arXiv:2601.04959v1 [q-fin.ST] 8 Jan 2026

通过马尔可夫分析研究不同市值股票的日内限价订单价格变化转移动态

Salam Rabindrajit Luwang[a]、昆丹·穆希亚[a]、佛陀·纳特·夏尔马[a]、Md. Nurujjaman[a]、Anish Rai[b]、Filippo Petroni[c]

[a]锡金国立理工学院物理系，拉旺拉，*737139*，锡金，印度[b]金奈数学研究所，凯兰巴卡姆，*603103*，泰米尔纳德邦，印度[c]基耶蒂-佩斯卡拉加布里埃莱·邓南遮大学经济系，佩斯卡拉，*65127*，阿布鲁佐，意大利

摘要

要深入理解限价订单价格变化中的随机动态，对于推动市场微观结构研究取得实质性进展以及设计有效的成交策略至关重要。本文首次对日内限价订单价格变化转移动态进行了全面的实证分析，并针对不同市值层级分别考察卖价和买价订单。我们使用纳斯达克100指数成分股的高频逐笔数据，采用离散时间马尔可夫链框架，分析整个交易日内价格调整的演变过程。我们将连续价格变化划分为九种不同状态，并针对高市值（HMC）、中市值（MMC）和低市值（LMC）股票，在六个日内时段估计转移概率矩阵（TPMs）。对TPMs逐元素进行比较后发现了系统性的日内模式：价格惯性，即自转移概率，在开盘和收盘时段达到峰值，而在午间稳定于较低水平。此外，还观察到明显的市值梯度：高市值股票表现出最强的价格惯性，而低市值股票的稳定性显著较低，且买卖价差更为明显。包括谱隙、熵率和平均回归时间在内的马尔可夫链指标，对这些动态进行了量化。聚类分析在买方识别出三个不同的时间阶段——开盘、午间和收盘；在卖方识别出四个阶段——开盘、午间、收盘前和收盘，这表明卖方比买方更早启动日终头寸策略。平稳分布显示，限价订单动态主要表现为中性和轻微价格变化。此外，计算不同时间区间平稳分布之间的詹森-香农散度后确认，收盘时段是差异最为显著的阶段；市值则调节了时间差异的强度以及买卖价不对称性的程度。这些发现加深了我们对不断演变的日内限价订单定价行为的理解，并为市值感知型、时间自适应的执行算法和风险管理框架提供了直接应用依据。

关键词：限价订单、马尔可夫链、日内动态、市值、买卖价不对称性、聚类、詹森-香农散度

电子邮箱地址：salamrabindrajit@gmail.com（Salam Rabindrajit Luwang），

1. 引言

在股票市场中，限价订单是交易生态系统的重要组成部分，使交易者能够指定精确的成交价格，同时为市场流动性作出贡献 [1, 2, 3, 4]。与按当前价格立即成交的市价订单不同，限价订单会一直留在订单簿中，直到成交或被取消。这形成了一个动态环境：交易者会根据流动性状况、信息到达和当前市场情绪不断进行策略性调整，从而推动限价订单价格的日内演变 [5, 6, 7, 8]。这些调整体现为一系列离散的价格修正，并产生具有系统性日内规律的复杂随机动态 [9, 10]。

这些调整在本质上具有不对称性：买入限价订单通过提高价格向卖价靠拢，而卖出限价订单则通过降低价格向买价靠拢，这反映了两者相反的经济目标和库存考量 [11, 12]。因此，了解这些不同的买方和卖方价格修正机制如何随交易日推进而演变，是市场微观结构研究面临的一项核心挑战，并直接关系到算法交易设计、流动性供给和市场效率。

除了日内时间效应外，市值也在塑造限价订单定价行为及相关价格变化动态方面发挥着关键作用。高市值股票通常表现为价格调整频繁但幅度相对较小，这反映了订单簿密集、流动性提供者之间竞争激烈以及买卖价差狭窄等特点 [6, 1, 8]。在此类环境中，交易者会进行细微的价格微调，以维持排队优先级，同时尽量降低执行成本 [7, 4]。中市值股票的流动性状况居于中间，因订单流较难预测、市场深度较低，价格变化的波动性更为明显 [2, 3]。相比之下，低市值股票的特点是订单簿稀疏、价差更宽且信息不对称程度更高，因此价格修正频率较低、幅度较大，且往往由流动性冲击或信息事件触发 [10, 9, 5]。这些因市值而异的特征表明，不同市场板块的限价订单价格变化受不同随机机制支配，因此有必要采用分层分析方法。

大量文献已从多个维度记录了金融市场的日内规律，包括交易量 [13], 交易模式 [14], 流动性供给 [15], 以及买卖价差动态 [16]。市场微观结构研究进一步强调了订单类型在塑造这些模式中的作用 [6, 4, 2, 3], , 并推动了对订单簿韧性、交易成本和策略性流动性供给的广泛研究 [1, 7]。在这一框架下，实证证据表明，限价订单提交策略会在交易日内系统性变化 [17, 18], , 市场开盘、午间和收盘时段呈现出不同的状态 [19, 20]。高频交易和算法交易的兴起进一步强化了这些时间模式，导致价格修正在时间上聚集，并出现连续价格改善行为 [3, 21, 22]。尽管已有大量相关研究，仍存在一个关键空白。据我们所知，尚无研究系统考察限价订单价格变化转移的日内演变，

kundanmukhia07@gmail.com（昆丹·穆希亚），bnsharma09@yahoo.com（佛陀·纳特·夏尔马），
md.nurujjaman@nitsikkim.ac.in（Md. Nurujjaman），anishrai412@gmail.com（Anish Rai），
fpetroni@luiss.it（Filippo Petroni）

并将买单和卖单分别处理，同时综合考虑日内时点和市值的影响。

要弥补这一空白，需要建立一种能够捕捉序列价格调整离散性和状态依赖性的建模框架。基于马尔可夫链的随机方法特别适用于此目的，因为事实证明，这类方法在离散金融过程的分析中行之有效 [23, 24] ，并已广泛应用于市场微观结构研究 [25, 26, 12, 27]。尽管我们此前的研究 [28, 29] 采用离散时间马尔可夫链考察日内订单转移，但其将订单类型进行总体处理，并未明确关注限价订单内部价格修正的动态。本文在此研究基础上进一步拓展，将分析重点转向限价订单价格变化本身的日内转移动态。具体而言，我们研究这些转移如何随交易时段和市值层级演变，以及它们在订单簿的买方和卖方之间有何差异。

基于我们已确立的方法论 [28, 29], ，我们构建了一个离散时间马尔可夫链（DTMC）框架，利用纳斯达克100指数股票的高频逐笔数据分析限价订单价格变化转移。我们根据连续限价订单价格变化的幅度和方向，将其划分为九个离散状态，从而形成能够反映定价决策序列特征的分类时间序列。对于每个日内区间 $\tau \in \{\mathrm{T}_1, \mathrm{T}_2, \ldots, \mathrm{T}_6\}$以及市值层级 $c \in \{$HMC、MMC、LMC$\}$，我们估计转移概率矩阵 $P^{(\tau,c)}{}_{ij}$，用于描述从状态 i 转移至状态 j的可能性。将买方和卖方限价订单分开处理，使我们能够明确纳入价格修正行为中的方向性不对称。

采用这一离散时间马尔可夫链框架，我们对转移概率、平稳分布以及关键马尔可夫链指标进行了全面的实证分析，包括谱隙、熵率和平均回归时间。我们还运用聚类技术和詹森–香农散度，考察不同区间之间的相似性。结果显示，日内规律十分显著：价格惯性在市场开盘和收盘时达到峰值，并呈现出清晰的市值梯度，即高市值股票稳定性最高，而低市值股票动态性最强。聚类分析揭示了买卖盘两侧各自不同的开盘、午间和收盘阶段，卖方还额外出现了一个收盘前阶段。平稳分布表明，限价订单动态主要由中性和轻微价格变化主导；收盘时段则是最为独特的时间阶段，而市值会调节日内对比和买卖价不对称性的强度。

本文的主要贡献在于，首次利用数据驱动的马尔可夫链分析，研究不同市值层级下日内限价订单价格变化的转移动态。通过将现有的日内订单转移框架拓展至限价订单内部更细粒度的定价行为，我们的研究为一天中的不同时段、市值规模和订单方向如何共同塑造限价订单价格动态提供了新的实证见解。这些发现对适应时段变化并考虑市值因素的执行策略具有直接意义。本文其余部分安排如下：第2节介绍数据和日内分段；第3节阐述方法框架；第4节报告实证发现；第5节讨论其稳健性和意义；第6节总结全文并提出未来研究方向。

2. 数据

2.1. 数据描述

高频、微观层面股票市场数据的可用性，为金融市场的细粒度实证研究带来了前所未有的能力。本研究使用从 Algoseek 获取的逐笔订单提交数据。数据涵盖纳斯达克100指数成分股在北美东部标准时间（EST）04:00:00 至 20:00:00 提交的所有订单类型。每个交易日通常包含数亿条记录，原始CSV文件大小约为20–40 GB。表1展示了数据集结构，共有八列：日期、时间戳、订单编号、事件类型、股票代码、价格、数量和交易所。

表1：示 例数据集，展示纳斯达克100指数成分股的高频逐笔订单数据 .

Date	时间戳	订单编号。	事件类型	股票代码	价格	数量	交易所
2018年11月7日	4:00:00.122	11872	ADD-ASK	AAPL	173.00	500	纳斯达克
2018年11月7日	4:00:00.255	12654	ADD-BID	AAPL	186.99	100	纳斯达克
2018年11月7日	4:00:00.123	12865	成交买价	XLF	0	200	纳斯达克
…	…	…	…	…	…	…	…
2018年11月7日	9时30分00.145秒	76543	删除买单	GOOGL	0	400	纳斯达克
2018年11月7日	9:30:01.678	81624	取消买单	INTC	0	500	纳斯达克
…	…	…	…	…	…	…	…
2018年11月7日	16:00:00.000	116752	执行买入	AMD	0	50	纳斯达克
…	…	…	…	…	…	…	…
2018-11-06	20:00:00.000	547324	删除卖单	NVDA	0	40	纳斯达克

我们的实证分析聚焦于两种事件类型——ADD-ASK 和 ADD-BID 订单类型，它们分别对应新卖价（卖出）限价订单和买价（买入）限价订单的提交。对于每种订单类型，我们计算连续订单之间的价格差，并将这些差值划分为离散状态，如表4所示，以此构建马尔可夫链框架。我们的主要目标是估计连续限价单价格变化状态之间的转移概率，尤其关注其日内动态以及不同市值层级之间的差异。下一小节将说明日内分析的交易日划分方式，以及各市值层级所选取的股票。

2.2. 股票选择与时间区间划分

对于每个市值层级——高市值（HMC）、中市值（MMC）和低市值（LMC）——我们各选取五只股票，并从表1所示的完整原始数据中，分别提取这五只股票的逐笔数据。股票选择采用按市值层级分层抽样的方法：对于HMC，我们考察排名为 1st–20th 的股票，并从不同行业中选取五只，以减少行业偏差；同样，我们从排名为41^{st}–60th 的股票中为MMC选取五只，从排名为 81st–100th 的股票中为LMC选取五只，如表2所示。本分析涵盖12个交易日，其中六个交易日纳斯达克100指数收盘价高于开盘价（07-11-2018、15-11-2018、28-11-2018、06-12-2018、10-12-2018、26-12-2018），另六个交易日收盘价低于开盘价（09-11-2018、12-11-2018、14-11-2018、04-12-2018、07-12-2018、21-12-2018）。这种设计降低了结果受单一市场趋势影响的风险。整个流程

数据提取和预处理均使用EmEditor高效完成；该工具能够处理涉及的数GB文件。

表2：各市值层级选取的股票。

HMC（排名 1st – 20th）	MMC（排名 41st – 60th）	LMC（排名 81st – 100th）
亚马逊公司 [AMZN] （消费者服务）	艾伯维公司 [艾伯维] （医疗保健）	博通公司 [博通] （信息技术）
强生公司 [JNJ] （医疗保健）	汇丰控股有限公司 [汇丰] (金融)	Booking Holdings Inc [BKNG] (消费者服务)
摩根大通 [JPM] (金融)	Netflix Inc [奈飞] (消费者服务)	百时美施贵宝公司 [BMY] (医疗保健)
微软公司 [MSFT] (信息技术)	甲骨文公司 [甲骨文] (信息技术)	耐克公司 [NKE] (消费品)
埃克森美孚公司 [埃克森美孚] (石油与天然气)	百事公司 [PEP] (消费品)	联合太平洋公司 [UNP] (工业)

为分析这些股票限价订单价格变化动态的日内模式，我们将交易时段（即 09:30:00.000 – 16:00:00.000）划分为六个不同的时间区间，如表3所示。除 T_3 和 T_4 外，每个时间区间均为一小时；T_3 和 T_4 为 75 分钟，以涵盖午间交易时段独特且通常波动较小的模式。

表3：通过马尔可夫链分析日内限价订单价格变化的时间区间。

时间区间	**时间（HH:MM:SS.000）**	**时长（分钟）**
T_1	09:30:00.000 - 10:29:59.999	60
T_2	10:30:00.000 - 11:29:59.999	60
T_3	11:30:00.000 - 12:44:59.999	75
T_4	12:45:00.000 - 13:59:59.999	75
T_5	14:00:00.000 - 14:59:59.999	60
T_6	15:00:00.000 - 16:00:00.000	60

在不同的行业和交易日中，结合基于时间的分段与按市值分层的股票选择，可为比较分析构建强大的二维框架。

3. 方法论

在确定股票选择和时间分段方案后，我们现在介绍使用高频逐笔数据分析日内限价订单价格变化动态的方法框架。该框架旨在：（i）利用独立性 G 检验，验证连续价格

变化是否表现出短程依赖；（ii）在检测到依赖关系的前提下，通过离散时间马尔可夫表示对由此产生的状态间修正机制进行建模；以及（iii）分别针对买价和卖价申报，总结并比较不同时间区间和市值层级的日内动态。最后，我们以指标、转移矩阵的相似性比较和平稳行为补充基于转移的分析，从而提供对限价订单价格修正动态的局部（一步）和整体（长期）视角。

3.1. 独立性 *G* 检验

为验证高频限价订单价格变化中是否存在记忆效应，我们采用独立性 G 检验 [30, 31]。该似然比检验用于评估连续价格变化是否存在统计依赖，这是进行马尔可夫链建模的前提。具体而言，我们对每个日内时间区间和市值层级内构建的连续状态转移列联表进行检验，并分别对买单侧和卖单侧进行检验。

该检　验考察独立性零假设，并将其与依赖性备择假设进行比较　　e:

$$H_0 : \text{Consecutive price changes are independent} \tag{1}$$

$$H_1 : \text{Consecutive price changes exhibit dependence} \tag{2}$$

G 统计量用于量化观测频数与独立性假设下期望频数之间的似然比:

$$G = 2 \sum_{i,j} O_{ij} \ln\left(\frac{O_{ij}}{E_{ij}}\right), \tag{3}$$

其中，O_{ij} 表示从状态 i 转移到状态 j的观测转移频数，E_{ij} 表示独立性假设下的期望频数:

$$E_{ij} = \frac{(\sum_k O_{ik})(\sum_k O_{kj})}{\sum_{k,l} O_{kl}}. \tag{4}$$

在 H_0, 下，G 统计量服从自由度为 $(r-1)(c-1)$ 的 χ^2 分布，其中r 和 c 是转移矩阵的维度。若所得 p值低于 0.05，我们便在 5% 的显著性水平下拒绝 H_0 。拒绝独立性假设表明，限价订单价格变化存在统计显著的短程依赖。与这一证据一致，我们使用一阶马尔可夫动态对序列进行建模，即下一个状态仅取决于当前状态。这一步为马尔可夫链分析提供了正式的统计依据，并确保后续对转移矩阵的估计能够捕捉真实的时间结构，而非抽样噪声。

3.2. 限价订单价格变化的离散时间马尔可夫链

马尔可夫链属于一类随机过程，特别适合描述类别事件序列 [28, 32]。我们采用离散时间马尔可夫链（离散时间马尔可夫链）

来模拟限价订单价格变化的动态过程。离散时间马尔可夫链是一种随机过程，由一系列随机变量 $X_1, X_2, ...X_n$ 组成，这些变量遵循马尔可夫性质 [33],，也就是说，转移到任意未来状态 X_{n+1} 的概率仅取决于当前状态 X_n ，而与所有先前状态无关 [34]。在我们的设定中，X_n 表示在固定报价侧、日内区间和市值层级下，第n个连续限价订单价格变化的类别状态。

为应用这一框架，我们首先根据限价订单价格相对于前一笔限价订单价格的百分比偏差，将限价订单价格变化划分为九种不同状态，定义如表4所示。因此，可能的状态集合为 $S = S_1, S_2, \ldots, S_9$。这种离散化既保留了调整的方向和幅度，又能在高频环境下实现转移概率的稳定估计。

表4：马尔可夫链状态的限价订单价格变化分类。

马尔可夫状态	价格变化	价格变化类别
S_1	>-5.0%	A：极激进卖出
S_2	-5.0% 至 -2.0%	B：激进卖出
S_3	-2.0% 至 -1.0%	C：中度卖出
S_4	-1.0% 至 -0.01%	D：轻度卖出
S_5	0.0%	E：中性
S_6	+0.01% 至 +1.0%	F：轻度买入
S_7	+1.0% 至 +2.0%	G：中度买入
S_8	+2.0% 至 +5.0%	H：激进型买入
S_9	>+5.0%	I：极度激进型买入

一阶离散时间马尔可夫链的核心组成部分是转移概率 p^{ij}，它表示价格变化从当前状态 S_i 转移到下一个时间步 [28] 的状态 S_j 的概率：

$$p_{ij} = P(X_{n+1} = S_j \mid X_n = S_i) \tag{5}$$

所有状态之间转移的完整概率分布可由转移概率矩阵简洁地表示为**P**：

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{19} \\ p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{29} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{91} & p_{92} & \cdots & p_{99} \end{pmatrix} \tag{6}$$

该矩阵满足以下约束：

$$0 \le p_{ij} \le 1, \quad \forall i, j \in S, \tag{7}$$

$$\sum_{j=1}^{9} p_{ij} = 1, \quad \forall i \in S. \tag{8}$$

为估计矩阵p_{ij} 的元素$\mathbf{P}$，我们采用最大似然估计（MLE）方法 [34, 35]。我们针对每个日内区间、市值层级和报价侧分别估计转移矩阵。估计时使用了修改后的 MATLAB 代码，原始版本见参考文献 [36]。这些矩阵刻画了限价订单价格调整的逐步动态过程，并可用于对不同时间区间进行系统比较。为了将转移模式转化为可解读的市场特征，我们接下来计算用于概括持续性和随机性的指标。这种分层估计设计在统一的概率框架下，分别识别了（i）日内时间效应、（ii）市值效应，以及（iii）买卖价不对称性。

3.3. 马尔可夫链动力学指标

除转移概率外，由转移矩阵 $\mathbf{P}$ 推导出的若干指标刻画了限价订单价格变化过程的动力学特征，如下所列。我们使用这些汇总指标来比较价格修正行为稳定下来的速度、在给定当前状态时其可预测程度，以及不同激进程度出现的频率。

3.3.1. 谱隙与弛豫时间

谱隙 γ 衡量了向平稳分布 π 的收敛速度，该分布将在公式 14 中给出；谱隙定义为$\mathbf{P}$ [37, 38]的最大特征值与次大特征值之差：

$$\gamma = 1 - |\lambda_2|, \tag{9}$$

其中，$\lambda_1 = 1$和 λ_2 是按绝对值计算的次大特征值，弛豫时间 τ定义为：

$$\tau_{\text{rel}} = \frac{1}{\gamma}. \tag{10}$$

较大的谱隙表示向均衡快速收敛，记忆效应持续时间较短。较小的谱隙则表明模式具有持续性，且向稳态行为收敛得更慢。

3.3.2. 熵率

熵率量化了平稳马尔可夫链每次转移的平均信息量，定义为 [39]:

$$H(\mathcal{X}) = -\sum_{i=1}^{9} \pi_i \sum_{j=1}^{9} p_{ij} \log p_{ij}. \tag{11}$$

熵率高表示价格变化序列难以预测，而熵率低则表明，在给定当前状态的情况下，序列具有结构且可预测。

3.3.3. 混合率

混合率描述了从任意初始条件收敛到式 14 中平稳分布 π 的速度，其上界为 [38, 40]:

$$\|\mathbf{p}^{(n)} - \pi\|_{\text{TV}} \leq Ce^{-n/\tau_{\text{rel}}}, \tag{12}$$

其中，$\mathbf{p}^{(n)}$ 是经过n步后的状态分布。快速混合意味着初始冲击效应迅速消散，而缓慢混合则表明价格形成中存在持续的路径依赖。

3.3.4. 平均回归时间

F或者，对于每个状态S_i，平均回归时间表示预期返回间隔 [4 1]:

$$\mu_i = \frac{1}{\pi_i}, \quad i = 1, 2, \ldots, 9. \tag{13}$$

μ_i 值揭示了订单价格激进程度的典型周期；中性状态的 μ_i 较小，表明订单频繁以当前市场价格提交；而极端状态的值较大，则反映出受市场影响约束的激进调整较为罕见。

尽管这些指标能够有效量化整体动态特性，但无法捕捉整个转移矩阵之间的结构相似性。为了依据完整的概率结构对不同交易行为进行系统分组，我们将转移数据降维为适用于聚类的低维表示，具体方法见下一小节。因此，我们将嵌入和聚类步骤视为用于比较不同时间区间及报价侧的完整矩阵的互补工具，而非核心建模贡献。

3.4. 转移概率矩阵的降维

为获得 9×9 转移概率矩阵（TPMs）的低维嵌入，我们将每个TPM向量化为$\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{81}$，并分两个阶段进行降维。首先，我们应用主成分分析（PCA） [42] 并保留前$k = 8$ 个成分（捕获超过95%的方差），从而获得紧凑表示，并提高后续嵌入的稳定性。其次，使用t-分布随机邻域嵌入（t-SNE） [43, 29] 将经PCA降维后的数据映射至二维空间，以获得可视化表示，展现各TPM之间的相似性。

3.5. 降维转移概率矩阵的聚类技术

为总结降维转移概率矩阵嵌入中的潜在结构，我们使用 Scikit-learn 库 [44]应用两种互补的聚类算法。首先，我们采用基于 Ward最小方差连接法 [45] 的凝聚层次聚类，以获得能够突出时间区间之间嵌套相似模式的树状图。其次，我们使用 DBSCAN [46, 29] 识别嵌入空间中的密集群组和潜在离群点。这些算法使我们能够将交易时间区间划分为自然形成的行为阶段。

3.6. 平稳分布分析

在遍历马尔可夫链中，长期行为由平稳分布刻画，该分布规定了与每个状态对应的稳态概率。将处于状态j 的长期概率记为 π_j，则该平稳向量是唯一确定的，并且必须满足 [47, 28]:

$$\pi_j = \sum_{i=1}^{9} \pi_i p_{ij} \quad \text{(balance equation)}, \tag{14}$$

$$\sum_{j=1}^{9} \pi_j = 1 \quad \text{(Normalization condition)}. \tag{15}$$

平稳概率 π_j 使用 PyDTMC 包 [48]计算。为量化不同时间区间之间平稳分布的差异，我们采用詹森–香农散度（JSD）。对于两个概率分布p 和q （每个分布均为非负且总和为一），JSD 定义为 [49]:

$$\mathrm{JSD}(p,q) = \frac{1}{2}\left[\mathrm{KLD}\left(p \,\middle\|\, \frac{p+q}{2}\right) + \mathrm{KLD}\left(q \,\middle\|\, \frac{p+q}{2}\right)\right], \tag{16}$$

其中，两个离散分布u 和v 之间的库尔贝克–莱布勒散度（KLD）为

$$\mathrm{KLD}(u\|v) = \sum_i u_i \log_2 \frac{u_i}{v_i}. \tag{17}$$

在此表述中，u_i 和v_i 分别对应于分布u 和v为状态i 所赋予的概率。根据定义，詹森-香农散度具有对称性，仅取非负值，并且当且仅当两个分布完全一致时才为零 [50]。这种分布分析使我们能够刻画限价订单价格修正的稳定长期特征，并量化不同交易区间之间行为变化的幅度。在第3节确立这一完整的方法论框架后，下面进入第4节，详细介绍基于纳斯达克100指数数据集得出的实证发现。

4. 结果

卖价和买价限价订单的价格调整在日内如何演变？这些动态又如何受到市值的影响？为回答这一核心问题，本节展示基于离散时间马尔可夫链框架得出的实证结果。研究结果按照六个不同交易区间（T_1–T_6）以及三个市值层级进行比较分析：高市值（HMC）、中市值（MMC）和低市值（LMC）。

我们首先在第4.1小节中应用独立性 G 检验，验证价格变化序列中是否存在短期记忆，并确认当前价格调整在统计上取决于先前事件，从而为采用马尔可夫链建模提供依据。第4.2小节考察估计所得转移概率矩阵（TPM）的结构和主导元素，并对不同市值层级进行系统的时间维度和横截面比较。第4.3小节通过熵率、谱隙、弛豫时间和平均回归时间等关键马尔可夫链指标，对这些转移概率矩阵的动态属性进行量化，揭示收敛速度和可预测性模式如何随时间维度和市值规模而变化。第4.4小节采用降维技术，即主成分分析和 t 分布随机邻域嵌入，再结合层次聚类和 DBSCAN 算法进行聚类分析，以识别高维转移概率矩阵中的潜在结构模式和分类。最后，第4.5小节分析不同时间区间和市值层级下限价订单价格变动状态的平稳分布，并利用詹森-香农散度量化分布差异，评估长期调整模式的稳定性。

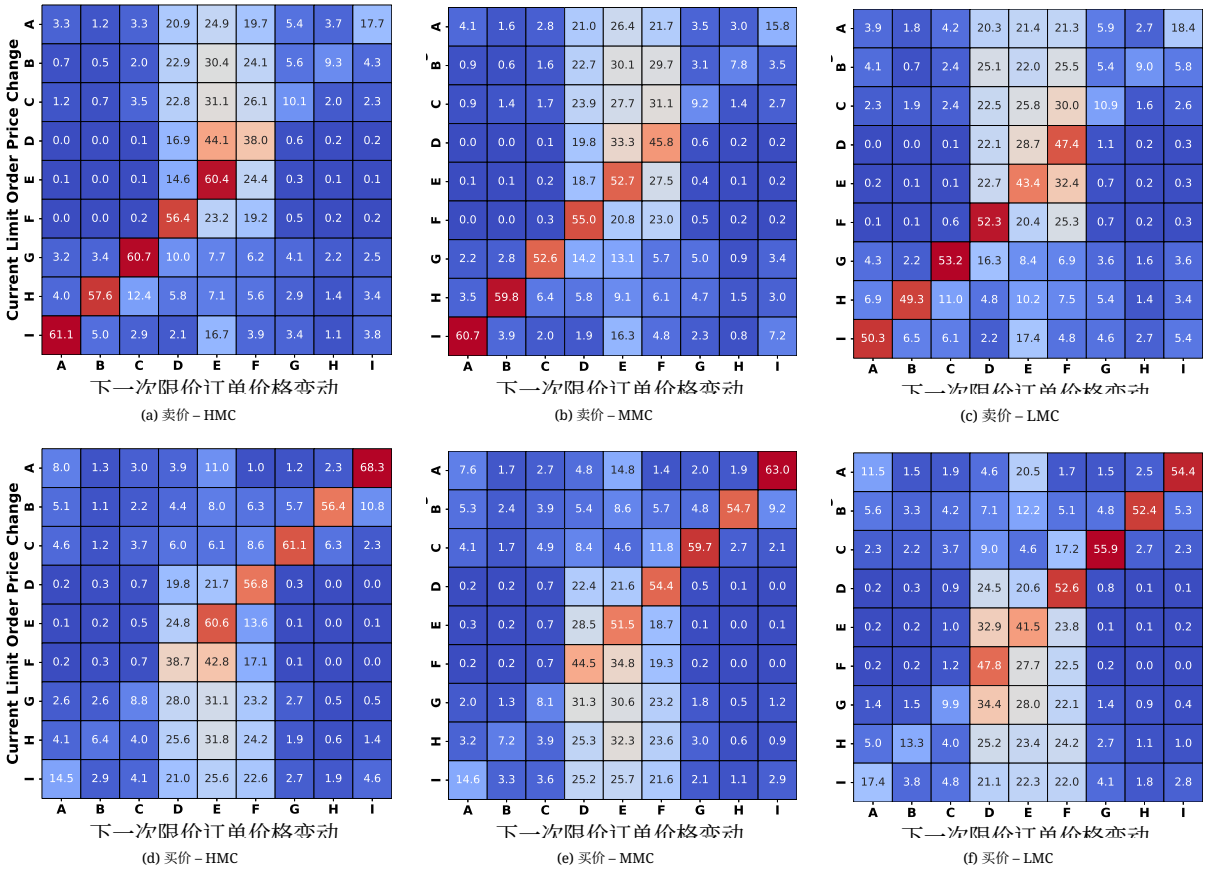
4.1. 独立性 *G* 检验

为验证采用马尔可夫链的合理性，我们分别对卖价和买方限价订单价格变动序列应用独立性 G 检验和自相关分析，以检验时间依赖性。补充材料中的表 S1 和 S2 分别列出了卖价序列和买价序列的平均 G 检验统计量，这些统计量是针对每种市值层级和时间间隔组合，基于所有交易日计算得出的。结果显示，所有市值层级和时间区间的 G统计量始终较高，且 p值远低于 0.05 显著性阈值（$p \ll 0.05$）。这些发现提供了有力的统计证据，足以拒绝独立性原假设，并证实价格变化显著取决于先前调整。自相关分析也佐证了这一点：在滞后阶数 1 和 2 处均发现统计显著的相关性，其幅度超过 $1/\sqrt{N}$ 显著性阈值（其中 N 代表价格变动事件总数） [51]。尽管这些相关性较弱，但其系统性衰减表明存在与一阶马尔可夫性质相符的短期记忆效应 [52]。

G检验和自相关分析所提供的相互印证证据，验证了我们采用一阶离散时间马尔可夫链的方法。虽然可能存在更高阶的依赖关系，但占主导地位的滞后 1 阶相关性支持一阶假设。该假设在捕捉限价订单价格调整行为中基本时间依赖关系的同时，也保证了计算上的可行性。因此，我们将在下一小节中，对一阶转移概率矩阵进行最大似然估计，并系统地比较不同市值层级中主导元素在时间维度和横截面上的差异。我们仅分析 D、E 和 F 类价格变动，因为 A、B、C、G、H 和 I 类价格变动的数量非常少，如补充材料中的图 S1 所示。

4.2. 转移概率矩阵分析

我们使用离散时间马尔可夫链分析限价订单价格变化，并根据价格变动幅度定义九状态空间，如表4所示。通过最大似然估计得出该马尔可夫链的转移概率矩阵（TPM）。分析涵盖 HMC、MMC 和 LMC 三个市值层级在十二个交易日内、六个日内时间区间中的买方和卖方限价订单。这共生成 2,160 个独立的 9×9 转移概率矩阵，我们将其汇总为 36 个代表性矩阵：其中 18 个对应卖方价格变动，18 个对应买方价格变动；每个市值层级对应六个矩阵，分别对应六个时间区间。图 1 展示了开盘区间 T_1中卖价和买价转移概率矩阵（TPM）的代表性热力图可视化。在这些矩阵中，行表示当前价格变化状态，列表示后续状态，单元格数值表示转移概率。为进行全面分析，补充图 S2 和 S3 展示了所有市值层级（HMC、MMC、LMC）和时间区间（T_1–T_6）中完整的卖方转移概率矩阵。相应的完整买方转移概率矩阵见补充图 S4 和 S5。



(a) 卖价 – HMC (b) 卖价 – MMC (c) 卖价 – LMC

(d) 买价 – HMC (e) 买价 – MMC (f) 买价 – LMC

图1：开盘区间 T_1，中转移概率矩阵（TPM）的代表性热力图可视化，展示了 HMC、MMC 和 LMC 市值层级中卖价（上）与买价（下）限价订单价格变化动态。

4.2.1. 限价订单价格惯性

图2展示了买卖双方连续出现0%限价订单价格变动（即价格惯性）概率的时间变化。该指标反映限价订单在连续提交过程中维持相同价格的可能性，并显示出其随不同日内时间区间和市值层级而呈现规律性变化。分析揭示了两个关键实证发现：要点1指出 HMC、MMC 和 LMC 共有的日内动态；要点2则强调各市值层级的不同特征。

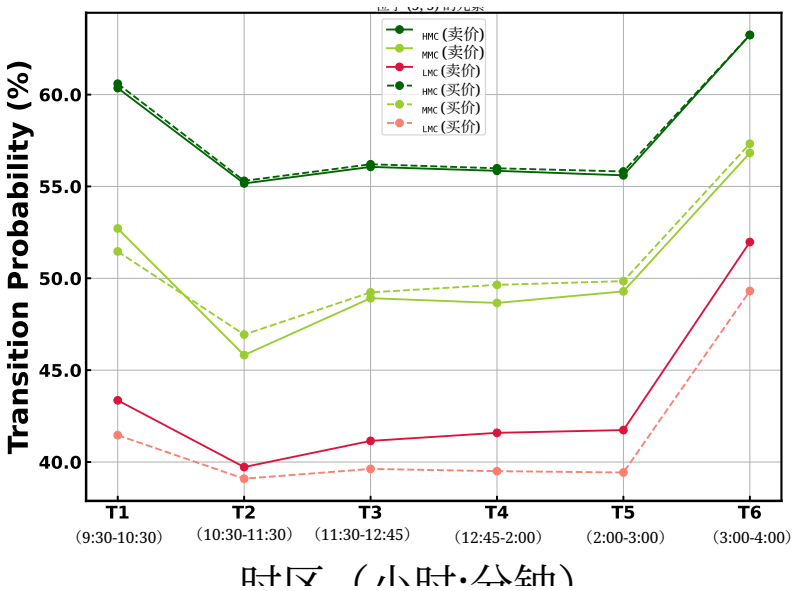


图2：不同市值层级和时间区间内，连续0%限价订单价格变动转移概率的时间变化。

1. 日内限价订单价格变化转移动态：如下所述，我们观察到所有市值层级的买方和卖方，连续0%价格变化的转移概率均呈现一致的时间模式：

(a) 开盘时，价格惯性达到峰值 T_1，表明限价订单倾向于连续以相同价格提交。这种行为可能反映了参与者在预期的支撑位和阻力位采取防御性仓位。隔夜新闻的消化以及信息不对称加剧了开盘波动性，造成不确定性，促使参与者在价差之外采取防御性仓位，并将订单集中在特定价格点位，以避免逆向选择成本 [53, 54]。

(b) 开盘后，惯性概率急剧下降，并在午间交易时段保持在较低水平，即 $T_2 - T_5$。最初的下降与动态价格发现过程相符：高波动性和不断变化的买卖价差要求频繁调整限价订单价格，从而降低了订单以相同价格重复提交的情况。随着市场吸收新信息，波动性减弱，价差收窄 [55, 53]。在价格发现后的环境中，交易条件更加多样化，不同参与者采用混合策略，导致下单分散，并使连续以相同价格提交订单的概率稳定在较低水平。

（c）最后，惯性在收盘时段 T_6, 大幅上升，通常超过开盘时段的峰值。这种回升是由日终投资组合再平衡加剧所驱动的：由于平仓头寸并降低隔夜风险的紧迫性，市场参与者会在关键价格水平提交订单，以确保成交 [56, 57]。这一策略转变将订单执行置于价格优化之上，导致价格

调整显著减少，并使连续以相同价格提交订单的概率相应达到峰值。

2. HMC、MMC和LMC股票在价格变化转移动态上的差异：跨市值分析揭示了这些动态存在系统性差异，并且这种差异贯穿所有交易时间区间，反映了各市场层级的独特特征。

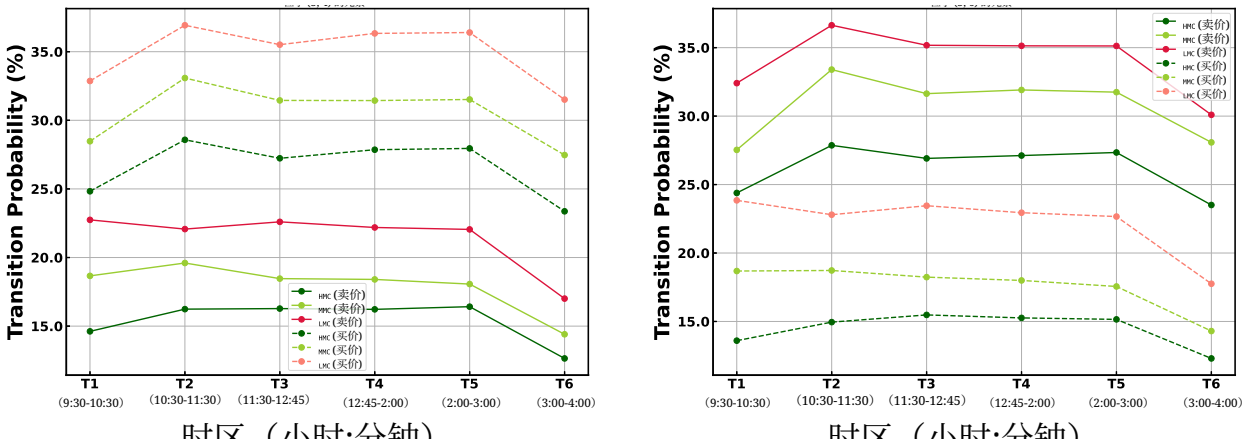
(a) 市值梯度十分明显；HMC股票的价格惯性最强，其次是MMC股票，最后是LMC股票。这种层级差异反映了它们市场结构上的根本区别。HMC股票流动性更高、交易量更大，因此吸引了包括做市商和高频交易者在内的成熟参与者。这些参与者通过在特定价格持续挂出限价订单，提供连续流动性，从而使自转移概率相对较高，即价格惯性更强。相反，LMC股票连续价格不变的概率最低。流动性较低、交易成本相对较高以及信息不对称程度较高，都会抑制被动挂单。因此，参与者必须动态管理订单，频繁调整价格以降低风险，导致价格惯性系统性较低。

(b) 买卖价不对称梯度十分明显，从HMC股票中的最小程度逐步升至LMC股票中的最大程度。对于LMC股票，所有时间区间内的卖方转移概率均持续高于买方概率。这种模式可能由非流动性股票特有的三个因素所驱动：做市商通过维持持续的卖价限价单来管理库存风险 [58], 更严重的信息不对称会增加买方的逆向选择成本 [59], 以及卖空成本等制度性摩擦会不成比例地阻碍买方流动性供给 [60]。这些因素共同增强了卖价侧限价订单表现出的价格惯性。

总而言之，这些发现表明，限价订单价格变化惯性并非随机，而是遵循可预测的日内U形模式以及明显的市值梯度。结果显示，高市值股票由于拥有深厚且持续的流动性，表现出最高的价格稳定性；相比之下，低市值股票的总体稳定性较低，并呈现出显著的买卖价不对称性。对交易者而言，这意味着可以通过预期市场开盘和收盘时段较高的价格持续性来优化执行策略，尤其是在高市值股票中；同时，还应考虑低市值股票固有的较低稳定性和占主导地位的卖方惯性。

4.2.2. 限价订单价格调整的方向动量

图3展示了不同市值层级和日内时段中，从中性状态（即价格变化为0%）转向负向和正向价格变化的转移概率。通过这项分析，我们指出了两个关键的实证发现：要点1考察基于市值的价格修订强度层级；要点2分析方向性转移行为中细微的买卖价不对称性。



(a) 价格变化为0%转向负向价格变化。 (b) 价格变化为0%转向负向价格变化。

图3：不同市值层级及日内时段中，从中性状态（即价格变化为0%）转向负向和正向价格变化的转移概率。

1. 修正强度层级：交叉分析显示，在所有交易时间区间和市值层级中，方向性转移概率均呈现出系统性的排序，反映了以下所述的不同特征。

(a) 从时间维度来看，日内演变模式展现出鲜明的开盘时段动态：HMC和MMC股票的方向性转移显著增加，其中防御性仓位上升4.0%–5.0%，激进型仓位上升1.0%–1.5%；而LMC股票则表现出逆势行为，略有下降。这种分化表明，各类股票对开盘波动性和信息不对称的反应有所不同；在不确定性较高的时段，LMC交易者采取了更为保守的调整策略 [53,55]。

（b）就市值不对称性而言，我们观察到，LMC股票表现出最高的方向性转移概率，显示出较高的限价单价格修正频率。LMC股票较高的修正频率源于其市场微观结构：较宽的买卖价差、较高的波动性、有限的流动性以及较低的做市商参与度。这些条件导致最优成交价格与当前市场水平之间存在更大的差距，因此需要更频繁地进行价格调整，以维持成交可行性 [61]。另一方面，HMC股票表现出最低的修正频率，这反映了其稳定的市场环境，其特征是价差更窄、流动性更高以及机构参与度更高。增强的做市商活动维持了稳定的定价条件，形成较长时间的订单竞争力，从而降低了修正动机 [62]。

2. 方向性调整中的细微买卖价不对称性：我们发现了两种细微但持续存在的买卖价不对称性，具体表述如下：

$$P(\text{买价：中性} \to \text{负向}) \gtrsim P(\text{卖价：中性} \to \text{负向})$$
$$P(\text{卖价：中性} \to \text{正向}) \gtrsim P(\text{买价：中性} \to \text{正向})$$

其中，$\gtrsim$ 表示一种微小但持续存在的差异。这一模式反映了交易行为中的细微差别：

（a）第一个不等式反映出买方有更强的价值寻求动机，因此更倾向于降低买价，以改善入场价格。（b）第二个不等式则表明卖方有更强的利润最大化动机，因此更倾向于提高卖价，以获得更好的成交。

这些实证发现为交易者在不同市值分层中优化订单管理提供了指导。市值层级的主导作用意味着，在高市值股票中，采用静态、耐心的下单策略是可行的；而低市值股票中较高的修改频率，则要求采用动态、适应性策略来管理成交风险。这种对比在市场开盘时最为明显：低市值股票交易者转为谨慎，而高市值股票交易者则积极调整仓位。细微但持续存在的买卖价不对称性，可用于微调价格调整逻辑，同时考虑其他参与者轻微但可预测的价值寻求（买价）和利润最大化（卖价）倾向。

4.3. 马尔可夫链指标

现在，我们计算关键的马尔可夫链指标。对单个转移概率的分析刻画了局部的状态间转移，而这些指标则量化了价格变化过程的整体动态特性。

4.3.1. 谱隙、弛豫与混合

我们分析谱隙 γ，以衡量向均衡收敛的速度，并将其作为价格发现效率的代理指标。该指标呈现出清晰的日内模式，与波动性相反。如表5所示，市场开盘时谱隙最小（T_1；$\gamma \approx 0.56$–0.60），表明在高信息吸收期间收敛速度最慢。午间（T_3–T_4；$\gamma \approx 0.71$–0.74）谱隙达到峰值，反映出最快的收敛速度，随后在收盘时（T_6；$\gamma \approx 0.65$–0.69）略有下降。按市值划分，在活跃交易时段（T_2–T_5），HMC和MMC股票的谱隙略大于LMC股票，这与高流动性资产具有更高价格发现效率的情况一致。此外，γ 中的买卖价差异较小（$\lesssim 0.05$），其影响次于主要的时间和市值模式。

为完整起见，我们还报告了补充性指标：表5中的混合率 $\lambda_\star = 1 - \gamma$ 和弛豫时间 $\tau = 1/\gamma$。由于弛豫率定义为 $\kappa \equiv 1/\tau = \gamma$，$\kappa$ 在数值上与谱隙相同，而 $\lambda_\star$ 则是线性重参数化。因此，这些指标都具有互补性：较高的混合率对应较长的弛豫时间和较小的谱隙，表明收敛较慢。我们纳入这些指标，是为了满足偏好使用这些约定的读者，而不是将其视为不同的指标。

表5：用于量化价格变化过程全局动态特性的关键马尔可夫链指标。

市场 市值 Tier	时间区间	谱隙		弛豫率		熵率		混合率	
		Ask	Bid	Ask	Bid	Ask	Bid	Ask	Bid
HMC	T_1	0.562	0.566	0.825	0.835	1.032	1.051	0.438	0.434
	T_2	0.738	0.719	1.341	1.268	1.038	1.059	0.262	0.281
	T_3	0.740	0.695	1.345	1.188	1.035	1.054	0.260	0.305
	T_4	0.744	0.715	1.363	1.254	1.039	1.046	0.256	0.285
	T_5	0.725	0.690	1.290	1.172	1.030	1.056	0.275	0.310
	T_6	0.692	0.651	1.177	1.053	0.984	1.021	0.308	0.349
MMC	T_1	0.590	0.595	0.891	0.904	1.089	1.112	0.410	0.405
	T_2	0.711	0.716	1.240	1.260	1.078	1.081	0.289	0.284
	T_3	0.727	0.730	1.299	1.309	1.074	1.078	0.273	0.270
	T_4	0.708	0.709	1.229	1.235	1.084	1.077	0.292	0.291
	T_5	0.679	0.689	1.135	1.170	1.069	1.076	0.321	0.311
	T_6	0.669	0.671	1.106	1.111	1.030	1.041	0.331	0.329
LMC	T_1	0.562	0.567	0.825	0.838	1.152	1.162	0.438	0.433
	T_2	0.693	0.705	1.181	1.222	1.124	1.108	0.307	0.295
	T_3	0.694	0.717	1.185	1.263	1.108	1.116	0.306	0.283
	T_4	0.713	0.695	1.247	1.187	1.113	1.105	0.287	0.305
	T_5	0.698	0.680	1.196	1.140	1.105	1.115	0.302	0.320
	T_6	0.687	0.666	1.161	1.097	1.073	1.108	0.313	0.334

4.3.2. 熵率

通过分析熵率，可以量化价格变化序列的不可预测性。如表5所示，存在明显的市值层级。LMC股票始终表现出最高的熵率，其次是MMC和HMC。这一梯度表明，LMC股票中的价格变化动态最难预测，而HMC股票中的价格变化动态最具结构性，反映了市场深度和信息不对称方面的潜在差异。从时间上看，熵率在T_1 时最高，并通常向T_6, 逐渐下降，这表明市场交易模式正从信息密集型吸收转向更加有序、由成交驱动的交易。此外，买方熵率略高于卖方，表明买方定价具有稍高的不确定性，不过这一影响仍处于次要地位。

4.3.3. 平均回归时间

最后，我们分析平均回归时间（MRT），它衡量过程返回给定状态所需的平均步数。如表6所示，在不同日内时段、市值层级和订单方向下，MRT明显区分了中性、温和与极端的限价单价格变化状态。日内动态显示，临近市场收盘时出现相反趋势：中性状态S_5 MRT缩短，例如，HMC从2.3步缩短至2.0步，这是由于成交紧迫性增加；而温和状态S_4 和S_6 MRT延长，例如，HMC从3.7步延长至4.1步，这是因为价格微调减少。极端状态出现频率最高，且MRT最短，在开盘时尤为明显 T_1, , 这与较高的初始波动率一致；这一模式在低市值股票中最为显著，例如卖方状态S_1 MRT为224.4。

中性变化，以状态 S_5, 表示，出现频率最高，并呈现出市值层级：

HMC：2.0–2.4步，MMC：2.4–3.2步，LMC：2.8–3.6步。这一模式反映出，流动性高的股票中的订单维护更加稳定，而较为稀疏的低市值股票订单簿则需要更频繁的非中性修正。温和调整，即状态 S_4 和 S_6，呈现反向模式，在2.9–3.2步时最常见于低市值股票，这与在更宽的价差下持续进行微调相一致。中等状态，即 S_3 和 S_7，介于这些基准之间。极端状态 S_1、$S_2, S_8,$ 和 S_9 较为罕见，在所有情况下，其均值复现间隔均以数百步计。此外，买卖价不对称性十分明显，主要出现在LMC的极端状态中。例如，在T_2, ，极端负向调整，即状态 S_1，在卖方每329.5步复现一次，而在买方则每1051.3步复现一次。这与交易者在非流动性股票中挂出较不激进的买方限价订单，以避免累积多头库存的做法相一致。

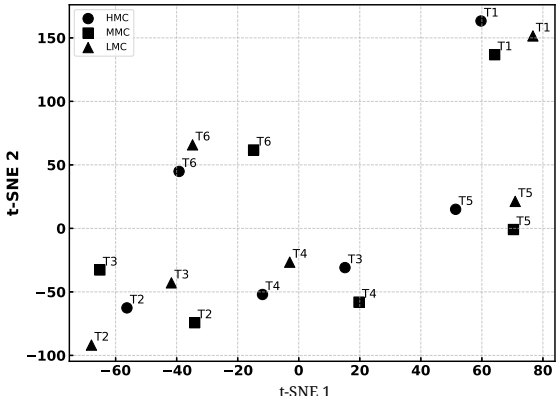
总之，这些马尔可夫链指标量化了限价订单价格变化过程的整体动态，证实了明确的市值层级。高市值股票的特点是价格发现效率高，γ较高；低H带来的可预测性相对较高；低S_5 MRT所体现的持续性稳定，因此适合耐心等待、加入队列的交易策略。相反，低市值股票呈现出动荡、效率较低的状态，其 γ 较低、H较高，并且轻微调整的重现速度很快，这一点可从较低的S_4和S_6MRT看出，因此需要动态的价格自适应订单管理。此外，低市值股票买价侧的极端稀缺状况进一步要求采取更保守的买入策略；而市场收盘时中性状态重现时间普遍压缩，因此随着执行紧迫性上升，所有市值层级都需要加强监控。

4.4. 转移动态的聚类分析

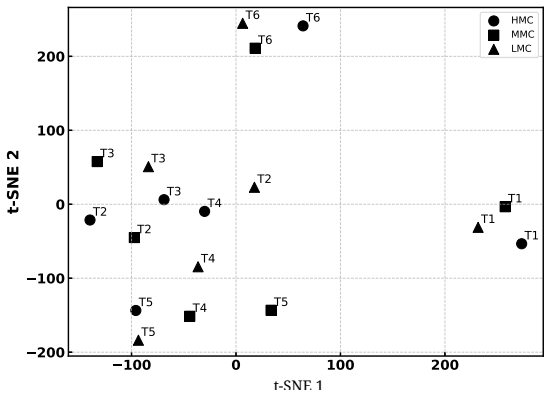
接下来，我们通过聚类考察转移概率矩阵（TPM）的整体相似性。这项分析旨在识别不同时间区间和市值层级下限价订单价格变化行为的自然分组。每个 9×9 TPM都被展平为一个81维向量，每一侧由此得到18个向量，即6个时间区间 $\times$ 3 市值层级。随后，我们使用主成分分析（PCA）降低TPM的维度，仅保留9个主成分，再运用t-分布随机邻域嵌入（t-SNE）进行二维可视化，如图4a和4b所示，分别对应卖价侧和买价侧。接着，我们对这些嵌入结果应用层次聚类中的凝聚式聚类以及DBSCAN。

层次聚类分析显示，卖方与买方在时间结构上存在显著差异，如图5a和5b所示。买方的异质性更高，连接距离范围为 0 – 700 ，而卖方为 0 – 400 。尽管如此，买方呈现出清晰的时间分段。开盘 T_1 和收盘 T_6 时段形成了独立的簇。午间交易时段，即 T_2–T_5 ，聚为单一簇。相比之下，卖方呈现出更复杂的时间动态。午间区间（T_2–T_4）存在大量交错。收盘前时段，即 T_5，与午间时段分离，并与收盘时段 T_6聚为一簇。这表明，卖方在正式收盘时段之前便开始制定日终仓位策略。

DBSCAN分析进一步印证了这一关键的时间不对称性。买方形成了三个界限清晰、密集的簇，分别对应传统交易时段：开盘 T_1, 午间（T_2 至 T_5, ）和收盘 T_6。相比之下，卖方形成了四个不同的簇：开盘 T_1,午间（T_2 至 T_4, ），以及两个独立的日终簇：收盘前 T_5 和收盘 T_6。卖方一侧 T_5 的清晰分离，为卖方远早于买方开始为收盘未平仓头寸进行策略性准备提供了数据驱动的证据。

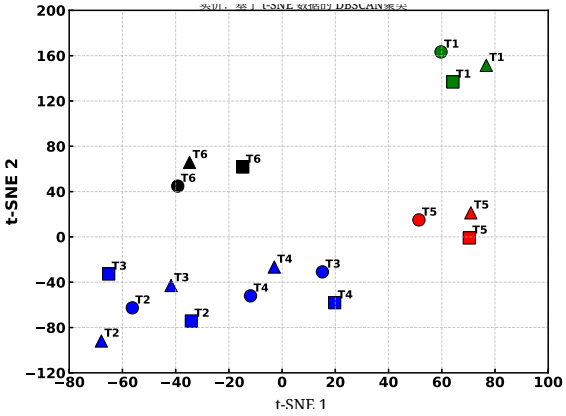


(a) 卖方PCA–t-SNE

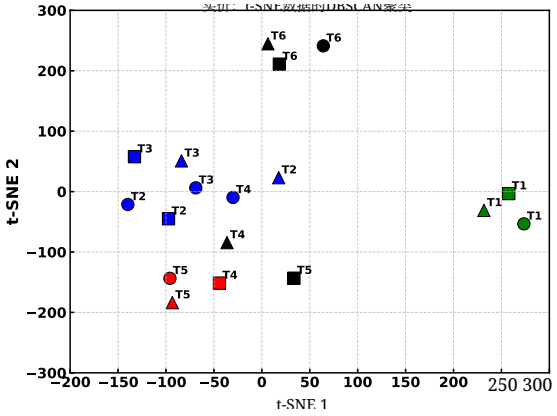


(b) 买方PCA–t-SNE

图4：先通过主成分分析（9个成分）再经t-SNE得到的转移概率矩阵（TPM）二维嵌入，分别对应于（a）卖方和（b）买方限价订单。每个点代表六个日内区间（T1、T2、……、T6）之一以及三个市值层级（高、中、低）之一对应的一个TPM。



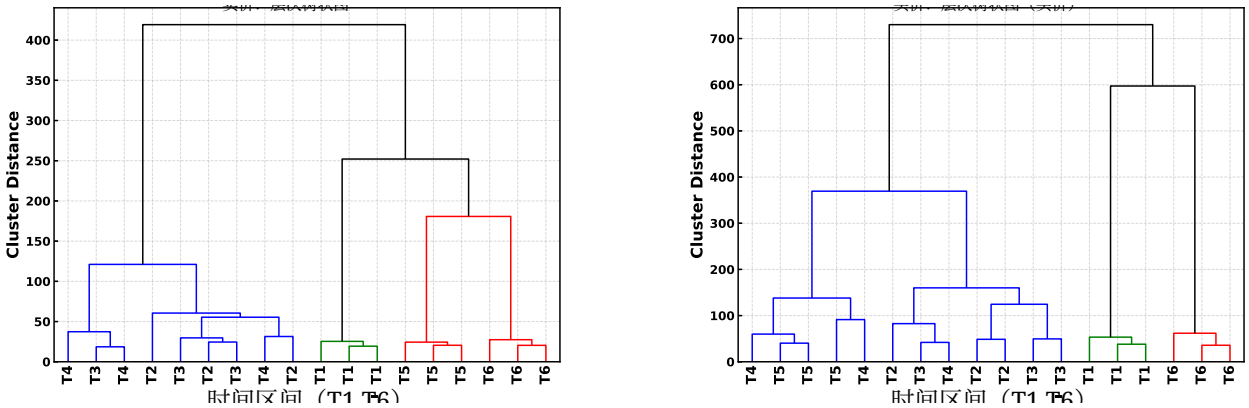
（a）卖方DBSCAN



（b）买价侧DBSCAN

图6：PCA–t-SNE嵌入上的DBSCAN。在使用共同的 ε/minPts时，买价侧更宽且可分性更强的布局形成了更清晰的开盘/午间/收盘岛；卖方更紧凑的布局则会产生更多区间中段的混合，除非降低 ε 。

总之，这些聚类模式表明，市场动态主要受一天中的时段和订单方向驱动，市值的作用则居于次要地位。一项关键发现是，买方的异质性更强，但其仍呈现出清晰的三阶段结构：开盘 T_1，午间 T_2–T_5，和收盘 T_6，，这为结构化执行算法提供了可预测的转换点。相反，卖方虽然更为同质，却呈现出更复杂的四阶段结构，其特点是 T_5 收盘前动态较早出现，这意味着卖方更早开始平仓。对交易者而言，这要求采取不对称的时机安排：买价侧逻辑可遵循标准的日内模式，而卖方逻辑则必须预判这一向收盘动态的提前转变。



(a) 卖方树状图　　(b) 买方树状图

图 5：层次聚类树状图。买价树的距离范围（≈ 0–≈ 700）大于卖价树（≈ 0–≈ 400），表明买价侧的异质性更高。在两棵树中，T_1, T_5, T_6 均呈现紧密的三元组。卖价树中T_2, T_3, T_4之间交错更明显；买价树则为T_2 和T_3,形成更清晰、相邻的子区块，并由T_4 起桥接作用。

4.5. 限价订单价格变化的平稳分布

通过聚类识别出不同的时间机制后，我们现在考察平稳分布 π，以刻画限价订单价格变化状态的长期均衡行为。该分布代表均衡状态概率，揭示了主要的价格变化趋势，相关结果见补充材料中的表 S3 和表 S4。在所有配置中，概率分布都高度集中：超过 97% 的概率落在三个状态上，即轻微负向变化 π_4、零变化 π_5和轻微正向变化 π_6。市值梯度规律显著：从 HMC 到 LMC， π_5 大幅下降，而 π_4 和 π_6 则上升。这证实，市值较低的股票价格惯性较弱，需要更频繁地进行小幅调整。此外，轻微上涨和下跌的概率仍近乎对称，各层级内的 $\pi_4 \approx \pi_6$ 。

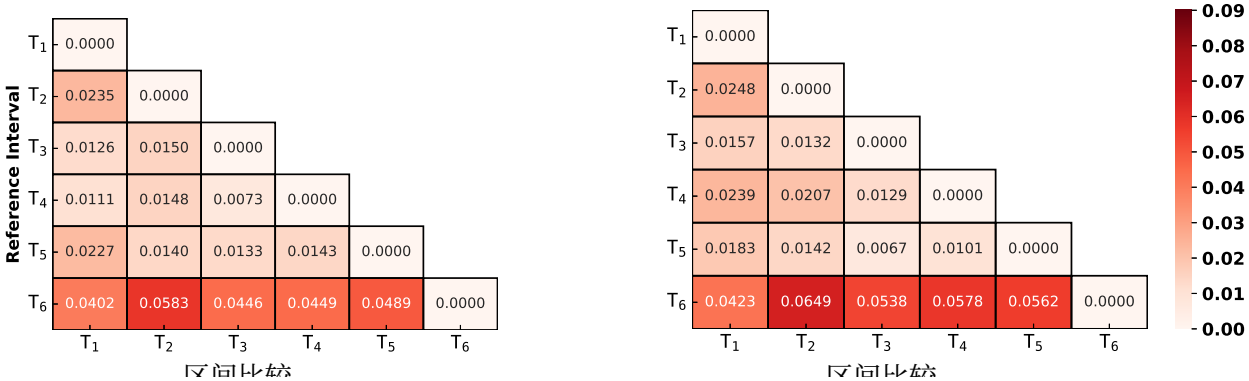


图 7：HMC 限价订单价格变化在不同时间区间的 π_s 之间的詹森–香农散度：左侧为**卖价**，右侧为**买价** 。

为量化不同时间区间之间这些平稳分布的差异，我们计算了詹森-香农散度（JSD），如图 7–

9中的热图所示。JSD分析揭示了买方和卖方共有的稳健时间结构。收盘时段T_6始终最为独特，与所有层级中午间时段T_2–T_5的差异最大。这种显著差异表明市场参与者的目标发生了根本转变：随着交易时段临近结束，主要动机从寻求价值的价格发现转向期限驱动的库存管理。平掉头寸并降低隔夜风险的紧迫性，促使限价订单提交概率的结构发生重组，从而形成一种独特的均衡状态，与午间阶段以稳定流动性供给为特征的状态显著不同。另一个较为明显的转变紧接开盘后发生，T_2 与T_1, 的差异显著，这可能是由初始信息不对称的消解所驱动。相比之下，从T_2 到T_5 的午间时段相对稳定，相邻午间时间区间之间的成对JSD值较低。比较买卖双方可见，买方的JSD值通常更大，尤其是在收盘和开盘后；这印证了聚类和指标分析的既有发现：买价侧行为变化更多，在不同时段之间的变化也更显著，而卖方在午间则更为稳定。

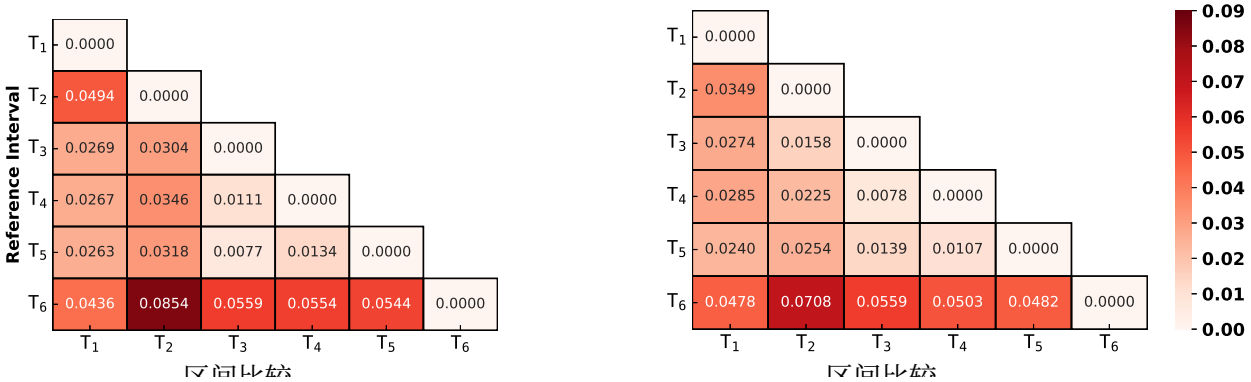


图8：MMC限价订单价格变化在不同时间区间之间的詹森–香农散度 π_s：左侧为**卖价**，右侧为**买价**。

市值进一步调节了时间差异。高市值股票的整体JSD差异最小，T_6 的偏离幅度在卖方为0.040–0.049，在买价侧为0.042–0.056。T_2–T_1 之间的差异约为0.02–0.03，反映出不同交易阶段之间更高的稳定性。相比之下，中市值股票在收盘阶段的差异最为显著。这一模式在卖方尤为明显，T_6 与T_2 之间的差异达到0.085。买价侧的T_6 差异也仍然较大。最后，低市值股票在开盘后出现明显调整。买价侧T_2 与T_1 之间的差异为0.0437。收盘时段的差异也相当显著，但仍低于中市值股票的峰值。这些系统性变化证实，日内阶段仍是主要的组织因素，而市值则会调节时间差异的强度和卖买单不对称程度。这些发现表明，有必要采用市值感知参数化：在开盘后时段（即T_1 至T_2, 之间）以及临近收盘时段（即T_5 至T_6, 之间），对低市值股票设定更严格的监控阈值；并在所有市值层级的阶段转换期间，对买价侧采取更审慎的风险管理。

总而言之，平稳分布分析证实，限价订单动态主要表现为中性和轻微的价格变化，而低市值股票中性状态出现概率较低，

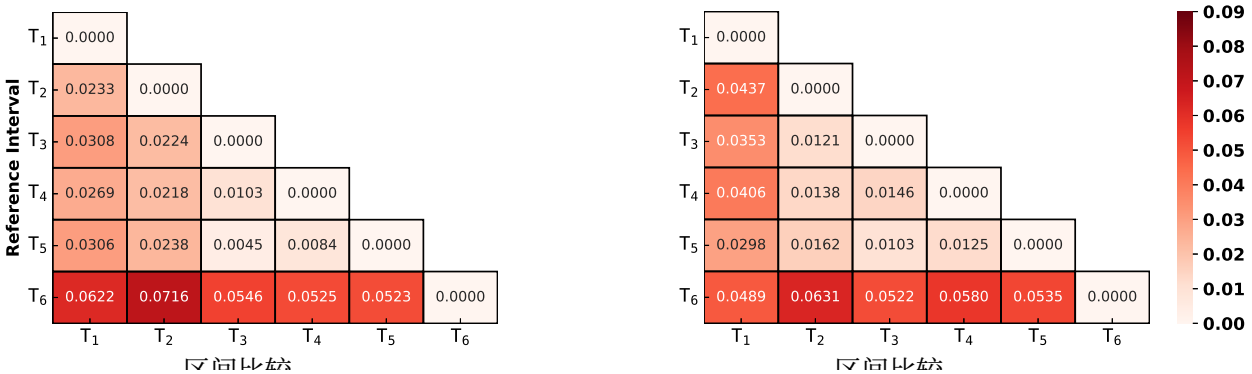


图 9：不同时间区间的 π_s 限价订单价格变化之间的詹森–香农散度：**卖价**位于左侧，**买价**位于右侧。

这凸显了它们需要更频繁地进行调整。JSD分析为通过聚类识别出的三个不同日内阶段——开盘、午间和收盘——提供了有力的定量证据。更重要的是，分析表明，市值会系统性地调节这些阶段之间差异的强度：高市值股票最为稳定，而低市值股票的变化则更为显著，尤其是在开盘后。这些发现共同凸显了制定能够适应不同阶段和市值的交易策略的必要性。此外，买方持续较高的JSD值证实其异质性更强，因此在这些关键阶段转换期间，买方流动性供给需要采取更严格的风险控制。

为在第6节总结之前提供全面概览，我们在图10中展示了整体研究工作流程，以及第4节关键实证发现的结构化总结。

- **4.2：转移概率矩阵分析**

  – ***4.2.1*** 限价订单价格惯性： 价格惯性呈现日内U形模式；同时存在市值梯度，其中高市值股票表现出最强的惯性，表明其价格稳定性更高，而低市值股票的稳定性较低。– ***4.2.2*** 方向动量： 低市值股票表现出最高的价格修正频率。开盘时可观察到方向不对称性：高市值股票为进行建仓而增加修改活动，而低市值股票交易者则采取更为保守的策略。

- **4.3：马尔可夫链指标**

  – 收敛 & 可预测性：谱隙在市场开盘时最低，午间达到峰值；与随机性更强的低市值股票相比，高市值股票的熵率较低，表明其可预测性更高，且更快收敛至均衡。

  – 重现时间：中性价格变化在高市值股票中重现最频繁，而轻微价格调整在低市值股票中重现最频繁，表明其持续进行细微调整。

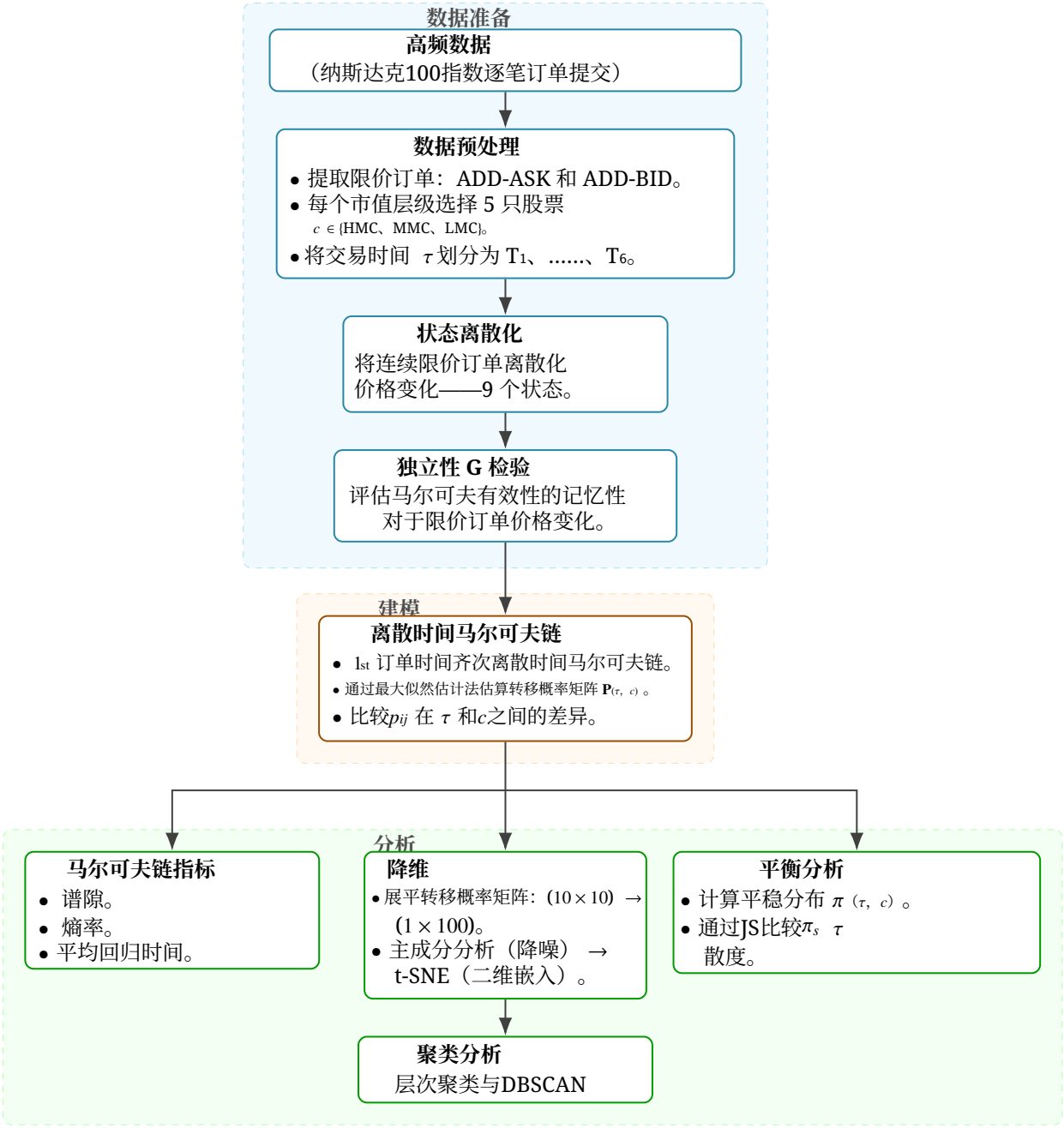


图10：综合框架流程图，展示：（1）数据准备与马尔可夫验证；（2）转移概率估计；以及（3）通过马尔可夫链指标、聚类和均衡（平稳）状态进行比较分析。

- **4.4：转移动态的聚类分析**

  – 时间机制： 基于数据的聚类显示，交易时间区间会自然组织成若干行为阶段。– 买卖价不对称性： 买方呈现三阶段结构 —— 开盘、午间、收盘，而卖方则呈现四阶段结构——开盘、午间、收盘前、收盘，这表明卖方比买方更早发起日终头寸策略。

- **4.5：平稳分布分析**

  – 长期均衡： 均衡概率高度集中于中性和轻微价格变化；中性价格变化的概率从HMC到LMC大幅下降，证实了低市值层级更高的修正必要性。– 收盘动态： 收盘时段T_6形成最为明显的机制，这由向期限驱动的库存管理发生结构性转变所推动。与稳定的午间阶段相比，这种差异在低市值股票中最为显著。

5. 讨论

尽管本研究为日内限价订单价格变化转移提供了证据，但我们认识到，实证发现可能对建模和抽样选择较为敏感。我们的分析聚焦于十二天期间的纳斯达克100指数成分股，采用一阶马尔可夫链对状态转移进行建模，并将交易日划分为六个时长不等的时间区间。这些选择中的每一项虽然均有实证依据，但都只是若干合理方法中的一种。因此，我们明确评估主要结论在替代性设定下是否保持稳定，以确保所记录的模式并非由任意的设计决策所驱动。

为确保我们的发现反映的是真实的市场模式，而非方法上的假象，我们进行了四项全面的稳健性分析，以评估结论的敏感性。详细方法和完整结果见补充材料第S3节。为便于理解，我们在此概述每项检验的目标和结果，并着重说明偏差在实际意义上的大小（而非仅关注统计显著性）。首先，我们将每个时间区间细分为四个子时段，以验证时间齐次性假设。尽管正式的似然比检验检测到轻微波动（这在大样本量下是意料之中的），但平均绝对差远低于10%的统计阈值，证实区间内的转移概率在实际意义上保持稳定。这支持将每个日内时段视为转移动态近似平稳的解释。其次，我们将一阶马尔可夫设定与二阶替代设定进行了比较。尽管统计检验更支持后者，但条件互信息微不足道，样本外预测增益很小，且二阶设定所需参数几乎是一阶设定的四倍，因此支持我们选择更简约的一阶设定。换言之，统计上虽存在高阶依赖，但在不同制度的比较情境中，相较于其引入的复杂性，它对解释或预测内容的增量贡献很小。第三，我们通过比较合并后的一小时与两小时聚合数据，评估了对区间时长的敏感性。由此得到的转移概率矩阵在数值上

几乎无法区分，且在指标、聚类和散度分析所关注的层面上差异可以忽略。第四，我们将不等时长区间设定与统一的65分钟分段进行了比较。转移概率的平均绝对差较低，且经过多重检验校正后，没有统计显著差异。综上，这些检验表明，主要的日内模式——包括市值梯度、时间聚类结构以及买卖价不对称性——并非区间设计所致。总体而言，稳健性检验支持这样一个结论：在本数据集的适用范围内，所记录的转移动态反映了底层订单提交与修订过程的稳定特征。

除了统计有效性之外，这些结果也对市场参与者具有直接的实践意义。对于执行算法而言，我们发现的明显市值梯度表明，静态、耐心的执行逻辑适用于高市值股票，因为其价格调整并不频繁且较为稳定；而低市值股票则需要更动态、能够适应价格变化的策略，以应对更高的修订强度。对于日内状态检测，我们的聚类结果显示，与固定的基于时钟的分区相比，市场阶段更适合通过行为变化来界定，例如卖价侧收盘动态提前出现，这为状态切换提供了一种数据驱动的方法。最后，流动性提供策略可以通过纳入已发现的买卖价不对称性而得到改进——尤其是对于低市值股票，做市商可以加强买方的风险控制，因为极端负向调整在结构上出现得较少，从而更有效地管理库存和价差。在不同时间聚合、区间设定和马尔可夫阶数下，转移动态均保持稳定，这表明本研究所揭示的行为在现代电子限价订单簿交易中具有稳健性。

尽管我们的方法选择在当前研究范围内得到了验证，但仍有若干值得开展的扩展。将该框架应用于其他市场、资产类别和更长的时间跨度，有助于评估可推广性并识别结构性变化。特别是，将样本期延长至超过短期窗口的范围，将有助于明确所识别状态在不同波动状态、宏观公告以及全市场流动性条件下的持续程度。探索非马尔可夫设定可能捕捉到序列价格调整中的额外依赖关系。例如，半马尔可夫设定或可变长度设定可以直接考虑状态依赖的停留时间和异质记忆，从而有望进一步细化对日内持续性的刻画。最后，尽管我们的九状态离散化捕捉到了关键动态，但其他状态定义或连续状态方法可能揭示限价订单价格修正中的更多细微特征。这些方法可以包括以最小报价单位约束、队列位置代理指标或价差条件下的修订为基础的状态定义，从而改善其在特定市场微观结构环境中的可解释性。这些扩展将有助于推广并深化本研究所形成的洞见。

6. 结论

本研究首次系统考察了日内限价订单价格变动的转移动态，通过分别分析高市值（HMC）、中市值（MMC）和低市值（LMC）股票中的卖价订单和买价订单，填补了市场微观结构研究中的关键空白。本研究基于高频逐笔

纳斯达克100指数数据，采用离散时间马尔可夫链（DTMC）框架，揭示了支配交易者在整个交易日内如何调整限价订单价格的基本模式，展现了时间动态、市值与订单方向之间的复杂交互关系。

按时间区间比较转移概率矩阵，揭示了价格变化惯性的系统性日内模式。连续零价格变化的概率呈现独特的时间结构：由于采取防御性仓位，该概率在市场开盘时达到峰值；随着价格发现不断推进，在午间逐渐下降并趋于稳定；收盘时则再次激增，且往往超过开盘峰值，这是由成交紧迫性所驱动的。这些动态呈现出明显的市值梯度。高市值股票的价格惯性最强，反映出其流动性充裕；而低市值股票的稳定性较低，买卖价不对称性也更为显著。在极端价格变化状态下，低市值股票的卖方转移概率始终高于买方概率，而极端负向买价侧调整的重现频率较低。马尔可夫链指标量化了这些过程的整体动态特征。谱隙在市场开盘时最小，午间达到峰值，这表明高市值股票和中市值股票比低市值股票更快趋于均衡。熵率揭示了清晰的市值层级：低市值股票的不可预测性最高。平均回归时间显示，中性变化在高市值股票中最常重现，而温和调整在低市值股票中出现得最频繁。在所有配置中，极端状态都很罕见，低市值股票的买卖价不对称性尤为明显。这些发现有助于优化执行策略：在午间交易高市值股票时采取耐心策略，而在市场阶段转换期间交易低市值股票时采用动态策略。

聚类分析揭示了订单方向之间存在根本差异的不同时间机制。买方分为三个机制——开盘、午间和收盘，而卖方则呈现四个机制——开盘、午间、收盘前和收盘，这为卖方比买方更早开始策略性布局提供了数据驱动的证据。平稳分布显示，概率高度集中于轻微负向、零变化和轻微正向变化状态，三者合计超过97%。从高市值股票到低市值股票，零变化概率显著下降，证实低市值股票中小幅调整更加频繁。对不同时间区间的平稳分布计算詹森-香农散度后，揭示出稳健的时间结构。收盘时段与午间的差异最大，成为最具distinct性的阶段；开盘后则出现次级转变。买方呈现更大的散度值，证实其变异性更高。市值调节着这些差异：高市值股票的差异最小，反映出其稳定性；中市值股票表现出显著的收盘差异；低市值股票则呈现开盘后的剧烈调整。这些变化证实，日内阶段是主要的组织力量，而市值则调节时间差异的强度以及买卖价不对称性的程度。卖价侧收盘动态的较早出现，使算法策略必须采用不对称的时机安排。

本文证明，限价订单价格变化动态既非随机，也非同质，而是遵循由日内时段、市值与订单方向相互作用所塑造的系统性模式。离散时间马尔可夫链框架能够有效捕捉短期序列依赖性（通过转移概率体现）以及长期均衡行为（通过平稳分布体现）。通过揭示卖价订单与买价订单之间的根本性不对称，并量化这些动态在不同流动性机制下的变化，本研究加深了对现代股票市场的理解，并为制定情境感知型

交易策略奠定了基础。未来研究可以通过纳入订单簿深度和流动性指标，分析价格变化如何与不同价格水平上的可用流动性相互作用；还可以考察特定新闻事件或宏观经济数据发布对转移动态的影响，从而阐明信息冲击如何通过限价订单定价行为传播。随着电子交易持续主导金融市场，本研究的洞见对于所有寻求驾驭当代复杂高频限价订单簿的市场参与者而言，将变得日益重要。

致谢

我们感谢 Chris Bartlett、Jodhie Cabarles 以及 Algoseek 的技术支持人员慷慨提供数据，并协助完成分析所需的数据预处理。作者 SR Luwang、K Mukhia 和 BN Sharma 也感谢本研究所所长为其提供博士研究奖学金。

声明

竞争性利益

作者声明不存在竞争性利益。

数据可用性声明

支持本研究结论的完整数据集可从 Algoseek 获取。由于许可限制，作者无法重新分发这些转移概率矩阵所依据的逐笔数据，如需访问，请联系 Algoseek。

作者贡献

SR Luwang：概念构思、方法论、数据整理、正式分析、可视化、撰写初稿。K Mukhia：数据整理、审阅与编辑。BN Sharma：正式分析、审阅与编辑。Md. Nurujjaman：监督、审阅与编辑。Anish Rai：软件、审阅与编辑。Filippo Petroni：审阅与编辑、验证。所有作者均讨论了研究结果并批准了最终稿件。

参考文献

[1] J.-P. Bouchaud, M. Mézard, M. Potters, 《股票订单簿的统计特性：实证结果与模型》, 《Quantitative Finance》2 (4) (2002) 251.[2] R. Cont, S. Stoikov, R. Talreja, 《订单簿动态的随机模型》, 《Operations Research》58 (3) (2010) 549–563.[3] N. Hautsch, R. Huang, 《限价订单的市场冲击》, 《Journal of Economic Dynamics and Control》36 (4) (2012) 501–522.[4] M. D. Gould, M. A. Porter, S. Williams, M. McDonald, D. J. Fenn, S. D. Howison, 《限价订单簿》, 《Quantitative Finance》13 (11) (2013) 1709–1742.[5] A. Madhavan, 《市场微观结构：综述》, 《金融市场杂志》3 (3) (2000) 205–258。

[6] B. Biais, L. Glosten, C. Spatt, 《市场微观结构：微观基础、实证结果与政策影响综述》, 《金融市场杂志》8 (2) (2005) 217–264.[7] I. Ro.su, 《限价订单簿的动态模型》, 《金融研究评论》22 (11) (2009) 4601–4641.[8] R. Cont, 《高频金融数据的统计建模》, IEEE《Signal Processing Magazine》28 (5) (2011) 16–25.[9] T. Chordia, R. Roll, A. Subrahmanyam, 《市场效率收敛速度的证据》, 《金融经济学杂志》76 (2) (2005) 271–292.[10] R. Y. Goyenko, C. W. Holden, C. A. Trzcinka, 《流动性指标是否衡量了流动性？》, 《金融经济学杂志》92 (2) (2009) 153–181.[11] J. Hasbrouck, 《实证市场微观结构：证券交易的制度、经济学与计量经济学》, 牛津大学出版社, 2007年。[12] G. D'Amico, F. Petroni, F. Prattico, 《高频金融中的半马尔可夫模型：综述》, arXiv 预印本（2013）。网址：https://doi.org/10.48550/arXiv.1312.3894[13] B. D. Kluger, M. E. McBride, 《智能自主代理股票市场中的日内交易模式》, 《经济行为与组织杂志》79 (3) (2011) 226–245.[14] Y.-K. Ho, Y.-L. Cheung, 《亚洲新兴市场——香港的日内股票收益行为》, 《应用经济学》23 (5) (1991) 957–966.[15] P. Brockman, D. Y. Chung, 《电子化订单驱动环境中的深度行为分析》, 《银行与金融杂志》23 (12) (1999) 1861–1886.[16] C. M. Lee, B. Mucklow, M. J. Ready, 《价差、深度与盈利信息的影响：日内分析》, 《金融研究评论》6 (2) (1993) 345–374.[17] A. Ellul, C. W. Holden, P. Jain, R. Jennings, 《订单动态：来自纽约证券交易所的最新证据》, 《实证金融学杂志》14 (5) (2007) 636–661.[18] B. Biais, P. Hillion, C. Spatt, 《巴黎证券交易所限价订单簿与订单流的实证分析》, 《金融学杂志》50 (5) (1995) 1655–1689.[19] A. R. Admati, P. Pfleiderer, 《日内模式理论：成交量与价格变动性》, 《金融研究评论》1 (1) (1988) 3–40.[20] R. Garvey, F. Wu, 《纳斯达克股票的日内流动性成本与订单执行质量》, SSRN 969051（2007）。[21] R. Cont, A. Kukanov, S. Stoikov, 《订单簿事件的价格冲击》, 《金融计量经济学杂志》12 (1) (2014) 47–88.[22] Á. Cartea, S. Jaimungal, J. Penalva, 《算法交易与高频交易》, 剑桥大学出版社, 2015年。[23] H. Dewachter, 《马尔可夫切换模型能否再现外汇市场中的图表分析者利润？》, 《国际货币与金融杂志》20 (1) (2001) 25–41.[24] T. H. Rydberg, N. Shephard, 《逐笔交易价格变动的动态：分解与模型》, 《金融计量经济学杂志》1 (1) (2003) 2–25.[25] R. Cont, A. De Larrard, 《流动性市场中的订单簿动态：极限定理与扩散

近似方法，arXiv预印本 arXiv:1202.6412（2012年）。[26] G. D’Amico，F. Petroni，带记忆的价格变化半马尔可夫模型，《统计力学杂志：理论与实验》2011（12）（2011）P12009。[27] R. Fitzpatrick，《热力学与统计力学》，世界科学出版社，2020年。[28] S. Rabindrajit Luwang，A. Rai，M. Nurujjaman，O. Prakash，C. Hens，2018年中美贸易战期间的高频股票市场订单转移：离散时间马尔可夫链分析，《混沌：非线性科学跨学科期刊》34（1）（2024年）。[29] S. R. Luwang，A. Rai，M. Nurujjaman，F. Petroni，通过马尔可夫分析研究不同市值股票的日内订单转移，《欧洲物理学杂志专题》（2025年）1–21。[30] T. B. Berrett，R. J. Samworth，USP：一种优于皮尔逊卡方检验和G检验的独立性检验，《皇家学会会刊A辑》477（2256）（2021年）20210549。[31] N. A. Ahad，F. M. Alipiah，F. Azhari，G检验在分类变量分析中的适用性，载于：《AIP会议论文集》，第2138卷，AIP出版社，2019年。[32] R. De Blasis，金融领域的马尔可夫链建模：股票估值与价格发现（2019年）。[33] G. A. Spedicato，T. S. Kang，S. B. Yalamanchi，D. Yadav，I. Cordón，markovchain软件包：用于轻松处理R语言中离散马尔可夫链的软件包，访问日期：12月（2016年）。[34] A. Shamshad，M. Bawadi，W. W. Hussin，T. A. Majid，S. Sanusi，用于合成生成风速时间序列的一阶和二阶马尔可夫链模型，《能源》30（5）（2005年）693–708。[35] N. Masseran，风向数据随机行为的马尔可夫链模型，《能源转换与管理》92（2015年）266–274。[36] J. Dorrestijn，数据驱动的随机建模马尔可夫链MATLAB代码（2024年）。网址：https://www.jessedorrestijn.nl/matlab/[37] P. Diaconis，D. Stroock，马尔可夫链特征值的几何界，《应用概率年刊》（1991年）36–61。[38] D. A. Levin，Y. Peres，《马尔可夫链与混合时间》，第107卷，美国数学学会，2017年。[39] T. M. Cover，《信息论基础》，John Wiley & Sons，1999年。[40] A. Sinclair，马尔可夫链混合率和多商品流的改进界，《组合学、概率与计算》1（4）（1992年）351–370。[41] J. R. Norris，《马尔可夫链》，第2卷，剑桥大学出版社，1998年。[42] I. T. Jolliffe，J. Cadima，主成分分析：综述与最新进展，《皇家学会哲学汇刊A辑》：数学、物理与工程科学374（2065）（2016年）20150202。[43] L. Van der Maaten，G. Hinton，使用t-SNE可视化数据，《机器学习研究杂志》9（11）（2008年）。[44] F. Pedregosa，G. Varoquaux，A. Gramfort，V. Michel，B. Thirion，O. Grisel，M. Blondel，P. Prettenhofer，R. Weiss，V. Dubourg，等，Scikit-learn：Python中的机器学习，《机器学习研究杂志》12（2011年）2825–2830。

《机器学习研究杂志》12（2011年）2825–2830。[45] N. Jaroonchokanan，T. Termsaithong，S. Suwanna，金融危机期间股票市场层次聚类的动态，《Physica A：统计力学及其应用》607（2022年）128183。[46] M. Kazemi-Beydokhti，R. Ali Abbaspour，M. Mojarab，使用DBSCAN算法对伊朗地震区进行时空建模，《纯粹与应用地球物理》174（2017年）1937–1952。[47] J. Holmes，S. Hassini，安大略省空气质量健康指数的离散时间马尔可夫链建模，《水、空气与土壤污染》232（2021年）1–13。[48] T. Belluzzo，PyDTMC（2024年）。网址：https://github.com/TommasoBelluzzo/PyDTMC[49] F. Nielsen，基于抽象平均的距离的詹森–香农对称化，《熵》21（5）（2019年）485。[50] D. M. Mateos，L. E. Riveaud，P. W. Lamberti，使用詹森–香农散度检测时间序列中的动态变化，《混沌：非线性科学跨学科期刊》27（8）（2017年）。[51] C. Chatfield，Holt-Winters预测程序，《英国皇家统计学会杂志：C辑（应用统计）》27（3）（1978年）264–279。[52] J. Beran，具有长程依赖的数据的统计方法，《统计科学》（1992年）404–416。[53] T. H. McInish，R. A. Wood，纽约证券交易所股票买卖价差日内模式分析，《金融学杂志》47（2）（1992年）753–764。[54] L. R. Glosten，P. R. Milgrom，信息掌握程度不同的交易者所在专家做市商市场中的买价、卖价与成交价格，《金融经济学杂志》14（1）（1985年）71–100。[55] T. G. Andersen，T. Bollerslev，金融市场的日内周期性与波动率持续性，《实证金融学杂志》4（2-3）（1997年）115–158。[56] M. S. Pagano，R. A. Schwartz，收盘集合竞价对巴黎泛欧交易所市场质量的影响，《金融经济学杂志》68（3）（2003年）439–484。[57] N. Jegadeesh，Y. Wu，收盘集合竞价：纳斯达克与纽约证券交易所，《金融经济学杂志》143（3）（2022年）1120–1139。[58] T. Ho，H. R. Stoll，交易和收益不确定性下的做市商最优定价，《金融经济学杂志》9（1）（1981年）47–73。[59] D. Easley，N. M. Kiefer，M. O’Hara，J. B. Paperman，流动性、信息与低频交易股票，《金融学杂志》51（4）（1996年）1405–1436。[60] E. Boehmer，C. M. Jones，X. Zhang，哪些卖空者掌握信息？《金融学杂志》63（2）（2008年）491–527。[61] Y. Amihud，非流动性与股票收益：横截面效应和时间序列效应，《金融市场杂志》5（1）（2002年）31–56。[62] A. J. Menkveld，高频交易与新型做市商，《金融市场杂志》16（4）（2013年）712–740。

Table 6: Mean recurrence times for each limit order price change state in the Markov chain.

Market-Capitalization Tier	**Time-Interval**	S_1		S_2		S_3		S_4		S_5		S_6		S_7		S_8		S_9	
		Ask	Bid	Ask	Bid	Ask	Bid	Ask	Bid	Ask	Bid	Ask	Bid	Ask	Bid	Ask	Bid	Ask	Bid
HMC	T_1	487.9	297.4	598.2	306.1	215.1	139.2	3.8	3.7	2.2	2.3	3.8	3.8	190.0	159.7	549.3	352.1	482.1	294.0
	T_2	750.1	380.4	607.8	345.3	216.9	134.3	3.6	3.6	2.3	2.4	3.6	3.6	214.1	135.1	597.0	346.6	697.2	377.8
	T_3	753.6	378.4	623.2	393.6	215.3	143.1	3.7	3.7	2.2	2.3	3.7	3.7	208.5	146.0	647.1	380.9	713.5	380.0
	T_4	641.3	463.1	495.8	570.2	224.8	158.6	3.8	3.6	2.2	2.3	3.7	3.7	216.3	161.8	540.6	526.6	604.0	463.6
	T_5	887.4	368.4	641.6	484.4	284.4	140.9	3.7	3.6	2.3	2.3	3.7	3.7	277.2	142.4	738.0	442.4	751.0	377.9
	T_6	620.1	305.1	531.7	278.0	328.8	161.2	4.1	4.1	2.0	2.0	4.1	4.2	327.7	146.0	552.4	273.3	605.1	292.6
MMC	T_1	364.3	263.2	540.1	377.4	192.3	121.4	3.3	3.2	2.8	2.8	3.2	3.3	165.1	133.0	560.6	443.6	359.7	274.6
	T_2	696.5	386.2	446.5	483.9	163.8	158.9	3.0	3.1	3.2	3.0	3.0	3.1	167.0	156.3	478.3	474.5	685.8	392.2
	T_3	809.2	402.6	429.9	449.2	177.4	179.4	3.2	3.2	2.9	2.9	3.1	3.2	183.3	173.7	444.5	403.6	760.6	399.6
	T_4	845.3	428.4	410.6	447.8	140.5	194.4	3.2	3.2	2.9	2.8	3.1	3.2	152.3	180.8	480.3	392.1	751.9	490.5
	T_5	860.3	456.9	531.8	510.4	178.9	165.0	3.2	3.2	2.9	2.8	3.1	3.3	190.8	151.6	615.4	490.2	760.1	513.9
	T_6	675.6	360.0	577.3	414.6	252.8	208.1	3.5	3.5	2.5	2.4	3.4	3.5	241.9	223.5	622.9	399.0	645.7	362.1
LMC	T_1	224.4	267.2	380.5	303.3	108.0	84.1	3.1	2.9	3.3	3.5	2.9	3.0	101.2	90.2	386.6	319.1	208.1	266.9
	T_2	329.5	1051.3	376.5	498.4	110.7	119.6	2.9	2.8	3.5	3.6	2.9	2.9	115.6	116.0	419.8	438.6	295.4	1003.7
	T_3	419.2	869.1	468.2	399.2	151.0	112.2	3.0	2.9	3.3	3.4	2.9	3.0	151.6	108.5	520.9	401.5	356.3	727.9
	T_4	456.1	723.3	443.3	394.0	125.9	144.8	3.0	2.9	3.3	3.5	2.9	2.9	129.2	132.2	517.7	352.9	375.0	666.3
	T_5	441.8	581.1	497.6	381.7	141.3	120.8	3.0	2.9	3.3	3.5	2.9	2.9	151.0	105.9	576.0	356.3	343.4	534.4
	T_6	373.8	362.1	506.7	291.3	189.3	112.2	3.2	3.1	2.8	2.9	3.2	3.2	175.9	115.3	505.8	306.9	353.6	346.9

补充材料：通过马尔可夫分析研究不同市值下日内限价订单价格变化转移动态

本文档提供与主文通过马尔可夫分析研究不同市值下日内限价订单价格变化转移动态相关的补充材料。内容按主文中引用的顺序编排如下。

S1节：G检验
S1节列出了补充表格S1 和S2。这些表格报告了用于评估马尔可夫性质的G统计量和 p值；评估方法是检验并拒绝价格变化状态之间相互独立的零假设。图S1还展示了限价订单价格变化类别的平均计数。

S2节：转移概率矩阵
S2节包含补充图S2–S5。这些图展示了所有市值层级和日内时间区间内卖方和买方的完整转移概率矩阵。

S3节。价格变化状态的平稳分布
S3提供了表格S3和S4。这些表格展示了所有市值层级、买卖双方以及各日内时间区间的估计平稳分布。

S4节。稳健性分析
S4详细介绍了为验证本研究的方法论和研究结果而进行的稳健性分析。本节进一步分为两个小节：

- **S4(a) 方法**。 本小节对所有稳健性和敏感性检验进行了正式的数学描述，包括时间齐次性检验、一阶与二阶马尔可夫模型的比较，以及其他区间划分方案。
- **S4(b) 结果**。 本小节报告了稳健性和敏感性分析的发现，包括 ing
  对这些结果如何支持主要实证发现的解读。

S1. G检验

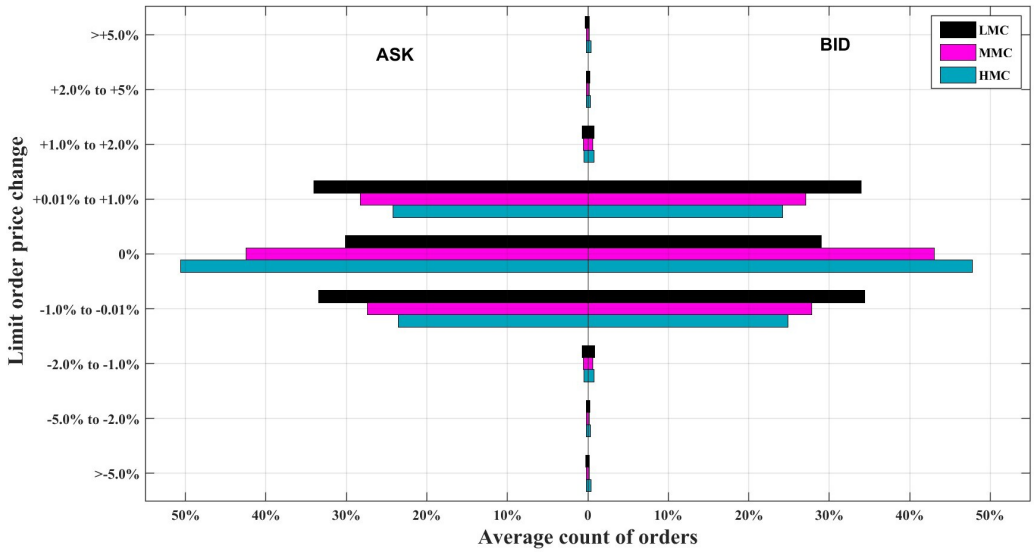
补充表格S1 和S2 报告了 HMC， MMC 和 LMC 层级中每只股票在所有日内时间区间的平均 G 统计量及相应的 p值，这些平均值基于 12 个交易日计算。在两张表中，G统计量均保持较高水平，且所有 p值均满足 $p \ll 0.05$，这证实了在每种情形下，独立性原假设都被明确拒绝。这些结果表明，每次限价订单价格变动都显著依赖于前一次变动，说明序列中存在明显的时间依赖性。因此，应用马尔可夫性质分析限价订单价格变化动态得到了有力验证。

表 S1. HMC、 MMC 和LMC 市值股票卖方限价订单价格变化序列在日内时间区间内的平均 G 统计量和 p值。

市值	股票	平均 G 统计量（$\times 10^3$）						p值
		T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	
HMC	AMZN	40.044	19.625	22.893	22.326	17.078	24.656	$\ll 0.05$
	JNJ	2.349	2.151	2.598	2.804	2.355	4.677	$\ll 0.05$
	JPM	10.973	9.076	8.852	8.829	8.079	11.048	$\ll 0.05$
	MSFT	46.267	43.583	47.107	39.035	30.544	42.886	$\ll 0.05$
	XOM	10.340	10.215	11.045	9.256	8.068	12.979	$\ll 0.05$
MMC	ABBV	2.645	2.413	2.519	2.236	2.153	3.853	$\ll 0.05$
	HSBC	4.731	5.437	1.970	1.541	1.359	2.286	$\ll 0.05$
	NFLX	24.316	12.574	14.149	11.283	8.884	14.789	$\ll 0.05$
	ORCL	18.503	20.603	22.207	20.736	17.139	24.866	$\ll 0.05$
	PEP	2.974	3.471	4.046	4.106	3.339	6.704	$\ll 0.05$
LMC	AVGO	9.674	6.371	7.426	7.534	5.745	10.178	$\ll 0.05$
	BKNG	1.282	1.063	1.292	1.058	0.838	1.548	$\ll 0.05$
	BMY	2.557	2.809	3.143	3.040	2.991	6.197	$\ll 0.05$
	NKE	2.476	2.468	3.109	3.137	2.465	3.943	$\ll 0.05$
	UNP	2.259	2.511	2.649	2.871	2.765	4.349	$\ll 0.05$

表 S2. HMC、 MMC 和 LMC 市值股票买方限价单价格变化序列在日内时间区间上的平均 G 统计量和 p值。

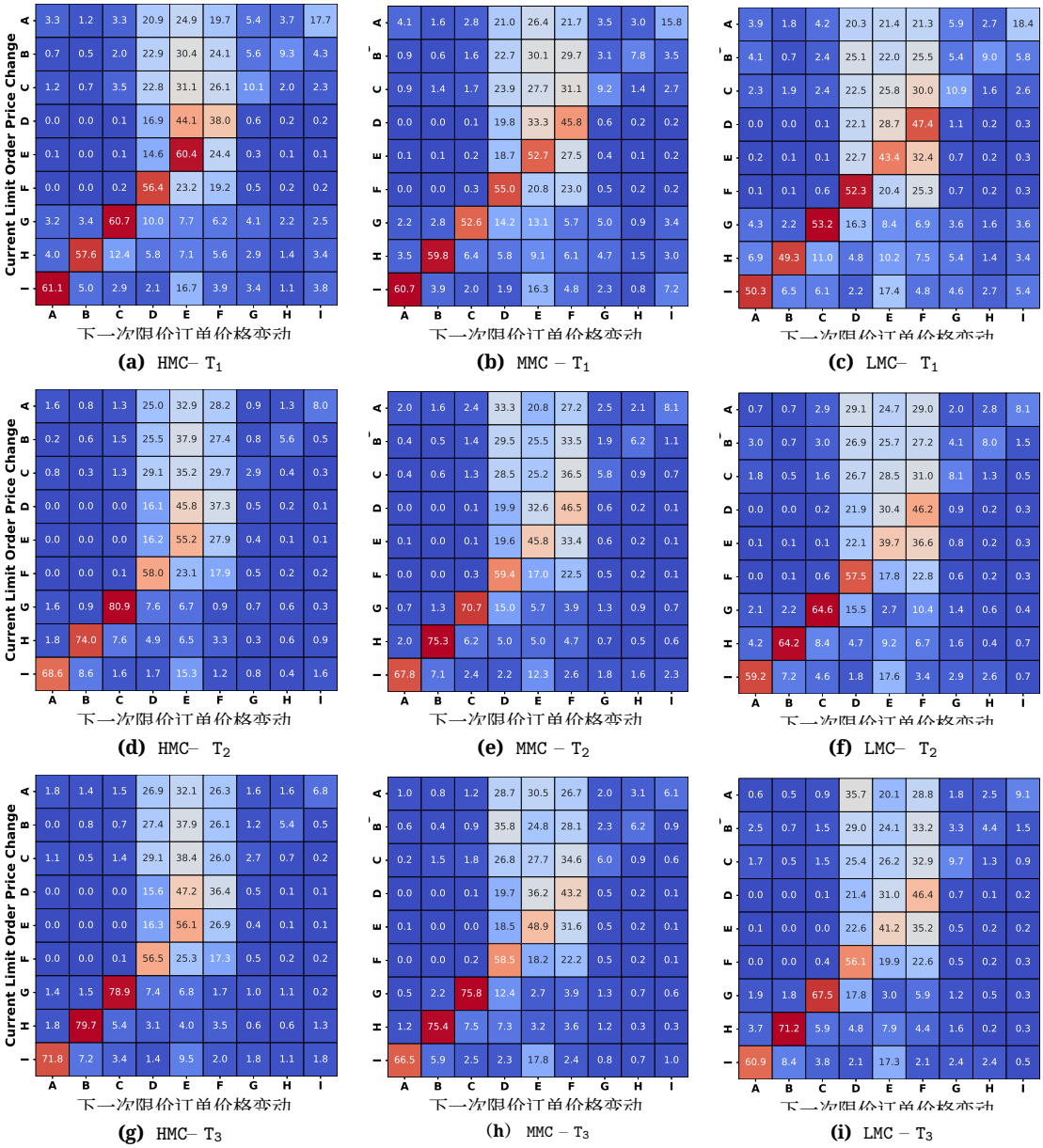
市值	股票	平均 G 统计量（$\times 10^3$）						p值
		T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	
HMC	AMZN	41.863	21.829	23.483	21.734	17.677	27.929	$\ll 0.05$
	JNJ	3.578	3.874	4.039	3.719	3.440	5.499	$\ll 0.05$
	JPM	11.439	10.738	10.935	9.668	8.358	12.564	$\ll 0.05$
	MSFT	59.585	52.452	62.233	50.127	40.676	55.766	$\ll 0.05$
	XOM	10.538	10.931	12.455	9.973	9.355	14.144	$\ll 0.05$
MMC	ABBV	2.839	2.525	3.209	2.717	2.273	4.842	$\ll 0.05$
	HSBC	5.190	5.129	2.084	1.888	1.476	2.403	$\ll 0.05$
	NFLX	20.176	13.424	13.727	11.200	9.725	14.805	$\ll 0.05$
	ORCL	18.664	18.739	22.395	19.823	17.201	25.429	$\ll 0.05$
	PEP	3.806	4.331	5.349	5.285	4.429	8.365	$\ll 0.05$
LMC	AVGO	7.570	4.713	6.631	5.463	4.133	9.337	$\ll 0.05$
	BKNG	1.273	0.846	1.059	0.943	0.867	1.481	$\ll 0.05$
	BMY	2.872	3.830	4.711	4.131	3.674	7.407	$\ll 0.05$
	NKE	2.419	2.562	3.622	2.930	2.341	5.010	$\ll 0.05$
	UNP	2.375	2.794	3.428	2.851	2.484	5.156	$\ll 0.05$



图S1. HMC、 MMC和 LMC 只股票的卖价和买价限价订单价格变动状态平均计数。

S2. 转移概率矩阵

图 S2 和 S3以及 S4 和 S5展示了限价订单价格变动状态的转移概率矩阵 for the ask和买单侧，在三个市值组中不同的日内时间区间进行评估 rs.

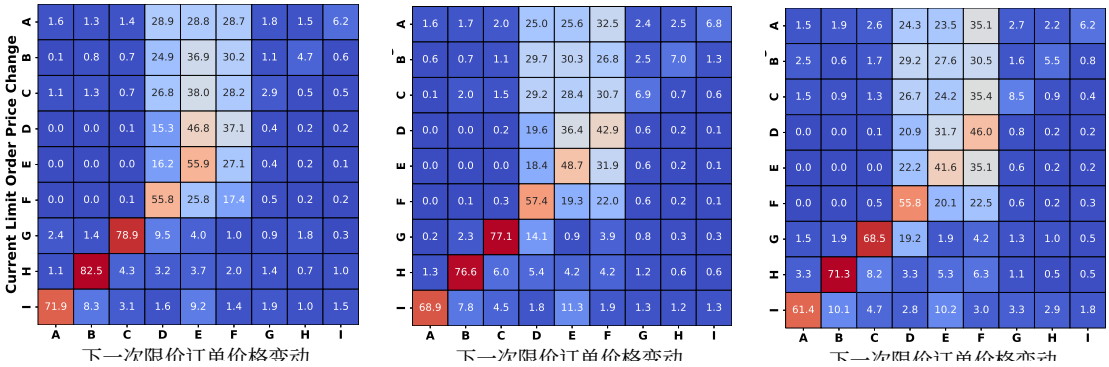


(a) HMC– T_1 **(b)** MMC – T_1 **(c)** LMC– T_1

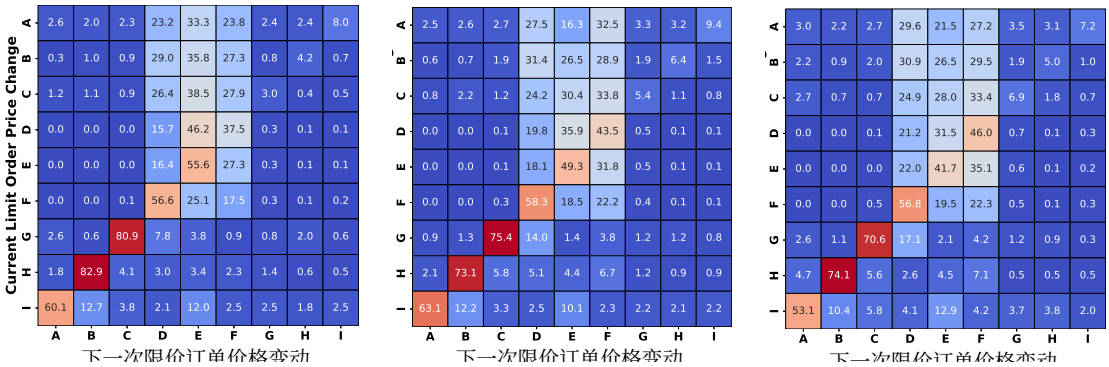
(d) HMC– T_2 **(e)** MMC – T_2 **(f)** LMC– T_2

(g) HMC– T_3 **(h)** MMC – T_3 **(i)** LMC – T_3

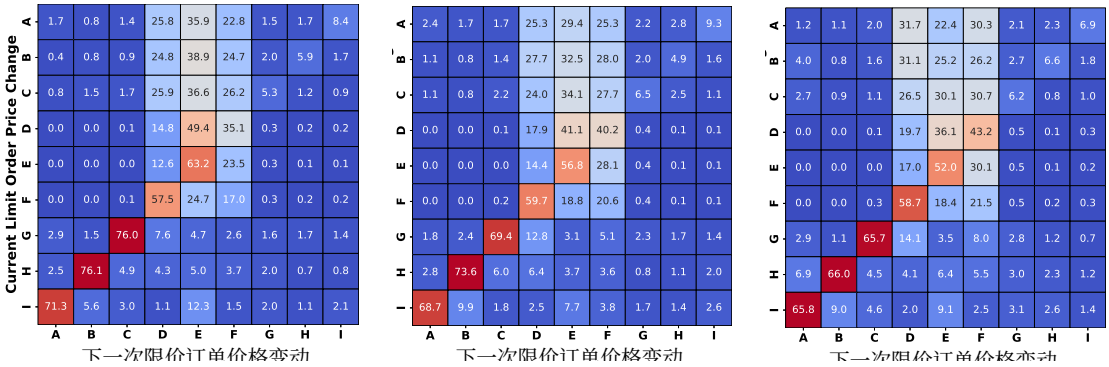
图 S2. HMC、 MMC 和 LMC 市值股票在日内时间区间内的卖方限价单价格变动状态转移概率矩阵。



(a) HMC– T_4 **(b)** MMC – T_4 **(c)** LMC– T_4



(d) HMC– T_5 **(e)** MMC – T_5 **(f)** LMC– T_5



(g) HMC– T_6 **(h)** MMC – T_6 **(i)** LMC – T_6

图 S3. HMC、 MMC 和 LMC 市值股票在各日内时间区间的卖方限价单价格变动状态转移概率矩阵。

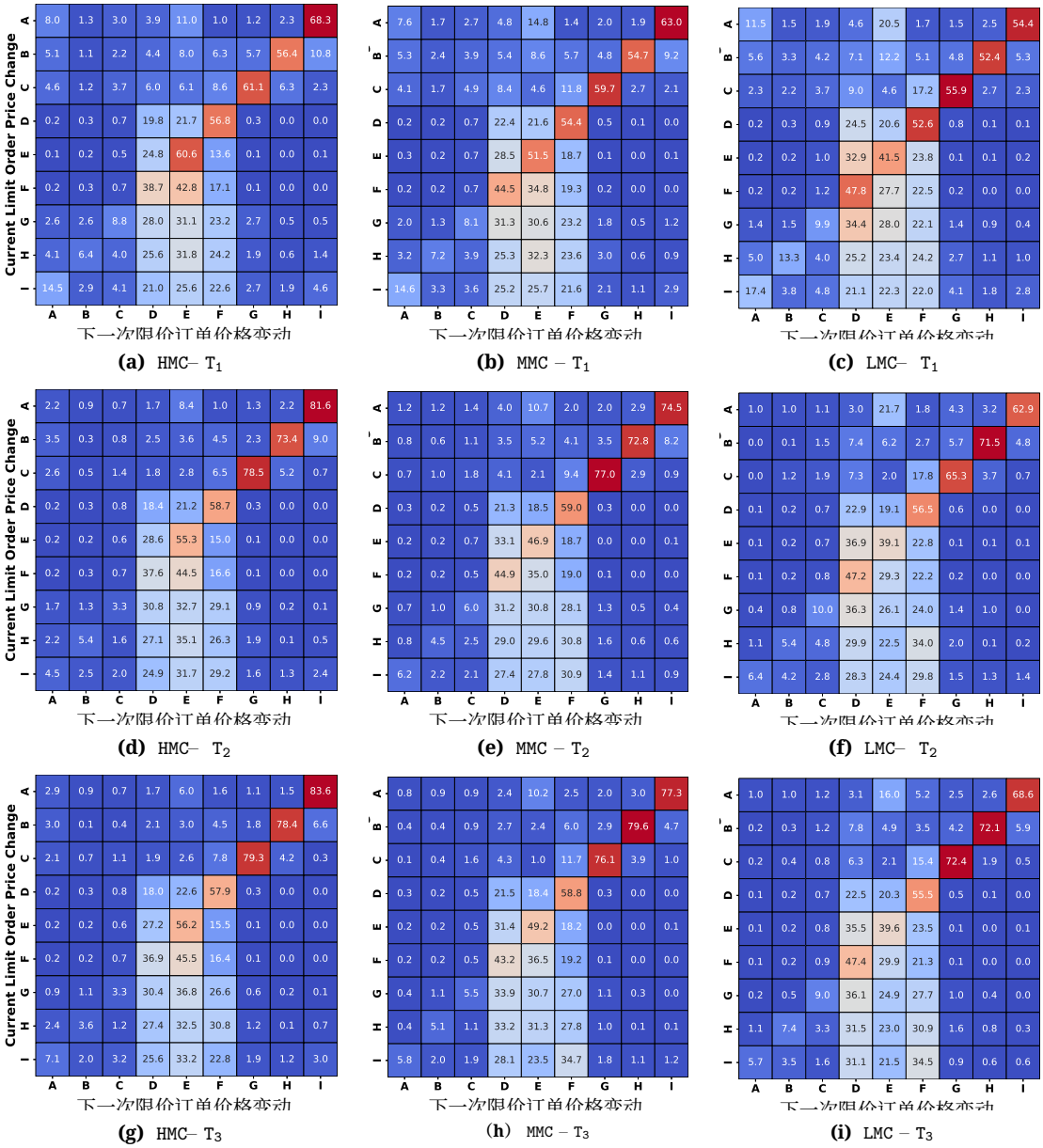
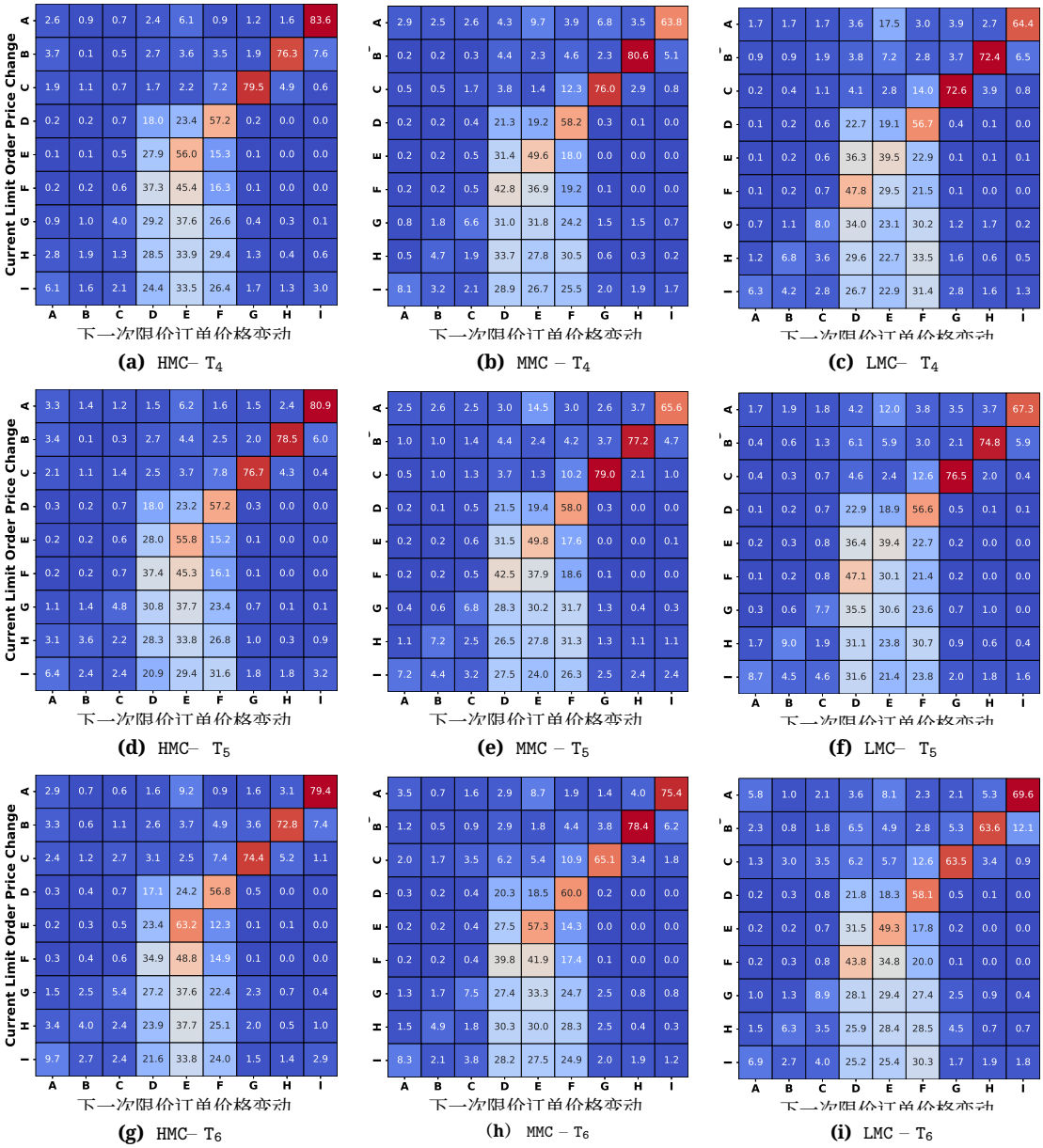


图 S4。 HMC、 MMC 和 LMC 市值股票在日内时间区间内买方限价订单价格变动状态的转移概率矩阵。



(a) HMC– T_4 (b) MMC – T_4 (c) LMC– T_4

(d) HMC– T_5 (e) MMC – T_5 (f) LMC– T_5

(g) HMC– T_6 (h) MMC – T_6 (i) LMC – T_6

图 S5。 HMC、 MMC 和 LMC 市值股票买方限价订单价格变动状态在日内时间区间的转移概率矩阵。

S4. 价格变动状态的平稳分布

表格 S3 和 S4 分别展示了三个市值层级在不同日内时间区间内的限价订单价格变动状态平稳分布，并区分卖价和买方报价。按照正文所述，使用詹森–香农散度指标比较两种报价在不同时间区间和市值层级之间的长期概率分布。

表 S3. HMC、 MMC 和 LMC 市值股票在日内时间区间内卖方限价单价格变动状态的平稳分布。

时间区间	市场层级	平稳分布								
		π_A	π_B	π_C	π_D	π_E	π_F	π_G	π_H	π_I
T_1	HMC	0.0016	0.0018	0.0041	0.2653	0.4492	0.2661	0.0047	0.0017	0.0018
	MMC	0.0020	0.0020	0.0062	0.3109	0.3497	0.3179	0.0063	0.0020	0.0022
	LMC	0.0027	0.0025	0.0077	0.3321	0.3010	0.3389	0.0082	0.0023	0.0030
T_2	HMC	0.0015	0.0018	0.0041	0.2684	0.4463	0.2664	0.0046	0.0016	0.0016
	MMC	0.0014	0.0020	0.0060	0.3187	0.3423	0.3201	0.0060	0.0020	0.0019
	LMC	0.0022	0.0023	0.0078	0.3396	0.2971	0.3416	0.0078	0.0022	0.0027
T_3	HMC	0.0015	0.0017	0.0042	0.2676	0.4475	0.2683	0.0046	0.0017	0.0017
	MMC	0.0014	0.0019	0.0058	0.3169	0.3460	0.3197	0.0057	0.0020	0.0018
	LMC	0.0022	0.0022	0.0075	0.3385	0.2982	0.3415	0.0073	0.0022	0.0027
T_4	HMC	0.0016	0.0019	0.0042	0.2655	0.4488	0.2685	0.0046	0.0017	0.0017
	MMC	0.0015	0.0020	0.0057	0.3155	0.3492	0.3186	0.0058	0.0021	0.0018
	LMC	0.0022	0.0023	0.0075	0.3379	0.2996	0.3420	0.0076	0.0022	0.0027
T_5	HMC	0.0016	0.0018	0.0042	0.2672	0.4477	0.2674	0.0046	0.0017	0.0017
	MMC	0.0015	0.0019	0.0057	0.3165	0.3478	0.3192	0.0058	0.0020	0.0018
	LMC	0.0022	0.0023	0.0074	0.3377	0.2998	0.3421	0.0076	0.0022	0.0027
T_6	HMC	0.0016	0.0019	0.0042	0.2639	0.4509	0.2672	0.0047	0.0018	0.0018
	MMC	0.0016	0.0020	0.0056	0.3148	0.3498	0.3179	0.0058	0.0020	0.0019
	LMC	0.0023	0.0024	0.0075	0.3380	0.2995	0.3422	0.0076	0.0023	0.0028

表 S4. HMC、 MMC 和 LMC 市值股票在日内时间区间内买方限价订单价格变动状态的平稳分布。

时间区间	市场层级	平稳分布								
		π_A	π_B	π_C	π_D	π_E	π_F	π_G	π_H	π_I
T_1	HMC	0.0034	0.0033	0.0072	0.2685	0.4439	0.2613	0.0063	0.0028	0.0034
	MMC	0.0038	0.0027	0.0082	0.3105	0.3628	0.2986	0.0075	0.0023	0.0036
	LMC	0.0037	0.0033	0.0119	0.3442	0.2885	0.3305	0.0111	0.0031	0.0037
T_2	HMC	0.0026	0.0029	0.0074	0.2789	0.4185	0.2767	0.0074	0.0029	0.0026
	MMC	0.0026	0.0021	0.0063	0.3268	0.3316	0.3196	0.0064	0.0021	0.0025
	LMC	0.0010	0.0020	0.0084	0.3517	0.2812	0.3438	0.0086	0.0023	0.0010
T_3	HMC	0.0026	0.0025	0.0070	0.2706	0.4330	0.2721	0.0068	0.0026	0.0026
	MMC	0.0025	0.0022	0.0056	0.3170	0.3478	0.3142	0.0058	0.0025	0.0025
	LMC	0.0012	0.0025	0.0089	0.3466	0.2899	0.3378	0.0092	0.0025	0.0014
T_4	HMC	0.0022	0.0018	0.0063	0.2744	0.4344	0.2707	0.0062	0.0019	0.0022
	MMC	0.0023	0.0022	0.0051	0.3151	0.3546	0.3105	0.0055	0.0026	0.0020
	LMC	0.0014	0.0025	0.0069	0.3509	0.2838	0.3426	0.0076	0.0028	0.0015
T_5	HMC	0.0027	0.0021	0.0071	0.2748	0.4317	0.2697	0.0070	0.0023	0.0026
	MMC	0.0022	0.0020	0.0061	0.3139	0.3593	0.3060	0.0066	0.0020	0.0019
	LMC	0.0017	0.0026	0.0083	0.3489	0.2848	0.3395	0.0094	0.0028	0.0019
T_6	HMC	0.0033	0.0036	0.0062	0.2433	0.4916	0.2381	0.0069	0.0037	0.0034
	MMC	0.0028	0.0024	0.0048	0.2866	0.4107	0.2830	0.0045	0.0025	0.0028
	LMC	0.0028	0.0034	0.0089	0.3179	0.3393	0.3129	0.0087	0.0033	0.0029

S4. 稳健性分析

S4 (a). 稳健性分析方法

本小节详细介绍用于稳健性分析的方法，以验证本研究关于日内限价订单价格变动转移的主要发现。我们进行了四项关键稳健性检验：(a1) 与二阶马尔可夫链进行比较，(a2) 验证区间内的时间齐次性，(a3) 检验对区间时长的敏感性，以及 (a4) 检验对等时长与不等时长区间分段的敏感性，具体如下。

***S4*（*a1*）。与二阶马尔可夫链的比较**

虽然我们根据G检验和自相关分析的统计验证采用了一阶马尔可夫链，但评估二阶依赖关系是否能显著改善模型拟合和预测性能非常重要。本分析证明了一阶假设的简约性。

给定状态空间 {1、. . .、9} 和序列 $(X_t)_{t=1}^{T}$，两种马尔可夫阶数定义如下：

$$\text{First-order:} \quad P(X_t = j \mid X_{t-1} = i) = p_{ij}^{(1)}, \tag{S1}$$

$$\text{Second-order:} \quad P(X_t = k \mid X_{t-1} = j, X_{t-2} = i) = p_{ijk}^{(2)}. \tag{S2}$$

对于最大似然估计（MLE），我们定义以下转移计数和历史计数：

$$c_{ij} = \sum_{t=2}^{T} \mathbb{I}\{X_{t-1} = i, X_t = j\}, \tag{S3}$$

$$c_{ijk} = \sum_{t=3}^{T} \mathbb{I}\{X_{t-2} = i, X_{t-1} = j, X_t = k\}, \tag{S4}$$

行总计定义为 $c_{i\cdot} = \sum_j c_{ij}$ 和 $c_{ij\cdot} = \sum_k c_{ijk}$。最大似然估计为

$$\hat{p}^{(1)}_{ij} = \frac{c_{ij}}{c_{i\cdot}} \quad \text{for } c_{i\cdot} > 0, \tag{S5}$$

$$\hat{p}^{(2)}_{ijk} = \frac{c_{ijk}}{c_{ij\cdot}} \quad \text{for } c_{ij\cdot} > 0. \tag{S6}$$

样本内性能： 一阶模型的对数似然为：

$$\ell_1 = \sum_{i=1}^{9}\sum_{j=1}^{9} c_{ij}\log\big(\hat{p}^{(1)}_{ij}\big) = \sum_{i=1}^{9}\sum_{j=1}^{9}\left[c_{ij}\log(c_{ij}) - c_{ij}\log\left(\sum_{j'} c_{ij'}\right)\right], \tag{S7}$$

二阶模型的对数似然为：

$$\ell_2 = \sum_{i=1}^{9}\sum_{j=1}^{9}\sum_{k=1}^{9} c_{ijk}\log\big(\hat{p}^{(2)}_{ijk}\big) = \sum_{i=1}^{9}\sum_{j=1}^{9}\sum_{k=1}^{9}\left[c_{ijk}\log(c_{ijk}) - c_{ijk}\log\left(\sum_{k'} c_{ijk'}\right)\right], \tag{S8}$$

按照通常的约定，含有 $c_{ij} = 0$ 或 $c_{ijk} = 0$ 的项的贡献为零。

我们计算赤池信息准则（AIC）和贝叶斯信息准则（BIC）以进行模型比较 [1], [2], [3]：

$$\mathrm{AIC}_1 = 2k_1 - 2\ell_1, \quad \mathrm{AIC}_2 = 2k_2 - 2\ell_2, \tag{S9}$$

$$\mathrm{BIC}_1 = k_1\log(N) - 2\ell_1, \quad \mathrm{BIC}_2 = k_2\log(N) - 2\ell_2, \tag{S10}$$

其中，$N = \sum_{i=1}^{9}\sum_{j=1}^{9}\sum_{k=1}^{9} c_{ijk}$ 为三元组总数，k_1、k_2 为有效参数个数：

$$k_1 = \sum_{i\in\mathcal{I}_1} \max\big(m^{(1)}_i - 1,\, 0\big), \tag{S11}$$

$$k_2 = \sum_{(i,j)\in\mathcal{I}_2} \max\big(m^{(2)}_{ij} - 1,\, 0\big), \tag{S12}$$

其中，$\mathcal{I}_1$ 和$\mathcal{I}_2$ 分别是具有非零转移的起始状态（或状态对）集合，$m^{(1)}{}_i$ 、$m^{(2)}{}_{ij}$ 分别是具有正计数的目标状态数量。

用于比较嵌套模型的似然比检验统计量为 [4], [5]：

$$G^2 = 2(\ell_2 - \ell_1) \sim \chi^2_{\mathrm{df}}, \quad \mathrm{df} = k_2 - k_1. \tag{S13}$$

信息论度量： 条件互信息量化了在给定 X_{t-1} [6]的情况下，X_{t-2} 关于 X_t 所提供的额外信息：

$$I(X_{t-2}; X_t \mid X_{t-1}) = \frac{\ell_2 - \ell_1}{N}, \tag{S14}$$

以每事件纳特数表示。要将其转换为每事件比特数：

$$I_{\mathrm{bits}} = \frac{I}{\log 2}. \tag{S15}$$

数学等价性检验： 一个关键性质是，一阶转移概率应等于二阶概率 [7], [8]的边缘分布。我们进行验证：

$$\hat{p}^{(1)}_{jk} \stackrel{?}{=} \sum_{i=1}^{9} w_{i|j}\,\hat{p}^{(2)}_{ijk}, \tag{S16}$$

其中权重为：

$$w_{i|j} = \frac{c_{ij\cdot}}{\sum_{i'} c_{i'j\cdot}}, \quad c_{ij\cdot} = \sum_{k=1}^{9} c_{ijk}. \tag{S17}$$

最大绝对差为:

$$\Delta_{\max} = \max_{j,k} \left| \hat{p}^{(1)}_{jk} - \sum_{i=1}^{9} w_{i|j}\, \hat{p}^{(2)}_{ijk} \right|. \tag{S18}$$

样本外验证：为评估预测性能，我们将每个序列拆分为训练子集（前 80%）和测试子集（后 20%）。我们采用超参数 α 的狄利克雷平滑来处理零计数 [9]:

$$\tilde{p}^{(1)}_{ij} = \frac{c_{ij} + \alpha}{\sum_{j'} (c_{ij'} + \alpha)}, \tag{S19}$$

$$\tilde{p}^{(2)}_{ijk} = \frac{c_{ijk} + \alpha}{\sum_{k'} (c_{ijk'} + \alpha)}. \tag{S20}$$

每个事件的样本外对数似然为:

$$\ell_1^{\text{test}} = \frac{1}{N_{\text{test}}} \sum_{t \in \text{test}} \log \left(\tilde{p}^{(1)}_{X_{t-1}, X_t} \right), \tag{S21}$$

$$\ell_2^{\text{test}} = \frac{1}{N_{\text{test}}} \sum_{t \in \text{test}} \log \left(\tilde{p}^{(2)}_{X_{t-2}, X_{t-1}, X_t} \right), \tag{S22}$$

其中， N_{test} 表示每个模型所用的测试集转移数量。差值 $\Delta\ell^{\text{test}} = \ell_2^{\text{test}} - \ell_1^{\text{test}}$量化了二阶模型在预测方面的提升。我们报告多个平滑参数 $\alpha \in \{0.1、0.5、1.0\}$下的均值、最小值和最大值。

一阶假设（M_1）有证据汇聚作为依据，同时优先考虑简约性和实际性能。若满足以下条件，则验证了 M_1：**(1)** 信息准则，尤其是更严格的贝叶斯信息准则 BIC_1, 支持该假设（BIC_1 <BIC_2）；**(2)** 条件互信息（**条件互信息**）在实际意义上接近零（例如，每事件 < 0.01 比特），这表明 X_{t-2} 所含信息微乎其微；**(3)** 边缘分布最大绝对差检查（$\Delta_{\max}$）接近机器零，证实两个模型捕捉到相同的一步动态；**(4)** 样本外（OOS）预测增益（均值$_\alpha$ 样本外 $\Delta\ell^{\text{test}}$）微乎其微或为负向。对于大型数据集，统计显著的 G^2 （$p < 0.05$）是预期现象；如果这些实际指标、复杂度惩罚指标和样本外指标均支持 M_1 ，则不会因此否定它 [3], [10]。

S4 (a2). 时间齐次性

离散时间马尔可夫链框架假设每个日内时间区间内具有时间齐次性，也就是说，转移概率在整个区间内保持不变。这一假设对有效推断至关重要。我们将每个区间划分为多个子区间，并比较由此得到的转移概率矩阵，以检验这一假设。

对于每个交易区间 $\tau \in \{\texttt{T}_1, \texttt{T}_2, \ldots, \texttt{T}_6\}$ 和市值层级 $c \in \{\texttt{HMC}, \texttt{MMC}, \texttt{LMC}\}$，我们加载价格变化状态序列 $\{X_t\}_{t=1}^{T}$ 其中 $X_t \in \{1, 2, \ldots, 9\}$ 表示时间 t处的离散化价格变化类别。按照以下步骤，将每个序列划分为 K 个长度大致相等的子区间:

$$\text{Sub-interval } k: \quad \{X_t\}_{t=\ell_k}^{u_k}, \quad k = 1, 2, \ldots, K, \tag{S23}$$

其中， ℓ_k 和 u_k 分别表示子区间 k的下标和上标，其确定方式如下:

$$\ell_k = \left\lfloor \frac{(k-1)T}{K} \right\rfloor + 1, \quad u_k = \left\lfloor \frac{kT}{K} \right\rfloor. \tag{S24}$$

我们采用 $K = 4$ 个子区间作为默认设定，确保每个子区间包含足够的转移以实现稳定估计，同时提供充分的时间分辨率。对于每个子区间 k，我们构建转移计数矩阵 $\mathbf{C}^{(k)} = [c^{(k)}_{ij}]$ ，其中

$$c^{(k)}_{ij} = \sum_{t=\ell_k}^{u_k - 1} \mathbb{I}\{X_t = i, X_{t+1} = j\}. \tag{S25}$$

通过行归一化获得相应的转移概率矩阵:

$$p^{(k)}_{ij} = \frac{c^{(k)}_{ij}}{\sum_{j'=1}^{9} c^{(k)}_{ij'}}, \quad \text{if } \sum_{j'=1}^{9} c^{(k)}_{ij'} > 0, \tag{S26}$$

并计算所有子区间的合并转移概率矩阵：

$$\mathbf{C}^{\text{pool}} = \sum_{k=1}^{K} \mathbf{C}^{(k)}, \quad p_{ij}^{\text{pool}} = \frac{c_{ij}^{\text{pool}}}{\sum_{j'=1}^{9} c_{ij'}^{\text{pool}}}. \tag{S27}$$

平均绝对差异指标： 我们使用所有子区间对之间转移概率的平均绝对差（MAD）来量化实际齐性：

$$\text{MAD} = \frac{2}{K(K-1)} \sum_{k=1}^{K-1} \sum_{k'=k+1}^{K} \frac{1}{81} \sum_{i=1}^{9} \sum_{j=1}^{9} \left| p_{ij}^{(k)} - p_{ij}^{(k')} \right|. \tag{S28}$$

MAD 的阈值 < 0.10 用于支持实际的时间齐次性，这遵循转移概率稳定性的既定指南 [11]。

Li然比检验： 我们对不同时间区间的转移矩阵齐性进行正式的似然比检验 es 跨 越各子区间。检验统计量为 [12], [13]:

$$G = 2 \sum_{i=1}^{9} \sum_{j=1}^{9} \sum_{k=1}^{K} c_{ij}^{(k)} \log \left(\frac{c_{ij}^{(k)}}{E_{ij}^{(k)}} \right), \tag{S29}$$

其中，同质性假设下的期望计数为：

$$E_{ij}^{(k)} = n_i^{(k)} \, p_{ij}^{\text{pool}}, \quad n_i^{(k)} = \sum_{j=1}^{9} c_{ij}^{(k)}. \tag{S30}$$

自由度计算如下：

$$\text{df} = \sum_{i \in \mathcal{I}} (K-1)(m_i - 1), \tag{S31}$$

其中，$\mathcal{I} = \{i : \sum_{j=1}^{9} c_{ij}^{\text{pool}} > 0\}$ 是合并数据中存在非零转移的起始状态集合，而$m_i = |\{j : c_{ij}^{\text{pool}} > 0\}|$ 是起始状态 i对应的合并计数为正的目标状态数量。

在时间齐次性的零假设下， $G \sim \chi^2_{\text{df}}$。 p值计算如下：

$$p = P(\chi^2_{\text{df}} \geq G) = 1 - F_{\chi^2_{\text{df}}}(G). \tag{S32}$$

对于每个(τ, c)，我们应用以下判定规则：(i) 如果 MAD < 0.10，则认为该区间在实际意义上是时间齐次的；(ii) 报告 LRT p [14]，值以供参考，但考虑到大样本敏感性，[15]，≥ 0 10 除非同时伴有 MAD ., 否则不会推翻 (i) 中关于实际齐性的结论；(iii) 合并转移数为零的行不纳入 G 和自由度的计算，期望计数则使用合并的逐行最大似然估计。

S4 (a3). 对区间时长的敏感性

我们的主要分析基于市场微观结构的既有模式，采用六个时长不等的区间。为评估结果的稳健性，我们比较了从合并的一小时区间与合并的两小时区间估算出的转移概率矩阵；后者由连续的一小时序列拼接而成。

为比较不同的聚合时长，我们定义了两种不同的合并方法：

- **一小时合并：** 分别计算六个一小时文件的转移计数，然后将所有文件的计数相加：

$$\mathbf{C}^{(1h)} = \sum_{h=1}^{6} \mathbf{C}^{(h)}, \quad \mathbf{P}^{(1h)} = \text{RowNorm}(\mathbf{C}^{(1h)}). \tag{S33}$$

- **两小时合并：** 将连续的小时两两拼接$\{(1,2)$、$(3,4)$、$(5,6)\}$形成三个两小时序列，分别估计计数，然后求和：

$$\mathbf{C}^{(2h)} = \sum_{p=1}^{3} \mathbf{C}^{(p)}, \quad \mathbf{P}^{(2h)} = \text{RowNorm}(\mathbf{C}^{(2h)}). \tag{S34}$$

我们使用以下方法量化$\mathbf{P}^{(1h)}$ 与$\mathbf{P}^{(2h)}$ 之间的相似度：**弗罗贝尼乌斯范数：**

$$d_F = \left\|\mathbf{P}^{(1h)} - \mathbf{P}^{(2h)}\right\|_F = \sqrt{\sum_{i=1}^{9}\sum_{j=1}^{9}\left(p_{ij}^{(1h)} - p_{ij}^{(2h)}\right)^2}. \tag{S35}$$

最大绝对差：

$$d_{\max} = \max_{i,j}\left|p_{ij}^{(1h)} - p_{ij}^{(2h)}\right|. \tag{S36}$$

拼接小时对时，转移总数会增加跨边界转移的数量。对于一对（$h, h+1$），其序列为$\{X_{(h)\,t}\}$和$\{X_{(h+1)\,t}\}$，拼接恰好增加一次转移：（$X_{(h)\,T_h}, X_{(h+1)\,1}$）。转移总数的预期增量为：

$$\Delta N = \sum_{p=1}^{3}\mathbb{I}\big(\text{both hours in pair } p \text{ are non-empty}\big). \tag{S37}$$

我们对距离度量的解释如下 [16], [17]：如果 $d_F < 10^{-4}$ 和 $d_{\max} < 10^{-4}$，则认为转移概率矩阵在数值上无法区分。如果 $d_F < 10^{-3}$ 和 $d_{\max} < 10^{-3}$，则认为它们极为相似，聚合方式的选择无关紧要。否则，两者存在明显差异，应报告敏感性。

S4 (a4). 等时长与非等时长区间划分的敏感性

我们的基准分析采用六个时长不等的时间区间，专门用于捕捉不同的市场微观结构阶段。为确保研究发现并非特定分段方式造成的假象，我们通过将其与覆盖同一交易日的等时长均匀网格进行比较，评估结果对分段方式的敏感性。

为比较不同的分段方案，我们定义以下区间设定：

- **不等时间间隔（基准）：**除午间时段 $\mathtt{T}_3$ (11:30–12:45) 和 $\mathtt{T}_4$ (12:45–14:00) 延长至 75 分钟外，各区间均为 60 分钟。
- **等时长区间：**该 交易日严格划分为六个等长的 65 分钟区间。

我们将敏感性分析聚焦于从中性状态（状态 5）出发的三个特定转移：$p_{5,5}$ （价格惯性）、$p_{5,4}$ （防御性仓位）和 $p_{5,6}$ （激进型仓位配置）。对于每个区间 i 和关注的转移 (s, s')，我们使用以下统计指标比较$\hat{p}_{ss'}^{\text{unequal }i}$，与$\hat{p}^{\text{equal}}_{ss'}{}^{,i}$：

标准误（二项近似）：

$$\mathrm{SE}(\hat{p}_{ss'}) = \sqrt{\frac{\hat{p}_{ss'}(1-\hat{p}_{ss'})}{n_s}}, \tag{S38}$$

其中， n_s 是相应设置下从状态 s转出的观测到的转移数量。**检验统计量（z）和 p值：**

$$z_{ss'}^{i} = \frac{\hat{p}_{ss'}^{\text{unequal},i} - \hat{p}_{ss'}^{\text{equal},i}}{\sqrt{\left[\mathrm{SE}\big(\hat{p}_{ss'}^{\text{unequal},i}\big)\right]^2 + \left[\mathrm{SE}\big(\hat{p}_{ss'}^{\text{equal},i}\big)\right]^2}}, \quad p_{ss'}^{i} = 2\Phi\big(-|z_{ss'}^{i}|\big), \tag{S39}$$

其中， $\Phi(\cdot)$ 表示标准正态累积分布函数。

效应量（Cohen's h）：

$$h_{ss'}^{i} = 2\left[\arcsin\left(\sqrt{\hat{p}_{ss'}^{\text{unequal},i}}\right) - \arcsin\left(\sqrt{\hat{p}_{ss'}^{\text{equal},i}}\right)\right]. \tag{S40}$$

Sin由于本分析涉及 18 项同时比较（3 种转移 × × 6 个时间区间），我们采用 Benjami ni-Hochberg 程序，将假发现率（FDR）控制在 $\alpha = 0.05$ [18]。

我们对这些敏感性指标的解读如下 [16], [17]：如果平均绝对差较小（< 0.01）、经过 FDR校正后仅剩少数显著差异，且效应量可以忽略不计（均值 $|h| < 0.2$），我们便认为基线结果稳健。若差异显著，则表明结果对区间定义敏感，因此需要谨慎解读时间模式。

S4 (b). 稳健性分析结果

第　本小节展示稳健性分析的结果，这些分析验证了我们关于 lim 的研究发现　it
阶　价格变化转移动态。

S4 (b1). 与二阶马尔可夫链的比较

我们评估了纳入二阶依赖是否能显著改进简约的一阶模型。表S5 和S6 展示了亚马逊（AMZN）在2018年11月7日的代表性结果。

这与数据的高频特性及较大的 N_{triples} 相一致：正式的样本内统计检验强烈支持更复杂的二阶模型。似然比检验统计量（G^2）均高度显著（$p < 0.001$），而信息准则（AIC 和 BIC）通常也确认了这一统计偏好，这主要是因为观测数量庞大。然而，多项替代指标表明，这些统计显著的增益在实践中微不足道，因此一阶假设已足够：

1. **边际恒等性：** 一阶极大似然估计与边缘化后的二阶混合分布之间的最大绝对差（$\Delta_{\max}$）极小，通常为 $< 10^{-3}$，且往往为 $< 10^{-4}$。这证实，在两个模型下，一步转移动态实际上完全相同。2. **信息增益：** 条件互信息（CMI）很低，卖价平均约为每事件 0.057 比特，买价序列平均约为每事件 0.056 比特。这表明，一旦已知 X_{t-1}， X_{t-2} 提供的额外预测信息极少。3. **预测性能：** 样本外（OOS）对数似然增益（均值$_\alpha \Delta \ell^{\text{test}}$）很小，平均仅为每事件 ≈ 0.03 至 0.04 奈特。4. **复杂度成本：** 二阶模型需要估计的参数约为一阶模型的 4 倍（平均为 $k_2/k_1 \approx 3.8$ 至 4.0），显著增加了模型复杂度，但预测收益微乎其微。

这种证据汇聚——正式的统计显著性由样本量而非效应量驱动——在数据集中全部15只股票和12个交易日中均一致观察到。因此，鉴于一阶马尔可夫链具有简约性且已证明在实践中足够适用，我们仍将其作为首选模型。

表S5。 二阶与一阶比较（AMZN，卖方，2018年11月7日）

区间	N_{triples}	G^2	**条件互信息（比特）**	$\Delta_{\max}$	**样本外** $\Delta\ell$	k_2/k_1
T_1	74,085	7479.9	0.073	0.00111	0.021	5.6
T_2	47,216	3489.0	0.053	0.00005	0.025	3.4
T_3	48,445	3069.8	0.046	0.00003	0.028	2.7
T_4	38,768	2503.0	0.047	0.00006	0.025	2.8
T_5	32,408	2161.3	0.048	0.00006	0.017	3.0
T_6	47,741	4858.9	0.073	0.00006	0.060	5.6
所有 G^2 值在 $p < 0.001$ 水平上均显著。样本外 $\Delta\ell$ 是跨 α 的均值。						

表 S6. 二阶与一阶比较（AMZN，买方，2018年11月7日）

区间	$N_{\mathbf{triples}}$	G^2	条件互信息（比特）	$\Delta_{\max}$	样本外 $\Delta\ell$	k_2/k_1
$\mathtt{T}_1$	83,710	9435.0	0.081	0.00123	0.024	6.2
$\mathtt{T}_2$	45,069	3061.3	0.049	0.00006	0.029	3.3
$\mathtt{T}_3$	50,159	3457.4	0.050	0.00005	0.026	3.2
$\mathtt{T}_4$	41,307	2292.8	0.040	0.00003	0.021	2.9
$\mathtt{T}_5$	32,448	1920.0	0.043	0.00003	0.021	2.7
$\mathtt{T}_6$	37,536	3874.4	0.074	0.00003	0.129	6.2
所有 G^2 值在 $p < 0.001$水平上均具有显著性。样本外 $\Delta\ell$ 是跨 α的均值。						

***S4*（*b2*）。时间齐次性**

我们通过将六个日内区间分别细分为四个较短时段，并比较它们的转移结构，验证了时间齐次性假设 $\mathtt{T}_1$–$\mathtt{T}_6$ 。以一个典型案例为例，表S7 和S8 展示了亚马逊（AMZN）在单个交易日（2018年11月7日）的结果。该特定日期和股票是从涵盖15只股票、12个交易日的更大数据集中选取的。

对于这一代表性样本，根据似然比检验（G），每个时间区间都表现出与完全齐性存在统计显著偏差。如表格所示， p值始终小于 0.01。鉴于数据属于高频数据，这一统计检验结果并不意外：时间区间通常包含约 30,000–80,000 次转移（N），使卡方检验对细微波动也高度敏感。

然而，至关重要的是，这些偏差在实际应用中微不足道。所有时间区间中，子区间转移矩阵之间的平均绝对差（MAD）均远低于我们设定的 0.10 保守阈值。表S7中的卖价序列，其平均绝对差为 0.035。表S8所示的买价序列，其平均绝对差为 0.030。

这种模式——大样本量带来了统计显著性，但低平均绝对偏差得分表明实际同质性——在我们数据集中的其他剩余日期和股票中也保持一致。因此，我们得出结论：在每个60至75分钟的交易区间内，转移概率足够稳定，可以在主要分析中采用时间齐性的马尔可夫链。

表 S7。时间齐次性检验结果（AMZN，卖方，2018年11月7日）

区间	N （转移）	G 统计量	p-值	MAD	结果
$\mathtt{T}_1$ （09:30–10:30）	74,083	8883.5	$< 0.001^*$	0.051	有效
$\mathtt{T}_2$ (10:30–11:30)	47,214	533.7	$< 0.001^*$	0.023	有效
$\mathtt{T}_3$ (11:30–12:45)	48,443	301.8	$< 0.001^*$	0.022	有效
$\mathtt{T}_4$ (12:45–14:00)	38,766	589.9	$< 0.001^*$	0.026	有效
$\mathtt{T}_5$ (14:00–15:00)	32,406	847.2	$< 0.001^*$	0.039	有效
$\mathtt{T}_6$ (15:00–16:00)	47,739	2761.8	$< 0.001^*$	0.048	有效
* 表示具有统计显著性（$p < 0.05$）。当平均绝对偏差 < 0.10 时有效。					

表 S8. 时间齐次性检验结果（AMZN，买方，2018年11月7日）

区间	N （转移）	G 统计量	p-值	MAD	结果
T_1 (09:30–10:30)	83,708	10673.6	$< 0.001^*$	0.045	有效
T_2 (10:30–11:30)	45,067	472.8	$< 0.001^*$	0.020	有效
T_3 (11:30–12:45)	50,157	504.0	$< 0.001^*$	0.020	有效
T_4 (12:45–14:00)	41,305	332.0	$< 0.001^*$	0.024	有效
T_5 (14:00–15:00)	32,446	185.5	0.007^*	0.022	有效
T_6 (15:00–16:00)	37,534	2027.0	$< 0.001^*$	0.050	有效
* 表示具有统计显著性（$p < 0.05$）。若 MAD < 0.10，则为有效。					

S4 (b3). 对区间时长的敏感性

我们通过将所得的合并转移概率矩阵（TPMs）与通过拼接连续时间区间对得到的转移概率矩阵进行比较，评估了由60分钟和75分钟时间区间构成的基准日内分段的稳健性。

以2018年11月7日的 AMZN 作为代表性示例，实践中发现，基准单个时间区间（$\mathbf{P}(1h)$）与配对时间区间（$\mathbf{P}(2h)$）合并数据估计出的转移概率矩阵之间差异可以忽略不计。对于卖价序列，差异矩阵的弗罗贝尼乌斯范数为 $d_F = 1$，9×10^{-5} 最大绝对差为 $d_{\max} = 1$，5×10^{-5}。同样，对于买价序列，我们观察到 $d_F = 1$，8×10^{-5} 和 $d_{\max} = 1$，3×10^{-5}。

所有这些数值都远低于我们设定的保守阈值 10^{-4}，因此这些矩阵在数值上可视为无法区分。此外，转移总数的差异恰好等于拼接产生的预期跨边界转移数（3 对 $\times$ 1 转移 $= 3$），证实了数据一致性。这种极高的相似性表明，我们的主要发现不受基准聚合窗口与更长拼接数据块之间选择的影响。

S4 (b4). 对等时长与非等时长区间划分的敏感性

我们将基准方案中的不等时长交易区间与统一的65分钟分段进行比较，以评估前者是否会引入系统性偏差。我们重点关注从中性状态（状态5）出发的三个关键转移：惯性（$p_{5,5}$）、防御性仓位（$p_{5,4}$）和激进型仓位配置（$p_{5,6}$）。

表格S9 和S10 展示了亚马逊（AMZN）在2018年11月7日逐个交易区间的比较结果。结果表明，分析对分段方案具有很强的稳健性。对于卖方（表S9），根据不等时长区间估算的转移概率与等时长区间的估算值非常接近。在所有区间中，任一单项转移的最大绝对差仅为0.0087（午间时段的$p_{5,5}$ ）。

同样，买方（表S10）也表现出显著的一致性。所有区间中，价格惯性（$p_{5,5}$）的平均绝对差仅为0.004。值得注意的是，在应用 Benjamini-Hochberg 多重检验校正后，36组比较中（卖方18组、买方18组）没有一组显示出统计显著差异（所有情况下均为$p_{\text{adj}} > 0.05$）。

本分析证实，基准时间区间的具体边界不会人为产生所观察到的日内模式。无论采用标准的 65 分钟窗口还是定制的 60–75 分钟窗口，我们的模型所捕捉到的市场微观结构动态都保持稳定。

表 S9. 敏感性比较：不等时长区间与等时长区间（AMZN，卖方）

基准时间间隔	惯性 ($p_{5,5}$)		防御型 ($p_{5,4}$)		激进型 ($p_{5,6}$)	
	不等时长	相等	非等间隔	相等	非等间隔	相等
T_1 (09:30–10:30)	0.683	0.683	0.097	0.097	0.202	0.202
T_2 (10:30–11:30)	0.486	0.485	0.149	0.149	0.344	0.343
T_3 (11:30–12:45)	0.506	0.507	0.140	0.141	0.342	0.341
T_4 (12:45–14:00)	0.472	0.480	0.137	0.132	0.377	0.373
T_5 (14:00–15:00)	0.463	0.464	0.139	0.139	0.378	0.375
T_6 (15:00–16:00)	0.561	0.554	0.111	0.112	0.287	0.294
注：经FDR校正后，所有差异均无统计学显著性。						

表 S10. 敏感性比较：不等长区间与等时长区间（AMZN，买方）

基准时间间隔	惯性 ($p_{5,5}$)		防御型 ($p_{5,4}$)		激进型 ($p_{5,6}$)	
	不等长	相等的	不等间隔	相等	不等间隔	相等
T_1 (09:30–10:30)	0.665	0.665	0.210	0.210	0.104	0.104
T_2 (10:30–11:30)	0.454	0.460	0.366	0.362	0.142	0.140
T_3 (11:30–12:45)	0.490	0.492	0.342	0.340	0.140	0.139
T_4 (12:45–14:00)	0.472	0.467	0.376	0.380	0.136	0.136
T_5 (14:00–15:00)	0.454	0.454	0.388	0.387	0.144	0.145
T_6 (15:00–16:00)	0.490	0.480	0.349	0.358	0.136	0.139
注：经过FDR校正后，所有差异均无统计学显著性。						

参考文献

[1] H. Akaike, 《统计模型识别的新视角》, *IEEE*自动控制汇刊, 第 19 卷, 第 6 期, 第 716–723 页, 2003 年。[2] R. E. Kass 和 A. E. Raftery, 《贝叶斯因子》, 美国统计学会期刊, 第 90 卷, 第 430 期, 第 773–795 页, 1995年。[3] D. Anderson 和 K. Burnham, 《模型选择与多模型推断》, 第二版。纽约: *Springer-Verlag*, 第 63 卷, 2020 年第 202 期, 第 10 页, 2004 年。[4] A. E. Raftery, 《高阶马尔可夫链模型》, *Journal of the Royal Statistical Society Series B: Statistical Methodology*, 第 47 卷, 第 3 期, 第 528–539 页, 1985 年。[5] S. S. Wilks, 《用于检验复合假设的似然比的大样本分布》, 数学统计年刊, 第 9 卷, 第 1 期, 第 60–62 页, 1938 年。[6] A. Kraskov、H. Stögbauer 和 P. Grassberger, 《互信息估计》, 《物理评论*E*: 统计、非线性与软物质物理》, 第 69 卷, 第 6 期, 第 066 138 页, 2004 年。[7] J. R. Norris, 马尔可夫链。剑桥大学出版社, 1998 年。[8] S. M. Ross, 概率模型导论。学术出版社, 2014 年。[9] M. Stone, 《统计预测的交叉验证选择与评估》, *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological)*, 第 36 卷, 第 2 期, 第 111–133 页, 1974 年。[10] D. M. Hawkins, 《过拟合问题》, 化学信息与计算机科学期刊, 第 44 卷, 第 1 期, 第 1–12 页, 2004 年。[11] C. Lawrenz、P. Tschiersch 和 R. Weißbach, 《连续时间评分转移的齐性检验》, 技术报告, 技术报告, 2005年。[12] T. W. Anderson 和 L. A. Goodman, 《关于马尔可夫链的统计推断》, 数学统计年刊, 第 89–110 页, 1957 年。

[13] S. Kullback、M. Kupperman 和 H.Ku，“列联表和马尔可夫链检验”，*Technometrics*，第4卷第4期，第573–608页，1962年。[14] B. Lantz，“大样本量谬误”，*Scandinavian journal of caring sciences*，第27卷第2期，第487–492页，2013年。[15] C. Zhu 和 J.-L. Wang，“齐性检验：稀疏函数型数据的问题”，*Journal of the Royal Statistical Society Series B: Statistical Methodology*，第85卷第3期，第705–731页，2023年。[16] J. D. Hamilton，时间序列分析。Princeton university press，2020年。[17] R. S. Tsay，金融时间序列分析。John wiley & sons，2005年。[18] Y. Benjamini 和 Y. Hochberg，“控制假发现率：一种实用且有效的多重检验方法”，*Journal of the Royal statistical society: series B (Methodological)*，第57卷第1期，第289–300页，1995年。