Draft version January 12, 2026 使用 LaTeX 排版 双栏 样式，采用 AASTeX7.0.1

arXiv:2601.05357v1 [astro-ph.SR] 8 Jan 2026

帕克螺旋几何下膨胀太阳风中磁流体力学波的色散性质

Sebastián Saldivia [1], Felipe Asenjo [2], and Pablo S. Moya [1]

[1] Departamento de Física, Facultad de Ciencias, Universidad de Chile, Las Palmeras 3425, Santiago, 7800003, Chile
[2] Facultad de Ingeniería y Ciencias, Universidad Adolfo Ibáñez, Santiago 7491169, Chile.

摘要

本文采用膨胀盒模型，在背景磁场遵循帕克螺旋几何的条件下，量化太阳风膨胀对理想磁流体力学三种正常模色散性质的影响。基于线性化的 MHD-EBM方程，我们构建色散张量，并推导出磁声模本征频率 $\omega(k,\ R)$、磁压缩性 C_B以及平行电场与垂直磁场之比 $|\delta E_\parallel|/|\delta B_\perp|$ 的解析表达式，以量化太阳风径向膨胀如何重塑太阳风中压缩性涨落的特性。磁压缩性随日心距离增加而增大；在MHD-EBM框架中纳入膨胀后，这一趋势与原位观测更加吻合。 C_B 在较小日心距离处呈现明确的极小值，随后随距离线性增加，自然再现了 ∼0.3–1 AU 之间从阿尔芬型涨落向压缩性涨落的观测转变。比值 $|\delta E_\parallel|/|\delta B_\perp|$ 揭示了快模和慢模的相反变化：随着距离增加，快模变得更加静电，而慢模则演化出更强的磁主导特性。膨胀会抑制它们在大日心距离处电磁性与压缩性平衡的变化。我们的结果表明，相对于背景磁场，太阳风膨胀会主动重新分配磁压缩模态与纯横向涨落之间的能量，在塑造整个内日球层波动力学的径向演化方面发挥重要作用。

关键词：太阳物理学（1476）— 等离子体天体物理学（1261）—太阳风（1534）

1. 引言

太阳风最初由E.N.Parker（1958）提出，数十年来一直是理论建模和观测研究的核心课题。等离子体波与湍流涨落之间的相互作用，在塑造太阳风的大尺度动力学方面发挥着重要作用（R. Bruno 和 V. Carbone, 2013；R. Marino& L.Sorriso-Valvo 2023）。过去几十年间，多项空间任务显著增进了我们对这些多尺度现象在日球层范围内太阳风演化过程中所起作用的认识（J. Coleman 1968；E. Marsch etal.1982；L. Matteini etal. 2007）。近年来，帕克太阳探测器（N.J. Fox etal.2015）和太阳轨道器（D.M¨uller et al. 2020）任务将这些观测扩展至内日球层，使人们能够详细研究太阳风中可压缩能量级联的湍流（M. Brodiano 等，2023年）、质子温度演化（Y. J. Rivera 等人 2024年）以及其他关键过程。尽管取得了这些进展，膨胀在太阳风动力学中的作用仍未得到充分理解。

一种将太阳风膨胀纳入磁流体力学（MHD）方程的典型模型是 Chew–Goldberger–Low（CGL）理论（G. F. Chew 等人 1956年）。该模型描述了无热流的无碰撞等离子体的热力学演化，其中质子温度各向异性与平行等离子体贝塔呈反向演化。因此，CGL 理论预言太阳风会发生绝热冷却。然而，L. Matteini 等人 (2007年) 和 L. Matteini 等人 (2012) 将这些预言与 Helios 在 0.3 至 1 天文单位范围内的观测所得质子温度数据进行了比较，结果表明，温度各向异性随径向距离增加而下降的速度比 CGL 预言的更慢（E. Marsch 等人 1982；P.Hellinger &P.M.Tr´avn´ıˇcek 2011）。此外，这种偏差还体现出快、慢太阳风流之间的差异：快流的冷却速度比慢流更慢（C.

电子邮箱：sebastian.saldivia@ug.uchile.cl、felipe.asenjo@uai.cl、pablo.moya@uchile.cl

Shi 等人 2022年；J.-B. Dakeyo 等人 2022年）。这种差异表明，太阳风膨胀过程中存在额外的加热过程，使等离子体升温至观测到的温度；这些过程目前仍未得到充分理解（P. S. Moya 等人 2012；P. S. Moya 等人 2014）。

由于这些额外的加热过程未被标准 CGL 理论所涵盖，因此人们提出了多种可能发挥作用的物理机制（W. H.Matthaeus &M. Velli 2011；R. Bruno & V. Carbone, 2013；G. P. Zank 等人 2018年）。在相关候选机制中，有研究提出，阿尔芬波能够提供加热快速流所需的能量，´尤其是对于质子（L. Ofman & A. F. Vi˜nas 2007年）和次要重离子（L. Ofman 等人 2011；P. S. Moya 等人 2014）。在太阳风膨胀过程中，磁流体力学波（如阿尔芬´波）在加热太阳风方面发挥着重要作用，尤其是在快速太阳风中（J. W.Belcher 1971；V. R´eville 等人 2020年）。这些波模态已得到广泛研究和表征，并对应于均匀、无限延伸等离子体中理想磁流体力学方程的线性解（C.- Y. Tu & E. Marsch 1995年）。三种理想磁流体力学模态分别对应阿尔芬波、快磁声波和慢磁声波模态。这些模态具有不同的色散和压缩特性，决定了它们在跨尺度能量传递中的作用，例如磁场压缩性 C_B、平行电场与垂直磁场之比 $|E_\parallel|/|B_\perp|$、偏振 P等（S. P. Gary 1986；T. Stix 1992年）。

近几十年来，人们投入了大量精力，以理解磁流体力学波在太阳风中的演化及其对太阳风加热的贡献。早期研究考察了磁流体力学波在球对称背景磁场中的径向演化（E. Parker1965），以及 Alfv´én 波在太阳风双流体模型中的传播（J. V. Hollweg 1973）。后来，P.A. Isenberg (1984) 通过线性 WKB 方法研究多离子等离子体中的 Alfv´én 波传播，扩展了这些研究。近期，Y. J. Rivera 等人(2024) 量化了大振幅 Alfv´én 波向快速太阳风流传递的动能和热能，表明磁流体力学涨落在太阳附近快速太阳风的加热和加速过程中发挥着关键作用。磁流体力学波在日心距离范围内传播并与径向膨胀的太阳风相互作用，对太阳风加热起着重要作用。要解决长期存在的太阳风加热动力学问题，就必须了解等离子体膨胀如何改变这些波的色散和传播特性。

为理解膨胀在等离子体加热现象中的作用，M. Velli 等人(1992) 提出了膨胀盒模型（EBM），这一框架重新表述了磁流体力学方程，以考虑太阳风的径向膨胀。EBM 引入了一种非平凡的坐标变换，将参考系变换到一个以恒定速度随等离子体团共同运动的非惯性参考系。在该参考系中，太阳风的球形膨胀可在局部近似为笛卡尔坐标系，其中垂直于太阳风传播方向的横向坐标经过重新归一化，使等离子体盒保持恒定体积。因此，等离子体膨胀效应不再表现为显式的时间依赖性，而是表现为修正磁流体力学方程中宏观等离子体量守恒关系的附加非惯性力（R. Grappin 等, 1993；R. Grappin& M.Velli 1996）。这种表述为数值模拟和解析研究提供了便利的框架。它减轻了模拟膨胀等离子体系统时可能遇到的内存限制，并给出了一组通过附加项明确体现膨胀效应的磁流体力学方程。

此后，EBM 激发了大量研究，探讨膨胀在等离子体加热动力学中的作用，涵盖微观和宏观尺度，既包括理论研究，也包括数值模拟（P. C. Liewer 等人 2001 年；L. Del Zanna 等人 2015年；M. E. Innocenti 等人 2020 年；S. Echeverr´ıa-Veas 等人 2024 年）。最近，该模型被推广用于描述太阳附近的太阳风加速（A. Tenerani 和 M. Velli 2017），并扩展了其在太阳风准线性区域中的适用性，以刻画微观尺度（J. Seough 等人 2023）。EBM 形式体系中的阿尔芬´波传播也得到了广泛研究。Y.Nariyuki (2015年) 将加速 EBM 中的非线性阿尔芬´波作为导数非线性薛定谔方程的解进行了研究；最近，C. Shi 等人(2020年) 通过数值模拟研究了在快慢流相互作用的太阳风中传播的阿尔芬´涨落。

尽管取得了这些进展，但对于膨胀的太阳风中线性磁流体力学波色散性质的解析刻画，受到的关注相对较少。原位观测表明，太阳风涨落的磁压缩性随日心距离增加而增强（C. H. K. Chen 等, 2020；S. Q. Zhao 等, 2021），这表明随着等离子体膨胀，相对于 Alfv´én 波，压缩性涨落逐渐增强。由于磁压缩性是区分太阳风中不同湍流状态的关键诊断量（C. H. K.

Chen 等，2020；M. Brodiano 等，2023），理解其径向演化对于认识从 Alfv´én 波主导的湍流向远离太阳处更具压缩性的行为转变至关重要。然而，这种行为背后的物理机制仍知之甚少。等离子体膨胀对磁压缩性径向演化的影响尤其值得关注，因为它会直接改变构成磁流体力学湍流的磁流体力学模态的传播和能量分布。在此背景下，EBM 提供了一个合适的理论框架，可用于研究膨胀如何改变磁流体力学波的色散性质，从而探究观测到的磁压缩性增加是否可以由膨胀作用于湍流级联的底层波模态来解释。

EBM 具有显著的解析优势，它提供了一组磁流体力学方程，其中非惯性力代表等离子体因径向膨胀而产生的拉伸（R. Grappin 等，1993；S. Echeverr´ıa-Veas 等，2023年），从而提供了一个可用于研究这一问题的理论框架。最近，S. Saldivia 等(2025) 研究了 MHD-EBM 框架下沿径向背景磁场传播的磁流体力学波的色散关系。在这项工作中，我们通过考虑由 E.N.Parker（1958) 描述的背景磁场帕克螺旋结构，将这一分析扩展到太阳风条件下。该方法使我们能够刻画类太阳风环境中磁流体力学波的传播和色散性质，并评估膨胀如何影响其径向演化及可观测特征。由于波偏振和磁压缩性等性质已在不同日心距离处得到广泛测量，我们的结果旨在为解释太阳风中观测到的径向变化趋势提供理论依据。在接下来的章节中，我们将对 MHD-EBM 方程进行线性化，以获得非均匀背景磁场在膨胀框架下相应的色散关系。利用推导出的色散张量，我们将计算各模态的色散性质，并刻画其径向分布。

本文结构安排如下：第2节将介绍 EBM 形式体系及其修正——
理想磁流体力学方程组（MHD-EBM）的补充内容。在第3节中，我们对 MHD-EBM 方程组进行线性化，得到膨胀中的类太阳风等离子体的理想磁流体力学正规模的波动方程。在第4节中，我们研究 MHD-EBM 模态的色散性质。最后，在第5节中，我们总结并归纳主要结果。

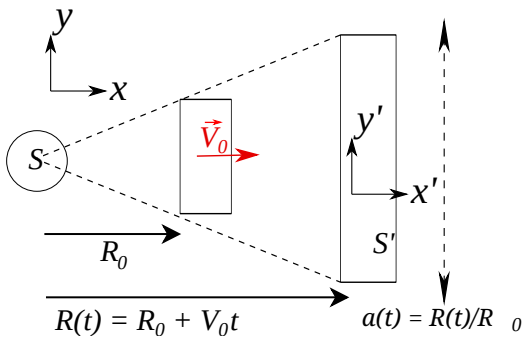

图1. EBM 中的坐标变换。等离子体的径向膨胀通过笛卡尔近似描述。等离子体盒从固定参考系 S 处以径向距离 $R(t)$ 向外膨胀。EBM 引入一个非惯性参考系 S'，以恒定速度 V_0与等离子体盒共动。在共动参考系中，垂直坐标按膨胀参数 $a(t)$ 重新归一化，从而保持盒子的体积恒定。

2. 磁流体力学与 EBM

为了对球形太阳风膨胀对磁流体力学波色散特性的影响进行解析描述，我们采用由M. Velli 等人（1992年）和R. Grappin 等人（1993年）发展的 EBM 框架。该形式体系通过变换坐标，将参考系转换到非惯性共动参考系，以描述等离子体团从初始位置 R_0膨胀的过程，并通过笛卡尔近似忽略曲率效应。若等离子体从固定的惯性参考系 S向外膨胀，EBM 会引入向新参考系 S' 的变换；该参考系以恒定速度 V_0与等离子体盒共动，等离子体盒在时间 t 的位置由 $R\ (t)\ = R_0 + V_0 t$给出。我们可以通过径向（$\hat{}\ S$）轴上的伽利略变换，以及横向坐标 $\hat{}\ S'$ 和 $\hat{}x$的重新归一化，写出参考系y 与z之间的坐标变换。

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x'}, \qquad \frac{\partial}{\partial y} = \frac{1}{a(t)}\frac{\partial}{\partial y'}, \qquad \frac{\partial}{\partial z'} = \frac{1}{a(t)}\frac{\partial}{\partial z'}, \tag{1}$$

其中

$$a(t) = \frac{R(t)}{R_0} = 1 + \frac{V_0}{R_0}t. \tag{2}$$

这里， $a(t)$ 是一个无量纲参数，它通过收缩横向坐标来保持等离子体箱的体积不变。图1 展示了参考系 S 和 S'之间的关系。

膨胀参数 $a(t)$ 使我们能够在体积恒定的模型中研究等离子体膨胀，因为在写出空间梯度和时间导数时会引入膨胀效应

共动参考系。遵循 R. Grappin 等人 (1993年) 和 S. Echeverr´ıa-Veas 等人 (2023年), 不同参考系之间空间梯度和时间导数的关系可写为

$$\nabla = \mathbb{A}^{-1} \cdot \nabla', \tag{3}$$

$$\nabla_v = \mathbb{A}^{-1} \cdot \nabla'_v, \tag{4}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t'} - \mathbf{D} \cdot \nabla', \tag{5}$$

其中

$$\mathbb{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & a(t) & 0 \\ 0 & 0 & a(t) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{D} = V_0 \left(1, \frac{y'}{R(t)}, \frac{z'}{R(t)}\right). \tag{6}$$

在共动参考系中，等离子体膨胀的信息储存在 $\mathbb{A}(t)$ 张量中。随着垂直坐标被重新归一化（即拉伸和压缩），膨胀会影响这些坐标，但不会对径向轴作出任何修改，如张量分量所示。利用前述变换，可以将理想磁流体力学方程写成膨胀参考系中的形式（S. Echeverr´ıa-Veas 等人 (2023年) 和 R. Grappin 等人 (1993年)，并忽略各物理量中的撇号）

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot (n\mathbf{u}) = -\frac{2\dot{a}}{a} n, \tag{7}$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla p + \gamma p \nabla \cdot \mathbf{u} = -\gamma \frac{2\dot{a}}{a} p, \tag{8}$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u} + \frac{1}{8\pi\rho}[(\mathbb{A}^{-1} \cdot \nabla)]B^2 - \frac{1}{4\pi\rho}[\mathbf{B} \cdot (\mathbb{A}^{-1} \cdot \nabla)]\mathbf{B} + \frac{1}{\rho}\nabla p = -\frac{\dot{a}}{a}\mathbb{T} \cdot \mathbf{u}\,, \tag{9}$$

其中

$$\mathbb{L} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \qquad \mathbb{T} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \tag{10}$$

请注意，我们假设方程（8）采用标量压力方程，并假设多方指数为常数γ。这里，动量方程描述等离子体的整体流速。由于电子与质子的质量比很小，因此该速度近似为质子速度。这些方程通常与麦克斯韦方程组联立；麦克斯韦方程组已由S. Echeverr´ıa-Veas 等人（2023年）在膨胀参考系中推导出来。这里，我们将重点讨论线性磁流体力学波的色散特性。我们只考虑 EBM 参考系中的法拉第定律，其形式为

$$(\mathbb{A}^{-1} \cdot \nabla) \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c}\left(\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + \frac{\dot{a}}{a}\mathbb{L} \cdot \mathbf{B}\right), \tag{11}$$

其中我们忽略了霍尔项。在理想磁流体力学近似下，我们有

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} - [\nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B})] = -\frac{\dot{a}}{a}\mathbb{L} \cdot \mathbf{B}. \tag{12}$$

我们将利用这组膨胀磁流体力学方程，建立对膨胀太阳风中磁流体力学波色散特性的径向演化的解析描述。文献中主要通过数值模拟，利用这些方程研究膨胀等离子体现象（P. C. Liewer 等人，2001；R. Grappin 和 M. Velli，1996）。尽管太阳风膨胀本质上是非绝热的，我们仍采用绝热状态方程描述压强，如方程（8）所示。作此近似是因为磁流体力学波的时间尺度足够短，可以忽略热流。因此，我们可以采用绝热状态方程描述压强。文献中通常将方程（$\dot{a}/a$）右端的项视为特征膨胀频率的倒数，其中 $\dot{a}/a = 1/\tau$，其中 τ 为膨胀时间尺度（Y. Nariyuki，2015年；C. Shi 等人，2020年；S. Saldivia 等，2025）。

3. 非均匀磁场中的线性 MHD-EBM 波

在本节中，我们利用方程（7）、（8）、（9）和（12），推导径向膨胀太阳风中理想磁流体波的色散关系。为此，我们必须选择一种背景磁场构型，以表示行星际磁场的螺旋几何结构。

按照推导线性等离子体波色散关系的标准步骤（H.Alfv´en 1942），我们考虑由理想 MHD-EBM 方程描述的完全导电、无限延展等离子体中宏观等离子体量的小振幅扰动。每个量——密度 n、压强 p、磁场 $\mathbf{B}$ 和速度 $\mathbf{u}$——均分解为背景量和一阶小扰动：

$$n = n_0 + \delta n, \qquad p = p_0 + \delta p, \tag{13}$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \delta\mathbf{B}, \qquad \mathbf{u} = \mathbf{u}_0 + \delta\mathbf{u}. \tag{14}$$

在线性区域中，我们假设每个物理量 ϕ 都满足 $\phi_0 \gg \delta\phi$，并将扰动建模为可向任意方向传播的行波，其表达式为 $\delta\phi(\mathbf{r}\ t)$ $\delta\phi e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t)}$。在膨胀参考系中，由于非惯性力会拉伸和压缩等离子体，背景物理量随时间和空间变化。因此，我们首先求解零阶微分方程，以确定背景剖面，然后

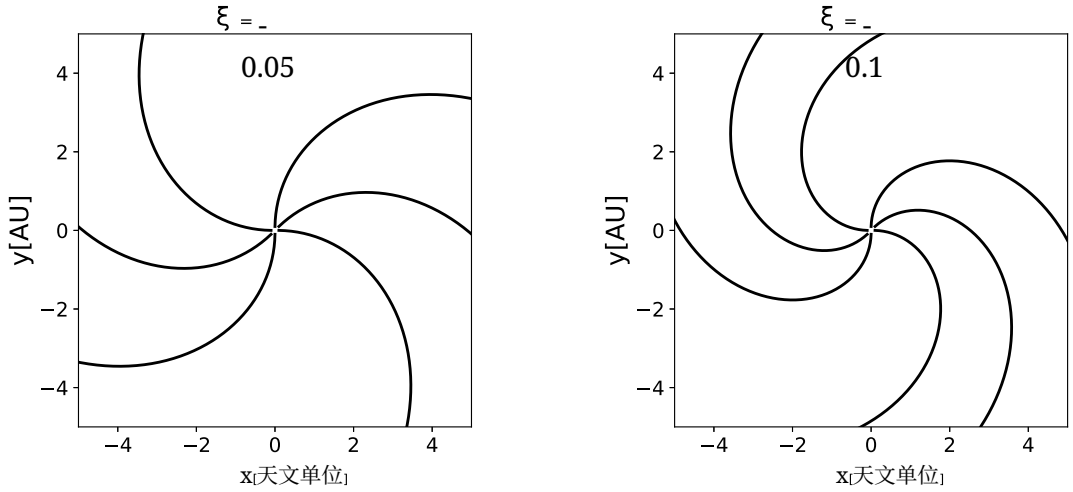

图 2. 不同参数值下 x-y 平面中的背景磁力线，该参数表示快速太阳风（左）和慢速太阳风（右）。 ξ 的幅值越大，磁场剖面螺旋缠绕得越紧密。

将这些解代入一阶方程，得到波动方程，其根将确定膨胀情形下的色散关系 $\omega(k, R)$。假设背景流体速度为 $\mathbf{u}_0 = 0$，则可解析求解零阶微分方程，从而得到背景剖面

$$n_0 = \frac{\bar{n}_0}{a^2}, \tag{15}$$

$$p_0 = \frac{\bar{p}_0}{a^{2\gamma}}, \tag{16}$$

$$\mathbf{B}_0 = \mathbb{Z}^{-1} \cdot \bar{\mathbf{B}}_0, \tag{17}$$

其中

$$\mathbb{Z} = \begin{pmatrix} a(t)^2 & 0 & 0 \\ 0 & a(t) & 0 \\ 0 & 0 & a(t) \end{pmatrix}, \tag{18}$$

且$\mathbf{B}_0$ 为背景磁场。这与 EBM 参考系中等离子体物理量众所周知的径向分布相符（L. Del Zanna 等，2015 年；M. E. Innocenti 等，2019）。请注意，背景磁场的径向分布自然呈现出日球层的帕克螺旋结构，该结构由E. N.Parker （1958年）在球坐标中建模为

$$B_r(R, \theta, \phi) = B_0(\theta, \phi_0) \left(\frac{R_0}{R}\right)^2, \tag{19}$$

$$B_\theta(R, \theta, \phi) = 0, \tag{20}$$

$$B_\phi(R, \theta, \phi) = B_0(\theta, \phi_0) \frac{\Omega}{v_{sw}} (R - R_0) \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \sin\theta, \tag{21}$$

其中，$\Omega = 2.87 \cdot 10^{-6} \mathrm{s}^{-1}$ 表示赤道面处的太阳自转频率， v_{sw} 表示太阳风速度，而 $B_0(\theta, \phi_0)$表示起始位置 R_0处的背景磁场。在赤道面内，方位向与径向磁场分量之比为

$$\frac{B_\phi}{B_r} = -\frac{\Omega R(t)}{v_{sw}}. \tag{22}$$

另一方面，对于 EBM 形式体系所给出的磁场分布，按照 S. Echeverría-Veas 等人（2024年），我们可以将方程（17）改写为

$$\mathbf{B}_0 = \frac{B_{0x}}{a^2}(1, a\xi, a\xi), \tag{23}$$

其中， ξ 表示背景磁场各场分量之比，

$$\xi = \frac{B_{0y}}{B_{0x}} = \frac{B_{0z}}{B_{0x}}. \tag{24}$$

比较方程（19）-（21）和（23）可以清楚地看出，这两种表示形式彼此类似。因此，在方程（23）中，无量纲参数 ξ量化了背景磁力线的螺旋程度。在 $\xi \to 0$ 极限下，磁场完全沿径向，对应于与太阳风流动方向一致的磁场构型。随着 ξ 的绝对值增大，磁场变得更加沿方位向，描述了太阳自转所诱导的行星际磁场（IMF）螺旋化。将方程（22）在参考位置 R_0 处给出的比值与方程（ξ 24）给出的定义相等，可得

$$\xi = -\frac{\Omega R_0}{v_{sw}}. \tag{25}$$

因此， ξ 测量起始位置 R_0处场的局部螺距角，作为隐式径向演化

$R(t)$以 $a(t$项表示。我们考虑等离子体团从 $R_0 = 0.1$ 天文单位处膨胀的两种情况，其太阳风速度分别为 $v_{sw} = 400$千米/秒和 $v_{sw} = 750$千米/秒，分别代表慢速和快速太阳风。相应的 ξ 各情况下的值为 $\xi = -0.1$ 和$\xi = -0.05$。图2 展示了该背景磁场剖面的二维表示，对应于给定的两个 ξ值。这一描述使我们能够采用一种代表实际太阳风条件的背景磁场，来表征径向等离子体膨胀对太阳风中磁流体力学波色散性质径向演化的影响。

4. 结果：膨胀的帕克螺旋中的波特性

4.1. 色散关系与本征频率

本节重点讨论在由方程（23）给出的磁场构型中膨胀的线性磁流体力学波的色散特性。为此，我们必须首先将该系统的色散关系写成矩阵形式，因为可以从相应的色散张量中推导出有关波特性的信息。利用方程（23），并假设波沿径向传播（$\mathbf{k} = k\hat{x}$），将方程（15）—（17）代入一阶 MHD-EBM 方程，可得色散关系 $\mathbb{D}\cdot\delta\mathbf{u} = 0$。在弱膨胀极限下，可对其进行解析求解；此时通过傅里叶变换将尺度因子 $a(t)$视为准常数，因为特征膨胀频率 $1/\tau$ 比磁流体力学波频率低许多数量级。因此，与波振荡相比，太阳风膨胀的演化十分缓慢（详细推导见S. Saldivia（2025））。由此得到的色散矩阵 $\mathbb{D}$ 各分量如下：

$$D_{xx} = \omega^2/k^2 - \tilde{v}_A^2\frac{\xi^2 R}{R_0}\left(1+\frac{R}{R_0}\right) - \tilde{v}_S^2, \tag{26}$$

$$D_{xy} = D_{xz} = D_{yx} = D_{zx} = \frac{\tilde{v}_A^2\xi R}{R_0}, \tag{27}$$

$$D_{yy} = D_{zz} = \omega^2/k^2 - \tilde{v}_A^2, \tag{28}$$

$$D_{yz} = D_{zy} = 0. \tag{29}$$

此处，阿尔fv´én 速度和声速已重新表述，以隐式包含等离子体膨胀导致的径向衰减。因此，径向膨胀对磁流体力学波的主要影响是等离子体特征速度发生径向衰减，表示为

$$\tilde{v}_A(R)^2 = \frac{B_{0x}^2}{4\pi\bar{n}_o m a^2} = v_A^2\frac{R_0^2}{R^2}, \tag{30}$$

$$\tilde{v}_S(R)^2 = \frac{\gamma\bar{p}_0}{\bar{n}_0 m}a^{2-2\gamma} = v_S^2\frac{R_0^{2\gamma-2}}{R^{2\gamma-2}}, \tag{31}$$

其中，v_A 和 v_S 分别对应非膨胀极限下（或在 $t = 0$ 处）的阿尔fv´én 速度和声速。请注意，在此框架中，阿尔fv´én 速度仅取决于背景磁场的径向分量。这是因为背景磁场螺旋几何结构所引起的修正与色散矩阵各分量中出现的 ξ 项有关。该系统的色散关系在 $\det(\mathbb{D}) = 0$ 时有非平凡解，其根将给出理想磁流体力学 - 膨胀磁场模型系统相应的本征频率，表示为

$$\omega^2 = \frac{k^2}{2}(\tilde{v}_A^2(1+a\xi^2(1+a)) + \tilde{v}_S^2 + [4a\xi^2(a-1)\tilde{v}_A^4 + (\tilde{v}_S^2 + \tilde{v}_A^2(1+a\xi^2(1+a)))^2 - 4\tilde{v}_A^2\tilde{v}_S^2]^{1/2}), \tag{32}$$

$$\omega^2 = \frac{k^2}{2}(\tilde{v}_A^2(1+a\xi^2(1+a)) + \tilde{v}_S^2 - [4a\xi^2(a-1)\tilde{v}_A^4 + (\tilde{v}_S^2 + \tilde{v}_A^2(1+a\xi^2(1+a)))^2 - 4\tilde{v}_A^2\tilde{v}_S^2]^{1/2}), \tag{33}$$

$$\omega^2 = k^2\tilde{v}_A^2. \tag{34}$$

这里，方程 (32)、(33) 和 (34) 分别对应膨胀理想磁流体力学色散关系的三个本征模，即快磁声模、慢磁声模和阿尔芬模；其背景磁场非均匀，类似于太阳风的帕克螺旋结构。由于假设波沿径向轴平行传播，方程 (34) 展示了剪切阿尔芬波的典型色散关系，其中阿尔芬速度随$\tilde{v}_A(R) \propto 1/R$衰减。由于阿尔芬模是纯横向的，且不依赖由参数 ξ 给定的磁场几何结构，同时该模态也不可压缩，接下来我们将重点研究快、慢磁声模的色散性质。这些模态明确依赖膨胀参数 $a(t)$和 ξ。在这些模态中，背景磁场的形状以及 EBM 框架固有的坐标拉伸，会通过与阿尔芬速度耦合的项改变本征频率的解析形式。这些表达式不同于径向背景磁场情形下得到的结果；在该情形中，只需引入等离子体速度的径向依赖性，即可恢复与非膨胀情形相同的形式（S. Saldivia 等，2025）。对于 $\xi = 0$，当 $\mathbf{k} = k\hat{x}$ 时，我们恢复了这一径向情形。

在附录A中，我们使用标准磁流体力学方程，直接推导了非膨胀参考系中的色散关系。由方程（32）—（34），在极限 $a = 1$下可恢复非膨胀本征频率。文献中，径向分布

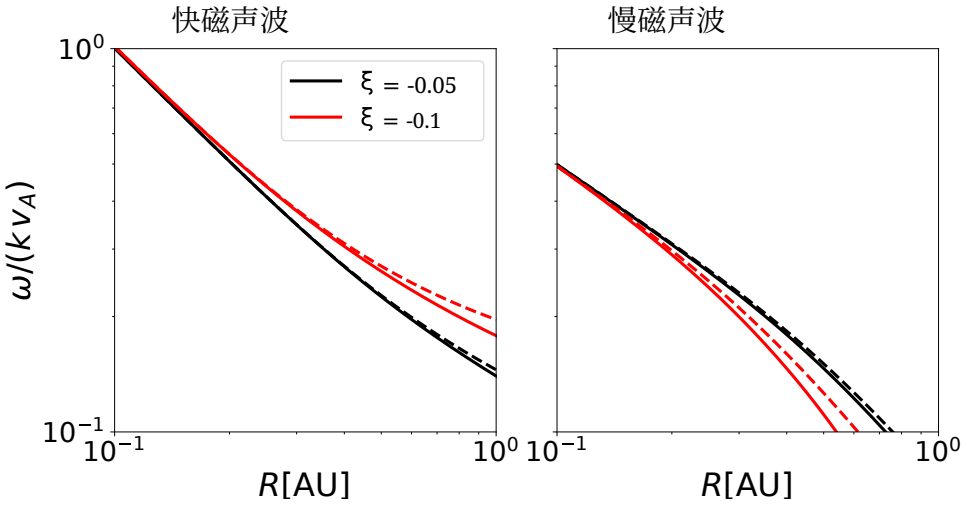

图3. 快磁声波和慢磁声波相速度的归一化值随日心距离的变化 R，计算采用帕克螺旋背景磁场，且波矢沿 x 轴方向。参数 ξ 用于区分慢太阳风情形（$\xi = -0.1$，红线）和快速太阳风情形（$\xi = -0.05$，黑线）。实线表示在 MHD-EBM框架内得到的相速度，其中包括根据方程（32）-（34）从第一性原理纳入的等离子体膨胀；虚线表示通过对非膨胀情形进行参数化缩放得到的对应值，如方程（A8）-（A10）所示。这里 $R_0 = 0.1$ 天文单位。

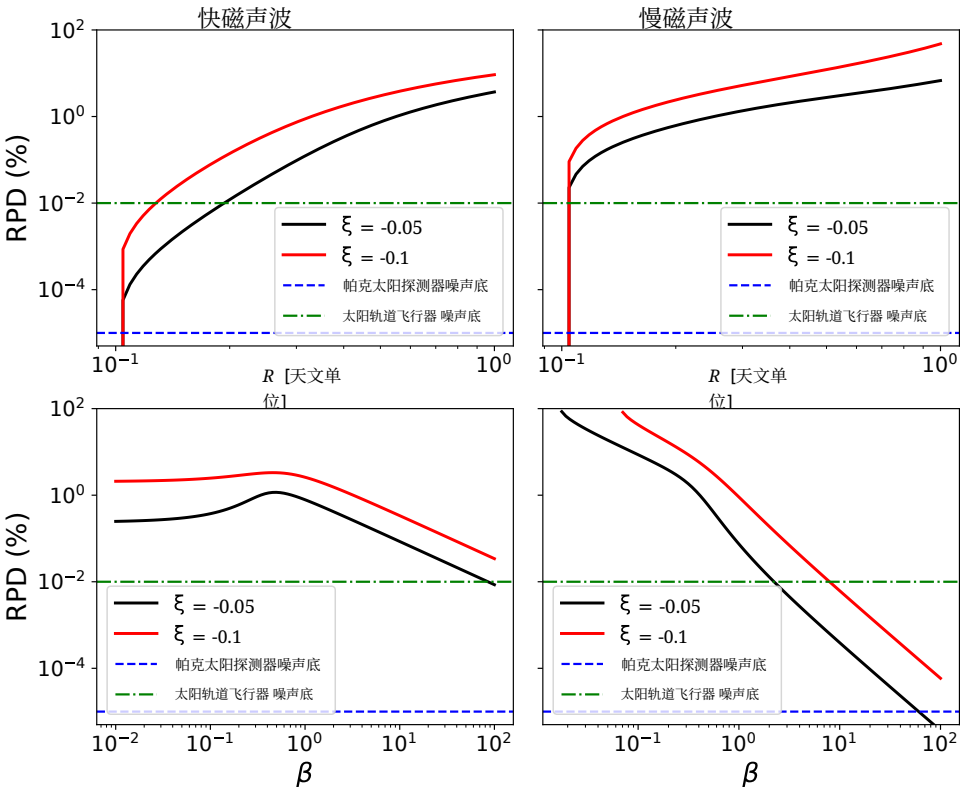

图4. 膨胀与非膨胀情形下快模和慢模相速度之间的相对百分比差异，分别随日心距离（$\beta = 0.25$）和等离子体β（$R = 0.5$ 天文单位）变化，并针对两种 ξ 值给出。水平线表示假定在 $R_0 = 0.1$ 天文单位处为 $B_0 \sim 150$ nT时的噪声底百分比。

等离子体量（如阿尔芬速度或背景磁场）的径向分布通常被假定为以简化方式刻画太阳风膨胀。因此，方程（A8）-（A9）表示将此类径向依赖关系应用于非膨胀色散关系，从而直接比较第一种

基于第一性原理、在 EBM框架内进行的推导与等离子体物理量重标度方法。虽然两种情况下的阿尔´芬模态相同，表明其受局部阿尔´芬速度衰减支配，但磁声模态的解析表达式有所不同。这种差异源于 EBM形式体系不仅改变了背景物理量的径向分布，也改变了空间和时间算子的结构，将各向异性流体拉伸引入磁流体力学方程（S. Echeverría´等，2023年）。这改变了磁张力项，并使扰动的横向分量相互耦合，而这种效应无法通过对等离子体量进行参数化缩放来再现。

图3以对数尺度展示了快、慢磁声模的归一化相速度 $\omega/(kv_A)$ 随径向的演化，其中 $v_A/v_S = 2$，这意味着等离子体β为 $\beta = 0.25$，且 $R_0 = 0.1$天文单位。我们考虑 ξ 的两种取值（-0.05 和 -0.1），分别代表快、慢太阳风条件。实线表示根据方程（32）—（34）从MHD-EBM框架得到的膨胀情形下的相速度，虚线则表示根据方程（A8）—（A10），对非膨胀情形下等离子体量进行参数化缩放后得到的相速度。随着太阳风随日心距离 R 膨胀，快、慢磁声模的相速度（因此波频率）降低，这与方程（32）—（34）的预言一致。图4展示了快、慢磁声模在膨胀与非膨胀情形之间的相对百分比差异（RPD）：上图为 $\beta = 0.25$ 时该差异随日心距离的变化，下图为 $R = 0.5$ 天文单位处该差异随等离子体β的变化；每种 ξ 取值均有对应结果。此外，我们还将此RPD与帕克太阳探测器（PSP）任务搭载的FIELDS磁强计的仪器背景噪声水平所对应的百分比进行比较。该磁强计的噪声底为 0.01 pT $\mathrm{Hz}^{-1/2}$ （A. Larosa等，2022）；同时也与太阳轨道飞行器（SolO）航天器的 MAG仪器进行比较，其噪声底为 10 pT（Horbury, T. S.等，2020）。我们假设在 $R_0 = 0.1$ 天文单位处的平均背景磁场为 $B_0 \sim 150$ nT。由于在较大的距离和较低的β值处，这些相对百分比差异超过了噪声水平，因此我们得出结论：等离子体膨胀导致的这些模态相速度变化足够显著，可以被测量到。

还可以根据色散关系计算其他等离子体诊断量，例如波偏振、磁压缩性或电磁振幅比（P. S.Moya et al. 2022；Villarroel-Sep´ulveda, N. 等人 2023）。根据 T. Stix （1992年），在与背景磁场正交的基底中，偏振 $P = 0$ 在此情况下由构造决定，这意味着磁流体力学波在 EBM 参考系中保持其线偏振，且该偏振不受膨胀影响。

4.2. 磁压缩性

根据 S. P.Gary(1986)，我们将每种模态的磁压缩性计算为由附录 B中的方程（B13）-（B15）给出的磁场扰动的函数。该量衡量磁场涨落的压缩程度，定义如下：

$$C_B = \frac{|\delta B_\parallel|}{|\delta B|}, \tag{35}$$

其中，磁场扰动的平行分量 $\delta B_\parallel$ 可写为 $\delta B_\parallel = \delta\mathbf{B} \cdot \mathbf{B}_0/B_0$。对于慢磁声模和快磁声模，将方程（B13）和（B15）给出的膨胀法拉第定律分量代入方程（35），可得

$$C_B = \frac{\sin^2\theta + a^8\xi^2\cos^2\theta - 2a^4\xi\sin\theta\cos\theta}{\sin^2\theta + a^6\cos^2\theta + 2\xi^2a^2\sin^2\theta + 2\xi^2a^8\cos^2\theta}. \tag{36}$$

我们还计算了非膨胀磁流体力学系统的磁压缩性，并假设背景磁场振幅的径向分布如方程（23）所述。利用方程（35）和非膨胀法拉第定律，可得

$$C_B^{(0)} = \frac{\sin^2\theta + a^2\xi^2\cos^2\theta - 2a\xi\cos\theta\sin\theta}{1 + 2\xi^2a^2}. \tag{37}$$

图 5 展示了代表性参数组下磁声波磁压缩率的径向演化。我们选择 $R_0 = 0.1$ 天文单位作为参考距离，因此压缩率的径向演化范围限定在日球层内区，在该区域内，原位测量能够使我们直接将磁流体力学-EBM预测与当前观测结果进行比较。我们选择 $\xi = -0.1$ 和 $\xi = -0.05$ 天文单位，以分别表示与慢速太阳风流和快速太阳风流相关的不同程度的磁场螺旋化，其中相应的太阳风流速度（$v_S = 450$ 和 750 km/h）处于观测范围内（R. Bruno & V. Carbone, 2013）。在图 5中，实线对应于方程（36）所描述的膨胀情形，而虚线表示方程（37）所描述的非膨胀情形；两者均以对数刻度表示不同传播角 θ。对于

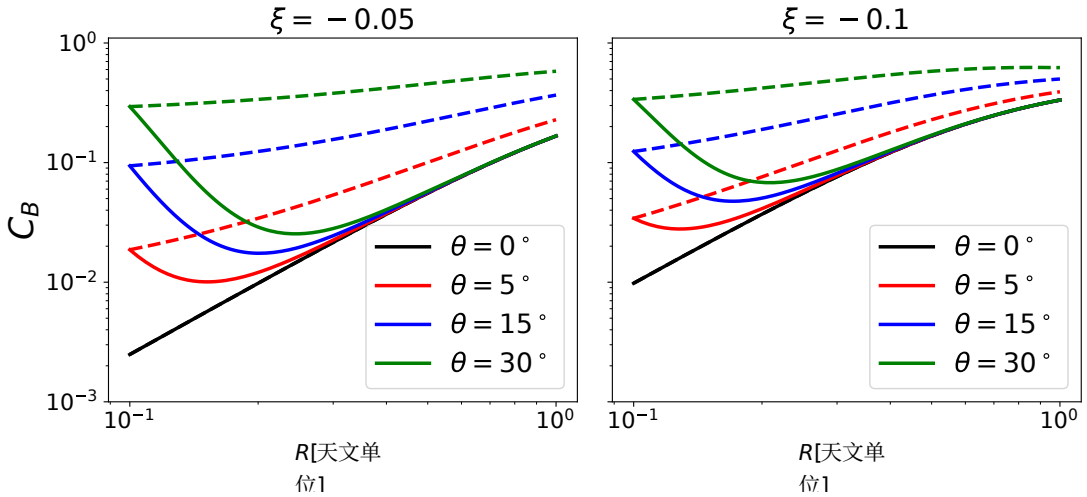

图5. 磁压缩性 C_B 随日心距离的变化 R，计算时采用帕克螺旋背景磁场，其中波矢 $\mathbf{k}$ 与背景磁场的夹角为 θ，且 $R_0 = 0.1$天文单位。 ξ 的值用于区分快速太阳风（$\xi = -0.05$）和慢速太阳风（$\xi = -0.1$）。实线表示根据方程（36）所给出的 MHD-EBM框架得到的膨胀情形，虚线表示根据方程（37）所给出的非膨胀情形。

$\theta = 0°$ 和 $5°$， C_B 在太阳风膨胀过程中，无论快速还是慢速太阳风条件，均从 $\sim 10^{-2}$ 增加到 $\sim 10^{-1}$，增幅约为一个数量级。这与跨越不同日心距离的原位观测结果一致（C. H. K. Chen 等，2020；S. Q. Zhao 等，2021）。

在较大的传播角下，两种模型的径向演化有显著差异。非膨胀情形呈现近似的幂律径向依赖，而 MHD-EBM公式则预测 C_B 会在某个日心距离处出现极小值。该极小值的位置可由方程（36）解析地求得：

$$R_{\min} = R_0 \left(\frac{\tan\theta}{\xi} \right)^{1/4}. \tag{38}$$

这个极小值在空间中的位置明确取决于膨胀几何和传播角。它标示出太阳风膨胀期间的一个径向区域，该区域的大小取决于 R_0，在此区域内，压缩性磁涨落的贡献会暂时减小。这可能会在内日球层的磁压缩性原位测量中留下可观测的特征。

对于本文所考虑的参数，在超过 R ~0.3–0.4 天文单位直至 ~1天文单位的范围内，磁压缩性 C_B 恢复单调增加，并且可以用幂律依赖很好地描述。这种增加与原位测量结果一致，后者表明系统正从以阿尔芬波、磁场主导的湍流状态，转变为一种更接近类流体力学状态的状态；后者具有增强的压缩性以及降低的磁各向异性，并且

且R. Bruno 和 V. Carbone，2013；D. Telloni 等，2022；C. H. K. Chen 等，2020）。由于磁压缩性反映了湍流级联中磁流体力学波模所携带的相对能量（C. H. K. Chen，2016），这一结果表明，观测到的转变可能部分由太阳风膨胀驱动。

基于帕克太阳探测器在内日球层的测量，尽管数据离散性较大，C. H. K. Chen 等人（2020年）报告了太阳风观测数据中 $C_B \propto R^{1.68\pm0.23}$ 的依赖关系。为了量化该模型预测的径向演化，我们使用线性最小二乘回归，在对数空间中直接对图 5 所示的理论曲线进行幂律拟合。拟合范围为$R \geq 0.3$ 天文单位，在此范围内，解在对数空间中呈现线性趋势，与幂律行为 $C_B \propto R^{\alpha}$ 相符。幂律指数由（$\log R$，$\log C_B$）空间中的线性回归得出。对于所有考察的情况，拟合的决定系数均为 $\mathrm{R}^2 \sim 0.99$。

对于非膨胀情形，该过程得到 $C_B^{(0)} \propto R^{1.21}$ 在 $\theta = 5°$ 时的径向分布。这个角度代表准平行涨落，它们与常见观测到的太阳风条件最为相关（R. Bruno 和 V. Carbone，2013）。随着 θ 增大，拟合斜率系统性地减小，双对数线性区间的范围也随之缩小；在 0.3 天文单位至 1 天文单位范围内进行拟合，得到 $C_B^{(0)} \propto R^{0.72}$在 $\theta = 15°$ 时，以及 $C_B^{(0)} \propto R^{0.36}$ 在 $\theta = 30°$时的结果。

纳入等离子体膨胀后，拟合指数显著增大。具体而言，对于快速太

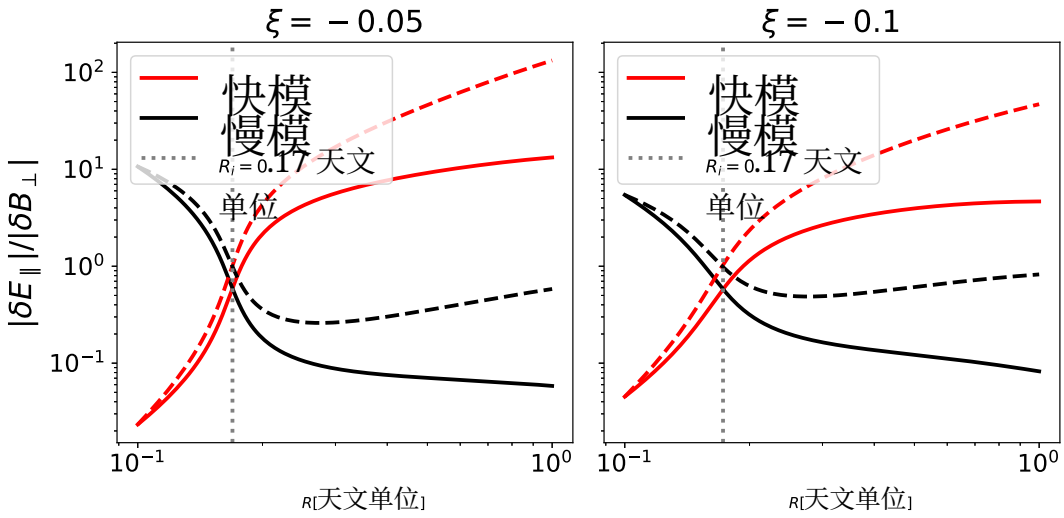

图 6. 平行电场与垂直磁场之比 $|\delta E_\parallel|/|\delta B_\perp|$ 随日心距离的变化 R，计算时采用帕克螺旋背景磁场，并令波矢沿 x 轴方向。此处，$R_0 = 0.1$ 天文单位。实线表示根据方程（39）从 MHD-EBM框架得到的膨胀情形；虚线表示标准磁流体力学中假设等离子体量发生径向衰减的非膨胀情形，分别对应慢速太阳风（$\xi = -0.1$，红线）和快速太阳风（$\xi = -0.1$，红线）。点线表示曲线之间的交点；对于这组参数，两种情形下交点均位于 $R_i \sim 0.17$ 天文单位处。

阳风，我们得到 $C_B \propto R^{1.66}$ 在 $\theta = 5°$，这与 $C_B \propto R^{1.68\pm0.23}$ C. H. K. Chen 等人报告的观测趋势 (2020年) 高度一致。这表明，等离子体膨胀在太阳风磁压缩性的径向演化中起着重要作用。对于 $\theta = 5°$ 处的慢速太阳风，标度关系为 $C_B \propto R^{1.35}$。对于较大的 θ 角度，随着线性区间向更大的日心距离移动，拟合斜率略有下降，得到 $C_B \propto R^{1.63}$，$C_B \propto R^{1.55}$对于 $\theta = 15°$ 处和 30°处的快速太阳风，分别为上述结果；对于慢速太阳风，则为$C_B \propto R^{1.15}$ 和 $C_B \propto R^{1.11}$ 。所有情况下，拟合均在 0.3 天文单位至 1 天文单位的径向区间内进行。尽管观测数据的离散性使得难以确认膨胀解所预测的极小值是否存在，但在 MHD–EBM 框架下得到的整体径向趋势，为日球层观测提供了定量上一致的描述，尤其是在日心距离超过 0.3 天文单位时（C.-Y. Tu & E. Marsch，1995年；R. Bruno & V. Carbone，2013年）。

4.3. 电磁振幅比

我们还可以计算平行电场振幅与垂直磁场振幅之比，$|\delta E_\parallel|/|\delta B_\perp|$该比值反映了每种模态的场偏振特性（S. P. Gary 1993年）。它可以写为

$$\frac{|\delta E_\parallel|}{|\delta B_\perp|} = \frac{\omega}{kc}\frac{|\delta E_x + a\xi(\delta E_y + \delta E_z)|}{\sqrt{K(a,\xi)}}. \qquad (39)$$

此处，K 由公式（C20）给出，附录 C 中提供了该量的详细推导。在公式（39）中，扰动电场 δE的各分量可由线性化磁流体力学-EBM系统对应的色散张量 $\mathbb{D}$的余子式求得。由于 $\mathbb{D}\cdot\delta\mathbf{E} = 0$，每个分量均可写为 $\delta E_i = C_i(\omega, k, R, \xi)$，其中 C_i 是 $\mathbb{D}$的第 i列的余子式。因此，无需假设任何特定的传播几何形态，即可直接从 $\mathbb{D}$得到每个本征模的电场偏振。公式（39）给出的结果取决于与每种模态对应的相速度 ω/k ，因此可针对每种磁流体力学-EBM模态进行计算。由于纯阿尔芬波垂直于背景磁场传播，其平行电场分量 δE∥ 为零，因此阿尔芬模态满足 $|\delta E_\parallel|/|\delta B_\perp| = 0$。

图6以对数刻度展示了 $|\delta E_\parallel|/|\delta B_\perp|$快、慢磁声模的比值随径向的演化。实线对应方程（39所描述的膨胀情形，虚线则表示背景磁场由方程（23给出的非膨胀情形。在非膨胀和膨胀两种情形下，对于每个 ξ 值，快模的比值都随日心距离增加。该比值从太阳附近较低的电磁特性逐渐演化，在 $|\delta E_\parallel|/|\delta B_\perp| \gg 1$之后超过∼ 0.3 天文单位，这表明系统正向电响应大于磁响应的区域过渡，这与法拉第定律一致。与此同时，慢模的比值

则随距离增加而减小，表明系统正向磁主导程度更高的区域过渡。这些相反的趋势反映了背景阿尔芬速度和声速不同的径向标度；在膨胀背景中，它们分别按 $v_A \propto R^{-1}$ 和 $v_S \propto R^{1-\gamma}$ 变化（S. Saldivia 等, 2025）。这些标度改变了各模态场分量之间的相位关系。因此，当两个比值在某一日心距离处相等时，便会出现一个转变，即 $|\delta E_{\parallel}(R_i)|/|\delta B_{\perp}(R_i)|_{\rm fast} = |\delta E_{\parallel}(R_i)|/|\delta B_{\perp}(R_i)|_{\rm slow}$。对于参考距离$R_0 = 0.1$ 天文单位以及此前考虑的 ξ 取值，对于此处所考虑的参数组，该条件给出 $R_i \sim 0.17$天文单位，具体取决于 R_0的取值。超过这一半径后，快模的比值将超过慢模的比值；在快、慢速太阳风条件下，二者的比值在 $|\delta E_{\parallel}|/|\delta B_{\perp}|_{\rm fast} > |\delta E_{\parallel}|/|\delta B_{\perp}|_{\rm slow}$ 处相差两个数量级，达到 $R = 1$ 天文单位。

超过 ~ 0.3–0.4 天文单位后，膨胀情形下振幅比的径向演化与非膨胀情形显著不同，差异约达一个数量级。非膨胀情形下，$|\delta E_{\parallel}|/|\delta B_{\perp}|$随径向距离持续增大，而这一趋势对于快模和慢模均成立；考虑等离子体膨胀后，这种增长受到抑制，径向演化明显减缓。这种差异表明，太阳风膨胀通过改变模态的相速度和偏振，减弱了法拉第定律所规定的电场涨落与磁场涨落之间的耦合。尽管本文分析聚焦于磁声模，但膨胀导致的电磁耦合减弱，与观测到的太阳风涨落中阿尔芬性随径向距离增加而降低的现象相呼应（R. Bruno 等, 2007; D'Amicis, R. 等, 2021），这表明膨胀可能是不同模态间电磁相关性的一般调节因素。在本文研究中，膨胀改变了 $\delta\mathbf{E}_{\parallel}$与 $\delta\mathbf{B}_{\perp}$之间的平衡，使振幅比演化减缓，其中慢模的振幅比有所下降。因此，MHD-EBM框架所预测的演化表明，膨胀会限制 $|\delta E_{\parallel}|/|\delta B_{\perp}|$的径向增长率，从而减缓压缩性涨落电磁特征的演化。

5. 讨论与结论

在本研究中，我们在 EBM 框架内的膨胀参考系中，假设背景磁场非均匀且符合日球层的帕克螺旋结构，推导了理想磁流体力学三种正常模的色散性质。从MHD-EBM方程出发，我们构建了色散张量 $\mathbb{D}$，并由此通过解析方法得到本征频率 $\omega(k,\ R)$、磁压缩率 C_B，以及平行电场与垂直磁场之比 $|E_{\parallel}|/|B_{\perp}|$，所采用的方法遵循文献中的标准流程。这一解析框架使我们能够刻画这些量在膨胀太阳风中的径向演化，从而量化螺旋拓扑结构和径向等离子体膨胀如何改变不同日心距离处的波传播和色散性质，并为研究太阳风中波的色散性质演化提供解析框架。利用 MHD-EBM 对背景磁场建模，使我们能够定义一个描述磁力线螺旋程度的 ξ 参数。因此，本分析可以区分不同的太阳风流。

我们的结果表明，磁流体力学-EBM 本征频率的变化 $\omega(k,\ a,\ \xi)$ 不仅源于特征等离子体速度（阿尔芬速度和声速）的径向衰减（这由等离子体量的背景剖面决定），还源于 EBM 参考系固有的横向拉伸所引起的附加项。因此，这一推导能够捕捉到等离子体速度重标度中未出现的新效应；这与径向背景磁场的情形不同（S. Saldivia 等, 2025），因为 EBM 不包含沿径向轴方向的非惯性力。基于第一性原理的膨胀框架得到的相速度，与采用标准非膨胀径向重标度方法得到的相速度之间的差异，在 $\sim 5-10\%$（位于 $R \geq 0.5$ 天文单位处）以及 $\beta \leq 0.3$ 时，对于快模和慢模均超过帕克太阳探测器和太阳轨道器的噪声底。这表明，膨胀导致的波动性质变化幅度足够大，可由这些任务直接测量。这一理论框架也可为研究必须考虑强各向异性膨胀的情形奠定基础。

Alfv´én 模态的本征频率不存在这种差异；其遵循剪切 Alfv´én 波的经典色散关系，但会随 Alfv´én 速度呈现参数化的径向衰减。这可以解释为：计算本征频率时，波矢沿径向轴取向，即 $k = k\hat{x}$。由于剪切 Alfv´én 波垂直于背景磁场，这种近似未能捕捉依赖于螺旋结构的附加项。然而，鉴于一般斜向波传播情况下推导这些项在解析上存在困难，可以通过数值求解克服这一局限。

在这一框架下，磁流体力学模态的频率会随日心距离增加而如预期般趋于零。在这个膨胀的等离子体中，

背景几何和梯度会随场振幅而演变，从而改变传播算子本身，而不仅仅是改变平衡值。因此，色散关系中的阿尔芬速度完全取决于膨胀径向磁通管中磁通量守恒导致的径向分量衰减。衰减较慢的横向分量不会以对称的方式参与恢复磁张力，而是调制色散矩阵中的各向异性耦合项，从而产生额外的 $a(t)$ 项，例如非对角分量——这些项无法通过将径向标度关系应用于非膨胀情形下的色散关系来捕捉。

关于磁压缩性 C_B，我们在 MHD-EBM 框架内开展的解析分析表明，即使在线性区域内，等离子体膨胀也在塑造内日球层中磁声波涨落的径向演化方面发挥着主要作用。膨胀模型和非膨胀模型都显示，磁压缩性随径向距离增加而增大，而基于第一性原理的 MHD-EBM 处理与原位观测更加吻合。特别是在快速太阳风条件下（$\xi = -0.05$），取$R_0 = 0.1$ 天文单位和 $\theta = 5°$，我们得到的 $C_B \propto R^{1.66}$径向分布与观测标度 $C_B \propto R^{1.68\pm0.23}$ 非常接近，该标度由 C. H. K. Chen 等(2020年) 报道。这种吻合程度相比非膨胀情形有显著提高，表明太阳风膨胀在控制磁压缩性的径向演化方面发挥着主要作用（C. H. K. Chen 等，2020；S. Q. Zhao 等，2021）。这些结果与太阳风涨落的逐渐演化相一致：在靠近太阳的小日心距离处，涨落主要为 Alfv´én 型（横向），而在更大距离、约 1 天文单位处则变得更具压缩性。将 EBM 形式体系中的等离子体膨胀纳入后，显示出随着太阳风膨胀，磁压缩性会出现极小值。该极小值逐渐稳定为更线性的行为，与太阳风中两种湍流状态之间的转变相一致：在约 ´天文单位处，内侧为 Alfv $R \sim 0.3 - 0.4$ én 区域，外侧则为更具流体动力学特征的区域（R. Bruno 和 V. Carbone, 2013；C. H. K. Chen 等，2020；M. Brodiano 等, 2023年）。对于这组参数，MHD-EBM 形式体系预测的 C_B 径向演化与观测到的径向趋势相吻合，这表明太阳风膨胀是驱动整个日球层内压缩湍流径向演化的主动因素。然而，要确认这一转变的存在及其空间分布，还需要在未来的研究中，对磁涨落和速度涨落的原位测量进行更系统的比较。

另一方面，平行电场与垂直磁场振幅之比 $|\delta E_\parallel|/|\delta B_\perp|$的径向演化揭示了非膨胀与膨胀磁流体力学框架给出的不同预测。在这两种情形下，快、慢磁声模对阿尔芬速度和声速的径向衰减均呈现相反的响应。随着快模相速度相对于阿尔芬速度随距离增大，其静电特性逐渐增强；而慢模相速度则降低，使其趋向于由磁场主导的状态。这种行为可追溯至背景磁场中由膨胀引起的各向异性，该各向异性能够增强或抑制与各模态相关的平行电场分量。对于此处考虑的参数组，当径向距离超过 $R \sim 0.17$ 天文单位时，膨胀与非膨胀情形的差异显著增大。非膨胀情形预测两种磁声模的 $|\delta E_\parallel|/|\delta B_\perp|$ 均会随径向距离持续增长，而膨胀情形则表现出较小的径向斜率，从而抑制该比值随径向距离的增加。这反映了等离子体膨胀对涨落中电场分量与磁场分量之间关系的影响。结合磁压缩率的径向演化，这些结果表明，太阳风膨胀在改变内日球层磁声涨落的静电贡献与电磁贡献之间的平衡方面发挥着重要作用，而非膨胀径向重标度模型无法捕捉这一影响。

本文所采用的理论框架以及由此推导出的色散性质径向分布还可用于进一步研究。本文给出的分析结果和方法为未来研究膨胀等离子体湍流和波传播奠定了坚实基础。尤其是，这种方法可扩展用于探究磁流体力学-扩展波动模型模态之间的非线性耦合、多流体效应的作用，以及膨胀湍流中粗糙不变量的演化。此类扩展将有助于更全面地理解太阳风径向膨胀和背景磁场结构对跨尺度能量级联与耗散的影响。

致谢

我们感谢智利国家研究与发展署通过第 21250323 号国家博士奖学金（SS）提供支持，

以及 FONDECYT 第 1240281 号（PSM）和第 1230094 号（FAA）资助。

附录

A. 非膨胀色散关系中的径向依赖

这里，我们推导非膨胀参考系中磁流体力学波的色散关系，并在推导完成后应用等离子体量的径向尺度，以评估这一近似的一致性，并将其与我们在EBM形式体系内基于第一性原理的推导进行比较。

在标准磁流体力学参考系中，假设 $\mathbf{k} = (k,0,0)$ 和 $\mathbf{B}_0 = B_{0x}(1,\xi',\xi')$，其中 ξ' 为非膨胀磁场螺旋比，所得色散矩阵的各元素为

$$D_{xx} = \omega^2/k^2 - 2v_A^2\xi' - v_S^2, \tag{A1}$$
$$D_{xy} = D_{xz} = D_{yx} = D_{zx} = v_A^2\xi', \tag{A2}$$
$$D_{yy} = D_{zz} = \omega^2/k^2 - v_A^2, \tag{A3}$$
$$D_{yz} = D_{zy} = 0. \tag{A4}$$

非膨胀参考系中相应的本征频率为

$$\omega^2 = \frac{k^2}{2}(v_A^2(1+2\xi^2) + v_S^2 + [(v_S^2 + v_A^2(1+2\xi^2))^2 - 4v_A^2v_S^2]^{1/2}) \tag{A5}$$

$$\omega^2 = \frac{k^2}{2}(v_A^2(1+2\xi^2) + v_S^2 - [(v_S^2 + v_A^2(1+2\xi^2))^2 - 4v_A^2v_S^2]^{1/2}) \tag{A6}$$

$$\omega^2 = k^2v_A^2. \tag{A7}$$

注意，这些表达式对应于方程 ($a = 1$) 的非膨胀极限 32)-(34。为模拟等离子体膨胀的影响，我们为背景物理量引入径向分布： $\tilde{v}_A \propto v_A/R, \tilde{v}_S \propto v_S/R^{\gamma-1}$， $\mathbf{B}_0 \propto (1/R^2, 1/R, 1/R)$，由此定义膨胀 ξ 参数： $\xi = a\xi'$。将这些分布代入上述色散关系可得

$$\omega^2 = \frac{k^2}{2}(\tilde{v}_A^2(1+2a^2\xi^2) + \tilde{v}_S^2 + [(\tilde{v}_S^2 + \tilde{v}_A^2(1+2a^2\xi^2))^2 - 4\tilde{v}_A^2\tilde{v}_S^2]^{1/2}) \tag{A8}$$

$$\omega^2 = \frac{k^2}{2}(\tilde{v}_A^2(1+2a^2\xi^2) + \tilde{v}_S^2 - [(\tilde{v}_S^2 + \tilde{v}_A^2(1+2a^2\xi^2))^2 - 4\tilde{v}_A^2\tilde{v}_S^2]^{1/2}) \tag{A9}$$

$$\omega^2 = k^2\tilde{v}_A^2. \tag{A10}$$

将这些表达式与方程 (32)-(34) 对比可知，虽然假设阿尔芬′速度具有径向依赖关系，可以得到阿尔芬′模态色散关系，但基于第一性原理推导出的磁声模态色散关系，与假设等离子体速度具有径向分布所得的结果并不等价。

B. 磁场

为了计算磁场扰动特征向量 $\delta\mathbf{B}$，可依据前述原理将式（11）给出的膨胀形式的法拉第定律线性化。对于一阶方程，我们得到

$$(\mathbb{A}^{-1}\cdot\nabla)\times\delta\mathbf{E} = -\frac{1}{c}\left(\frac{\partial\delta\mathbf{B}}{\partial t} + \frac{\dot{a}}{a}\mathbb{L}\cdot\delta\mathbf{B}\right). \tag{B11}$$

两边乘以 $\mathbb{Z} = \mathrm{diag}(a^2, a, a)$ 后，方程右侧会出现乘积法则项。因此，线性化后的膨胀形式法拉第定律可写为

$$\mathbb{Z}\cdot(\mathbb{A}^{-1}\cdot\nabla)\times\delta\mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}(\mathbb{Z}\cdot\delta\mathbf{B}). \tag{B12}$$

通过标准傅里叶分析可以求解该方程，其中算符 ∇ 和 $\partial/\partial t$ 分别替换为 $i\mathbf{k}$ 和 $-i\omega$。在太阳风条件下，$1/\tau$ 频率远低于波频率 ω，在 1 AU 处约比质子回旋频率低五个数量级（R. Bruno 和 V. Carbone，2013）。因此， $\mathbb{Z}$项可视为缓慢变化，故在傅里叶变换中可忽略。因此，磁流体力学波振荡的演化远快于膨胀，使我们能够将 $\delta\mathbf{B}$分量写为

$$\delta B_x = -\frac{kc}{\omega a^2}\delta E_y\sin\theta, \tag{B13}$$
$$\delta B_y = \frac{kc}{\omega a}\left(\delta E_x\sin\theta - a^2\delta E_z\cos\theta\right), \tag{B14}$$
$$\delta B_z = \frac{kca}{\omega}\delta E_y\cos\theta. \tag{B15}$$

这里，我们假设波矢的形式为$\mathbf{k} = k(\cos\theta,\ 0,\ \sin\theta)$，以量化以下性质随 θ 角度的变化。在此构型下，可以直接确定各模态的偏振性质。对于阿尔芬模， $\delta B_z = 0$、$\delta B_x = 0$和 $\delta B_y \neq 0$，

而对于两个磁声模，$\delta B_y = 0$ 和δB_x，$\delta B_z \neq 0$。因此，对于阿尔芬模，扰动完全垂直于背景磁场和传播方向，因为 δB_y 中的振荡与剪切阿尔芬波有关。另一方面，磁声模对应于背景磁场与波矢所定义平面内的压缩扰动，因此表现为 δB_x 和 δB_z中的涨落。

C. 电磁振幅比

该量可写为

$$\frac{|\delta E_\parallel|}{|\delta B_\perp|} = \frac{|\delta \mathbf{E}\cdot\hat{\mathbf{B}}_0|}{\sqrt{\delta\mathbf{B}^2 - \delta\mathbf{B}_\parallel^2}}. \tag{C16}$$

此处我们使用了 $\delta\mathbf{B}^2 = \delta\mathbf{B}_\perp^2 + \delta\mathbf{B}_\parallel^2$。首先，将平行电场分量写为

$$\delta\mathbf{E}_\parallel = \frac{|\delta E_x + \delta E_y a\xi + \delta E_z a\xi|}{\sqrt{1+2a^2\xi^2}}. \tag{C17}$$

另一方面，磁场的垂直分量为

$$\begin{aligned} |\delta\mathbf{B}_\perp| &= \sqrt{\delta\mathbf{B}^2 - \delta\mathbf{B}_\parallel^2} \\ &= \left[\delta B_x^2 + \delta B_y^2 + \delta B_z^2 \right. \\ &\quad \left. - \frac{(\delta B_x + a\xi(\delta B_y + \delta B_z))^2}{1+2a^2\xi^2}\right]^{1/2}. \end{aligned} \tag{C18}$$

使用方程（B13）-（B15）代入方程（C18），再将所得方程（C18）、（C17）代入方程（C16），可得

$$\frac{|\delta E_\parallel|}{|\delta B_\perp|} = \frac{\omega}{kc}\frac{|\delta E_x + a\xi(\delta E_y + \delta E_z)|}{\sqrt{K(a,\xi)}}, \tag{C19}$$

其中

$$K(a,\xi) = Q - \frac{S^2}{1+2a^2\xi^2}. \tag{C20}$$

这里，

$$S = \xi\delta E_x \sin\theta + \delta E_y\left(a^2\xi\cos\theta - \frac{\sin^2\theta}{a^2}\right) - a^2\xi\delta E_z\cos\theta, \tag{C21}$$

and

$$\begin{aligned} Q = \delta E_y\left(\frac{\sin^2\theta}{a^4} + a^2\cos^2\theta\right) + \delta E_x^2\frac{\sin^2}{a^2} \\ + a^2\delta E_z^2\cos^2\theta - 2\delta E_x\delta E_z\sin\theta\cos\theta. \end{aligned} \tag{C22}$$

参考文献

Alfvén, H. 1942年, 《自然》, 150, 405, doi: 10.1038/150405d0

Belcher, J. W. 1971年, 《天体物理学杂志》, 168, 509, doi: 10.1086/151105

Brodiano, M., Dmitruk, P., & Andr´es, N. 2023年, 《物理学等离子体, 30, 032903, doi: 10.1063/5.0109379

Bruno, R., & Carbone, V. 2013年, 《太阳物理学年度评论》物理学, 10, doi: 10.12942/lrsp-2013-2

Bruno, R., D'Amicis, R., Bavassano, B., Carbone, V., & Sorriso-Valvo, L. 2007年, 《地球物理年鉴》, 25, 1913, doi: 10.5194/angeo-25-1913-2007

Chen, C. H. K. 2016年, 《等离子体物理学杂志》, 82, 535820602, doi: 10.1017/S0022377816001124

Chen, C. H. K., Bale, S. D., Bonnell, J. W., 等. 2020年, 《天体物理学杂志增刊》, 246, 53, doi: 10.3847/1538-4365/ab60a3

Chew, G. F., Goldberger, M. L., Low, F. E., & Chandrasekhar, S. 1956年, 《伦敦皇家学会会刊：A辑, 数学与物理科学》, 236, 112, doi: 10.1098/rspa.1956.0116Coleman, Paul J., J. 1968年, 《天体物理学杂志》, 153, 371, doi: 10.1086/149674 Dakeyo, J.-B.,Maksimovic, M., D´emoulin, P., Halekas, J., & Stevens, M. L. 2022年, 《天体物理学杂志》, 940, 130, doi: 10.3847/1538-4357/ac9b14Del Zanna, L., Matteini,L., Landi, S., Verdini, A., & Velli, M. 2015年, 《等离子体物理学杂志》, 81,325810102, doi: 10.1017/S0022377814000579D'Amicis, R.,Alielden, K., Perrone, D., et al. 2021年, 《天文学与天体物理学》, 654, A111, doi: 10.1051/0004-6361/202140600Echeverr´ıa-Veas, S., Moya, P. S.,Lazar, M., & Poedts,S. 2023年, 《宇宙》, 9, 448, doi: 10.3390/universe9100448Echeverr´ıa-Veas, S., Moya, P. S.,Lazar, M., Poedts, S.,& Asenjo, F. A. 2024年, 《天体物理学杂志》, 975, 112, doi: 10.3847/1538-4357/ad7949

Fox, N. J. , Velli, M. C. , Bale, S. D. , et al. 2015 , S 《空间科学评论》，204，7–48，doi: 10.1007/s11214-015-0211-6 Gary, S. P. 1986，《等离子体物理学杂志》，35，431–447，doi: 10.1017/S0022377800011442 Gary, S. P. 1993，《空间等离子体微观不稳定性理论》（剑桥大学出版社），doi: 10.1017/cbo9780511551512 Grappin, R., & Velli, M. 1996，《地球物理研究杂志：空间物理》，101，425–444，doi: 10.1029/95ja02147 Grappin, R., Velli, M., & Mangeney, A. 1993，《物理评论快报》，70，2190–2193，doi: 10.1103/physrevlett.70.2190 Hellinger, P., & Tr´avn´ıˇcek, P. M. 2011，《地球物理研究杂志：空间物理》，116，doi: https://doi.org/10.1029/2011JA016940 Hollweg, J. V. 1973，《天体物理学杂志》，181，547，doi: 10.1086/152072 Horbury, T. S., O'Brien, H., Carrasco Blazquez, I., et al. 2020，《天文学与天体物理学》，642，A9，doi: 10.1051/0004-6361/201937257 Innocenti, M. E., Boella, E., Tenerani,A., & Velli,M. 2020，《天体物理学杂志快报》，898，L41，doi: 10.3847/2041-8213/aba591 Innocenti, M. E., Tenerani, A., & Velli, M. 2019，《天体物理学杂志》，870，66，doi: 10.3847/1538-4357/aaf1be Isenberg, P. A. 1984，《地球物理研究杂志：空间物理》，89，6613，doi: https://doi.org/10.1029/JA089iA08p06613 Larosa, A., Dudok de Wit, T., Krasnoselskikh, V., et al. 2022，《天体物理学杂志》，927，95，doi: 10.3847/1538-4357/ac4e85 Liewer, P. C., Velli, M., & Goldstein, B. E. 2001，《地球物理研究杂志：空间物理》，106，29261–29281，doi: 10.1029/2001ja000086 Marino, R., & Sorriso-Valvo, L. 2023，《物理学报告》，1006，1–144，doi: 10.1016/j.physrep.2022.12.001 Marsch, E., M¨uhlh¨auser, K., Schwenn, R., et al. 1982，《地球物理研究杂志：空间物理》，87，52–72，doi: 10.1029/ja087ia01p00052 Matteini, L., Hellinger, P., Landi, S., Tr´avn´ıˇcek, P. M., & Velli, M. 2012，《空间科学评论》，172，373，doi: 10.1007/s11214-011-9774-z Matteini, L., Landi, S., Hellinger, P., et al. 2007，《地球物理研究快报》，34，doi: https://doi.org/10.1029/2007GL030920 Matthaeus, W. H., & Velli, M. 2011，《空间科学评论》，160，145–168，doi: 10.1007/s11214-011-9793-9 Moya, P. S.、Navarro, R.、Vi˜nas, A. F.、Mu˜noz, V. 和 Valdivia, J. A. 2014年，《天体物理学杂志》，781，76，doi：10.1088/0004-637X/781/2/76 Moya, P. S.、Vi˜nas, A. F.、Mu˜noz, V. 和 Valdivia, J. A. 2012年，《地球物理年鉴》，30，1361，doi：10.5194/angeo-30-1361-2012 Moya, P. S.、Zenteno-Quinteros, B.、Gallo-M´endez, I. 和 Pinto, V. A. 2022 年，《天体物理学杂志》，933，32，doi：10.3847/1538-4357/ac713b M¨uller, D.、St. Cyr, O. C.、Zouganelis, I. 等 2020年，《天文学与天体物理学》，642，A1，doi：10.1051/0004-6361/202038467 Nariyuki, Y. 2015年，《等离子体物理学》，22，doi：10.1063/1.4908544 Ofman, L. 和 Vi˜nas, A. F. 2007年，《地球物理研究杂志：空间物理》，112，doi：10.1029/2006ja012187 Ofman, L.、Vi˜nas, A.-F. 和 Moya, P. S. 2011年，《地球物理年鉴》，29，1071–1079，doi：10.5194/angeo-29-1071-2011 Parker, E. 1965年，《空间科学评论》，4，doi：10.1007/bf00216273 Parker, E. N. 1958年，《天体物理学杂志》，128，664，doi：10.1086/146579 Rivera, Y. J.、Badman, S. T.、Stevens, M. L. 等 2024年，《科学》，385，962–966，doi：10.1126/science.adk6953 R´eville, V.、Velli, M.、Panasenco, O. 等 2020年，《天体物理学杂志增刊》，246，24，doi：10.3847/1538-4365/ab4fef Saldivia, S.、Asenjo, F. A. 和 Moya, P. S. 2025年，《物理学文稿》，100，095610，doi：10.1088/1402-4896/ae0844 Seough, J.、Yoon, P. H.、Nariyuki, Y. 和 Salem, C. 2023年，《天体物理学杂志》，953，8，doi：10.3847/1538-4357/acde7d Shi, C.、Velli, M.、Bale, S. D. 等 2022年，《等离子体物理学》，29，122901，doi：10.1063/5.0124703 Shi, C.、Velli, M.、Tenerani, A.、Rappazzo, F. 和 R´eville, V. 2020年，《天体物理学杂志》，888，68，doi：10.3847/1538-4357/ab5fce Stix, T. 1992年，《等离子体中的波》（美国物理学会）Telloni, D.、Adhikari, L.、Zank, G. P. 等 2022年，《天体物理学杂志快报》，938，L8，doi：10.3847/2041-8213/ac9624 Tenerani, A. 和 Velli, M. 2017年，《天体物理学杂志》，843，26，doi：10.3847/1538-4357/aa71b9 Tu, C.-Y. 和 Marsch, E. 1995年，《空间科学评论》，73，1，doi：10.1007/BF00748891 Velli, M.、Grappin, R. 和 Mangeney, A. 1992年，载于《美国物理学会会议录》，第267卷（美国物理学会），154–159，doi：10.1063/1.42861

Villarroel-Sep´ulveda, N.、L´opez, R. A. 和 Moya, P. S. 2023年, 《天文学与天体物理学》，675，A84，doi：10.1051/0004-6361/202345899

Zank, G. P., Adhikari,L., Zhao, L.-L., 等，2018年，《天体物理学杂志》，869，23，doi：10.3847/1538-4357/aaebfeZhao, S. Q., Yan, H., Liu, T. Z., Liu,M., & Shi, M. 2021年，《天体物理学杂志》，923，253，doi：10.3847/1538-4357/ac2ffe