光子时间幻象

G. Ptitcyn[1],* D. M. Sol´ıs[2],† M. S. Mirmoosa[3],‡ 和 N. Engheta[1§]

[1] *Department of Electrical and Systems Engineering,*

University of Pennsylvania, Philadelphia, PA 19104, USA

[2] *Departamento de Teoría de la Señal y Comunicaciones, University of Vigo, 36301 Vigo, Spain*
[3] *Center for Photonics Sciences, University of Eastern Finland, P.O. Box 111, FI-80101 Joensuu, Finland*

arXiv:2601.04466v1 [physics.optics] 8 Jan 2026

具有非寻常光学性质的材料是实现光的高级控制的核心。然而，在自然界中，这类材料可能极为稀少，而且往往难以获得。为克服这一限制，我们在此提出时间幻象的概念：一种时间动态框架，通过精心设计的有效参数时间变化，产生原则上类似于任意时不变结构的响应。我们从理论上证明，在空间和时间上适当调制常规电介质的介电常数，可以复现奇异材料相关的光学行为。此外，我们揭示，除了稳态效应之外，时间幻象还能够控制瞬态响应，例如有效降低高品质因数谐振器的时间常数，从而实现更快的能量积累。此外，通过引入调制与激励之间的失谐，我们表明该框架还能解锁更多功能。因此，时间幻象范式拓展了时空变化系统的能力，为按需合成材料响应提供了有力途径，并为光学和波物理学开辟了新的理论与实验方向。

一、引言

近年来，时变系统在光学领域日益受到关注（例如，参见文献 [1–7]），这既得益于概念上的突破，也得益于实验方面的进展 [5–7]。从理论角度来看，将时间变化（绝热或超快）有意引入由宏观参数描述的材料中，而这些参数还可能呈现空间非均匀性，由此引入了一个新的自由度 [8]。利用这一自由度，可以重塑光与物质在经典 [9–11] 和量子机制 [12–16], 下的相互作用，从而实现前所未有的

* grigoriiptitcyn@gmail.com

† dmartinezsolis@com.uvigo.es

‡ m.s.mirmoosa@outlook.com§
engheta@seas.upenn.edu

控制波动力学和设计光的量子态的策略。关于各种光学平台的研究正迅速扩展——包括时间局域和非局域的各向同性、各向异性及双各向异性介质 [17] ，以及超表面——已揭示出一系列现象 [18–28], ，涵盖光子的人工磁场 [29] 、光学诱导的负折射 [30] 、频率转换 [31], 、放大 [32, 33],、多普勒频移 [34, 35],、菲涅耳拖曳 [36], 、伪装 [37, 38], 和非互易性 [39–44], 等诸多现象。

鉴于时间调制能够定制光与物质相互作用，一种引人深思的问题或许会浮现。据我们所知，这个问题尚未有人提出过，即：“时间调制能否为克服光与物质相互作用中的一项挑战提供途径：缺乏具有极端或高度非常规参数的理想时不变材料（例如，在高频下折射率极大的材料）？”为探究这一可能性，可以借鉴电路理论中的类比：几十年来，研究时间变化的无功元件一直是该领域的核心主题之一（例如，参见文献 [45–51]）。值得注意的是，已有研究表明，以激励频率两倍的频率振荡的电容，能够有效模拟电容与正电阻或负电阻并联时的静态等效电路（这意味着系统会根据电阻的正负而呈现耗散或放大特性） [52, 第10章，第 410]页。基于这一思路，近期研究进一步证明，通过恰当设计时间调制轮廓，时变电抗元件能够复现广泛的有效响应——包括耗散、放大、无功，乃至非福斯特行为 [53]。受到电路理论这些发现的启发，人们不禁想到光学中的一种引人注目的可能性：随时间调制有效材料参数，或许能够模拟时不变光学材料的特性，尤其是那些在自然界中难以找到的材料。

本文确立了这样一点：对于一种具有电响应的介质，若其介电常数按照特定的分布同时随空间和时间变化，则它可以呈现出与任意指定的线性时不变介质类似的散射行为。我们将这种在时空调制下复现响应的效应称为光子时间幻象。为凸显其潜力和影响，我们将这一理论框架应用于一维波传播中的三类材料：(i) 高折射率材料、(ii) 具有纯虚折射率的材料，以及 (iii) 近零折射率（NZI）材料。相应地，我们讨论了时间幻象的基本机制及其显著特征，并表明，由于这些系统具有内在的有源特性，该效应具有很强的可调性，能够实现动态控制并增强功能。

本文结构如下：首先，我们介绍理论框架；然后，运用该框架分析上述三个代表性示例；最后，总结主要结论并讨论

未来研究的可能方向。全文中，时间谐波振荡表示为 $\exp(j\omega t)$。

II. 理论框架

光子时间幻象的实现可以在麦克斯韦方程组框架内严格确立。根据麦克斯韦-安培定律，在无源区域中，磁场的旋度对应于电通量密度对时间的导数：$\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}\ t) = \partial_t \mathbf{D}(\mathbf{r}\ t)$。忽略时间非局域性（即假设不存在色散），并且仅考虑各向同性线性电响应时，电通量密度由本构关系给出：$\mathbf{D}(\mathbf{r}\ t) = \epsilon_0 \epsilon(\mathbf{r}\ t)\mathbf{E}(\mathbf{r}\ t)$，其中 ϵ_0 和 ϵ 分别表示真空介电常数和相对介电常数，E 表示电场。该关系可直接代入麦克斯韦-安培定律。在静态（即时间不变）介质中 [即 $\epsilon(\mathbf{r}\ t) \equiv \epsilon(\mathbf{r})$，见图 1(a)], 介电常数可从时间导数中提出，位移电流便简化为熟悉的形式 $\partial_t \mathbf{D}(\mathbf{r}\ t) = \epsilon_0 \epsilon(\mathbf{r}) \partial_t \mathbf{E}(\mathbf{r}\ t)$。相比之下，在非静态（即随时间变化）介质中 [即 $\epsilon(\mathbf{r}\ t)$显式地随时间变化，见图 1(b)=], 介电常数本身的时间导数会产生一个额外项：$\partial_t \mathbf{D}(\mathbf{r}\ t) = \epsilon_0 \Big[\epsilon(\mathbf{r}\ t)\partial_t \mathbf{E}(\mathbf{r}\ t) + \mathbf{E}(\mathbf{r}\ t)\partial_t \epsilon(\mathbf{r}\ t)\Big]$。这一差异导致了两种迥然不同的介质存在，然而它们能够产生相同的电磁场。具体而言，若用下标“1”表示静态介质，用“2”表示非静态介质，并要求 $\mathbf{E}_1 = \mathbf{E}_2$, ，则相应的位移电流必须满足 $\partial_t \mathbf{D}_1 = \partial_t \mathbf{D}_2$, ，尽管允许两者的通量密度不同，即 $\mathbf{D}_1 \neq \mathbf{D}_2$。

因此，对于在相对介电常数为 ϵ_1 的时不变介质中传播的光，原则上可以构造一个随空间和时间变化的对角相对介电常数张量 $\epsilon_2(\mathbf{r}\ t)$，使其在整个空间和时间范围内，重现与预期在具有 ϵ_1 的时不变介质中完全相同的电磁场 $\mathbf{E}_1(\mathbf{r}\ t)$ 和 $\mathbf{H}_1(\mathbf{r}\ t)$。经过直接的代数运算，可得到所需的时空相对介电常数分布，其张量分量为

$$\epsilon_{2,ll}(\mathbf{r},t) = \epsilon_1 + \frac{Q_l(\mathbf{r})}{E_{1,l}(\mathbf{r},t)}, \tag{1}$$

其中，下标 l 表示所选基底中的相应矢量分量。在式 (1) 中，$\mathbf{Q}$ 是一个静态矢量，单位为伏特每米（$\mathrm{V\,m}$），其空间分布可以“任意”变化（稍后我们将对此作出说明）。介电常数随时空变化的项会诱导出一个额外的极化矢量，其 l 分量为 $\epsilon_0 Q_l {}^{E_2,E_1}{}_{l}^{l}$,。因此，一般而言，这个额外的极化也随时间变化，因为它与比值 ${}^{E_2,E_1}{}_{l}^{l}$,成正比，比例因子 $\epsilon_0 Q_l$ 不随时间变化。然而，当 $\mathbf{E}_1 = \mathbf{E}_2$, 时，这个因子便成为真正的额外极化，并对实际的位移作出贡献

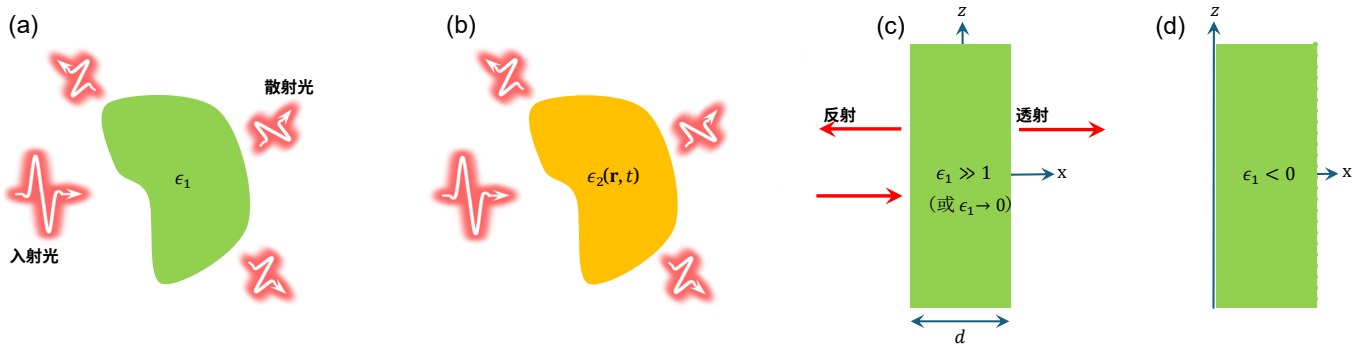

图 1：**光子时间幻象的概念**。(a) 介电常数为

ϵ_1，它受到电磁波的照射。(b) 通过一个在时空中适当调制介电常数的物体，可以重现 (a) 中的电磁响应。为避免所需相对介电常数出现奇点，需要添加一个直流电场。(c) 和 (d) 为第三节所研究的三个示例的一维情形示意图。

电场为 $\mathbf{D}_2(\mathbf{r}\ t) = \epsilon_0\epsilon_1(\mathbf{r})\mathbf{E}_1(\mathbf{r}\ t) + \epsilon_0\mathbf{Q}(\mathbf{r}) = \mathbf{D}_1(\mathbf{r}\ t) + \epsilon_0\mathbf{Q}(\mathbf{r})$ 的线性时不变物体，然而，正如最初所要求的，它对位移电流没有影响。这正是我们提出的时间幻象概念的核心。

需要详细讨论方程 (1) 的三个关键方面。首先，分母中出现电场分量意味着，若这些分量过零，$\epsilon_2(\mathbf{r}\ t)$ 将发散至无穷大，使实际实现基本上不可能。可以通过向电场引入一个随时间恒定的偏置来缓解这一困难，$\mathbf{E}_{DC}$，其中每个 l 分量的振幅都大于对应的交流峰值振幅，从而确保方程 (1) 中的分母始终不为零。这一要求可视为实现预期效果所需付出的代价，例如能量方面的代价。（值得注意的是，在本文后文中，由于所研究问题的特定几何结构及其带来的简化，假设该直流电场是均匀的。然而，一般而言，对于更复杂的几何结构和问题，它可以在空间上非均匀但在时间上静态，因此必须满足旋度为零：$\nabla \times \mathbf{E}_{DC}(\mathbf{r}) = \mathbf{0}$。请注意，与此相反，$\mathbf{Q}(\mathbf{r})$ 不必是无旋的。显然，按照边界条件的规定——包括法向 $\mathbf{D}$ 的连续性——周围的时不变区域中也需要存在某种形式的静电场分布，时间幻象现象才能发生。）其次，相对介电常数 $\epsilon_2(\mathbf{r}\ t)$ 通常大于 1 更容易实现。通过审慎选择比值 $Q/(E_{DC} \pm E_{AC})$ 相对于 ϵ_1（其中 E_{AC} 指交流振幅），即可满足这一条件。

第三，静态介质 ch　　其特征在于 ϵ_1 以及具有相对介电常数 $\epsilon_2(\mathbf{r}\ t)$ 的时空变化介质

只要调制函数始终完全跟随瞬时电场（换言之，$\mathbf{E}_1 = \mathbf{E}_2 \equiv \mathbf{E}$），就会“始终”产生相同的响应。这一条件意味着，调制系统必须集成专用的反馈机制，持续探测电场并同时生成相应的调制 $\epsilon_2(\mathbf{r}\ t)$。因此，我们将这类调制称为“瞬时反馈”方案。尽管以当前技术来看，这种方案如今可能并不实用，但这种机制尤其理想，因为从原理上讲，它能够完美地幻象出具有 ϵ_1 的介质。然而，在连续波激励（例如，时间谐波源）下，瞬态响应通常无关紧要，人们只关注长期平衡行为。因此，从这一角度来看，与其依赖瞬时反馈，不如根据所需场的稳态（平衡）解，在式（1）中构造 $\epsilon_2(\mathbf{r}\ t)$（当瞬态振荡消失后，经过有限的稳定时间间隔，该解会与瞬时解重合）。在本文中，我们将这一替代策略称为“稳态”调制方法。与瞬时反馈方案不同，稳态方法不涉及任何主动反馈；相反，调制系统必须预先编程目标场分布的信息。还应注意，从外部观察者的角度来看，在稳态调制的初始瞬态阶段，直到达到稳态之前，幻象并不完美。

接下来，我们将通过三个例子展示光子时间幻象的全部潜力，用于一维波传播：(i) 具有 $\epsilon_1 \gg 1$ 的电介质平板，(ii) 具有 $\epsilon_1 < 0$ 的半空间，以及 (iii) 具有 $0 < \epsilon_1 < 1$ 的近零介电常数介质平板。这些例子对应的结构如图 1(c) 和 (d) 所示。

III. 结果

A. 具有 $\epsilon_1 \gg 1$ 的任意高折射率材料的幻象

在高频下，介电常数较大的材料可能不易获得，但仍然令人向往。本小节将说明如何创造具有任意高相对介电常数 $\epsilon_1 \gg 1$ 的电介质平板幻象。为简化起见，本文余下部分的分析仅限于频率为 ω_0、沿 x 轴传播并正入射到平板上的一维（1D）均匀平面波（在数值仿真中，我们任意选取 $\lambda = 1\mathrm{m}$）。

如前所述，两种类型　　可采用种调制机制：瞬时反馈和稳态

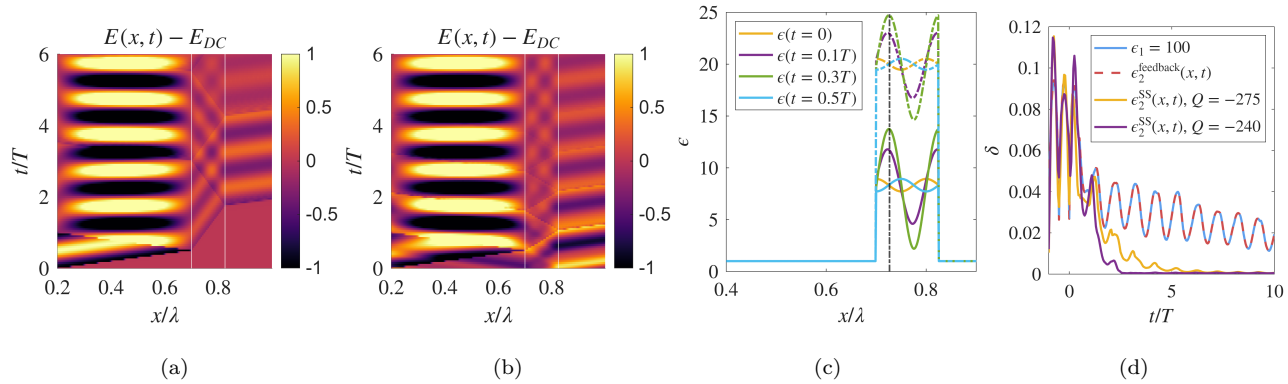

图 2: **具有任意高的一维平板的时间幻象** 。（a）空间中的电场

对于介电常数恒定为 $\epsilon_1 = 100$、厚度为 $d = \lambda/8$ 的平板，空间和时间均偏移 $E_{DC} = 3\,^{\mathrm{V}}{}_{\mathrm{m}}$。（此面板对应精确理论结果和瞬时反馈调制两种情况。）(b) 与 (a) 中几何结构相同，但采用稳态调制时，电场在空间和时间上均偏移 $E_{DC} = 3\,^{\mathrm{V}}{}_{\mathrm{m}}$；稳态下，介电常数随空间和时间按照 $\epsilon_2(x,t)$ 变化，因此瞬态响应结束后会产生$\epsilon_1 = 100$ 的幻象（$Q = -240\,_{\mathrm{V\,m}}$）。(c) 平板介电常数的时空变化 $\epsilon_2(x,t)$，对应恒定的 $Q = -275\,_{\mathrm{V\,m}}$ 和 $Q = -240\,_{\mathrm{V\,m}}$。(d) 比较四种情况下收敛至稳态的速率：恒定的 $\epsilon_1 = 100$、瞬时反馈调制方案中的时空变化 $\epsilon_2(x,t)$，以及采用不同常数 Q 的稳态调制 $\epsilon_2(x,t)$。

稳态，具体取决于可用时空变化介质的灵活性。接下来，我们重点介绍这两种方法之间的差异，并讨论各自的独特优势。图 2(a) 展示了时不变平板情形下电场随空间和时间的变化。瞬时调制方案确保场在所有时刻都与时不变情形相匹配。因此，图 2(a) 中的场与瞬时调制情形下得到的场完全相同。图 2(b) 展示了采用稳态调制方案的时空变化介电常数平板中的电场（推导过程见补充信息）。图 2(c) 展示了两个具有代表性的常数参数取值下介电常数 $\epsilon_2(x,\ t)$ 的时空调制，分别为 $Q = -240\,_{\mathrm{V\,m}}$ 和 $Q = -275\,_{\mathrm{V\,m}}$。最后，图 2(d) 展示了稳态下解析得到的场与仿真得到的场之间的差异随时间的变化。为了以数学上自洽的方式定量评估这种差异，我们使用欧几里得范数定义

以下时变相对误差度量

$$\delta(t)=\frac{\sqrt{\int_0^L\left[E(x,t)-E_{\mathrm{SS}}(x,t)\right]^2\mathrm{d}x}}{\sqrt{\int_0^L E_{\mathrm{SS}}^2(x,t)\mathrm{d}x}}, \tag{2}$$

其中 L 为仿真区域的长度（在本例中为 $L=1.15\lambda$ ）， $E(x,\ t)$ 表示数值计算得到的电场， $E_{\mathrm{SS}}(x,\ t)$ 表示稳态解析解。值得一提的是，积分是在整个仿真区域内进行的，包括平板内外的区域。图 2(d) 揭示了不同调制方案的两个关键方面：（1）对于时不变平板情形（其中 $\epsilon_1=100$）和瞬时反馈调制方案，误差曲线完全相同，这意味着如前所述，这两种情形下的场在任意时刻都相同；（2）稳态调制方案的误差更早收敛至零（参见图 2(b) 中的透射）。对于时不变平板和瞬时反馈情形，收敛由 ϵ_1 决定，而它决定了平板的品质因数。对于稳态调制，误差收敛至零的快慢取决于调制函数 $\epsilon_2(\mathbf{r}\ t)$ 的时空平均值，该值可以通过选择不同的 $Q(\mathbf{r})$ 进行调控（见图 2(c)）。在图 2(c) 中， $Q(\mathbf{r})=-275\,^{\mathrm{V}}\,\mathrm{m}$ 使 $\epsilon_2(\mathbf{r}\ t)$ 尽可能小，同时保持其大于 1；而对于 $Q(\mathbf{r})=-240\,^{\mathrm{V}}\,\mathrm{m}$， $\epsilon_2(\mathbf{r}\ t)$ 的时空平均值更大，因此收敛时间更长。这揭示了任意高正介电常数幻象的一项有趣优势：可以调控系统收敛至稳态的速率，这对于高品质因数谐振器具有潜在应用价值。采用传统方法时，无法“快速”向谐振器注入大量能量，因为达到稳态所需的时间取决于品质因数。时间幻象或可为解决这一问题提供途径。

Homogeneous solutions in a DC-biased space-time modulated bulk

为了进一步深入了解我们提出的调制机制，尤其是稳态方法，假设我们的介电函数为

$$\epsilon_2(x,t)=\epsilon_1+\frac{Q}{E_{DC}+E_{AC}\cos\left(\Omega t-Kx\right)}, \tag{3}$$

其中 $\Omega=kc/\sqrt{\epsilon_1}$，也就是说，该介质受到沿正 x 方向以我们试图模拟的介质中的光速传播的平面波调制。显然，此类函数的时空变化项的傅里叶谱会随着调制强度 E_{AC}/E_{DC} 的增加而逐渐扩展，而相对于ϵ_1-1的比值 Q/E_{DC} 大致表示时空调制诱导的极化密度所占的比例。根据 x 和 t 平移

不变性，变换后的函数通常可以展开为离散双重求和

$$\tilde{\epsilon}_2(k,\omega) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{\epsilon}_{m,n} \delta(\omega - m\Omega)\delta(k - nK), \tag{4}$$

具有复系数 $\tilde{\epsilon}_{m,\ n}$。然而，在公式 3 所描述的前向传播波中，允许的动量和频率跃迁通过一一对应关系耦合，数学上可表示为，

$$\tilde{\epsilon}_2(k,\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{\epsilon}_n \delta(\omega - n\Omega)\delta(k + nK). \tag{5}$$

因此，我们采用更简洁的形式来表述布洛赫定理 [54]

$$E_2(x,t) = e^{j(\omega t - kx)} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{E}_n e^{jn(\Omega t - Kx)}. \tag{6}$$

对 $H(x,t)$作类似的展开，并将其与方程 5、6 一同代入两个无源旋度方程 [55], ，即可描述特征值问题，并得到图 3(a)、(b) 所示的色散图（颜色条标示了相关本征模中占主导地位的时空谐波阶数）。图 (a) 表示图 2(c) 中两组参数之一，即 $Q = -275\,\mathrm{V\,m}$ 和 $E_{DC} = 3\mathrm{V\,m}$，此处取 $E_{AC} = 0.2\mathrm{V\,m}$。此选择使 ϵ_2的范围为 (1.79, 14.06)。保持相同的直流偏置，取 $Q = -151.4851\,\mathrm{V\,m}$ 和 $E_{AC} = 0.0297^{\,\mathrm{V}}\,\mathrm{m}$（图 (b)），则 ϵ_2 在 49 与 50 之间振荡。先看图 (a)，可以看到两条色散带在光锥上的离散点处合并；当 $\omega/\Omega = k/K$ 为整数时，这些点满足 $c/\sqrt{\epsilon_1}$ （黑色实线）。若取以下极限对 $\{\omega, k\} \to \overline{\{0^+, 0^-\}}$ 和 $\{\omega, \overline{k}\} \to \{0^+, 0^+\}$，并表示对应联合本征模 $\{E, H\}_p$的谐波内容，则图 3(b) 中的实线和实心标记分别对应这些结果（两者均标记为主导“阶数 0”）。对于电场，蓝色实线（$k \to 0^-$）与实心圆（$k \to 0^+$）完全重合，且在 E_{AC}/E_{DC} 比值相同的情况下，二者均准确描述方程 3 中的分母。因此，这个合并点就是变换域对应物：令 $E_2(x,t)/E_1(x,t) = 1$。值得注意的是，这两个模式的磁场（红色实线（$k \to 0^-$）和实心圆（$k \to 0^+$））在 ± 1阶谐波上也完全相同，但静磁分量的符号相反，从而验证了我们最初的假设：毫不意外， $E_1(x,t)$确实是一个波解，它存在于一个介质中，而该介质的分母含有与方程 1 中完全相同的 $E_1(x,t)$调制；这一点无需直流磁场即可实现。考察在 $\omega/\Omega = k/K = 1$ 处合并的本征模对（虚线和空心标记，标记为主导“阶数 -1”），可以观察到相同的行为，只是 E_n 和 H_n 的谐波指标 ˜ ˜现在均偏移了 -1，以便通过布洛赫展开再现之前相同的场。当然，与这幅倾斜带隙图一致，在这种介质中找不到单频（有无直流偏置均可）的反向波作为本征解：这清楚地表明，调制前向波导致了洛伦兹互易性破缺

除图 (c) 沿光锥的各个副本之外，任何其他本征模都必然具有某种形式的“无序”谐波内容，这是方程 1 中生成的互调产物所决定的。

图（b）中介质的总体行为，在 ϵ_2 处于区间 (49，50) 时，本质上相同。不过有两点不同。(i) 相较于其平均值 $\langle\epsilon\rangle$，现在介电函数有小幅变化，这解释了为什么图示近似由直线构成，呈现无色散的特征：所有这些直线的斜率均为$\pm c/\sqrt{\langle\epsilon\rangle}$ （黑色虚线）。(ii) 现在这个平均值 $\langle\epsilon\rangle$比图（a）中更接近 ϵ_1 ，使图示沿介质中垂直于光锥的方向受到压缩：可以设想极限情形，即 ϵ_2 处于区间 $(\epsilon_1-\Delta,\ \epsilon_1)$，且 Δ 为无穷小；所有这些压缩后的直线都合并为一条直线，对应于ϵ_1的平凡色散。尽管如此，如果我们将光锥之外任一看似交叉的位置（离散集合 $\omega/\Omega = k/K = n$，其中 n 为整数）充分放大，例如图（ d ）插图中的黑色圆圈处，就会发现那里实际上存在带隙：此时两个模式不再发生合并，而各自本征模的主导谐波阶数不同（本例中分别为 0 和 1，而图（c）中则是两者均为 0 或均为 1），这也暗示了这一点。因此，直线与标记之间也不存在重叠，无法重构 $E_1(x,\ t)$。

B. 具有 $\epsilon_1 < 0$ 的纯虚折射率材料幻象

在本小节中，我们展示一种具有负介电常数的介质幻象。若假设该负介电常数无色散，即属于非福斯特类型，则此处无法使用反馈调制方案，因为具有无色散负介电常数的介质实质上违反了福斯特电抗定理 [56]，这意味着它应当是一种有源介质，因为它会使场随时间呈指数增长。因此，为避免这种情况，我们考虑一种具有德鲁德色散的无源介质。具体而言，我们考虑一个半空间（而非有限厚度薄板），其介电常数由德鲁德色散给出，$\epsilon_1(\omega) = 1-\omega_{\mathrm{p}}^2/\omega^2$。我们选择等离子体频率 ω_{p} 大于激励频率 ω_0，使得 $\epsilon_1 = -3$。由于介电常数为负，半空间中的波数变为纯虚数，导致波在德鲁德材料中呈指数衰减。此外，由于波阻抗也为纯虚数，该衰减场不会传输有功时间平均功率，因为时间平均坡印廷矢量为零。因此，所有入射功率都会在界面处被完全反射。根据这些散射信息，可以推导出 $\epsilon_2(x,\ t)$ 所需的时空变化介电常数，该介电常数始终为正。（推导过程见补充材料）。

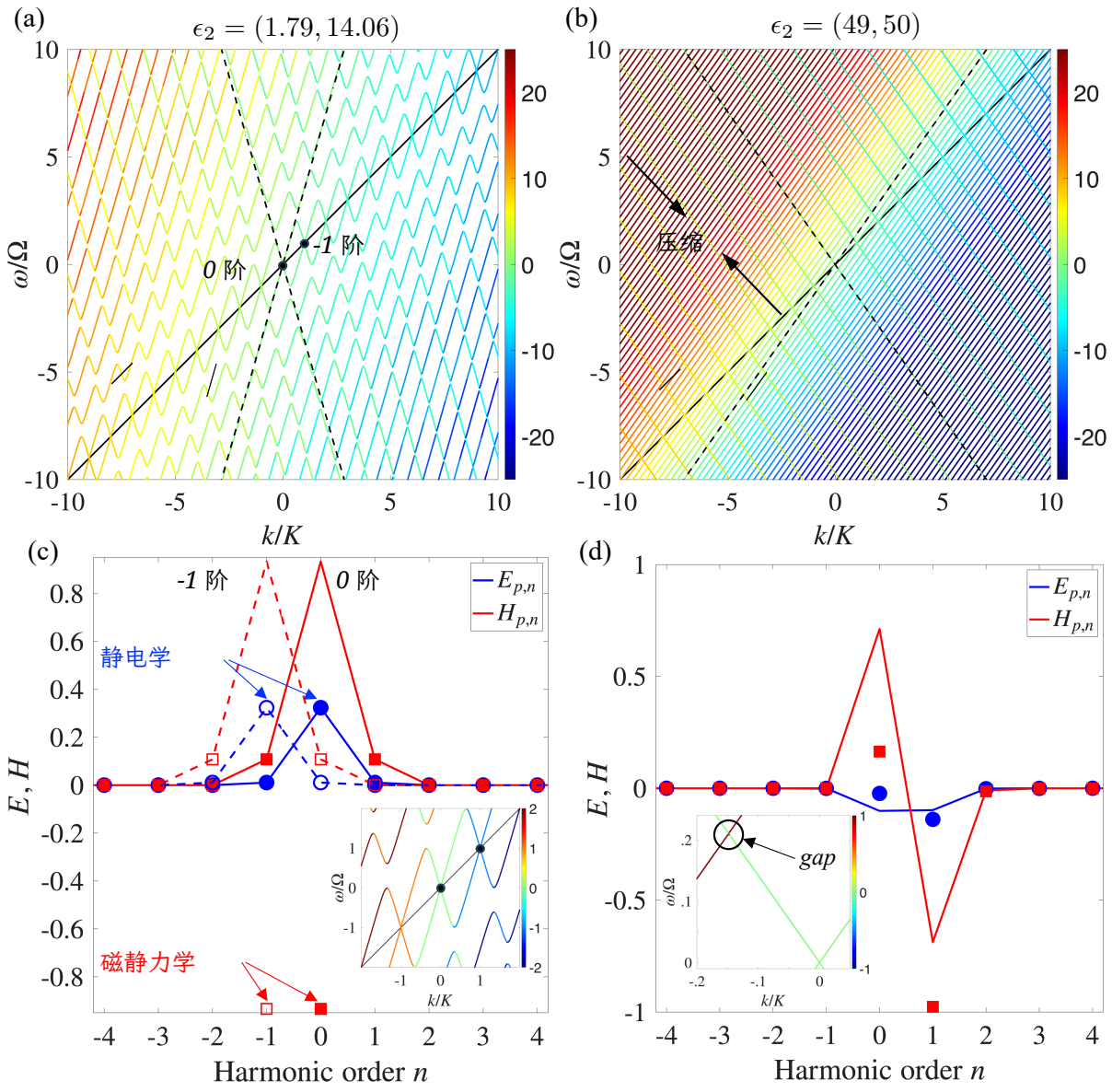

图3：**所提出的时空调制材料的带隙结构**。(a)、(b) 两组不同参数对应的色散带：$Q = -275_{\mathrm{V\,m}}$、$E_{AC} = 0.2\,\mathrm{V\,m}$ 和 $Q = -151.4851_{\mathrm{V\,m}}$、$E_{AC} = 0.0297\,\mathrm{V\,m}$。两种情况下，$\epsilon_1 = 100$ 和 $E_{DC} = 3\,\mathrm{V\,m}$。颜色条表示相应特征向量的主导谐波阶数。(c)、(d) 分别为 (a) 中合并特征模和 (b) 中带隙模对应的电、磁特征场的布洛赫展开系数（纯实数）。

图4(a)展示了当 $Q(\mathbf{r}) = -270^{\mathrm{V\ m}}$ 为常数时半空间的时空变化介电常数。图4(b)展示了相应的电场。可以看出，在 $1T$之后，电场在介质内部衰减；但有一个初始瞬态扰动例外，它会向半空间内传播，这种扰动可以

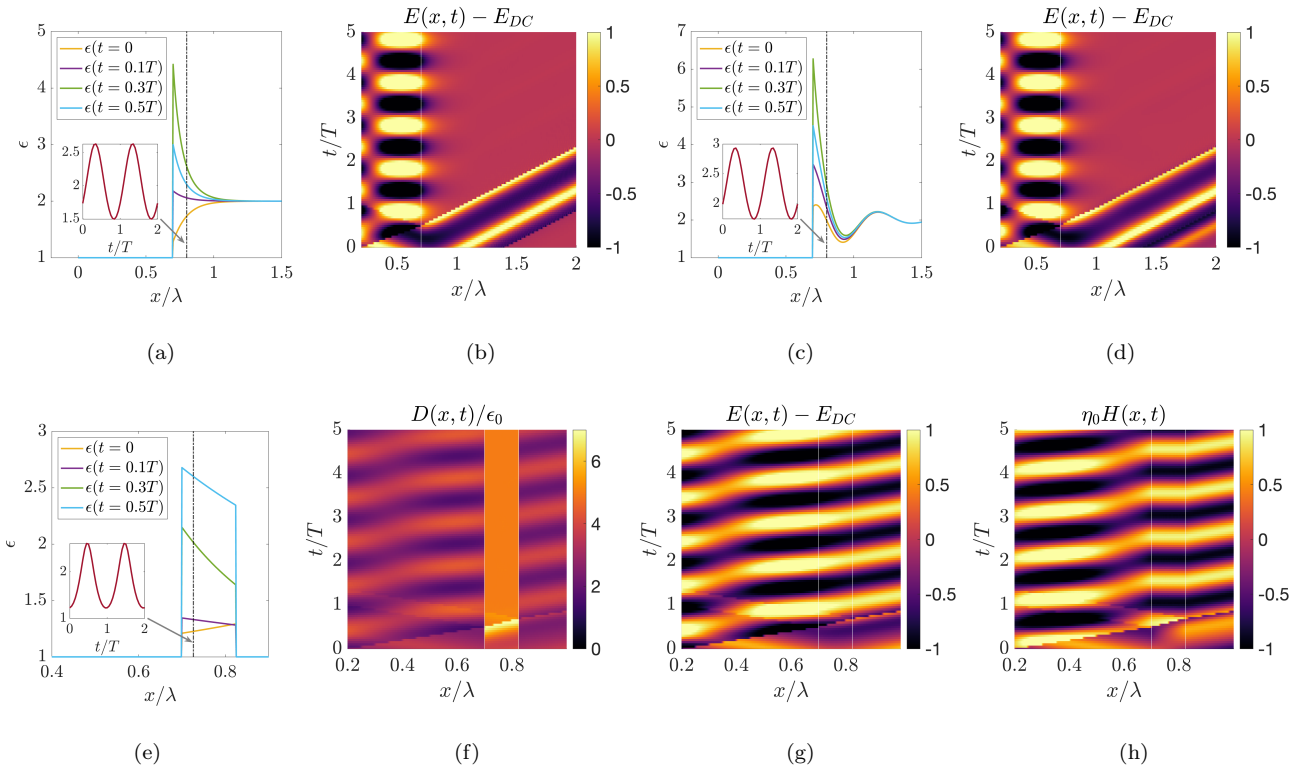

图4： **负介电常数介质和近零介电常数介质中的时间幻象**。（a）时空变化的半空间的介电常数，$\epsilon_2(x,\ t)$，在$Q(\mathbf{r}) = -270\,\mathrm{V\,m}$为常数时，会在 $\epsilon_1 = -3$ （Drude介质中）产生幻象。（b）对应于（a）中情况并平移 $E_{DC} = 3\,\mathrm{V\,m}$后的时空电场。（c）和（d）分别与（a）和（b）相同，但此时 $Q(\mathbf{r}) = Q_0 + \frac{Q_0}{4}\exp\left(-\frac{\alpha}{3}\frac{\omega_0}{c}x\right)\cos\left(2\frac{\omega_0}{c}x\right)$，其中$Q_0 = -270\,\mathrm{V\,m}$。（e）时空变化的 $\epsilon_2(x,\ t)$，当 $Q(\mathbf{r}) = 5\,\mathrm{V\ m}$ 为常数时，会产生由ENZ$\epsilon_1 = 10^{-5}$ 介质制成的平板（厚度为 $d = \lambda/8$）的幻象。（f）、（g）和（h）分别为归一化电通量密度、平移 $E_{DC} = 3\,\mathrm{V\ m}$ 后的电场和归一化磁场的时空分布。所有情况下电场的交变部分 $E_{AC} = 1\,\mathrm{V\ m}$。

可归因于直流电场存在时，介电常数随时间变化所导致的平板辐射。一旦入射波到达半空间边界，便会抵消这种辐射，使介质内部随时间变化的总电场呈指数衰减。

如上所述，参数 Q 可以任意选取，以满足 $\epsilon_2(\mathbf{r}\ t)$ 的条件，从而控制过渡期。然而， $Q(\mathbf{r})$ 还有一个有趣的特点：它不一定需要在空间上均匀；它可以定义为空间上的任意函数，但在时间上保持不变，从而能够设计 $\epsilon_2(\mathbf{r}\ t)$ 的空间调制。图4(c)展示了一种调制轮廓，它产生了

$\epsilon_1 = -3$ 的幻象，这是通过选取 $Q(\mathbf{r}) = Q_0 + \frac{Q_0}{4}\exp\left(-\frac{\alpha}{3}\frac{\omega_0}{c}x\right)\cos\left(2\frac{\omega_0}{c}x\right)$ 得到的，其中 $Q_0 = -270\,\mathrm{V\,m}$。图4(d)展示了相应的电场在时空中的动力学。可以观察到，在瞬态期（$1T$）之后，两种情况下电场确实都会以指数形式衰减进入半空间；不过，瞬态期略有不同。

C. 具有 $\epsilon_1 \approx 0$ 的近零折射率材料幻象

时间幻象的概念可用于在任意频率下实现近零介电常数介质。介电常数小于1的无色散介质本质上属于非福斯特介质，因为其相应的极化率为负。因此，与负介电常数的情况类似，对于近零介电常数介质的幻象，无法应用瞬时反馈调制方案。然而，可以采用稳态调制，因为稳态解能够按照上述针对具有任意大 ϵ_1 的平板所述的相同步骤进行解析计算（参见补充信息）。

在本小节中，我们考虑由相对介电常数为正且接近于零的材料制成的平板，例如，在给定频率下为 $\epsilon_1 = 10^{-5}$。图4(e)给出了调制函数 $\epsilon_2(x,t)$，该函数在任意时刻都随 x 变化。相应的仿真结果如图4(f)、(g)和(h)所示。具体而言，图4(f)显示了归一化电通量密度 $[\mathbf{D}(x,t)/\epsilon_0]$，而图4(g)和(h)分别描绘了平移 E_{DC} 后的电场以及缩放 η_0 后的磁场。

在实际的近零介电常数介质中，电通量密度$\mathbf{D}$ 接近于零，因为介电常数接近于零。在我们的情况中，这一量（$\mathbf{D}$）并不为零，实际上在整个平板上保持恒定。这是由直流电场的存在所致。值得注意的是，$\mathbf{D}$中不存在随时间变化的部分，其原因与实际近零介电常数介质中的机制完全不同：在我们的情况中，空间线性变化的电场$\mathbf{E}(x,t)$与 $\epsilon_2(x,t)$的组合抵消了$\mathbf{D}$随时间变化的分量。具体而言，在任一给定时刻，其中一个随 x 线性增大，另一个则随 x线性减小，因此二者在空间各点相乘后会得到一个恒定值。由于电场在空间中线性变化，根据法拉第定律，磁场的时间导数在整个平板上均匀分布，这与近零介电常数介质的特性一致，因此磁通密度仅随时间变化。

正如我们迄今所观察到的，在给定频率下，只要所研究的时变系统按照我们上文讨论的表达式进行调制，时间幻象就能够复现时不变一维结构的宏观响应。这一要求凸显了一个与失谐概念密切相关的显著特征，

我们将在下文对此进行详细阐述。

D. 引入调制与激励之间的失谐

时间幻象的概念要求调制与激励之间实现完美同步。对于瞬时反馈调制方案，理想同步是既定的，而失谐则意味着向调制引入时间延迟。尽管这是可能的，但本文不作讨论，因为稳态调制情形是我们这里工作的核心。

对于稳态调制方案，调制函数是预先计算好的，而失谐则通过相位和振幅不匹配来引入。自然，同一结构在失谐情况下会产生不同的响应。为简化起见，本节中调制函数保持不变，而入射信号的相对振幅（记为“scale”）和相位（记为 ϕ）则有所变化。此处进一步探讨前一节所示的两种情况：时空变化平板在同步情况下会产生 $\epsilon_1 = 100$ 的幻象；时空变化半空间则会模拟负 $\epsilon_1 = -3$。此外，假设 $Q(\mathbf{r})$ 在空间上均匀，这些情况下的调制函数见图 2(c) 和图 4(a)。图 5(a) 和 (b) 展示了激励频率 ω_0 下的反射系数和透射系数。计算 $|\Gamma|$ 和 $|T|$ 时，取经过足够长时间后的电场，即稳态电场。可以看出，这些系数能够在很大范围内进行调控，从而分别实现放大或衰减。

图 5(c) 显示了半空间问题的反射系数，图 5(d) 显示了时空变化介质深处（1λ）的坡印廷矢量。可以看出，在同步情况下（$scale = 1$ 和 $\phi = 0$），激励频率（ω_0）处的反射系数 $|\Gamma| = 1$ 和坡印廷矢量 S_{ω_0} 均等于 0，这表明所有入射能量都被反射，且没有功率流进入介质。然而，打破同步则可以控制反射系数和功率流。

有趣的是，时间幻象的概念涉及以激励频率 (ω_0) 进行时间调制，这不可避免地会激励高阶谐波，即 $n\omega_2$，其中 n是任意整数。然而，在同步情况下，经过过渡时间后，场的频谱成分几乎完全由主谐波 (ω_0) 构成。而当同步被打破时，我们将得到高阶弗洛凯谐波。

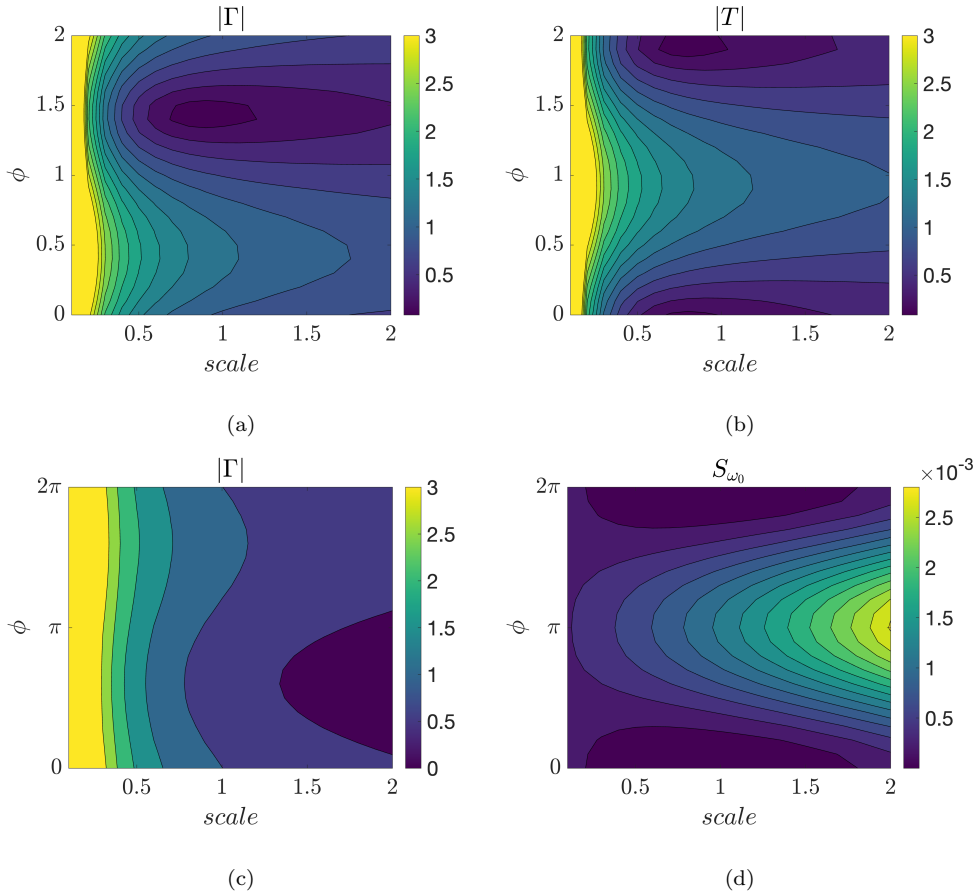

图 5：**激励与稳态调制之间的失谐**。当尺度和 ϕ 发生变化时，在（a）和（b）中分别给出了产生 $\epsilon_1 = 100$ 幻象的时空变化平板的反射系数和透射系数的幅值。（c）和（d）为时空变化半空间，在同步情况下产生 $\epsilon_1 = -3$的幻象。（c）显示反射系数的幅值，（d）显示当激励的尺度和相位 ϕ 发生失谐时，时空变化介质内距离 λ 处的时间平均坡印廷矢量。

IV. 总结

在这项工作中，我们提出了光子时间幻象的概念，它能够模拟具有任意介电常数的时不变结构的响应。具体而言，我们展示了如何制造具有任意正介电常数的平板、具有近零折射率的平板，以及具有德鲁德色散和任意负介电常数的半空间的幻象。我们讨论了时间幻象的优势，并指出可以控制系统收敛至稳态所需的时间，这在高品质因数腔体中具有潜在用途。我们还讨论了调制介电常数与

入射信号。我们还使用定制的有限差分时域法代码进行了全波仿真，证实了我们的发现。未来，时间幻象概念的发展可以沿着多种路径展开，包括将这一理念应用于声学、热辐射以及其他任何基于波的物理系统。此外，我们设想将时间幻象拓展至二维和三维问题，从而能够模拟包括等离激元共振、表面等离激元极化激元等在内的各种物理现象。

致谢

G.P. 感谢乌拉·图奥米宁基金会的支持。M.S.M. 谨此感谢芬兰研究理事会的支持（资助编号：336119）。D.M.S 感谢 MICIU/AEI/10.13039 /501100011033 和 ESF+ (Ram´on y Cajal fellowship: grant RYC2023-045265-I)，以及加利西亚自治区政府（C类竞争性研究团队巩固计划：资助编号 ED431F 2025/22）的支持。N.E. 感谢西蒙斯基金会/对称性驱动的极端波现象合作项目的支持（资助编号 SFI-MPSEWP-00008530-04）。

披露。作者声明不存在利益冲突。

数据可用性。本文所呈现结果的基础数据目前尚未公开，但可根据合理请求向作者获取。

[1] E. Galiffi, R. Tirole, S. Yin, H. Li, S. Vezzoli, P. A. Huidobro, M. G. Silveirinha, R. Sapienza, A. Al`u 和 J. B. Pendry，时变介质光子学，Advanced Photonics **4**，014002（2022）。[2] N. Engheta，使用时变超材料的四维光学，Science**379**，1190（2023）。[3] C. Caloz 和 Z.-L. Deck-L´eger，时空超材料——第一部分：一般概念，IEEE天线与传播汇刊**68**，1569（2019）。[4] C. Caloz 和 Z.-L. Deck-Leger，时空超材料——第二部分：理论与应用，IEEE天线与传播汇刊 **68**，1583（2019）。

[5] H. Moussa, G. Xu, S. Yin, E. Galiffi, Y. Ra'di 和 A. Al`u，《光子时间界面中的时间反射与宽带频率转换的观测》，Nature Physics **19**，863（2023）。

[6] E. Lustig, O. Segal, S. Saha, E. Bordo, S. N. Chowdhury, Y. Sharabi, A. Fleischer, A. Boltasseva, O. Cohen, V.M. Shalaev,*et al.*，《单周期调制下的时间折射光学》，Nanophotonics **12**，2221（2023）。

[7] W. Jaffray、S. Stengel、F. Biancalana、C. B.Fruhling、M. Ozlu、M. Scalora、A. Boltasseva、V. M. Shalaev 和 M. Ferrera，《时变亚波长层中的时空光谱光学裂变》，Nature Photonics，1（2025）。

[8] N. Engheta，《具有高度自由度的超材料：空间、时间及更多》，Nanophotonics 10，639（2020）。[9] F. R. Morgenthaler，《电磁波的速度调制》，IRE微波理论与技术汇刊 6，167（1958）。[10] J. Mendonc̦a 和 P. Shukla，《时间折射与时间反射：两个基本概念》，Physica Scripta 65，160（2002）。[11] Y. Xiao、D. N. Maywar 和 G. P. Agrawal，《电磁波在时间边界处的反射与透射》，《光学快报》39，574（2014）。[12] J. Mendonca、A. Guerreiro 和 A. M. Martins，《时间折射的量子理论》，《物理评论A》62，033805（2000）。[13] J. Mendonc̦a、A. Martins 和 A. Guerreiro，《时间分束器与时间干涉》，《物理评论A》68，043801（2003）。[14] J. E. V´azquez-Lozano 和 I. Liberal，《利用各向异性时间边界塑造量子真空》，Nanophotonics 12，539（2022）。[15] I. Liberal、J. E. V´azquez-Lozano 和 V. Pacheco-Pe˜na，《量子减反时间涂层：量子态频率平移与受抑制的热噪声放大》，《激光与光子学评论》17，2200720（2023）。[16]M. Mirmoosa、T. Set¨al¨a 和 A. Norrman，《电磁时间界面处的量子态工程与光子统计》，《物理评论研究》7，013120（2025）。[17] M. S. Mirmoosa、M. H. Mostafa、A. Norrman 和 S. A. Tretyakov，《双各向异性介质中的时间界面》，Phys. Rev. Res. 6，013334（2024）。[18] Y. Zhou、M. Z. Alam、M. Karimi、J. Upham、O. Reshef、C. Liu、A. E. Willner 和 R. W. Boyd，《近零介电常数材料中通过时间折射实现宽带频率转换》，《自然·通讯》11，2180（2020）。[19] V. Pacheco-Pe˜na 和 N. Engheta，《时间瞄准》，《光：科学与应用》9，129（2020）。[20] R. A. C. Qui˜nones、T. C. Underwood 和 M. A. Cappelli，《激光诱导等离子体球体中的可调表面等离激元共振》，《等离子体源科学与技术》30，045010（2021）。[21] S. Yin 和 A. Al`u，《时空漏波导中的高效相位共轭》，《ACS光子学》9，979（2022）。[22] F. Biancalana、A. Amann、A. V. Uskov 和 E. P. O'Reilly，《时空介电结构中的光传播动力学》，《物理评论E》75，046607（2007）。[23] J. R. Zurita-S´anchez、P. Halevi 和 J. C. Cervantes-Gonzalez，《入射于介电函数随时间周期变化的平板上的波的反射与透射 $\varepsilon(t)$》，《物理评论A》79，053821（2009）。[24] J. R. Reyes-Ayona 和 P. Halevi，《动态传输线与时间光子晶体中真实波矢（k 或 β）带隙的观测》，《应用物理快报》107，074101（2015）。[25] E. Lustig、Y. Sharabi 和 M. Segev，《光子时间晶体的拓扑方面》，《光学》5，1390（2018）。[26]J. Park 和 B. Min，《适用于任意时空周期性光子介质的时空平面波展开法》，《光学快报》，484（2021）。

[27] Y. Sharabi、E. Lustig 和 M. Segev，《无序光子时间晶体》，Physical Review Letters **126**，163902（2021）。[28] G. Ptitcyn、M. Mirmoosa 和 S. Tretyakov，《时间调制超原子》，Physical Review Research **1**，023014（2019）。[29] K. Fang、Z. Yu 和 S. Fan，《通过控制动态调制的相位实现光子的有效磁场》，Nature Photonics**6** （2012）。[30] S. Vezzoli、V. Bruno、C. DeVault、T. Roger、V. M. Shalaev、A. Boltasseva、M. Ferrera、M. Clerici、A. Dubietis 和 D. Faccio，《时变近零介电常数介质中的光学时间反演》，Physical Review Letters **120**，043902（2018）。[31] M. M. Salary、S. Jafar-Zanjani 和 H. Mosallaei，《基于石墨烯包覆微线的时变超材料：建模与潜在应用》，Physical Review B **97**，115421（2018）。[32] N. Wang、Z.-Q. Zhang 和 C. T. Chan，《具有复数时周期介电常数的光子弗洛凯介质》，Physical Review B **98**，085142（2018）。[33] T. T. Koutserimpas 和 R. Fleury，《非厄米时间弗洛凯系统中的非互易增益》，Physical Review Letters**120**，087401（2018）。[34] D. Ramaccia、D. L. Sounas、A. Al`u、A. Toscano 和 F. Bilotti，《多普勒隐身斗篷使相对论运动物体恢复隐形》，Physical Review B **95**，075113（2017）。[35] D. Ramaccia、D. L. Sounas、A. Al`u、A. Toscano 和 F. Bilotti，《时间调制超表面中的相位诱导频率转换与多普勒效应》，IEEE天线与传播汇刊 **68**，1607（2019）。[36] P. A. Huidobro、E. Galiffi、S. Guenneau、R. V. Craster 和 J. Pendry，《时空调制超材料中的菲涅耳拖曳》，《美国国家科学院院刊》 **116**，24943（2019）。[37]M. Liu、A. B. Kozyrev 和 I. V. Shadrivov，《用于宽带光谱伪装的时变超表面》，Physical Review Applied **12**，054052（2019）。[38] X. Wang 和 C. Caloz，《基于时间调制超表面的扩频选择性伪装》，IEEE天线与传播汇刊**69**，286（2020）。[39] Z. Yu 和 S. Fan，《通过间接带间光子跃迁实现完全光隔离》，Nature Photonics **3**，91（2009）。[40] D. L. Sounas 和 A. Al`u，《实现无磁集成光隔离的角动量偏置纳米环》，《ACS光子学》**1**，198（2014）。[41] Y. Shi、S. Han 和 S. Fan，《基于导模共振模式间接光子跃迁的光学环行与隔离》，《ACS光子学》**4**，1639（2017）。[42] T. Dinc、M. Tymchenko、A. Nagulu、D. Sounas、A. Al`u 和 H. Krishnaswamy，《通过同步电导率调制实现宽带无损无磁非互易性》，《自然·通讯》 **8**，795（2017）。[43]R. Fleury、D. Sounas 和 A. Al`u，《基于时空声光调制的非互易光学镜》，《光学杂志》 **20**，034007（2018）。

[44]X. Wang、G. Ptitcyn、V. Asadchy、A. D´ıaz-Rubio、M. S. Mirmoosa、S. Fan 和 S. A. Tretyakov，《均匀时间调制双各向异性系统中的非互易性》，Physical Review Letters **125**，266102（2020）。[45] A. Cullen，《行波参量放大器》，Nature**181**，332（1958）。[46] S. Magierowski、J.-F. Bousquet、Z. Zhao 和 T. Zourntos，《射频 CMOS 参量下变频器》，IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques **58**，518（2010）。[47] B. Gray、B. Melville 和 J. S. Kenney，《微波参量上变频器的解析建模》，IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques **58**，2118（2010）。[48] W. Lee 和 E. Afshari，《低噪声参量谐振放大器》，IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers **58**，479（2010）。[49] S. Qin、Q. Xu 和 Y. E. Wang，《采用分布式调制电容器的非互易元件》，IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques**62**，2260（2014）。[50] M. S. Mirmoosa、G. Ptitcyn、V. S. Asadchy 和S. A. Tretyakov，《用于电磁能极端积累的时变电抗元件》，Physical Review Applied **11**，014024（2019）。[51] M. Hedayati、L. K. Yeung、M. Panahi、X. Zou 和 Y. E. Wang，《用于混频器优先接收机前端的参量下变频器》，IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques **69**，2712（2021）。[52] I. S. Gonorovsky，*Radio Circuits and Signals*（Mir Publishers，莫斯科，苏联，1981）。[53] G. Ptitcyn、M. S. Mirmoosa、S. Hrabar 和 S. A. Tretyakov，《用于模拟任意传递函数的时间调制电路和超表面》，Physical review applied **20**，014041（2023）。[54] N. Chamanara、S. Taravati、Z.-L. Deck-L´eger 和 C. Caloz，《基于时空工程非对称光子带隙的光隔离》，Phys. Rev. B **96**，155409（2017）。[55] J. R. Zurita-S´anchez、P. Halevi 和 J. C. Cervantes-Gonz´alez，《时间周期介电函数 $\epsilon(t)$ 的平板中入射波的反射与透射》，Phys. Rev. A **79**，053821（2009）。[56] R. M. Foster，《电抗定理》，Bell System technical journal **3**，259（1924）。