arXiv:2601.04735v1 [astro-ph.IM] 8 Jan 2026

sidmkit：用于自相互作用暗物质唯象学和星系旋转曲线建模的可复现工具包

Nalin Dhiman

印度理工学院曼迪分校计算与电气工程学院，印度 d24008@students.iitmandi.ac.in

2026年1月9日

摘要

自相互作用暗物质（自相互作用暗物质，SIDM）是冷暗物质的一种理论依据充分的扩展，它可以改变星系和星系群尺度上的晕结构，同时与大尺度结构相容。然而，实际的自相互作用暗物质研究往往需要贯通多个层面，包括微观散射模型、速度依赖的有效截面、唯象天体物理约束，以及独立的数据驱动晕拟合，例如旋转曲线。本文介绍 sidmkit，这是一个透明且可复现的 Python 软件包，旨在支持自相互作用暗物质的“微观→宏观”计算，并为拟合 SPARC 数据中的旋转曲线提供稳健的批处理流程。在自相互作用暗物质方面，sidmkit 使用标准解析近似（Born、经典近似和基于 Hulth´en 的近似）实现了汤川相互作用的速度依赖动量转移截面，并提供数值分波选项以进行抽查。此外，它还提供针对麦克斯韦相对速度的一致速度矩平均、散射率工具，以及经过整理的文献摘要 约束，可用于回归测试和探索性扫描。在旋转曲线方面，我们实现了有界非线性最小二乘拟合，将 NFW 和 Burkert 晕模型拟合到 SPARC重子成分分解，并可选择使用质光比先验和信息准则摘要（赤池信息准则/贝叶斯信息准则）。对于演示数据集，我们处理了191个 rotmod 星系（LTG+ETG 数据包），并分别拟合 NFW 和 Burkert 模型（共382次拟合）。结果显示，对于 Δ贝叶斯信息准则 > 0，65.4%的星系更倾向于 Burkert，其中32.5%的星系具有“强”偏好（Δ贝叶斯信息准则 > 6）；而14.7%的星系则强烈倾向于 NFW。对于自由度为正的情况，约化χ^2 值的中位数分别为1.25（NFW）和0.71（Burkert）。这些结果概述的是唯象拟合质量，若不审慎处理重子、几何和选择系统误差，就不应将其解读为对自相互作用暗物质的直接测量。我们强调可复现性，并对评审者保持坦诚：该软件包旨在成为可靠的起点，而非宣称已得出决定性的天体物理推断。这个工具包是一个开源 Python 软件包，学界可用它开展分析并加以扩展。

1 引言

标准冷暗物质（CDM）范式在大尺度上取得了显著成功；然而，在星系尺度上，一些长期受到关注的张力，例如尖峰—核心问题和旋转曲线多样性，促使人们仔细审视暗物质微观物理和重子建模。一种最简扩展是自相互作用暗物质（SIDM），其中暗物质粒子以单位质量截面 σ/m 进行弹性散射，该截面可能随速度变化 [1–3]。在许多自相互作用暗物质模型中，散射在矮星系和低表面亮度星系中较为有效，而在星系团中受到抑制，因此可能在某些系统中形成核心密度剖面，同时仍符合星系团约束 [4, 5]。

在实践中，要将自相互作用暗物质（SIDM）从一个想法转化为定量分析，关键在于工作流程。典型研究需要：（i）一个微观物理模型（例如 Yukawa 介导的散射），（ii）

将粒子参数映射为速度依赖的有效截面，（iii）依赖速度矩的天体物理可观测量（而不仅仅是单个 v 上的 σ/m），（iv）晕层级量，例如散射率和核心形成半径，以及（v）来自星系团、矮星系和旋转曲线的独立经验约束或似然。不同论文往往会以略有差异的约定、单位和数值近似实现相互重叠的部分，使得复现和交叉核验变得困难。

与此同时，SPARC 等旋转曲线数据集 [6] 提供了高质量的测量数据和重子分解，对于检验暗晕现象学极具价值。即使不直接进行自相互作用暗物质微观物理推断，对标准暗晕剖面（尖峰型和核心型）进行稳健的批量拟合，也有助于校准和进行合理性检查。

本文介绍了 sidmkit，这是一套精简而严谨的工具包，旨在实现透明的 自相互作用暗物质微观→宏观计算，以及可复现的 批量旋转曲线拟合。其目标如下：

- **以正确性为先**：采用稳定的单位、明确的假设，并内置回归基准；
- **模块化**：将微观物理、平均化、约束、暗晕工具和 SPARC 拟合分开，同时支持灵活组合；
- **明确适用范围**：提供基准工具和摘要，但不夸大推断能力。

2 软件概述

sidmkit 以标准 Python 软件包的形式发布，同时提供可导入的 API 和命令行界面（CLI）。其设计理念是精简公开 API，并让大多数工作流程都能通过命令行界面运行，以确保可复现性。主要组件包括：

1. **微观物理层：** 汤川模型定义及 $\sigma_T(v)$ 计算。

2. **速度平均：** 针对麦克斯韦相对速度对 $\langle \sigma v^n \rangle / m$进行数值计算。3. **约束层：** 整理后的概要约束和简单的点似然辅助工具。4. **暗晕工具：** 散射率估算及用于说明的 r_1 核形成半径

s

计算。5. **SPARC 批量拟合器：** 对 rotmod 文件进行 NFW 和 Burkert 拟合，支持分块处理（--skip

,

--limit），并生成合并的总体报告。

该软件包主要依赖 `NumPy` 和 `SciPy` 进行数值计算 [9, 10]，并可选用`Matplotlib` 进行绘图 [11]。本文中的所有结果均可通过附录 A中的命令复现。

3 自相互作用暗物质微观物理层

3.1 汤川相互作用模型

我们考虑质量为 m_χ 的相同暗物质粒子之间的弹性散射，该散射由汤川势介导，媒介子质量为 m_ϕ，耦合常数为 α_χ,

$$V(r) = \pm \frac{\alpha_\chi}{r} e^{-m_\phi r}, \tag{1}$$

其中，符号分别对应吸引相互作用或排斥相互作用。这种非相对论势是多种自相互作用暗物质模型常用的有效描述 [2]。

3.2 动量转移截面

天体物理可观测量通常对动量转移截面更为直接敏感，

$$\sigma_T \equiv \int d\Omega\,(1-\cos\theta)\,\frac{d\sigma}{d\Omega}, \tag{2}$$

这会抑制前向散射。（在某些情境下，全同粒子会采用其他角权重；`sidmkit` 默认采用 σ_T，因为这符合许多天体物理汇总所使用的惯例 [3]。）

3.3 区间与近似

精确的汤川散射需要求解薛定谔方程，但标准近似在参数空间的大多数区域都能捕捉其主要行为 [2]。sidmkit 实现了：

- **玻恩区间：**适用于 $\alpha_\chi m_\chi/m_\phi \ll 1$。该实现采用自相互作用暗物质文献中广泛使用的动量转移闭式表达式（参见 sidmkit.cross secti _ ons 以获取精确表达式）。
- **经典区间：**当德布罗意波长远小于相互作用范围时，该近似成立。对于 $\sigma_T(\beta)$，我们采用标准的分段近似，其中 $\beta \propto \alpha_\chi m_\phi/(m_\chi v^2)$。
- **共振区间 / Hulth´en 近似：**在非微扰区间的部分区域，可以将 Yukawa 势近似为 Hulth´en 势，以捕捉共振特征。
- **分波（数值）选项：**直接进行相移计算，用于抽查和调试。不建议在未加谨慎的情况下用于大规模参数扫描，因为这种方法较慢，而且在极端共振区域，如果常微分方程求解器需要极小的步长，就可能失效。

需要注意的是，在区间边界附近，任何“自动”区间选择都不可避免地带有启发式性质。因此，sidmkit 会明确提供方法选择，并在无量纲耦合 $\alpha_\chi m_\chi/m_\phi$ 接近 1 时发出警告。

3.4 速度平均

许多天体物理学约束取决于速度矩，例如 $\langle\sigma_T v\rangle/m$。对于一维速度弥散为 $\sigma_{1\mathrm{d}}$ 的各向同性麦氏分布单粒子速度，相对速度分布也是麦氏分布，其均值为 $\langle v_{\mathrm{rel}}\rangle = 4\sigma_{1\mathrm{d}}/\sqrt{\pi}$。我们定义其 n 阶速度矩

$$\left\langle \frac{\sigma_T v^n}{m_\chi} \right\rangle = \int_0^\infty dv\, f_{\mathrm{rel}}(v;\sigma_{1\mathrm{d}})\,\frac{\sigma_T(v)}{m_\chi}\,v^n, \tag{3}$$

并使用高斯–拉盖尔求积（用于对 $[0,\infty$ 积分）或自适应求积进行数值计算，并通过内部回归测试验证代表性案例在 10^{-9} 级别上的一致性。

3.5 散射率与一个示例性 r_1 半径

一种常用的晕尺度诊断量是单粒子散射率，

$$\Gamma(r) = \frac{\rho(r)}{m_\chi}\,\langle\sigma_T v\rangle\,, \tag{4}$$

其中 $\rho(r)$ 是局部暗物质密度，而速度矩取决于所假定的速度分布。解析性自相互作用暗物质处理中使用的一种简单核心形成代理量，是半径 r_1 ，在该半径处，一个典型粒子在晕年龄 $t_{\rm age}$ [4] 内恰好发生过一次散射，

$$\Gamma(r_1)\, t_{\rm age} \simeq 1. \tag{5}$$

sidmkit 提供了一个用于 NFW 晕的示例实现，以支持数量级估算。需要强调的是，这并不能替代可控的自相互作用暗物质模拟；它最适合用于探索以及单元测试和回归测试。

4 对 SPARC `rotmod` 文件进行旋转曲线拟合

4.1 SPARC `rotmod`格式与重子分解

SPARC 提供盘状星系的旋转曲线和重子分解数据，包括气体、恒星盘以及（如适用）核球的贡献 [6]。在此处使用的 rotmod 格式中，每个径向区间包含：

$$\{r,\, V_{\rm obs},\, \sigma_V,\, V_{\rm gas},\, V_{\rm disk},\, V_{\rm bulge},\, \dots\}.$$

重子模板是按照参考质光比归一化计算出的速度（按照模板约定，实际上为 $\Upsilon_\star = 1$ ）。我们将总圆周速度建模为

$$V^2_{\rm model}(r) = V^2_{\rm gas}(r) + \Upsilon_{\star,d}\, V^2_{\rm disk}(r) + \Upsilon_{\star,b}\, V^2_{\rm bulge}(r) + V^2_{\rm halo}(r;\boldsymbol{\theta}), \tag{6}$$

其中$\Upsilon_{\star,\ d}$ 和 $\Upsilon_{\star,\ b}$ 是拟合得到的盘/核球质光比因子， $\boldsymbol{\theta}$ 是晕参数。

4.2 晕模型

我们拟合两种标准的球对称晕密度剖面：

NFW。 纳瓦罗–弗兰克–怀特剖面 [7]为

$$\rho_{\rm NFW}(r) = \frac{\rho_s}{(r/r_s)\,(1 + r/r_s)^2}. \tag{7}$$

包围质量为

$$M_{\rm NFW}(r) = 4\pi\rho_s r_s^3 \left[\ln(1+x) - \frac{x}{1+x}\right], \quad x \equiv r/r_s, \tag{8}$$

圆周速度为 $V^2_{\text{晕}}(r) = GM(r)/r$。

Burkert。 Burkert 剖面 [8]是一种核心型唯象模型，

$$\rho_{\rm Bur}(r) = \frac{\rho_0 r_0^3}{(r + r_0)\,(r^2 + r_0^2)}. \tag{9}$$

我们实现中使用的解析包络质量为

$$M_{\rm Bur}(r) = \pi\rho_0 r_0^3 \left[\ln\!\big((1+x)^2(1+x^2)\big) - 2\arctan(x)\right], \quad x \equiv r/r_0. \tag{10}$$

4.3 目标函数、先验与优化

对于每个星系，我们都最小化一个等价于高斯对数似然的加权最小二乘目标函数，

$$\chi^2(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{V_{\rm model}(r_i;\boldsymbol{\theta}) - V_{{\rm obs},i}}{\sigma_{V,i}} \right)^2 . \tag{11}$$

我们采用有界非线性最小二乘法（`scipy.optimize.least_squares`）[10]，为晕参数设置宽松但有限的边界，并使用 $\Upsilon_\star \geq 0$ 以避免出现病态的偏离。我们还可以选择加入较弱的高斯先验：将相应的残差附加到目标函数中，以约束$\Upsilon_{\star,\,d}$和$\Upsilon_{\star,\,b}$。重要的是，我们报告的 χ^2、赤池信息准则和贝叶斯信息准则，均根据最佳拟合点处的仅数据残差计算（不包含先验），从而确保信息准则比较反映的是对旋转曲线数据的拟合，而非先验惩罚。

我们使用以下指标概述拟合质量：

$$\chi^2_\nu = \chi^2/(N-k), \tag{12}$$

$$\mathrm{AIC} = \chi^2 + 2k, \tag{13}$$

$$\mathrm{BIC} = \chi^2 + k \ln N, \tag{14}$$

其中，k 为拟合参数的数量。由于在我们的设定中，NFW 和 Burkert 模型具有相同的 k（根据是否包含核球，该值为 3 或 4），因此对每个星系而言，两者的 Δ贝叶斯信息准则之差只是 $\Delta\chi^2$ 的常数倍。我们仅将贝叶斯信息准则用作简明的概述，而不以此取代完整的物理模型比较。

4.4 批处理与分块处理

符合投稿要求的 SPARC 分析必须能够以可复现的方式处理数百个星系。为避免长时间连续运行并支持并行化，sidmkit 通过 --skip 和 --limit 实现分块处理。每个分块都会写入：

- 逐星系 JSON 拟合文件，
- 分块级别的 summary.csv 和 summary.json，
- 可选的论文风格逐星系图，其中包含残差面板。

多个分块会合并为单个总体汇总，而报告命令会生成总体图和汇总统计。

5 验证与数值检查

5.1 内部基准测试

sidmkit 包含一个基准测试套件（sidmkit benchmark），用于检查：(i) 散射率单位一致性，(ii) 麦克斯韦相对速度归一化及其均值，(iii) 两种独立速度平均积分器（高斯–拉盖尔与自适应求积）之间的一致性，以及 (iv) 可选的慢速检查，用于比较代表性条件下的“auto”截面与分波计算结果。

这些检查旨在作为回归测试：它们有助于在代码重构时发现不易察觉的数值漂移。但它们不能替代针对外部已发表曲线的验证；对于任何天体物理推断，这种验证仍至关重要。

5.2 SPARC 拟合器合理性检查

对于本文分析的数据集，全部191个 rotmod 文件均已成功解析（基本清理后没有缺失列）。我们标出了两项与审稿相关的诊断结果：

- **参数边界饱和：** 21.5% 的 NFW 拟合在 $\log_{10}(r_s/\mathrm{kpc})$ 的上界处达到饱和（我们的默认值设为 2.5）。这表明这些对象存在简并或模型不匹配，并可能使 ΔBIC 偏向 Burkert。

- **小型N 星系：** 对于 16 个星系，未定义 $N \le k$, χ^2_ν。我们仍会报告 χ^2 和信息准则，但约化-χ^2 汇总会排除这些情况。

这些诊断结果为未来的扩展（例如，其他参数化形式、分层先验、距离／几何不确定性）提供了依据，同时也为解读总体汇总提供了重要背景。

6 结果： 191 rotmod个星系的批量拟合

6.1 数据集概述

我们处理了所提供的 LTG+ETG rotmod 数据包（SPARC）中的 191 个星系，并对每个星系进行了两次拟合（NFW 和 Burkert），总计 382 次拟合。旋转曲线数据点的数量范围为 2 到 115，中位数为 12。约 25% 的星系在输入文件中包含非平凡的核球模板，此时会拟合$\Upsilon_{\star,\,b}$。

6.2 拟合质量

图 1总结了约化 χ^2 分布。对于自由度为正的星系，中位数如下：

$$\tilde{\chi}^2_{\nu,\mathrm{NFW}} = 1.25, \qquad \tilde{\chi}^2_{\nu,\mathrm{Bur}} = 0.71.$$

对于具有已定义 χ^2_ν 的星系，Burkert 剖面在 $\chi^2_\nu < 1$ 情况下适用于 72.6% 的星系，而 NFW 为 44.6%。这与定性的预期相符：核心型唯象特征通常能更灵活地追踪内侧旋转曲线，尽管这些拟合并不能唯一确定任何“类核心”偏好的物理起源。

6.3 模型比较： ΔBIC

我们定义

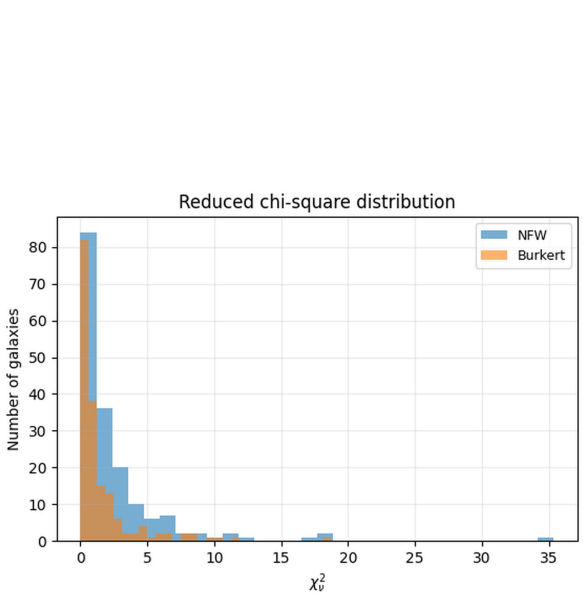
$$\Delta\mathrm{BIC} \equiv \mathrm{BIC}_{\mathrm{NFW}} - \mathrm{BIC}_{\mathrm{Bur}}. \tag{15}$$

正值表示更倾向于 Burkert。分布见图2。关键汇总统计如下：

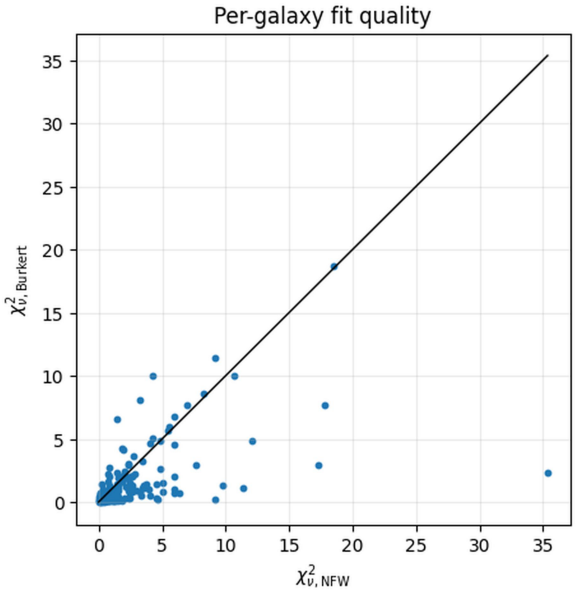
- 65.4% 的星系满足 ΔBIC > 0（更倾向于 Burkert）。
- 32.5% 满足 ΔBIC > 6（通常解读为“强烈”偏好）。
- 14.7% 满足 ΔBIC < -6（强烈偏好 NFW）。
- BIC 的中位数为 Δ；均值为 ΔBIC $= 12.9$（重尾分布）。

由于在我们的设置中两个模型的参数数量相同，这些数值主要反映了 χ^2 的差异，而非复杂度惩罚。

我们还检验了 ΔBIC 是否会因数据点数量而轻易受到驱动。图3显示， ΔBIC 与 N之间仅存在线性相关，这表明偏好并非仅仅是样本量造成的假象，尽管在拟合失配具有系统性时，较大的N 星系确实会产生更极端的值。



（a）约化 χ^2直方图。



（b） χ^2_ν 散点图：Burkert 与 NFW。

图 1：样本的拟合质量。仅在满足 $N > k$ 时显示约化 χ^2 。

6.4 拟合参数分布和简并性

图4展示了拟合得到的晕尺度半径和盘质量光度比参数的分布。两个重要观察结果：

1. 在 $\log_{10}(r_s/\mathrm{kpc}) = 2.5$ 上限处，NFW 拟合明显聚集，这表明对于相当一部分星系，所选的参数化方式／边界与优化过程相互作用。对于任何后续物理推断，这都应视为一个警示信号。

2. 拟合的 $\Upsilon_{\star,\ d}$ 分布较窄，这是因为默认情况下我们加入了一个较弱的高斯先验。不使用先验（--no-priors）时，分布会变宽，并能吸收部分内侧曲线的不匹配。因此，我们在此不会将拟合的 $\Upsilon_\star$ 值解读为天体物理测量。

6.5 代表性星系拟合

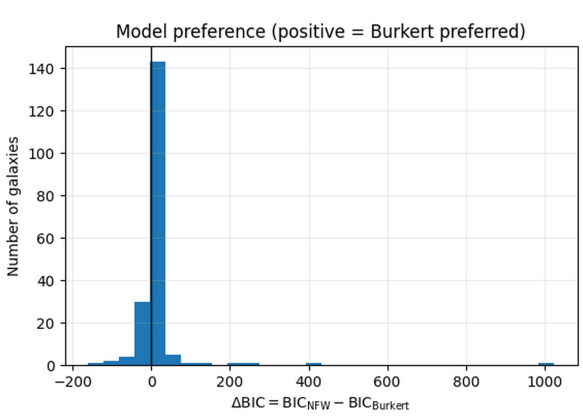
图 5 展示了带有残差面板的代表性逐星系拟合结果。完整的逐星系图集合（生成后）旨在作为补充材料提供，而不是收录在正文中。

6.6 最佳/最差案例（诊断表）

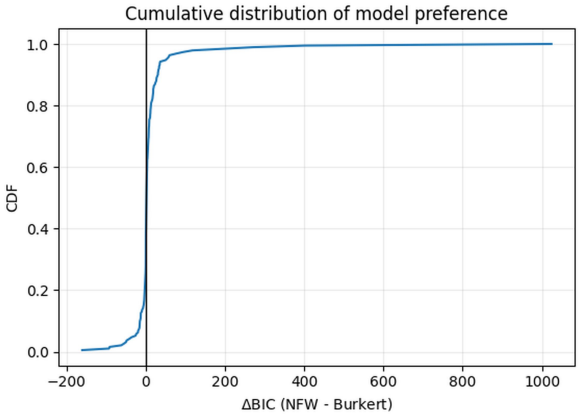
表 1 列出了若干绝对值最大的 Δ贝叶斯信息准则。这些结果可用于诊断：极端偏好可能反映真实的形状差异，但也可能表明存在优化器边界相互作用（尤其是对于 NFW）或重子系统误差失配。

7 讨论：SPARC 拟合如何与自相互作用暗物质建立联系（以及为何无法建立联系）

旋转曲线是探测内侧晕结构最清晰的手段之一，而 SPARC 提供了一组质量上乘、且高度统一的旋转曲线和重子分解 [6]。这使得



(a) Δ贝叶斯信息准则直方图。



(b) Δ贝叶斯信息准则累积分布函数。

Figu图2：总体模型偏好。正的 Δ贝叶斯信息准则表示偏好 Burkert e.

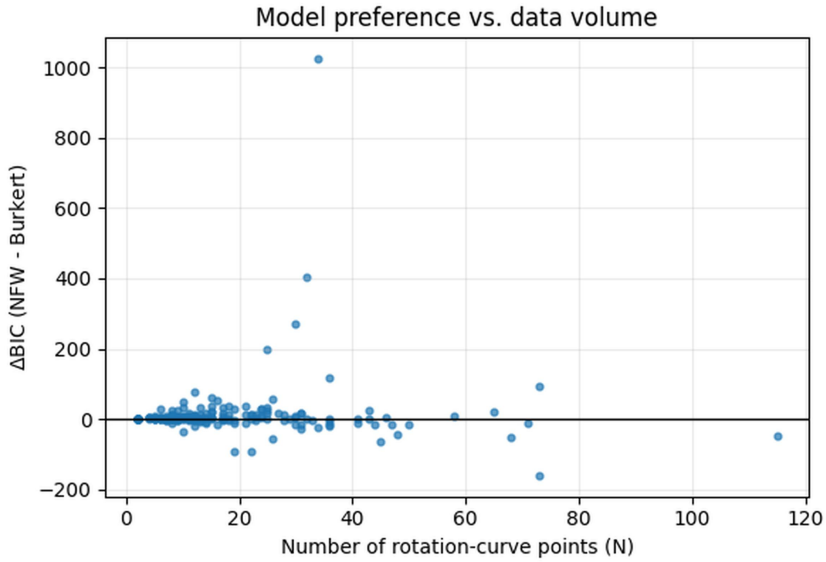


图3： Δ贝叶斯信息准则与旋转曲线数据点数量的关系。

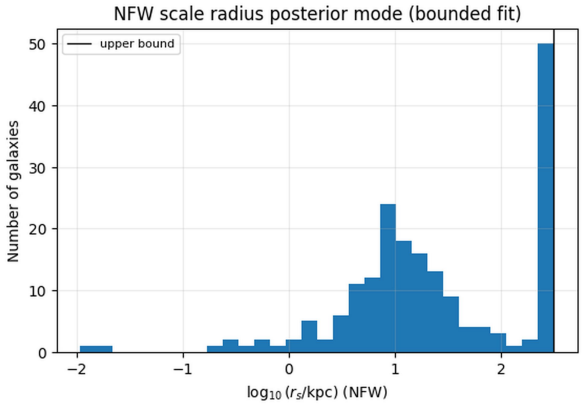
SPARC 能以两种互补的方式为自相互作用暗物质研究提供宝贵数据：

1. **现象学标定。** 即使没有微观物理映射，核心型剖面（类似 Burkert 的剖面）通常也能更好地拟合内侧旋转曲线。这可用于识别哪些天体对核心敏感，并总结核半径分布。

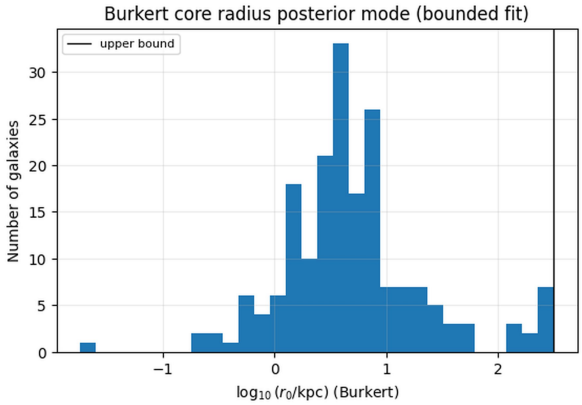
2. **桥接层。** 自相互作用暗物质微观物理预言速度相关的 σ/m；不同特征速度的暗晕会探测 $\sigma(v$的不同部分。原则上，可以使用解析模型或经模拟标定的映射，将 SPARC 推断出的内侧结构（例如偏好的核心尺寸）与自相互作用暗物质参数联系起来 [2, 4]。

然而，我们当前的 SPARC 流程有意不声称存在这种映射。原因包括：

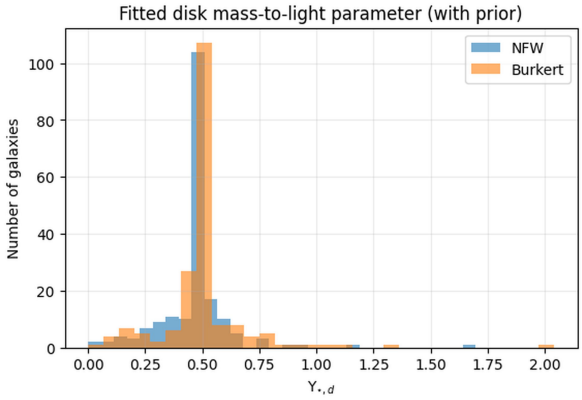
- **重子物质和几何系统误差：** 倾角、距离、非圆周运动和质光比的不确定性，可能会显著改变对内侧旋转曲线的解读。
- **模型不完备性：** NFW 和 Burkert 是简化的球对称模型；真实的暗晕可能呈三轴形态、受重子影响而收缩或膨胀，或者更适合用其他剖面来描述。



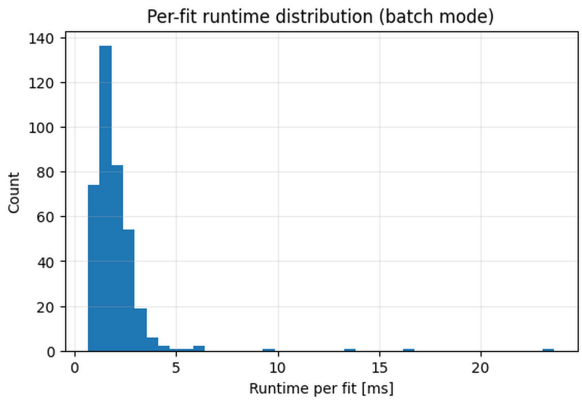
(a) NFW 标度半径。



(b) Burkert 核半径。



(c) 盘质量光度比参数。



(d) 单次拟合运行时间（批处理模式）。

图4：拟合参数的分布与计算性能。

- **推断结构：** 要从 SPARC 得出令人信服的自相互作用暗物质推断，可能需要跨星系建立层次模型（或者至少稳健地对干扰参数进行边缘化），而不是对每个星系分别进行点估计。

因此，我们将这里的结果视为一个可复现的基准，它可以进一步扩展到自相互作用暗物质推断，而非最终结论。

8 结论

我们介绍了 sidmkit，这是一个开放且可复现的 Python 工具包，用于自相互作用暗物质唯象学和 SPARC 旋转曲线批量拟合。该软件包提供：(i) 基于标准近似的 Yukawa 模型 $\sigma_T(v)$ 计算，以及可选的分波检验；(ii) 麦克斯韦速度矩平均工具；(iii) 经整理的文献摘要约束，可用于快速扫描和回归测试；以及 (iv) 达到投稿要求的 SPARC rotmod 批量拟合流水线，支持分块处理、合并摘要和论文风格图表。

应用于191个 rotmod 星系时，从简单的 χ^2/贝叶斯信息准则角度来看，Burkert 剖面在大多数对象上的表现优于 NFW。分析还揭示了一些重要的诊断问题（例如 NFW尺度半径边界饱和），在尝试进行任何高风险的微观物理推断之前，应先解决这些问题。

表 1：模型偏好极端的示例（仅数据 ΔBIC）。

星系	ΔBIC	N	距离 [兆秒差距]	首选
IC2574	1024.2	34	3.91	Burkert
IC4202	402.0	32	100.4	Burkert
ESO563-G021	271.5	30	60.8	Burkert
NGC3109	197.0	25	1.33	Burkert
UGC11455	117.9	36	78.6	Burkert
NGC2403	−160.4	73	3.16	NFW
UGC00128	−92.7	22	64.5	NFW
NGC5371	−91.1	19	39.7	NFW
UGC06786	−61.8	45	29.3	NFW
NGC0247	−55.3	26	3.70	NFW

数据和软件可用性

本文所用的`sidmkit` 源代码、脚本以及支持本文图表的 SPARC 批量输出文件，均包含在随附的投稿存档中。SPARC 旋转曲线数据可公开获取 [6]。本文中的所有图均可使用附录A中的命令重新生成。

该`sidmkit` 工具包以开源软件形式发布，并向公众开放。核心软件包通过 Python 包索引（PyPI）发布，网址为`https://pypi.org/project/sidmkit/`。源代码和开发仓库托管在 GitHub 上，网址为`https://github.com/nalin-dhiman/sidmkit`，相关的批量分析和 SPARC 流程可在以下网址获取：`https://github.com/nalin-dhiman/SIDMkit_流程`。该代码库经过结构化设计，便于外部用户开展可复现分析并进行扩展。

A 可复现性命令

以下是一个最简端到端工作流程，可用于复现 SPARC 批处理结果和总体报告。

1）安装。

python -m pip install -U pip
pip install-e.

2) 运行分块拟合（示例）。

python -m sidmkit.sparc_batch 批处理 \
--inputs src/sidmkit/sparc_data/Rotmod_LTG src/sidmkit/sparc_data/Rotmod_ETG \ --outdir outputs/sparc_chunks/chunk_0 \ --skip 0 --limit 25\ --plots --plot-format pdf

使用 --skip 25、--skip 50、.....重复操作，以覆盖完整数据集；也可以并行执行。

3) 合并分块摘要。

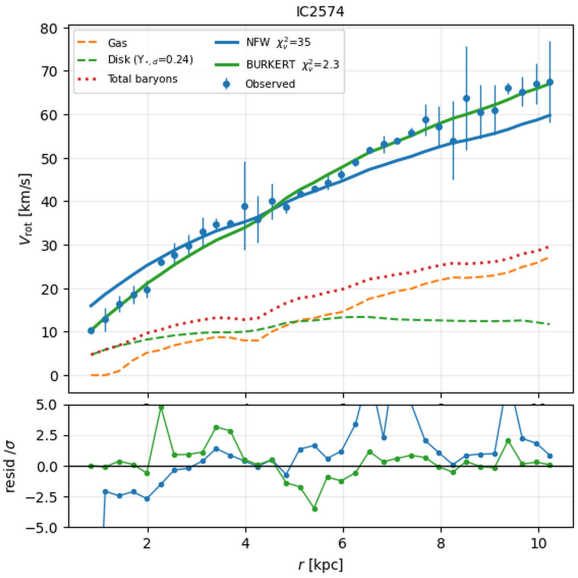
```
python -m sidmkit.sparc_batch merge \ --inputsoutputs/sparc_
chunks/chunk_*/summary.json \ --out outputs/sparc_all_
summary.json
```

4) 生成总体报告。

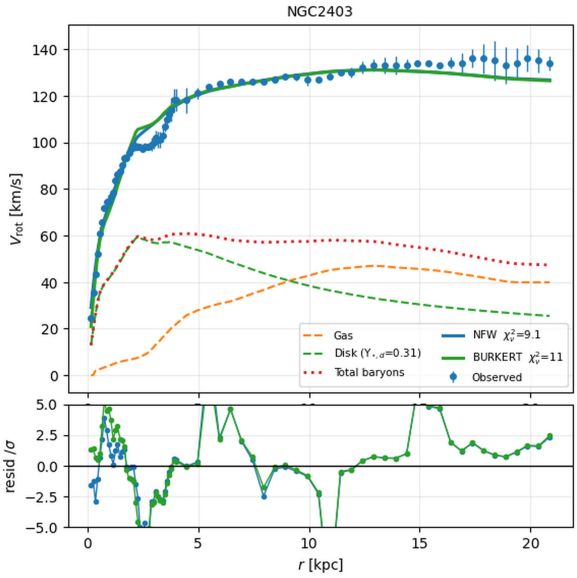
```
python -m sidmkit.sparc_batch report \ --summary-json
outputs/sparc_all_summary.json\ --outdir outputs/sparc_
report
```

参考文献

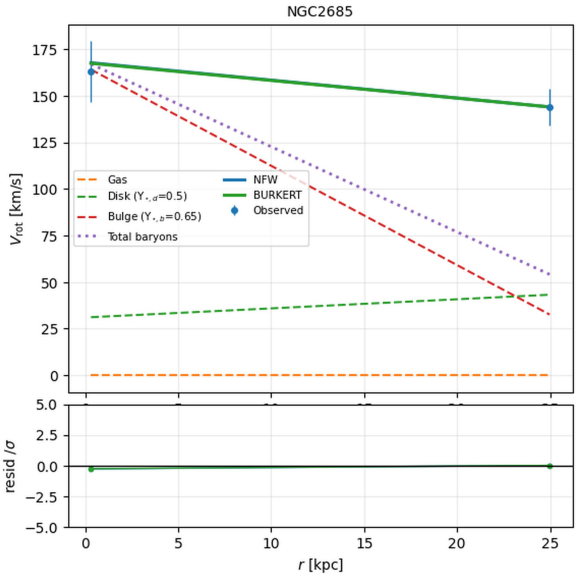
[1] D. N. Spergel 和 P. J. Steinhardt，《自相互作用冷暗物质的观测证据》，《物理评论快报》**84**，3760–3763（2000），doi:10.1103/PhysRevLett.84.3760，arXiv:astro-ph/9909386。[2] S. Tulin 和 H.-B. Yu，《暗物质自相互作用与小尺度结构》，《物理报告》**730**，1–57（2018），doi:10.1016/j.physrep.2017.11.004，arXiv:1705.02358。[3] S. Adhikari 等，《暗物质自相互作用的天体物理学检验》，arXiv:2207.10638（2022）。[4] M. Kaplinghat、S. Tulin 和 H.-B. Yu，《暗物质晕作为粒子对撞机：暗物质自相互作用对小尺度结构难题的统一解决方案》，《物理评论快报》**116**，041302（2016），doi:10.1103/PhysRevLett.116.041302，arXiv:1508.03339。[5] M. Rocha 等，《自相互作用暗物质宇宙学模拟 I：恒定弹性散射截面》，《皇家天文学会月刊》**430(1)**，81–104（2013），doi:10.1093/mnras/sts514，arXiv:1208.3025。[6] F. Lelli、S. S. McGaugh 和 J. M. Schombert，《SPARC：采用斯皮策测光和精确旋转曲线建立的 175 个盘状星系质量模型》，《天文学杂志》**152(6)**，157（2016），doi:10.3847/0004-6256/152/6/157，arXiv:1606.09251。[7] J. F. Navarro、C. S. Frenk 和 S. D. M. White，《层级聚类形成的普适密度剖面》，《天体物理学杂志》**490**，493–508（1997），doi:10.1086/304888，arXiv:astro-ph/9611107。[8] A. Burkert，《矮星系中暗物质晕的结构》，《天体物理学杂志通讯》**447**，L25–L28（1995），doi:10.1086/309560，arXiv:astro-ph/9504041。[9] C. R. Harris 等，《使用 NumPy 进行数组编程》，《自然》**585**，357–362（2020），doi:10.1038/s41586-020-2649-2。[10] P. Virtanen 等，《SciPy 1.0：Python 科学计算的基础算法》，《自然·方法》**17**，261–272（2020），doi:10.1038/s41592-019-0686-2。[11] J. D. Hunter，《Matplotlib：二维图形环境》，《计算机科学与工程》**9(3)**，90–95（2007），doi:10.1109/MCSE.2007.55。



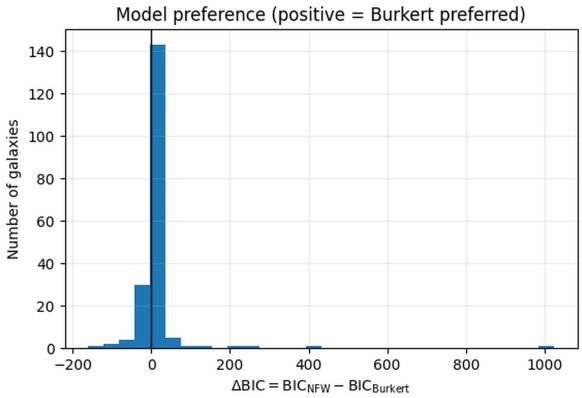
(a) IC2574（强烈偏好 Burkert）。



(b) NGC2403（强烈偏好 NFW）。



(c) NGC2685（中等偏好）。



(d) 总体背景。

图5：示例拟合与总体背景。