arXiv:2601.03975v1 [quant-ph] 7 Jan 2026

腔驱动的多光谱增益：用于高灵敏度 NV 中心磁力计

Himanshu Kumar,[1], * Rahul Gupta,[2], * Saikat Ghosh,[3] Himadri Shekhar Dhar,[2,4] 和 Kasturi Saha[1,4]
[1] *Department of Electrical Engineering, Indian Institute of Technology Bombay, Mumbai 400076, India*
[2] *Department of Physics, Indian Institute of Technology Bombay, Mumbai 400076, India*
[3] *Department of Physics, Indian Institute of Technology Kanpur, UP-208016, India*
[4] *Centre of Excellence in Quantum Information, Computation, Science andTechnology, Indian Institute of Technology Bombay, Mumbai 400076, India*（日期：2026 年 1 月 8 日）

我们报告了一种由腔增强的固态磁力计，它基于与电介质腔耦合的 NV 系综，实现了 12 pT/√Hz 的灵敏度，并凭借多光谱特征获得近三倍增益。这些特征源于腔诱导的 NV 超精细能级分裂，并利用系统双重缀饰态中稳健的量子相干性实现高灵敏度。我们预计，近期模拟灵敏度可接近 100 fT/√Hz，接近约翰逊–奈奎斯特极限。我们的结果确立了频分复用这一全新的运行范式，为环境条件下的计量学提供了一种稳健且可扩展的量子资源。

I. 引言

纠缠等量子资源 [1] 在量子计量学中发挥着关键作用，尤其是在实现超增强灵敏度方面 [2, 3]。然而，在固态量子传感器中生成高保真度纠缠通常需要复杂的控制方案，而且极其脆弱——例如，即使存在微小的环境噪声，纠缠带来的海森堡标度增强也可能消失 [4]。另一种方式是，对于在环境条件下运行的传感器，量子态叠加或量子相干性 [5]是一种更稳健、成本效益更高的资源，可通过确定性扩展带来显著的计量学优势 [6, 7]。

金刚石中的氮空位（NV）中心为基于相干性的方法提供了理想平台[8–10]。尽管其相干时间极长 [11, 12] ，且可在室温下运行 [13, 14]，但由于光学读出光子收集效率较低，其灵敏度长期受到限制。近期，将氮-空位自旋系综与微波（MW）腔耦合的混合架构利用腔量子电动力学带来的强增强效应，克服了这些局限 [15–17]。然而，还存在另一种工作机制：强驱动、弱相互作用的自旋-腔系统，可作为提升灵敏度测量的资源。这种机制的研究相对较少。在这种配置中，强经典场将自旋系综驱动至高相干子空间，其表现为Autler–Townes分裂（ATS） [18] 以及莫洛三重峰的形成 [19]；与此同时，腔则充当宽带、低延迟的读出转换器。

在本研究中，我们通过实验展示了一种量子增强磁力计，该磁力计利用了固态腔量子电动力学系统中“二重着装”态丰富的相干结构。通过对氮-空位自旋系综施加强驱动，我们为每个超精细跃迁产生奥特勒-汤斯分裂，从而形成由九个不同共振峰组成的多光谱能级簇。这种级联相互作用中，自旋首先受到强驱动的着装，随后与腔真空态发生弱耦合，使我们能够将这些模式的累积相干性视为一种计量资源。我们表明，在这一多光谱分布上进行同步零差探测，可实现 3 的灵敏度增强因子，在室温下达到 12 pT/√Hz 的磁场噪声底。我们的研究结果得到了完整量子模型的支持；该模型将系统视为处于色散极限下的级联 Tavis-Cummings 系综，并预测这种架构能够达到接近 100 fT/√Hz 的灵敏度。此外，我们的级联相互作用模型还可扩展至其他混合平台，包括多模腔和偏振工程腔，从而为实现超越单模标准量子极限的灵敏度提供一种可扩展框架。

II. 主要结果

在我们的实验中，如图1(a)所示，高密度的块体金刚石中NV中心系综被置于电介质谐振器内，并由强微波场驱动。NV中心的能级用电子自旋 m_s 和 ^{14}N核自旋 m_I 量子数描述，其中 m_s、$m_I \in \{0, \pm 1\}$。微波驱动接近于 $m_s = 1$ 和 $m_s = 0$ 能级之间电子跃迁的共振频率。在强驱动区域，两能级受到电磁场的缀饰，形成$|\lambda_{\pm}, _n\rangle \to |0_{n+1}, m_I\rangle \pm |1_n, m_I\rangle$，分别对应$m_I$的核自旋能级。这里，$n$ 是系统中的光子激发。缀饰态之间以拉比频率Ω分裂，这种效应称为奥特勒-汤斯分裂 [18]。在$|\lambda_{\pm}, _{n+1}\rangle$ 与$|\lambda_{\pm}, _n\rangle$ 缀饰态之间的跃迁会在光谱中产生三个荧光峰，称为莫洛三重峰 [19]。图1(b)示意了缀饰和

* 这些作者对本研究的贡献相同。

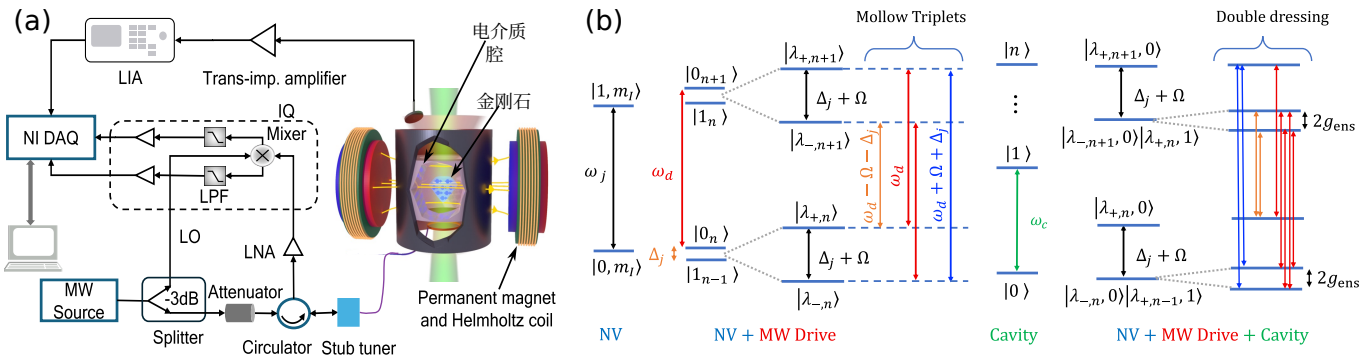

图 1. (a) 实验装置示意图：金刚石置于电介质腔内，腔体安装在铝壳中，并置于磁体之间。其他组件包括低噪声放大器（LNA）、本地振荡器（LO）、低通滤波器（LPF）、锁相放大器（LIA）和美国国家仪器公司的数据采集（NI DAQ）系统。(b) NV自旋态的能级图，其频率为 $\omega_s = \omega_j$，核自旋为 m_I，并受到频率为 ω_d 的强经典场缀饰。缀饰态为$|\lambda_{\pm,\ n}\rangle$，跃迁清楚地显示出莫洛三重峰。这里，$\Delta_j = \omega_j - \omega_d$，Ω 为驱动强度或拉比频率。当自旋态与频率为 ω_c 的腔光子杂化时，会发生双重缀饰，形成态$|\lambda_{-,\ n},\ 0\rangle \pm |\lambda_{+,\ n-1},\ 1\rangle$。这会产生额外的分裂和新的跃迁线，其由自旋-腔耦合 g_{ens} 决定。

NV中心中不同能级在反交叉分裂效应下的分裂情况。重要的是，对于每个核自旋，都会观察到莫洛三重峰 m_I，因此光谱中会出现九个峰，如图2所示的光学探测磁共振（ODMR）测量结果。进行光学测量时，偏置场的方向经过调整，使所有四种NV$^-$ 类别都处于相同的磁场中，其光谱相互重叠。图2(a)展示了自旋 $\Delta_s = \omega_s - \omega_c$ 和驱动$\Delta_d = \omega_d - \omega_c$的失谐对应的实验ODMR光谱，其中 ω_s、ω_d 和 ω_c 分别是自旋、驱动和腔的频率。通过改变亥姆霍兹线圈中的电流并扫描微波频率来控制失谐。在共振时，$\Delta_s = \Delta_d = 0$由于腔模增强了驱动，三个超精细跃迁的振幅增大。每个超精细跃迁都会产生一个莫洛三重峰，峰间距为拉比频率，由驱动强度Ω决定。测量结果与光谱的理论计算吻合良好，如图2(c)所示。图2(b)和图2(d)分别展示了水平和垂直截线，以清楚地呈现莫洛三重峰的证据。散点图对应实验数据，实线表示在相同的 Δ_s 和 Δ_d条件下的模拟数据。

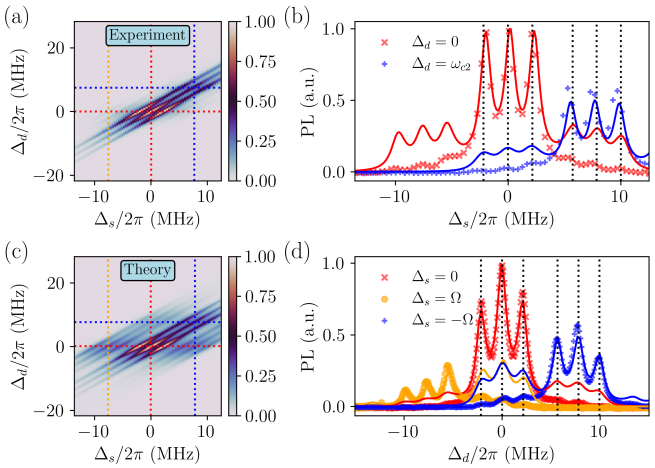

图 2。调幅 ODMR 谱。在 1.5 千赫调制频率、100 ms 锁相时间常数和 −45 dBm 功率下进行测量。图 (a,c) 分别显示了扫掠自旋失谐和驱动频率失谐 Δ_s 及 Δ_c时归一化的实验和模拟光探测磁共振谱。图 (b) 显示了沿 (a) 中两条水平线取 Δ_s 值时的光谱，这些值在散点图中分别以红色叉号和蓝色加号表示。实线对应于相同取值下的模拟光谱。图 (d) 中的散点图显示了相同的结果，但对应于 (a) 中的三条垂直线，分别以红色叉号、黄色圆圈和蓝色加号表示。

第二个腔增强量子效应源于自旋系综与腔光子之间的相干相互作用，从而产生真空拉比分裂，其尺度为 $g_{\text{ens}} = g\sqrt{N_s}$，其中 g 是单自旋-腔耦合强度，而 N_s 是系综中的自旋数。根据腔共振条件，自旋态$|\lambda_{-,\ n+1}\rangle$ 和 $|\lambda_{+,\ n}\rangle$ 可以与光子的福克态杂化，形成$|\lambda_{-,\ n+1},\ 0\rangle \pm |\lambda_{+,\ n},\ 1\rangle$，如图 1(b)所示。这会使侧向反交叉分裂峰分裂为两个，而中心峰分裂为三个。注意，如果 g_{ens} 较小，则无法分辨出峰的分裂。

然而，分析图3（a）–（b）中的微波腔反射谱可以看出，由于与氮-空位自旋莫洛三重峰中各峰对应的相干拉比劈裂，出现了明显的反交叉。微波光谱通过矢量网络分析仪和零差测量进行测量。同相正交分量的测得反射谱如图3（a）所示，它是自旋与腔失谐量 Δ_s 和 Δ_c的函数，这两个量通过扫描亥姆霍兹线圈中的电流和微波探测频率来改变。

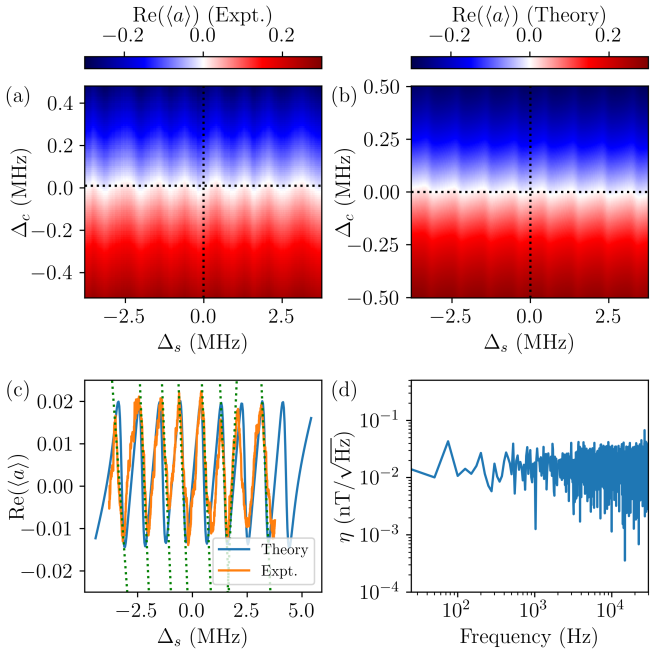

图3. 零差测量。图(a)和(b)分别展示了实验测得的平均反射正交分量谱和模拟值。实验测量采用了0 dBm本振功率、 −40 dBm激励功率以及700千赫低通滤波器带宽。相对于腔频率，Δ_d 自旋失谐和 Δ_s驱动失谐分别以10千赫和5.2千赫的步长进行调节。图(c)展示了沿水平剖线的正交分量谱，其中实验数据为橙色，模拟数据为蓝色。绿色点划直线用于计算谱斜率。图(d)展示了磁等效噪声密度谱，实验灵敏度为12 pT/√Hz。

图3（b）显示了根据我们的理论模型计算得到的反射相位正交分量，与从Autler–Townes分裂以及由自旋–光子缀饰导致的能级劈裂或反交叉中观察到的效应高度一致。

III. 灵敏度测量

反射微波读出可作为一种高灵敏度探针，用于检测磁场变化；其目标是利用腔增强耦合所带来的相干性等量子效应。特别是，利用与双重缀饰态相关的额外谱峰，可以实现显著的灵敏度增益。灵敏度可通过以下关系估算：

$$\eta_{\mathrm{exp}} = \frac{1}{\sqrt{\sum_{j=1}^{M} \eta_j^{-2}}}, \quad \eta_j = \frac{\sqrt{3}\sigma_j\sqrt{\tau}}{\gamma_e \times S_j}, \tag{1}$$

其中， M 为观测到的谱峰数量， η_j为每个谱峰测得的灵敏度。$\sqrt{3}$ 因子考虑了所有 NV 类沿各自方向的投影相同，σ_j 为积分时间为 τ 时 j^{th} 峰时间轨迹的标准差。电子自旋的旋磁比为 γ_e。其中一个关键量为 $S_j = |dV_Q/d\omega_s|^{(j)}_{\mathrm{max}}$，即自旋为 ω_j时 j^{th} 峰处正交分量信号的最大斜率。该量反映了信号对自旋跃迁频率变化的响应，可通过在对应于最高灵敏度点的固定腔失谐下，对正交分量谱进行线性拟合得到。

图3所示实验结果，在扫描跃迁频率的范围内呈现出由Autler–Townes效应产生的9个谱峰中的8个。由氮空位中心自旋的各个超精细能级产生的相干缀饰态和莫洛三重峰与理论模拟完美吻合，相较于单峰测量，增益接近3倍，即9 dB。灵敏度通过图3（c）中点划线的斜率获得，图3（d）显示了实验测得的12pT/√Hz灵敏度。表I 比较了本工作实现的灵敏度与其他腔增强微波读出实验所报道的灵敏度。我们发现，本工作的性能具有竞争力，尤其是考虑到用于自旋极化的激光功率较低。然而，腔驱动多谱增益开辟了一种新的运行范式，有望显著提升灵敏度。

IV. 理论模型

为了对 NV中心与微波腔的耦合进行建模，我们采用量子塔维斯-卡明斯模型 [21, 22]。在没有核自旋驱动以诱导不同超精细流形之间跃迁的情况下，每个核自旋投影 m_I 实际上都表现为一个独立的两能级系统，跃迁发生于 $m_s = 0$ 和 $m_s = 1$ 电子自旋态之间。因此，我们可以用三个自旋对系统进行建模，它们对应于 $m_I \in \{-1, 0, +1\}$ [23] ，并同时与频率为 ω_c的微波腔谐振器耦合。为研究 Autler–Townes效应，腔由具有较大光子数 n的强微波场驱动。在$a \to \sqrt{n} + \delta a$ 线性区，腔算符

$$H = \Delta_c a^\dagger a + \sum_{j=-1}^{1}\left[\frac{\Delta_j}{2}\sigma_j^z + g_{\mathrm{ens}}(a\sigma_j^+ + a^\dagger\sigma_j^-)\right] + \frac{\Omega}{2}\left(\sigma_j^+ + \sigma_j^-\right), \tag{2}$$

其中， $a = \delta a$ 是腔涨落算符， $\sigma_j's$ 分别是每个超精细自旋 $j = m_I$的泡利自旋算符，其跃迁频率为 ω_j。这里，

表 I. 使用非光学读出的腔增强 NV^- 系综实验灵敏度比较

参考文献	灵敏度	参数
腔增强传感 Eisenach 等人 [17]	3 pT/$\sqrt{\text{Hz}}$	功率 = 8 瓦 量子级 CVD 金刚石，NV^- = 5.0 ppm
采用最优冷却的腔量子电动力学 Wang 等人 [20]	576 fT/$\sqrt{\text{Hz}}$	功率 = 12 瓦 ^{12}C 富集，NV^- = 4.0 ppm
本研究	12 pT/$\sqrt{\text{Hz}}$ 和 28 pT/$\sqrt{\text{Hz}}$ （多峰和单峰）	功率 = 2.1 瓦 量子级 CVD 金刚石，NV^- = 4.5 ppm

$\Delta_c = \omega_c - \omega_d$ 和 $\Delta_j = \omega_j - \omega_d$ 分别是腔和自旋相对于驱动场的失谐。自旋与腔的有效耦合为 g_{ens}，其中 $\Omega = 2g_{\text{ens}}\sqrt{n}$是驱动强度和拉比频率。为考虑系统中的耗散和损耗，我们采用林德布拉德主方程 [24]

$$\dot{\rho} = \frac{1}{i}[H,\rho] - \frac{\gamma_0}{2}\mathcal{D}[a]\rho - \sum_{j,k}\left[\frac{\gamma_k}{2}\mathcal{D}[\sigma_j^k]\rho\right], \quad (3)$$

其中 $\mathcal{D}[x]\rho = \{x^\dagger x, \rho\} - 2x\rho x^\dagger$，其中 $x \in \{a, \sigma_j^-, \sigma_j^z\}$。此外，$\sigma_j^k = \{\sigma_j^-, \sigma_j^z\}$ 和 $\gamma_k = \{\gamma_\parallel, \gamma_\perp\}$。腔损耗率为 γ_0，自旋弛豫为 $\gamma_\parallel$，自旋退相干为$\gamma_\perp$，这源于体材料氮空位中心系综的自旋冷却和非均匀性。通过数值计算输出场的双时刻相关函数的傅里叶变换，得到光谱

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty}\langle a^\dagger(\tau)a(0)\rangle d\tau, \quad (4)$$

这与图中所示的实验光探测磁共振数据高度吻合。2(a)。请注意，该模型准确预测了系统中每个核自旋的相干缀饰态所产生的 Autler–Townes分裂和莫洛三重峰。重要的是，不同峰之间的间距由拉比频率 Ω 给出，而三个自旋之间的失谐对应于不同核自旋之间的间距。

为模拟零差探测所测得的非光学反射微波正交分量，我们重点关注每个 Mollow 谱峰附近发生的自旋-光子缀饰。实验结果表明，谱峰附近会出现由腔引起的能级劈裂和反交叉，这对应于腔涨落与自旋的耦合。这些现象发生在腔内光子数超过驱动 Autler–Townes分裂所需的平均光子数时。为简化起见，我们采用解析模型，将每个缀饰态视为具有共振频率 $\omega_j = k\Omega + l\Delta$ 的有效两能级系统，其中 $(k,\ l) \in \{-1, 0, 1\}$ 分别是间距为 Ω 的 Autler–Townes分裂谱峰以及间距为 Δ 的超精细能级的索引。我们将每个系统视为独立的二能级自旋模，并使其与同一个腔场耦合，

其哈密顿量为

$$\mathcal{H} = \Delta_c a^\dagger a + \sum_j \Delta_j \sigma_j^+\sigma_j^- + g_{\text{ens}}\sum_j\left(a^\dagger\sigma_j^- + a\sigma_j^+\right), \quad (5)$$

请注意，微波驱动被视为探测场，用于研究强耦合所产生的能级劈裂或反交叉。现在可以使用量子朗之万方程对系统的开放动力学进行建模 [25], 如下:

$$\begin{aligned}\dot{a} &= -\left(i\frac{\gamma_0}{2} + \Delta_c\right)a - \sum_j ig\sigma_j^- + \sqrt{\gamma_0}a^{\text{mw}} + \sqrt{\gamma_0}a^{\text{in}},\\ \dot{\sigma}_j^- &= -\left(i\frac{\Gamma}{2} + \Delta_j\right)\sigma_j^- + igP\sigma_j^- + \sqrt{\Gamma}b_j^{\text{in}}.\end{aligned} \quad (6)$$

其中，$P = \langle\sigma_j^z\rangle \approx -1$ 是自旋极化，它通过对系综进行光学冷却而得到增强。算符a^{in} 和 b_j^{in}是输入噪声项，其中包含腔噪声和热噪声。 Γ是有效损耗项，考虑了由光学冷却和系综不均匀性导致的耗散。在稳态下，光子振幅为

$$\alpha = \frac{-\sqrt{\gamma_0}a^{\text{mw}}}{i\Delta_c + \gamma_0/2 - g^2P\sum_j(i\Delta_j + \Gamma/2)^{-1}}. \quad (7)$$

我们绘制了 $\langle Q\rangle = \sqrt{2}\text{Re}(\alpha)$，如图3（a）所示，并发现其与零差测量结果高度一致。此外，通过研究稳态附近的涨落，可以得到正交分量噪声谱，从而利用式（1）给出灵敏度的理论估计。

图4 展示了基于我们所建立的微波腔耦合 NV 自旋系综量子模型进行的灵敏度分析。模拟结果表明，在不同参数下，灵敏度均有所$\sqrt{1/M}$ 提升，这源于 $M = 9$ 奥特勒–汤斯分裂与真空拉比分裂共同作用下产生的谱峰。近期的改进，尤其是将有效损耗降低 1.5 倍，可使灵敏度提高最多两个数量级，预计灵敏度最高可达 100 fT/$\sqrt{\text{Hz}}$，非常接近环境温度下 97 fT/$\sqrt{\text{Hz}}$ 的约翰逊–奈奎斯特极限磁噪声底。

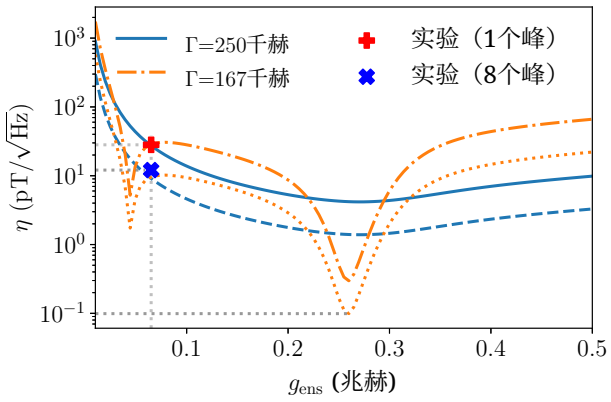

图4. 理论预测的灵敏度。图中展示了灵敏度随 g_{ens}的变化，其中 $\Gamma = 250$ 千赫（蓝色实线）和 $\Gamma = 167$ 千赫（橙色点划线）对应不同情况。蓝色虚线和橙色点线表示相干双重缀饰态带来的多光谱三倍增强后的灵敏度。实验测得的灵敏度为28 pT/$\sqrt{\text{Hz}}$（红色）和12 pT/$\sqrt{\text{Hz}}$（绿色），分别对应单峰和多峰测量。近期预测显示，在 $g_{\text{ens}} \approx 0.26$ 兆赫和 $\Gamma = 167$ 千赫条件下，灵敏度可高达100 fT/$\sqrt{\text{Hz}}$。

五、结论与展望

总之，我们已证实，将量子相干性设计到结构化的多谱线流形中，可作为提升固态传感器计量灵敏度的稳健资源。通过使微波腔耦合氮空位系综工作在级联模式下，并利用强经典驱动（奥特勒-汤斯分裂）和自旋-腔耦合（反交叉）作为其特征，我们成功产生了相干的“双重缀饰”态。这种架构使得使我们能够超越单模传感的局限，通过汇总分布在各个谱峰中的信息来提升性能。此外，较弱的协同性有助于实现低延迟输出和宽带读出。观测到的 12 pT/$\sqrt{\text{Hz}}$ 灵敏度验证了在腔量子电动力学中利用相干资源的有效性；与脆弱的多体纠缠相比，相干资源是一种相对廉价且稳健的替代方案。我们的理论模型表明，目前的性能主要受技术噪声和热涨落限制，而非相干资源的基本约束。我们预测，降低有效耗散可实现高达 100 fT/$\sqrt{\text{Hz}}$ 的灵敏度。更为关键的是，这项工作展现了在环境条件下的量子计量学中利用频分复用实现灵敏度扩展的巨大潜力。我们推测，将模型扩展至其他混合架构——例如将发射体耦合到多模谐振器或频率梳——可能实现多个相干态的生成。这一可能性能够为实现海森堡极限单模精度提供一条路径，同时利用相干性相较于纠缠生成的严格要求及其在环境条件下局限性所具备的稳健优势。

致谢

H.K. 感谢首相研究奖学金提供的资助。R.G. 感谢 CSIR-HRDG 提供的奖学金资助。H.S.D. 感谢印度 SERB-DST 通过核心研究基金 CRG/2021/008918 提供的资金支持，并感谢印度理工学院孟买分校工业研究与咨询中心通过编号为 2021289 的资助（RD/0521-IRCCSH0-001）提供支持。K.S. 感谢科学技术部印度国家量子使命（NQM）和 DST SERB力量研究基金提供的资助。

[1] R. Horodecki、P. Horodecki、M. Horodecki 和 K. Horodecki，量子纠缠，《现代物理评论》81，865（2009年）。[2] V. Giovannetti、S. Lloyd 和 L. Maccone，量子增强测量：突破标准量子极限，《科学》306，1330（2004）。[3] S. Boixo、A. Datta、M. J. Davis、S. T. Flammia、A. Shaji 和 C. M. Caves，量子计量学：动力学与纠缠，Phys. Rev. Lett. 101，040403（2008）。[4] R. Demkowicz-Dobrza´nski、J. Ko-lody´nski 和 M. Guţ˘a，量子增强计量学中难以企及的海森堡极限，《自然·通讯》3，1063（2012年）。[5] A. Streltsov、G. Adesso 和 M. B. Plenio，专题评论：作为资源的量子相干性，《现代物理评论》89，041003 2017（）。[6] T. Tilma、S. Hamaji、W. J. Munro 和 K. Nemoto，纠缠并非量子计量学的关键资源，Phys. Rev. A 81，022108（2010）。

[7] C. Zhang、T. R. Bromley、Y.-F. Huang、H. Cao、W.-M. Lv、B.-H. Liu、C.-F. Li、G.-C. Guo、M. Cianciaruso 和 G. Adesso，展示了能够抵御横向噪声的量子相干性与计量学，Phys. Rev. Lett. **123**，180504（2019）。[8] J. M. Taylor、P. Cappellaro、L. Childress、L. Jiang、D. Budker、P. R. Hemmer、A. Yacoby、R. Walsworth 和 M. D. Lukin，具有纳米尺度分辨率的高灵敏度金刚石磁力计，《自然·物理》**4**，810（2008）。[9] J. F. Barry、M. J. Turner、J. M. Schloss、D. R. Glenn、Y. Song、M. D. Lukin、H. Park 和 R. L. Walsworth，利用金刚石中的量子缺陷对单个神经元动作电位进行光学磁探测，《美国国家科学院院刊》**113**，14133（2016）。[10] V. M. Acosta、E. Bauch、M. P. Ledbetter、C. Santori、K.-M. C. Fu、P. E. Barclay、R. G. Beausoleil、H. Linget、J. F. Roch、F. Treussart、S. Chemerisov、W. Gawlik 和 D. Budker，适用于磁力测量的高密度氮空位中心金刚石，Phys.

Rev. B 80, 115202（2009年）。[11] N. Zhao、S.-W. Ho 和 R.-B. Liu，核自旋浴中氮空位中心电子自旋的退相干与动态解耦控制，Phys. Rev. B 85, 115303 2012年( )。[12] N. Mizuochi、P. Neumann、F. Rempp、J. Beck、V. Jacques、P. Siyushev、K. Nakamura、D. J. Twitchen、H. Watanabe、S. Yamasaki、F. Jelezko 和 J. Wrachtrup，耦合到不同密度核自旋浴的单自旋相干性，Phys. Rev. B 80, 041201（2009年）。[13] A. Jarmola、V. M. Acosta、K. Jensen、S. Chemerisov 和 D. Budker，金刚石中氮空位系综的纵向自旋弛豫随温度和磁场的变化，Phys. Rev. Lett. 108, 197601（2012年）。[14] M. L. Goldman、A. Sipahigil、M. W. Doherty、N. Y. Yao、S. D. Bennett、M. Markham、D. J. Twitchen、N. B. Manson、A. Kubanek 和 M. D. Lukin，声子诱导的布居动力学与氮空位中心中的系间窜越，Phys. Rev. Lett. 114, 145502（2015年）。[15] J. D. Breeze、E. Salvadori、J. Sathian、N. M. Alford 和 C. W. M. Kay，连续波室温金刚石微波激射器，《自然》555, 493（2018年）。[16] T. Day、M. Isarov、W. J. Pappas、B. C. Johnson、H. Abe、T. Ohshima、D. R. McCamey、A. Laucht 和 J. J. Pla，室温固态微波激射放大器，Phys. Rev. X 14, 041066（2024年）。[17] E. R. Eisenach 、 J. F. Barry 、 M. F. O'Keeffe 、 J. M. Schloss、M. H. Steinecker、D. R. Englund 和 D. A. Braje，腔增强微波读出固态自旋传感器，《自然·通讯》12, 1357 (2021). [18] S. H. Autler 和 C. H. Townes，快速变化场中的斯塔克效应，Phys. Rev. 100, 703 (1955年). [19] B. R. Mollow，双能级系统散射光的功率谱，Phys. Rev. 188, 1969 (1969年). [20] H. Wang, K. L. Tiwari, K. Jacobs, M. Judy, X. Zhang, D. R. Englund 和 M. E. Trusheim，自旋制冷腔量子电动力学传感器，《自然·通讯》15, 10320 (2024年). [21] M. Tavis 和 F. W. Cummings， n-分子—辐射场哈密顿量的精确解，Phys. Rev. 170, 379 1968( ). [22] B. W. Shore 和 P. L. Knight，Jaynes-Cummings模型，J. Mod. Opt. 40, 1195 (1993). [23] T. Kirova, A. Cinins, D. K. Efimov, M. Bruvelis, K. Mi- culis, N. N. Bezuglov, M. Auzinsh, I. I. Ryabtsev 和 A. Ekers，Autler-Townes效应中的超精细相互作用：明态、暗态和变色龙态的形成，Phys. Rev. A 96, 043421 (2017年). [24] H. Breuer 和 F. Petruccione，*The Theory of Open Quantum Systems* 2002（牛津大学出版社，）. [25] C. W. Gardiner 和 M. J. Collett，阻尼量子系统中的输入与输出：量子随机微分方程和主方程，Phys. Rev. A 31, 3761 1985年( ).