双选择性信道下采用跨域 MAMP 接收机的 MIMO 多载波系统的可达速率与编码原理

Yuhao Chi，*IEEE* 高级会员，Zhiyuan Peng、Lei Liu，*IEEE* 高级会员，
Ying Li，*IEEE* 会员，Yao Ge，*IEEE* 会员，以及 Chau Yuen，*IEEE* 会士

arXiv:2601.04433v1 [cs.IT] 7 Jan 2026

摘要——**多载波调制与多输入多输出（MIMO）的结合，对于复杂环境中无线信号的可靠传输至关重要，并能显著提升频谱效率。现有研究表明，在未编码的双选择性信道中，广受欢迎的正交时频空（OTFS）和仿射频分复用（AFDM）相比正交频分复用（OFDM）具有显著优势。然而，这些优势是否适用于编码系统仍不确定。与此同时，编码 MIMO 多载波系统的信息论极限分析及相应的低复杂度接收机设计仍不明晰。为应对这些挑战，本文提出一种多时隙跨域记忆近似消息传递（MS-CD-MAMP）接收机，并进一步推导 MIMO 多载波调制（例如 OFDM、OTFS 和 AFDM）系统的信息论（即可达速率）极限和最优编码原则。所提出的 MS-CD-MAMP 接收机不仅能够利用时域信道稀疏性来降低复杂度，还能利用相应的符号域星座约束提升性能。同时，针对高维复数状态演化（SE）带来的限制，本文提出一种简化的单输入单输出变分状态演化，用于推导 MS-CD-MAMP 的可达速率以及以最大化可达速率为目标的最优编码原则。数值结果表明，在双选择性信道中，采用 MS-CD-MAMP 的编码 MIMO-OFDM/OTFS/AFDM 可实现相同的最大可达速率；使用实际优化的低密度奇偶校验（LDPC）码时，其有限长度性能仅比相应理论极限低** $0.5 \sim 1.8$ **分贝，并且比设计良好的点对点 LDPC 码高出** $0.8 \sim 4.4$ **分贝。**

索引词—**正交频分复用、OTFS、AFDM、多输入多输出、MAMP、OAMP、跨域、低复杂度、可达速率、最优码设计、任意输入分布、双选择性信道。**

Yuhao Chi、Zhiyuan Peng 和 Ying Li 任职于西安电子科技大学通信工程学院综合业务网国家重点实验室，地址：中国陕西省西安市，邮编 710071（电子邮箱：yhchi@xidian.edu.cn、zypeng 1@stu.xidian.edu.cn、yli@mail.xidian.edu.cn）。Lei Liu 任职于浙江大学信息科学与电子工程学院、浙江省信息处理、通信与网络重点实验室，地址：中国浙江省杭州市，邮编 310007；同时任职于西安电子科技大学综合业务网国家重点实验室，地址：中国陕西省西安市，邮编 710071（电子邮箱：lei liu@zju.edu.cn）。

Yao Geis 任职于新加坡南洋理工大学 AUMOVIO-NTU企业实验室，邮编 639798（电子邮箱：yao.ge@ntu.edu.sg）。

Chau Yuen 任职于新加坡南洋理工大学电气与电子工程学院，邮编 639798 （电子邮箱：chau.yuen@ntu.edu.sg ）。

I. 引言

A. 多载波调制方式概述

随着无线网络和物联网的迅速扩展，超越5G和6G通信有望在高移动性场景中支持可靠连接，例如高速铁路 [1], 无人机（UAV） [2], 和低地球轨道（LEO）卫星 [3]。然而，在当前的5G系统中，正交频分复用（OFDM）侧重于克服静态多径信道中的符号间干扰 [4]。它难以应对高移动性信道中由多普勒扩展引起的载波间干扰。因此，设计能够有效支持静态和高移动性场景的多载波调制方案，是未来超越5G和6G系统的关键推动因素。

近年来，正交时频空（OTFS）作为一种新兴调制技术被提出，以确保高移动性无线通信的可靠性 [5], [6]。与正交频分复用（OFDM）不同，OTFS 中的数字调制信号被置于二维（2D）时延-多普勒（DD）域，再映射到时频域，从而利用时延和多普勒分集，显著提升性能。为降低实现复杂度， [7] 提出了一种基于稀疏沃尔什-哈达玛变换的调制方式，通过替代 OTFS 中的辛有限傅里叶变换（SFFT），在保持相近误码性能的同时降低复杂度。另一方面，仿射频分复用（AFDM） [8] 利用一维（1D）正交啁啾序列获得显著的分集增益，并通过可调啁啾参数区分多径信号。从根本上说，OTFS 和 AFDM 都旨在利用调制矩阵分离时延和多普勒维度上的信号，以最大化分集。它们的有效信道矩阵是稀疏的，因此能够设计低复杂度检测算法。最近， [9], 提出了交织频分复用（IFDM），与 OTFS 和 AFDM 不同，其目标是达到复制信道容量和复制信道最大后验（MAP）最优性。在 IFDM 中，由于采用随机交织的逆傅里叶变换，有效信道矩阵呈随机稠密结构，且具有统计平滑特性。因此，所有信号都被随机且独立地分配到全部子载波上，确保所有信号都能充分经历统计意义上的信道衰落。此外，多输入多输出（MIMO）还可以与 OTFS 结合，

AFDM 和 IFDM，以进一步提升高移动性场景下的频谱效率和传输可靠性 [9]–[13]。然而，在 MIMO 多载波场景中，系统维度增大，干扰也更加严重，因为额外引入了天线间干扰，这给收发器设计带来了新的挑战。与此同时，大多数关于 MIMO多载波系统的研究只关注未编码系统，往往忽视了信道编码的优势。

B. 编码多载波系统的性能分析

迄今为止，针对编码多载波系统性能分析的研究还不多。在 [14],，研究者针对频率选择性信道中的 MIMO-OFDM，采用 Turbo 迭代接收机优化了不规则低密度奇偶校验（LDPC）码。文献 [15] 研究了频率选择性信道中不同信号星座下编码 MIMO-OFDM 的成对错误概率（PEP）。然而，Turbo 迭代接收机对于离散输入信令而言严格来说是次优的 [16],，且文献 [14], [15] 对编码 MIMO-OFDM 系统的研究仅限于频率选择性衰落，未考虑双选择性信道。

近期，文献 [17], 推导了条件 PEP，并将其作为编码 OTFS 系统的性能上界，揭示了编码增益与分集增益之间的权衡。类似地，文献 [18], 给出了编码 AFDM 系统的条件 PEP，展示了类似的权衡。文献 [17], [18] 的数值结果表明，编码 OTFS/AFDM 的性能显著优于编码 OFDM。然而，这些分析依赖一项强假设：编码码字长度等于调制维度，即单个 OTFS 或 AFDM 符号传输时隙。对于数据载荷较大的实际系统，这一假设并不实用，因为长码字必须拆分为多个块，并跨越多个传输时隙。此外，文献 [17], [18] 仅分析了分集增益的影响，并未阐明系统的信息论极限。此外，文献 [19], 在离散星座（例如，正交相移键控（QPSK）、16 阶正交振幅调制（16QAM））下，采用迭代最小均方误差（MMSE）和消息传递（ MP）接收机对编码 OTFS 与 OFDM 进行了性能比较。结果表明，采用 QPSK 信令时 OTFS 性能更优，而采用 16QAM 信令时 OFDM 性能更佳。然而，如下一小节所述，迭代 MMSE 和 MP 接收机对于离散输入信令而言是次优的。此外，研究采用了短码长 LDPC 码，这可能导致性能显著下降，尤其是在高阶星座下。因此，编码 MIMO 多载波系统的信息论极限和最优编码设计仍是尚待解决的问题。同样重要的是，开发能够接近或达到这些极限的实用接收机。

C. 多载波系统的先进检测技术

多载波调制中的检测技术至关重要，因为它们直接决定了实际系统的通信性能。由于多载波系统的数学模型可以表示为标准线性模型，

应用最广泛的检测算法适用于不同的方案。线性检测器，例如线性最小均方误差（LMMSE）和迫零（ZF），可用于正交频分复用、OTFS 和 AFDM 系统 [20]–[22]。利用信道矩阵的结构可以进一步降低检测复杂度。例如，在帧持续时间有限且存在分数多普勒的 OTFS 系统中，直接应用 LMMSE 或 ZF 需要进行矩阵求逆，导致复杂度较高。为此， [23],提出了一种基于串行干扰消除的低复杂度迭代最小均方误差（SIC-MMSE）检测器。该检测器通过重复利用滤波器权重，依次对稀疏时域信道矩阵的各列进行 MMSE 估计，从而大幅降低求逆开销。然而，线性检测器无法利用发射信号的先验分布，限制了其实现可靠信号恢复的能力。

为解决这一问题，研究人员开发了低复杂度高斯消息传递（GMP）和期望传播（EP）算法，作为OTFS的迭代检测器 [24] [25]。然而，由于OTFS等效因子图中存在大量短环，GMP和EP检测器可能会发散，因此需要仔细调节阻尼参数。基于经典Turbo原理 [26], ，研究人员开发了一种迭代LMMSE并行串行干扰消除（PIC）均衡器，但该方法对于离散输入信令而言严格次优 [27]–[30]。因此，有研究提出了跨域检测器，在时域采用线性检测，在符号域采用MMSE解调[1],，通过利用时域信道的稀疏性[2]，有效降低信号检测的复杂度。例如，在 [32],中，研究人员开发了一种稳健的跨域正交近似消息传递（CD-OAMP）检测器，该检测器在时域的线性检测（LD）与DD域的非线性检测（NLD）之间进行迭代。同样，研究人员还针对OTFS在DD域开发了DD-OAMP [33], [34]。然而，由于CD/DD-OAMP中的LD基于LMMSE，并且受矩阵求逆限制，无法有效利用信道稀疏性，导致其在大规模系统中的复杂度较高。为应对这一挑战， [35],提出了一种DD域记忆近似消息传递（DD-MAMP）检测器，利用记忆匹配滤波器（MF）来挖掘DD信道的稀疏性。然而，DD-MAMP忽略了更加稀疏的时域信道。最近，有研究针对IFDM提出了一种跨域MAMP（CD-MAMP）检测器 [9], ，该检测器在更加稀疏的时域信道矩阵中使用记忆MF，从而实现极低复杂度。尽管信号检测算法可以直接扩展到多输入多输出系统，但目前的研究主要集中于未编码系统，忽略了实际系统中信道编码与解码的重要性。因此，面向编码系统的接收机联合设计仍是一个开放问题。

[1]“符号域”指给定调制方案下的星座符号映射，例如 OFDM 中的频域、OTFS 中的时延-多普勒域，以及 AFDM 中的仿射频率域。[2]“时域信道”指“时延域信道”。遵循现有著作中的术语 [31], ，特别是针对跨域接收机的研究 [9], [32], ，本文将“时域信道”作为“时延域信道”的简称。

D. 贡献

本文提出了一种低复杂度、高可靠性的多时隙跨域MAMP（MS-CD-MAMP）接收机，并分析了其信息论极限（即最大可达速率），还给出了 MIMO 多载波调制（即 OFDM、OTFS 和 AFDM）的最优编码原则。具体而言，MS-CD-MAMP 接收机通过在多个时隙中采用多个基于记忆的 MF 进行信号估计，充分利用时域信道矩阵的稀疏性，同时在相应的符号域联合执行信号解调和信道译码。每个基于记忆的 MF 都依赖于此前所有迭代的估计结果，而且信道矩阵的特征值分布会随时隙变化，因此会产生复杂的多维状态演化（SE），难以分析。为解决这一难题，本文利用 MS-CD-MAMP 与 MS-CD-OAMP 的 SE 固定点一致性，并结合多时隙 VSE 平均策略，推导出一种简化的单输入单输出（SISO）变分状态演化（VSE）。基于该 SISO VSE，本文利用 I-MMSE 引理 [36]，推导了 MS-CD-MAMP 在不同调制方式下的可达速率，并以最大化可达速率为目标推导了最优编码原则。此外，本文还针对具有相关MIMO信道和不同系统参数的各种调制方式，设计了一种实用的 LDPC 码。本文的主要贡献总结如下:

- 针对编码多输入多输出多载波调制系统，提出了一种低复杂度、高可靠性的MS-CD-MAMP接收机，其性能可与实际先进水平的OAMP接收机相媲美。
- 提出了多时隙SE，以证明跨域MAMP/OAMP与DD域MAMP/OAMP之间的均方误差等价性。
- 针对MS-CD-MAMP提出了一种简化的单输入单输出方差状态演化，用于分析可达速率并建立最优编码原则。在此基础上，采用MS-CD-MAMP和最优编码的编码MIMO-OFDM、MIMO-OTFS和MIMO-AFDM被证明能够达到相同的最大可达速率。同时，在各种参数配置和任意输入分布下对可达速率进行了比较分析。
- 针对MIMO-OFDM/OTFS/AFDM优化了一种实用的LDPC码，其理论译码阈值距离相关极限约为0.2分贝。数值结果表明，采用MS-CD-MAMP和优化LDPC码的MIMO-OFDM/OTFS/AFDM能够实现几乎相同的比特错误率（BER）性能，并且相较于采用MS-CD-MAMP和设计良好的点对点（P2P）LDPC码的系统可获得 $0.8 \sim 4.4$ 分贝增益。

本文部分结果已发表于 [37]。此外，本文还提供了可达速率的推导、详细证明以及更多数值结果。

E. 符号说明

矩阵符号（列向量）用粗体大写（小写）字母表示。转置、共轭转置和逆运算分别用符号 $[\cdot]^{\mathrm{T}}$、$[\cdot]^{\mathrm{H}}$ 和 $[\cdot]^{-1}$ 表示。$\boldsymbol{I}$ 和 $\mathbf{0}$ 分别表示单位矩阵和零矩阵或零向量。集合 $\mathcal{S}$ 的最小值、最大值和基数分别用变量 $\min(\mathcal{S})$、$\max(\mathcal{S})$ 和 $|\mathcal{S}|$ 表示。记 $\|\boldsymbol{a}\|$ 为向量的 ℓ_2 范数 $\boldsymbol{a}$，$\mathrm{tr}(\boldsymbol{A})$ 为矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的迹，$\mathcal{CN}(\boldsymbol{\mu},\ \boldsymbol{\Sigma})$ 为均值为 $\boldsymbol{\mu}$、协方差为 $\boldsymbol{\Sigma}$ 的圆对称高斯分布，$\langle \boldsymbol{A}_{M\times N} \mid \boldsymbol{B}_{M\times N}\rangle \equiv \frac{1}{N}\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}_{M\times N}\boldsymbol{B}_{M\times N}$、$\underline{\mathrm{E}}\{a|b\}$ 表示在给定 b 条件下 a 的期望，mmse{a|b} 表示 E{($a-E\{a|b\}$)$^2|b$}。$X \sim Y$ 表示 X 服从分布 Y。

F. 论文结构

本文结构如下。第二节介绍编码多输入多输出多载波系统的系统模型及关键挑战。第三节给出 MS-CD-MAMP 接收机及状态演化。第四节针对 MIMO-正交频分复用/OTFS/AFDM，分析相应的可达速率并介绍编码原理。第五节和第六节分别介绍数值仿真和结论。

II. 系统模型与关键挑战

本节介绍编码多输入多输出多载波系统模型，并回顾正交频分复用、OTFS 和 AFDM 调制。随后讨论现有的关键挑战。

A. 多输入多输出多载波系统模型

图 1 展示了一个编码的 MIMO 多载波调制系统，其中发射机有 J 根天线，接收机有 U 根天线。在发射机处，消息比特向量 $\boldsymbol{m}$ 经编码并映射为 $\boldsymbol{c} \in \mathcal{S}^{M\times 1}$，再转换为 $\{\{\boldsymbol{s}_{1,t}\}_{t=1}^{\mathcal{T}},...,\{\boldsymbol{s}_{J,t}\}_{t=1}^{\mathcal{T}}\}$，其中 $\boldsymbol{s}_{j,\,t} \in \mathcal{S}^{N\times 1}$ 表示第 t 个时隙中第 j 根天线的发射信号，$\mathcal{S}$ 表示星座集合，$j=1,\ ...,\ J$，且 $t=1,\ ...,\ \mathcal{T}$。为简单起见，我们假设 $M=NJ\mathcal{T}$，其中 $\mathcal{T}$ 是传输时隙总数。经过特定的多载波调制后，生成时域信号 $\boldsymbol{x}_{j,\,t}$，即

$$\boldsymbol{x}_{j,t} = \boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{s}_{j,t}, \tag{1}$$

其中 $\boldsymbol{A}$ 表示 N 点多载波变换矩阵。添加循环前缀并经过发射滤波器后，$\boldsymbol{x}_{j,\,t}$ 通过第 j 根天线在第 t 个时隙发送。

接收的时域信号首先进入接收滤波器。丢弃循环前缀后，第 t 个时隙中第 u 根天线处的接收信号为 $y_{u,\,t}[n]$

$$y_{u,t}[n] = \sum_{j=1}^{J}\sum_{\iota=0}^{\mathcal{I}_{uj}-1} h_{uj,t}[n,\iota]x_{j,t}[[n-\iota]_N] + w_{u,t}[n], \tag{2}$$

其中 $[a]_N$表示 a模 N, $u=1,...,U$, $n=0,...,N-1$,$t=1,...,\mathcal{T}$, $\mathcal{I}_{uj}$表示第 j根发射天线与第 u根接收天线之间信道抽头的最大数量，$w_{u,t}[n] \sim \mathcal{CN}(0,\sigma^2)$ 是加性白高斯噪声

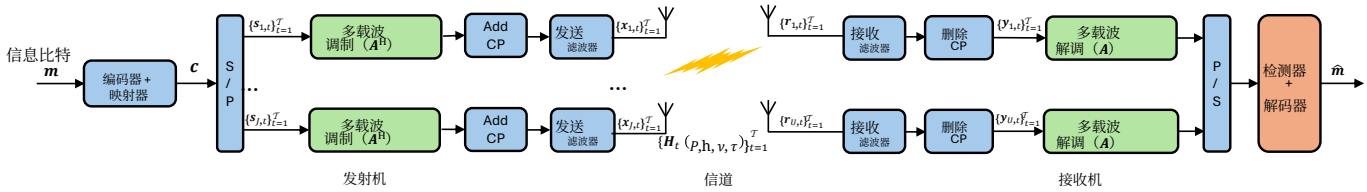


图 1：编码多输入多输出多载波系统框图。

（AWGN）变量。第 j根发射天线与第 u根接收天线之间的信道冲激响应 $h_{uj,t}[n,\iota]$定义为

$$h_{uj,t}[n,\iota]=\sum_{i=1}^{P_{uj}} h_{uj,t}^{i} e^{j2\pi\nu_{uj,t}^{i}(nT_s-\iota T_s)}\mathrm{P}_{\mathrm{rc}}(\iota T_s-\tau_{uj,t}^{i}), \quad (3)$$

其中，P_{uj} 是第 j根发射天线与第 u根接收天线之间多径的最大数量，T_s表示系统采样间隔。符号$h_{uj,t}^{i}$、$\tau_{uj,t}^{i}$ 和 $\nu_{uj,t}^{i}$ 分别表示第 t个时隙中第 i条路径对应的信道增益、时延和多普勒频移。当收发器采用实际的根升余弦（RRC）脉冲成形滤波器来控制信号带宽并抑制带外发射时，$\mathrm{P}_{\mathrm{rc}}(\cdot)$表示整体升余弦滚降滤波器。

同时，在实际的 MIMO 信道中，$h_{uj,t}^{i}$ 也与天线相关性有关，而天线相关性取决于传播环境、天线方向图以及发射天线和接收天线的相对位置。假设发射机与接收机之间的距离足够远，相关矩阵$\boldsymbol{R}_{\mathrm{tx}}\in\mathbb{C}^{J\times J}$ 和 $\boldsymbol{R}_{\mathrm{rx}}\in\mathbb{C}^{U\times U}$ 分别表征发射端和接收端子信道之间的相关性。这些模型在 [12], [38] 及其参考文献中被广泛采用。该模型可用于研究天线间相关性对多输入多输出多载波系统信息论性能极限的影响。 $\boldsymbol{R}_{\mathrm{tx}}$ 和 $\boldsymbol{R}_{\mathrm{rx}}$ 的元素为

$$\boldsymbol{R}_{\mathrm{tx}}[l,k]=\begin{cases}\rho_{\mathrm{tx}}^{l-k}, & k\le l\\ \left(\rho_{\mathrm{tx}}^{k-l}\right)^{*}, & k>l\end{cases},k,l\in\{1,\ldots,J\},$$
$$\boldsymbol{R}_{\mathrm{rx}}[l,k]=\begin{cases}\rho_{\mathrm{rx}}^{l-k}, & k\le l\\ \left(\rho_{\mathrm{rx}}^{k-l}\right)^{*}, & k>l\end{cases},k,l\in\{1,\ldots,U\}, \quad (4)$$

其中，ρ_{tx}、$\rho_{\mathrm{rx}}\in[0,1)$分别表示 $\boldsymbol{R}_{\mathrm{tx}}$ 和$\boldsymbol{R}_{\mathrm{rx}}$处的相关程度。正如 [38], 中所述，尽管式（4）中的相关MIMO模型可能无法准确描述某些现实场景，但它是一个简单的单参数模型，能够以明确的方式研究相关性对MIMO容量的影响，并帮助我们获得一些见解。同时，式（4）中的相关模型在物理上是合理的，因为接收天线之间的距离越大，相关性越低；此外，该模型也对应于一些现实的物理配置（例如， [39,第26]页）。与测量结果 [40] 的比较也表明，将其用于MIMO系统时能够得出合理的结论。需要指出的是，本文中的接收机设计与分析并不直接依赖式（4）中的相关模型，而是采用时域信道矩阵 $\boldsymbol{H}_t$。因此，我们的研究并不限于这一特定相关模型，信道建模本身也不是本文的重点。若考虑其他相关信道模型，所提出的方案也可以相应地直接扩展。

与 [41], 中的 MIMO-OTFS信道模型类似，令$\boldsymbol{\mathcal{H}}_{i,t}$ 为与第 i条路径在第 t个时隙相关联的 $U\times J$ 信道增益矩阵，其元素服从独立同分布复高斯分布，即$\boldsymbol{\mathcal{H}}_{i,t}[u,j]\sim\mathcal{CN}\left(0,\sigma_{i,t}^{2}(u,j)\right)$，平均功率为$\sigma_{i,t}^{2}(u,j)$。因此，空间相关信道增益矩阵可表示为

$$\bar{\boldsymbol{\mathcal{H}}}_{i,t}=\boldsymbol{C}_{\mathrm{rx}}\cdot\boldsymbol{\mathcal{H}}_{i,t}\cdot\boldsymbol{C}_{\mathrm{tx}}^{\mathrm{H}}, \quad (5)$$

其中，$\boldsymbol{C}_{\mathrm{tx}}\in\mathbb{C}^{J\times J}$ 和 $\boldsymbol{C}_{\mathrm{rx}}\in\mathbb{C}^{U\times U}$ 是通过对 $\boldsymbol{R}_{\mathrm{tx}}$ 和$\boldsymbol{R}_{\mathrm{rx}}$进行乔列斯基分解得到的相关整形矩阵，即 $\boldsymbol{R}_{\mathrm{tx}}=\boldsymbol{C}_{\mathrm{tx}}\cdot\boldsymbol{C}_{\mathrm{tx}}^{\mathrm{H}}$ 和 $\boldsymbol{R}_{\mathrm{rx}}=\boldsymbol{C}_{\mathrm{rx}}\cdot\boldsymbol{C}_{\mathrm{rx}}^{\mathrm{H}}$。因此，令$h_{uj,t}^{i}=\bar{\boldsymbol{\mathcal{H}}}_{i,t}[u,j]$，如式（3）所示。

根据式（3），式（2）中的接收信号可用矩阵形式表示为

$$\boldsymbol{y}_{u,t}=\sum_{j=1}^{J}\boldsymbol{H}_{uj,t}\boldsymbol{x}_{j,t}+\boldsymbol{w}_{u,t}=\boldsymbol{H}_{u,t}\boldsymbol{x}_{t}+\boldsymbol{w}_{u,t}, \quad (6)$$

其中，$\boldsymbol{H}_{uj,t}$由式（7）给出，$\boldsymbol{H}_{u,t}=[\boldsymbol{H}_{u1,t},\ldots,\boldsymbol{H}_{uJ,t}]\in\mathbb{C}^{N\times NJ}$，$\boldsymbol{x}_{t}=[\boldsymbol{x}_{1,t}^{\mathrm{T}},\ldots,\boldsymbol{x}_{J,t}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}\in\mathbb{C}^{NJ\times 1}$，以及 $\boldsymbol{w}_{u,t}\in\mathbb{C}^{N\times 1}\sim\mathcal{CN}(0,\sigma^{2}\boldsymbol{I})$。

经过多载波解调后，(6)中第u根天线的接收信号为

$$\bar{\boldsymbol{y}}_{u,t}=\boldsymbol{A}\boldsymbol{y}_{u,t}=\boldsymbol{H}_{\mathrm{eff},ut}\boldsymbol{s}_{t}+\bar{\boldsymbol{w}}_{u,t}, \quad (8)$$

其中，等效信道 $\boldsymbol{H}_{\mathrm{eff},ut}=\sum_{j=1}^{J}\boldsymbol{A}\boldsymbol{H}_{uj,t}\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}$，$\boldsymbol{s}_{t}=[\boldsymbol{s}_{1,t}^{\mathrm{T}},\ldots,\boldsymbol{s}_{J,t}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$ 和 $\bar{\boldsymbol{w}}_{u,t}=\boldsymbol{A}\boldsymbol{w}_{u,t}$。这里，$\boldsymbol{H}_{\mathrm{eff},ut}$表示对应于第$u$根接收天线处所有 J根发射天线的发射信号 $\boldsymbol{s}_{t}$ 叠加后的等效信道。注意，(8)中的接收信号表达式具有通用性。因此，对于具体的正交频分复用、OTFS 和 AFDM 系统，只需将 $\boldsymbol{A}$ 替换为各自特定的解调矩阵，即可得到解调后的信号。

此外，根据(6)，MIMO多载波系统在时域中的输入输出模型为

$$\boldsymbol{y}_{t}=\boldsymbol{H}_{t}\boldsymbol{x}_{t}+\boldsymbol{w}_{t}, \quad (9)$$

其中，$\boldsymbol{y}_{t}=[\boldsymbol{y}_{1,t}^{\mathrm{T}},\ldots,\boldsymbol{y}_{U,t}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}\in\mathbb{C}^{UN\times 1}$ $\boldsymbol{H}_{t}=[\boldsymbol{H}_{1,t}^{\mathrm{T}},\ldots,\boldsymbol{H}_{U,t}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}\in\mathbb{C}^{UN\times JN}$，以及。$\boldsymbol{w}_{t}=[\boldsymbol{w}_{1,t}^{\mathrm{T}},\ldots,\boldsymbol{w}_{U,t}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}\in\mathbb{C}^{UN\times 1}$

请注意，可根据 (1) 和 (8) 实现特定的多载波调制和解调方案（例如，正交频分复用、OTFS 和 AFDM）。随后，采用有效的信号检测和译码技术，从 (8) 中恢复信息比特。这里，我们假设接收机完全已知信道矩阵 $\boldsymbol{H}_{t}$，而发射机未知该矩阵。

1) 正交频分复用：正交频分复用调制矩阵为 N 点快速傅里叶逆变换 (IFFT) 矩阵 $\boldsymbol{F}_N$，即 $\boldsymbol{A}=\boldsymbol{F}_N$。根据 (1)，时域信号为 $\boldsymbol{x}_j^{\mathrm{OFDM}}=\boldsymbol{F}_{\mathrm{H}N}\boldsymbol{s}_{j,t}$。相应地，根据 ( )，等效信道为 $\boldsymbol{H}_{\mathrm{eff}}^{\mathrm{OFDM},ut}=\sum_{j=1}^{J}\boldsymbol{F}_N\boldsymbol{H}_{uj,t}\boldsymbol{F}_{\mathrm{H}N}$。由于多普勒频移的存在，$\boldsymbol{F}_N\boldsymbol{H}_{uj,t}\boldsymbol{F}_{\mathrm{H}N}$ 的对角线会扩展成一个衰减带，从而对正交频分复用符号造成严重的载波间干扰。

2) OTFS：考虑到 OTFS 是通过逆辛有限傅里叶变换（ISFFT）和采用矩形发射脉冲的海森堡变换实现的，其调制矩阵表示为 $\boldsymbol{A}=\boldsymbol{F}_L\otimes\boldsymbol{I}_K$，时域信号为 $\boldsymbol{x}_j^{\mathrm{OTFS},t}=(\boldsymbol{F}_L^{\mathrm{H}}\otimes\boldsymbol{I}_K)\boldsymbol{s}_{j,t}$，其中$N=KL$。相应的等效信道为 $\boldsymbol{H}_{\mathrm{eff}}^{\mathrm{OTFS},ut}=\sum_{j=1}^{J}(\boldsymbol{F}_L\otimes\boldsymbol{I}_K)\boldsymbol{H}_{uj,t}(\boldsymbol{F}_L^{\mathrm{H}}\otimes\boldsymbol{I}_K)$。

3) AFDM：AFDM 的调制矩阵是逆离散仿射傅里叶变换（IDAFT）矩阵，即$\boldsymbol{A}=\boldsymbol{\Lambda}_{c_2}\boldsymbol{F}_N\boldsymbol{\Lambda}_{c_1}$，因此时域信号为 $\boldsymbol{x}_j^{\mathrm{AFDM},t}=(\boldsymbol{\Lambda}_{c_1}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{F}_{\mathrm{H}N}\boldsymbol{\Lambda}_{c_2}^{\mathrm{H}})\boldsymbol{s}_{j,t}$。相应的等效信道为 $\boldsymbol{H}_{\mathrm{eff}}^{\mathrm{AFDM},ut}=\sum_{j=1}^{J}\boldsymbol{\Lambda}_{c_2}\boldsymbol{F}_N\boldsymbol{\Lambda}_{c_1}\boldsymbol{H}_{uj,t}\boldsymbol{\Lambda}_{c_1}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{F}_{\mathrm{H}N}\boldsymbol{\Lambda}_{c_2}^{\mathrm{H}}$。注意，$c_1$和 c_2 的选取是为了确保 AFDM 的满分集。

4) OFDM、*OTFS* 和 *AFDM* 的比较：表 I 给出了未编码高移动性系统中 OFDM、OTFS 和 AFDM 的比较。可以看出，OFDM 和 AFDM 均基于一维变换，复杂度较低，而 OTFS 基于二维变换。图 2 通过原始时域 $\boldsymbol{H}_t$ 与符号域中的等效信道 $\boldsymbol{H}_{\mathrm{eff}\,t}^{\mathrm{OFDM}}$、$\boldsymbol{H}_{\mathrm{eff}\,t}^{\mathrm{OTFS}}$、和 $\boldsymbol{H}_{\mathrm{eff}\,t}^{\mathrm{AFDM}}$、之间的对比示例，说明了时域信道的超稀疏性，其中 $J=U=1$ 和 $N=64$ 分别对应 OFDM 和 AFDM，($K=8$、$L=8$) 对应 OTFS，$P_{uj}=5$，且设备速度为 300 km/h。值得注意的是，时域信道 $\boldsymbol{H}_t$ 最为稀疏，$\boldsymbol{H}_{\mathrm{eff}}^{\mathrm{OFDM}}$ 稠密且具有对角占优特性，而 $\boldsymbol{H}_{\mathrm{eff}}^{\mathrm{OTFS}}$ 和 $\boldsymbol{H}_{\mathrm{eff}}^{\mathrm{AFDM}}$ 能够区分不同的信道时延和多普勒频移；忽略较小的幅度值后，它们可视为稀疏矩阵。同时，尽管未编码 OFDM 对信道时延具有鲁棒性，但难以应对多普勒效应，因此无法在高速移动系统中实现有效的分集。相比之下，对于 OTFS 和 AFDM，可以区分信道时延和多普勒频移，从而获得较高的分集

表 I：未编码高移动性系统中 OFDM、OTFS 和 AFDM 的比较。

调制	变换域	调制复杂度	等效信道	鲁棒性		分集 Type
				时延	多普勒	
OFDM	频率	$\mathcal{O}(N$日志$N)$	稠密	High	Low	None
OTFS	时延-多普勒	$\mathcal{O}\ (N$日志$L)$	稀疏	High	High	时频
AFDM	DAFT	$\mathcal{O}(N$日志$N)$	稀疏	High	High	时频

增益，并实现出色的性能。

B. 关键挑战

现有关于通信中正交频分复用、OTFS 和 AFDM 的比较大多聚焦于未编码系统，而以下方面仍缺乏全面研究。

- 如何为编码 MIMO 多载波系统（尤其是大规模系统）开发低复杂度接收机，仍是一个尚未解决的问题。例如，对于 OTFS，现有最先进的 CD-OAMP [32] 和 DD-OAMP [33] 检测器仍受限于高复杂度的 LMMSE，而 DD-MAMP [35] 虽然利用了稀疏的延迟-多普勒域信道，却忽略了更稀疏的时域信道。
- 如何分析 MIMO 多载波系统的信息论极限并设计最优码，是另一项挑战。现有关于 OTFS 和 AFDM 的研究大多缺乏信息论极限分析。同时，现有接收机设计往往忽视了信道编码的优越性。

III. 多时隙跨域 MAMP 接收机与状态演化

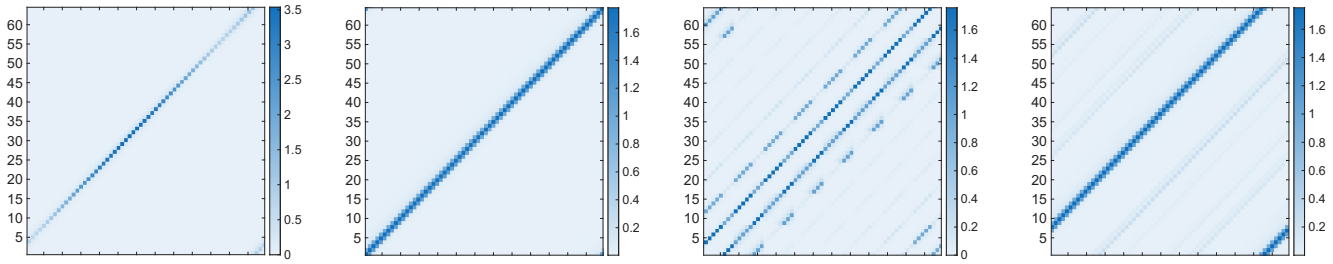
本节针对编码 MIMO 多载波系统开发一种多时隙跨域 MAMP（MS-CD-MAMP）接收机，并将其复杂度与现有最先进的接收机进行比较。随后，我们将介绍相应的状态演化。

A. 多时隙跨域 *MAMP* 接收机

考虑到双选择性信道快速变化，传输信号通常跨越多个时隙，并经历多次信道衰落。由于 AMP 检测器仅适用于独立同分布信道矩阵，且在相关信道下可能发散，因此提出了 OAMP 检测器，以提升系统性能 [32]–[34]。然而，该检测器依赖矩阵求逆，限制了对信道稀疏性的利用，导致其在大规模系统中的复杂度高得难以承受。为应对这些挑战，我们开发了一种低复杂度 MS-CD-MAMP接收机，通过记忆匹配滤波器充分利用时域稀疏性，同时借助跨多个时隙的联合信道编码实现高可靠性。

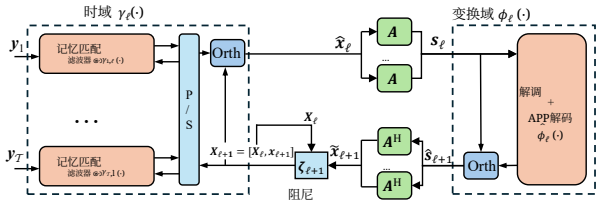
如图 3(a) 所示，MS-CD-MAMP接收机由时域检测器 $\gamma_\ell(\cdot)$、逆酉变换、多载波符号域中的非线性检测器 $\phi_\ell(\cdot)$、酉变换和阻尼操作组成，其中 ℓ 为

$$\boldsymbol{H}_{uj,t}=\begin{bmatrix} h_{uj,t}[0,0] & 0 & \cdots & 0 & h_{uj,t}[0,\mathcal{I}_{uj}-1] & h_{uj,t}[0,\mathcal{I}_{uj}-2] & \cdots & h_{uj,t}[0,1] \\ h_{uj,t}[1,1] & h_{uj,t}[1,0] & 0 & \cdots & 0 & h_{uj,t}[1,\mathcal{I}_{uj}-1] & \cdots & h_{uj,t}[1,2] \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ h_{uj,t}[\mathcal{I}_{uj}-1,\mathcal{I}_{uj}-1] & \cdots & \cdots & h_{uj,t}[\mathcal{I}_{uj}-1,1] & h_{uj,t}[\mathcal{I}_{uj}-1,0] & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & h_{uj,t}[N-1,\mathcal{I}_{uj}-1] & \cdots & \cdots & h_{uj,t}[N-1,1] & h_{uj,t}[N-1,0] \end{bmatrix} \tag{7}$$

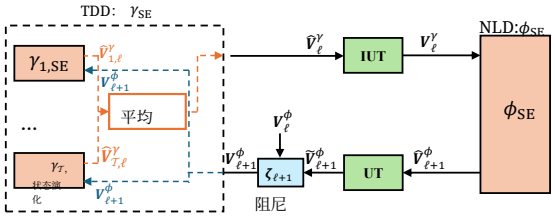


(a) 时域 $\boldsymbol{H}_t$　(b) $\boldsymbol{H}_{\text{eff}t}^{\text{OFDM}}$　(c) $\boldsymbol{H}_{\text{eff}t}^{\text{OTFS}}$　(d) $\boldsymbol{H}_{\text{eff}t}^{\text{AFDM}}$

图 2：MIMO-OFDM/OTFS/AFDM 中时域 $\boldsymbol{H}_t$ 与等效信道的比较（参数：$J=U=1$、$N=64$ 用于 OFDM 和 AFDM，$(K=8,\ L=8)$用于 OTFS，多径数量为 $P_{uj}=5$，设备速度为 300 km/h）。



(a) MS-CD-MAMP接收机。



(b) 状态演化。

图 3：MS-CD-MAMP接收机及其状态演化示意图。

迭代索引。具体而言，$\gamma_\ell(\cdot)$由 $\mathcal{T}$个记忆匹配滤波器 $\hat{}\gamma_{t,\ell}(\cdot)$、并串（P/S）转换和正交化组成，其中 $\mathcal{T}$ 表示发射信号占用的时隙总数。值得注意的是，利用各时隙的接收信号以及时域信道矩阵 $\{\boldsymbol{H}_t\}$的稀疏性，所有逐时隙局部估计均在 $\{\hat{}\gamma_{t,\ell}(\cdot)\}$内完成。同时，各$\mathcal{T}$时隙的估计输入和输出信号在并串转换后进行联合正交化，从而消除时隙间不对称性以及迭代过程中的输入—输出估计误差相关性。$\phi_\ell(\cdot)$由解调器 $\phi_\ell(\cdot)$和正交化操作组成。详细说明如下。

1) 时域检测 *(TDD)*：对于接收信号$\boldsymbol{y}_1$，…，$\boldsymbol{y}_\mathcal{T}$，第 ℓ 次迭代得到的估计信号 $\hat{}\boldsymbol{x}_\ell\in\mathbb{C}^{M\times 1}$通过 TDD $\gamma_\ell(\cdot)$ 获得，其中使用了由所有先前迭代得出的先验信号 $\boldsymbol{X}_\ell=[\boldsymbol{x}_1,\ldots,\boldsymbol{x}_\ell]\in\mathbb{C}^{M\times\ell}$，其中 $M=NJ\mathcal{T}$，$\boldsymbol{x}_\ell=[(\boldsymbol{x}_\ell^1)^{\mathrm{T}},\ \ldots,\ (\boldsymbol{x}_\ell^{\mathcal{T}})^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}\in\mathbb{C}^{M\times 1}$，而$\boldsymbol{x}_\ell^t\in\mathbb{C}^{NJ\times 1}$ 表示第 ℓ 次迭代中第 t 个时隙的先验估计。从 $\ell=1$ 和 $\boldsymbol{X}_1=\boldsymbol{0}$ 开始，

$$\hat{\boldsymbol{x}}_\ell=\gamma_\ell(\boldsymbol{X}_\ell)=\frac{1}{\varepsilon_\ell^\gamma}([\hat{\gamma}_{1,\ell}(\boldsymbol{X}_\ell^1),\ldots,\hat{\gamma}_{\mathcal{T},\ell}(\boldsymbol{X}_\ell^{\mathcal{T}})]-\boldsymbol{X}_\ell\boldsymbol{p}_\ell),\quad(10)$$

其中 $\boldsymbol{X}_\ell^t=[\boldsymbol{x}_1^t,\ldots,\boldsymbol{x}_\ell^t]\in\mathbb{C}^{NJ\times\ell}$表示由所有先前迭代得到的第 t 个时隙的估计信号，ε_ℓ^γ 和$\boldsymbol{p}_\ell$ 分别为归一化参数和正交参数，而 $\hat{}\gamma_{t,\ \ell}(\cdot)$ 由 [42,方程 (37)]给出

$$\hat{\gamma}_{t,\ell}(\boldsymbol{X}_\ell^t)=\boldsymbol{H}_t^{\mathrm{H}}\tilde{\gamma}_{t,\ell}(\boldsymbol{X}_\ell^t)\quad(11a)$$

with

$$\tilde{\gamma}_{t,\ell}(\boldsymbol{X}_\ell^t)=\theta_\ell^t\boldsymbol{B}_t\tilde{\gamma}_{t,\ell-1}(\boldsymbol{X}_{\ell-1}^t)+\xi_\ell^t(\boldsymbol{y}_t-\boldsymbol{H}_t\boldsymbol{x}_\ell^t),\quad(11b)$$

其中，$\tilde{\gamma}_{t,\ 0}(\boldsymbol{X}_0^t)=\boldsymbol{0}$，$\boldsymbol{B}_t=\lambda_t^\dagger\boldsymbol{I}-\boldsymbol{H}_t\boldsymbol{H}_t^{\mathrm{H}}$在 $\lambda_t^\dagger=(\lambda_t^{\min}+\lambda_t^{\max})/2$下，$\lambda_t^{\min}$和 $\lambda_t^{\max}$分别表示 $\boldsymbol{H}_t\boldsymbol{H}_t^{\mathrm{H}}$的最小和最大特征值[3]。与 [42],类似，我们采用迭代多时隙记忆匹配滤波器来近似计算式（27）中的 LMMSE估计。将松弛参数 $\{\theta_\ell^t\}$ 设为适当值，以促进MAMP接收机的收敛。优化 $\{\xi_\ell^t\}$ 以加速收敛。具体的参数计算如下。

- $\{\theta_\ell^t\}$：$\theta_\ell^t=(\lambda_t^\dagger+\rho_\ell)^{-1}$，其中 $\rho_\ell=\sigma^2/v_\ell^\phi$，$_\ell$、$\sigma^2$ 为噪声方差，v_ℓ^ϕ，$_\ell=\frac{1}{M}\mathrm{E}\{\|\boldsymbol{x}_\ell-\boldsymbol{x}\|^2\}$，且 $\boldsymbol{x}=\{\boldsymbol{x}_{j,t}\}$表示式 (1) 中所有时域传输信号，$j=1,\ \ldots\ldots J$、$t=1,\ \ldots\ldots\mathcal{T}$。

- $\{\xi_\ell^t\}$：$\{\xi_\ell^t\}$ 在所有时隙上联合优化，以最小化 $\{\hat{}\boldsymbol{x}_\ell^t\}$ 的方差，类似于 [42, 第 V-B 节]。

- ε_ℓ^γ 和 $\boldsymbol{p}_\ell$：按照 [42], 关于 $t\geq 0$的定义，我们定义

$$\boldsymbol{W}_t^\ell\equiv\boldsymbol{H}_t^{\mathrm{H}}\boldsymbol{B}_t^\ell\boldsymbol{H}_t,\quad(12a)$$
$$b_t^\ell\equiv\tfrac{1}{JN}\mathrm{tr}\{\boldsymbol{B}_t^\ell\}=\textstyle\sum_{i=0}^{\ell}\binom{\ell}{i}(-1)^i(\lambda_t^\dagger)^{\ell-i}\lambda_t^\ell,\quad(12b)$$
$$w_t^\ell\equiv\tfrac{1}{JN}\mathrm{tr}\{\boldsymbol{W}_t^\ell\}=\lambda_t^\dagger b_t^\ell-b_{t+1}^\ell,\quad(12c)$$

对于 $1\leq i\leq\ell$，

$$\vartheta_{\ell,i}^t\equiv\begin{cases}\xi_\ell^t, & i=\ell\\ \xi_i^t\prod_{\tau=i+1}^{\ell}\theta_\tau^t, & i<\ell\end{cases},\quad(13a)$$

$$p_{\ell,i}^t\equiv-\vartheta_{\ell,i}^t w_{t-i}^\ell,\quad(13b)$$

[3]如果无法获得这些特征值，我们可以采用$\lambda_{\min}$ 和 $\lambda_{\max}$ 在 [42, 公式（7）], 中给出的低复杂度近似，其中该近似方法不会影响 MAMP 的复杂度阶数，并且采用近似特征值的 MAMP 可以达到与采用精确特征值的 MAMP 相同的性能 [30], [42]。

$$\varepsilon_t^{\gamma} \equiv -\sum_{i=1}^{\ell} p_{t,i}^{\ell}. \tag{13c}$$

此外，$\vartheta_{\ell,\ i}^{t} = 1$ 如果 $i > \ell$。

因此，$\gamma_\ell(\cdot)$的输出平均方差为

$$\hat{v}_{\ell,\ell}^{\gamma} = \frac{1}{M}\mathrm{E}\{\|\gamma_\ell(\boldsymbol{X}_\ell) - \boldsymbol{x}\|^2\}. \tag{14}$$

2) 逆酉变换（*IUT*）：通过 IUT，得到信号 $\boldsymbol{s}_\ell$ 和方差 $v_{\ell\ ,\ \ell}^{\gamma}$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{s}_\ell &= (\boldsymbol{I}_{J\mathcal{T}} \otimes \boldsymbol{A})\hat{\boldsymbol{x}}_\ell, \\ \boldsymbol{V}_{\ell,\ell}^{\gamma} &= \hat{v}_{\ell,\ell}^{\gamma}(\boldsymbol{I}_{J\mathcal{T}} \otimes \boldsymbol{A})^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{I}_{J\mathcal{T}} \otimes \boldsymbol{A}) = \hat{v}_{\ell,\ell}^{\gamma}\boldsymbol{I}_{JT}. \end{aligned} \tag{15}$$

因此，$\boldsymbol{s}_\ell$ 中每个元素的方差为 $v_{\ell\ ,\ \ell}^{\gamma} = \tilde{v}_{\ell\ ,\ \ell}^{\gamma}$。

3) 非线性检测（*NLD*）：NLD $\phi_\ell(\cdot)$由 $\phi_\ell(\cdot)$和正交化组成，其中 $\phi_\ell(\cdot)$包括逐符号MMSE解调和后验概率（APP）译码。$\phi_\ell(\cdot)$的输出估计为

$$\hat{\boldsymbol{s}}_{\ell+1} = \phi_\ell(\boldsymbol{s}_\ell) = \frac{1}{\varepsilon_\ell^{\phi}}(\hat{\phi}_\ell(\boldsymbol{s}_\ell) - p_\ell^{\phi}\boldsymbol{s}_\ell), \tag{16}$$

其中，ε_ℓ^{ϕ} 是通过最小化 $\phi_\ell(\cdot)$的均方误差（MSE）确定的常数，$\hat{\ }\ \phi_\ell(\boldsymbol{s}_\ell) = \mathrm{E}\{\boldsymbol{s}|\boldsymbol{s}_\ell\}$，而 $p_\ell^{\phi} = \hat{\ }\mathrm{E}\{\frac{\partial\phi_\ell}{\partial\boldsymbol{s}_\ell}\}$ 分别是正交参数。

在逐符号MMSE解调中，$\boldsymbol{s}_\ell$ 的第 k个符号的APP为

$$P_{\mathrm{APP}}(\boldsymbol{s}_{\ell,k} = \boldsymbol{\chi}) \propto \exp\left\{-\frac{\|\boldsymbol{\chi} - \boldsymbol{s}_{\ell,k}\|_2^2}{v_{\ell,\ell}^{\gamma}}\right\}, \tag{17}$$

其中 $k = 1$、.....、M、$\boldsymbol{\chi} \in \mathcal{S}$和 $\mathcal{S}$表示星座集合。在此基础上，信道译码后，利用输出 APP 可得到 $\phi_\ell(\cdot)$ 的后验$\hat{\ }$估计，即 $\phi_\ell(\boldsymbol{s}_\ell) = \mathrm{E}\{\boldsymbol{s}|\boldsymbol{s}_\ell\}$。

$\phi_\ell(\cdot)$ 的输出平均方差为

$$\hat{v}_{\ell+1,\ell+1}^{\phi} \equiv \frac{1}{M}\mathrm{E}\{\|\phi_\ell(\boldsymbol{s}_\ell) - \boldsymbol{s}\|^2\}, \tag{18}$$

其中，$\boldsymbol{s} = \{\boldsymbol{s}_{j,t}\}$ 表示式 (1) 中的所有发射信号，$j = 1$、... ...、J、$t = 1$、.....、$\mathcal{T}$。

4）酉变换（*UT*）：通过 UT，可得到信号 $\tilde{\boldsymbol{x}}_{\ell+1}$ 和方差 $\tilde{v}_{\ell+1,\ \ell+1}^{\phi}$：

$$\begin{aligned} \tilde{\boldsymbol{x}}_{\ell+1} &= (\boldsymbol{I}_{J\mathcal{T}} \otimes \boldsymbol{A}^{\mathrm{H}})\hat{\boldsymbol{s}}_{\ell+1}, \\ \tilde{\boldsymbol{V}}_{\ell+1,\ell+1}^{\phi} &= \hat{v}_{\ell+1,\ell+1}^{\phi}(\boldsymbol{I}_{J\mathcal{T}} \otimes \boldsymbol{A}^{\mathrm{H}})(\boldsymbol{I}_{J\mathcal{T}} \otimes \boldsymbol{A}^{\mathrm{H}})^{\mathrm{H}} = \hat{v}_{\ell+1,\ell+1}^{\phi}\boldsymbol{I}_{JT}, \end{aligned} \tag{19}$$

因此，$\tilde{\boldsymbol{x}}_{\ell+1}$ 中每个元素的方差为 $\tilde{v}_{\ell+1,\ \ell+1}^{\phi} = \tilde{v}_{\ell+1,\ \ell+1}^{\phi}$，并将其反馈给时域检测器 $\gamma_\ell(\cdot)$。

5）阻尼：为从原理上保证并改善 MS-CD-MAMP 的收敛性，采用阻尼策略，利用截至第 ℓ 次迭代的所有估计信号 $\boldsymbol{X}_\ell$ 以及经过 UT 后最新的估计信号 $\tilde{\boldsymbol{x}}_{\ell+1}$，得到 $\boldsymbol{x}_{\ell+1}$，即

$$\boldsymbol{x}_{\ell+1} = [\boldsymbol{X}_\ell, \tilde{\boldsymbol{x}}_{\ell+1}] \cdot \boldsymbol{\zeta}_{\ell+1}, \tag{20}$$

其中，$\boldsymbol{\zeta}_{\ell+1}$ 是所有估计值线性加权叠加所用的阻尼向量。同时，$\boldsymbol{x}_{\ell+1}$ 在进入TDD之前被堆叠为 $\boldsymbol{X}_{\ell+1} = [\boldsymbol{X}_\ell, \boldsymbol{x}_{\ell+1}]$。

与 [42], 类似，式（10）和式（16）中的“完全正交性”消除了局部估计器在各次迭代中输入输出误差之间的相关性，并确保引理1中的NLD输入呈现渐近独立同分布高斯性，从而能够设计局部最小均方误差最优的NLD。更重要的是，利用正交性，状态演化可以准确刻画MS-CD-MAMP接收机的渐近性能，有助于分析其最大可达速率并指导最优编码设计。

假设*1*（前向纠错（*FEC*）码的一致*Lipschitz*连续*APP*解码器）：假设FEC码的APP解码器是一致Lipschitz连续的。

引理*1*（渐近独立同分布高斯性）：假设$\gamma_\ell(\cdot)$和 $\phi_\ell(\cdot)$是统一Lipschitz连续的估计器。令 $\boldsymbol{X} = \boldsymbol{x} \cdot \boldsymbol{1}^T$ 为适当维度的全1向量$\boldsymbol{1}$，且 $\boldsymbol{S} = \boldsymbol{s} \cdot \boldsymbol{1}^T$。“完全正交性”保证了估计误差的渐近独立同分布高斯性，即

$$\boldsymbol{X}_\ell = \boldsymbol{X} + \boldsymbol{Z}_\ell^{\phi}, \quad \boldsymbol{S}_\ell = \boldsymbol{S} + \boldsymbol{Z}_\ell^{\gamma}, \tag{21}$$

其中 $\boldsymbol{Z}_\ell^{\gamma} = [\boldsymbol{z}_1^{\gamma}, \ldots, \boldsymbol{z}_\ell^{\gamma}]$ 和 $\boldsymbol{Z}_\ell^{\phi} = [\boldsymbol{z}_1^{\phi}, \ldots, \boldsymbol{z}_\ell^{\phi}]$ 分别是列方向独立同分布高斯以及行方向联合高斯，并且独立于

$$\boldsymbol{x} \qquad \boldsymbol{z}_\ell^{\gamma} \sim \mathcal{CN}\ \boldsymbol{0}\ v_{\ell\ \ell}^{\gamma}\boldsymbol{I} \qquad \{\boldsymbol{z}_\ell^{\gamma}\ \boldsymbol{z}_{\ell'}^{\gamma\ \mathrm{H}}\} =，即（,,），$$

$v_{\ell\ \ell'}^{\gamma}\boldsymbol{I}$ $\boldsymbol{z}_\ell^{\phi} \sim \mathcal{CN}\ \boldsymbol{0}\ v_{\ell\ \ell}^{\phi}\boldsymbol{I}$ $\{\boldsymbol{z}_\ell^{\phi}\ \boldsymbol{z}_{\ell'}^{\phi\ \mathrm{H}}\} = v_{\ell\ \ell'}^{\phi}\boldsymbol{I}$

其E ( ),；以及（,,），其E ( )。

B. 复杂度比较

表 II 展示了所提出的 MS-CD-MAMP接收机与多输入多输出多载波系统中现有最先进接收机的复杂度比较，包括 GMP [24]▌25],CD-OAMP [32], DD-OAMP [33] [34], DD-MAMP [35],LMMSE [21] [22],，其中 $\mathcal{L}$ 表示最大迭代次数、最大信道抽头数 $\mathcal{I} \ll N$，并采用 LDPC码（详见第五节）。定义 $S_{\boldsymbol{H}_{\mathrm{eff}},t}$和 $S_{\boldsymbol{B}_{\mathrm{eff}},\mathrm{t}}$ 为符号域等效信道 $\boldsymbol{H}_{\mathrm{eff},\mathrm{t}} = [\boldsymbol{H}_{\mathrm{eff},1t}^{\mathrm{T}}, \ldots, \boldsymbol{H}_{\mathrm{eff},Ut}^{\mathrm{T}}]$ 中每行非零元素的平均数量（见式（8））， 以及 $\boldsymbol{B}_{\mathrm{eff},\mathrm{t}}$，其中 $\boldsymbol{B}_{\mathrm{eff},\mathrm{t}}$ 基于 $\boldsymbol{H}_{\mathrm{eff},\mathrm{t}}$ 按照类似式（11b）的方法得到。请注意，采用和积译码算法 [43]时，LDPC译码器的复杂度近似为 $\mathcal{O}(M\mathcal{L})$。因此，不同接收机的复杂度主要由检测器决定。LMMSE接收机的时间复杂度受矩阵求逆限制，为 $\mathcal{O}((NJ)^3\mathcal{T})$，相应地，空间复杂度为 $\mathcal{O}\big(N^2UJ\mathcal{T}\big)$。类似地，CD-OAMP 和 DD-OAMP 的时间复杂度分别为$\mathcal{O}((NJ)^3\mathcal{L}\mathcal{T} + 2NJ\mathcal{L}$ log $NJ + M\mathcal{L})$ 和 $\mathcal{O}((NJ)^3\mathcal{L}\mathcal{T} + M\mathcal{L})$，其复杂度同样受迭代 LMMSE 中的矩阵求逆以及 CD-OAMP 中的酉变换所限制。同时，CD-OAMP 和 DD-OAMP 的空间复杂度主导项也归因于 LMMSE。GMP 和 DD-MAMP 的复杂度受 DD域信道矩阵稀疏性的限制，分别为 $\mathcal{O}((NUS_{\boldsymbol{H}_{\mathrm{eff}},}$ $_t\mathcal{L}\mathcal{T} + M\mathcal{L})$ 和 $\mathcal{O}(NU(S_{\boldsymbol{B}_{\mathrm{eff}},\mathrm{t}} + 3S_{\boldsymbol{H}_{\mathrm{eff}},t} + 1)\mathcal{L}\mathcal{T} + M\mathcal{L})$。计算 DD-MAMP 的空间复杂度时，还需考虑记忆滤波器的影响，其复杂度为 $\mathcal{O}\big(N^2UJ + M\mathcal{L} + \mathcal{L}^2\mathcal{T}\big)$。相比之下，所提出的 MS-CD-MAMP接收机能够充分利用时域信道矩阵的稀疏性，其时间复杂度低至 $\mathcal{O}(\mathcal{I}NJ\mathcal{L}\mathcal{T} + 2NJ\mathcal{L}$ log $NJ +$

$M\mathcal{L}$)，空间复杂度相应降至$\mathcal{O}\big((\mathcal{I}NUJ + M\mathcal{L} + \mathcal{L}^2)\mathcal{T}\big)$。

表 II：不同接收机的复杂度比较。

算法	时间复杂度	空间复杂度
LMMSE [21], [22]	$\mathcal{O}((NJ)^3\mathcal{T} + M\mathcal{L})$	$\mathcal{O}(N^2UJ\mathcal{T})$
GMP [24], [25]	$\mathcal{O}(NUS_{\mathbf{H}\ \text{eff},t}\mathcal{L}\mathcal{T} + M\mathcal{L})$	$\mathcal{O}(N^2UJ\mathcal{T})$
CD-OAMP [32]	$\mathcal{O}((NJ)^3\mathcal{L}\mathcal{T} + 2NJ\mathcal{L}\log\ NJ + M\mathcal{L})$	$\mathcal{O}(N^2UJ\mathcal{T})$
DD-OAMP [33], [34]	$\mathcal{O}(((NJ)^3\mathcal{L}\mathcal{T} + M\mathcal{L})\mathcal{T})$	$\mathcal{O}(N^2UJ\mathcal{T})$
DD-MAMP [35]	$\mathcal{O}(NU(S_{\mathbf{B}\text{效}\ t} + 3S_{\mathbf{H}\text{效}\ t} + 1)\mathcal{L}\mathcal{T} + M\mathcal{L})$	$\mathcal{O}((N^2UJ + M\mathcal{L} + \mathcal{L}^2)\mathcal{T})$
MS-CD-MAMP（提出的）	$\mathcal{O}(\mathcal{I}NJ\mathcal{L}\mathcal{T} + 2NJ\mathcal{L}\text{对数}\ NJ + M\mathcal{L})$	$\mathcal{O}((\mathcal{I}NUJ + M\mathcal{L} + \mathcal{L}^2)\mathcal{T})$

*C. MS-CD-MAMP*接收机的状态演化

由于在式(10)中采用了多个记忆匹配滤波器 $\{\hat{}\gamma_{t,\ \ell}(\cdot)\}$，因此可以利用基于协方差矩阵的状态演化来评估渐近性能。根据引理1中的独立同分布高斯性，如图3(b)所示，可以通过均方误差函数 $\gamma_{\mathrm{SE}}(\cdot)$和 $\phi_{\mathrm{SE}}^{\mathcal{C}}(\cdot)$预测 MS-CD-MAMP 的渐近均方误差性能，即:

$$\text{TDD: } \hat{\boldsymbol{V}}_\ell^{\gamma} = \gamma_{\mathrm{SE}}(\tilde{\boldsymbol{V}}_\ell^{\phi}) = \frac{1}{\mathcal{T}}\sum_{t=1}^{\mathcal{T}}\gamma_{t,\mathrm{SE}}(f_{\mathrm{d}}(\tilde{\boldsymbol{V}}_\ell^{\phi}, \boldsymbol{V}_{\ell-1}^{\phi})) \quad (22a)$$

$$\text{IUT: } \boldsymbol{V}_\ell^{\gamma} = (\boldsymbol{I}_{J\mathcal{T}} \otimes \boldsymbol{A}) \cdot \hat{\boldsymbol{V}}_\ell^{\gamma} \cdot (\boldsymbol{I}_{J\mathcal{T}} \otimes \boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}) \quad (22b)$$

$$\text{NLD: } \hat{\boldsymbol{V}}_{\ell+1}^{\phi} = \phi_{\mathrm{SE}}^{\mathcal{C}}(\boldsymbol{V}_\ell^{\gamma}) \quad (22c)$$

$$\text{UT: } \tilde{\boldsymbol{V}}_{\ell+1}^{\phi} = (\boldsymbol{I}_{J\mathcal{T}} \otimes \boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}) \cdot \hat{\boldsymbol{V}}_{\ell+1}^{\phi} \cdot (\boldsymbol{I}_{J\mathcal{T}} \otimes \boldsymbol{A}) \quad (22d)$$

其中，$\gamma_{\mathrm{SE}}(\cdot)$通过对多个逐时隙状态演化函数 $\{\gamma_{t,\mathrm{SE}}(\cdot)\}$取平均得到；$\{\hat{}\boldsymbol{V}_\ell^{\gamma},\ \boldsymbol{V}_\ell^{\phi}\}$ 和 $\hat{}\boldsymbol{V}_\ell^{\phi}$ 是迭代过程中 $\boldsymbol{X}$ 和 $\boldsymbol{S}$ 的协方差矩阵，即:

$$\hat{\boldsymbol{V}}_\ell^{\gamma} = \langle \hat{\boldsymbol{X}}_\ell - \boldsymbol{X} \mid \hat{\boldsymbol{X}}_\ell - \boldsymbol{X}\rangle, \quad (23a)$$

$$\boldsymbol{V}_\ell^{\phi} = \langle \boldsymbol{X}_\ell - \boldsymbol{X} \mid \boldsymbol{X}_\ell - \boldsymbol{X}\rangle, \quad (23b)$$

$$\hat{\boldsymbol{V}}_\ell^{\phi} = \langle \hat{\boldsymbol{S}}_\ell - \boldsymbol{S} \mid \hat{\boldsymbol{S}}_\ell - \boldsymbol{S}\rangle, \quad (23c)$$

与 $\hat{}\ \boldsymbol{X}_\ell = [\hat{}\boldsymbol{x}_1,\ \ldots,\ \hat{}\boldsymbol{x}_\ell]$ 以及 $\hat{}\ \boldsymbol{S}_\ell = [\hat{}\boldsymbol{s}_1,\ \ldots,\ \hat{}\boldsymbol{s}_\ell]$。

在式 (22a) 中，$f_{\mathrm{d}}(\cdot)$ 表示基于 $\tilde{\boldsymbol{V}}_\ell^{\phi}$ 和 $\boldsymbol{V}_{\ell-1}^{\phi}$的阻尼函数，即 $\boldsymbol{V}_\ell^{\phi} = f_{\mathrm{d}}(\tilde{\boldsymbol{V}}_\ell^{\phi},\ \boldsymbol{V}_{\ell-1}^{\phi})$。也就是说，$\boldsymbol{V}_\ell^{\phi}$ 的第 ℓ 行为

$$(\boldsymbol{v}_\ell^{\phi})^{\mathrm{T}} = \boldsymbol{\Lambda}_\ell^{\mathrm{H}}\boldsymbol{\mathcal{V}}_\ell[\boldsymbol{I}_{\ell\times(\ell-1)}\ \ \boldsymbol{\Lambda}_\ell], \quad (24)$$

其中，$\boldsymbol{I}_{\ell\times(\ell-1)}$ 是 $\boldsymbol{I}_{\ell\times\ell}$ 去掉最后一列后的 $\ell\times(\ell-1)$ 子矩阵，$\boldsymbol{\mathcal{V}}_\ell$ 表示$\{\boldsymbol{x}_1,\ldots,\boldsymbol{x}_{\ell-1},\tilde{\boldsymbol{x}}_\ell\}$的误差协方差矩阵，即

$$\boldsymbol{\mathcal{V}}_\ell \equiv \begin{bmatrix} \boldsymbol{V}_{\ell-1}^{\phi} & \begin{matrix}\tilde{v}_{1,\ell}^{\phi}\\ \vdots\end{matrix} \\ \begin{matrix}\tilde{v}_{\ell,1}^{\phi} & \cdots\end{matrix} & \tilde{v}_{\ell,\ell}^{\phi} \end{bmatrix}_{\ell\times\ell}, \quad (25)$$

$\boldsymbol{v}_\ell^{\phi} = [v_{\ell,1}^{\phi},\ldots,v_{\ell,\ell}^{\phi}]^{\mathrm{T}}$，以及 $\tilde{v}_{\ell,\ \ell\prime} \equiv \frac{1}{M}\mathrm{E}\{[\tilde{\boldsymbol{x}}_{\ell-1}-\boldsymbol{x}]^{\mathrm{H}}[\boldsymbol{x}_{\ell\prime}-\boldsymbol{x}]\}$（详情见 [42, 附录 C 和附录 H]）。

对于 (22b)，我们可以得到

$$\begin{aligned}\boldsymbol{V}_\ell^{\gamma} &= \langle \boldsymbol{S}_\ell - \boldsymbol{S} \mid \boldsymbol{S}_\ell - \boldsymbol{S}\rangle,\\ &= \frac{1}{M}(\boldsymbol{S}_\ell - \boldsymbol{S})^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{S}_\ell - \boldsymbol{S})\\ &= \frac{1}{M}\left[(\boldsymbol{I}_{J\mathcal{T}}\otimes\boldsymbol{A})\cdot\hat{\boldsymbol{X}}_\ell - (\boldsymbol{I}_{J\mathcal{T}}\otimes\boldsymbol{A})\cdot\boldsymbol{X}\right]^{\mathrm{H}}\cdot\\ &\quad\left[(\boldsymbol{I}_{J\mathcal{T}}\otimes\boldsymbol{A})\cdot\hat{\boldsymbol{X}}_\ell - (\boldsymbol{I}_{J\mathcal{T}}\otimes\boldsymbol{A})\cdot\boldsymbol{X}\right]\\ &= \frac{1}{M}(\hat{\boldsymbol{X}}_\ell - \boldsymbol{X})^{\mathrm{H}}(\hat{\boldsymbol{X}}_\ell - \boldsymbol{X}) = \hat{\boldsymbol{V}}_\ell^{\gamma}.\end{aligned}$$

类似地，对于式 (22d)，有 $\tilde{\boldsymbol{V}}_{\ell+1}^{\phi} = \hat{}\boldsymbol{V}_{\ell+1}^{\phi}$。

因此，MS-CD-MAMP 的均方误差函数可改写为

$$\text{TDD: } \boldsymbol{V}_\ell^{\gamma} = \gamma_{\mathrm{SE}}(\tilde{\boldsymbol{V}}_\ell^{\phi}) = \frac{1}{\mathcal{T}}\sum_{t=1}^{\mathcal{T}}\gamma_{t,\mathrm{SE}}(f_{\mathrm{d}}(\tilde{\boldsymbol{V}}_\ell^{\phi}, \boldsymbol{V}_{\ell-1}^{\phi})), \quad (26a)$$

$$\text{NLD: } \tilde{\boldsymbol{V}}_{\ell+1}^{\phi} = \phi_{\mathrm{SE}}^{\mathcal{C}}(\boldsymbol{V}_\ell^{\gamma}). \quad (26b)$$

根据式 (26) 中简化的状态演化，下面给出定理，以说明跨域 MAMP 与符号域 MAMP 的均方误差性能等价 [35]。

定理 *1*（跨域 *MAMP* 与符号域 *MAMP* 的均方误差等价性 *[35]*）：对于基于酉矩阵变换的多载波调制，跨域 MAMP 与符号域 MAMP [35] 的状态演化相同，即二者能够实现相同的均方误差性能。

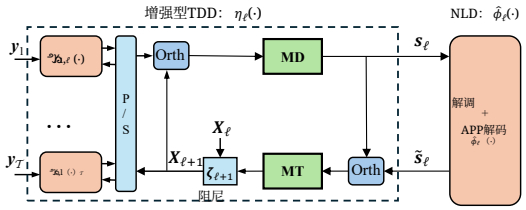
值得注意的是，MS-CD-MAMP 的记忆匹配滤波器依赖此前所有迭代的估计结果来生成当前迭代的输出。如果仅考虑当前估计结果，并且

$$\tilde{\gamma}_{t,\ell}(\boldsymbol{X}_\ell^t) = \frac{\xi_\ell^t}{\theta_\ell^t}\left[\left(\frac{1}{\theta_\ell^t} - \lambda_t^{\dagger}\right)\boldsymbol{I} + \boldsymbol{H_t}\boldsymbol{H_t}^{\mathrm{H}}\right]^{-1}\left(\boldsymbol{y_t} - \boldsymbol{H_t}\boldsymbol{x}_\ell^t\right), \quad (27)$$

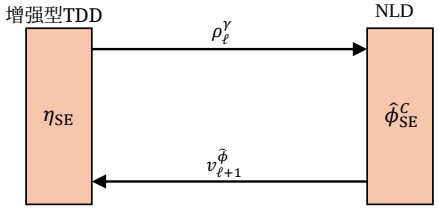
MS-CD-MAMP 就会简化为无记忆的 MS-CD-OAMP/VAMP。因此，根据定理 1，可以直接得到以下推论。

推论 *1*（在 *[32]* 和 *[33]*下，跨域与符号域 *OAMP/VAMP* 的均方误差等价性）：对于基于酉矩阵变换的多载波调制，跨域与符号域 OAMP/VAMP 的状态演化相同，因此二者能够实现相同的均方误差性能。

备注：由于后续针对 MS-CD-MAMP 的可达速率分析和最优编码原则依赖于精确的状态演化分析，因此解码器满足 Lipschitz 连续性条件至关重要。值得注意的是，在 [44,附录B] 中已证明，在满足次围长条件时，LDPC码的置信传播解码器具有更强的一致Lipschitz连续性。该条件（在 LDPC 码中被广泛采用）要求每次解码迭代中，在 LDPC 码的因子图上执行的消息传递迭代次数少于该图的最短环长度。这意味着基于 LDPC 解码的状态演化是准确的，这一点已由 [16], [27]–[29]中的仿真结果验证。因此，本文数值结果中基于状态演化设计了一类 LDPC 码。尽管尚未对其他类型的前向纠错码进行严格证明，但我们推测，对于大多数前向纠错码，APP解码器应具有一致 Lipschitz连续性



(a) 等效MS-CD-MAMP接收机：$\eta_\ell(\cdot)$ 表示由 $\{\hat{\gamma}_{t,\ell}(\cdot)\}$、阻尼、正交操作、IUT和UT操作组成的增强型TDD。$\hat{\phi}_\ell(\cdot)$ 表示解调和APP解码器。



(b) 变分状态演化：η_{SE} 和 $\hat{\phi}_{\mathrm{SE}}^{\mathcal{C}}$ 是变分信号干扰噪声比（SINR）以及 $\eta_\ell(\cdot)$ 的 MSE传递函数和 $\hat{\phi}_\ell(\cdot)$, 分别。

图4：等效MS-CD-MAMP接收机和变分状态演化。

（例如 Turbo码、Polar码等）。针对其他类型码的设计，这是未来研究中的一个重要课题。

IV. MS-CD-MAMP接收机的可达速率分析与编码原理

本节首先介绍 MS-CD-MAMP 的可达速率分析和最优编码原则，随后比较 MS-CD-MAMP 在各种系统参数下的最大可达速率。

A. 理论可达速率分析与最优编码原则

注意，式 (26) 中 MS-CD-MAMP 的状态演化是多维的，因此较为复杂，难以直接用于可达速率分析。为解决这一问题，我们可以通过 MS-CD-OAMP 的标量状态演化得到以下引理，从而简化对 MS-CD-MAMP 多维状态演化的分析，方法与 [30, 引理 3] 类似。

引理*2*（固定点一致性）：设式 (26) 中 MS-CD-MAMP 的状态演化固定点为 $(v_*^\gamma,\ \tilde{v}_*^\phi)$，其中 $v_*^\gamma=\lim_{\ell\to\infty} v_\ell^\gamma,\ \ell$ 且 $v_*^\phi=\lim_{\ell\to\infty}\tilde{v}_\ell^\phi,\ \ell$。对于任意固定的利普希茨连续 $\phi_\ell(\cdot)$，MS-CD-MAMP 和 MS-CD-OAMP/VAMP 可达到相同的状态演化固定点 $(v_*^\gamma,\ \tilde{v}_*^\phi)$。

证明：根据（9），$\mathcal{T}$ 个时隙中的接收信号可重写为

$$\boldsymbol{Y}=\boldsymbol{H}\boldsymbol{X}+\boldsymbol{W}, \tag{28}$$

其中，$\boldsymbol{Y}=\mathrm{diag}\{\boldsymbol{y}_1,\ldots,\boldsymbol{y}_{\mathcal{T}}\}$、$\boldsymbol{H}=\mathrm{diag}\{\boldsymbol{H}_1,\ldots,\boldsymbol{H}_{\mathcal{T}}\}$、$\boldsymbol{X}=\mathrm{diag}\{\boldsymbol{x}_1,\ldots,\boldsymbol{x}_{\mathcal{T}}\}$和 $\boldsymbol{W}=\mathrm{diag}\{\boldsymbol{w}_1,\ldots,\boldsymbol{w}_{\mathcal{T}}\}$。根据式（28），依据 [30,引理 3]，MS-CD-MAMP和MS-CD-OAMP的固定点一致性在 $\mathcal{T}$ 个时隙内成立。

另一方面，值得注意的是，在式（16）中，NLD $\phi_\ell(\cdot)$由 $\phi_\ell(\cdot)$（MMSE解调和APP译码）以及正交化组成，因此很难直接使用 [36]中的I-MMSE引理分析MS-CD-MAMP的可达速率。因此，所有正交化、IUT和UT变换均被纳入TDD $\gamma_\ell(\cdot)$中，以构成增强型TDD $\eta_\ell(\cdot)$。如图4(a)所示，等效的MS-CD-MAMP表示为

$$\begin{aligned}\text{Enhanced TDD:}\quad & \boldsymbol{s}_\ell=\eta_\ell\left(\tilde{\boldsymbol{s}}_\ell\right),\\ \text{NLD:}\quad & \tilde{\boldsymbol{s}}_{\ell+1}=\hat{\phi}_\ell\left(\boldsymbol{s}_\ell\right).\end{aligned} \tag{29}$$

值得注意的是，（29）中的这一等效变换不会改变 MS-CD-MAMP 的状态演化固定点（即收敛性能）。为简便起见，图4(a)中的等效 MS-CD-MAMP 简称为 MS-CD-MAMP。根据引理2以及图4(b)所示的 OAMP 状态演化，下面的引理给出了 MS-CD-MAMP 的 SISO 变分状态演化（VSE），这大大简化了可达速率分析和最优码设计。

引理*3*（*MS-CD-MAMP* 的 *VSE*）：设 $\rho_\ell^\gamma=1/v_\ell^\gamma,\ \ell$ 和 $v_\ell^\phi=\frac{1}{M}\mathrm{E}\{\|\tilde{\boldsymbol{s}}_\ell-\boldsymbol{s}\|^2\}$ 分别表示 $\phi_\ell(\cdot)$ 的输入信干噪比（SINR）和输出均方误差。MS-CD-MAMP 的 VSE 传递函数可表示为

$$\text{TDD}:\ \rho_\ell^\gamma=\eta_{\mathrm{SE}}(v_\ell^{\hat{\phi}})=(v_\ell^{\hat{\phi}})^{-1}-\left[\frac{1}{\mathcal{T}}\sum_{t=1}^{\mathcal{T}}\hat{\eta}_{t,\mathrm{SE}}^{-1}(v_\ell^{\hat{\phi}})\right]^{-1}, \tag{30a}$$

$$\text{NLD}:\ v_{\ell+1}^{\hat{\phi}}=\hat{\phi}_{\mathrm{SE}}^{\mathcal{C}}(\rho_\ell^\gamma)=\mathrm{mmse}\left\{\boldsymbol{s}\middle|\sqrt{\rho_\ell^\gamma}\boldsymbol{s}+\boldsymbol{z},\Phi_{\mathcal{C}}\right\}, \tag{30b}$$

其中，$\hat{\eta}_{t,\mathrm{SE}}(v)=\frac{1}{N\mathcal{T}}\mathrm{tr}\{[snr\boldsymbol{H}_t^{\mathrm{H}}\boldsymbol{H}_t+v^{-1}\boldsymbol{I}]^{-1}\}$ 表示 OAMP 中 LMMSE 检测器的均方误差函数，$\hat{\eta}_{t,\ \text{状态演化}}^{-1}(\cdot)$ 是 $\hat{\eta}_{t,\ \mathrm{SE}}(\cdot)$ 的逆，$\boldsymbol{z}\sim\mathcal{CN}(\boldsymbol{0},\ \boldsymbol{I})$ 是一个与 $\boldsymbol{s}$独立的加性高斯白噪声向量，$\Phi_{\mathcal{C}}$ 表示编码约束，即 $\boldsymbol{s}\in\mathcal{C}$ ($\mathcal{C}$ 是前向纠错码字的集合)。

证明：见附录。 ■

尽管式 (30) 中的方差状态演化无法准确预测 MS-CD-MAMP 在每次迭代时的均方误差性能，但它可以收敛到与原始式 (26) 中的状态演化相同的固定点，从而实现可达速率分析和最优编码原则。

以下两个引理给出了最小均方误差解码函数的两个紧上界。

引理 *4*（解码增益）：由于编码增益，解调传递函数 $\hat{\phi}_{\mathrm{SE}}^{\mathcal{S}}(\cdot)$ 是解码传递函数 $\hat{\phi}_{\mathrm{SE}}^{\mathcal{C}}(\cdot)$ 的上界，即

$$\hat{\phi}_{\mathrm{SE}}^{\mathcal{C}}(\rho_\ell^\gamma)<\hat{\phi}_{\mathrm{SE}}^{\mathcal{S}}(\rho_\ell^\gamma),\quad \text{for}\ \ 0\le\rho_\ell^\gamma\le snr, \tag{31}$$

其中，$\hat{\phi}_{\mathrm{SE}}^{\mathcal{S}}(\rho_\ell^\gamma)$ =最小均方误差$\{\boldsymbol{s}|\sqrt{\rho_\ell^\gamma}\boldsymbol{s}+\boldsymbol{z},\Phi_{\mathcal{S}}\}$，且满足调制约束 $\Phi_{\mathcal{S}}$，即 $s_i\sim P_S(s_i)$。

如图 5 所示，假设在 $\eta^{-1}{}_{\text{状态演化}}(\cdot)$ 与 $\hat{\phi}_{\mathrm{SE}}^{\mathcal{S}}(\cdot)$ 之间存在一个固定点 $(\rho_*^\gamma,\ v_*^\phi)$，则 MS-CD-MAMP 的收敛性能并非无差错，这是由于 $v_*^\phi>0$。因此，为了在接收机处成功恢复消息，根据

■

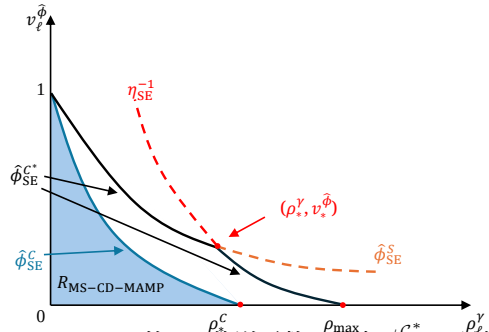


图5：MS-CD-MAMP的VSE传递函数，其中$\hat{\phi}^{\mathcal{C}^*}{}_{\mathrm{SE}}$是解码器的最优最小均方误差函数，$\eta^{-1}{}_{\mathrm{SE}}$是$\eta_{\mathrm{SE}}$的反函数，NLD中的星座和码约束的最小均方误差函数分别由$\hat{\phi}_{\mathrm{SE}}^{\mathcal{S}}$和$\hat{\phi}_{\mathrm{SE}}^{\mathcal{C}}$表示，其中$\hat{\phi}_{\mathrm{SE}}^{\mathcal{C}}(\rho_*^{\mathcal{C}}) = 0$。$(\rho_*^\gamma, v_*^{\hat{\phi}})$是$\eta^{-1}{}_{\mathrm{SE}}$与$\hat{\phi}_{\mathrm{SE}}^{\mathcal{S}}$之间的VSE固定点。

迭代检测原理，必须保证解码器与检测器之间存在可用的解码隧道。因此，以下引理给出了无差错译码条件。

引理*5*（无错误解码）：对于给定的$\hat{\phi}_{\mathrm{SE}}^{\mathcal{C}}(\cdot)$，当且仅当满足以下条件时，MS-CD-MAMP接收机能够实现无错误解码：

$$\hat{\phi}_{\mathrm{SE}}^{\mathcal{C}}(\rho_\ell^\gamma) < \eta_{\mathrm{SE}}^{-1}(\rho_\ell^\gamma), \quad \text{for } 0 \le \rho_\ell^\gamma \le snr. \tag{32}$$

因此，基于引理 4和引理5，我们推导出解码器$\hat{\phi}_{\mathrm{SE}}^{\mathcal{C}}(\cdot)$的上界如下：

$$\hat{\phi}_{\mathrm{SE}}^{\mathcal{C}}(\rho_\ell^\gamma) < \min\{\hat{\phi}_{\mathrm{SE}}^{\mathcal{S}}(\rho_\ell^\gamma), \eta_{\mathrm{SE}}^{-1}(\rho_\ell^\gamma)\}, \text{ for } 0 \le \rho_\ell^\gamma \le snr. \tag{33}$$

然后，基于(30)、(33)和I-MMSE引理 [36]，假设迭代次数为无穷次，根据以下引理计算MS-CD-MAMP的可达速率。

引理*6*（*MS-CD-MAMP*的可达速率）：固定$\hat{\phi}_{\mathrm{SE}}^{\mathcal{C}}(\cdot)$时，MS-CD-MAMP 每根发射天线、每个发射符号的平均可达速率为

$$\begin{aligned} R_{\text{MS-CD-MAMP}} &= \int_0^{\rho_*^{\mathcal{C}}} \hat{\phi}_{\mathrm{SE}}^{\mathcal{C}}(\rho_\ell^\gamma) d\rho_\ell^\gamma, \\ \text{s.t.} \quad & \hat{\phi}_{\mathrm{SE}}^{\mathcal{C}}(\rho_\ell^\gamma) < \min\{\hat{\phi}_{\mathrm{SE}}^{\mathcal{S}}(\rho_\ell^\gamma), \eta_{\mathrm{SE}}^{-1}(\rho_\ell^\gamma)\}, \\ & 0 \le \rho_*^{\mathcal{C}} \le \rho_{\max}, \end{aligned} \tag{34}$$

其中，$\rho_*^{\mathcal{C}} = \hat{\phi}^{\mathcal{C}^{-1}}{}_{\text{状态演化}}(0)$ 和 $\rho_{\max} = \eta^{-1}{}_{\text{状态演化}}(0)$。

根据式（34），为使 MS-CD-MAMP 接收机的可达速率最大化，同时确保无差错译码，最优解码器的MMSE函数$\hat{\phi}^{\mathcal{C}^*}{}_{\text{状态演化}}(\cdot)$由以下引理给出。

引理*7*（最优码设计）：MS-CD-MAMP 的最优编码原则为

$$\begin{aligned} & \hat{\phi}_{\mathrm{SE}}^{\mathcal{C}}(\rho_\ell^\gamma) \to \hat{\phi}_{\mathrm{SE}}^{\mathcal{C}^*}(\rho_\ell^\gamma), \\ \text{s.t. } & \hat{\phi}_{\mathrm{SE}}^{\mathcal{C}^*}(\rho_\ell^\gamma) = \min\{\hat{\phi}_{\mathrm{SE}}^{\mathcal{S}}(\rho_\ell^\gamma), \eta_{\mathrm{SE}}^{-1}(\rho_\ell^\gamma)\}, \\ & 0 \le \rho_\ell^\gamma \le \rho_{\max}. \end{aligned} \tag{35}$$

根据引理7，时域信道参数会影响$\eta^{-1}{}_{\text{状态演化}}(\cdot)$，而编码参数和星座映射会影响$\hat{\phi}_{\mathrm{SE}}^{\mathcal{S}}(\cdot)$；二者共同决定最优译码曲线，进而影响码设计。

下面的定理直接推导出基于引理6和引理7的 MS-CD-MAMP 最大可达速率。

定理*2*（*MS-CD-MAMP*的最大可达速率）：MS-CD-MAMP 每根发射天线、每个发射符号的平均最大可达速率为

$$R_{\mathrm{MS-CD-MAMP}}^{\max} \to \int_0^{\rho_{\max}} \hat{\phi}_{\mathrm{SE}}^{\mathcal{C}^*}(\rho_\ell^\gamma) d\rho_\ell^\gamma, \tag{36}$$

其中$\hat{\phi}^{\mathcal{C}^*}{}_{\text{状态演化}}(\rho_\ell^\gamma) = \min\{\hat{\phi}_{\mathrm{SE}}^{\mathcal{S}}(\rho_\ell^\gamma), \eta^{-1}{}_{\text{状态演化}}(\rho_\ell^\gamma)\}$。

根据定理2，所有天线的总传输速率为

$R_{\mathrm{MS-CD-MAMP}}^{\mathrm{total}} = JR_{\mathrm{MS-CD-MAMP}}^{\max}$。

此外，根据定理 1 和引理2，对于基于酉变换矩阵的多载波调制，MS-CD-MAMP 在 [35]中的符号域 MAMP 的方差状态演化仍然成立；因此可以直接推导出以下推论。

推论*2*（*MS-CD-MAMP* 与符号域 *MAMP* 在 *[35]*中的可达速率等价性）：对于基于酉矩阵变换的多载波调制，MS-CD-MAMP 与符号域 MAMP 的方差状态演化相同，因此使用相同的最优码可达到相同的可达速率。

推论*3*（采用 *MS-CD-MAMP* 的基于酉变换矩阵的多载波调制的可达速率等价性）：根据定理2，对于基于酉变换矩阵的多载波调制，例如正交频分复用、OTFS 和 AFDM，其 MS-CD-MAMP 的方差状态演化相同，可达速率也相同。

需要指出的是，在信道矩阵分布和任意离散输入等多维约束下，直接计算多输入多输出多载波系统的信道互信息是 NP 难的，这或许可以通过复制方法解决。相比之下，多时隙SE能够准确预测MS-CD-MAMP的渐近性能，而基于SE优化的编码可实现接近理论极限的性能，这表明MS-CD-MAMP达到了最小均方误差最优性。因此，基于I-MMSE引理 [36]，我们猜想MS-CD-MAMP的可达速率等于信道互信息，即MS-CD-MAMP具有约束容量最优性。

猜想*1*（*MS-CD-MAMP*的约束容量最优性）：假设式（22）中存在唯一的状态演化固定点，则MS-CD-MAMP在多输入多输出多载波系统中具有约束容量最优性，即总传输速率$R_{\mathrm{MS-CD-MAMP}}^{\mathrm{total}}$ 等于多输入多输出多载波系统的约束容量。

*B. MIMO-OFDM/OTFS/AFDM*中*MS-CD-MAMP*的最大可达速率比较

基于定理2，我们评估了在不同输入信号方式和参数配置下，MS-CD-MAMP接收机在MIMO-OFDM/OTFS/AFDM中的最大平均可达速率，如下所示：

1)不同调制方式的最大可达速率比较：图6展示了在 $N = 256$条件下，不同MIMO多载波系统（即正交频分复用、OTFS和AFDM）中MS-CD-MAMP接收机的最大可达速率，

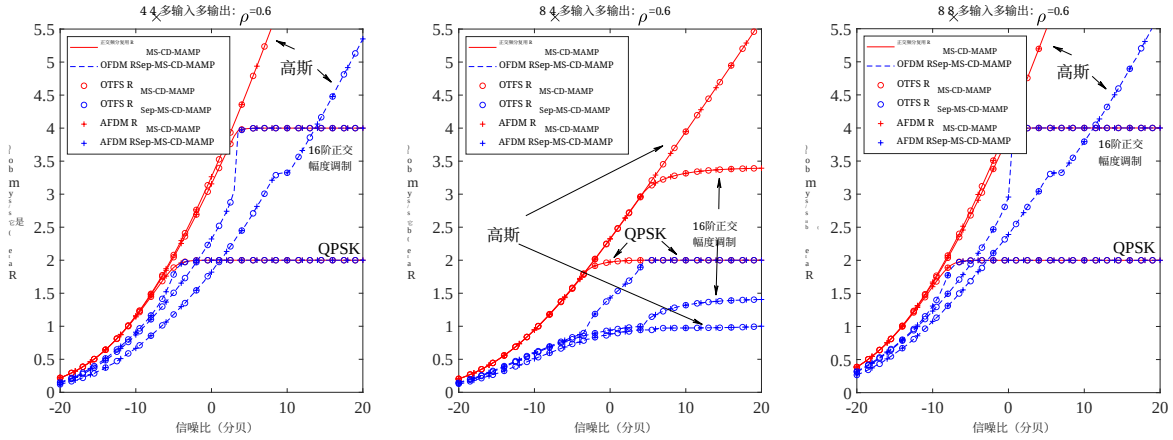
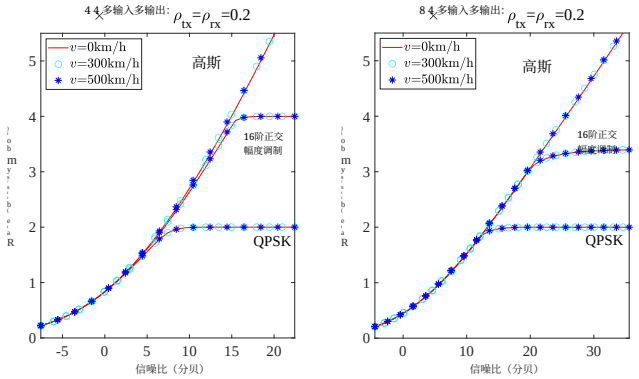
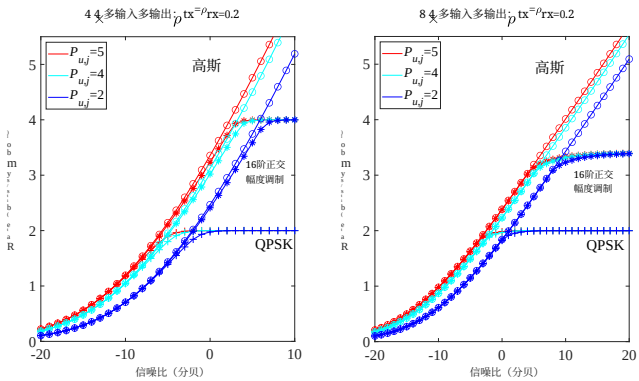


图6：在 4×4、8×4和 8×8多输入多输出系统中，采用 $\rho_{tx}=\rho_{rx}=\rho=0.6$时OFDM/OTFS/AFDM的最大可达速率，其中$P_{u、j}=5$、$v=500$ 16 $\mathcal{T}=5000$ $N=256$ $K=8$ $L=32$ 千米/小时以及 {高斯、QAM、QPSK} 调制，对于AFDM和OFDM为、，对于OTFS为、。



（a）采用$P_{u、j}=5$时不同速度的比较。



（b） $v=500$千米/小时下不同多径数量的比较。

图7：在 4×4和 8×4多输入多输出系统中，采用 $\rho=0.2$时不同多径数量和用户速度的最大可达速率比较，其中 $P_{u\,j}\in\{2,4,5\}$ $v\in\{0,300,500\}$ $\mathcal{T}=$、、千米/小时、、{5000 $N=256$ 16 高斯、QAM、QPSK} 调制。

$\mathcal{T}=5000$[4]、$v=500$km/h以及不同信号传输方式（即四相移键控、16阶正交幅度调制和高斯信号传输）下，其中天线配置（J、U）=（4、4）、（8、4）和（8、8）分别对应 $\rho_{\mathrm{tx}}=\rho_{\mathrm{rx}}=\rho=0.6$。结果表明，MS-

[4]基于（30），我们设定 $\mathcal{T}=5000$，并对所有生成的信道实现的可达速率取平均值，以准确刻画其统计分布。

采用不同多载波调制方式的CD-MAMP接收机在可用信噪比范围内完全重合。这是因为，如引理3所述，对于具有酉变换矩阵的不同多载波调制方式，MS-CD-MAMP的VSE相同，因此根据定理2，最大可达速率也相同。因此，在后续的可达速率分析中，我们不区分具体的多载波调制方式。

2) 与现有方法的最大可达速率比较：考虑一种可分离MS-CD-MAMP接收机，记为Sep-MS-CD-MAMP，其与[32], [33], [35], 类似，在检测与非线性解调之间进行完整迭代，并采用独立的APP解码。图5显示，Sep-MS-CD-MAMP的最大可达速率为 $\int_0^{\rho_*^\gamma}\hat{}\phi_{\mathrm{SE}}^{\mathcal{S}}(\rho_\ell^\gamma)d\rho_\ell^\gamma$。如图6所示，对于任意输入信号方式，MS-CD-MAMP的可达速率均高于Sep-MS-CD-MAMP，尤其是在低至中等信噪比水平以及采用高斯信号传输时。采用码率为1的四相移键控信号时，MS-CD-MAMP相较于Sep-MS-CD-MAMP，在 4×4 和 8×8多输入多输出系统中分别获得约2分贝的增益，在 8×4 多输入多输出系统中获得7分贝的增益。这是因为高阶调制的解调性能本身较差，且APP解码器会导致联合迭代增益损失。因此，采用理想点对点（P2P）容量逼近码时，贝叶斯最优MS-CD-MAMP的速率损失为 $R_{\mathrm{loss}}=\int_{\rho_*^\gamma}^{\rho_{\max}}\hat{}\phi^{\mathcal{C}^*}$ 状态演化$(\rho_\ell^\gamma)d\rho_\ell^\gamma$。

3) 不同设备速度下的最大可达速率比较：众所周知，不同的速度会对系统产生不同的多普勒效应。因此，图7(a)展示了在速度为 $v=\{0,300,500\}$ km/h时，采用四相移键控、16阶正交幅度调制和高斯信号传输的多输入多输出系统中MS-CD-MAMP的可达速率比较，其中 $\mathcal{T}=5000$，$N=256$、（J，U）=(4，4)和（8，4），$\rho=0.2$。令人惊讶的是，MS-CD-MAMP在不同速度下的最大可达速率几乎相同。这表明，所提出的最优编码方案能够适应不同的移动速度场景，无需重新优化。

*4)*不同多径数量下的最大可达速率比较：由于不同的多径数量会直接影响信道的自由度，图7(b)

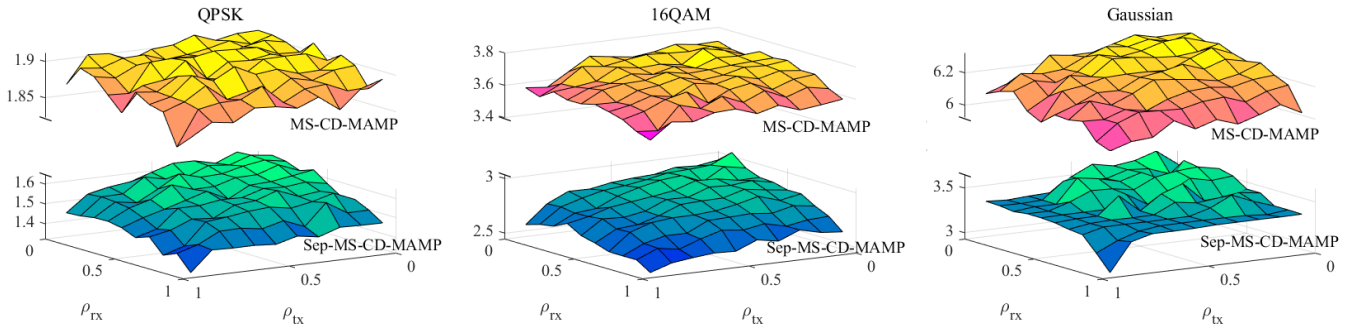


图 8：在不同天线相关性下，4×4 多输入多输出系统中 MS-CD-MAMP 的最大可达速率，其中 $(\rho_{tx},\ \rho_{rx}) \in \{0, 0.1, \cdots, 0.9\}$，$P_{u\ j} = 5\ \ v = 500\ \ \ \mathcal{T} = 5000\ N = 256$ 16 ．，km/h，，，信噪比为 = 6.4 分贝时采用四相移键控信号传输，信噪比为 = 14.4 分贝时采用 QAM 信号传输，信噪比为 = 22.4 分贝时采用高斯信号传输。

展示了多输入多输出系统中不同多径数量下 MS-CD-MAMP 的可达速率比较，其中输入信号方式分别为四相移键控、16阶正交幅度调制和高斯信号，$(J,\ U) = (4,\ 4)$ 和 $(8,\ 4)$，$\rho = 0.2$、$v = 500$千米/小时。可以清楚地看到，随着多径数量增加，MS-CD-MAMP 的可达速率也随之提高。

*5)*不同天线相关性下的最大可达速率比较：在实际的多输入多输出场景中，由于发射设备和基站的类型及位置各不相同，发射天线与接收天线之间存在不同的相关性。图 8 展示了在 $(J,\ U) = (4,\ 4)$ 且相关系数为 $(\rho_{\text{tx}},\ \rho_{\text{rx}}) \in \{0, 0.1, \cdots, 0.9\}$ 的多输入多输出系统中，MS-CD-MAMP 在不同输入信号方式（即四相移键控、16阶正交幅度调制和高斯信号传输）下的最大可达速率。可以观察到，随着相关参数增大，MS-CD-MAMP 的可达速率略微且单调地下降，而 Sep-MS-CD-MAMP 的可达速率则显著降低。此外，在所有天线相关程度下，随着调制阶数增大，MS-CD-MAMP 相较于 Sep-MS-CD-MAMP 的可达速率增益逐步增加。这些结果凸显了最优编码在 MS-CD-MAMP 接收机迭代检测过程中的关键作用。

V. 数值结果

本节给出了适用于 MIMO 多载波调制系统中 MS-CD-MAMP接收机的优化有限长 LDPC 码的误码率性能，并与现有基准方案进行了误码率比较。

A. 仿真配置

我们考虑采用四相移键控信号的多输入多输出多载波调制系统中的 LDPC 码设计，其中天线配置为 $(J,\ U) \in \{(4\times4),\ (8\times4),\ (8\times8)\}$。为简单起见，多输入多输出信道的相关参数设为 $\rho = \rho_{\text{tx}} = \rho_{\text{rx}} = \{0.2, 0.6\}$。调制矩阵的尺寸分别为：正交频分复用和 AFDM 为 $N = 256$，OTFS 为 $K = 8,\ L = 32$。$\mathcal{T} \in \{1, 5, 25\}$，载波频率为 4 GHz，子载波间隔为 Δf =15kHz，其中 $P_{u,\ j} \in \{2, 5\}$，设备速度为 $v \in \{0, 300, 500\}$ km/h，收发器的根升余弦滚降系数设为 0。4。

B. 面向 *MS-CD-MAMP* 的非规则 *LDPC* 码优化

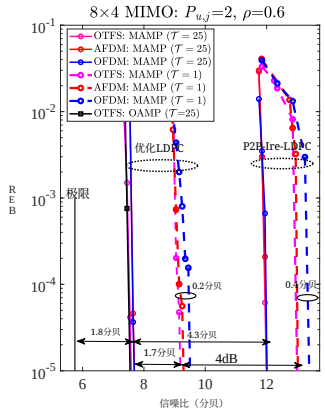
LDPC码的优化与 [16], [29], 类似，即通过求解线性规划问题，推导 LDPC 码的变量节点和校验节点度分布 $(\lambda(X) = \sum_{i=2}^{d_{v\ \max}} \lambda_i X^{i-1}\ \ \mu\ X\ \ = \sum_{i=2}^{d_{c\ \max}} \mu_i X^{i-1}$ ．，( ) ．)；该问题以成功迭代译码为约束，目标是最大化 MS-CD-MAMP接收机的可达速率，其中$d_{v,\ \max}$ 和 $d_{v,\ \max}$ 分别为变量节点和校验节点的最大度数。优化LDPC码的参数列于表III，目标$R_{\text{LDPC}} = 0.5$ 和码字长度为 $M = 102400$；其中，理论极限表示最大可达速率为 1 时对应的信噪比。

C. 有限长码的误码率仿真与比较

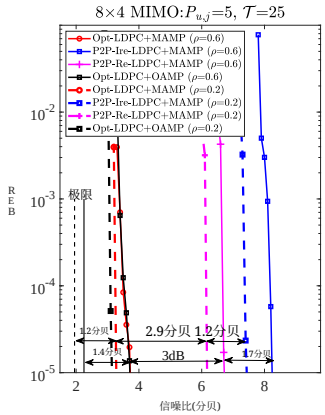
1) OTFS/AFDM/OFDM 的误码率比较：图 9(a) 展示了采用 MS-CD-MAMP接收机和表III所示优化LDPC码时，OTFS、AFDM 与正交频分复用之间的误码率比较。我们还提供了设计良好的点对点非规则LDPC码的性能作为基准，其中，设计良好的点对点非规则LDPC码的度分布为 $\lambda(X) = 0.24426x + 0.25907x^2 + 0.01054x^3 + 0.05510x^4 + 0.01455x^7 + 0.01275x^9 + 0.40373x^{11}$和 $\mu(X) = 0.25475x^6 + 0.73438x^7 + 0.01087x^8$，其速率$R_{\text{LDPC}}$ 为 0.5，译码门限距离 P2P-AWGN 容量 还差

表III：适用于 MIMO 多载波调制系统中 MS-CD-MAMP 的优化 LDPC 码。

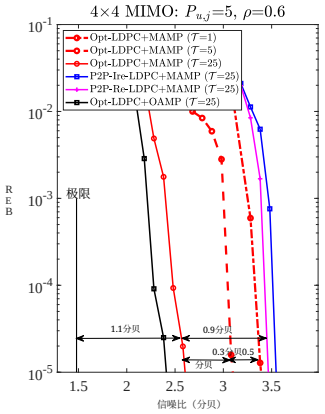
信道类型	相关MIMO信道					
N	256					
天线配置	4×4	8×4			8×8	
$\rho_{\text{tx}} = \rho_{\text{rx}}$	0.6			0.2	0.6	0.2
$P_{u,j}$	5	2	5	5	5	5
v	{0, 300, 500} 千米/小时					
码字长度	102400					
R_{LDPC}	0.5071	0.4942	0.4991	0.4960	0.4943	0.5058
$\mu(X)$	$\mu_8 = 1$	$\mu_8 = 0.8$ $\mu_{30} = 0.2$	$\mu_6 = 1$	$\mu_8 = 1$	$\mu_6 = 1$	$\mu_8 = 1$
$\lambda(X)$	$\lambda_2 = 0.3059$ $\lambda_3 = 0.2179$ $\lambda_9 = 0.1462$ $\lambda_{10} = 0.0503$ $\lambda_{30} = 0.0429$ $\lambda_{35} = 0.1510$ $\lambda_{80} = 0.0516$ $\lambda_{90} = 0.0342$	$\lambda_2 = 0.2556$ $\lambda_3 = 0.1946$ $\lambda_{13} = 0.0036$ $\lambda_{14} = 0.1942$ $\lambda_{40} = 0.0931$ $\lambda_{90} = 0.0510$ $\lambda_{100} = 0.1087$ $\lambda_{800} = 0.0992$	$\lambda_2 = 0.6185$ $\lambda_3 = 0.0202$ $\lambda_{19} = 0.2104$ $\lambda_{20} = 0.1031$ $\lambda_{90} = 0.0497$	$\lambda_2 = 0.3978$ $\lambda_3 = 0.1023$ $\lambda_{19} = 0.0012$ $\lambda_{20} = 0.2653$ $\lambda_{80} = 0.0973$ $\lambda_{300} = 0.1361$	$\lambda_2 = 0.1796$ $\lambda_3 = 0.4299$ $\lambda_{12} = 0.1756$ $\lambda_{13} = 0.2799$	$\lambda_2 = 0.2991$ $\lambda_3 = 0.2170$ $\lambda_8 = 0.1815$ $\lambda_{27} = 0.0086$ $\lambda_{28} = 0.1821$ $\lambda_{70} = 0.1022$ $\lambda_{80} = 0.0096$
（信噪比）$_{\text{dB}}$	1.68	5.8	2.3	2	1.61	1.4
（极限）$_{\text{dB}}$	1.48	5.75	2.25	1.95	1.56	1.38



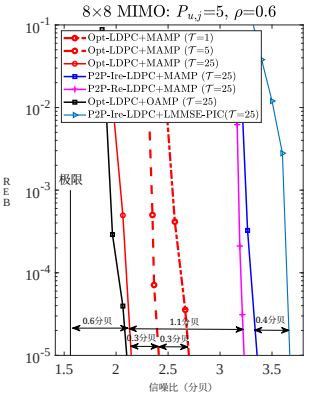
（a）不同调制方式：OTFS/AFDM/正交频分复用。



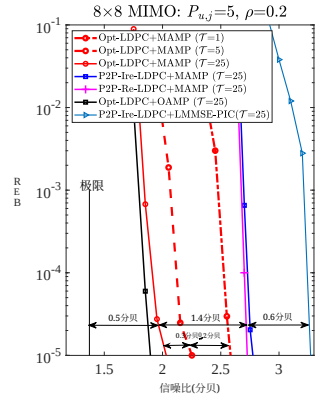
（b）天线相关性：$\rho \in \{0.2, 0.6\}$。



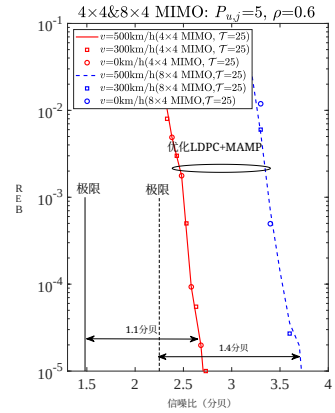
（c） 4×4 多输入多输出： $\rho = 0.6$ + 不同的 $\mathcal{T}$。



(d) 8×8 多输入多输出： $\rho = 0.6$ + 不同 $\mathcal{T}$。



(e) 8×8 多输入多输出： $\rho = 0.2$ + 不同 $\mathcal{T}$。



(f) 4×4&8×4 多输入多输出：不同 v。

图 9：在相关MIMO信道中，对于 AFDM 和正交频分复用， [45], 其中 $\mathcal{T} \in \{1, 5, 25\}$、 $N = 256$；对于 OTFS， $K = 8$、 $L = 32$，在相关参数为 $\rho = \{0.2, 0.6\}$、多径数为 $P_{u,\ j} \in \{2, 5\}$ 的条件下，采用表III中的优化LDPC码、P2P 规则 (3,6) LDPC码和点对点非规则LDPC码时 MS-CD-MAMP 和 MS-CD-OAMP 接收机的误码率性能。为简化记法，将 MS-CD-OAMP 记为 OAMP，将 MS-CD-MAMP 记为 MAMP。

0.18 分贝。可以观察到以下结果：

• 对于 $\mathcal{T} = 25$，采用优化LDPC码或点对点LDPC码时，OTFS、AFDM和正交频分复用的误码率性能几乎相同。其中，采用优化LDPC码时，误码率性能距离误码率$= 10^{-5}$ 处的极限为 1.8 分贝，且相比点对点LDPC码增益为 4.3 分贝。同时，使用相同的优化LDPC码时，MS-CD-MAMP接收机可实现与 MS-CD-OAMP 接收机相同的误码率性能。

• 对于 $\mathcal{T} = 1$，OTFS和AFDM的误码率性能相同，但正交频分复用略差：采用点对点LDPC码时损失 0.4 分贝，采用优化LDPC码时损失 0.2 分贝。同时，优化LDPC码相比点对点LDPC码可实现约 4 分贝的增益。

这验证了采用低复杂度MS-CD-MAMP接收机和最优编码时，正交频分复用也能实现接近OTFS和AFDM的性能。因此，为简化分析，后续实验以OTFS为例进行，不再区分这些多载波调制方式。

2）不同天线相关性下的误码率比较 ρ:

图 9(b)、9(d) 和 9(e) 展示了 MS-CD-MAMP 接收机在采用表III中的优化LDPC码、P2P规则 (3,6) LDPC码和点对点非规则LDPC码时的误码率比较 [45] 在 8×4 和 8×8 多输入多输出中，其中天线相关性为 $\rho \in \{0.2, 0.6\}$。请注意，采用优化LDPC码的 MS-CD-MAMP 性能与 MS-CD-OAMP 相近，差距约为 0.1 分贝，同时相比采用 P2P 规则和不规则 LDPC码的 MS-CD-MAMP，性能增益约为 $1.1 \sim 4.7$分贝。此外，在不同天线相关性下，优化LDPC码的误码率性能差异不超过 0.2 分贝，这证实了所提方案的鲁棒性。

3)不同多径数量下的误码率比较$P_{u,\ j}$：图9(a)和图9(b)展示了在 8×4 多输入多输出系统中，采用优化LDPC码的MS-CD-MAMP的误码率比较，其中多径数量为 $P_{u,\ j} \in \{2, 5\}$ ，天线相关性为 $\rho = 0.6$。可以观察到，当BER=10^{-5}时，与$P_{u,\ j} = 2$ 相比，采用优化LDPC码的MS-CD-MAMP在$P_{u,\ j} = 5$ 可获得约4分贝的增益。这也证实了采用MS-CD-MAMP和最优编码方案的多载波调制能够利用多径分集增益，从而提升性能。

4) 不同时间隙下的误码率比较 $\mathcal{T}$：图9(c)、9(d)和9(e)给出了MS-CD-MAMP接收机与优化LDPC码在不同 $\mathcal{T} \in \{1, 5, 25\}$、 4×4和 8×8多输入多输出信道中的误码率比较。需要注意的是，在 $\mathcal{T} = 5$ 和 $\mathcal{T} = 1$ 条件下，采用优化LDPC码的MS-CD-MAMP性能分别比 $\mathcal{T} = 25$低约$0.2 \sim 0.5$ 分贝和 $0.6 \sim 0.8$ 分贝，但在 $\mathcal{T} = 25$时仍优于采用P2P规则和不规则LDPC码的MS-CD-MAMP。这也验证了为多输入多输出多载波系统开发最优编码方案的重要性。同时，与采用点对点非规则LDPC码的现有LMMSE-PIC [26] 相比，所提出的MS-CD-MAMP接收机在 $\rho = 0.6$ 和0。2条件下，在 8×8 多输入多输出多载波系统中采用优化LDPC码和点对点非规则LDPC码时，性能分别提升约 $1.5 \sim 2$ 分贝和 $0.4 \sim 0.6$ 分贝。

5) 不同设备速度下的误码率比较 v：图9(f)展示了MS-CD-MAMP接收机和优化LDPC码在不同设备速度 $v \in \{0, 300, 500\}$ km/h下，于 4×4和 8×4多输入多输出信道中的误码率比较。请注意，对于不同的 v ，采用优化LDPC码的MS-CD-MAMP的误码率性能相同，且距离相应极限 $1.1 \sim 1.4$ 分贝。这与图7(a)中的可达速率分析结果一致，表明优化LDPC码对设备速度具有鲁棒性。

6) 不同接收天线下的空间分集增益 U：对比图9(b)和图9(d)可以发现，当发射天线数量为 $J = 8$时，将 M 从4增加到8，可使采用优化LDPC码的MS-CD-MAMP和MS-CD-OAMP获得约1.7分贝的增益，相应的理论极限提高.7分贝。这证实了增加接收天线能够带来额外的空间分集增益。

D. MS-CD-MAMP 的时间复杂度

为凸显所提出的 MS-CD-MAMP 接收机在处理时延方面的优势，我们在图10中比较了 MS-CD-MAMP 与 MS-CD-OAMP/VAMP 接收机的时间复杂度。结果表明，当误码率为 10^{-5}时，MS-CD-MAMP 的运行时间仅约为 MS-CD-OAMP/VAMP 的 28%。运行时间是在配备 AMD Ryzen 9 8945HS处理器和 32 GB 内存的 PC 上使用 Matlab 2024a 测得的。

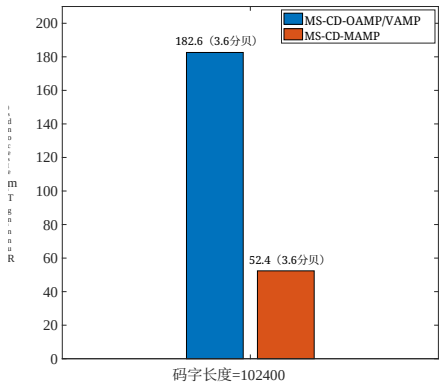


图10：采用优化LDPC码时，MS-CD-MAMP与MS-CD-OAMP/VAMP接收机的运行时间比较，其中$\mathcal{T} = 25$、 $N = 256$ 位于具有相关参数 $\rho = 0.6$ 的相关 8×4 多输入多输出信道中，多径数量为$P_{u,\,j} = 5$，速度为 $v = 300$ km/h。

VI. 结论

本文为编码 MIMO 多载波系统提出了一种低复杂度、高可靠性的 MS-CD-MAMP 接收机，并以此为基础研究了信息论（即可达速率）针对任意输入分布和各种系统配置参数，推导了可达速率极限分析和最优编码原则。为实现低复杂度信号恢复，采用多个匹配滤波器进行时域估计，以充分利用时域信道的稀疏性，由此产生了难以直接分析的高维复数状态演化。为解决这一难题，提出了一种简化的单输入单输出方差状态演化，用于分析可达速率并推导最优编码原则。数值结果表明，采用MS-CD-MAMP和优化LDPC码的MIMO-OFDM/OTFS/AFDM能够达到相同的可达速率，并获得近似相同的误码率性能，且显著优于采用精心设计的点对点LDPC码的系统。此外，所提出的接收机和理论分析还可应用于其他先进的调制方案（例如IFDM），这是一个有趣的未来研究方向。

附录

引理3的证明

我们给出 VSE 的详细推导，该推导主要依赖于引理2中 MS-CD-MAMP 与 MS-CD-OAMP/VAMP 的 SE 之间的固定点一致性，以及 OAMP 的 SE 和 VSE 函数 [28]。由于 OAMP 原始 SE 中的线性检测和非线性检测都包含正交操作，因此无法直接使用 I-MMSE引理分析可达速率。为解决这一难题， [28], 中提出了 OAMP 的 VSE，即，

$$\text{LD}: \quad \rho_\ell = \eta_{\text{SE}}^{\text{O}}(v_\ell) = (v_\ell)^{-1} - [\hat{\eta}_{\text{SE}}^{-1}(v_\ell)]^{-1}, \tag{37a}$$

$$\text{NLD}: \quad v_{\ell+1} = \hat{\phi}_{\text{SE}}^{\mathcal{C}}(\rho_\ell), \tag{37b}$$

其中，$\hat{}\eta_{\text{SE}}(v_\ell) = \frac{1}{N}\mathbf{tr}\{[snr\boldsymbol{H}_t^{\text{H}}\boldsymbol{H}_t + v_\ell^{-1}\boldsymbol{I}]^{-1}\}$ 表示 LMMSE检测器的均方误差函数，而 $\hat{}\eta^{-1}$ 状态演化$(\cdot)$ 表示 $\hat{}\eta_{\text{SE}}(\cdot)$ 的逆。

基于式（37），可以推导出 MIMO多载波系统中 MS-CD-OAMP/VAMP 接收机的 VSE，其中，跨越 $\mathcal{T}$ 个时隙的接收信号由时域线性检测独立处理，随后对估计方差取平均。也就是说，

$$\text{TDD}: \ \rho_\ell^\gamma = \eta_{\text{SE}}^{\text{O}}(v_\ell^{\hat{\phi}}) = (v_\ell^{\hat{\phi}})^{-1} - [\frac{1}{\mathcal{T}}\sum_{t=1}^{\mathcal{T}} \hat{\eta}_{t,\text{SE}}^{-1}(v_\ell^{\hat{\phi}})]^{-1}, \tag{38a}$$

$$\text{NLD}: \ v_{\ell+1}^{\hat{\phi}} = \hat{\phi}_{\text{SE}}^{\mathcal{C}}(\rho_\ell^\gamma). \tag{38b}$$

然后，根据式（38）中的 MS-CD-OAMP/VAMP 方差状态演化以及引理2，我们假设 MS-CD-OAMP/VAMP 的 VSE固定点为 $(\rho_*^{\text{O}}, v_*^{\text{O}})$。与基于 [28], 的

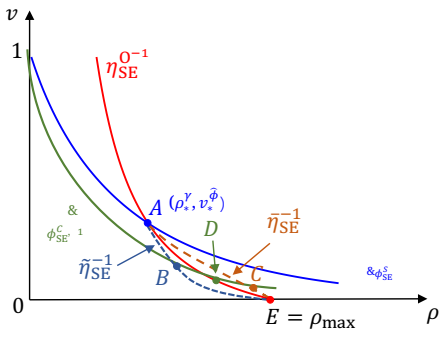


图11：MS-CD-OAMP/VAMP 和 MS-CD-MAMP 的 VSE传递函数，其中 $\eta^{-1}{}_{\mathrm{SE}}(\cdot)$ 是 $\eta_{\mathrm{SE}}(\cdot)$ 的逆函数，而 $\hat{}\phi^{\mathcal{S}}_{\mathrm{SE}}(\cdot)$ 是解调的 MMSE函数。MS-CD-MAMP 和 MS-CD-OAMP/VAMP 具有相同的 VSE固定点 A。$\tilde{\eta}^{-1}{}_{\mathrm{SE}}(\cdot)$ 和 $\bar{\eta}^{-1}{}_{\mathrm{SE}}(\cdot)$ 是 MS-CD-MAMP 的最大似然检测之 VSE传递函数的两个候选逆函数。给定解码器的 MMSE函数 $\hat{}\phi^{\mathcal{C}}_{\mathrm{SE}}(\cdot)$，它与 $\tilde{\eta}^{-1}{}_{\mathrm{SE}}(\cdot)$、$\bar{\eta}^{-1}{}_{\mathrm{SE}}(\cdot)$ 和 $\eta^{-1}{}_{\mathrm{SE}}(\cdot)$ 的交点分别为 B、C 和 D。

MS-CD-OAMP/VAMP 的状态演化与方差状态演化不动点方程等价性类似，我们可以推导出 $\rho_*^{\mathrm{O}} = 1/v_*^{\gamma\,\mathrm{O}}$ $v_*^{\mathrm{O}} =$,和 $[\,v_*^{\gamma\,\mathrm{O}\;-1} + \; v_*^{\phi\,\mathrm{O}\;-1}]^{-1}$ $v_*^{\gamma\,\mathrm{O}}\; v_*^{\phi\,\mathrm{O}}$ (,) (,)，其中 (,,) 是 MS-CD-OAMP/VAMP 的状态演化固定点。

对于图4(a)中的等效 MS-CD-MAMP，假设 VSE 固定点为 $(\rho_*^{\gamma},\ v_*^{\phi})$，其中 $\rho_*^{\gamma} = 1/v_*^{\gamma}$。由于正交化，我们有 $v_*^{\phi} = [\,v_*^{\phi\;-1} - \; v_*^{\gamma\;-1}]^{-1}$ $v_*^{\phi} =$( ) ( ) , $[\,v_*^{\gamma\;-1} + \; v_*^{\phi\;-1}]^{-1}$ 2, 即 ( ) ( )。同时，根据关于固定 $\hat{}\phi^{\mathcal{C}}_{\mathrm{SE}}(\cdot)$ 的引理，MS-CD-MAMP 和 MS-CD-OAMP/VAMP 收敛到相同的 SE 固定点，即 $(v_*^{\gamma},\ v_*^{\phi}) = (v^{\gamma,\ *\ \mathrm{O}},\ v^{\phi,\ *\ \mathrm{O}})$。因此，MS-CD-MAMP 和 MS-CD-OAMP/VAMP 具有相同的 VSE 固定点，即

$$(\rho_*^{\gamma}, v_*^{\hat{\phi}}) = (\rho_*^{\mathrm{O}}, v_*^{\mathrm{O}}). \tag{39}$$

这表明，MS-CD-OAMP/VAMP 和 MS-CD-MAMP 的原始状态演化与方差状态演化收敛到相同的均方误差性能，即二者具有相同的固定点。

如图11所示，假设在式（30）中的 $\eta^{\mathrm{O}-1}\mathrm{SE}(\cdot)$ 与 $\hat{}\,\phi^{\mathcal{S}}_{\mathrm{SE}}(\cdot)$ 之间存在唯一的方差状态演化固定点 A $= (\rho_*^{\mathrm{O}},\ v_*^{\mathrm{O}})$，其中 $\hat{}\,\phi^{\mathcal{S}}_{\mathrm{SE}}(\cdot)$ 是解调的MMSE函数。根据式（39），对于 MS-CD-MAMP，在 $\eta^{-1}\mathrm{SE}(\cdot)$ 与 $\hat{}\,\phi^{\mathcal{S}}_{\mathrm{SE}}(\cdot)$ 之间的方差状态演化固定点同样为点 A $= \rho_*^{\gamma}\; v_*^{\phi}$ $0 \le \rho^{\gamma} <$ (,) 。 ρ_*^{γ} $\phi^{\mathcal{S}}_{\mathrm{SE}}\ \rho^{\gamma} \;< \eta^{-1}\ \rho^{\gamma}$ 当 时，MS-CD-MAMP可以通过 ( ) SE ( ) 进行迭代。此外，由于编码增益，可得到 $\hat{}\,\phi^{\mathcal{C}}_{\mathrm{SE}}(\rho^{\gamma}) < \hat{}\,\phi^{\mathcal{S}}_{\mathrm{SE}}(\rho^{\gamma})$。因此，$\hat{}\,\phi^{\mathcal{C}}_{\mathrm{SE}}(\rho^{\gamma}) < \hat{}\,\phi^{\mathcal{S}}_{\mathrm{SE}}(\rho^{\gamma}) < \eta^{-1}\mathrm{SE}(\rho^{\gamma})$，即 $\hat{}\,\phi^{\mathcal{C}}_{\mathrm{SE}}(\rho^{\gamma})$ 受限于 $\hat{}\,\phi^{\mathcal{S}}_{\mathrm{SE}}(\rho^{\gamma})$，忽略 $\eta^{-1}\mathrm{SE}(\rho^{\gamma})$ 的具体表达式对 $\hat{}\,\phi^{\mathcal{C}}_{\mathrm{SE}}(\rho^{\gamma})$ 的影响是合理的。因此，我们仅关注 $\eta^{-1}\mathrm{SE}(\rho^{\gamma})$ 关于$\rho^{\gamma} \ge \rho_*^{\gamma}$的表达式。

给定 $\forall \rho_1, \rho_2 \in [\rho_*^{\gamma}, \rho_{\max}]$ 且 $\rho_1 < \rho_2$，假设对于 $\rho^{\gamma} \in [\rho_1, \rho_2]$，$\eta^{-1}\mathrm{SE}(\rho^{\gamma}) > \eta^{\mathrm{O}-1}\mathrm{SE}(\rho^{\gamma})$。给定解码器的一个 MMSE 函数 $\hat{}\,\phi^{\mathcal{C}},1\ \mathrm{SE}(\cdot)$，由于编码增益，可得 $\hat{}\,\phi^{\mathcal{C}},1\ \mathrm{SE}(\cdot) < \hat{}\,\phi^{\mathcal{S}}_{\mathrm{SE}}(\cdot)$。由于 MMSE 函数单调递减，$\hat{}\,\phi^{\mathcal{C}},1\ \mathrm{SE}(\rho^{\gamma})$ 存在两个不同的 VSE 固定点，分别满足 $\eta^{-1}\mathrm{SE}(\rho^{\gamma})$ 和 $\eta^{\mathrm{O}-1}\mathrm{SE}(\rho^{\gamma})$，这与 (39) 矛盾。类似地，假设对于 $\rho^{\gamma} \in [\rho_1, \rho_2]$，$\eta^{-1}\mathrm{SE}(\rho^{\gamma}) < \eta^{\mathrm{O}-1}\mathrm{SE}(\rho^{\gamma})$。仍然存在两个不同的 VSE 固定点，分别满足 $\eta^{-1}\mathrm{SE}(\rho^{\gamma})$ 和 $\eta^{\mathrm{O}-1}\mathrm{SE}(\rho^{\gamma})$，这与 (39) 矛盾。因此，由于 ρ_1 和 ρ_2 的任意性，对于 $\rho^{\gamma} \in [\rho_*^{\gamma}, \rho_{\max}]$，$\eta^{-1}{}_{\text{状态演化}}(\rho^{\gamma}) = \eta^{\mathrm{O}-1}{}_{\text{状态演化}}(\rho^{\gamma})$（即 $\eta_{\mathrm{SE}}(\rho^{\gamma}) = \eta^{\mathrm{O}}_{\mathrm{SE}}(\rho^{\gamma})$）得证。由于 $\rho^{\gamma} \in [0, \rho_*^{\gamma})$ 对应的 $\eta_{\mathrm{SE}}(\rho^{\gamma})$ 的具体表达式并不重要，为简单起见，我们令 $\eta_{\mathrm{SE}}(\rho^{\gamma}) = \eta^{\mathrm{O}}_{\mathrm{SE}}(\rho^{\gamma})$，其中 $\rho^{\gamma} \in [0, \rho_{\max}]$。因此，推导出 MS-CD-MAMP 的方差状态演化，如引理3所示。

此外，为了直观地说明这一证明，令 $\rho_1 = \rho_*^{\gamma}$和 $\rho_2 = \rho_{\max}$，在图11中得到 $\eta^{-1}{}_{\text{状态演化}}(\cdot)$ 的两个候选函数 $\tilde{\eta}^{-1}{}_{\text{状态演化}}(\cdot)$ 和 $\bar{\eta}^{-1}{}_{\text{状态演化}}(\cdot)$。$\hat{}\,\phi^{\mathcal{C}},1\ \text{状态演化}(\cdot)$ 与 $\tilde{\eta}^{-1}{}_{\text{状态演化}}(\cdot)$、$\bar{\eta}^{-1}{}_{\text{状态演化}}(\cdot)$ 和 $\eta^{\mathrm{O}-1}{}_{\text{状态演化}}(\cdot)$ 的交点分别为 B 点、C 点和 D 点，这与（39）矛盾。因此，我们可以推导出 $\eta_{\mathrm{SE}}(\cdot) = \eta^{\mathrm{O}}_{\mathrm{SE}}(\cdot)$。

参考文献

[1] Y. Ma, G. Ma, N. Wang, Z. Zhong, 和 B. Ai，“面向高速铁路海量物联网的 OTFS-TSMA”，*IEEE*《无线通信汇刊》，第 21 卷，第 1 期，第 519–531 页，2022 年。[2] X. Yu, M. Xie, N. Li, 和 C. Pan，“协作中继网络中空间调制辅助无人机通信系统的性能分析”，《电子学报》，第 33 卷，第 6 期，第 1492–1503 页，2024 年。[3] M. Jia, J. Wu, L. Zhang, 和 Q. Guo，“结合边缘计算的低地球轨道卫星通信与计算资源联合优化”，《电子学报》，第 32 卷，第 5 期，第 1011–1021 页，2023 年。[4] D. Tse 和 P. Viswanath，《无线通信基础》。剑桥大学出版社，2005 年。[5] R. Hadani, S. Rakib, M. Tsatsanis, A. Monk, A. J. Goldsmith, A. F. Molisch, 和 R. Calderbank，“正交时频空调制”，载于*IEEE* 无线通信与网络会议（*WCNC*）论文集，2017 年，第 1–6 页。[6] Q. Deng, Y. Ge, 和 Z. Ding，“OTFS 及其众多变体的统一观点”，*IEEE* 通信综述与教程，优先在线发表，2025 年。[7] R. Bomfin, A. Nimr, M. Chafii, 和 G. Fettweis，“适用于双重色散信道的鲁棒低复杂度沃尔什-哈达玛调制”，*IEEE* 通信快报，第 25 卷，第 3 期，第 897–901 页，2021 年。[8] A. Bemani, N. Ksairi, 和 M. Kountouris，“面向下一代无线通信的仿射频分复用”，*IEEE*《无线通信汇刊》，第 22 卷，第 11 期，第 8214–8229 页，2023 年。[9] Y. Chi, L. Liu, Y. Ge, X. Chen, Y. Li, 和 Z. Zhang，“交织频分复用”，*IEEE* 无线通信快报，第 13 卷，第 7 期，第 1963–1967 页，2024 年。[10] P. Singh, S. Tiwari, 和 R. Budhiraja，“实用脉冲成形MIMO-OTFS系统的低复杂度 LMMSE 接收机设计”，*IEEE*《通信汇刊》，第 70 卷，第 12 期，第 8383–8399 页，2022 年。[11] H. Qu, G. Liu, M. A. Imran, S. Wen, 和 L. Zhang，“MIMO OTFS 系统的高效信道均衡与符号检测”，*IEEE*《无线通信汇刊》，第 21 卷，第 8 期，第 6672–6686 页，2022 年。[12] T. Thaj 和 E. Viterbo，“MIMO-OTFS 的低复杂度线性分集合并检测器”，*IEEE* 无线通信快报，第 11 卷，第 2 期，第 288–292 页，2022 年。[13] H. Yin, X. Wei, Y. Tang, 和 K. Yang，“双选择性信道中存在多普勒间干扰时 MIMO-AFDM 的对角重构信道估计”，*IEEE*《无线通信汇刊》，第 1–1 页，2024 年。[14] B. Lu, G. Yue, 和 X. Wang，“LDPC编码MIMO OFDM系统的性能分析与设计优化”，*IEEE*《信号处理汇刊》，第 52 卷，第 2 期，第 348–361 页，2004 年。[15] A. J. Al-Askery, C. C. Tsimenidis, S. Boussakta, 和 J. A. Chambers，“采用有效矩阵求逆的编码大规模 MIMO-OFDM系统性能分析”，*IEEE*《通信汇刊》，第 65 卷，第 12 期，第 5244–5256 页，2017 年。[16] L. Liu, C. Liang, J. Ma, 和 L. Ping，“ 编码系统中 AMP 的容量最优性”，*IEEE*《信息论汇刊》，第 67 卷，4445，2021 年 7 月，4429，第 – 页。[17] S. Li, J. Yuan, W. Yuan, Z. Wei, B. Bai, 和 D. W. K. Ng，“高移动性信道下编码 OTFS 系统的性能分析”，*IEEE*《无线通信汇刊》，第 20 卷，第 9 期，第 6033–6048 页，2021 年。[18] H. Yin，“双选择性信道中编码 AFDM 系统的误码性能”，*arXiv* 预印本 *arXiv:2311.15595*，2023 年。[19] X. Huang, A. Farhang, 和 R.-R. Chen，“编码 OTFS 与 OFDM 的信道估计和 Turbo 均衡：比较”，*IEEE* 无线通信快报，第 12 卷，第 9 期，第 1613–1617 页，2023 年。

[20] D. N. Liu 和 M. P. Fitz，“用于迭代检测-译码 MIMO OFDM 系统的低复杂度仿射 MMSE 检测器”，IEEE《通信汇刊》，第 56 卷，第 1 期，第 150–158 页，2008 年。[21] G. D. Surabhi 和 A. Chockalingam，“OTFS 调制的低复杂度线性均衡”，IEEE 通信快报，第 24 卷，第 2 期，第 330–334 页，2020 年。[22] A. Bemani, N. Ksairi, 和 M. Kountouris，“双重色散信道中 AFDM 的低复杂度均衡”，载于 IEEE 国际声学、语音与信号处理会议（ICASSP）论文集，2022 年，第 5273–5277 页。[23] Q. Li, J. Yuan, M. Qiu, S. Li, 和 Y. Xie，“正交时频空调制的低复杂度 Turbo SIC-MMSE 检测”，IEEE《通信汇刊》，第 72 卷，第 6 期，第 3169–3183 页，2024 年。[24] P. Raviteja, K. T. Phan, Y. Hong, 和 E. Viterbo，“正交时频空调制的干扰消除与迭代检测”，IEEE《无线通信汇刊》，第 17 卷，第 10 期，第 6501–6515 页，2018 年。[25] Y. Ge, Q. Deng, P. C. Ching, 和 Z. Ding，“采用分数间隔采样方法的 OTFS 接收机设计”，IEEE《无线通信汇刊》，第 20 卷，第 7 期，第 4072–4086 页，2021 年。[26] F. Long, K. Niu, C. Dong, 和 J. Lin，“用于 OTFS 的低复杂度迭代 LMMSE-PIC 均衡器”，载于 IEEE 国际通信会议（ICC）论文集，2019 年，第 1–6 页。[27] J. Ma, L. Liu, X. Yuan, 和 L. Ping，“论编码线性向量系统中的正交 AMP”，IEEE《无线通信汇刊》，第 18 卷，第 12 期，第 5658–5672 页，2019 年。[28] L. Liu, S. Liang, 和 L. Ping，“论 OAMP 的容量最优性：超越独立同分布感知矩阵和高斯信号传输”，IEEE《通信汇刊》，第 72 卷，第 5 期，第 2519–2535 页，2024 年。[29] Y. Chi, L. Liu, G. Song, Y. Li, Y. L. Guan, 和 C. Yuen，“受约束容量最优广义多用户 MIMO：理论与实践框架”，IEEE《通信汇刊》，第 70 卷，8104，2022 年 12 月，8086，第 – 页。[30] Y. Chen, L. Liu, Y. Chi, Y. Li, 和 Z. Zhang，“广义 MIMO 的记忆 AMP：编码原理与信息论最优性”，IEEE《无线通信汇刊》，第 23 卷，第 6 期，第 5769–5785 页，2024 年。[31] S. S. Das 和 R. Prasad，《正交时频空调制：面向 6G 的 OTFS 波形》。River Publishers，2022 年。[32] S. Li, W. Yuan, Z. Wei, 和 J. Yuan，“正交时频空调制的跨域迭代检测”，IEEE《无线通信汇刊》，第 21 卷，第 4 期，第 2227–2242 页，2022 年。[33] J. Shi, Z. Li, J. Hu, Z. Tie, S. Li, W. Liang, 和 Z. Ding，“OTFS赋能的低地球轨道卫星通信：应对严重多普勒效应的有前景方案”，IEEE Network，第 38 卷，第 1 期，第 203–209 页，2024 年。[34] Y. Ge, Q. Deng, P. C. Ching, 和 Z. Ding，“面向异构移动用户上行链路 NOMA 的 OTFS 信号传输”，IEEE《通信汇刊》，第 69 卷，第 5 期，第 3147–3161 页，2021 年。[35] Y. Ge, L. Liu, S. Huang, D. G. G., Y. L. Guan, 和 Z. Ding，“用于高移动性 MIMO-OTFS SCMA 系统的低复杂度记忆 AMP 检测器”，载于 2023 IEEE 国际通信会议研讨会（ICC Workshops），2023 年，第 807–812 页。[36] D. Guo, S. Shamai, 和 S. Verd´u，“高斯信道中的互信息与最小均方误差”，IEEE《信息论汇刊》，第 51 卷，第 4 期，第 1261–1282 页，2005 年。[37] Y. Chi, Z. Peng, L. Liu, Y. Li, Y. Ge, 和 C. Yuen，“用于 MIMO-OTFS 的低复杂度多时隙跨域 MAMP 接收机与编码原理”，载于 IEEE 国际通信会议（ICC）论文集，2025 年，第 1–6 页。[38] S. Loyka，“采用指数相关矩阵的 MIMO 架构信道容量”，IEEE 通信快报，第 5 卷，371，2001 年 9 月，369，第 – 页。[39] G. Turin，“论最优分集接收，II”，IRE 通信系统汇刊，第 10 卷，第 1 期，第 22–31 页，1962 年。[40] C. Martin, J. Winters, 和 N. Sollenberger，“多输入多输出（MIMO）无线信道测量”，载于 IEEE 车辆技术会议（VTC）秋季会议论文集，第 2 卷，2000 年，第 774–779 页。[41] T. Thaj 和 E. Viterbo，“MIMO-OTFS 的低复杂度线性分集合并检测器”，IEEE 无线通信快报，第 11 卷，第 2 期，第 288–292 页，2022 年。[42] L. Liu, S. Huang, 和 B. M. Kurkoski，“记忆 AMP”，IEEE《信息论汇刊》，第 68 卷，第 12 期，第 8015–8039 页，2022 年。[43] R. William 和 L. Shu，《信道码：经典与现代》。剑桥大学出版社，2009 年。[44] J. R. Ebert, J.-F. Chamberland, 和 K. R. Narayanan，“稀疏回归 LDPC 码”，IEEE《信息论汇刊》，第 71 卷，191，2025 年 1 月，167，第 – 页。

[45] T. Richardson、M. Shokrollahi 和 R. Urbanke，《容量逼近型不规则低密度奇偶校验码的设计》，*IEEE*《信息论汇刊》，第 47 卷第 2 期，第 619–637 页，2001。