基于主动胶体振荡器集体动力学的储备池计算

Veit-Lorenz Heuthe[1, 2], Lukas Seemann[1], Samuel Tovey[3], 和 Clemens Bechinger*[1, 2]

[1]康斯坦茨大学物理系，Universit¨at Konstanz, Universit¨atsstr. 10, 78464 康斯坦茨，德国[2]康斯坦茨大学集体行为高级研究中心，Universit¨at Konstanz, Universit¨atsstr. 10, 78464 康斯坦茨，德国[3]斯图加特大学计算物理研究所，Allmandring 3, 70569 斯图加特，德国

arXiv:2601.05767v1 [cond-mat.soft] 9 Jan 2026

2026年1月

摘要

物理储备池计算是一种计算框架，可作为传统神经网络训练的替代方案，具有能效高、计算效率高的特点。在储备池计算中，输入信号被映射到非线性系统的高维动力学中，而只需训练一个简单的读出层。在大多数物理实现中，产生动力学的相互作用无法直接调节，而且通常通过时间复用实现高维化，这可能限制灵活性和效率。本文介绍一种由数百个流体动力学耦合主动胶体振荡器组成的储备池，它构成了一个完全并行的物理储备池，其耦合强度和渐消记忆时间均可原位调节。主动振荡器的集体动力学无需时间复用，即可通过单次储备池读出准确预测混沌时间序列。我们进一步展示了如何实时检测细微的隐蔽异常：这类异常保留了信号所有瞬时统计性质，却会破坏其内在的时间相关性。这些结果确立了相互作用的活性胶体作为一种可重构的物理计算平台，并可用于边缘集成智能传感，实现复杂时间信号中不规则性的无模型检测。

引言

人工智能的迅速发展加剧了对节能计算架构的需求。当代机器学习方法，尤其是深度神经网络，依赖于优化数百万个参数，因此需要付出高昂的计算与能耗成本。随着数据量和任务复杂度不断增长，直接在物理基底中（材料内计算）执行计算的替代范式正受到越来越多的关注。储备池计算（RC）提供了这样一条途径：RC 不训练神经网络的所有内部连接，而是利用非线性系统——储备池——的内在动力学，将输入信号转换为高维状态空间，同时将学习过程限制在简单的线性读出上。物理储备池天然具备非线性和内在记忆，能够实现绕过冯·诺依曼瓶颈的存算一体架构 [1, 2]。

RC 已在广泛的物理平台上得到研究，包括光学反馈网络 [3,4], 忆阻器阵列 [5], 磁织构 [6], 量子器件 [7–9], 以及化学或电化学系统。这些系统尤其适合处理对历史状态具有强依赖性的时间信号，从而能够实现混沌动力学预测、缺失数据插值，以及检测涵盖生理学 [10, 11]、地震学 [12到气候科学和金融18]等领域中的异常。然而，在现有的大多数物理储备池中，内部相互作用是固定的，或只能进行有限调节；较高的有效维数通常通过时间复用实现，而不是利用储备池本身丰富的动力学特性 [19]。这限制了真正的并行处理，阻碍了对兼顾非线性与渐消记忆的最优状态的探索，也妨碍了系统性优化，因为要改变相互作用强度或网络拓扑，通常需要重新制造器件。

这些局限促使研究者寻找物理储备池：其丰富的计算能力源自真正的多体动力学本身，且其相互作用能够在原位重构。活性物质，即由自驱动胶体粒子组成、具有高度非线性和长程相互作用的集合，为这类系统提供了天然的实现方式 [20–22]。尽管近期研究表明，具有延迟反馈的单个合成活性粒子可充当非线性

*通讯作者，电子邮箱：clemens.bechinger@uni.kn

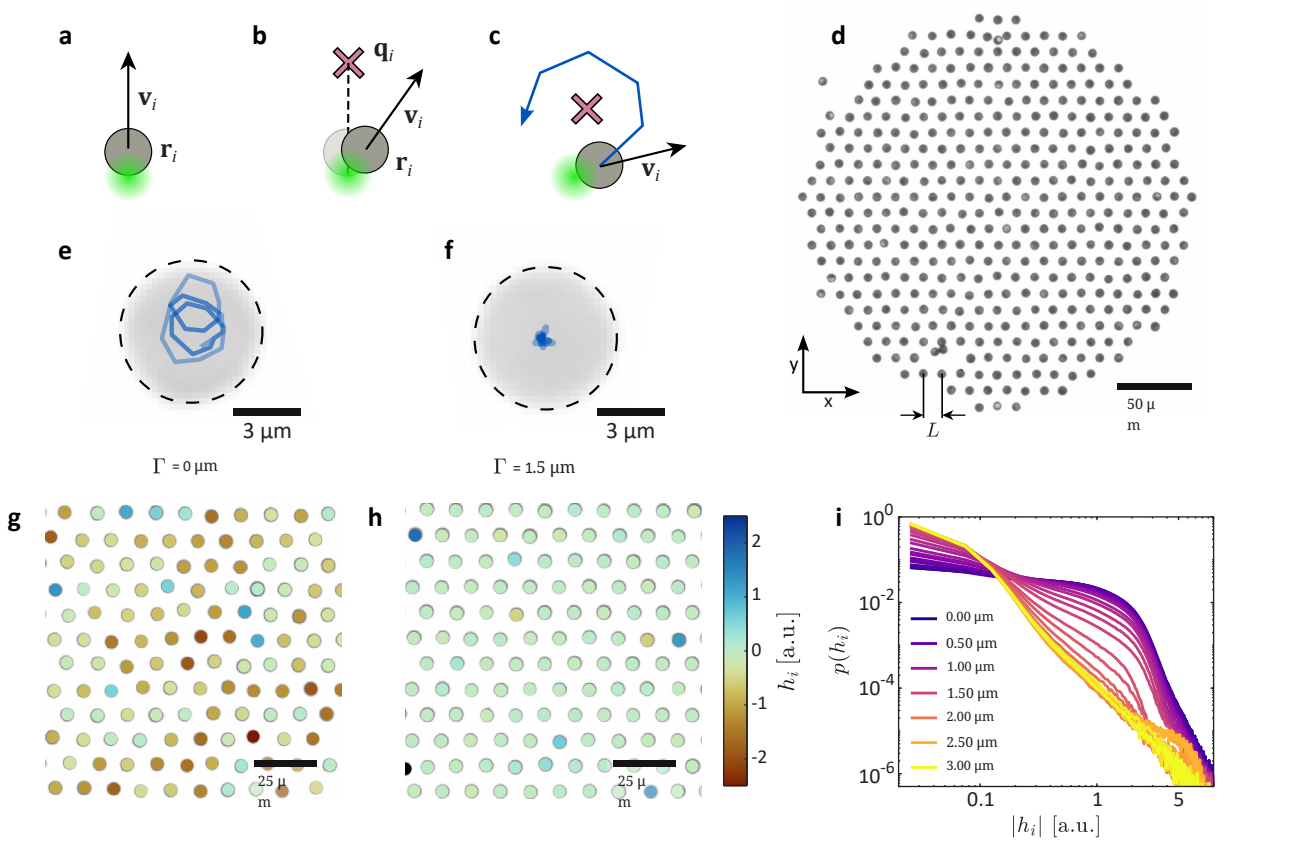

图 1：主动胶体振荡器。a 位置为$\mathbf{r}_i$ 的胶体粒子（灰色）被聚焦激光束（绿色）激活，从而以速度$\mathbf{v}_i$自推进。**b** 被引导至目标位置$\mathbf{q}_i$ （红色）的活性胶体。由于粒子检测与激光定位之间存在时间延迟，推进方向$\mathbf{v}$ （实线箭头）偏离目标方向（虚线）。**c** 这种错位使活性胶体围绕目标位置做轨道运动（蓝色箭头）。**d** 400 个主动胶体振荡器的实验快照，其目标位置排列在间距为 L 的六角晶格上。**e,f** 单个粒子在阻尼参数为 $\Gamma = 0$ 和 1.5μm 时的轨迹（蓝色）。灰色区域对应粒子的光学图像（虚线圆）。**g,h D**所示振荡器阵列的局部区域，按主动胶体振荡器在 $\Gamma = 0$ 和 1.5μm 时的角动量 h_i 着色。**i** 实验测得的 $|h_i| = |\mathbf{v}_i \times (\mathbf{r}_i - \mathbf{q}_i)|$ 在不同 Γ 值下的概率分布。

物理储备池节点 [23]，但要实现可重构储备池仍是一项尚待攻克的挑战；在这种储备池中，计算功能由相互作用单元的集体、空间延展动力学涌现。利用这类多体动力学，有望获得内禀的高维数和真正的并行性，以及单节点或时分复用架构无法实现的计算能力。

在此，我们展示了一种物理储备池，它由数百个通过流体动力学相互耦合的主动胶体振荡器（ACOs）组成，呈六角晶格排列。该平台能够全面控制耦合强度、晶格几何和信号注入，从而可以系统地探索并优化储备池性能。计算由阵列的集体时空动力学编码，并通过数百个相互作用的自由度并行进行，无需依赖时间复用或虚拟节点构建。这些集体动力学能够准确预测混沌时间序列，更重要的是，还能实时检测混沌信号中的隐蔽异常。总之，我们的研究确立了胶体活性物质储备池作为一种多功能实验平台，可用于边缘集成式智能感知和处理复杂时序数据。

主动胶体振荡器阵列

作为储备池计算基底的一种实验实现，我们采用周期性排列的水动力耦合主动胶体振荡器（ACOs） [24]。每个 ACO 都通过反馈控制扫描激光器引导一个自推进胶体粒子朝向固定目标位置$\mathbf{q}_i$ 而形成。推进速度$\mathbf{v}$及振荡器动力学因此可通过调节激光强度和转向进行连续调控。在粒子检测与激光重新定位之间引入有限的反馈延迟 τ_{d}，会使推进方向产生可控错位，从而在目标周围形成稳定的轨道运动（图 1a-c 和补充影片 1 ）。该装置可同时控制数百个振荡器（见方法）。将振荡器排列在六角晶格上，可使它们通过液体中的流场相互耦合，并产生复杂的集体动力学 [24–26]（图 1d）。在此构型中，ACOs 作为物理储备池的节点，流体动力学相互作用介导信息处理，并塑造网络的非线性动力学

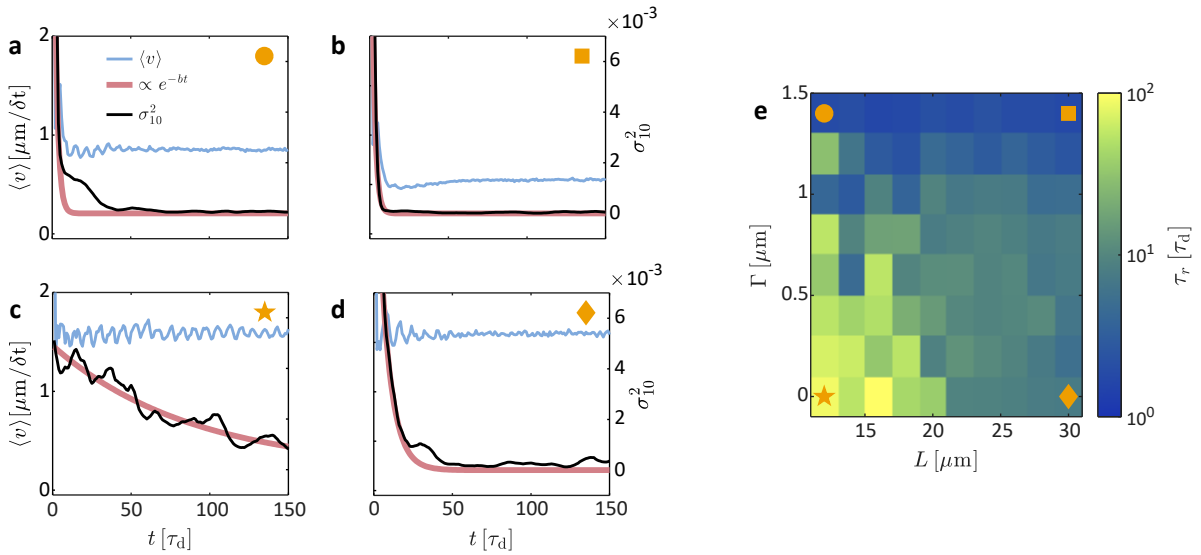

图 2：由 400 个主动胶体振荡器构成的储备池对输入信号的响应。a-d 不同参数条件下，用 $4\,\tau_\mathrm{d}$ 方波脉冲激励后，平均绝对速度 $\langle v \rangle$（蓝色）的弛豫过程（A: $\Gamma = 1.4\,\mu$m $L = 12\,\mu$m，B: $\Gamma = 1.4\,\mu$m $L = 30\,\mu$m，C: $\Gamma = 0\,\mu$m $L = 12\,\mu$m，D: $\Gamma = 0\,\mu$m $L = 30\,\mu$m）。黑色和红色曲线分别表示窗口长度为 $10\,\tau_\mathrm{d}$ 的滑动方差 $\sigma^2_{10}[\langle v \rangle]$ 以及对 $\sigma^2_{10}[\langle v \rangle]$进行的指数拟合。**e** 不同 Γ 和 L组合下测得的弛豫时间 τ_r 色彩图。橙色符号表示 A-D 中展示的参数组合。对应的模拟结果见图 S1。

特性 [27]。耦合强度以及储备池的功能可通过调节晶格间距 L进行连续调控，因为流体动力学相互作用会随距离增加而衰减 [24]。为控制 ACO 对外部输入的敏感度，我们调节其有效阻尼：当胶体粒子位置$\mathbf{r}_i$ 与目标位置 $|\mathbf{r}_i - \mathbf{q}_i|$ 之间的位移低于阈值 Γ时，推进速度会线性降低。这种阻尼调节振荡幅度，并通过每个振荡器的比角动量 $h_i = \mathbf{v}_i \times(\mathbf{r}_i - \mathbf{q}_i)$进行量化（图 1e-f）。如图 1g-h 所示，增大 Γ 会抑制由噪声主导的波动，使动力学更加规则，并使 h的分布连续变窄（图 1i）（方法）。为量化信号在储备池中的持续时间，我们测量了 ACO 阵列在受到单个矩形脉冲激励后的响应；激励期间，我们将所有目标沿x方向移动。较小的 L对应较强的 ACO 耦合，从而产生集体运动，表现为均值粒子速度 $\langle v \rangle$的显著振荡；随着间距增大以及阻尼增强，这些振荡会减弱（图 2a-d）。因此，通过调节 Γ，我们可以同时调整瞬态响应和长期弛豫。对衰减进行拟合可得弛豫时间 τ_r，其变化幅度超过一个数量级，表明阻尼和间距共同决定储备池的记忆（图 2e）。

基于主动胶体振荡器的储层计算

单脉冲实验表明，目标位置的短暂偏移会诱发复杂且高度非线性的弛豫动力学，这些动力学可通过粒子的速度响应捕捉到。这不仅证明了受控目标位移是向储备池注入信息的一种合适且有效的方式，也表明粒子速度可作为其内部状态的有效读出。在此基础上，我们现在通过根据外部输入信号改变所有振荡器的目标位置 $\mathbf{q}_i(t)$ 来驱动储备池（见图 3a 和补充视频 1）。每个目标都沿着一个固定且随机选定的方向移动，以确保整个阵列具有强流体动力耦合。通过将阵列划分为 N 行，并在各行之间施加可控延迟来输入信号，激励便会在晶格中传播（图 3b），使不同时刻的信号值能够相互作用，从而同时增强记忆能力和计算丰富性。

储备池对输入的响应产生一系列储备池状态$\mathbf{s}(t)$，这些状态由所有振荡器$\mathbf{s}(t)$的位置$\mathbf{r}$ 和速度$\mathbf{v}$ 组成：$= \{\mathbf{r}_1(t), \mathbf{v}_1(t) \ldots \mathbf{r}_i(t), \mathbf{v}_i(t)\}$。为减轻布朗噪声和暂时性缺陷主动胶体振荡器的影响，我们根据读出$\mathbf{x}$计算输出$\mathbf{o}$。该读出由 1000 个高斯核构成，参见文献 [21]（图 3b 中的蓝色部分，详见方法和补充视频 2）。每个核使用权重函数 $\exp\left[-(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i)^2/2\sigma^2\right]$ 计算局部平均粒子密度和速度，该函数以随机选取的位置为中心。核宽度和数量经过优化以提升性能（图 S2）。最后，通过以下方式获得储层输出

$$\mathbf{o}(t) = \mathbb{W}_\mathrm{out}\mathbf{x}(t)^\top. \tag{1}$$

其中 $\mathbb{W}_\mathrm{out}$ 的权重针对每项具体任务分别训练。

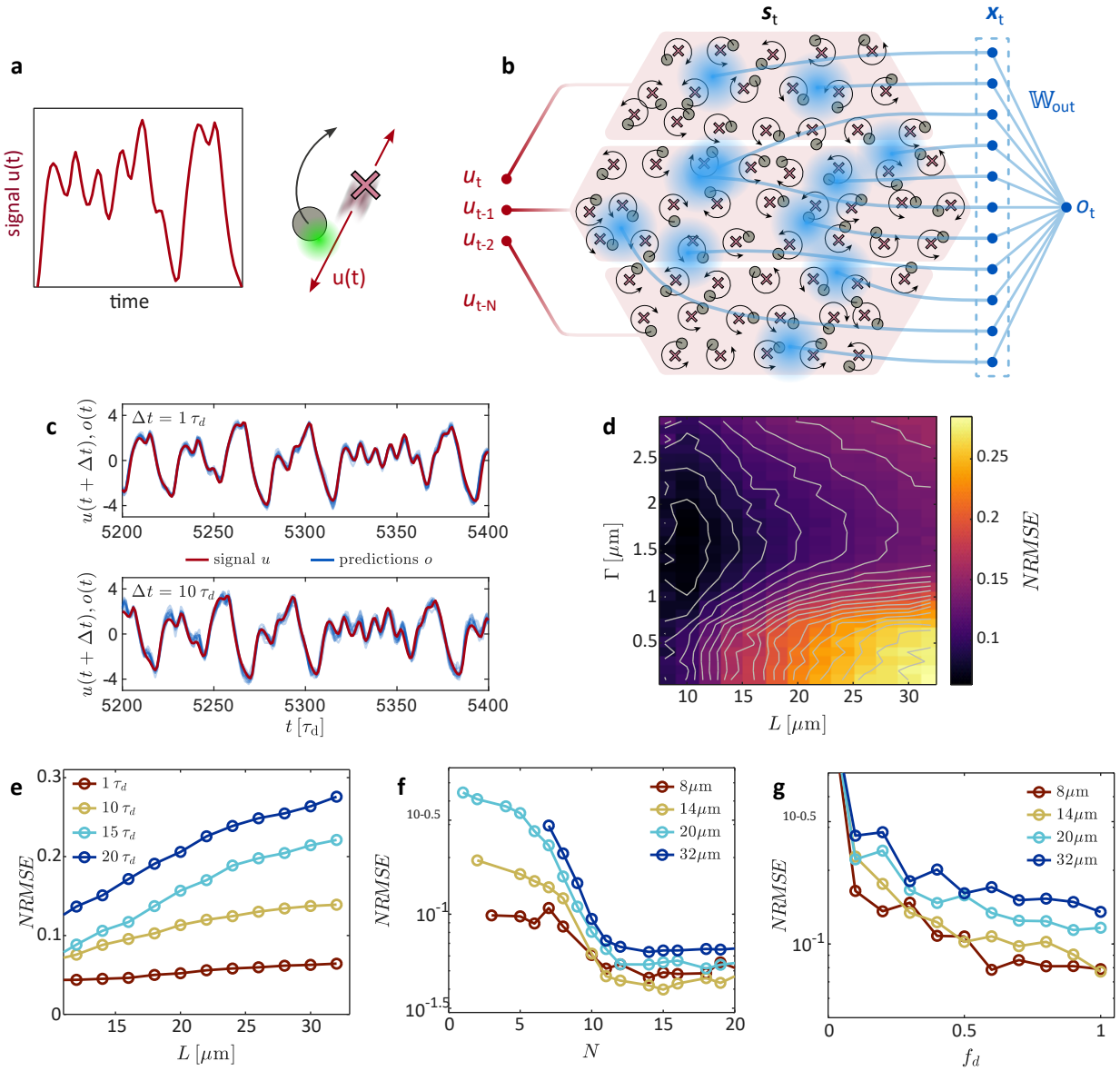

图 3：利用耦合 ACO 阵列进行储备池计算。a 输入信号（红色）与主动胶体振荡器（ACO）的耦合。信号调制每个振荡器的目标位置 q；振荡器沿直线平移，直线的方向固定但随机选取。b 储备池的工作原理。信号 u(t) 驱动储备池中的所有 ACO。储备池分为 N 行，各行之间存在一步延迟，使信号在 ACO 阵列中传播。根据完整的储备池状态 s(t) $= \{r_1(t), v_1(t) \ldots r_i(t), v_i(t)\}$，我们使用高斯核（蓝色；见方法）构建读出向量 x(t)。一个线性读出层 $\mathbb{W}_{out}$ 生成输出 o(t)（例如，对信号 u($t+\Delta t$) 的预测）。c 混沌 Mackey–Glass（MG）信号 u($t+\Delta t$)（红色）的代表性片段，以及经过训练、用于预测该信号的储备池输出 o(t)（蓝色）。图中展示了实验中验证集（即不属于训练数据的部分）上，预测时域分别为 $\Delta t = 1$（上）和 $\Delta t = 10$（下）的结果。d 模拟中 MG 预测的平均预测性能 $NRMSE$，随 ACO 间距 L 和阻尼参数 Γ 变化的热图（$\Delta t = 10$ $N = 10$）。e 模拟中十步 MG 预测的平均预测性能 $NRMSE$，随 ACO 间距 L 的变化（$N = 10$），并比较不同预测时域 Δt。f 模拟中，随着注入信号状态数量 N 增加，十步 MG 预测的平均误差 $NRMSE$ 的变化；不同曲线对应不同的 ACO 间距 L。更大范围的 N 见图 S3。g 模拟中十步 MG 预测的平均误差随驱动 ACO 所占比例 f_{driver} 的变化，并比较不同的 L（$N = 10$）。

混沌时间序列预测

储备池计算的一项突出优势是能够利用其渐隐记忆来预测混沌信号。我们通过预测一个混沌 Mackey–Glass（MG）时间序列来展示这一点；该序列是非线性预测的标准基准 [28]（详情请参见方法）。在此类预测任务中，通过优化读出层的权重 $\mathbb{W}_{\text{out}}$ 以最小化预测误差 $\epsilon = \langle(\mathbf{o} - \mathbf{u})\rangle_t$，训练储备池输出 $\mathbf{o}(t)$，使其预测未来时刻 $t + \Delta t$ 的信号值 $\mathbf{u}(t+\Delta t)$。

在实验中，我们向由 400 个主动胶体振荡器组成的阵列输入 MG 信号 $\mathbf{u}(t)$，持续 6700 个时间步，并记录相应的读出序列 $\mathbf{x}$（见补充视频 2）。前 80% 的数据（训练集）用于训练线性读出层 $\mathbb{W}_{\text{out}}$，随后使用剩余 20% 的时间步（验证集，见方法）评估预测性能。图 3c 显示了输出 $\mathbf{o}(t)$ 与输入信号 $\mathbf{u}(t + \Delta t)$ 的一个时间片段，其中储备池的参数为 $L = 14\,\mu$m 和 $\Gamma = 1.5\,\mu$m，预测间隔分别为 $\Delta t = 1$ 和 $\Delta t = 10$。尽管重复实验之间存在轻微差异，输出值仍紧密跟随原始 MG 信号，展示了我们系统作为物理储备池的能力。

预测性能通过整个验证集上预测信号与真实信号之间的归一化均方根误差 $NRMSE = \sqrt{\epsilon/\sigma^2}$来量化，其中 σ^2 表示信号方差。该指标将预测误差与输入信号的固有波动进行比较；预测完全准确时，指标值为 $NRMSE = 0$。若不具备任何预测能力，采用岭回归优化的线性读出将得到 $NRMSE \approx 1$，这相当于在每个时间步都返回信号的均值。对于图 3c 所示的预测结果（$L = 14\ \mu$m、$\Gamma = 1.5\ \mu$m、$N = 10$、$\Delta t = 1$），我们得到 $NRMSE \approx 0.1$。值得注意的是，这种预测精度无需任何时间复用即可实现——这一特点使我们的平台有别于几乎所有现有的物理储备池，包括光子、忆阻器和自旋电子系统 [23, 29–31]。这里的维度完全源于数百个相互作用的振荡器同时呈现的非线性动力学。值得注意的是，即使少数主动胶体振荡器偶尔偏离理想行为，系统仍能保持稳健的预测能力；这些偏离包括对激光转向信号的响应短暂不完整，或形成短暂存在的自泳团簇（图 1d 和补充影片 1）。在这些仅受最少控制的条件下，可靠预测能力的出现揭示了相互作用的活性物质系统固有的计算能力。

如上文所述，阻尼参数Γ 和振荡器间距 L 都会显著影响阵列的弛豫动力学，进而影响其预测性能。为了探索这一参数空间，同时避免耗时过长的测量，我们进行了相应的数值模拟。

通过对主动布朗粒子进行朗之万模拟，可以很好地刻画主动胶体振荡器的动力学；其中，粒子间的流体动力相互作用被建模为润滑力与自推进球相互作用的叠加 [32]（方法）。图3d展示了 $NRMSE$ 在模拟储备池中进行单步MG序列预测时，随 Γ 和 L变化的情况。随着 L增加，预测准确率单调下降（即$NRMSE$ 增加），这证实了距离依赖的流体动力学耦合对于储备池性能至关重要。根据 Γ和 L的不同，预测误差 $NRMSE$ 的变化幅度超过三倍，凸显出精细调节构成储备池节点的各个主动环形振荡器动力学的必要性。对于更长的预测时间 Δt，这种敏感性变得更加明显（图3e）：随着 Δt 增加，$NRMSE$（L）的斜率变得更陡，饱和点则移向更小的间距，突出表明，对于要求更高的预测任务，强流体动力耦合的重要性日益增加。预测性能对实验参数的高度敏感性体现了物理储备池中可调性的价值，也凸显了活性物质储备池相较于具有固定相互作用网络的平台的一项关键优势。

我们这种可局部寻址且空间延展的储备池具有一项关键优势：不同区域可以独立驱动。我们不依赖单个节点内的串行时间复用，而是将输入信号的错时副本注入不同的主动胶体振荡器子集，以利用空间选择性。这会产生可控的时空激发模式，增强信息在阵列中的传播，并使不同时间引入的信号分量能够相互作用。如图 3f 所示，同时输入通道数N 从 1 增至 10 时，预测准确度显著提高；但数值再高，性能则会下降。这表明，过于复杂的输入可能会使储备池动力学不堪重负。在实验中，我们发现 $NRMSE$ 对N 也呈现类似的依赖关系（见图 S3c）。此处报告的结果假设所有主动胶体振荡器均受到相干驱动；然而，在实际实现中，未必总能实现均匀输入耦合。为评估储备池在这种条件下的鲁棒性，我们因此仅将输入信号施加于随机选取的一部分主动胶体振荡器f_{driver}。如图 3g 所示，即使仅驱动 20 % 的主动胶体振荡器，储备池仍能保持较高的预测准确度；但当间隔L增大时，性能会下降，因此需要提高驱动比例。这些发现表明，流体动力学相互作用能够高效地在整个阵列中传播信息，即使在部分驱动下也能实现丰富的集体动力学。图 S3a 展示了实验中 $NRMSE$ 对 f_{driver} 的依赖关系，与模拟结果高度一致。此外，我们还在另一项成熟的基准测试——洛伦兹吸引子——上验证了储备池的预测性能。洛伦兹吸引子源于一组最初用于描述流体对流的非线性微分方程 [28, 33]（详情见方法和图 S4）。

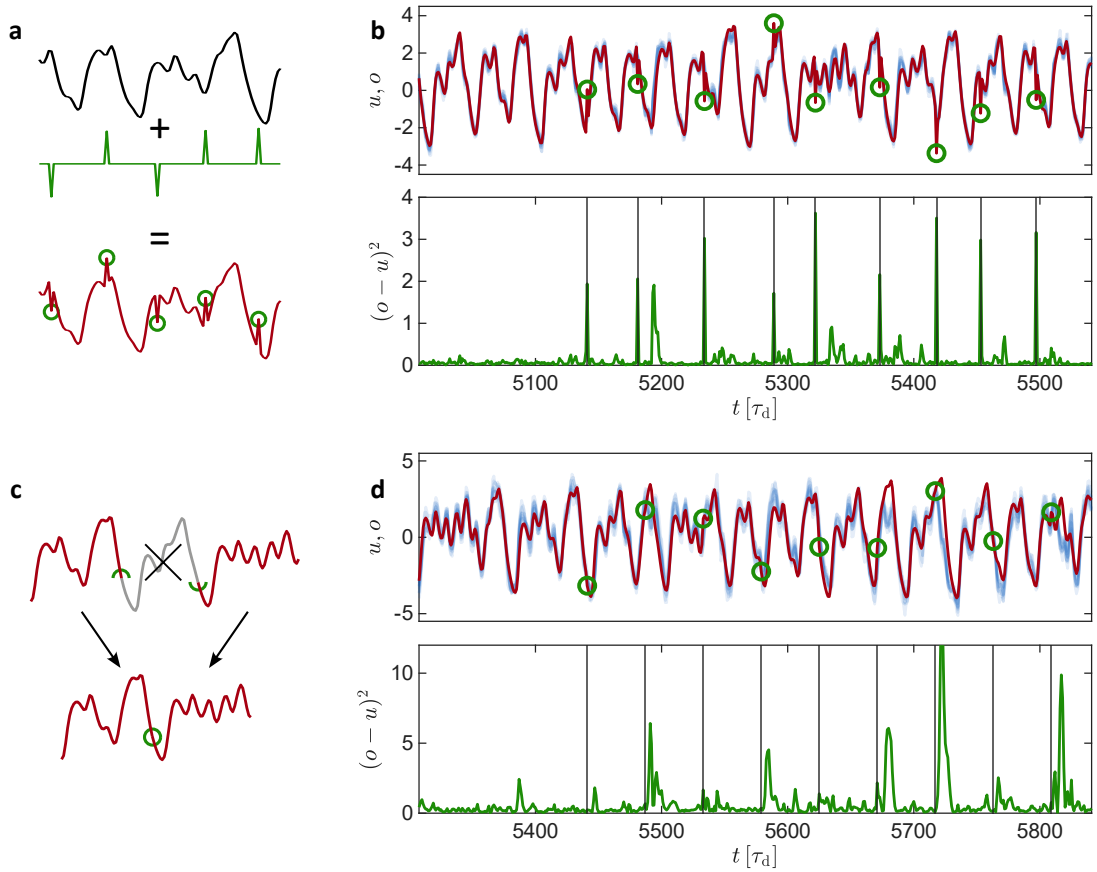

图 4：通过预测误差检测隐蔽异常。a 通过添加稀疏尖峰信号（绿色）向 Mackey–Glass（MG）序列（黑色）引入尖峰异常，从而产生局部离群值（红色；尖峰由绿色圆圈标出）。**b** 上：包含尖峰异常（红色）的 MG 信号 $\mathbf{u}$，以及储备池预测 $\mathbf{o}$（浅蓝色）。下：随时间变化的平方预测误差（$\mathbf{o}-\mathbf{u}$）^{2}，在异常位置（竖线）显示出明显的峰值。**c** 通过将短时信号片段替换为同时匹配瞬时值和斜率的区间来引入隐蔽异常，在保持时间序列可见连续性的同时改变其隐藏的记忆结构。**d** 上：包含隐蔽异常的 MG 信号（红色；由绿色圆圈标出）及相应的预测 $\mathbf{o}$（浅蓝色）。下：平方预测误差（$\mathbf{o}-\mathbf{u}$）^{2}，在隐蔽异常发生时刻（竖线）呈现出清晰的峰值。

我们发现，对于洛伦兹吸引子预测任务，*NRMSE* 对 L 和Γ 的定性依赖关系与图 3d 一致，表明这些结果与具体的时间序列无关。

隐蔽异常检测

上述展示的预测能力对于检测现实信号中的异常尤为重要。在这类信号中，偏离预期时间结构的情况可作为心律失常、地震、极端天气或金融市场骤变等破坏性事件的早期预警指标 [12, 13, 15–18, 34]。在此类系统中，动力学通常受到高度复杂过程的支配，其中涉及无法直接观测的隐含自由度，并且往往会产生显著的记忆效应，即信号的当前状态对其过去状态高度敏感。这些特征使异常极难识别。上述用作预测基准的 MG 序列便是一个典型例子：尽管它具有混沌特性，却由一个时滞非线性微分方程生成，该方程通过依赖过去的值明确纳入记忆，其定义明确却错综复杂的算法结构提供了有意义的参照，可据此检测偏差。

为阐明利用储备池计算进行异常检测的基本原理，我们首先在 MG 信号中引入简单的尖峰扰动（图 4a）。当一个使用未扰动数据训练的储备池处理这一人为改变的信号时，预测误差恰好在异常出现的时刻产生尖锐峰值（见图 4b 和补充视频 3），因此可通过阈值化轻松识别异常，其F_1-分数为 0.98——这是一项用于量化分类性能的标准指标。尽管这一示例有助于说明原理，但它高度理想化，并未反映现实情况；在现实中，异常通常要隐蔽得多，且不会破坏信号。为模拟这类情形，我们因此引入第二个示例：通过跳转到信号中未来一个相匹配的片段，构造出同时保留瞬时值和斜率的“隐蔽”异常（图 4c）。这些扰动不会改变可观测信号，包括均值、方差和短时自相关，却会扰乱底层过程的记忆结构。如图 4d 所示，这些隐蔽异常仍会引起预测误差的瞬时升高，从而能够可靠地进行检测，

其 F_1-分数为 0.90。我们想强调的是，这些结果是在实验中借助 $N = 1$ 获得的，这意味着储备池无法获取先前的信号状态，而是完全依赖其动态记忆。这种直接在硬件层面提取事件的方式，凸显了活性物质储备池在边缘计算应用中的巨大潜力；在这类应用中，传感器输出的是处理后的判定结果，而非原始数据流。

展望

我们的研究结果确立了相互作用的主动胶体振荡器（ACOs）作为一种强大且完全易于使用的物理储备池计算平台，其中流体动力学多体耦合自然地提供了信息处理所需的非线性动力学和渐消记忆。不同于仅取决于空间间距的保守相互作用，流体动力取决于距离和速度，因此引入了时间非对称耦合，并能实现难以通过固态或固定网络储备池实现的动力学响应。至关重要的是，所有计算都源于数百个耦合振荡器的同步动力学，无需任何时间复用，因此储备池的维数直接反映其真实的多体行为。由于可以自由编程晶格几何、空间排列以及受驱振荡器的子集，因此该架构能够与输入信号的结构精准匹配，为任务特定优化提供了非凡的灵活性。除了预测和异常检测之外，流体动力耦合产生的高维动力学还为时间模式分类、非线性滤波、闭环控制和自主微型机器人决策开辟了机会。展望未来，整合自适应反馈、可编程耦合或黏弹性介质，或可解锁更丰富的动力学模式和更深层的记忆，为实现受活性物质启发的自主、节能型边缘计算架构铺平道路。

参考文献

1. Kumar, S., Wang, X., Strachan, J. P., Yang, Y. & Lu, W. D. 用于更高复杂度神经形态计算的动态忆阻器。《自然·综述：材料》**7,** 575–591（2022年4月）。

2. Duan, X. 等基于忆阻器的神经形态芯片。*Advanced Materials* **36,** 2310704（2024年4月）。

3. Brunner, D., Soriano, M. C., Mirasso, C. R. & Fischer, I. 利用瞬态状态以每秒千兆字节的数据速率进行并行光子信息处理。*Nature Communications* **4,** 1364（2013年1月）。

4. Rafayelyan, M., Dong,J.,Tan, Y., Krzakala, F. & Gigan, S. 用于时空混沌系统预测的大规模光学储备池计算。*Physical Review X* **10,** 041037（2020年11月）。

5. Du, C. 等使用动态忆阻器进行时间信息处理的储备池计算。*Nature Communications* **8,** 2204（2017年12月）。

6. Beneke, G. 等利用几何限域斯格明子动力学进行布朗储备池计算的手势识别。*Nature Communica-tions* **15,** 8103（2024年9月）。

7. Mart´ınez-Pe˜na, R. & Ortega, J.-P. 量子储备池计算中的输入依赖性。*Physical Review E* **111,** 065306（2025年6月）。

8. Mujal, P. 等量子储备池计算与极限学习机中的机遇。*Advanced QuantumTechnologies* **4,** 2100027（2021年8月）。

9. Tovey, S., Fellner, T., Holm, C. & Spannowsky, M. 使用随机矩阵生成量子储备池状态表示。*Machine Learning:Science and Technology* **6,** 015068（2025年3月）。

10. Cucchi, M. 等利用生物相容性有机电化学网络进行储备池计算，实现类脑生物信号分类。*ScienceAdvances* **7,** eabh0693（2021年8月）。

11. Baltussen, M. G., De Jong, T. J., Duez, Q., Robinson, W. E. & Huck, W. T. S. 自组织反应网络中的化学储备池计算。《自然》**631,** 549–555（2024年7月）。

12. Lee, K., Kim, D., Seo, J. & Hwang, H. 通过电化学随机存取存储器中的受控离子动力学，实现用于实时心电图心律失常检测的物理储备池计算。《先进电子材料》**11,** 2400920（2025年7月）。

13. Noor, U. A. 机器学习创新如何革新地震工程：综述。计算方法工程档案 （2025年7月）。

14. Cardoso, F. C. 等回声状态网络与经典统计技术在时间序列预测中的应用：综述。《知识型系统》**293**,111639（2024年6月）。

15. Walleshauser, B. & Bollt, E. 利用耦合储备池计算机预测海表温度。《地球物理学中的非线性过程》**29**, 255–264（2022年7月）。

16. Santos, F. A. D., Lima, R. R., Alves, J. L., Misturini, D. W. & Florindo, J. B. 用于时间序列分析的储备池计算与非线性动力学：金融市场应用。《*Physica D*：非线性现象》**476**,134698（2025年6月）。

17. Yao, W., Zeng, Z., Lian, C. & Tang, H. 训练增强型储备池计算预测器以预测滑坡位移。《工程地质学》**188**,101–109（2015年4月）。

18. Nadiga, B. T. 储备池计算：气候可预测性研究的工具。地球系统建模进展杂志**13**,e2020MS002290（2021年4月）。

19. Cucchi, M., Abreu, S., Ciccone, G., Brunner, D. & Kleemann, H. 实践储备池计算：实用实现教程。神经形态计算与工程**2**,032002（2022年9月）。20. Gaimann, M. U. & Klopotek, M.活性物质储备池计算的鲁棒最优动力学版本号：2。2025年。21. Lymburn, T., Algar, S. D., Small, M. & J¨ungling, T. 群体储备池计算。*Chaos: AnInterdisciplinaryJournal of Nonlinear Science***31**,033121（2021年3月）。22. Gaimann, M. U. & Klopotek, M. 活性物质储备池计算中的最优信息注入与传递机制arXiv:2509.01799。2025年9月。23. Wang, X. & Cichos, F. 利用合成活性粒子实现物理储备池计算。*Nature Communications* **15**,774（2024年1月）。24. Heuthe, V.-L., Iyer, P., Gompper, G. & Bechinger, C. 具有流体动力耦合的可调谐胶体群聚振子。*Nature Communi-cations* **16**, 10984（2025年12月）。25. Hu, M. 等具有自发水平振荡的悬浮气泡。美国国家科学院院刊 **121**,e2413880121（2024年10月）。26. Kotar, J., Leoni, M., Bassetti, B., Lagomarsino, M. C. & Cicuta, P. 胶体振子的流体动力同步。美国国家科学院院刊**107**,7669–7673（2010年4月）。27. Csaba, G. & Porod, W. 用于计算的耦合振子：综述与展望。*AppliedPhysics Reviews* **7**,011302（2020年3月）。28. Wringe, C., Trefzer, M. & Stepney, S. 储备池计算基准：教程综述与评述。国际并行、涌现与分布式系统杂志 **40**, 313–351（2025年7月）。29. Lee, O.等任务自适应物理储备池计算。*Nature Materials* **23**, 79–87（2024年1月）。30. Lu, Z.-N. 等用于时间信号预测的基于忆阻器输入延迟的储备池计算系统。*Microelectronic Engineering* **293**,112240（2024年10月）。31. Canaday, D., Griffith, A. & Gauthier, D. J. 利用硬件储备池计算机快速预测时间序列。*Chaos: An Interdisci-plinary Journal of Nonlinear Science* **28**,123119（2018年12月）。32. Heuthe, V.-L., Iyer, P., Gompper, G. & Bechinger, C. 《具有流体动力耦合的可调谐胶体群聚振子》的数据与代码可用性2025年7月。33. Lorenz, E. N. 确定性非周期流。大气科学杂志 **20**, 130–141（1963年3月）。34. Yang, Z. 等。 使用基于动态忆阻器的储备池计算和漏积分发放神经元进行后处理的癫痫发作检测。*APL*机器学习 **1**, 046123（2023年12月）。35. Gomez-Solano, J. R. 等。 调控自驱动胶体的运动性和方向性。科学报告 **7**, 14891（2017年11月）。36. Lozano, C., Ten Hagen, B., L¨owen, H. & Bechinger, C. 光学景观中合成微型游泳者的趋光性。*Nature Communica-tions* **7**, 12828（2016年9月）。37. Chen, P.-C., Kroy, K., Cichos, F., Wang, X. & Holubec, V. 具有延迟吸引作用的活性粒子形成震动微晶体。欧洲物理快报 **142**, 67003（2023年6月）。38. Wang, X., Chen, P.-C., Kroy, K., Holubec, V. & Cichos, F. 具有迟滞吸引作用的微型游泳者自发形成涡旋。*NatureCommunications* **14**, 56（2023年1月）。39. Pedregosa, F.等。*Scikit-learn*：*Python*中的机器学习 arXiv:1201.0490。2018年6月。40. Uchida, N. & Golestanian, R. 微流体转子阵列中的同步与集体动力学。物理评论快报 **104**, 178103（2010年4月）。41. Lighthill, M. J. 近球形可变形物体以极低雷诺数在液体中的蠕动运动。纯粹与应用数学通信 **5**, 109–118（1952年5月）。42. Blake, J. R. 球形包络方法在纤毛推进中的应用。流体力学杂志 **46**, 199–208（1971年3月）。

方法

粒子制备与推进

活性粒子通过在二氧化硅球（半径 $a = 3\,\mu$米）的一侧半球表面涂覆一层80纳米厚的吸光碳层制成。粒子悬浮于水–2,6-二甲基吡啶混合物（26.8 wt%）中，该混合物的低临界溶解温度为 $34\,^{\circ}$摄氏度，并被限制在高度为$200\,\mu$米、恒温于 $28\,^{\circ}$摄氏度的石英池中。聚焦的532纳米激光局部加热碳涂层一侧，诱发不对称相分离，从而驱动自扩散泳推进。推进速度由激光强度控制，而方向则通过将激光焦点沿与推进方向相反的一侧偏离粒子中心 $2.4\,\mu$米来确定，偏移量为 [35, 36]。

粒子转向与 ACO 实现

我们使用工作频率为 100 kHz 的双轴声光偏转器实现激光转向，从而能够准同时寻址数百个粒子。通过连续采集显微镜图像，并以亚微米级空间分辨率和亚秒级时间分辨率提取粒子位置，实现了实时反馈。通过持续推动粒子 i朝向空间位置固定的目标$\mathbf{r}_i$ $\mathbf{q}_i$，使其产生振荡运动。粒子检测与激光转向之间的反馈延迟 τ_{d} 会使推进方向略微错位，从而在目标位置周围产生自持轨道振荡，即 ACO（图 1b–c） [24,37, 38]。

阻尼机制

为调节 ACO 对外部扰动的响应能力，我们采用一种受控阻尼方案，根据每个粒子相对于目标位置的瞬时位移来调节其推进速度。当距离 $|\mathbf{r}_i - \mathbf{q}_i|$ 低于阈值 Γ 时，推进速度随 $|\mathbf{r}_i - \mathbf{q}_i|$线性降低，而推进方向保持不变。该机制不会将振荡幅度稳定在固定值，而是能够持续控制粒子在$\mathbf{q}_i$ 周围的振荡范围（图 1e-f）。我们通过每个振荡器 h_i =的比角动量 z 分量（$\mathbf{v}_i \times (\mathbf{r}_i - \mathbf{q}_i)) \cdot \hat{e}_z$来表征由此产生的动力学。在没有阻尼（$\Gamma = 0$）时，主动振荡占据 ACO 动力学的主导地位，且振幅不断波动（见图 1e、g）。随着 Γ增加，这些振荡逐渐受到抑制（图 1f、h）。由此产生的变化体现在 $|h_i|$分布范围的收窄上（图 1i），表明 Γ 为调节储备池的稳定性和抗噪鲁棒性提供了一个连续可调的参数。

记忆时间测量

为探究储备池的弛豫动力学，我们通过将所有目标位置沿 x 方向线性地前移/后移 $4\,\mu$m、持续$4\,\tau_{\mathrm{d}}$，以此激发 ACO 阵列，施加一个矩形脉冲。记录由此产生的平均粒子速度 $\langle v \rangle$ 的变化，并针对不同的 L 与$\mathbf{q}_i$ 阻尼参数 Γ组合进行测量。较小的 L 下，强流体动力耦合会产生大振幅集体振荡；而增大间距或提高阻尼则会逐步抑制这些模式（见图 2a-d）。为进行定量分析，我们计算平均标量速度的滑动方差 $\sigma^2_{10}[\langle v \rangle]$，并用单指数函数拟合其衰减，以提取弛豫时间 τ_r。这些数值表明，弛豫时间对 L 和 Γ均呈现显著且非平凡的依赖关系，变化范围超过一个数量级（图 2e）。

读出训练

从实验中收集并预处理数据后，将原始储备池状态轨迹转换为由高斯核构造的读出轨迹。我们使用了 scikit-learn 库中的线性回归、Lasso 回归和岭回归算法 [39]。使用 scikit-learn 库中的岭回归算法，将这些轨迹中前 80% 的数据用于优化读出层的权重 $\mathbb{W}_{\mathrm{out}}$ [39]。其余数据则用于评估预测或异常检测性能。

储备池计算

储备池计算机可分为两个组成部分：储备池和读出层。储备池 f在输入信号 $\mathbf{u}(t) \in \mathbb{R}^N$的驱动下，生成高维表示 $\mathbf{s}(t)$，称为特征向量，使得

$$f : \mathbb{R}^N \to \mathbb{R}^M, \quad \mathbf{u}(t) \in \mathbb{R}^N \mapsto \mathbf{s}(t) \in \mathbb{R}^M \tag{2}$$

其中 $M \gg N$。一个有效储备池的关键在于这些表示 s(*t*)所捕获的信息量。理想情况下，这种映射应使输入空间中由轨迹 τ定义的相似值映射为储备池嵌入空间中的相似表示，即 $\langle \mathrm{u}_1(\tau) \cdot \mathrm{u}_2(\tau) \rangle \approx 1 \implies \langle \mathrm{s1}(\tau) \cdot \mathrm{s2}(\tau) \rangle \approx 1$；而不同的值则应相距较远，且内积定义良好。自然，这就需要在所需的非线性程度与利用特征向量执行计算任务所需的丰富结构之间取得平衡。在此处研究的储备池中，我们使用耦合粒子系统作为储备池，因此，系统受驱动后的状态可由相空间中的坐标描述，即 $(\{\mathbf{r}_i\}, \{\mathbf{v}_i\}) \in \mathbb{R}^{2N}$ 其中$\{\mathbf{r}_i\} = \{\mathbf{r}_0, \mathbf{r}1, \ldots, \mathbf{r}_N\}$ 表示储备池中 N 个粒子的位置，而 $\{\boldsymbol{v}_i\} = \{\mathbf{v}_0, \mathbf{v}1, \ldots, \mathbf{v}_N\}$表示它们的速度。由于我们研究的是低雷诺数状态下的活性粒子，因此不考虑动量。

储备池计算的第二个组成部分是读出层。一旦信号$\mathbf{u}(t)$驱动储备池进入某种状态$\mathbf{s}(t)$，便可进行测量以构建描述该状态的特征向量$\mathbf{x}(t)$，然后将权重 $\mathbb{W}_{\mathrm{out}}$应用于读出层，根据所执行的任务生成预测$\mathbf{o}(t + \Delta t)$：

$$\mathbf{o}(t + \Delta t) = \mathbb{W}_{\mathrm{out}} \mathbf{x}(t)^{\top}. \tag{3}$$

该特征向量$\mathbf{x}$ 的构建是“储备池测量”一节的主题，因为它构成了

储备池计算中的一个开放问题。不过，将该向量转化为预测的方法则有明确得多的定义。由于任务中复杂的非线性部分已由储备池处理，这些特征向量通常会输入简单的回归算法，例如岭回归、套索回归，甚至不进行任何正则化的普通线性回归，以优化 $\mathbb{W}_{\text{out}}$的权重。另一种常见做法是训练单个线性神经网络层，通过最小化与任务相关的损失函数来实现读出。

储备池测量

如《方法》一节"储备池计算"中所述，如何构造一个能够描述储备池在任意时刻状态的特征向量，仍是该领域尚未解决的问题。对于由活性粒子构成的储备池，一种简单的方法是使用系统中每个粒子的位置和速度，完整描述相空间坐标。然而，随着系统规模扩大，这个向量会变得高度冗余，并可能包含大量无关信息，从而使读出过程变慢且更具挑战性。

本研究采用了 [21]中介绍的高斯核方法，因其简单有效。使用高斯核时，m 形式为下式的高斯函数

$$\Psi(\boldsymbol{x}) = \exp\left[-\frac{(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{c}_m)^2}{2w_m^2}\right], \tag{4}$$

其中， $\boldsymbol{c}_m$ 是中心核的空间坐标， w_m 是宽度。这些函数布置在系统周围，用于计算三个可观测量：

$$o_{1,m}(t) = \sum_{i=1}^{N} \Psi_m(x_i(t)) \tag{5}$$

$$o_{x,m}(t) = \sum_{i=1}^{N} \Psi_m(x_i(t)) v_{xi}(t) \tag{6}$$

其中， N 对核感受场内考虑的所有粒子求和；第二个可观测量中的 x 下标可以替换为可用的唯一速度向量数量，在本例中为 x， y，因此总共得到三个可观测量。核的宽度 w_m 根据所选观测点到第 5 个最近邻的距离确定；观测点通常随机选取一个粒子的位置。这样，在粒子密集的区域，高斯核的弥散程度较低，包含的信息也更密集。

混沌时间序列生成

混沌Mackey-Glass时间序列使用 Signalz Python 软件包生成，参数为 a =0。2、 $b = 0.8$、 $c = 0.9$、 $e = 10$ ，初始值为 0.1。混沌洛伦兹吸引子轨迹取自 reservoirpy Python 软件包提供的数据集，该数据集为 Lorenz63 系统，参数为 $\rho = 28$、 $\sigma = 10$、 $\beta = 2.66$、 $h = 0.03$ ， x、 y 和 z 坐标的初始值均为 1。这两种时间序列都是广泛认可的混沌信号预测基准 [28]。

流体动力学耦合模型

我们研究中的主动胶体振荡器之间的相互作用主要由流体动力学相互作用主导。具体而言，对于主动粒子而言，由于推进机制产生的表面流具有三维结构，这类相互作用可能相当复杂。在我们的实验所涉及的粒子间距范围内，主动粒子之间的流体动力学相互作用可以用Kuramoto型耦合 [40]近似表示。然而，这种近似不足以捕捉我们实验中的条件。因此，我们采用了更为详细的流体动力学相互作用模型；该模型已被证明能够与我们的实验结果很好地吻合，下面将对此进行简要说明（详细描述请参见 [24]）。当一个活性胶体粒子移动时，它会在周围流体中产生流场$\mathbf{U}_{\text{HI}}(\mathbf{r})$，该流场会对附近粒子施加流体动力。在我们的系统中

$$\mathbf{U}_{\text{HI}}(\mathbf{r}) = \mathbf{U}_{flow}(\mathbf{r}) + \mathbf{U}_{lub}(\mathbf{r}). \tag{7}$$

其中，$\mathbf{U}_{flow}(\mathbf{r})$源于活性胶体的推进机制，而$\mathbf{U}_{lub}(\mathbf{r})$则是流体在移动胶体与另一粒子之间被排开后形成的润滑流场。胶体 i 周围的$\mathbf{U}_{flow,i}(\mathbf{r})$可以用所谓的斯奎默模型 [41, 42], 近似表示，其形式为：

$$\mathbf{U}_{flow,i}(\mathbf{r}) = -\frac{p}{r^2}[1-3(\mathbf{e}_i\cdot\hat{\mathbf{r}})^2]\hat{\mathbf{r}} - \frac{s}{r^3}[\mathbf{e}-3(\mathbf{e}_i\cdot\hat{\mathbf{r}})\hat{\mathbf{r}}] \tag{8}$$

其中 $\hat{}\mathbf{r} = \mathbf{r}/|\mathbf{r}|$。用于模拟两个半径为 a、表面间距为 h 的胶体之间润滑相互作用的流体场可写为

$$\mathbf{U}_{lub}(\mathbf{r}) = -\frac{a}{h}(\mathbf{v}\cdot\hat{\mathbf{r}})\Theta(r)\hat{\mathbf{r}}. \tag{9}$$

为了求得作用在位于$\mathbf{r}_j$处的粒子 j 上的总力，我们将其周围所有其他胶体i产生的流场相加 j

$$\mathbf{U}_{\text{HI}}(\mathbf{r}_i) = \sum_i \mathbf{U}_{flow,i}(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i) + \mathbf{U}_{lub,i}(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i). \tag{10}$$

根据这一合成流场，我们使用以下公式计算作用在胶体 j 上的力：

$$\mathbf{F}_{\text{HI}}(\mathbf{r}_j) = \gamma\mathbf{U}_{\text{HI}}(\mathbf{r}_j). \tag{11}$$

数据可用性

支持本研究发现的数据可在 Zenodo（数字对象标识符：10.5281/zenodo.17913226）获取。

代码可用性

本研究用于生成和分析数据的代码可在 Zenodo 上获取（数字对象标识符：10.5281/zen- odo.17913226）。

致谢
我们感谢 Priyanka Iyer 协助编写模拟代码，并感谢 Christian Holm 对稿件提出讨论意见。C.B. 感谢欧洲研究委员会通过高级资助项目 BRONEB（101141477）提供资助。V.L.H. 和 C.B. 感谢德国研究联合会卓越中心 2117、德国集体行为高级研究中心（ID:422037984）提供资助。

作者贡献
V.L.H.、S.T. 和 C.B. 设计了这项研究。V.L.H. 开展了实验，编写了评估代码，分析了数据并制作了图表。L.S. 进行了模拟，编写了评估代码并分析了数据。S.T. 编写了评估代码。V.L.H.、S.T. 和 C.B. 撰写了论文。

利益冲突
作者声明不存在利益冲突。

补充信息
本文提供补充信息。如需联系或索取材料，请联系 C.B.（clemens.bechinger@uni.kn）。

主动胶体振荡器集体动力学的储备池计算补充信息

Veit-Lorenz Heuthe[1,2],LukasSeemann[1], Samuel Tovey[3], 和 Clemens Bechinger[1, 2, †]

[1]康斯坦茨大学物理系，康斯坦茨 D-78465，德国[2]康斯坦茨大学集体行为高级研究中心，康斯坦茨 78464，德国[3]斯图加特大学计算物理研究所，斯图加特 70569，德国

[†]通讯作者。电子邮箱：clemens.bechinger@uni-konstanz.de

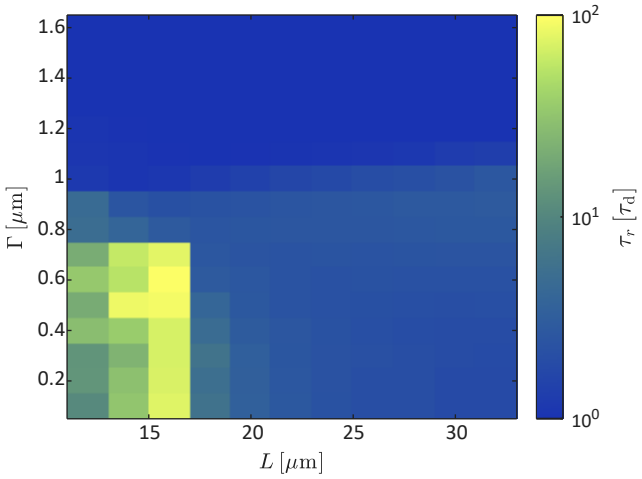

图 S1：将所有目标位置沿 x 方向移动 $4\,\mu$m，持续 $4\,\tau_{\mathrm{d}}$ 后激励储备池，模拟 400 个主动胶体振荡器阵列的弛豫过程。

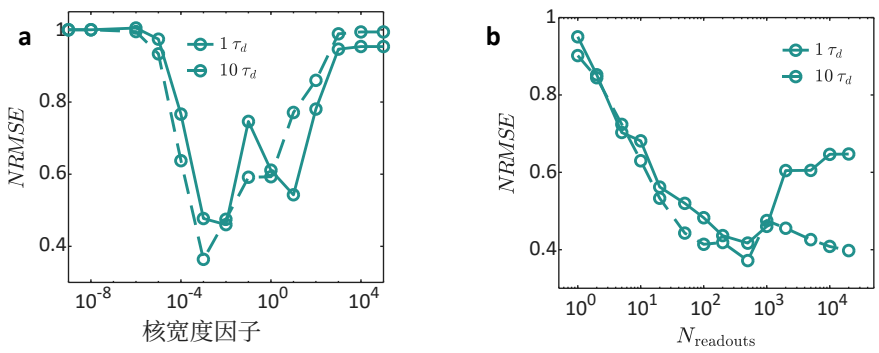

图 S2：高斯核宽度和数量的优化，用于读出。

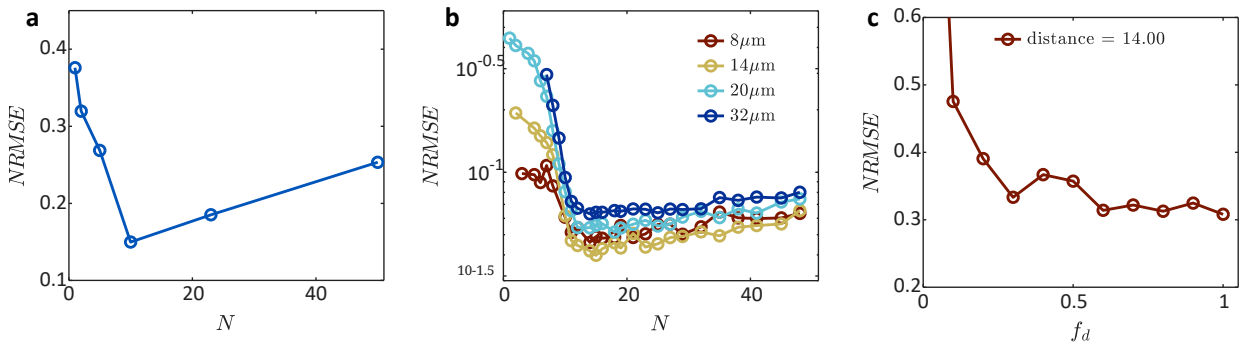

图 S3：实验中的 MG 预测误差 a 实验中的归一化均方根误差 $NRMSE$ 随输入储备池的先前信号状态数量 N 变化。**b** 模拟中 $NRMSE$ 随储备池中注入状态数量 N 变化（扩展正文图 3f）。**c** 实验中 $NRMSE$ 随接收输入信号的 ACO 数量占比 f_{driver} 变化。

混沌洛伦兹吸引子轨迹预测

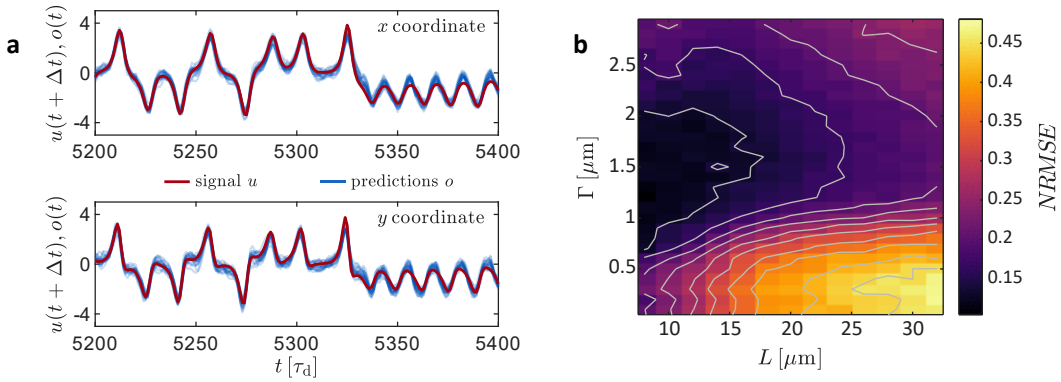

图 S4：混沌 Lorenz63 吸引子的预测 a 实验中混沌 Lorenz63 吸引子的 x、y 坐标信号（红色）和预测（蓝色）（分别如上、下图所示）。**b** 模拟中使用 $\Delta t = 2\tau_{\mathrm{d}}$ 预测 Lorenz63 系统 x 坐标的 $NRMSE$ 随 ACO 之间的距离 L 和阻尼参数 Γ变化。

除了正文（图 3）中介绍的混沌 Mackey-Glass（MG）时间序列预测基准外，我们还测试了 ACO 储备池对 Lorenz63 微分方程系统的预测能力；这是另一个成熟的储备池计算基准（参数见方法）。图 S4a 展示了实验中 x、y 坐标的预测结果，其中每个 ACO 的目标位置由 Lorenz63 吸引子的二维 x-y 信号驱动。图 S4b 展示了模拟中用于预测 Lorenz63 系统 x 坐标的 $NRMSE$ 随阵列中 ACO 之间的间距 L 和阻尼参数 Γ （ $\Delta t = 2\tau_{\mathrm{d}}$）变化的结果。定性而言，预测性能对这两个参数的依赖关系与 MG 预测任务中的情况相同（参见正文图 3d），这表明观察到的效应与任务无关，而取决于储备池的属性。