arXiv:2601.05286v1 [quant-ph] 7 Jan 2026

硬件架构对量子算法性能的影响研究：一项比较性硬件研究

Askar Oralkhan[1*]和 Temirlan Zhaxalykov[1]1*哈萨克斯坦英国技术大学信息技术与工程学院，阿拉木图，哈萨克斯坦。

*通讯作者。电子邮箱：askaroralkhan@gmail.com；贡献作者：t.zhaxalykov@kbtu.kz；

摘要

云端可访问的量子处理器支持在异构硬件平台上直接执行量子算法。然而，与经典系统不同，由于量子比特连通性、门保真度和相干时间等架构差异，相同的量子电路在不同设备上可能表现出显著不同的行为。

在本研究中，我们使用 Amazon Braket，对五种具有代表性的量子算法——贝尔态制备、GHZ态生成、量子傅里叶变换（QFT）、Grover 搜索和量子近似优化算法（QAOA）——在囚禁离子、超导和模拟器后端上进行了系统基准测试。我们评估了包括保真度、CHSH不等式违背、成功概率、电路深度和量子门数量在内的性能指标。

我们的结果表明，算法性能高度依赖于硬件拓扑和噪声特性。例如，在囚禁离子硬件上，10量子比特GHZ态的保真度达到0.8以上；而由于路由开销和累积的双量子比特量子门误差，超导平台的保真度则降至0.15以下。这些发现凸显了硬件感知的算法选择的重要性，并为NISQ时代的基准测试提供了实践指导。

关键词：量子计算架构、NISQ 设备、量子算法基准测试、硬件感知优化

1 引言

量子计算正迅速发展，从理论概念逐步演变为实用的计算范式。通过利用叠加和纠缠等量子力学现象， [1, 2], 量子计算机在特定问题类别上能够优于经典系统 [3]。

与经典计算已趋于采用冯·诺依曼架构不同，量子计算具有多样化的物理实现 [5], 。主流架构包括囚禁离子和超导平台 [4]，各自在连接性、门速度和噪声特性方面各有取舍 [6, 7], – [8。因此，同一种量子算法在不同设备上运行时，可能会产生显著不同的结果10]。

因此，了解架构特性如何转化为算法级性能，对于近期应用和长期系统设计都至关重要 [12]。尽管先前的研究已对单个设备或算法进行了基准测试 [13–18], ，但针对现代硬件开展的系统性跨平台比较仍然有限。

本文通过一项多算法基准测试研究，针对最先进的囚禁离子和超导量子处理器开展比较，并以模拟器作为基线。我们分析硬件架构如何影响保真度、电路深度、成功概率和优化性能。

2 方法与材料

2.1 文献综述

量子计算领域发展迅速，已从纯理论构想迈向小规模可编程硬件原型机的阶段。这些含噪中等规模量子（NISQ）设备虽然尚不能实现容错计算，却为执行量子算法以及探索构建可扩展量子机器所面临的实际挑战提供了前所未有的机会。在这一时代，一个核心问题是如何充分利用这些新兴技术；这些技术基于不同的物理原理构建，并呈现出迥异的架构特性 [16]。本节将我们的工作置于现有硬件平台及相关比较研究的背景下，介绍这些研究如何对各平台的性能进行基准测试，并着重阐述影响算法成功率的具体架构权衡。

囚禁离子平台与超导平台之间显著的架构差异，促使人们开展了大量比较研究，以了解它们各自的性能。Linke 等人 [14] 早期的研究直接比较了一个5量子比特全连接离子阱系统与 IBM 的一个具有星形拓扑的5量子比特超导系统。在两者上运行相同的算法后，他们发现，性能与算法的连接性需求和硬件拓扑的匹配程度密切相关。例如，隐藏移位算法需要在 IBM 设备上对非相邻量子比特执行纠缠门，其成功率仅为35%，而在全连接离子阱处理器上的成功率则为77%。

这项研究是最早通过实验确认量子比特连通性是决定算法性能的关键因素之一，并强调硬件与算法协同设计重要性的研究之一。

后续研究通过采用多种基准测试来探究不同的性能方面，在此基础上进一步拓展了相关工作。Blinov 等人 [13] 使用 Bernstein–Vazirani 算法比较了 IonQ、IBM 和 Rigetti 的云端系统，结果表明，当所需 CNOT 门数量超过硬件的原生连通性时，超导系统的性能会急剧下降，并需要额外执行噪声较大的 SWAP 操作。相比之下，完全连接的 IonQ 系统仅表现出幅度较小的线性性能下降，这与简单的量子门误差累积相一致。同样，Schwaller 等人 [19] 实现了量子非破坏性（QND）测量，并观察到 IonQ 硬件在整个 QND 过程中都保持恒定的态保真度，性能优于 IBM Q 系统；这一结果归因于较低的量子门误差和完整的量子比特连通性。

更广泛的应用级基准测试进一步印证了这些发现。Monta˜nez-Barrera 等人 [17] 采用量子近似优化算法（LR-QAOA）的一种变体，对来自六家供应商的 24 个处理器进行了基准测试。结果显示，Quantinuum 和 IonQ 等完全连接的系统能够执行完全连接问题中规模最大的经认证实例，从而避免固定布局超导设备所产生的大量 SWAP 开销。作者还发现，诸如分层门误差（EPLG）等组件级指标并不能始终如一地预测大规模条件下的算法性能，凸显了系统级、面向应用的基准测试的必要性。Zhu 等人的相关研究 [15] 利用随机测量，在来自 IonQ、UMD 和 IBM 的九台量子计算机之间开发了跨平台验证方法。他们发现了“技术内相似性”现象：使用相同底层技术的设备（例如两台 IBM 系统）所生成的量子态彼此之间比与来自不同平台的量子态更加相似，这揭示了特定于技术的噪声特征。

现有文献为理解领先量子计算平台之间的架构权衡奠定了坚实基础。研究普遍认为，离子阱系统的全连接和长相干时间使其在执行需要复杂量子比特相互作用的算法时具有明显优势，而超导系统则以有限连通性和较高错误率为代价，换取更快的门速度。许多研究对 IBM、Rigetti 和 IonQ 的系统进行了基准测试，往往得出这样的结论：由于具备这些架构优势，离子阱架构在特定算法任务上的表现更出色。

然而，对于最新一代硬件上的算法性能进行系统、直接的横向比较，仍存在研究空白。这些硬件包括 IonQ 的 Aria-1 和 Forte-1、IQM 的 Garnet，以及 Rigetti 的 Ankaa-3。此前的大多数比较研究都聚焦于较早期的 IBM 设备，或是 LR-QAOA 等单一算法研究。此外，若干依赖供应商提供的含噪模拟器的研究表明，这类模型无法复现真实设备的行为，尤其无法体现超导芯片上由 SWAP 操作引发的相关误差——这凸显了开展直接实证验证的必要性。本研究旨在弥补这一

研究空白：我们在这些最先进的设备上开展了多算法跨平台基准测试，从而为了解它们的能力及各自架构设计的实际影响提供了新的见解。

2.2 材料

2.2.1 IonQ Forte 和 Aria

IonQ 处理器基于囚禁离子技术，使用 $^{171}\mathrm{Yb}^{+}$ 离子 [20]。原生全连接连接性支持任意量子比特对之间直接进行纠缠操作，从而减少路由开销和电路深度。

2.2.2 IQM Garnet

IQM Garnet 是一款具有最近邻连接性的 20 量子比特超导传输子处理器 [21]。双量子比特相互作用需要路由操作，这会增加非局域门的电路深度。

2.2.3 Rigetti Ankaa-3

Rigetti Ankaa-3 是一款拥有 84 个量子比特的超导处理器，配备可调耦合器和基于 CZ 门的原生门集 [22]。虽然具备可扩展性，但其二维布局带来了连接性约束。

2.2.4 态矢量模拟器（SV1）

Amazon Braket SV1 可对最多 34 个量子比特的量子电路进行理想的无噪声模拟 [23], ，用作参考基线。

2.3 算法基准测试

2.3.1 贝尔态

为了对所研究量子设备的性能进行基准测试，我们首先实现了贝尔态算法，这是二分纠缠的一项标准测试。贝尔态是一种精简的量子电路，对量子门误差、退相干和读出噪声高度敏感，因此可有效用于评估设备级保真度 [24, 26]。

量子电路以两个初始化为 $|00\rangle$ 态的量子比特开始。对第一个量子比特应用哈达玛门，使其进入叠加态。随后，以第一个量子比特为控制端、第二个量子比特为目标端应用受控非门（CNOT），从而得到纠缠贝尔态：

$$|\Phi^{+}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|00\rangle + |11\rangle\right) \tag{1}$$

该量子电路已在所有选定的设备上实现——IonQ Aria-1、IonQ Forte-1、IQM Garnet、Rigetti Ankaa-3 和 Amazon SV1 模拟器。

为量化非局域关联，计算了 CHSH参数

$$S = E(a,b) + E(a,b') + E(a',b) - E(a',b') \tag{2}$$

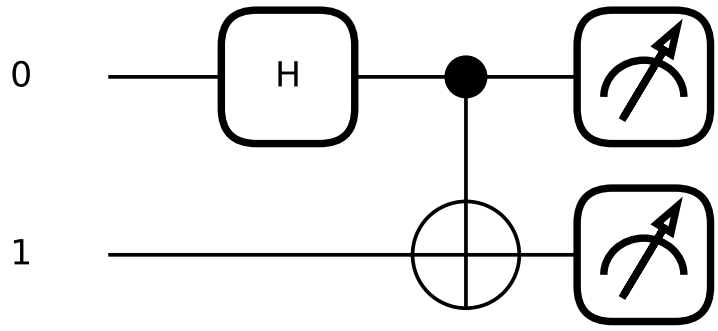


图 1 用于制备贝尔态 $|\Phi^+\rangle$ 的量子电路。

。超过经典界限的数值 $S \leq 2$ 表明存在纠缠 [25]。实验值略微超过齐雷尔松界，归因于有限采样统计和读出偏差。

2.3.2 GHZ态

为了将基准测试扩展到二分纠缠之外，我们实现了 Greenberger–Horne–Zeilinger（GHZ）算法，该算法可生成由三个或更多量子比特构成的最大纠缠态。与贝尔态相比，GHZ态对噪声和退相干更为敏感，因此是评估量子硬件可扩展性的标准基准[27]。

GHZ量子电路首先将 n 个量子比特初始化为 $|0\rangle^{\otimes n}$ 态。对第一个量子比特施加哈达玛门以创建叠加。然后，从第一个量子比特到其余每个量子比特依次施加受控非门（CNOT）。对于三个量子比特，得到的状态为：

$$|\mathrm{GHZ}_3\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|000\rangle + |111\rangle\right) \tag{3}$$

该量子电路可推广至 n 个量子比特，如下所示：

$$|\mathrm{GHZ}_n\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|0\rangle^{\otimes n} + |1\rangle^{\otimes n}\right) \tag{4}$$

我们评估了以下性能指标：保真度 （相对于理想 GHZ态）：

$$F_{\mathrm{GHZ}} = \langle \mathrm{GHZ}_n | \rho_{\mathrm{exp}} | \mathrm{GHZ}_n \rangle \tag{5}$$

其中， ρ_{exp} 是通过层析 [1]获得的实验密度矩阵。

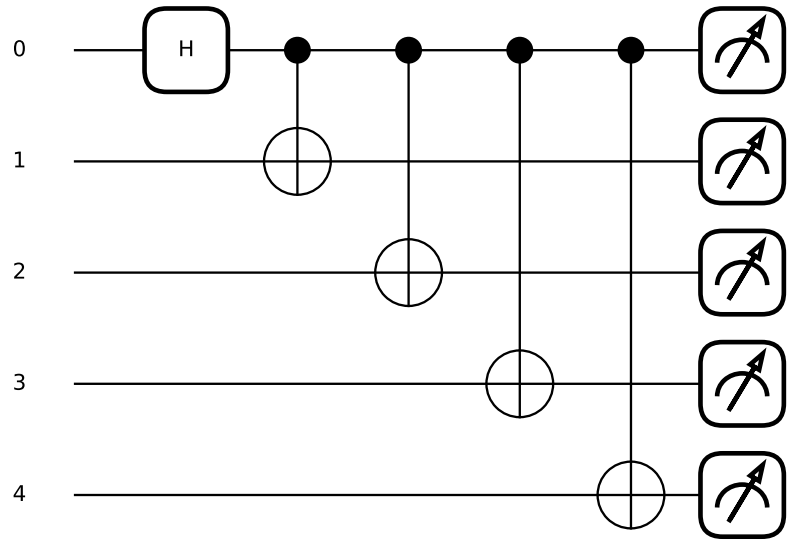


图 2：用于制备 n 量子比特GHZ态的量子电路图。

相干性通过施加局部相位旋转并测量奇偶振荡来探测多个量子比特之间的相干性，这是一种确认 GHZ 相干性的标准技术[28]。

在超导设备上，量子比特数较多时观测到的低保真度源于双量子比特门错误的累积，以及有限连通性所需的 SWAP 操作。

2.3.3 量子傅里叶变换（QFT）

许多量子算法中的基本子程序，包括肖尔因数分解算法和量子相位估计 [1, 29]。本研究实现了量子傅里叶变换电路，用于评估量子比特数超出小规模纠缠态时的电路深度、门分解和器件噪声。对于 n 个量子比特，量子傅里叶变换定义为以下线性变换：

$$|x\rangle \mapsto \frac{1}{\sqrt{2^n}} \sum_{y=0}^{2^n-1} e^{2\pi i x y / 2^n} |y\rangle \tag{6}$$

其中 $|x\rangle$ 是一个计算基态。

量子傅里叶变换电路由以下部分组成：

1. 对每个量子比特施加哈达玛门，2. 在量子比特之间施加受控相位旋转 $R_k = \text{diag}\left(1, e^{2\pi i/2^k}\right)$，3. 最后通过反转（SWAP 门）颠倒量子比特顺序。

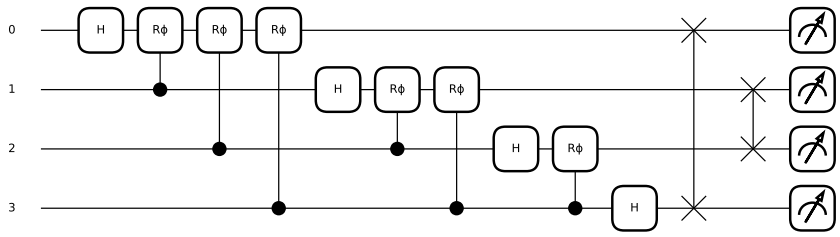


图 3 n量子比特量子傅里叶变换（QFT）的一般结构。

我们测量了逻辑电路深度、单量子比特门和双量子比特门的数量，以及受控旋转门的使用频率。这些指标反映了可扩展性挑战和硬件效率[31]。

对于较大的量子比特数，可以通过舍弃小角度受控旋转门来实现近似量子傅里叶变换。误差可量化为：

$$\epsilon = \|U_{\mathrm{QFT}} - U_{\mathrm{approx}}\| \tag{7}$$

其中， U_{QFT} 是精确的酉算子， U_{approx} 是截断后的版本 [30]。

为评估硬件性能，我们实现了 QFT 及其逆变换（逆量子傅里叶变换，IQFT）。理想情况下，该操作应返回输入态。保真度为：

$$F = \langle\psi|U_{\mathrm{IQFT}}\, U_{\mathrm{QFT}}|\psi\rangle \tag{8}$$

其中， $|\psi\rangle$ 是初始态。这提供了一种依赖于硬件的 QFT 可靠性度量。

2.3.4 Grover 搜索

该算法为无结构搜索问题提供二次加速，将查询复杂度从 $O(N)$ 降低至 $O(\sqrt{N})$ [32]。我们使用 Grover 搜索作为基准，用于评估执行预言机和扩散算子的多次迭代时的迭代振幅放大、电路深度缩放和硬件可靠性。

给定大小为 $N = 2^n$ 、包含标记态 $|\omega\rangle$ 的搜索空间，格罗弗算法执行以下步骤：

1. 初始化：对所有 n 个量子比特应用 Hadamard 门，以创建均匀叠加态：

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{x=0}^{N-1} |x\rangle \tag{9}$$

2. 预言机 O_ω：通过施加相位翻转来标记解：

$$O_w|x\rangle = \begin{cases} -|x\rangle, & \text{if } x = w, \\ |x\rangle, & \text{otherwise.} \end{cases} \tag{10}$$

3. 扩散算子 D：将振幅绕平均值反转：

$$D = 2|\psi\rangle\langle\psi| - I \tag{11}$$

4. 迭代：重复 k 次，最优次数约为：

$$k^* \approx \left\lfloor \frac{\pi}{4}\sqrt{\frac{N}{M}} \right\rfloor \tag{12}$$

其中 M 为标记态的数量。

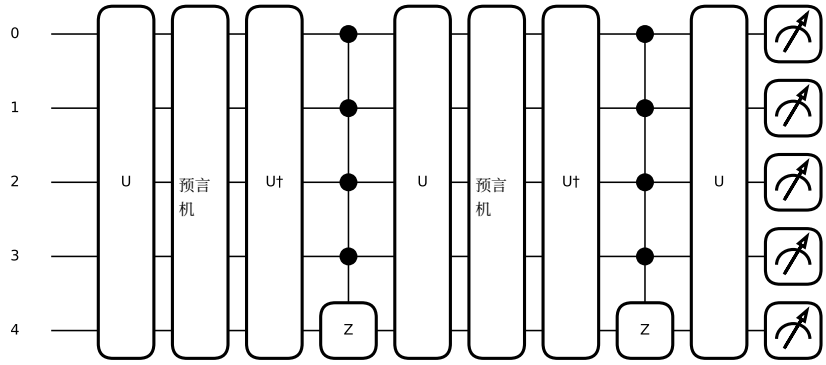


图 4 格罗弗算法的迭代：预言机后接扩散算子。

以经过 k 次迭代后测得标记态的概率衡量：

$$p_{\text{success}}(k) = \left|\langle w|G^k|\psi\rangle\right|^2 \tag{13}$$

其中 $G = DO_\omega$ 是 Grover 迭代算子。
我们比较了不同设备上成功概率和电路深度随量子比特数量的变化情况[33]。

为评估硬件约束，尤其是在有限连通性的情况下，我们提取了逻辑电路深度、多量子比特门数量和门总数[1]。

最后，我们将使 $p_{success}$ 达到最大值的观测迭代次数与理论上的 k^* 进行了比较，并量化了噪声导致的偏差。

2.3.5 量子近似优化算法（QAOA）

一种旨在解决组合优化问题的变分量子-经典混合算法 [34, 35]。在本研究中，我们在最小

顶点覆盖问题上实现了量子近似优化算法，以评估其在不同硬件平台上的变分性能。

量子近似优化算法通过交替使用问题哈密顿量和混合哈密顿量来制备参数化量子态：

1. 问题哈密顿量：将成本函数 $C(z)$ 编码为对角哈密顿量 H_C，使其特征值与目标函数值相对应。

$$H_C|z\rangle = C(z)|z\rangle \tag{14}$$

2. 混合哈密顿量：利用以下算符促进对解空间的探索：

$$H_M = i\sum_i X_i \tag{15}$$

其中 X_i 为泡利 X 算符。

3. 参数化电路：对于深度 p，量子近似优化算法的量子态为：

$$|\gamma,\beta\rangle = \prod_{k=1}^{p}\left(e^{-i\beta_k H_M}e^{-i\gamma_k H_C}\right)|+\rangle^{\otimes n} \tag{16}$$

4. 优化循环：使用经典优化器（COBYLA、SPSA 等）选择使期望成本最小化的角度（γ，β）：

$$\langle H_C\rangle = \langle\gamma,\beta|H_C|\gamma,\beta\rangle \tag{17}$$

为评估算法性能和硬件行为，我们考察了若干关键指标 [2]。近似比（AR）定义为最优成本与代价哈密顿量观测期望值之比，

$$AR = \frac{C_{\text{opt}}}{\langle H_C\rangle}, \tag{18}$$

用于量化算法接近最优解的程度 [37]。成功概率衡量采样到对应最优解的比特串的可能性，反映了量子电路在重复执行中的可靠性和一致性 [2, 33]。

可行率表示实验获得的比特串中满足优化问题约束条件的比例，从而将硬件精度与所生成解的有效性联系起来 [2, 38]。

汉明距离衡量测得的比特串与最优比特串之间的相似度；其均值表示采样解与理想配置的接近程度，而方差则反映噪声、退相干和采样误差的影响 [31, 33]。

最后，训练收敛体现了 QAOA 中经典优化循环的行为。更快、更稳定的收敛表明

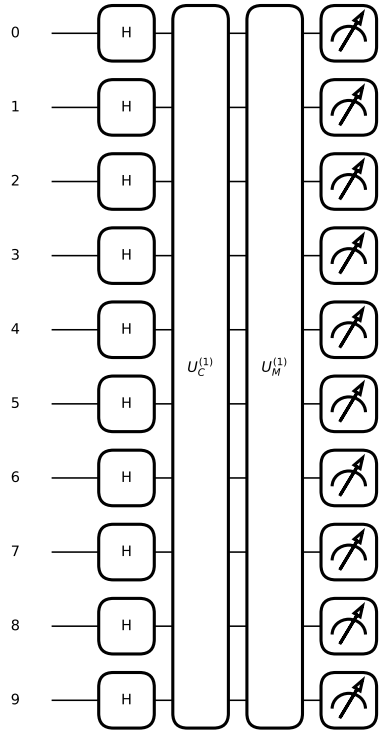


图 5 深度为p 的《量子近似优化算法》结构。

参数优化以及量子与经典组件之间的平衡协作 [2]。此外，量子门与深度分析——包括逻辑电路深度、多量子比特门数量和量子门操作总数——用于评估设备限制，尤其是在连接性有限的情况下 [2, 39]。

2.4 方法

本研究中的所有算法均使用 Amazon Braket 量子计算服务进行实现和执行，以确保实验环境的一致性和可复现性。所选设备代表了多种量子硬件架构，从而能够对其运行保真度、连接性和噪声特性进行比较评估。实验在以下平台上进行：

•SV1（模拟器） – 提供无噪声参考基线的状态向量模拟器。

• IonQ Aria-1 和 IonQ Forte-1（量子处理器） – 采用囚禁离子架构，具有全量子比特连接性和较长的相干时间。
• IQM Garnet（量子处理器，20 个量子比特）——一种具有最近邻连接性的超导传蒙系统。

- Rigetti Ankaa-3（量子处理器）——一种配备可调耦合器、具有中等规模量子比特容量的超导处理器。

所有量子电路均使用 $PennyLane$ 框架 [39] 构建，并通过 $Amazon\ \ Braket\ \ S\ \ DK$ [40], 执行，结果自动存储以供后处理。对于每种电路配置，均执行100 次测量，以获得具有统计意义的测量结果。在适用情况下，所有设备均采用相同的编译设置、量子比特映射策略和读出结构，以确保结果具有可比性。尽管 PennyLane 提供了统一接口，但后端特定的编译和原生门分解仍可能引入不可避免的设备相关差异。

对于 基于纠缠的基准测试 （贝尔态和 GHZ态），实验主要旨在探究硬件保真度和噪声敏感性。每个贝尔电路（图 1）均使用两个量子比特制备最大纠缠贝尔态，并在适当的 CHSH基下进行测量，以提取贝尔参数 S。GHZ电路（图 2）使用 $n = 6$ 和$n = 10$ 个量子比特，将其扩展至多体纠缠。通过量子态保真度和密度矩阵重构对多量子比特相干性进行量化，同时利用 CHSH不等式违背刻画不同架构中的二分纠缠质量。在结果部分，我们重点分析 $n = 6$ 和 $n = 10$ 个量子比特的代表性 GHZ配置，以突出其扩展行为。

量子傅里叶变换（QFT）基准测试（图3）采用 QFT–IQFT往返电路实现，用于评估相位相干多量子比特操作。量子傅里叶变换层之后立即执行其逆变换（逆量子傅里叶变换），理想情况下可将系统恢复至初始计算基态。往返保真度定义为在 QFT–IQFT 序列之后正确恢复输入比特串的概率，从而反映相位旋转精度、双量子比特门保真度和路由开销的累积影响。我们报告了代表性寄存器规模$n = 6$ 和 $n = 10$ 个量子比特的结果。

对于格罗弗搜索，我们针对仅包含一个标记元素的小型无结构搜索空间构建了量子电路（图4）。预言机和扩散算子以迭代方式应用，并将成功概率 P_{success} 作为迭代次数 k的函数进行评估。对于每种设备和量子比特配置，分别执行对应于 $k-1$、k和 $k+1$ 次迭代的三个量子电路，以探究振幅放大对过旋转和欠旋转的敏感性。报告结果聚焦于四量子比特和六量子比特搜索空间。

将 量子近似优化算法（量子近似优化算法）应用于包含 10 个节点的图实例上的最小顶点覆盖问题，包括 $Path_{10}$（稀疏）、$BA_{10,\ 2}$ （中等连接性）和 $K_{5,\ 5}$ （稠密）。在量子–经典混合循环中，以深度 $p = 1$ 运行量子电路（图 5），并基于重复评估量子电路，使用经典优化器优化变分参数。根据生成的比特串样本，我们计算了近似比$r = C_{\text{quantum}}/C_{\text{opt}}$、可行率（有效顶点覆盖所占比例）、采样得到最优解的成功概率，以及测量比特串与最优比特串之间的平均汉明距离。我们从编译后的量子电路中提取逻辑电路深度和门组成，以分析硬件相关的开销。

所有收集到的实验数据均通过基于 Python 的分析流程进行处理，该流程使用了 $NumPy$、 $Pandas$ 和 $Matplotlib$。我们针对每台设备计算了保真度、成功概率和近似比，并根据重复运行或等效配置的经验方差估算误差条。该工作流程实现了对不同设备和算法的直接定量比较，突显了电路复杂度、抗噪性与架构可扩展性之间的权衡。

3 结果

本节介绍了在多个硬件后端上使用 Amazon Braket 执行的五种量子算法的实验结果 [40]。每种基准算法均在 SV1模拟器以及部分囚禁离子设备（IonQ Aria-1 或 IonQ Forte-1）和超导设备（IQM Garnet、Rigetti Ankaa-3）上运行，从而能够比较架构差异对性能的影响。评估采用了多项定量指标，包括态保真度、CHSH不等式违背、成功概率、近似比和电路深度。综合这些结果，可以全面了解算法复杂度与设备级噪声特性之间的关系。

表1 基准算法、量子比特规模、设备及主要评估指标概述

算法	量子比特	测试设备	主要指标	目的
Bell	2	IonQ、IQM、Rigetti、SV1	保真度、CHSH S	纠缠基准
GHZ	6、10	IonQ、IQM、Rigetti、SV1	保真度、相干性	多体纠缠
QFT	6、10	IonQ、IQM、Rigetti、SV1	往返保真度	相位相干基准测试
格罗弗	4, 6	IonQ、IQM、Rigetti、SV1	成功概率	算法扩展性
QAOA	10	IonQ、IQM、Rigetti、SV1	近似比	优化基准测试

3.1 贝尔态结果

如表 1所示，贝尔基准测试使用两个量子比特，通过 CHSH 参数探测二分纠缠 S。理想的贝尔态

$$|\Phi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|00\rangle + |11\rangle\right)$$

在模拟和物理量子设备上均已制备，并在 CHSH 基中进行了测量。计算克劳泽–霍恩–希莫尼–霍尔特（CHSH）参数 S，以量化对贝尔不等式的违反程度；经典关联满足 $S \leq 2$，而量子力学最大值为 $S_{\text{ideal}} = 2\sqrt{2} \approx 2.828$。

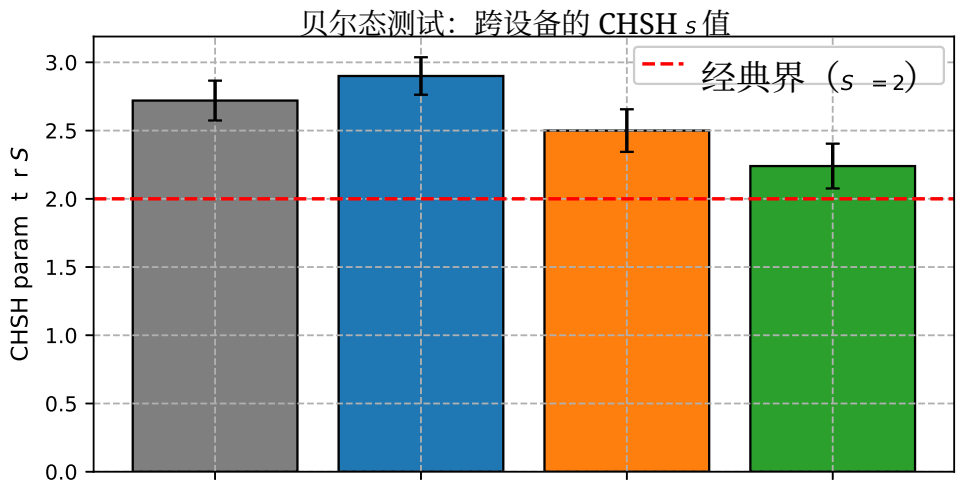
表2 汇总了所有测试平台上的实验 CHSH 值，而图6 则提供了直观比较。SV1模拟器得到 $S_{\text{exp}} \approx 2.7 \pm 0.15$，与理想量子预测高度吻合，证实了在无噪声情况下量子电路

表2 各设备测得的实验 CHSH 值 S_{exp}，与理想贝尔值 $S_{\text{ideal}} = 2.828$ 的比较

设备	Type	S_{exp}	±误差	S_{ideal}
SV1（模拟器）	态矢量	2.7	0.15	2.828
IonQ Aria-1（量子处理器）	囚禁离子（全连接）	2.9	0.14	2.828
Rigetti Ankaa-3（量子处理器）	超导（最近邻）	2.2	0.16	2.828
IQM Garnet（量子处理器，20量子比特）	超导（最近邻）	2.5	0.16	2.828

实现正确。在物理量子处理器中，IonQ Aria-1 的实验值最高，为 $S_{\text{exp}} \approx 2.9 \pm 0.14$，在统计不确定性范围内略高于理论界限，这反映了其全连接离子阱连接性和较长相干时间所带来的强大纠缠生成能力。

相比之下，超导设备 Rigetti Ankaa-3 和 IQM Garnet 表现出较低的 CHSH值（分别约为 2.2 ± 0.16 和 2.5 ± 0.16），这与它们的最近邻连接性和较高的双量子比特门错误率相符。尽管有所下降，所有设备均表现出 $S > 2$，由此证实了在所有架构中均成功观测到量子纠缠，并凸显了硬件连接性和噪声对非经典关联保持的影响。



D vic

图 6 各设备上贝尔态实验的 CHSH参数 S。虚线表示经典界 $S = 2$。

3.2 GHZ态结果

如表 1所示，GHZ 基准测试将纠缠扩展到 $n = 6$ 和$n = 10$ 个量子比特，以研究多体相干性。在 SV1模拟器上，GHZ态的保真度接近于 1，证实不存在退相干，且量子门行为理想。在量子硬件上运行时，保真度随量子比特数量的增加而系统性下降，体现了退相干、量子门误差和校准不完善的累积影响。

表3 报告了 $n = 6$ 和 $n = 10$ 量子比特的代表性保真度，而图7 展示了 F_{GHZ} 如何随不同设备的量子比特数增加而变化。离子阱 IonQ Aria-1 保持了最高的 GHZ 保真度，在 $n = 6$ 时达到 $F_{\mathrm{exp}} \approx 0.96$ ，在 $n = 10$ 时达到 $F_{\mathrm{exp}} \approx 0.84$。IQM Garnet 和 Rigetti Ankaa-3 的保真度则显著下降，在 $n = 10$时分别降至 $F_{\mathrm{exp}} \approx 0.12$ 和 0.09。这一现象在超导架构上尤为明显，因为有限的量子比特连通性需要执行额外的 SWAP 操作，从而加剧误差累积。

这些结果表明，所有受测设备都能生成多体纠缠，但随着量子比特数增加，只有囚禁离子架构能够维持高质量的相干性。观察到的保真度下降趋势与此前关于含噪中等规模量子（NISQ）系统的报告一致 [1]。

表3 F_{exp} $n = 6$ 和 $n = 10$ 量子比特的实验GHZ保真度，F_{ideal} 显示理想无噪声值以供参考

设备	量子比特（n）	F_{exp}	±误差	F_{ideal}	每组设置的测量次数
SV1（模拟器）	6	1.000	0.035	1.000	100
SV1（模拟器）	10	1.000	0.035	1.000	100
IonQ Aria-1（量子处理器）	6	0.955	0.052	1.000	100
IonQ Aria-1（量子处理器）	10	0.835	0.068	1.000	100
IQM Garnet（量子处理器，20量子比特）	6	0.675	0.076	1.000	100
IQM Garnet（量子处理器，20量子比特）	10	0.12	0.066	1.000	100
Rigetti Ankaa-3（量子处理器）	6	0.07	0.06	1.000	100
Rigetti Ankaa-3（量子处理器）	10	0.09	0.054	1.000	100

3.3 量子傅里叶变换（QFT）结果

量子傅里叶变换基准测试（表 1）采用方法部分所述的 QFT–IQFT 协议，评估 $n = 6$ 和 $n = 10$ 个量子比特的往返保真度。表 4 总结了 $n = 6$ 和 $n = 10$ 个量子比特对应的往返保真度与电路深度，图 8 和 9 则展示了性能如何随量子比特数和架构而变化。

在 SV1模拟器上，对于两种量子比特规模，往返保真度均基本保持理想状态（在统计误差范围内为 F_{exp} =1.00），证实了已编译的量子傅里叶变换和逆量子傅里叶变换量子电路的正确性。在量子硬件上，保真度随量子比特数增加而显著下降，反映出门不保真度和退相干的累积影响。IonQ 设备的整体性能最佳，在 $F_{\mathrm{exp}} \approx 0.98$ 时达到 $n = 6$

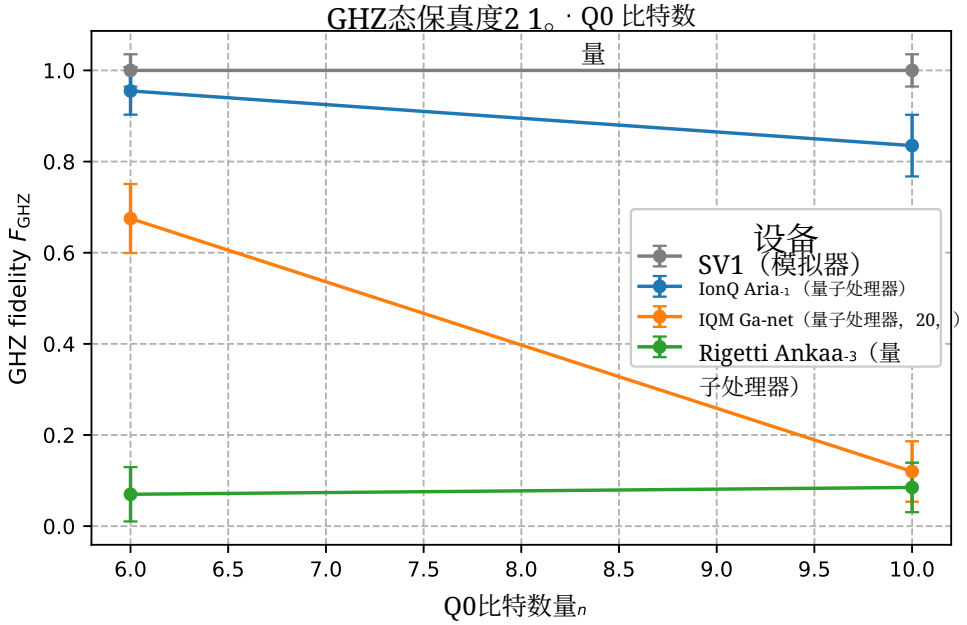


图7 在测试设备上，GHZ态保真度 F_{GHZ} 随量子比特数 n的变化。

在 $F_{\mathrm{exp}} \approx 1.00$ 时达到 $n = 10$，均处于报告的不确定性范围内。IQM Garnet 和 Rigetti Ankaa-3 的保真度明显较低，尤其是在 $n = 10$时，二者分别降至 F_{exp} 和 ≈ 0.07 。

电路深度分析揭示了显著的架构差异。由于最近邻连接性有限，超导设备（Rigetti 和 IQM）需要深得多的量子电路，因为执行多量子比特相位旋转需要更多的 SWAP 操作。相比之下，囚禁离子架构受益于全连接，因此量子电路更浅，误差累积也更少。这些结果凸显了硬件拓扑对算法可扩展性和相位保持操作的关键影响。

表4 各设备及量子比特数对应的量子傅里叶变换往返保真度 F_{exp} 和逻辑电路深度。理想保真度 $F_{\mathrm{ideal}} = 1.000$ 提供了无噪声模拟基线

设备	量子比特（n）	F_{exp}	±错误。	电路深度	F_{ideal}
SV1（模拟器）	6	1.000	0.000	9	1.000
SV1（模拟器）	10	1.000	0.000	17	1.000
IonQ Aria-1（量子处理器）	6	0.980	0.014	9	1.000
IonQ Aria-1（量子处理器）	10	1.000	0.000	17	1.000
IQM Garnet（量子处理器，20量子比特）	6	0.670	0.047	17	1.000
IQM Garnet（量子处理器，20量子比特）	10	0.070	0.026	47	1.000
Rigetti Ankaa-3（量子处理器）	6	0.020	0.014	19	1.000
Rigetti Ankaa-3（量子处理器）	10	0.010	0.010	51	1.000

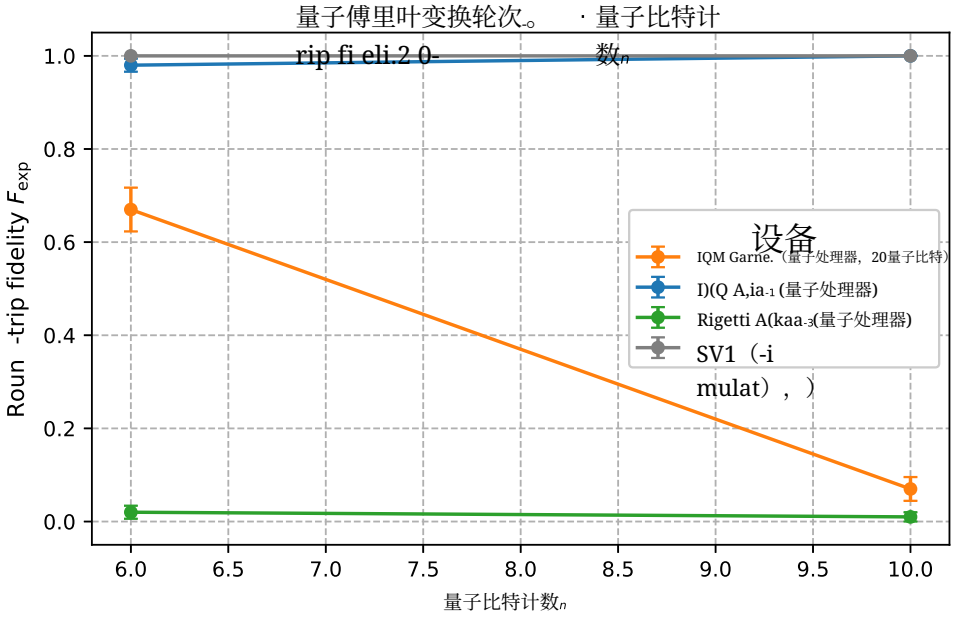


图 8 量子傅里叶变换往返保真度 F_{exp} 随量子比特数 n的变化。误差条表示统计不确定性，实线表示各个设备。

3.4 格罗弗搜索结果

如表 1所示，格罗弗算法针对 $n = 4$ 和 $n = 6$ 个量子比特进行了基准测试，方法是测量成功概率随迭代次数 k的变化。该算法用于对各设备上的迭代振幅放大实现进行基准测试。表 5 报告了 P_{success} 在四量子比特和六量子比特搜索空间中、三种迭代次数下的测得成功概率（$k-1$、 k、 $k+1$）。图 10和 11总结了迭代次数和量子比特数对结果的影响。

在模拟器上，成功概率呈现出预期的随迭代次数变化的趋势，在最优迭代次数附近达到最高值 P_{success} 。对于所考察的实例，峰值成功概率分别约为 0.58（$n = 4$）和 0.40（ $n = 6$），对应的迭代次数为 $k-1$；迭代次数增加或减少时，成功概率会迅速下降。在物理量子硬件上，成功概率明显更低，在较大的搜索空间中往往接近于零，表明其对量子门误差和退相干十分敏感。IonQ Forte-1 设备取得了最高的硬件成功概率， $n = 4$时最高可达 ≈ 0.18 ；而 IQM Garnet 和 Rigetti Ankaa-3 在所测试的配置中通常低于 ≈ 0.10 。

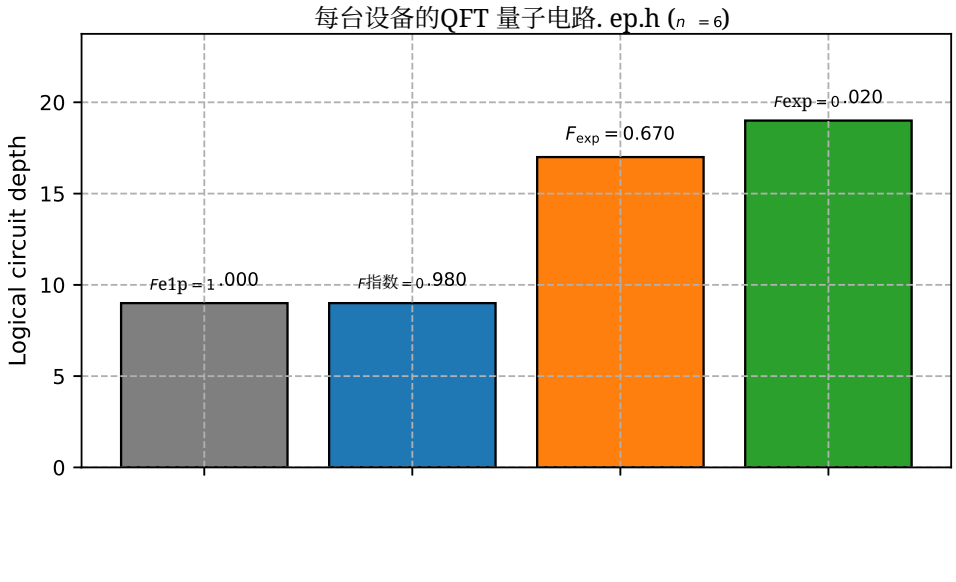


图 9：含有 $n = 6$ 量子比特的 QFT往返电路在每台设备上的估计逻辑电路深度。柱状图标注了相应的实验保真度 F_{exp}。

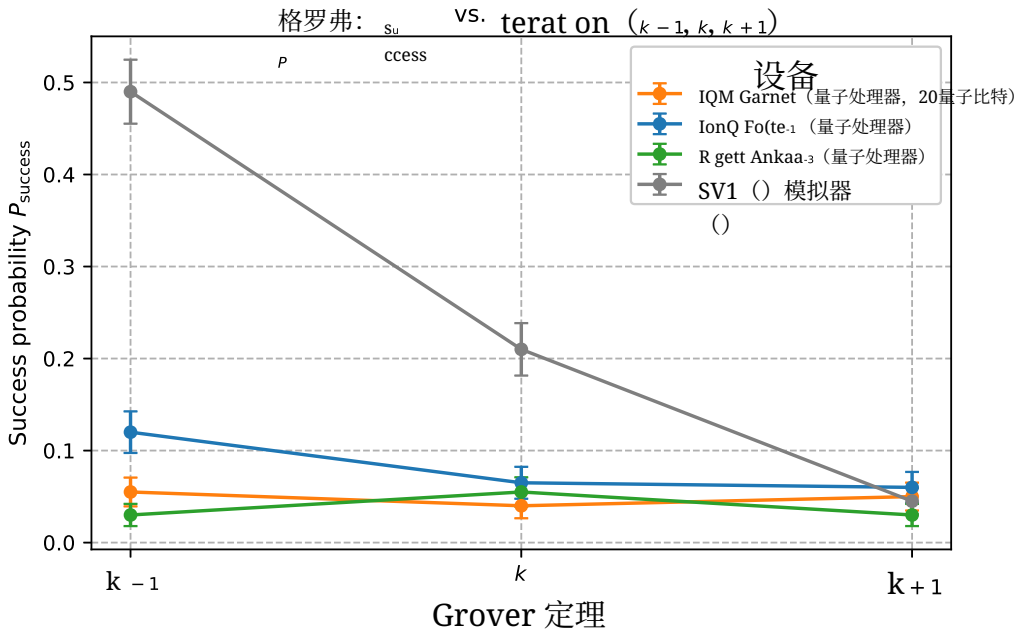


图 10 各设备的格罗弗搜索成功概率 P_{success} 与格罗弗迭代次数（$k-1$、k 和 $k+1$）的关系。

表 5 格罗弗搜索基准测试：每台设备分别使用 $k-1$、k 和 $k+1$ 次迭代，并按量子比特数分类。报告的实验成功概率为 P_{success}，并附有统计不确定度

设备	量子比特数（n）	迭代（k）	P_{success}	±误差
IQM Garnet	4	2 ($k-1$)	0.110	0.031
IQM Garnet	4	3 (k)	0.080	0.027
IQM Garnet	4	4 ($k+1$)	0.090	0.029
IQM Garnet	6	5 ($k-1$)	0.000	0.000
IQM Garnet	6	6 (k)	0.000	0.000
IQM Garnet	6	7 ($k+1$)	0.010	0.010
IonQ Forte-1	4	2 ($k-1$)	0.180	0.038
IonQ Forte-1	4	3 (k)	0.090	0.028
IonQ Forte-1	4	4 ($k+1$)	0.060	0.024
IonQ Forte-1	6	5 ($k-1$)	0.060	0.024
IonQ Forte-1	6	6 (k)	0.040	0.019
IonQ Forte-1	6	7 ($k+1$)	0.060	0.024
Rigetti Ankaa-3	4	2 ($k-1$)	0.030	0.017
Rigetti Ankaa-3	4	3 (k)	0.090	0.028
Rigetti Ankaa-3	4	4 ($k+1$)	0.040	0.020
Rigetti Ankaa-3	6	5 ($k-1$)	0.030	0.017
Rigetti Ankaa-3	6	6 (k)	0.020	0.014
Rigetti Ankaa-3	6	7 ($k+1$)	0.020	0.014
SV1	4	2 ($k-1$)	0.580	0.049
SV1	4	3 (k)	0.150	0.036
SV1	4	4 ($k+1$)	0.000	0.000
SV1	6	5 ($k-1$)	0.400	0.049
SV1	6	6 (k)	0.270	0.044
SV1	6	7 ($k+1$)	0.090	0.029

3.5 量子近似优化算法（QAOA）结果

QAOA 实验针对三个 10 节点（见表 1）图实例中的最小顶点覆盖问题，这些实例的边密度依次增加：稀疏的路径$_{10}$,连接程度中等的 BA^{10,2}，以及稠密的完全二分图$K_{5,5}$。所有运行均采用深度 $p=1$，并使用方法部分所述的测量和优化流程。表 6 定量概述了所有设备和图类型的近似比、可行率、成功概率及汉明距离；图 12、13和14展示了这些指标与图密度及硬件平台的关系。

在所有后端上，所得近似比仍然不高（$r \approx 0.07$–0.21），这与深度为 $p=1$ 的量子近似优化算法在 10 个节点的顶点覆盖实例上的表达能力限制一致。对于每个图，SV1 通常取得最高或接近最高的近似比，而囚禁离子和超导设备则呈现相似趋势，数值上略有差异。图密度对所有平台的影响都很明显：在稀疏的路径$_{10}$实例上，近似比略高；在 BA^{10,2} 和 $K_{5,5}$ 上则有所下降。

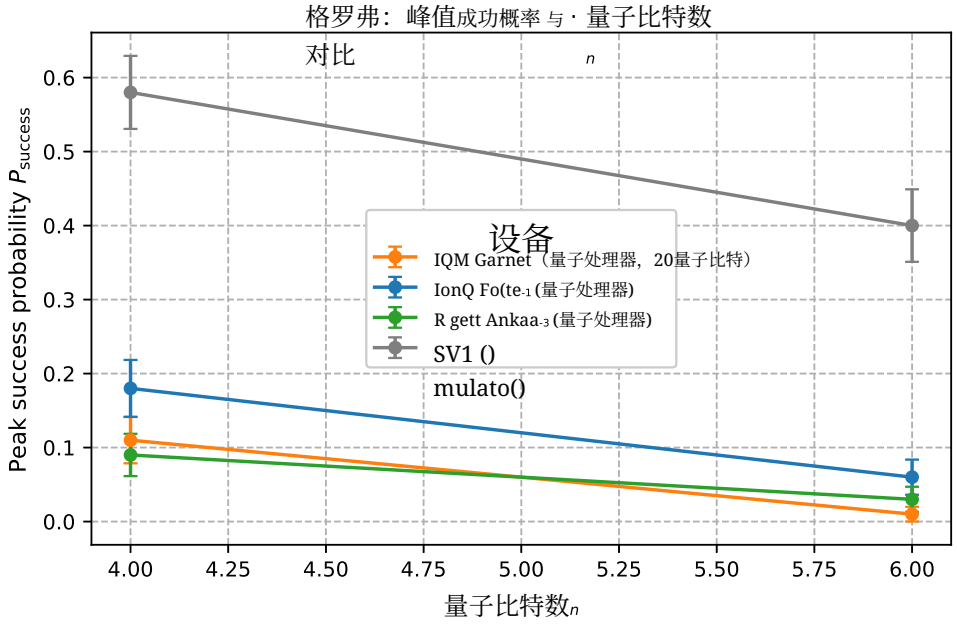


图 11 各量子设备的实验成功概率峰值 P_{success} 与量子比特数 n 的关系。

可行率和汉明距离为了解这些浅层电路的噪声敏感性提供了更多信息。较稠密的图可行率较低（有效顶点覆盖所占比例较小），平均汉明距离也较大，这表明硬件噪声会使采样结果偏离最优比特串更远。在所有设备上，采样得到最优解的成功概率仍然很低（通常只有百分之几），凸显了在含噪中等规模量子时代使用极浅层量子近似优化算法求解约束组合优化问题的难度。总体而言，结果证实量子近似优化算法能够捕捉问题结构，但其实用精度和鲁棒性在很大程度上取决于硬件保真度、连接性以及可实现的电路深度 [1]。

3.6 跨算法比较

比较全部五种基准算法时，可以发现量子硬件平台呈现出一致的架构模式。离子阱系统（IonQ Aria-1 和 Forte-1）凭借原生全连接、较低的双量子比特门错误率以及较长的量子比特相干时间，取得了最高的保真度、成功概率和近似比。相比之下，超导架构（IQM Gar- net 和 Rigetti Ankaa-3）的门执行速度显著更快，但由于最近邻耦合受限且串扰敏感性更高，在更深的量子电路中会累积更多错误。模拟器结果确立了理想上界，从而分离出物理噪声、校准漂移和受限连接性的影响。

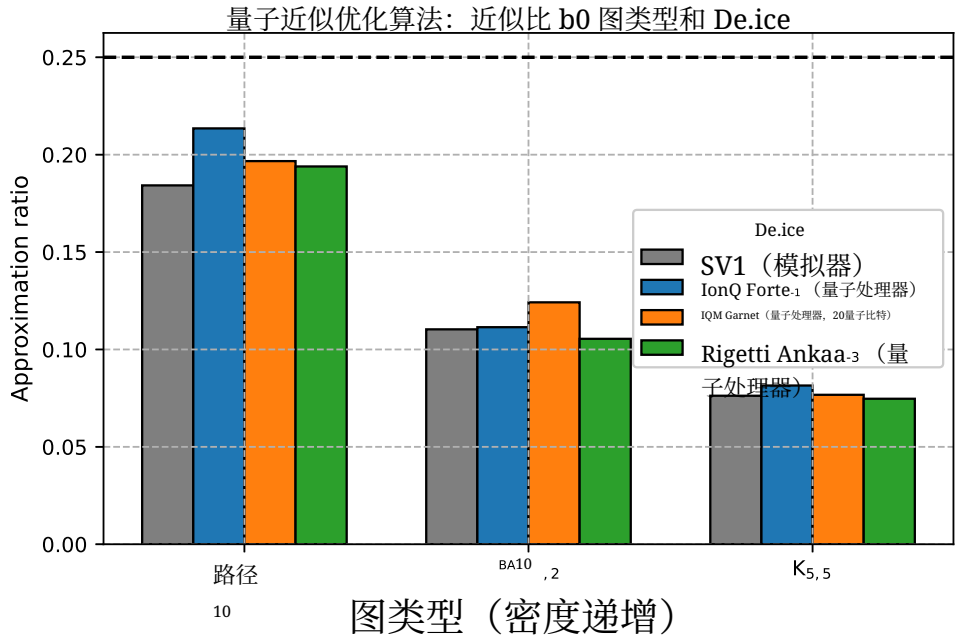


图 12 不同图类型（路径$_{10}$，BA^{10,2}，K^{5,5}）和设备的 QAOA 近似比。柱形使用一致的设备颜色，误差条表示不确定性。

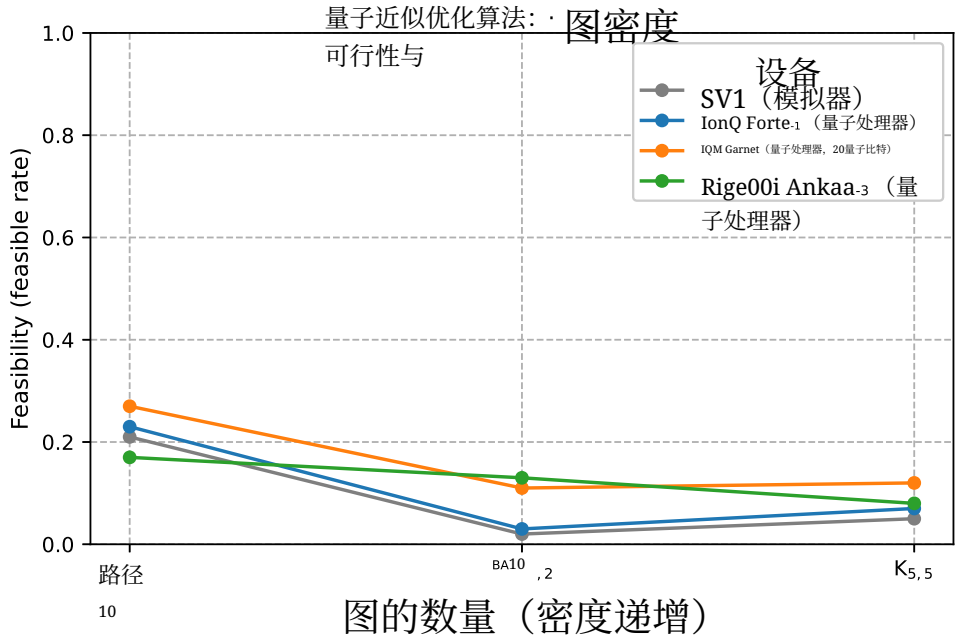


图 13 所有设备的可行性（有效比特串率）随图密度的变化。

表 6 不同设备和图实例上的量子近似优化算法基准测试指标。报告的指标包括近似比 $r = C_{\text{quantum}}/C_{\text{opt}}$ 及其不确定性、可行率（有效比特串所占百分比）、成功概率（最优样本比例），以及测量比特串与最优比特串之间的平均汉明距离

设备	图类型	近似比	±误差	可行率（%）	成功率	平均汉明距离
SV1（模拟）	路径$_{10}$	0.184	16.93	21.0	0.02	5.14
SV1（模拟）	BA$_{10,2}$	0.110	20.88	2.0	0.03	4.42
SV1（模拟）	K$_{5,5}$	0.076	34.03	5.0	0.03	4.98
IonQ Forte-1	路径$_{10}$	0.213	14.25	23.0	0.02	5.42
IonQ Forte-1	BA$_{10,2}$	0.111	23.21	3.0	0.02	4.67
IonQ Forte-1	K$_{5,5}$	0.081	39.93	7.0	0.03	5.26
IQM Garnet	路径$_{10}$	0.197	15.58	27.0	0.02	5.42
IQM Garnet	BA$_{10,2}$	0.124	26.05	11.0	0.02	5.36
IQM Garnet	K$_{5,5}$	0.077	43.44	12.0	0.03	5.07
Rigetti Ankaa-3	路径$_{10}$	0.194	15.41	17.0	0.02	5.18
Rigetti Ankaa-3	BA$_{10,2}$	0.105	31.18	13.0	0.03	5.41
Rigetti Ankaa-3	K$_{5,5}$	0.075	41.43	8.0	0.03	5.04

在所有设备上，算法性能都与电路深度和纠缠复杂度密切相关。贝尔和 GHZ 实验等浅层协议在每台设备上都能持续获得较高的保真度，表明少量量子比特的控制可靠。然而，电路更深、门操作更多的算法——Grover 搜索、量子傅里叶变换往返操作以及量子近似优化算法——在物理硬件上的性能均明显下降。这些趋势凸显了当前含噪中等规模量子时代中，算法表达能力与抗噪性之间的权衡。

4 讨论

所有算法的结果凸显了当前含噪中等规模量子（NISQ）硬件的若干重要特征。首先，算法性能高度依赖设备架构和连接性。由于具备全连接的量子比特耦合和较低的门噪声，囚禁离子系统展现出更优的稳定性和纠缠质量，能够准确实现需要全局相互作用的算法，例如 GHZ 和量子近似优化算法。相比之下，超导设备受限于最近邻拓扑结构，导致电路更深、累积误差更大，尤其是在需要长相干时间和多次纠缠操作的算法中。

电路深度与性能下降之间呈现出明显的趋势。深度较浅、纠缠门较少的算法（贝尔和 GHZ）在所有平台上都与理论预期高度吻合，证实了小规模纠缠如今已是 NISQ硬件上的常规操作。然而，量子傅里叶变换和 Grover 搜索等较深的量子电路累积了大量双量子比特门错误，并在多层电路中不断叠加。量子近似优化算法进一步暴露了这些局限，因为它的

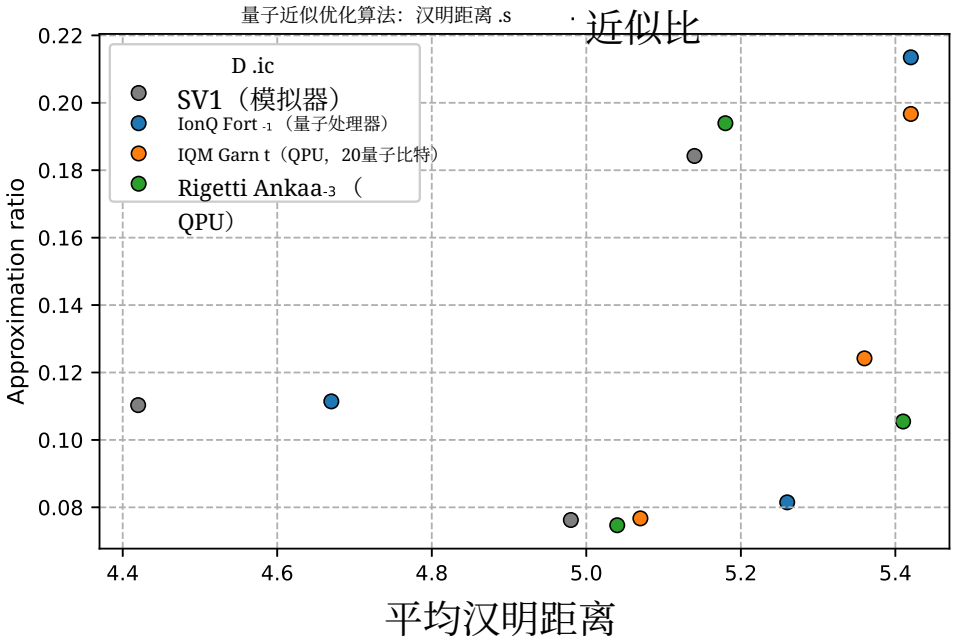


图14 不同设备上QAOA实例的平均汉明距离与近似比之间的关系。

混合优化循环会放大态制备和测量中的不完美之处。这种扩展行为进一步印证了先前的发现：对于近期量子计算而言，电路深度——而不仅仅是量子比特数——仍然是主要限制因素。

跨设备的比较分析也揭示了架构权衡。离子阱处理器具有较长的相干时间和较高的量子门保真度，但其较慢的门速度会导致更长的执行时间，并且在较长的校准周期内更容易受到漂移的影响。相比之下，超导设备能够实现更快的量子门操作，但更易受到串扰、有限连通性和校准敏感性的影响。这些相互对比的特性表明，未来的量子平台或许会受益于异构或混合方法，将离子阱的连接性优势与超导系统的可扩展性结合起来。

从算法角度来看，实验表明噪声并不会均匀地影响所有计算层。例如，格罗弗算法的振幅放大对相位误差尤其敏感，而量子近似优化算法的代价哈密顿量则会受到随机参数波动的影响，从而降低收敛精度。了解这些算法特定敏感性对于设计有针对性的错误缓解方法和最优编译策略至关重要。此外，设备感知转译和连通性映射——在量子傅里叶变换电路中已经十分关键——将随着算法深度的增加而变得不可或缺。

总体而言，这些结果展现了理论算法设计与含噪中等规模量子时代的实际硬件约束条件之间的微妙平衡。它们证实，尽管

理想化的量子行为可在小型系统中复现，但要将这些方法扩展至更大规模，不仅需要更优质的量子比特，还需要协同设计的编译、校准和噪声感知优化技术。硬件架构与算法表达能力之间的相互作用，界定了当前量子计算研究的前沿。

5 结论

本研究对五种基础量子算法——贝尔态制备、GHZ态生成、量子傅里叶变换、Grover 搜索和量子近似优化算法（QAOA）——进行了全面的跨平台评估，并在模拟量子设备和实际量子设备上执行了这些算法。所有实验共同刻画了当前含噪中等规模量子（NISQ）硬件执行具有代表性的量子任务类别的能力与局限性，包括态制备、相位估计、振幅放大和混合优化。

在所有实验中，离子阱架构（IonQ Aria-1 和 Forte-1）始终实现了最高的保真度、成功概率和近似比。其全连接特性和较长的相干时间使其能够最忠实地实现多量子比特纠缠和变分电路。相比之下，超导设备（IQM Garnet 和 Rigetti Ankaa-3）在浅层电路中表现出较强的竞争力，但随着电路深度增加，其保真度迅速下降，这反映出其较高的双量子比特错误率和连接性约束。模拟器结果提供了无噪声参考，为每种算法的理论极限提供了理想的基准测试。

算法深度和纠缠复杂度成为决定性能的关键因素。Bell态和GHZ态等浅层算法在所有设备上都表现出稳健且可复现的行为，而QFT、格罗弗和量子近似优化算法（QAOA）等更深层协议则由于门错误和读出错误的累积而出现明显性能下降。这些发现凸显了算法表达能力与硬件噪声抗性之间固有的权衡，界定了当前NISQ系统的实际边界。

总体而言，结果证实，当今的量子处理器能够可靠地产生和操控纠缠态，执行小规模的傅里叶运算和搜索运算，并运行混合优化流程。然而，其准确性和可扩展性仍受到相干时间、门保真度和连接拓扑的限制。持续提升量子比特质量、纠错能力和架构设计，对于将这些成果扩展到更大规模的问题实例和更具算法表达能力的算法深度至关重要。未来的工作将着重于增加QAOA中的电路深度 p 、对更多优化问题进行基准测试，并整合误差缓解策略，以实现接近容错性能的表现。

声明

•资助： 作者未获得任何组织对所提交工作的资助。

• 利益冲突： 作者声明不存在与本文内容相关的竞争性利益。

• 伦理审批：不适用。
• 参与知情同意：不适用。
•发表知情同意：所有作者均已阅读并批准最终稿件发表。

• 数据可用性：本研究期间生成和分析的数据集，可在提出合理请求后向通讯作者获取。

•作者贡献：Askar Oralkhan 负责算法实现、数据收集和分析，并撰写了初稿。**TemirlanZhaxalykov** 负责方法改进、指导以及对稿件进行重要修订。

• AI 使用声明：作者确认使用了 ChatGPT 进行语言编辑和润色。作者对最终稿件的内容和准确性负全部责任。

参考文献

[1] Nielsen, M.A., Chuang, I.L.：《量子计算与量子信息》，10周年纪念版。剑桥大学出版社，剑桥（2010年）[2] Preskill, J.：NISQ时代及以后的量子计算。Quantum 2, 79（2018年）。https://doi.org/10.22331/q-2018-08-06-79[3] Montanaro, A.：量子算法：综述。npj Quantum Inf. 2, 15023（2016年）。https://doi.org/10.1038/npjqi.2015.23[4]DiVincenzo, D.P.：量子计算的物理实现。Fortschr. Phys. 48, 771–783（2000年）。https://doi.org/10.1002/1521-3978(200009)48:9/11⟨771::AID-PROP771⟩3.0.CO;2-E[5] von Neumann, J.：EDVAC报告初稿。宾夕法尼亚大学摩尔电气工程学院，技术报告（1945年）[6] Blatt, R., Wineland, D.：囚禁原子离子的纠缠态。《自然》453, 1008–1015（2008年）。https://doi.org/10.1038/nature07125[7] Krantz, P., 等：超导量子比特量子工程师指南。Appl. Phys. Rev. 6, 021318（2019年）。https://doi.org/10.1063/1.5089550[8] Cross,A.W., Bishop, L.S., Sheldon, S., Nation, P.D., Gambetta, J.M.：使用随机化模型电路验证量子计算机。Phys. Rev. A 100, 032328（2019年）。https://doi.org/10.1103/PhysRevA.100.032328[9] Wright, K., 等：11量子比特量子计算机的基准测试。《自然·通讯》10, 5464（2019年）。https://doi.org/10.1038/s41467-019-13534-2

[10]Arute, F., 等：使用可编程超导处理器实现量子优越性。《自然》**574**, 505–510（2019年）。https://doi.org/10.1038/s41586-019-1666-5[11]McArdle, S., Endo, S., Aspuru-Guzik, A., Benjamin, S.C., Yuan, X.：量子计算化学。《现代物理学评论》**92**, 015003（2020年）。https://doi.org/10.1103/RevModPhys.92.015003[12] Campbell, E.T., Terhal, B.M., Vuillot, C.：迈向容错通用量子计算之路。《自然》**549**, 172–179（2017年）。https://doi.org/10.1038/nature23460

[13] Blinov, S., Wu, B., Monroe, C.：基于云的离子阱与超导量子计算机架构的比较。《AVS量子科学》**3**，034101（2021年）。https://doi.org/10.1116/5.0058187

[14]Linke, N.M. 等：两种量子计算架构的实验比较。《美国国家科学院院刊》**114**, 3305–3310（2017年）。https://doi.org/10.1073/pnas.1618020114

[15] Zhu, D. 等：任意量子态的跨平台比较。《自然·通讯》**13**，6675（2022年）。https://doi.org/10.1038/s41467-022-34279-5

[16] Murali, P. 等：全栈真实系统量子计算机研究：架构比较与设计见解。arXiv 预印本 arXiv:1905.11349（2019年）

[17] Montanez-Barrera,J.A., Michielsen, K., Bernal Neira, D.E.: 评估量子处理单元在大宽度和深度下的性能。arXiv预印本 arXiv:2502.06471 (2025)

[18] Robertson, R., Doucet, E., Spicer, E., Deffner, S.: NISQ云端中的Simon算法。《熵》**27**, 658 (2025)。https://doi.org/10.3390/e27070658

[19]Schwaller, N., Vento, V., Galland, C.: 使用IonQ和IBM Q量子计算机对双量子比特态的互补性进行实验性QND测量。《量子信息处理》**21**, 43 (2022)。https://doi.org/10.1007/s11128-021-03354-z

[20]IonQ公司：IonQ Aria 和 Forte 量子系统（2025 年）。https://www.ionq.com/quantum-systems/aria。访问日期：2025年11月3日[21]IQM量子计算机：IQM Garnet 超导量子处理器（2025 年）。https://www.iqmacademy.com/qpu/garnet/。访问日期：2025年11月3日[22] Rigetti Computing：Rigetti Ankaa-3 量子处理单元（2025 年）。https://qcs.rigetti.com/qpus。访问日期：2025年11月3日

[23] 亚马逊云科技：Amazon Braket 状态矢量模拟器（SV1）（2025 年）。
https://docs.aws.amazon.com/braket/latest/developerguide/braket-submit-tasks -模拟器.html。
访问日期：2025年11月3日[24] Bell, J.S.：关于爱因斯坦-波多尔斯基-罗森悖论。《物理学》1，195–200（1964）[25] Clauser, J.F.、Horne, M.A.、Shimony, A.、Holt, R.A.：检验局域隐变量理论的实验方案。《物理学评论快报》23，880–884（1969）[26] 阿斯佩、格朗吉耶、罗歇：通过贝尔定理对实在论局域理论进行实验检验。《物理学评论快报》47，460–463（1981）[27] 弗里斯等：观测完全受控的20量子比特系统中的纠缠态。《物理学评论X》8，021012（2018）。
https://doi.org/10.1103/PhysRevX.8.021012[28] 布拉特、温兰德：囚禁原子离子的纠缠态。《自然》453，1008–1015（2008）。
https://doi.org/10.1038/nature07125[29] 肖尔：量子计算的算法：离散对数与因数分解。第35届年度计算机科学基础研讨会（FOCS）论文集，124–134（1994）。
https://doi.org/10.1109/SFCS.1994.365700[30] 科珀史密斯：用于量子因数分解的近似傅里叶变换。IBM研究报告，RC19642（1994）[31]南等：在囚禁离子量子计算机上估算水分子的基态能量。《npj Quantum Inf.》6，33（2020）。
https://doi.org/10.1038/s41534-020-0259-3[32]格罗弗：用于数据库搜索的快速量子力学算法。第28届年度ACM计算理论研讨会（STOC）论文集，212–219（1996）。
https://doi.org/10.1145/237814.237866[33]菲格特等：可编程量子计算机上的完整3量子比特格罗弗搜索。《自然·通讯》8，1918（2017）。
https://doi.org/10.1038/s41467-017-01904-7[34] 法赫里、戈德斯通、古特曼：量子近似优化算法。arXiv预印本，arXiv:1411.4028（2014）[35] 塞雷索等：变分量子算法。《自然·评论·物理学》3，625–644（2021）。
https://doi.org/10.1038/s42254-021-00348-9[36]哈德菲尔德等：从量子近似优化算法到量子交替算符拟设。《算法》12，34（2019）。
https://doi.org/10.3390/a12020034

[37]Egger, T.、Mareˇcek, J.、Woerner, S.：量子优化的热启动。《Quantum》**5**，479（2021）。https://doi.org/10.22331/q-2021-06-17-479[38]Kandala, A.等：适用于小分子和量子磁体的硬件高效变分量子本征求解器。《自然》**549**，242–246（2017）。https://doi.org/10.1038/nature23879[39] Xanadu Quantum Technologies Inc.：PennyLane：用于可微分量子编程的跨平台Python库（2025年）。https://pennylane.ai/。访问日期：2025年11月30日[40]亚马逊云科技：Amazon Braket：量子计算服务（2025年）。https://aws.amazon.com/braket/。访问日期：2025年11月30日