arXiv:2601.05492v1 [physics.plasm-ph] 9 Jan 2026

电磁波驱动等离子体的相似理论与标度网络

Hanyang Li,[1] Yulia Sharova,[2] Denis Eremin,[2], * 和 Yangyang Fu[1, 3, 4, †]
[1]清华大学电气工程系，中国北京 *100084*
[2]波鸿鲁尔大学理论电气工程研究所，*Universitätsstrasse 150*，*D-44801* 波鸿，德国
[3]清华大学电气工程系电力系统及其发电设备控制和仿真国家重点实验室，中国北京 *100084*
[4]清华四川能源互联网研究院，中国四川 *610213*

（日期：2026年1月12日）

我们展示了电磁波驱动射频等离子体在不同尺寸尺度下的尺度不变行为。通过二维电磁粒子网格模拟，我们表明，相似放电中的等离子体均匀性保持不变。基于相似定律的概念，我们构建了标度网络，可有效关联不同运行条件下的等离子体参数。这些结果建立了一种源自玻尔兹曼方程与完整麦克斯韦方程组耦合的广义相似性理论，将相似定律的理论框架拓展至电磁体制。

引言— 相似理论基于这样一条原理：在经过适当缩放的条件下，物理定律保持不变 [1, 2], ，从而为预测、比较和关联不同尺寸系统中的放电提供了强有力的框架。气体放电相似性的开创性研究可见于 Townsend [3], Francis [4],von Engel [5], 等人的工作 [6–9]。放电物理中的相似特性已在辉光放电 [10, 11], 流注 [12, 13], 脉冲放电 [14],和高频放电 [15]中得到证实。对于射频（rf）放电，Lisovskiy等人 [16] 通过实验表明，当对比间隙中的组合参数 pd（压力与尺寸的乘积）以及 fd（频率与尺寸的乘积）保持相同时，击穿尺度曲线会重合。然而，传统的相似定律建立在局域场或局域能量近似的假设之上。此前，我们通过粒子模拟（PIC）仿真，证明了具有高度非局域电子动力学的射频等离子体也适用相似定律 [17], ，随后又将射频等离子体的相似尺度关系扩展至非线性过渡区间，例如 α-γ模式转变、随机-欧姆加热模式转变以及弹跳共振加热模式转变 [18]。此后，相似定律已应用于感应式 [19, 20] 和容性射频放电，并考虑了电不对称效应和几何不对称效应[21, 22], 以及非线性碰撞效应 [23]。

最近，部分作者通过相位分辨光谱，实验验证了电容耦合射频等离子体的相似定律，并证实了静电粒子模拟 [24]。然而，随着人们对大面积均匀等离子体源的兴趣日益增长， [25–28]在高频放电中，电磁效应（例如驻波效应）日益显著，因为当体等离子体与电极之间隔着电子耗尽鞘层时，会产生表面模，而电极半径此时已与其波长相当。这会严重损害等离子体加工所必需的等离子体均匀性 [29, 30]。迄今为止，等离子体在电磁体制下的相似定律尚未得到验证。

在本文中，我们提出了电磁波驱动等离子体的相似理论及相应的标度网络。通过电磁粒子网格模拟，我们证明了几何相似放电中电子密度和电场的尺度不变性。进一步地，我们建立了等离子体均匀性系数的基于相似性的标度网络，从而能够有效关联不同运行条件下的等离子体特性。因此，本工作将相似性框架从静电体制推广至电磁体制，并为高频等离子体系统提供了新的标度策略。

理论—用于描述等离子体中粒子种类分布函数的玻尔兹曼方程 [31]为

$$\frac{\partial f}{\partial t}+\mathbf{v}\cdot\frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}}+\frac{q}{m}(\mathbf{E}+\mathbf{v}\times\mathbf{B})\cdot\frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}}=\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{\text{coll}}, \quad (1)$$

其中 $f=f_j$ 在 $j\in\{e、i\}$ 表示电子或离子粒子的分布函数；$\mathbf{v}$ 为速度， q 为粒子电荷，m 为粒子质量； $\mathbf{E}$ 和 $\mathbf{B}$ 分别为电场和磁场。以电子为例，方程(1) 右端的碰撞项表示为

$$\left(\frac{\partial f_e}{\partial t}\right)_{\text{coll}}=\sum\iint(f_{e2}f_{n2}-f_{e1}f_{n1})\,\mathbf{v}_{\text{r}}\sigma\,\mathrm{d}\Omega\mathrm{d}\mathbf{v}, \quad (2)$$

其中，f_{n1} 和f_{n2} 分别表示碰撞前后的中性粒子分布函数；f_{e1} 和f_{e2} 分别表示碰撞前后的电子分布函数；$\mathbf{v}_{\text{r}}$ 是电子与中性粒子的相对速度， $\sigma=\sigma(\mathbf{v}_{\text{r}},\Omega)$ 是微分截面，$\mathrm{d}\Omega$ 是立体角元。将式(2) 代入式(1) 并将等式两边除以k^3 ，得到

$$\frac{\partial(k^{-2}f_e)}{\partial(kt)}+\mathbf{v}\cdot\frac{\partial(k^{-2}f_e)}{\partial(k\mathbf{r})}+\frac{e}{m_e}\left(\frac{\mathbf{E}}{k}+\mathbf{v}\times\frac{\mathbf{B}}{k}\right)\cdot\frac{\partial(k^{-2}f_e)}{\partial\mathbf{v}}$$
$$=\sum\iint\left[(k^{-2}f_{e2})\frac{f_{n2}}{k}-(k^{-2}f_{e1})\frac{f_{n1}}{k}\right]\mathbf{v}_{\text{r}}\sigma\,\mathrm{d}\Omega\mathrm{d}\mathbf{v}, \quad (3)$$

其中k 是标度因子，与其中的变量无关

* Denis.Eremin@rub.de
† fuyangyang@tsinghua.edu.cn

玻尔兹曼方程。经缩放的变量 $k^{-2}f_e$、kt、$k\mathbf{r}$、$k^{-1}\mathbf{E}$、$k^{-1}\mathbf{B}$和$k^{-1}f_n$，使得当外场和几何尺寸同时缩放时，玻尔兹曼方程具有成比例的数学解。

接下来，我们将证明，玻尔兹曼方程的缩放在与麦克斯韦方程组耦合时仍然一致，从而将缩放形式体系扩展到电磁场。麦克斯韦方程组可通过除以k^2 进行缩放，并表示为

$$\nabla_{k\mathbf{r}}\cdot(k^{-1}\mathbf{E})=\frac{1}{\varepsilon_0}\sum_j q_j\int k^{-2}f_j\mathrm{d}\mathbf{v}, \tag{4a}$$

$$\nabla_{k\mathbf{r}}\cdot(k^{-1}\mathbf{B})=0, \tag{4b}$$

$$\nabla_{k\mathbf{r}}\times(k^{-1}\mathbf{E})=\frac{\partial(k^{-1}\mathbf{B})}{\partial(kt)}, \tag{4c}$$

$$\nabla_{k\mathbf{r}}\times(k^{-1}\mathbf{B})=\mu_0\sum_j q_j\int k^{-2}f_j\mathbf{v}\mathrm{d}\mathbf{v}+\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial(k^{-1}\mathbf{E})}{\partial(kt)}, \tag{4d}$$

其中，$\mathrm{j}\in\{\mathrm{e},\mathrm{i}\}$, ε_0 为真空介电常数， μ_0 为真空磁导率。根据式（3）–（4），采用 k 因子缩放的变量，例如 $k^{-2}\mathrm{f}_e$、kt、kr、k^{-1}E、k^{-1}B 和 $k^{-1}\mathrm{f}_n$，可确保玻尔兹曼方程—麦克斯韦方程组具有与原方程相同的数学解。

玻尔兹曼方程—麦克斯韦方程组中的尺度不变性原理确立了相似变换，这表明不同尺寸系统中的等离子体参数在动力学上保持相似。从数学上说，对应时空点上的物理参数$G(\mathbf{r},t)$，即$(\mathbf{r}_1,t_1)=k(\mathbf{r}_k,t_k)$，可通过以下方式变换：

$$G(\mathbf{r}_1,t_1)=k^{\alpha[G]}G(\mathbf{r}_k,t_k), \tag{5}$$

其中，下标 1 和 k 分别表示原型系统和缩小（或放大）系统， $\alpha[\mathrm{G}]$ 是参数 G 的相似因子。根据式 (3)–(4)，可以确定 $\alpha[\mathrm{r}]=\alpha[\mathrm{t}]=1$、 $\alpha[\mathrm{v}]=0$ （相似不变量[32]） 、 $\alpha[\mathrm{f}_n]=\alpha[\mathrm{E}]=\alpha[\mathrm{B}]=-1$以及 $\alpha[\mathrm{f}_e]=\alpha[\mathrm{f}_i]=-2$[32–34]。于是，压力（$\mathrm{p}\propto\mathrm{f}_n$）满足 $\alpha[\mathrm{p}]=-1$ ，尺寸满足$\alpha[\mathrm{d}]=\alpha[\mathrm{r}]=1$，频率满足 $\alpha[\mathrm{f}]=-\alpha[1/\mathrm{t}]=-1$，电子和离子密度（$\mathrm{n}_e\propto\mathrm{f}_e$、$\mathrm{n}_i\propto\mathrm{f}_i$）满足 $\alpha[\mathrm{n}_e]=\alpha[\mathrm{n}_i]=-2$ 。根据式 (5)，可以将组合参数 pd、E/p 和 f/p 确定为相似不变量，即约化长度对应 $\alpha[\mathrm{pd}]=\alpha[\mathrm{p}]+\alpha[\mathrm{d}]=0$，约化电场对应$\alpha[\mathrm{E}/\mathrm{p}]=\alpha[\mathrm{E}]-\alpha[\mathrm{p}]=0$，约化频率对应$\alpha[\mathrm{f}/\mathrm{p}]=\alpha[\mathrm{f}]-\alpha[\mathrm{p}]=0$。根据式 (3)–(4)，在 pd 和 f/p（或 f d）相同的两个射频系统中，放电特性预计具有尺度不变性。下文将说明，射频放电的相似定律在电磁 ֆეჟიმ下成立，尤其是在驻波效应变得显著时。

模型—图 1(a) 展示了电磁 режим下具有径向非均匀性的电容耦合射频等离子体示意图。上电极接地，而下电极则通过隔直电容V_{rf} 连接至射频电源C_{b}。图中的颜色分布突出了等离子体的径向非均匀性，并呈现出明显的特征

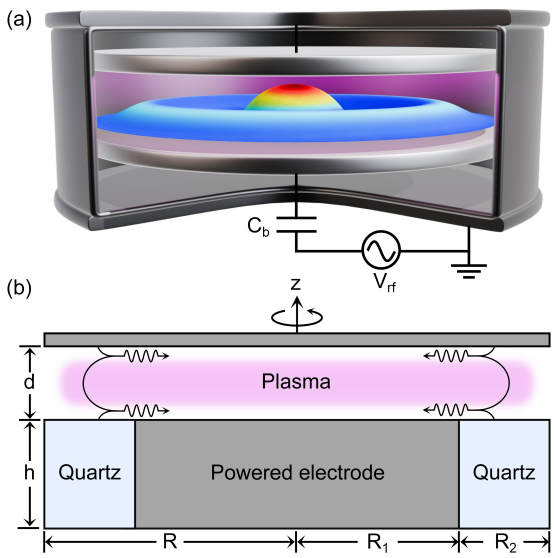


图 1. (a) 考虑电磁波效应时径向非均匀射频等离子体密度的示意图。(b) 电磁波驱动射频等离子体的二维计算域尺寸。

中心区和边缘区之间的等离子体参数差异。图 1(b) 展示了电磁波驱动的射频等离子体仿真模型。径向尺寸为R ，其中下电极半径为 R_1 ， 石英径向尺寸为 R_2, ，即 $R=R_1+R_2$。电极间距为 d，下电极高度为 h。在此，等离子体由电磁波直接驱动，工作于 TEM_{00} 模式，而不是使用射频电压源。电磁波通过石英端口注入，并且在所有研究案例中，等离子体从电磁波吸收的总功率均保持为 100 W。

采用二维（2D）电磁粒子模拟（PIC）代码 EC-COPIC2M（有关代码及其验证的详情，参见文献[28, 35, 36] ），模拟电磁波驱动的射频等离子体。模型采用 300 K 的氩气作为工作气体。模型中考虑了电子-中性粒子碰撞（弹性碰撞、激发和电离）以及离子-中性粒子碰撞（各向同性散射和反向散射）[28]。二维等离子体计算域中的网格数为 324×258 （$r\times z$）。预计二次电子发射不会产生显著影响，因此未予考虑。

为实现相似放电，设计了两个几何相似系统进行比较。基准情形中射频等离子体的控制参数 $\mathrm{C}_{000}=[\mathrm{p}、\mathrm{g}、\mathrm{f}\,]$ 以及几何尺寸 $\mathrm{g}=(\mathrm{d}、\mathrm{R}_1,\mathrm{R}_2,\mathrm{h})$ 同时调节为 $\mathrm{C}_{111}=[\mathrm{kp}、\mathrm{k}^{-1}\mathrm{g}、\mathrm{k\,f}\,]$。其中，标度因子 k 如公式 (3) 所示，为 2。在基准情形下，[p、g、f] = [40 mTorr、(6 cm、28 cm、10 cm、14 cm)、106 MHz]；而在缩小尺寸的相似情形下，[p、g、f] =[80 mTorr、(3 cm、14 cm、5 cm、7 cm)、212 MHz]。由于[p、g、f] 也可以独立调节，因此可以使用一个二进制数字（0 或 1）表示控制参数是否发生变化。这里，我们将基准情形标记为 (000)，将相似情形标记为 (111)（另请参见控制参数数组 C_{000} 以及

C_{111}）。此外，还研究了六个中间情形，即 (100)、(010)、(001)、(011)、(101) 和 (110)，其中仅调节一个或两个参数，以全面建立基于相似性的标度网络。

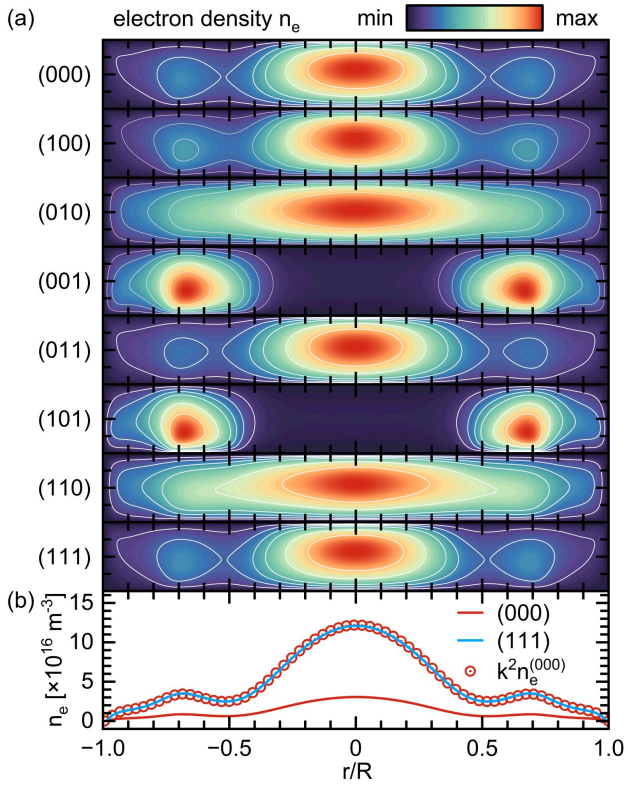


图 2. (a) 基准情形 (000)、六种中间情形 (100)、(010)、(001)、(011)、(101)、(110) 以及相似情形 (000) 的归一化电子密度分布。(b) 在 $z = d/2$ 处的电子密度径向分布。基准情形和相似情形的缩放电子密度分布相互重合，证实了相似射频放电中的尺度不变性。

相似性与缩放网络——图中展示了不同放电条件下的电子密度分布。2。例如，在情况 (000) 中，可以观察到明显的电磁波诱导的等离子体非均匀性，等离子体主体的径向上出现多个密度峰。尽管间隙中心的电子密度最高，但它从中心沿径向递减，在 $r/R = 0.52$ 处达到局部最小值，随后增大，并在 $r/R = 0.69$ 处形成第二个峰。这种等离子体非均匀性是由径向驻波效应造成的，此时反应器尺寸接近电磁表面波的激发波长。根据传输线模型 [37]，表面模激发波长可由下式确定：$\lambda_{\mathrm{exc}} \approx 40 d^{-1/2} f^{-2/5} V_0^{1/10} \lambda_0$，其中 d 为间隙距离，f 为驱动频率，V_0 为电压振幅，λ_0 为电磁波的真空波长。在情况 (000) 的放电条件下，激发波长为 $\lambda_{\mathrm{exc}} \approx 43.0$ cm，与反应器的径向尺寸（$R = 38$ cm）相当。此时，来自反应器壁的反射波与入射波相互叠加，并形成驻波。随后，最强（最弱）的电场分别出现在波腹（波节）处，导致电子密度出现明显的径向非均匀性。最重要的是，情况 (000) 和 (111) 下的电子密度分布曲线相同（见图2(a)），这明确证实了在设计的不同尺寸尺度下，电磁波驱动射频等离子体具有相似性。

通过比较沿路径 (000) $\rightarrow \ldots \rightarrow$ (111) 变化的放电特性，可以全面了解 [p、g、f] 对放电均匀性的影响。从 (000) $\rightarrow$ (100)、(010) $\rightarrow$ (110) 和 (001) $\rightarrow$ (101) 可以得出结论：提高气体压力对放电均匀性的影响较小。减小几何尺寸（例如 (000) $\rightarrow$(010)）可以显著改善等离子体均匀性（这主要与电极半径减小有关），而提高驱动频率（例如 (000) $\rightarrow$ (001)）则会显著加剧径向不均匀性。从 (000) $\rightarrow$ (001) 和 (100) $\rightarrow$ (101) 可见，驱动频率加倍时，电子密度分布中出现禁带 [26]，[38] 电子密度从放电边缘到中心受到强烈阻尼；例如，在情形 (001) 中，$-0.25 < r/R < 0.25$ 区域的电子密度最小。在 $r/R = 0.31$ 处，电子密度沿 r– 方向迅速增加，并在 $r/R = 0.67$ 处达到峰值。在此条件下，计算得到的等离子体激发波长为 $\lambda_{\mathrm{exc}} \approx 17.4$ cm，远小于电极半径 $R_1 = 38$ cm。图 2(b) 展示了相似放电条件下电子密度 n_e 的尺度不变径向分布；也就是说，情形 (111) 中的 n_e 是情形 (000) 中的四倍，其中 $k = 2$，即 $n_e^{(111)} = 4n_e^{(000)}$，或等价地，$n_e^{(000)} = k^{-2} n_e^{(111)}$。根据式 (5) 中的变换，当前结果明确证实了电子密度的相似因子 $\alpha[n_e] = -2$，将相似定律的应用范围扩展到了电磁体制。

图 3 展示了两种相似射频放电——工况 (000) 和 (111)——以及六种中间态下归一化电场强度的空间分布。在不同条件下，电场分布呈现出明显不同的特征，这些特征与图 2中的电子密度分布相对应。电场强度根据粒子模拟结果计算得出，计算公式为 $E = \sqrt{E_r^2 + E_z^2}$，其中 E_r 和 E_z 分别为径向分量和轴向分量。电场（主要是轴向分量）在鞘层区域最强，而径向分量则分布于整个体区。电场的径向分布可用均匀平板模型 [39] 定性描述，其中等离子体非均匀性由驻波效应引起。

在基准情形 (000) 中，间隙中心处的电场最弱，沿径向出现多个波节。根据均匀模型 [40], E_r 在中心处为零，其第一个极值点的理论位置为 $r = \chi'_{11}/(2\pi/\lambda_{\mathrm{exc}}) \approx 12.6$ cm（与粒子模拟结果 $r = 14.82$ cm 一致），其中 χ'_{11} 是一阶贝塞尔函数导数的第一个零点。对于路径 (000) $\rightarrow \ldots \rightarrow$ (111)，电场的变化与图2(a)中电子密度分布的均匀性一致。以情形 (010) 为例，激发波长为 $\lambda_{\mathrm{exc}} \approx 63.01$ cm，对应于

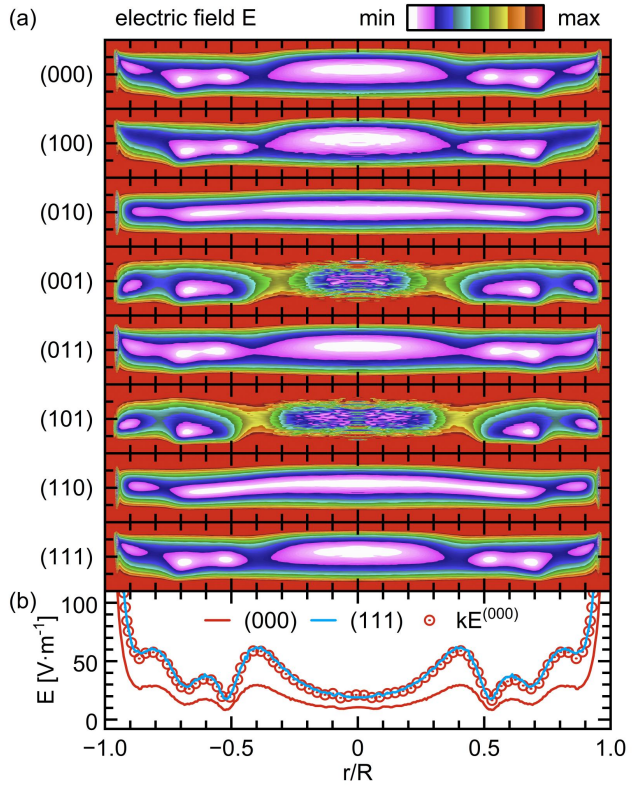


图3。（a）基准情形（000）、中间情形（100）、（010）、（001）、（011）、（101）和（110），以及相似情形（111）的归一化电场分布。（b）在 $z = d/2$ 处的电场径向分布。基准情形与相似情形的标度电场分布相互重合。

$r = \chi_{01}/(2\pi/\lambda_{\mathrm{exc}}) = 24.12\ \mathrm{cm} > 19\ \mathrm{cm}$，其中 $\chi_{01} = 2.405$是零阶贝塞尔函数的第一个零点。由于电极半径远小于激发波长，因此无法形成驻波。情形 (000) 和 (111) 的电场分布曲线相同。如图3(b)所示，情形 (000) 和 (111) 在$z = d/2$ 处的缩放后径向电场分布重合，这证实了相似放电中电场的相似因子 $\alpha[\mathbf{E}] = -1$ 。

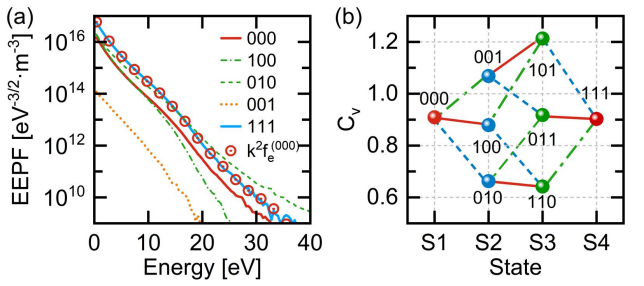


图4。（a）所比较情形的电子能量概率函数。（b）在不同状态（S1–S2–S3–S4）下，逐步调节 p、g、f] 时，等离子体非均匀性参数 C_{v} [的标度网络。

图 4(a)显示了电子能量概率函数（EEPF）及其控制参数 [p,g、f] 分别进行调节的结果。从 (000) → (100) 可见，气体压力增大使电子平均自由程 λ_e缩短，降低了电子在连续两次碰撞之间获得的能量，因而高能电子的数量减少，EEPF 中的高能尾部受到抑制。对于 (000) → (010) 的转变，间隙距离减半，平均电场强度增强；与此同时，努森数 λ_e/d 增大，使电子在穿越间隙的过程中能够积累更多能量，从而显著增加中高能电子的数量。当驱动频率 f 增大时，即从 (000) → (001)，EEPF 曲线在整个能量谱范围内明显下移。这一现象归因于高频条件下禁带的存在使间隙中心的电子密度显著降低（见图 2(a) 中的情形 (001)）。值得注意的是，即使存在显著的电磁效应，(000) 的缩放 EEPF，即 $\mathrm{k}^2\,\mathrm{f}_e^{(000)}$，仍与情形 (111) 重合，这证实了相似放电中电子动力学的尺度不变性（推导见公式 (3)）。等离子体组分的尺度不变分布为不同条件下的放电相似性奠定了基础。

图 4（b）展示了用于描述不同状态（S1–S4）下等离子体均匀性的参数标度网络。表示电子密度均匀性的变异系数C_{v}表示为

$$C_{\mathrm{v}} = \frac{n_{\mathrm{st}}}{\langle n_e \rangle} = \frac{\sqrt{S^{-1}\int (n_e - \langle n_e \rangle)^2\,\mathrm{d}S}}{S^{-1}\int n_e \mathrm{d}S}, \tag{6}$$

其中，S 为空间面积，$\langle n_e \rangle$为空间平均电子密度，n_{st} 为电子密度的标准差。对于（000）→（010）、（100）→（110）、（001）→（011）以及（101）→（111），间隙尺寸减半会带来更好的均匀性。对于（000）→（001）、（100）→（101）、（010）→（011）以及（110）→（111），频率加倍会加剧等离子体均匀性问题。状态S4的C_{v}值与S1相同，说明组合参数能够影响放电非均匀性，这明确展示了闭环中的多种标度路径。随着放电状态S1逐步向相似状态S4调整，便形成了基于相似性的标度网络，其中相同颜色编码的线表示相同的参数标度关系。基于相似性的标度网络揭示了控制参数变化（例如电子密度和密度非均匀性）之间的复杂关系。

结论——总之，在这封快报中，我们确立了电磁波驱动的射频放电的相似定律和标度定律。通过二维电磁粒子模拟，证明了几何相似系统中电子密度、电场和电子能量概率函数的尺度不变分布，成功地将相似理论从静电体制拓展到了电磁体制。通过逐步调节控制参数（气体压力、间隙尺寸和驱动频率），建立了标度网络，可有效关联等离子体状态和

从而为不同等离子体系统中的等离子体参数提供可靠的预测、调控和优化策略。值得强调的是，非线性物理过程（例如等离子体共振加热 [18]）以及离子或电子诱导的二次电子发射并不会破坏放电相似性，即使跨越静电到电磁体制也是如此。相似理论对于低压稀有气体等离子体完全成立，对于纯电子系统（例如电子发射驱动二极管）甚至更加严格 [41, 42]；然而，电负性分子气体（例如 CF_4 [43]）中的放电涉及复杂反应，可能通过近似处理削弱放电相似性。应用相似方法有助于为半导体制造中的等离子体设备建立标准诊断方法、开展交叉比较并进行优化。

致谢—本研究得到国家自然科学基金委员会（项目编号：52250051）的资助。D.E. 感谢德国研究联合会的资助（项目编号：550860775）。

数据可用性—支持本文研究结果的数据未公开。经合理请求，可向通讯作者获取这些数据。

[1] G. W. Bluman 和 J. D. Cole，《微分方程的相似方法》（Springer-Verlag，纽约，2012）。[2] E. Buckingham，《物理评论》4，345（1914）。[3] J. S. Townsend，《气体中的电学》（英国放射学研究所，伦敦，1915）。[4] G. Francis，《气体中的电离现象》（Butterworths，伦敦，1960）。[5] A. Von Engel，《电离气体》（Clarendon出版社，牛津，1965）。[6] E. I. Gordon 和 A. D. White，《应用物理学快报》3，199（1963）。[7] C. E. Muehe，《应用物理杂志》45，82（1974）。[8] D. Michael、M. Khodorkovskii、A. Pastor、N. Timofeev 和 G. Zissis，《物理学杂志D辑》43，234005（2010）。[9] D. D. Ryutov，《等离子体物理学》25，100501（2018）。[10] J. T. Gudmundsson 和 A. Hecimovic，《等离子体源科学与技术》26，123001（2017）。[11] D. Janasek、J. Franzke 和 A. Manz，《自然》442，374（2006）。[12] N. Liu 和 V. P. Pasko，《物理学杂志D辑》39，327（2006）。[13] Z. Zhao、Z. Wang、Z. Duan 和 Y. Fu，《IEEE电介质与电气绝缘学报》32，1017（2025）。[14] G. A. Mesyats，《物理-乌斯佩希》49，1045（2006）。[15] H. Margenau，《物理评论》73，326（1948）。[16] V. Lisovskiy、J.-P. Booth、K. Landry、D. Douai、V. Cassagne 和 V. Yegorenkov，《欧洲物理快报》82，15001（2008）。[17] Y. Fu、B. Zheng、P. Zhang、Q. H. Fan、J. P. Verboncoeur 和 X. Wang，《等离子体物理学》27，113501（2020）。[18] Y. Fu、H. Wang、B. Zheng、P. Zhang、Q. H. Fan、X. Wang 和 J. P. Verboncoeur，《物理评论应用》16，054016（2021）。[19] H. Wang、D. Yang、B. Zheng 和 Y. Fu，《应用物理杂志》134，063303（2023）。[20] H. Wen、J. Schulze、Y. Fu、J.-Y. Sun 和 Q.-Z. Zhang，《等离子体源科学与技术》34，03LT01（2025）。[21] D. Yang、H. Wang、B. Zheng、X. Zou、X. Wang 和 Y. Fu，《等离子体源科学与技术》31，115002（2022）。[22] W. Zhang、D. Yang 和 Y. Fu，《应用物理杂志》138，103301（2025）。[23] D. Yang、Y. Fu、B. Zheng、H. Wang、Q. H. Fan、X. Zou、X. Wang 和 J. P. Verboncoeur，《等离子体源科学与技术》30，115009（2021）。[24] D. Yang、J. P. Verboncoeur 和 Y. Fu，《物理评论快报》134，045301（2025）。[25] S. Rauf、K. Bera 和 K. Collins，《等离子体源科学与技术》17，035003（2008）。[26] I. Lee、D. B. Graves 和 M. A. Lieberman，《等离子体源科学与技术》17，015018（2008）。[27] K. Zhao、D.-Q. Wen、Y.-X. Liu、M. A. Lieberman、D. J. Economou 和 Y.-N. Wang，《物理评论快报》122，185002（2019）。[28] D. Eremin、E. Kemaneci、M. Matsukuma、T. Mussenbrock 和 R. P. Brinkmann，《等离子体源科学与技术》32，044007（2023）。[29] V. M. Donnelly 和 A. Kornblit，《真空科学与技术杂志A辑》31，050825（2013）。[30] G. S. Oehrlein、S. M. Brandstadter、R. L. Bruce、J. P. Chang、J. C. DeMott、V. M. Donnelly、R. Dussart、A. Fischer、R. A. Gottscho、S. Hamaguchi、M. Honda、M. Hori、K. Ishikawa、S. G. Jaloviar、K. J. Kanarik、K. Karahashi、A. Ko、H. Kothari、N. Kuboi、M. J. Kushner、T. Lill、P. Luan、A. Mesbah、E. Miller、S. Nath、Y. Ohya、M. Omura、C. Park、J. Poulose、S. Rauf、M. Sekine、T. G. Smith、N. Stafford、T. Standaert 和 P. L. G. Ventzek，《真空科学与技术杂志B辑》42，041501（2024）。[31] J. Bittencourt，《等离子体物理学基础》（施普林格，纽约，2004）。[32] Y. Fu、H. Wang 和 X. Wang，《现代等离子体物理评论》7，10（2023）。[33] D. Yang、H. Wang、B. Zheng、X. Zou、X. Wang 和 Y. Fu，《等离子体物理学》30，063510（2023）。[34] Y. Fu、B. Zheng、D.-Q. Wen、P. Zhang、Q. H. Fan 和 J. P. Verboncoeur，《应用物理学快报》117，204101（2020）。[35] D. Eremin、Y. Sharova、L. Heijmans、A. M. Yakunin、M. van de Kerkhof、R. P. Brinkmann 和 E. Kemaneci，《等离子体源科学与技术》34，065001（2025）。[36] D. Eremin、A. T. Powis 和 I. D. Kaganovich，“微波频率驱动的表面波放电中的鞘层电子加热”，（2025），arXiv:2506.04010 [等离子体物理]。[37] P. Chabert、J. L. Raimbault、J. M. Rax 和 M. A. Lieberman，《等离子体物理学》11，1775（2004）。[38] J. Liu、Y. Zhang、K. Zhao、D. Wen 和 Y. Wang，《等离子体科学与技术》23，035401（2021）。[39] P. Chabert、J.-L. Raimbault、P. Levif、J.-M. Rax 和 M. A. Lieberman，《物理评论快报》95，205001（2005）。[40] M. A. Lieberman、J. P. Booth、P. Chabert、J. M. Rax 和 M. M. Turner，《等离子体源科学与技术》11，283（2002）。[41] C. Lin、J. Chen、H. Wang、P. Zhang、L. K. Ang、J. P. Verboncoeur 和 Y. Fu，《物理评论E》112，L063201（2025）。[42] C. Lin 和 Y. Fu，《IEEE电子器件快报》46，1857（2025）。[43] D. Yang、X. Wang、Z. Zhou、H. Li、W. Zhang、Y. Liu、J. Schulze、P. Hartmann、Z. Donkó 和 Y. Fu，《应用物理学快报》127，124101（2025）。