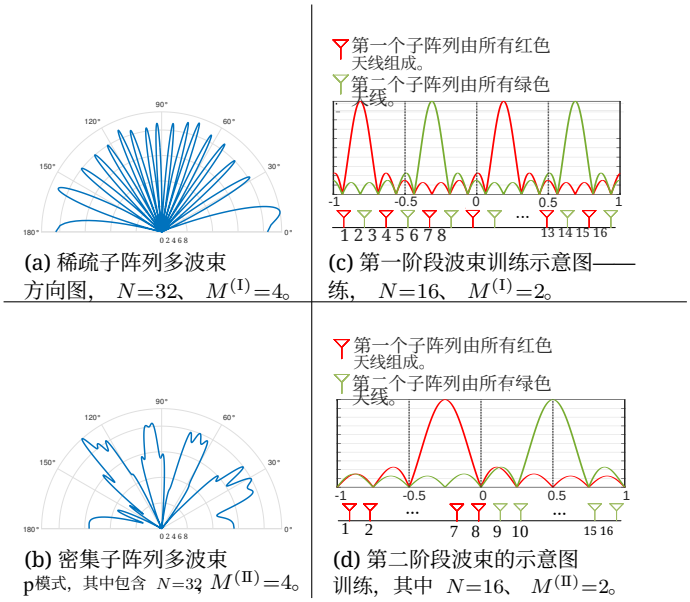
本节提出一种两阶段多波束训练方法，可在训练开销较低的情况下提高波束识别率。

在第一阶段，我们将所有天线划分为多个稀疏子阵列（如图 2(c) 所示），以生成多个栅瓣波束，用于识别候选用户角度，并避免传统稀疏激活造成的功率损失。在阶段2，我们将阵列重新划分为具有半波长间距的密集子阵列（如图 2(d) 所示），并采用交叉验证，以较低的多用户训练开销消除角度模糊。

接下来，我们将详细介绍两阶段多波束训练设计。

第一阶段（候选角度估计）： 我们首先重新设计一种基于稀疏子阵的多波束码本及其配套的波束扫描方法。

[1] 在波束训练阶段，较高的接收信噪比通常能够带来更准确的角度估计。这种估计精度的提升可直接提高数据传输阶段的波束成形增益。



(a) 稀疏子阵列多波束方向图，$N=32$、$M^{(\mathrm{I})}=4$。

(c) 第一阶段波束训练示意图——练，$N=16$、$M^{(\mathrm{I})}=2$。

(b) 密集子阵列多波束模式，其中包含 $N=32$、$M^{(\mathrm{II})}=4$。

(d) 第二阶段波束的示意图训练，其中 $N=16$、$M^{(\mathrm{II})}=2$。

图 2：两阶段多波束训练示意图。

1）基于稀疏子阵的码本：*1*）基于稀疏子阵的码本：不同于传统的稀疏激活方法，我们利用全部天线（而非部分天线）设计多波束码本，在保持 [10] 的窄波束宽度的同时，实现更高的阵列增益。为此，我们首先将整个阵列划分为 $M^{(\mathrm{I})}$个稀疏子阵列，如图 2(c)所示，每个子阵列由$N/M^{(\mathrm{I})}$根天线组成，天线间距为 $\lambda M^{(\mathrm{I})}/2$。因此，对于每个子阵列 m，其转向空间角 Ω_m，$m\in\{1,2,\ldots,M^{(\mathrm{I})}\}$ 可以灵活控制，其对应的波束赋形向量 $\overline{\mathbf{w}}_{\Omega_m}=\left[1,e^{-\jmath\pi\Omega_m},\ldots,e^{-\jmath\pi(N/M^{(\mathrm{I})}-1)\Omega_m}\right]^T$ 表示为 $\mathbf{w}(\Omega_m)$。

完整的阵列赋形向量为

$$\mathbf{w}^{(\mathrm{I})}=\mathrm{vec}\left([\overline{\mathbf{w}}_1,\overline{\mathbf{w}}_2,\ldots,\overline{\mathbf{w}}_{M^{(\mathrm{I})}}]^T\right), \tag{5}$$

其中，vec(·) 表示向量化。它将子阵列赋形向量交错排列成完整阵列的赋形向量。基于以上内容，我们设计基于稀疏子阵列的多波束方向图如下。

命题 1（稀疏子阵列的多波束方向图）。对于每个稀疏子阵列 m，将其波束指向角设为 Ω_m，$\forall m\in\{1,2,\ldots,M^{(\mathrm{I})}\}$，则式（5）中的波束码字 $\mathbf{w}^{(\mathrm{I})}$ 会生成一个多波束方向图，其中包含 $Q^{(\mathrm{I})}=(M^{(\mathrm{I})})^2$ 个指向以下角度的定向波束，

$$\overline{\Omega}_m+\tfrac{2(j-1)}{M^{(\mathrm{I})}},\ m=1,\ldots,M^{(\mathrm{I})},\ j=1,\ldots,M^{(\mathrm{I})}. \tag{6}$$

具体而言，对于每个包含 $N/M^{(\mathrm{I})}$ 根天线、天线间距为 $\lambda M^{(\mathrm{I})}/2$的稀疏子阵列，它会生成 $M^{(\mathrm{I})}$个波束，分别指向 $\{\Omega_m,\Omega_m+2/M^{(\mathrm{I})}\ldots\ldots,\Omega_m+2(M^{(\mathrm{I})}-1)/M^{(\mathrm{I})}\}$；这些波束具有相同的波束宽度 $2/N$ 和相同的波束增益 $M^{(\mathrm{I})}$。

利用命题 **1** 并发挥均匀间隔波束的优势，我们只需考虑角度子空间 $[-1,-1+2/(M^{(\mathrm{I})})^2]$内的波束扫描。由于每个波束的窄波束宽度为 $2/N$，因此设计的码本 $\mathbf{W}^{(\mathrm{I})}=\{\mathbf{w}_\ell^{(\mathrm{I})}|\ \ell=1,2,\ldots,L^{(\mathrm{I})}\}$由 $L^{(\mathrm{I})}=N/(M^{(\mathrm{I})})^2$个码字组成。其中 $\Omega_m^{(\mathrm{I})}(\ell)=-1+\frac{2\ell-1}{N}+\frac{2(m-1)}{(M^{(\mathrm{I})})^2}$ $\forall\ell\in\{1,2,\ldots,L^{(\mathrm{I})}\}$ $\forall m\in\{1,2,\ldots,M^{(\mathrm{I})2}\}$ $\Omega_m^{(\mathrm{I})}(\ell)$，，$(\ell)$，其中 $\Omega(\ell)$ 表示第 ℓ 个码字的子阵列 m 的赋形角。将 $\Omega_m^{(\mathrm{I})}(\ell)$ 代入 (6)，可得第 ℓ 个码字$\{-1+(2\hat{}\ell-1)/N+2(q-1)/(M^{(\mathrm{I})})^2|\ q=1,2,\ldots,Q^{(\mathrm{I})}\}$所赋形的角度。

2）波束扫描与识别：在第一阶段，基站使用码本 $\mathbf{W}^{(\mathrm{I})}$，依次发送 $L^{(\mathrm{I})}$ 训练导频，以扫描角度空间。对于每个用户 k，$(M^{(\mathrm{I})})^2$ 候选角度按如下方式识别。令 $P_{(\mathrm{I})k}(\ell)$ 表示用户 k 在给定码字 $\mathbf{w}_\ell^{(\mathrm{I})}$ 时的接收信号功率。每个用户 k 选择使接收功率最大的 ℓ_k，其候选角度为

$$\hat{\mathbf{\Omega}}_k^{(\mathrm{I})}=\left\{-1+\frac{2\hat{\ell}_k-1}{N}+\frac{2(q-1)}{(M^{(\mathrm{I})})^2}\middle|q=1,2,\ldots,Q^{(\mathrm{I})}\right\},\ \forall k\in\mathcal{K}. \tag{7}$$

第一阶段所需的导频符号数量为

$$T^{(\mathrm{I})}=L^{(\mathrm{I})}=\frac{N}{(M^{(\mathrm{I})})^2}. \tag{8}$$

第二阶段（消除歧义）：对于阶段2，我们设计一种基于密集子阵列的多波束码本，并通过交叉验证确定用户角度。

1）基于密集子阵列的码本：给定式（7）中的候选角度，阶段2利用角间距 $2/(M^{(\mathrm{I})})^2$解决波束模糊问题。因此，我们采用基于密集子阵列的多波束码本 [9]，以实现基于交叉验证的波束识别。具体而言，我们将整个阵列重新划分为 $M^{(\mathrm{II})}$ 个密集子阵列，每个子阵列由 $N_s=N/M^{(\mathrm{II})}$ 根天线组成。为消除角度模糊，子阵列波束宽度 $2M^{(\mathrm{II})}/N$ 应不大于角间距 $2/(M^{(\mathrm{I})})^2$。由此得到 $(M_{(\mathrm{I})})^2M_{(\mathrm{II})}\le N$。对于每个子阵列 m，其转向角 $\tilde{\Omega}_m$，$m\in\{1,2,\ldots,M^{(\mathrm{II})}\}$可灵活控制，对应的波束赋形向量 $\tilde{\mathbf{w}}_{\tilde{\Omega}_m}=\left[1,e^{-\jmath\pi\tilde{\Omega}_m},\ldots,e^{-\jmath(N_s-1)\Omega_m}\right]^T$。随后可构造整个阵列的阵列赋形向量

$$\mathbf{w}^{(\mathrm{II})}=\left[\tilde{\mathbf{w}}_1^T,\tilde{\mathbf{w}}_2^T,\ldots,\tilde{\mathbf{w}}_{M^{(\mathrm{II})}}^T\right]^T. \tag{9}$$

每个密集子阵列生成一个波束，其波束宽度为$2M^{(\mathrm{II})}/N$，波束增益为 $M^{(\mathrm{II})}$。

设计的码本表示为$\mathbf{W}^{(\mathrm{II})}=\{\mathbf{w}_\ell^{(\mathrm{II})}|\ \ell=1,2,\ldots,L^{(\mathrm{II})}\}$，其中包含多个码字。我们可以灵活控制每个码字的赋形角，从而利用交叉验证准则 [9]，从候选角度集（7）中确定真实的用户角度。

2) 波束扫描与识别：通过探索式（7）中候选角度的均匀间隔模式，其角间距为 $2/(M^{(\mathrm{I})})^2$，，我们可以将整个空间划分为 $G=N/M^{(\mathrm{II})}$ 个子空间。因此，每个子空间具有相等的角宽度 $2M^{(\mathrm{II})}/N$，其中最多包含一个候选角度。由此，我们可以利用交叉验证高效地识别不同用户的子空间。具体而言，其核心思想是利用多个波束扫描整个空间域，以识别出一组初始的

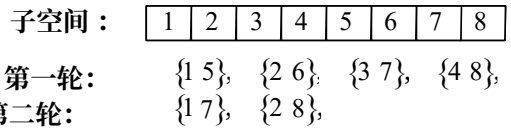


图3：示例1的示意图。

用户候选子空间。随后，将得到的候选集划分为两个大小相等的子集。通过仅测试其中一个子集，而不是穷举搜索所有子集，所提出的方法显著降低了波束训练开销 [9]。

示例 **1**。假设用户角度位于八个均匀间隔角度之一，每个角度对应一个子空间。考虑 $N=16$ 和 $M^{(\mathrm{II})}=2$；每个码字生成两个波束。第一轮中，基站向子空间 {1,5}、{2,6}、{3,7}和 {4,8}发射4个码字。通过比较接收功率，假设对应于 {1,5} 的码字产生的接收功率最大。第二轮中，为了在 {1,5}中找到用户子空间，我们将其划分为两个子集 {1} 和 {5}。我们不同时扫描两个子集，而只测试其中一个（例如 {1}）。为了进一步降低训练开销，我们使用两个波束，同时扫描来自不同初始集合 {1,5} 和 {3,7} 的子集。为了最大化波束间距，基站向子空间 {1,7} 和 {2,8}发射两个码字。由于只有{1,7} 与 {1,5}重叠，我们只检查对应于 {1,7}的码字。如果该码字的接收功率超过某个阈值，则确定用户子空间为 {1,5}∩{1,7}={1}；否则为 {1,5}\{1,7}={5}。

与 [9], 阶段2类似， $1+$需要进行$_2 M^{(\mathrm{II})}$ log B轮波束扫描。我们将$r(b, b)$表示为第 r轮中由第 $M^{(\mathrm{II})}$ 个码字引导的子空间所归入的分箱。每个分箱包含 $r=1$个子空间。对于 B，我们将分箱设置为$b(1,=\{b,b+G/)M(b+(\mathrm{II}))$ ..., $M^{(\mathrm{II})}-(G/1)M^{(\mathrm{II})}(\})$ $\forall b\in\{1,2,...,G/M,\}(\mathrm{II})$ $G=N/M^{(\mathrm{II})}$，以尽可能分离每个分箱中的引导子空间，从而最小化波束间干扰，其中 P表示子空间的数量。令$k(\mathrm{II})$ $r(b, b)$表示波束扫描第 r轮的第 I_k个分箱的接收功率，并令$r(\ r)$表示波束扫描第 $r=1$轮之后的候选子空间集。对于 I_k，$r(\ I_k)$被确定为接收功率最高的分箱，即$=B\big(1(1)b_k^*\big)$，其中 $b_k^*=\arg\max_{b\in\{1,2,...,G/M^{(\mathrm{II})}\}} P_k^{(\mathrm{II})}(1,b)$。

在每个后续轮次（$r=2$、3、...、$\log_2 M^{(\mathrm{II})}$）中，我们设置 $G/(2M^{(\mathrm{II})})$ 个分箱以进行交叉验证。对于第二轮，我们将第一轮分箱中的初始子空间集合划分为大小相等的两个子集，分别表示为$[B(1、b)]_{1:M^{(\mathrm{II})}/2}$ 和 $[B(1、b)]_{M^{(\mathrm{II})}/2+1:\ M^{(\mathrm{II})}}$。我们通过收集来自两个不同初始分箱的两个子集来设置第二阶段分箱，即

$$B\ 2\ b=\{[B\ 1\ b\ ]_{1:M^{(\mathrm{II})}/2}\ [B\ 1\ b+(、)(、)G/M\quad]_{M^{(\mathrm{II})}/2+1\ M^{(\mathrm{II})}}\}\ \forall b=\{1,2,...,G/2M^{(\mathrm{II})}\}$$

(、(II)): 、。类似地，每个后续轮次的分箱均通过收集上一轮两个不同分箱中的两个子集来设置。从数学上讲，第 r 轮的第 b 个分箱表示为 [9]

$$B(r,b)=\{[B(1,b)]_{1:u(r)},[B(1,b+D/2)]_{u(r)+1:2u(r)},\ [B(1,b)]_{2u(r)+1:3u(r)},[B(1,b+D/2)]_{3u(r)+1:4u(r)},\ ...,[B(1,b)]_{M^{(\mathrm{II})}-2u(r)+1:M^{(\mathrm{II})}-u(r)},\ [B(1,b+D/2)]_{M^{(\mathrm{II})}-u(r)+1:M^{(\mathrm{II})}}\},\ \forall b\in[1,2,...,D/2],$$

其中 $u(r)=M^{(\mathrm{II})}/(2^{r-1})$ 和 $D=G/M^{(\mathrm{II})}$。接收功率 $_k$ P(II) ρ $_k$ $1\ b$ $\rho=1/2$ [9] (、b) 与阈值 $P_{(\mathrm{th})}$ $\max_b$ $P_{(\mathrm{II})}$(、) 进行比较，其中 。用户的候选子空间集合更新为

$$I_k(r)=\begin{cases} I_k(r-1)\cap B\big(r,b\big), & \text{if } P_k^{(\mathrm{II})}(r,b)\geq P_k^{(\mathrm{th})},\\ I_k(r-1)\backslash B\big(r,b\big), & \text{if } P_k^{(\mathrm{II})}(r,b)< P_k^{(\mathrm{th})},\end{cases}\quad k\in\mathcal{K}. \tag{10}$$

经过$\log_2 M^{(\mathrm{II})}$ 轮波束扫描后，用户 k 的唯一子空间被确定为 I_k $(1+\log_2 M^{(\mathrm{II})})$ $=\{\hat{}g_k\}$，其中$\hat{}g_k$ 表示用户 k的子空间索引。注意，每个子空间的宽度为 $2M^{(\mathrm{II})}/N$，因此覆盖的角度区间为 $[-1+2M\ (\mathrm{II})\ (\hat{}g_k-1)\ /N,\ -1+2M\ (\mathrm{II})\ \hat{}\ g_k/N]$。因此，用户 k 的真实角度位于与子空间$\hat{}g_k$对应的区间内

$$\mathbf{\Omega}_k^{(\mathrm{II})}=\left\{\Omega\left|-1+\frac{2M^{(\mathrm{II})}(\hat{g}_k-1)}{N}\leq\Omega\leq-1+\frac{2M^{(\mathrm{II})}\hat{g}_k}{N}\right.\right\},\ \forall k\in\mathcal{K}.$$

阶段2所需的训练符号数为

$$T^{(\mathrm{II})}=L^{(\mathrm{II})}=\frac{N}{(M^{(\mathrm{II})})^2}\left(1+\frac{\log_2 M^{(\mathrm{II})}}{2}\right). \tag{11}$$

用户 k 的最终估计角度为 $\hat{}\Omega_k=\mathbf{\Omega}_k^{(\mathrm{I})}\cap\ \mathbf{\Omega}_k^{(\mathrm{II})}$ 。

注释 **1**（波束训练开销）。 总波束训练开销为

$$T=T^{(\mathrm{I})}+T^{(\mathrm{II})}=\frac{N}{(M^{(\mathrm{I})})^2}+\frac{N}{(M^{(\mathrm{II})})^2}\left(1+\frac{\log_2 M^{(\mathrm{II})}}{2}\right).$$

为便于比较，我们令两个阶段中的子阵列数量相同（即 $M_{(\mathrm{I})}=M^{(\mathrm{II})}=M$）。因此，我们有 $T=N(2+\log_2 M/2)/M^2=N(2+\log_2 Q/4)/Q$，其中$Q=(M_{(\mathrm{I})})^2=M^2$表示训练波束的最大数量。为实现对用户角度的唯一识别，必须满足 $M^3\leq N$。

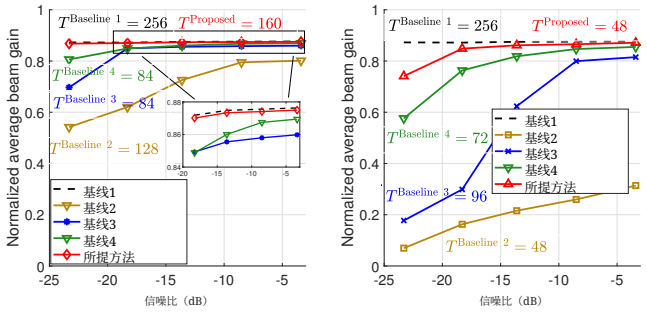
表 I 总结了所考虑方案的波束训练开销、反馈开销和计算复杂度。当 Q 增加时，与现有方案相比，所提方法大幅降低了波束训练开销和计算复杂度，同时每个用户仅需一次反馈，与单波束穷举搜索相同。

表 I：波束训练、反馈开销和计算复杂度的比较。

方案	波束训练开销	反馈开销	计算复杂度
单波束训练结合穷举搜索	N	1	$O(N)$
基于密集子阵列的多波束训练	$\frac{N}{Q}\left(1+\frac{\log_2 Q}{2}\right)$	1	$O\left(\frac{N\log_2 Q}{Q}\right)$
基于多波束训练 基于天线稀疏激活	$\frac{N}{Q}+KQ$	2	$O\left(\frac{N+Q^2}{Q}\right)$
两层分层搜索	$\min_{B\leq Q}\frac{N}{B}+KB$	2	最小 $O\left(\frac{N+B^2}{B}\right)$ $B\leq Q$
所提方法	$\frac{N}{Q}\left(2+\frac{\log_2 Q}{4}\right)$	1	$O\left(\frac{N\log_2 Q}{Q}\right)$

V. 数值结果

本节给出了数值结果，以评估所提出的两阶段波束训练



(a) 在 Q=4 条件下，归一化平均波束增益随参考信噪比的变化。(b) 在 Q=16 条件下，归一化平均波束增益随参考信噪比的变化。

图 4：给定不同波束数量时，所提出的两阶段多波束训练与基线1–4的性能比较。

方法的性能，其中系统工作在 30 GHz。基站配备了一个拥有 256 根天线的天线阵列，5 个用户随机分布在以基站为中心、距离为r=50 m 的圆周上。我们考虑莱斯衰落信道模型，其中莱斯因子设为 ξ=5dB。参考信道功率增益为 β=−60 dB，路径损耗指数为 α=2.2。我们将（参考）信噪比定义为 SNR=$\frac{P\beta}{r^{\alpha}\sigma^2}$（即单天线接收信噪比），其中 P 为平均发射功率，σ^2 为平均噪声功率。成功识别率表示为$R_{\mathrm{s}}=\frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K}\mathbb{I}(\hat{n}_k=n_k^*)$，其中 $\mathbb{I}(\cdot)$为指示函数，$\hat{n}_k$ 是基于估计用户角度 Ω_k得到的最佳波束索引，而 n_k^* 是用户 k 的（真实）最优波束索引。归一化平均波束增益表示为 $G=\frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K}\frac{1}{N}|\mathbf{v}^H(\Omega_k,N)\mathbf{u}_k|^2$。

数值结果取自 5000 次莱斯信道实现的平均值。评估了三项指标：波束训练开销、波束识别成功率和归一化平均波束增益。为公平比较，所有方案使用相同数量的训练波束 Q。比较中考虑以下基准方案：1）基线1：采用穷举搜索的单波束训练；2）基线2：基于密集子阵列的多波束训练 [9]；3）基线3：基于天线稀疏激活的多波束训练 [10]；4）基线4：两层分层搜索 [8]。

图4(a)和图4(b)展示了不同 Q下归一化平均波束增益随信噪比变化的曲线。主要有以下几点观察结果。首先，对于 Q=4，在低信噪比区域（信噪比<−20dB）中，基准方法2和3的性能严重下降。相比之下，尽管所提方法的训练开销高于其他多波束训练方案，但即使对于传统的2层分层波束搜索，它在低信噪比区域仍能获得高得多的归一化平均波束增益（例如，在信噪比=−23.3 dB时为 G>0.8）。这是因为分层搜索容易受到错误传播的影响，而所提方法通过利用交叉验证减轻了此类影响，从而增强了鲁棒性。当 Q=16时，在所有多波束训练方案中，多波束之间的功率分配都会导致波束增益下降

与 Q=4 的情况相比，尤其是在低信噪比场景下。所提方法显著降低了训练开销（例如，与基线1相比约减少81.3 %），同时在高信噪比下保持了相当的归一化波束增益（约为0.87）。

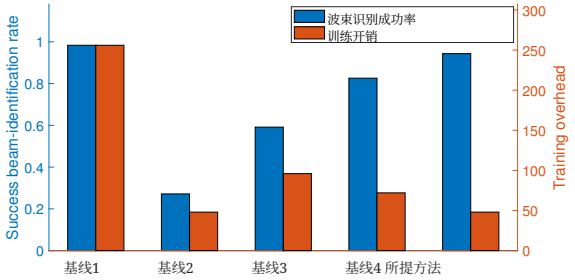


图5：参考信噪比为=−18.3 dB、 Q=16时，波束识别成功率与波束训练开销的比较。

图5比较了在给定 Q=16且参考信噪比为=−18.3 dB时，不同方案的波束识别成功率和波束训练开销。与基准方法2至4相比，在波束训练开销相同甚至更低的情况下，所提方法展现出更高的波束识别成功率。值得注意的是，对于多波束训练方案，发射功率需要分配到多个波束上。因此，与单波束训练（基线1）相比，每个波束的有效接收信噪比会降低，进而导致波束识别成功率下降。

VI. 结论

在这封信中，我们提出了一种面向多用户毫米波通信的新型两阶段多波束训练方法。该方法通过将天线阵列划分为稀疏和密集子阵列，并在两个阶段设计不同的多波束图样，实现了完整的角分辨率和灵活的波束转向。所提方法在显著降低波束训练开销的同时，实现了较高的波束识别成功率。值得注意的是，所提方法只需接收一次来自用户的反馈，与传统单波束训练相同。

参考文献

[1] Q. Lu、T. Lin 和 Y. Zhu，“毫米波通信的信道估计与混合预编码：一种基于深度学习的方法”，*IEEE Access*，第9卷，第120924–120939页，2021年。[2] O. El Ayach、S. Rajagopal、S. Abu-Surra、Z. Pi 和 R. W. Heath，“毫米波MIMO系统中的空间稀疏预编码”，*IEEE Trans. Wireless Commun.*，第13卷，第3期，第1499–1513页，2014年1月。[3] S. Wang 和 S. Bi，“利用辅助任务提高毫米波通信系统中的波束对准精度”，*IEEE Signal Process. Lett.*，第30卷，第992–996页，2023年。[4] H. Lu 和 Y. Zeng，“与超大规模阵列/表面通信：统一建模与性能分析”，*IEEE Trans. Wireless Commun.*，第21卷，第6期，第4039–4053页，2022年6月。[5] C. Zhou、C. Wu、C. You、J. Zhou 和 S. Shi，“基于稀疏离散傅里叶变换码本的近场波束训练”，*IEEE Trans. Wireless Commun.*，第73卷，第6期，第4394–4408页，2025年6月。[6] Y. Heng、J. Mo 和 J. G. Andrews，“学习特定位置的探测波束以实现快速毫米波波束对准”，*IEEE Trans. Wireless Commun.*，第21卷，第8期，第5785–5800页，2022年1月。[7] X. Sun、C. Qi 和 G. Y. Li，“多用户毫米波大规模MIMO系统的波束训练与分配”，*IEEE Trans. Wireless Commun.*，第18卷，第2期，第1041–1053页，2019年2月。[8] C. Qi、K. Chen、O. A. Dobre 和 G. Y. Li，“基于分层码本的毫米波大规模MIMO多用户波束训练”，*IEEE Trans. Wireless Commun.*，第19卷，第12期，第8142–8152页，2020年12月。[9] C. You、B. Zheng 和 R. Zhang，“面向IRS辅助多用户通信的快速波束训练”，*IEEE Wireless Commun. Lett.*，第9卷，第11期，第1845–1849页，2020年11月。[10] C. Zhou、C. You、Z. Huang、S. Shi、Y. Gong、C.-B. Chae 和 K. Huang，“高频频段近场通信的多波束训练”，2024年。[在线]。网址：https://arxiv.org/abs/2406.14931