arXiv:2601.06920v1 [cs.NE] 11 Jan 2026

利用可预训练的基于自动后验变换的代理模型校准基于智能体的金融市场模拟器

Boquan Jiang[1], Zhenhua Yang[1], ChenkaiWang[2], Muyao Zhong[1], HepingFang[1], PengYang[1], 2*[1]广东省脑启发智能计算重点实验室、计算机科学与工程系，南方科技大学，广东省深圳市，518055，中国。[2]统计与数据科学系，南方科技大学，广东省深圳市，518055，中国。

*通讯作者。电子邮箱：yangp@sustech.edu.cn；贡献作者：12332460@mail.sustech.edu.cn；yangzh2022@mail.sustech.edu.cn；wangck2022@mail.sustech.edu.cn；12149032@mail.sustech.edu.cn；12331106@mail.sustech.edu.cn；

摘要

校准基于主体的模型（ABM）是一项重要的优化问题，旨在模拟复杂社会系统，其目标是通过最小化模拟数据与现实世界观测数据之间的差异，找出给定ABM的最优参数。不幸的是，反复评估会带来巨大的计算成本，因为每次都需要使用候选参数进行昂贵的模拟。虽然代理辅助进化算法（SAEAs）已被广泛用于减轻计算负担，但现有方法面临两个关键局限：1）由于ABM具有非线性且多模态的特性，很难为原始评估函数构建代理模型；2）常用代理模型无法在多个校准任务之间共享优化经验，因此批量校准的效果不佳。为解决这些问题，本文提出了结合负相关搜索与自适应信赖域的自动后验变换（ANTR）。ANTR首先以可预训练的神经密度估计器取代传统代理模型，直接对给定观测数据时参数的后验分布进行建模，从而使优化目标与参数空间准确度保持一致。

此外，我们引入多样性保持搜索策略以防止早熟收敛，并采用自适应信赖域方法来高效分配计算资源。考虑到非线性程度较高，我们选取两个具有代表性的基于ABM的金融市场模拟器作为测试平台。实验表明，所提出的ANTR在校准准确度和计算效率方面均显著优于传统元启发式算法和最先进的代理辅助进化算法，尤其是在跨多个市场条件的批量校准场景中。

关键词： 基于主体的建模，金融市场仿真，进化算法，代理辅助优化

1 引言

基于主体的建模（ABM）是一种主流的仿真技术，它构建由相互独立、异质且参数化的主体组成的群体，并在遵循特定规则的同时，模拟这些主体在给定环境中的交互作用 [1]。这些局部交互共同推动基于主体的模型的演化。基于主体的模型已广泛用于模拟各种现实世界复杂社会系统，包括消费者行为 [2], 传染病动力学 [3], 和金融市场 [4]。

在金融市场的背景下，基于主体的模型汇总异质主体在不同目标、信息和交易行为的影响下所产生的价格动态。基于主体的模型实现了一个限价订单簿（LOB）市场，异质主体（例如流动性提供者和流动性接受者）通过连续双向拍卖（CDA）进行交互。由 $\boldsymbol{\theta}$ 参数化的主体（例如，订单到达强度、决策延迟和订单规模分布）向价格—时间优先撮合引擎提交限价订单；未匹配的订单留在订单簿上，构成可观测的市场状态。由此生成一组限价订单簿状态时间序列，据此计算报价、价差和中间价。运行 $M(\boldsymbol{\theta})$ T_{obs} 步，可得到一组模拟时间序列 $\boldsymbol{x}^{\boldsymbol{\theta}}_{0:T_{\text{obs}}}$，并将其与观测数据 $\boldsymbol{x}_{\text{obs}}$ 进行比较（该数据由某个真实参数 $\boldsymbol{\theta}_{\text{true}}$ 生成）。

金融市场基于主体的模型校准，是指优化模型参数，使金融模拟器生成的时间序列能够紧密匹配现实市场观测数据（例如，随时间变化的价格） [5–8]。这项任务可以表述为一个黑箱优化问题：

$$\boldsymbol{\theta}^* = \arg\min_{\boldsymbol{\theta}\in\boldsymbol{\Theta}} D\big(M(\boldsymbol{\theta}),\, \boldsymbol{x}_{\text{obs}}\big), \tag{1}$$

其中，$\boldsymbol{\theta}$ 表示模型参数向量，$\boldsymbol{\Theta}$ 为可行参数空间，$M(\boldsymbol{\theta}) = \boldsymbol{x}^{\boldsymbol{\theta}}_{0:T_{\text{obs}}}$ 表示在参数 $\boldsymbol{\theta}$ 下生成的长度为 T_{obs} 的模拟时间序列，$\boldsymbol{x}_{\text{obs}}$ 表示观测市场价格数据，而 $D(\cdot,\ \cdot)$ 是衡量模拟数据与观测数据之间差异的指标。校准良好的模型使政策制定者、金融从业者和研究人员能够针对政策评估 [9], 、市场干预 [1], 和风险评估 [10]等任务开展可靠的分析。

因此，此类分析的可信度在很大程度上取决于模型参数是否经过了恰当校准 [11]。

鉴于基于多智能体的模拟器 M 通常以复杂的计算机程序形式实现，式（1）中的目标函数不可微。因此，粒子群优化（PSO） [13] 和进化算法（EAs） [14], 等元启发式算法 [12], 已被广泛用于金融基于主体的模型校准 [15]。这些基于种群的方法适用于非凸、不可微且含噪的优化景观，因此非常适合校准金融基于主体的模型 [16, 17]。然而，这些方法在实践中的适用性往往受计算能力限制。由于每次函数评估都需要完整运行一次基于主体的模型仿真，而稳健的校准通常需要进行数千次此类评估，优化过程的成本会高得令人难以承受。例如，校准一段五分钟的逐秒金融数据，可能需要调用模拟器数千次，每次调用约耗时 15 秒，因此总校准时间会超过 240 分钟 [18]。在真实市场中，校准时间与数据生成时间相差 240/5=48 倍，这使得计算成本难以接受。

近年来，代理辅助进化算法（SAEA）已成为一种主流方法，通过引入计算成本低廉的代理模型来替代计算成本高昂的基于模拟器的评估，从而降低计算成本 [19]。典型的代理辅助进化算法优化框架由三个核心部分组成：首先，使用真实目标函数评估一小组候选解（即参数组合），并利用评估结果训练代理模型，以近似该目标函数；其次，进化算法在代理模型上运行，搜索有前景的解，并选出最佳候选项以指导下一轮采样；最后，通过反复更新代理模型并进行样本评估，算法能够在受控的评估时间预算内实现高质量的优化性能 [20]。

实践中，代理辅助进化算法通常采用高斯过程（GP） [21],、径向基函数（RBF） [22],或神经网络（NN） [23] 来构建对底层目标景观的精确近似。在这些方法中，高斯过程尤为常用，因为它能够利用有限数据提供准确预测，同时还能给出均值和方差估计 [19]。

尽管代理辅助进化算法具有诸多优势，但其框架中的代理评估循环仍存在一个根本性局限。本质上，现有大多数方法都侧重于近似数据层面差异 $D(M(\boldsymbol{\theta}^*)\ M(\boldsymbol{\theta}_{\text{true}}))$，即优化问题的适应度评估函数。然而，由于基于主体的模型具有高度非线性的特性，较小的数据空间差异 $D(M(\boldsymbol{\theta}^*)\ M(\boldsymbol{\theta}_{\text{true}}))$ 并不一定意味着参数空间中的距离较近，也就是说， $\|\boldsymbol{\theta}_{\text{true}} - \boldsymbol{\theta}^*\|$ 仍可能很大。因此，元启发式算法和代理辅助进化算法都可能收敛到这样的参数配置：生成的数据看起来逼真，但与真实参数 [24]仍相距甚远。然而，在金融基于主体的模型校准中，恢复出接近真实值的参数至关重要，因为这些参数编码了决定市场如何响应冲击或政策变化的关键行为和结构方面。显著偏差可能

仍能生成看起来逼真的数据，但可能会在反事实分析或政策分析中导致误导性结果。

另一项挑战在于，模拟器通常需要应用于多种场景，因此校准任务往往会以批次形式出现，例如，针对多个数据集、交易日或市场状况校准金融基于主体的模型。在这类场景中，借鉴已有校准场景中的经验，有助于更好地初始化、减少达到收敛所需的高成本模拟次数，并提高其余任务的稳定性。然而，现有代理模型几乎无法跨任务共享这类经验 [25]。

为解决上述问题，我们提出了一种预训练代理模型，通过后验分布直接对参数空间建模。具体而言，该模型显式估计后验分布 $p(\boldsymbol{\theta} \mid \boldsymbol{x}_{\text{obs}})$，用于量化在给定观测数据 $\boldsymbol{x}_{\text{obs}}$的情况下，候选参数向量 $\boldsymbol{\theta}$ 为真实参数的可能性。也就是说，后验概率密度越高，参数 $\boldsymbol{\theta}$ 就越接近真实参数。从概念上讲，该后验分布学习基于基于主体的模型的模拟器中参数与观测数据之间的映射。因此，可以使用预先准备好的监督信号对 $< \boldsymbol{\theta}_{\text{true}}, \boldsymbol{x}_{\text{obs}} >$进行训练。只要批量校准任务集中于同一个基于主体的模型，就可以对后验分布进行预训练，并在多个数据批次之间共享。换言之，该代理模型可以针对涉及同一 M的一类校准任务进行训练，而非像现有代理模型那样仅针对单个实例进行训练。

我们发现，自动后验变换（APT） [26], 是仿真推断（SBI）领域最先进的序贯神经后验估计技术， [27], 能够直接学习后验分布 p（$\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{x}$），并支持独立于特定观测数据进行预训练。这些特性解决了代理辅助进化算法（SAEAs）中的数据—参数不匹配问题，并使同一基于主体的模型（ABM）的校准任务能够高效复用该方法。然而，如果只是将传统的高斯过程代理模型替换为 APT，用于采样的进化算法（EA）往往会将注意力集中在后验估计值较高、但仿真成本高昂的区域。如果真实参数不在这些区域内，这种偏差可能会在迭代过程中不断累积，最终导致优化结果错误。为确保即使后验概率质量集中在有限区域内，也能有效探索，我们引入负相关搜索（NCS） [28] 进行多模态探索。此外，我们采用自适应信赖域机制，将成本高昂的仿真分配到后验概率较高的区域。

本研究的主要贡献是提出一种用于金融基于主体的模型校准的代理模型辅助优化框架。该框架将以下关键组件整合到统一设计中：

摊还后验代理模型：为解决数据空间代理模型与参数空间准确度之间的不匹配问题，并克服基于高斯过程的预训练在高度非线性的金融基于主体的模型校准中的局限性，我们以 APT 取代传统的高斯过程代理模型。APT 是一种可预训练的代理模型，能够直接学习参数的后验分布。

通过 NCS 和自适应信赖域进行多模态探索：为防止搜索过程过于集中于后验代理模型偏好的参数区域附近

我们采用结合 NCS 的多样性保持探索，并辅以自适应信赖域机制。该设计能够更广泛地覆盖参数空间，同时仍将计算开销较大的仿真集中在有前景的区域，从而在性能上稳定优于传统元启发式算法和代理辅助进化算法领域的最新方法。

我们的实验结果表明，所提出的结合负相关搜索与自适应信赖域的摊销神经后验估计算法（ANTR），在多个仿真环境中显著优于基线方法。在评估预算受限的情况下，ANTR 的参数恢复误差平均降低约 50%。此外，在达到或超越基线方法最终性能的同时，ANTR 平均只需消耗其 36%–53% 的评估预算，凸显了其卓越的样本效率。

本文其余部分安排如下。第2节介绍相关工作。第3节阐述所提出 ANTR 算法的框架及其详细组成部分。第4节介绍实验设置、报告实验结果并讨论研究发现。最后，第5节总结全文并展望未来研究方向。

2 相关工作

传统进化算法通常假设目标函数评估和约束评估的计算成本较低。然而，在现实应用中，这一假设往往不成立，因为适应度评估依赖于昂贵的实验或计算密集型仿真。典型示例包括基于高保真仿真模型的翼型形状优化 [29], 、使用计算流体动力学（CFD）软件进行轴流压缩机设计 [30], 以及金融基于代理的模型（ABMs）的参数校准 [31]。在这类问题中，评估不仅成本高昂，而且在优化过程中有时甚至无法进行。为应对这些挑战，研究者提出了数据驱动进化算法（DDEAs），也称为代理辅助进化算法（SAEAs） [32]。这些方法利用历史数据构建代理模型，以部分或完全替代真实评估，从而在真实适应度评估预算有限的情况下，既保持有效的搜索性能，又获得令人满意的解决方案。

根据优化过程中能否获取额外的真实评估，数据驱动进化算法（DDEAs）通常可分为在线和离线两类 [33]。在线数据驱动进化算法会持续获取新样本，以提高代理模型的准确性，同时在整个进化过程中兼顾收敛与种群多样性。相比之下，离线数据驱动进化算法无法获取额外评估，因此着重提高基于代理模型的候选解预测的可靠性和鲁棒性。

f

基于代理模型的候选解预测。

在离线数据驱动进化算法中，具有代表性的方法包括 DDEA-SE 和 MS-DDEO。DDEA-SE 会预训练一个大型代理模型池，并自适应地选出一个规模较小但多样化的子集，以获得更准确的局部近似 [34], ；MS-DDEO 则引入了一种高层模型选择框架，可自适应地识别最合适的模型，

包括潜在的集成模型，以增强泛化能力和问题适应性 [35]。

无论采用在线还是离线范式，现有大多数方法都采用基于回归的代理模型，例如高斯过程（GP） [21], 径向基函数（RBF） [22], 和神经网络（NN） [23] 模型。具体而言，这些方法通常构建代理模型 $D(\boldsymbol{\theta})$ 来近似差异函数 $D(M(\boldsymbol{\theta}), \boldsymbol{x}_{\text{obs}})$，该函数用于量化模拟数据与观测数据之间的偏差，并指导优化过程。具体来说，在基于代理模型的基于主体的模型（ABM）校准中，Lamperti等人 [16] 采用梯度提升树（XGBoost）作为代理模型，对Brock–Hommes资产定价模型进行校准。除此之外，其他研究也将SAEAs应用于ABM任务中的参数校准，将其用于上游预处理或下游优化，从而实现了更高效、更可靠的校准结果 [18, 24, 36]。然而，这类基于数据差异的建模方法会根据特定观测数据重新定义ABM的目标函数。因此，每当观测数据发生变化，就必须收集新样本并重建代理模型。这种对特定观测目标函数的依赖妨碍了历史样本的有效复用，也限制了通过预训练来稳定表征复杂ABM的能力，从而降低了同一模型在不同数据集或不同条件下进行批量校准的效率。

鉴于这些局限性，一些研究转而构建代理模型 $M(\boldsymbol{\theta})$，以近似原始模拟器 $M(\boldsymbol{\theta})$，从而直接替代其模拟输出生成过程。例如，Angione等人 [23]采用全局机器学习代理模型来近似社会照护基于主体的模型的输出。类似地，Robertson等人 [37] 提出了一种随机森林代理模型，用于生成固定维度的汇总统计量，并将其嵌入贝叶斯推断流程，以实现高效的后验采样。尽管这些方法直接对原始模拟器 $M(\boldsymbol{\theta})$进行建模，但它们仍主要依赖于比较模拟数据或从中提取的特征之间的差异。这种数据层面的比较无法捕捉估计参数与真实参数之间的内在关系。

尽管上述数据驱动进化算法对基于主体的模型的批量校准支持有限，但在线范式中发展出的策略仍有助于理解如何在评估预算有限的情况下进行高效搜索。在这些方法中，高效全局优化（EGO） [38]将高斯过程（GP）代理模型与采集函数系统地结合起来，以对昂贵的黑箱问题进行全局优化。类似地，受基于委员会的主动学习启发，有研究提出了一种代理辅助粒子群优化算法，可在全局代理模型与局部代理模型之间智能切换，从而平衡探索与利用 [39]。此外，信赖域贝叶斯优化（TuRBO） [40] 采用多个自适应信赖域，在保留高斯过程样本效率的同时，显著提升了其在高维、多峰搜索空间中的可扩展性。此外，Bai等人 [36] 进一步证明了TuRBO在多主体基于主体的模型校准中的有效性和效率。

3 拟议的 ANTR 框架

3.1 拟议框架

为解决金融基于主体的模型校准中固有的高计算成本和强非线性问题，我们提出了带负相关搜索和自适应信赖域的摊销神经后验估计（ANTR）算法。该算法的伪代码见算法1，整体框架如图1所示。该方法采用由全局到局部的分层优化范式，将代理辅助进化搜索与多区域信赖域机制无缝整合，构建了一个闭环、自适应的校准框架。

ANTR 由三个核心模块组成：**(i) 摊销后验密度估计器模型**、**(ii) 候选生成模型**和**(iii) 信赖域自适应模型**。具体而言，初始化步骤利用摊销后验密度估计器估计后验分布 $q_\phi(\boldsymbol{\theta} \mid \boldsymbol{x}_{\text{obs}})$，并识别高密度区域，以初始化 M 个独立的信赖域 $\{\mathcal{T}_j\}_{j=1}^{M}$。对于每个信赖域，后验密度估计器会基于相关数据子集进行训练，以获得特定于区域的局部代理模型。基于这些代理模型，候选生成模块采用特定于区域的搜索策略，生成多样化的候选参数。最后，动态信赖域自适应模块通过基于成功历史的自适应机制，在探索与利用之间取得平衡，同时管理信赖域的生命周期，包括扩张、收缩、创建、合并和移除。

各模块的详细设计与实现将在后续小节中阐述。

算法 1 ANTR 校准算法

要求： 全局 SBI 模型 $\mathcal{M}_{\text{global}}$、模拟数据库 $\mathcal{D}$、目标观测 $\boldsymbol{x}_{\text{obs}}$，
适应度函数 $\Phi(\boldsymbol{\theta},\ \boldsymbol{x}_{\text{obs}})$
确保： 最优局部参数 $\{\boldsymbol{\theta}_j^*\}_{j=}^{M}$ 1

初始化：
通过 $\mathcal{M}_{\text{global}}$ 估计初始后验分布 $q_\phi(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{x}_{\text{obs}})$
根据 $q_\phi(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{x}_{\text{obs}})$ 的高密度区域初始化 M 信赖域 $\{\mathcal{T}_j\}_{j=1}^{M}$
初始化最优解 $\boldsymbol{\theta}^*$
设置计数器：$c_{s,\ j} \leftarrow 0,\ \ c_{f,\ j} \leftarrow 0$ 对每个区域 $j \in \{1,\ldots,M\}$
对于 $t = 1 \ldots T$，**执行**
    局部代理构造：
    对 $j = 1 \ldots M$ **执行**
        $\mathcal{D}_j \leftarrow \{(\boldsymbol{\theta},\ \boldsymbol{x}) \in \mathcal{D} \mid \boldsymbol{\theta} \in \mathcal{T}_j\}$ ▷ 在本地 TR 中检索样本
        使用 $\mathcal{D}_j$ 训练局部代理模型 $\mathcal{M}_j$
        通过 $\mathcal{M}_j$ 更新局部目标函数 $\mathcal{L}_j(\cdot) \leftarrow q_{\phi,\ j}(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{x}_{\text{obs}})$
        候选生成：
        通过 NCS 在 $\mathcal{L}_j(\cdot)$ 的引导下生成 N 候选项 $\boldsymbol{\Theta}_{cand}$
        评估候选项：$\mathcal{X}_{cand} \leftarrow$模拟器$(\boldsymbol{\Theta}_{cand})$
        更新数据库：$\mathcal{D} \leftarrow \mathcal{D} \cup \{(\boldsymbol{\Theta}_{cand}, \mathcal{X}_{cand})\}$
        查找最佳候选项：$\boldsymbol{\theta}_{best,t} = \arg\max_{\boldsymbol{\theta} \in \boldsymbol{\Theta}_{\ cand}} \Phi(\boldsymbol{\theta},\ \boldsymbol{x}_{\text{obs}})$
        信赖域自适应：
        如果 $\Phi(\boldsymbol{\theta}_{best,t}, \boldsymbol{x}_{\text{obs}}) > \Phi(\boldsymbol{\theta}_j^*, \boldsymbol{x}_{\text{obs}})$ **则**
            $\boldsymbol{\theta}_j^* \leftarrow \boldsymbol{\theta}_{best,t}$ ▷ 更新历史最优解
            $c_{s,j} \leftarrow c_{s,j} + 1, \quad c_{f,j} \leftarrow 0$
        else
            $c_{f,j} \leftarrow c_{f,j} + 1, \quad c_{s,j} \leftarrow 0$
        结束如果
        如果 $c_{s,\ j} \geq 3$ **则** 扩展 $\mathcal{T}_j$ 并重置 $c_{s,\ j}$
        结束如果
        如果 $c_{f,\ j} \geq$失败$_{\text{tol}}$ **则** 收缩 $\mathcal{T}_j$ 并重置 $c_{f,\ j}$
        结束如果
    结束循环 ▷区域循环结束
</style>**结束循环** ▷ 迭代循环结束
返回 $\{\boldsymbol{\theta}_j^*\}_{j=}^{M}$ 1

3.2 摊销后验密度估计器

该模块的核心功能是根据观测数据 $\boldsymbol{x}_{\text{obs}}$ 推断模型参数 $\boldsymbol{\theta}$ 的条件分布，即，

$$q_\phi(\boldsymbol{\theta} \mid \boldsymbol{x}_{\text{obs}}) \approx p(\boldsymbol{\theta} \mid \boldsymbol{x}_{\text{obs}}), \tag{2}$$

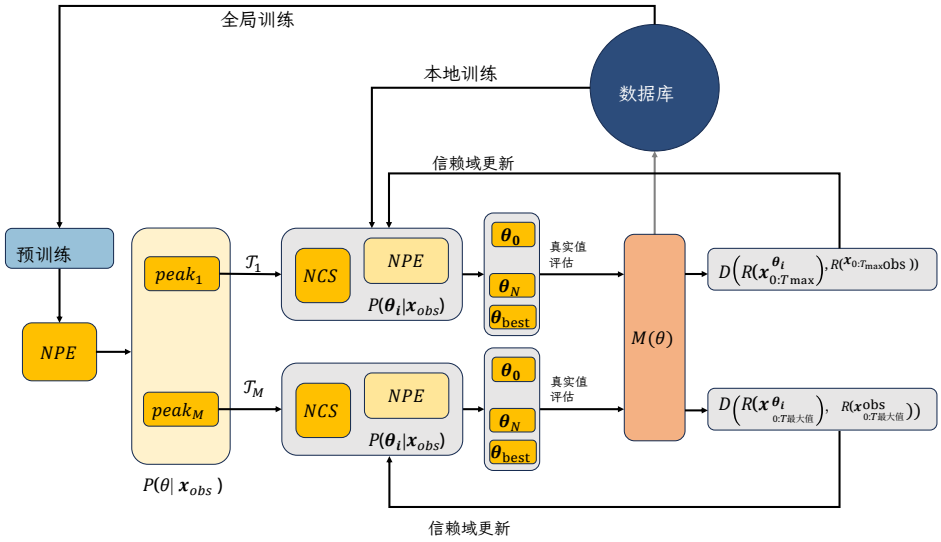


图 1 所提出的 ANTR 框架总体结构

其中 $\boldsymbol{x}_{\text{obs}}$ 表示观测时间序列。在本研究中，我们采用自动后验变换（APT） [26] 作为核心摊销后验密度估计器。APT 属于基于模拟的推断（SBI）中神经后验估计（NPE）方法这一类，可视为传统 NPE 方法的扩展。

APT 支持集成定制的嵌入网络以进行特征提取，并可与灵活的神经密度估计器结合使用，例如混合密度网络（MDN）或归一化流。这些组件可以端到端地联合训练，从而提升灵活性和泛化能力。因此，APT 尤其适用于应对本研究中的挑战，包括高昂的评估成本以及处理可变长度时间序列。

为解决金融市场校准任务中序列长度可变的问题，我们采用以下策略。首先，将所有模拟输出序列补零至最大长度 $T_{\max}$。由于基于 ABM 生成的数据通常不会在其数值分布中包含零，因此补齐部分可视为无信息符号，不会干扰特征提取。其次，我们使用卷积神经网络（CNN）将补齐后的序列编码为固定维度的表示 $\boldsymbol{z}$。与循环神经网络或 Transformer 相比，CNN 计算速度更快，同时已能提供令人满意的性能，因此无需采用更复杂的嵌入架构进行特征提取。最后，将嵌入 $\boldsymbol{z}$ 作为条件输入馈送至 APT 框架中的神经密度估计模块，从而以端到端的方式学习后验分布 $p(\boldsymbol{\theta} \mid \boldsymbol{z})$。

3.3 候选生成

该模块的主要目标是利用上文介绍的局部代理模型，高效生成候选解，以供后续进行高保真评估。在该模块中，采用负相关搜索（NCS）作为搜索机制，以平衡解的质量与多样性。NCS 是一种搜索策略，最初由 Tang 等人在进化算法领域提出 [28]。其核心思想是明确鼓励多个并行随机局部搜索（RLS）之间保持多样性，使不同的搜索轨迹相互补充，共同增强对解空间的探索。

NCS 维护 N 个并行的 RLS 进程，每个进程都可以视为一个概率分布 $p_i(\boldsymbol{\theta})$。每次迭代中，都会从这些分布中采样得到新的候选项 $\boldsymbol{\theta}_i'$，并根据其代理预测目标值$f(\boldsymbol{\theta}_i')$以及与其他搜索者之间的行为差异进行评估。后者通过巴氏距离量化：

$$D_B(p_i, p_j) = \frac{1}{8}(\boldsymbol{\theta}_i - \boldsymbol{\theta}_j)^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\boldsymbol{\theta}_i - \boldsymbol{\theta}_j) + \frac{1}{2}\ln\left(\frac{\det \boldsymbol{\Sigma}}{\sqrt{\det \boldsymbol{\Sigma}_i \det \boldsymbol{\Sigma}_j}}\right), \tag{3}$$

其中 $\boldsymbol{\Sigma} = \frac{1}{2}(\boldsymbol{\Sigma}_i + \boldsymbol{\Sigma}_j)$。采用高斯变异作为搜索算子时，该闭式表达式成立。

为平衡解的质量（目标值）与行为多样性，NCS 采用以下替换规则。每次迭代中，对于每个 RLS，若

$$\frac{f(\boldsymbol{\theta}_i)}{\mathrm{Corr}(p_i')} < \lambda, \tag{4}$$

候选项 $\boldsymbol{\theta}_i'$ 将替换当前解 $\boldsymbol{\theta}_i$，其中 $\mathrm{Corr}(p_i') = \min_{j \neq i} D_B(p_i', p_j)$ 表示新搜索行为与所有其他行为之间的最小距离，而 λ 是用于控制探索与利用之间权衡的超参数。

与传统的多样性保持机制（如共享函数或拥挤距离）相比，NCS 促进负相关搜索行为，而不只是维持解之间的距离。即使采用相同的算子，NCS 也能鼓励不同的 RLS进程探索搜索空间中的不同区域，从而保持全面探索，并在非凸优化问题中表现出色。

在 ANTR 框架中，每个局部信赖域都采用 NCS，在 APT 代理模型的引导下生成多样化的候选解。即使某个区域中的代理后验趋向于单峰性，NCS 仍通过保持负相关的搜索行为，确保对参数空间进行广泛覆盖。如图 2所示，这种设计使 ANTR 获得的候选项不仅在适应度方面具有竞争力，而且在分布上也具有多样性，从而帮助代理模型逐步修正其偏差，并降低早熟收敛的风险。

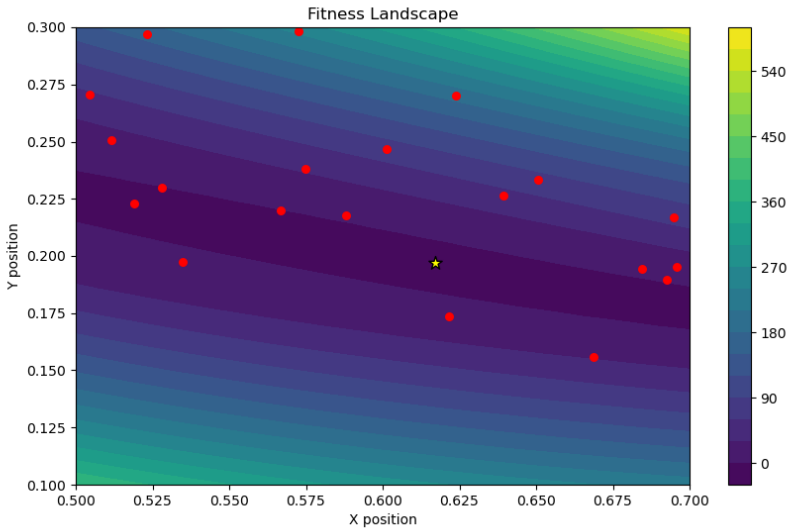


图2 负相关搜索（NCS）框架示意图。该算法维护 N 个并行 RLS 进程，每个进程都可视为一个概率分布 $p_i(\boldsymbol{\theta})$。

3.4 信赖域自适应

为应对优化空间的异质结构和多峰性，本研究采用了受 TuRBO 算法启发的信赖域（TR）机制 [40]。不同于传统的贝叶斯优化通常依赖单一全局代理模型，并且在高维和多峰环境中容易收敛到局部最优解，信赖域方法通过维护多个局部区域，同时提升探索能力和适应性。

具体而言，算法在每次迭代中维护 M $\{\mathcal{T}_1, \ldots, \mathcal{T}_M\}$个并行信赖域，每个信赖域都表示为参数空间中的一个超矩形，并配有各自的局部代理模型。在第一次迭代中，所有信赖域都使用全局 APT 代理模型进行评估。在后续迭代中，每个信赖域都会独立地使用历史数据 $\mathcal{D}$ 训练其局部代理模型，且数据仅限于落入该信赖域的样本。

为动态平衡探索与利用，每个信赖域的大小都会根据其近期表现进行自适应调整。如果某个区域连续三次迭代取得改进（即新评估的解优于迄今找到的最佳解），则将其大小加倍，以鼓励更广泛的探索。反之，如果某个区域连续失败的次数超过容差阈值 fail_{tol}，则将其大小减半，以强调局部细化。阈值定义为

$$\text{fail}_{\text{tol}} = \left\lceil \max\left(\frac{4}{N}, \frac{d}{N}\right) \right\rceil, \tag{5}$$

其中， N 为种群规模， d 为参数空间的维数。

通过这一自适应机制，优化过程会将计算资源集中于有望取得良好结果的区域，同时缩小或舍弃无效区域，从而提高评估效率并加快收敛。

4 实验与分析

4.1 实验目标

为评估所提出的 ANTR 框架的有效性，我们围绕两个主要目标设计了实验研究。首先，我们将其与具有代表性的进化算法和代理辅助进化算法进行对比实验，特别关注以均方误差（MSE）和参数估计误差衡量的校准精度。其次，我们考察了所提出模块之间的内部兼容性，并评估 ANTR 应用于具有不同特征的数据集时的鲁棒性，例如模型结构和时间序列长度各不相同的数据集。

4.2 实验设置

本节介绍校准过程所采用的实验设置，以及用于评估所提出 ANTR 框架性能的实验设置。

4.2.1 仿真模型

我们选取了两种广泛使用的非线性基于主体的模型作为仿真模型：

***Brock–Hommes*异质预期模型（*BH*模型）**

BH 模型已广泛应用于金融市场建模和行为经济学，因为它刻画了异质交易策略与预期如何共同驱动资产价格动态。该模型尤其擅长再现价格波动、投机行为和非线性市场动态等典型金融现象。

该模型可形式化为以下耦合动力系统：

$$x_{t+1} = \frac{1}{1+r}\left[\sum_{h=1}^{H} n_{h,t+1}(g_h x_t + b_h) + \epsilon_{t+1}\right], \tag{6}$$

其中， x_t 表示资产价格， g_h 和 b_h 是h类交易者的线性预测参数， $\epsilon_{t+1} \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$ 为高斯噪声项， r为无风险利率，且 $R = 1 + r$。

时刻 $t+1$ 类型为 h 的交易者占比由 logit响应函数决定：

$$n_{h,t+1} = \frac{\exp\left(\beta U_{h,t}\right)}{\sum_{l=1}^{H} \exp\left(\beta U_{l,t}\right)}, \tag{7}$$

其中， β 是选择强度参数，用于控制交易者对效用差异的敏感度；$U_{h,t}$ 表示类型为 h 的交易者基于历史绩效的效用，定义为

$$U_{h,t} = (x_t - Rx_{t-1})(g_h x_{t-2} + b_h - Rx_{t-1}). \tag{8}$$

通过对多种预测策略进行非线性聚合，该模型能够生成丰富的价格动态。即使在简单的参数设置下，它也能够产生复杂的非线性行为，例如周期性波动、投机泡沫以及随后的崩盘。在第4.3.1节所呈现的实验研究中，校准任务定义如下。当问题维度为 2 时，校准后的参数向量为

$$\boldsymbol{\theta} = [g_2, b_2], \quad g_2, b_2 \in [0, 1].$$

当维度为 4 时，校准后的参数向量变为

$$\boldsymbol{\theta} = [g_2, b_2, g_3, b_3], \quad g_2, b_2, g_3 \in [0, 1],\ b_3 \in [-1, 1].$$

***Preis-Golke-Paul-Schneider*模型（*PGPS*）**

该$PGPS$ 模型是一个具有代表性的限价订单簿（LOB）动态基于主体的模型。它在流动性提供者和流动性接受者的驱动下生成逼真的市场微观结构模式，同时通过随机均值回归机制控制方向性订单流不平衡。该模型通过两类主体之间的交互来刻画市场动态，即 125 个流动性提供者和 125 个流动性接受者。所有主体共享一组待校准的六个超参数， $\boldsymbol{\omega} = [\lambda_0, C_\lambda, \alpha, \mu, \Delta s, \delta]$，其含义及相应的参数范围列于表1中。

在每个时间步 t，流动性提供者以概率α提交一笔限价订单，订单数量固定为一个单位。订单以相同概率（0.5）放在买方一侧或卖方一侧。每位流动性获取者以概率 μ提交一笔市价订单，订单数量同样为一个单位。市价订单分别以概率 $q_{\text{taker}}(t)$ 和 $1 - q_{\text{taker}}(t)$ 放在买方一侧或卖方一侧。

变量 $q_{\text{taker}}(t)$ 遵循以 0.5 为中心的均值回复随机游走。均值回归概率为 $0.5 + |q_{\text{taker}}(t) - 0.5|$，向均值移动的步长为 $\pm\Delta s$。此外，流动性获取者以概率 δ 撤销其未执行限价订单。

令 $p_a(t)$ 和 $p_b(t)$ 分别表示时间 t 的最佳卖价和买价。市价订单按限价订单簿（LOB）相对一侧的最佳可用价格执行。限价订单的价格由 $p = p_s(t) + \lambda(t) \log(u) + s$，其中$u \sim U(0, 1)$ 确定。对于卖单， $p_s(t) = p_a(t)$ 和 $s = 1$；对于买单， $p_s(t) = p_b(t)$ 和$s = -1$。

时变挂单深度参数 $\lambda(t)$ 定义为

$$\lambda(t) = \lambda_0 \left(1 + \frac{|q_{\mathrm{taker}}(t) - \frac{1}{2}|}{\langle q_{\mathrm{taker}}(t) - \frac{1}{2} \rangle_{C_\lambda}^2} \right), \tag{9}$$

其中 $\langle q_{\mathrm{taker}}(t) - \frac{1}{2} \rangle^2$ 是预计算归一化常数。在模拟之前，通过 10^5 蒙特卡罗迭代估算该值，以确保标准差收敛至可靠水平。

表 1 用于生成合成数据的参数随机采样范围。

参数	范围	备注
λ_0	$[1,\ 200]$	控制限价订单基础强度。
C_λ	$[1,\ 20]$	调整限价订单强度。
α	$[0.05,\ 0.10]$	流动性提供者提交限价订单的概率。
μ	$[0.10,\ 0.50]$	流动性获取者提交市价订单的概率。
Δs	$[0.05,\ 0.10]$	$q_{\mathrm{taker}}(t)$的均值回复随机游走步长。
δ	$[0.05,\ 0.10]$	流动性获取者取消未执行订单的概率。

4.2.2 训练数据生成与嵌入网络架构

为了在Brock和Hommes异质预期模型上训练全局代理模型，我们为参数维度 $d = 2$ 和 $d = 4$构建了训练数据集，其中每个参数的取值范围为 $[0, 1]$。为确保校准不同长度时间序列时的鲁棒性，我们考虑了长度从50到1000、步长为10的时间序列。对于每种时间序列长度，我们采用拉丁超立方采样，在参数域内生成200个参数向量，共得到19,200个训练样本。

对于PGPS模型，我们同样采用拉丁超立方采样生成了总计20,000个参数向量。针对每个参数向量，模拟了六条长度为 $\{600, 1200, 1800, 2400, 3000, 3600\}$ 的时间序列，从而得到包含120,000个参数—时间序列对的数据集。

为处理异质序列长度，所有模拟时间序列均通过零填充扩展至统一的最大时域 $T_{\max}$ 。训练期间，填充区域会在损失计算中被屏蔽，因此不会影响梯度更新或参数学习。

为嵌入时间序列数据，我们采用全连接神经网络作为特征提取模块。对于 Brock 和 Hommes 异质预期模型，我们使用四层全连接网络，将填充后的长度为 1000 的时间序列映射到 16 维特征空间。对于 PGPS 模型，我们采用由五个全连接层组成的更深网络架构，将填充后的长度为 3600 的时间序列映射到 64 维特征空间。所有网络层均统一采用 ReLU 激活函数。

4.2.3 评估指标

为定量评估校准算法的性能，我们采用了以下评估指标:

1) 均方误差（MSE）：该指标用于量化模拟时间序列 $\hat{\boldsymbol{x}} = [\hat{x}_1, \hat{x}_2, ..., \hat{x}_T]$ 与真实数据 $\boldsymbol{x}^* = [x_1^*, x_2^*, \ldots, x_T^*]$之间的差异，定义如下:

$$\mathrm{MSE} = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}(x_t^* - \hat{x}_t)^2, \tag{10}$$

其中， T 表示时间序列的长度。

2) 参数估计误差（欧几里得距离）：该指标通过测量估计参数向量 $\boldsymbol{\theta} = [\theta_1, \ldots, \theta_d]$ 与真实参数向量$\boldsymbol{\theta}^* = [\theta_1^*, \ldots, \theta_d^*]$之间的欧几里得距离，评估参数估计的准确性。其计算方式如下:

$$d(\hat{\boldsymbol{\theta}}, \boldsymbol{\theta}^*) = \sqrt{\sum_{i=1}^{d}(\hat{\theta}_i - \theta_i^*)^2}, \tag{11}$$

其中， d表示参数向量的维度。

3) 校准成功率：给定阈值 ε，如果估计参数向量与真实参数向量之间的欧几里得距离满足以下标准，则认为一次校准运行成功:

$$d(\hat{\boldsymbol{\theta}}, \boldsymbol{\theta}^*) \leq \varepsilon = r \times \sqrt{d}, \tag{12}$$

其中， d 为参数向量的维度， r 为容差缩放因子。该判据将可接受解限制在归一化参数空间中半径为 $r\sqrt{d}$ 的超球体内。成功率定义为所有独立试验中成功运行的比例:

$$\text{Success Rate} = \frac{\text{Number of Successful Runs}}{\text{Total Number of Runs}} \times 100\%. \tag{13}$$

4.2.4 计算环境

所有实验均在一台 Linux 服务器上进行，该服务器配备两颗 Intel Xeon Platinum 8358 CPU（2.60 GHz），总计提供 64 个物理核心和 128 个逻辑线程，并采用双路 NUMA 架构。

4.3 实验结果

4.3.1 Brock和Hommes异质预期模型实验

在本小节中，我们通过对比实验评估了所提出的 ANTR 方法的优化性能和收敛行为。基线算法包括 NCS、TuRBO 和 CAL-SAPSO。实验基于 Brock和Hommes异质预期模型开展，校准目标由 10 个参数向量组成，时间序列长度设为 $T = 900$。对于参数维度为 $d = 2$的问题，真实评估的最大次数限制为 900；对于 $d = 4$，该上限为 1800。每种方法均独立运行 10 次，并记录均方误差（MSE）以及估计参数向量与真实参数向量之间的欧几里得距离。若欧几里得距离小于或等于阈值 $\varepsilon = 0.1 \times \sqrt{d}$，则认为本次校准成功。详细结果见表 2、3和 5，并如图 3所示。

–

如表2所示，与基线算法相比，ANTR在大多数参数设置下始终取得了更高的校准精度。具体而言，ANTR在10个问题中的6个问题上实现了最低均方误差，而TuRBO在2个问题上表现最佳，CAL-SAPSO则在1个问题上表现最佳。当参数维度增加到 $d = 4$时，ANTR仍保持竞争力并取得稳定结果，而NCS和CAL-SAPSO则经常出现较大方差，甚至发生收敛失败。Wilcoxon符号秩检验进一步表明，ANTR显著优于NCS和CAL-SAPSO，胜–平–负次数分别为8–0–2和8–0–2；与TuRBO相比，ANTR的表现相当（6–0–4）。Friedman检验也凸显了ANTR的优势，其平均排名为1.8，与所有算法并列最佳。

尽管正如第 1 节所强调的那样，就均方误差而言的改进并不总是具有统计显著性，但研究人员更关注的是估计参数是否更接近真实值。如表 3 所示，Wilcoxon检验结果显示出的改进比基于均方误差的结果更加明显，Friedman排名也从1.8提升至1.2。此外，表 5 显示，在10个问题中的6个问题上，ANTR实现了100%的校准成功率；就成功率而言，在10个问题中的9个问题上优于所有基线方法。

表 5 进一步量化了ANTR的评估效率，报告了在Brock–Hommes问题上，ANTR达到或超过基线算法所取得的最佳性能所需的评估预算百分比。总体而言，在大多数实例中，ANTR仅需总评估预算中极小的一部分即可达到基线最优值；在许多情况下，它还能立即（0%）取得与基线方法相当或更优的性能。综合来看，这些结果凸显了ANTR在严格受限的评估预算下实现高质量参数校准时所具备的出色样本效率。

综合来看，这些发现表明，与传统的 SAEAs 相比，ANTR 能够提供更准确的参数级校准，并实现更快的收敛。值得注意的是，传统 SAEAs 无法在序列长度各不相同的数据集上进行预训练，

Table 2 Comparison of MSE results on the Brock–Hommes problems. Values are reported as mean ± standard deviation, and the best results are highlighted in bold.

Parameter	**ANTR**	**NCS**	**TuRBO**	**CAL-SAPSO**
(0.169, 0.335)	**4.25e-02 ± 8.73e-03**	7.06e-02 ± 7.40e-03	6.64e-02 ± 7.59e-03	1.01e-01 ± 1.77e-03
(0.180, 0.167)	**1.59e-06 ± 2.01e-06**	1.02e-03 ± 9.33e-04	5.22e-05 ± 4.68e-05	4.95e-03 ± 8.67e-19
(0.352, 0.158)	**8.09e-04 ± 1.85e-03**	1.29e-02 ± 3.55e-03	1.35e-02 ± 5.11e-03	2.28e-02 ± 1.03e-03
(0.988, 0.079)	**2.32e-07 ± 2.85e-07**	7.14e-03 ± 9.18e-04	7.12e-04 ± 6.54e-04	1.24e-03 ± 1.40e-03
(0.990, 0.565)	1.56e+03 ± 1.80e+03	1.42e+05 ± 1.82e+05	4.27e+01 ± 5.08e+01	**4.91e-01 ± 5.59e-02**
(0.379, 0.427, 0.812, -0.180)	1.33e-01 ± 2.51e-03	1.37e-01 ± 2.42e-03	**1.30e-01 ± 2.39e-03**	1.33e-01 ± 4.51e-03
(0.6, 0.2, 0.7, -0.2)	**3.48e-02 ± 9.20e-03**	5.82e-02 ± 3.34e-05	5.02e-02 ± 1.33e-03	5.86e-02 ± 1.18e-04
(0.604, 0.039, 0.270, -0.604)	1.89e-01 ± 6.14e-04	1.06e-01 ± 2.97e-02	**3.94e-03 ± 2.20e-03**	2.23e-01 ± 0.00e+00
(0.739, 0.682, 0.739, -0.122)	4.97e-01 ± 5.42e-02	3.21e-01 ± 1.28e-01	**5.73e-02 ± 3.47e-02**	8.83e-01 ± 1.80e-01
(0.945, 0.502, 0.268, -0.006)	**1.56e-01 ± 7.52e-03**	4.14e+00 ± 4.25e-01	1.61e+00 ± 1.17e+00	7.47e+00 ± 1.28e+00
Friedman-test	1.8	3.0	1.8	3.4
Wilcoxon-test	–	8-0-2	6-0-4	8-0-2

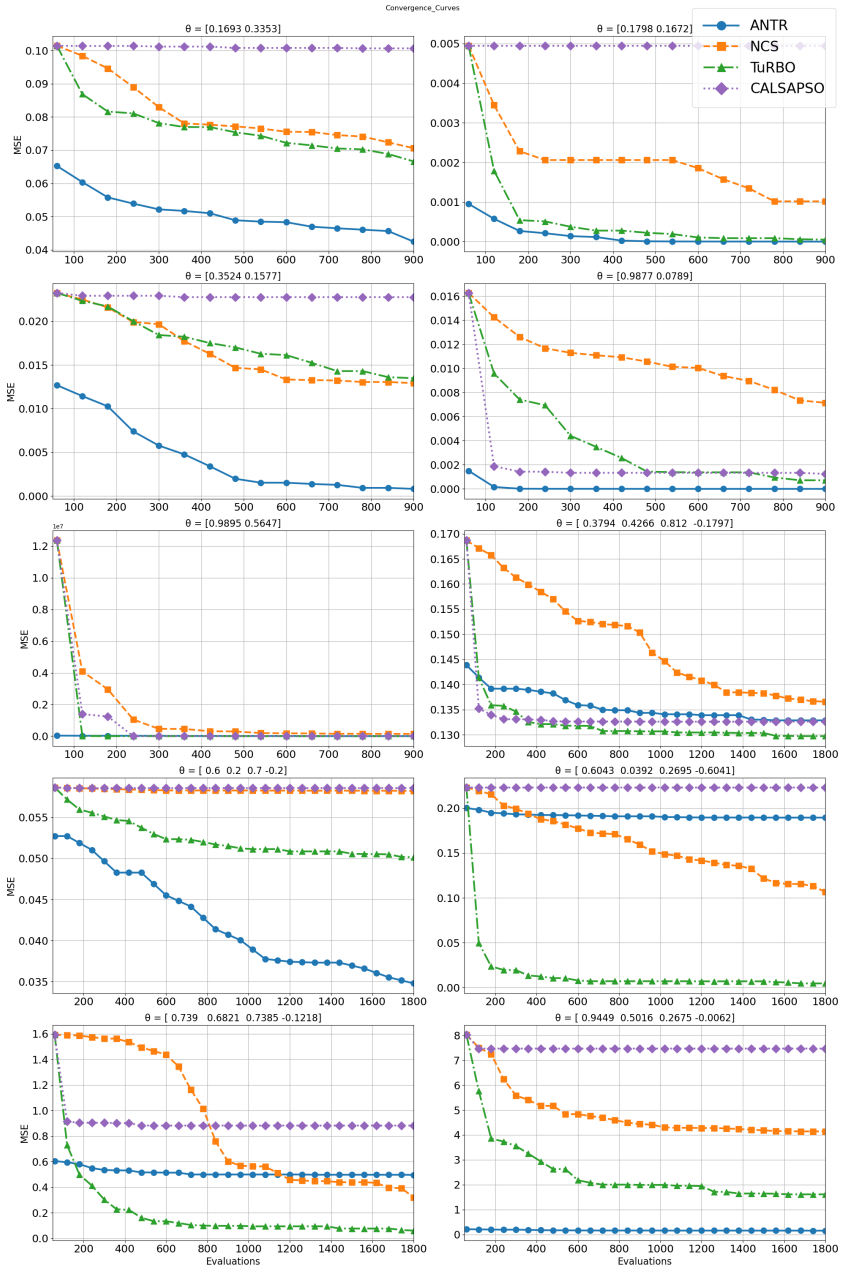


图 3 ANTR、NCS、TuRBO 和 CAL-SAPSO 在 Brock 和 Hommes 异质预期模型上的均方误差收敛曲线比较。

Table 3 Comparison of parameter estimation errors (mean ± standard deviation) on the Brock–Hommes problems. The best results are highlighted in bold.

Parameter	**ANTR**	**NCS**	**TuRBO**	**CAL-SAPSO**
(0.169, 0.335)	**1.26e-02 ± 2.21e-02**	7.30e-02 ± 4.23e-02	1.20e-01 ± 4.71e-02	2.41e-01 ± 3.75e-02
(0.180, 0.167)	**4.55e-04 ± 3.18e-04**	1.33e-02 ± 1.01e-02	3.22e-03 ± 2.26e-03	2.63e-02 ± 0.00e+00
(0.352, 0.158)	**5.41e-04 ± 3.89e-04**	3.02e-02 ± 4.72e-02	2.71e-02 ± 2.09e-02	7.56e-02 ± 2.63e-02
(0.988, 0.079)	**3.29e-04 ± 2.58e-04**	1.45e-01 ± 5.73e-02	2.95e-02 ± 2.57e-02	2.09e-02 ± 1.56e-02
(0.990, 0.565)	**4.85e-02 ± 5.00e-02**	2.66e-01 ± 4.34e-02	2.67e-01 ± 1.20e-01	1.79e-01 ± 6.16e-03
(0.379, 0.427, 0.812, -0.180)	**1.64e-01 ± 4.43e-02**	5.72e-01 ± 1.12e-01	5.99e-01 ± 1.80e-01	8.07e-01 ± 0.00e+00
(0.6, 0.2, 0.7, -0.2)	**9.05e-02 ± 1.22e-01**	2.70e-01 ± 8.70e-03	3.80e-01 ± 4.81e-02	6.38e-01 ± 1.47e-01
(0.604, 0.039, 0.270, -0.604)	3.98e-01 ± 9.17e-02	4.65e-01 ± 1.08e-01	**1.17e-01 ± 7.13e-02**	3.99e-01 ± 5.55e-17
(0.739, 0.682, 0.739, -0.122)	**9.94e-02 ± 2.92e-02**	1.45e-01 ± 3.84e-02	**8.61e-02 ± 3.94e-02**	1.06e+00 ± 1.28e-01
(0.945, 0.502, 0.268, -0.006)	**2.26e-01 ± 1.08e-01**	5.58e-01 ± 2.19e-01	4.64e-01 ± 1.58e-01	7.29e-01 ± 1.41e-01
Friedman-test	1.2	2.9	2.5	3.4
Wilcoxon-test	–	10-0-0	8-0-2	10-0-0

表 4 Brock–Hommes问题上的参数校准成功率。如果估计参数与真实参数之间的欧几里得距离小于 $\varepsilon = 0.1 \times \sqrt{d}$，则认为此次运行成功。

参数	ANTR	NCS	TuRBO	CAL-SAPSO
(0.169, 0.335)	**10**	9	5	0
(0.180, 0.167)	**10**	**10**	**10**	**10**
(0.352, 0.158)	**10**	9	**10**	**10**
(0.988, 0.079)	**10**	3	**10**	**10**
(0.990, 0.565)	**10**	0	1	0
(0.379, 0.427, 0.812, -0.180)	9	0	0	0
(0.6, 0.2, 0.7, -0.2)	8	0	0	0
(0.604, 0.039, 0.270, -0.604)	0	0	**6**	0
(0.739, 0.682, 0.739, -0.122)	**10**	4	**10**	0
(0.945, 0.502, 0.268, -0.006)	4	0	0	0

表 5 ANTR 达到或超过基线算法在 BH 模型上取得的最佳性能所需的评估预算百分比（数值以 % 表示）。 >100% 表示在完整预算内未能达到基线最优值。

参数	NCS	TuRBO	CAL-SAPSO
(0.169, 0.335)	0	0	0
(0.180, 0.167)	0	40	0
(0.352, 0.158)	0	0	0
(0.988, 0.079)	0	6.7	60
(0.990, 0.565)	0	>100	6.7
(0.379, 0.427, 0.812, -0.180)	30	>100	>100
(0.6, 0.2, 0.7, -0.2)	0	13.3	0
(0.604, 0.039, 0.270, -0.604)	>100	>100	0
(0.739, 0.682, 0.739, -0.122)	>100	>100	0
(0.945, 0.502, 0.268, -0.006)	0	0	0

这往往会导致初始化效果较差。相比之下，ANTR 能够提供高质量的初始估计值，因此只需较少的迭代即可达到相当的校准精度。此外，ANTR 天然支持并行计算，从而进一步缩短了总体校准时间。Brock–Hommes 问题上的这些结果证实了 ANTR 的有效性。接下来，我们将评估扩展到 PGPS 模型。该模型是一个仿真特性更复杂、计算开销更大的基于主体的模型（ABM），可用于评估 ANTR 在更贴近现实的情境中的可扩展性。

4.3.2 PGPS模型实验

尽管针对Brock和Hommes异质预期模型的实验表明，ANTR能够在相对低维的设定下处理非线性动力学和异质预期，但该模型并未充分体现

基于主体的模型仿真所固有的高计算成本。为进一步验证ANTR的可扩展性和实用性，我们接下来考察了PGPS模型，该模型是一种计算成本高昂的基于主体的模型。因此，从Brock和Hommes异质预期模型转向PGPS模型，使我们能够逐步评估ANTR：从简化的非线性经济动力学，推进到更贴近现实且计算成本更高的基于主体的金融市场仿真。

在本研究中，我们将框架应用于多智能体交易环境（MAXE） [31], 。该基于智能体的市场模拟器由牛津大学开发，并依据 MIT许可证发布。

为评估校准性能，我们随机选取了十个真实参数向量，记为 $\boldsymbol{\theta}_1$–$\boldsymbol{\theta}_{10}$，其详细数值见表 6。

表 6 使用 PGPS模型生成 10 个合成数据集的参数设置（四舍五入至小数点后三位）。

参数	λ_0	C_λ	α	μ	Δ_S	δ
$\boldsymbol{\theta}_1$	104.901	9.609	0.085	0.185	0.091	0.085
$\boldsymbol{\theta}_2$	126.109	19.007	0.059	0.452	0.083	0.075
$\boldsymbol{\theta}_3$	138.597	17.903	0.096	0.303	0.099	0.075
$\boldsymbol{\theta}_4$	143.404	7.148	0.099	0.404	0.098	0.072
$\boldsymbol{\theta}_5$	156.436	8.167	0.083	0.137	0.079	0.061
$\boldsymbol{\theta}_6$	166.124	16.743	0.079	0.221	0.071	0.063
$\boldsymbol{\theta}_7$	187.615	14.689	0.072	0.442	0.060	0.051
$\boldsymbol{\theta}_8$	28.168	17.598	0.094	0.198	0.065	0.055
$\boldsymbol{\theta}_9$	42.634	15.973	0.069	0.376	0.080	0.095
$\boldsymbol{\theta}_{10}$	91.326	12.336	0.098	0.186	0.055	0.096

与第 4.3.1 节中的实验类似，我们通过均方误差（MSE）、校准参数与真实参数之间的欧几里得距离，以及成功校准次数，评估了不同算法在 PGPS模型上的校准性能。由于 PGPS 的复杂度较高，所有算法的校准参数与真实参数之间都存在一定偏差。因此，我们将成功阈值放宽至 $\varepsilon = 0.3 \times \sqrt{d}$，其中 d 表示参数维度。

结果显示，仅在一个问题上，ANTR 的均方误差（MSE）略逊于 TuRBO；然而，在这项任务中，ANTR 校准得到的参数实际上比 TuRBO 得到的参数更接近真实值。对比均方误差和参数级结果可知，尽管 ANTR 的均方误差没有比基线方法低一个数量级，但其校准得到的参数明显更接近真实值。这表明，与传统的代理辅助进化算法（SAEAs）相比，ANTR 能够实现显著更优的参数级校准。

表5进一步量化了 ANTR 的评估效率，报告了 ANTR 达到或超越 Brock–Hommes问题上基线算法最佳表现所需的评估预算比例。总体而言，在大多数实例中，ANTR 仅用极少一部分

总评估预算便达到了基线最优值；在许多情况下，ANTR 一开始（0%）就取得了与基线方法相当或更好的表现。综合来看，这些结果凸显了 ANTR 在评估预算严格受限的情况下实现高质量参数校准时所具有的强大样本效率。

与 Brock–Hommes 问题相比，ANTR 在更复杂的 PGPS模型上仍保持了较高的样本效率，如表 10所示。在大多数实例中，仅使用总评估预算的一小部分，便达到了或超过了基线最优值。

4.3.3 NCS模块的有效性

为评估 NCS模块的有效性，我们开展了一项消融研究，旨在评估该模块在增强探索能力和防止过早收敛到局部最优解方面的作用。我们选用 Brock 和 Hommes 异质预期模型作为校准基准。针对 10 种不同的参数配置，我们分别进行了 10 次独立的校准运行。我们记录了 ANTR算法（使用 NCS）和 ATR算法（不使用 NCS）得到的校准结果，并计算估计参数向量 $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ 与真实参数向量 $\boldsymbol{\theta}^*$ 之间的欧几里得距离。成功阈值设为$\varepsilon = 0.05 \times \sqrt{d}$。

–

如表11所示，在大多数测试问题中，ANTR 的欧几里得距离始终小于 ATR。值得注意的是，ANTR 在 10 个案例中的 8 个达到了 100% 的成功率（即距离低于 ε），而 ATR 则经常无法在规定的容差范围内收敛。为进一步考察这些差异是否具有统计显著性，我们采用了双侧 Wilcoxon 符号秩检验和 Friedman检验。两种检验均在 p ¡ 0.05 的水平上拒绝了零假设。Friedman检验表明，ANTR（平均排名 $= 1.1$）的表现显著优于 ATR（平均排名 $= 1.9$）。此外，Wilcoxon检验显示，ANTR 在 8 个问题中胜过 ATR，在 2 个问题中与其持平，且从未表现更差，这证实了改进具有鲁棒性。这些发现清楚地表明，NCS模块显著增强了算法的探索能力，有效防止了早熟收敛，并提高了校准可靠性。因此，纳入 NCS 对于避免校准结果陷入局部最优解至关重要。

4.3.4 不同序列长度下的兼容性

如第 3.2 节所述，ANTR 采用零填充，将所有模拟输出序列扩展至最大时域 $T_{\max}$，从而能够对具有异质序列长度的数据进行批量校准。在本小节中，我们探究这一预处理步骤是否会对初始化或最终校准结果造成偏差。为此，我们在 $\boldsymbol{\theta} = [0.352, 0.158]$ 上使用数据长度 $\{100, 300, 500, 700, 900\}$进行了实验。如表 12 所示，Wilcoxon符号秩检验表明，无论是初始参数估计值还是最终校准结果，不同序列长度之间均无统计学显著差异。这些结果证实，ANTR 对不同序列长度具有良好的鲁棒性，且零填充策略不会损害校准精度。

Table 7 Comparison of calibration performance on the PGPS model. Values are reported as mean ± standard deviation, and the best results are highlighted in bold.

Parameters	**ANTR**	**NCS**	**TuRBO**	**CAL-SAPSO**
$\boldsymbol{\theta}_1$	**3.97e+04 ± 1.39e+03**	4.50e+04 ± 2.24e+03	4.19e+04 ± 1.48e+03	4.12e+04 ± 3.67e+03
$\boldsymbol{\theta}_2$	**4.38e+03 ± 6.80e+02**	4.55e+03 ± 2.19e+02	4.49e+03 ± 1.35e+02	4.83e+03 ± 3.31e+02
$\boldsymbol{\theta}_3$	**5.04e+04 ± 5.75e+03**	6.81e+04 ± 8.64e+03	6.25e+04 ± 1.50e+04	1.07e+05 ± 3.78e+04
$\boldsymbol{\theta}_4$	**3.47e+03 ± 1.67e+02**	3.91e+03 ± 2.02e+02	3.85e+03 ± 1.35e+02	3.97e+03 ± 1.96e+02
$\boldsymbol{\theta}_5$	**1.58e+05 ± 2.99e+04**	1.70e+05 ± 1.93e+04	1.60e+05 ± 1.49e+04	1.88e+05 ± 2.30e+04
$\boldsymbol{\theta}_6$	**3.68e+04 ± 2.84e+03**	3.70e+04 ± 4.46e+02	3.71e+04 ± 9.38e+02	3.73e+04 ± 1.21e+03
$\boldsymbol{\theta}_7$	**2.47e+03 ± 2.10e+02**	2.54e+03 ± 1.39e+02	2.56e+03 ± 2.47e+02	2.80e+03 ± 3.49e+02
$\boldsymbol{\theta}_8$	**1.24e+03 ± 6.55e+01**	1.40e+03 ± 5.92e+01	1.30e+03 ± 7.09e+01	1.36e+03 ± 1.19e+01
$\boldsymbol{\theta}_9$	9.87e+02 ± 9.82e+01	1.06e+03 ± 5.88e+01	**9.76e+02 ± 1.00e+02**	1.01e+03 ± 3.70e+01
$\boldsymbol{\theta}_{10}$	**5.66e+03 ± 1.98e+02**	6.24e+03 ± 8.73e+01	5.90e+03 ± 2.41e+02	5.99e+03 ± 1.93e+02
Friedman-test	1.1	3.2	2.2	3.5
Wilcoxon-test	–	7-3-0	7-3-0	7-3-0

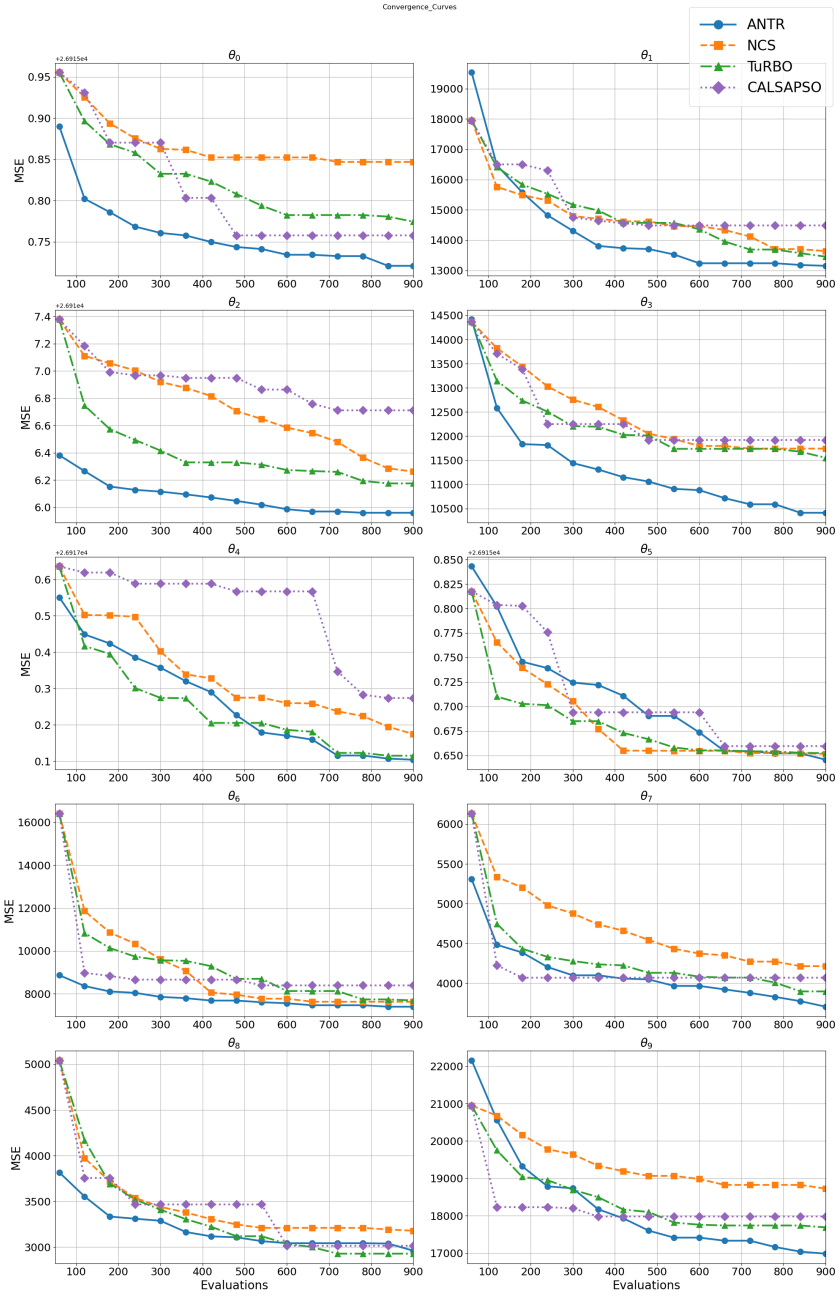


图 4 ANTR、NCS、TuRBO 和 CAL-SAPSO 在 MAXE 模型上的均方误差收敛曲线对比。

Table 8 Comparison of parameter estimation errors (mean ± standard deviation) on the PGPS model. The best results are highlighted in bold.

Parameters	**ANTR**	**NCS**	**TuRBO**	**CAL-SAPSO**
$\boldsymbol{\theta}_1$	**5.62e-01 ± 7.27e-02**	9.35e-01 ± 1.72e-01	7.16e-01 ± 1.82e-01	7.72e-01 ± 2.10e-01
$\boldsymbol{\theta}_2$	**4.14e-01 ± 1.36e-01**	9.48e-01 ± 1.34e-01	1.13e+00 ± 1.39e-01	1.18e+00 ± 1.38e-01
$\boldsymbol{\theta}_3$	**4.50e-01 ± 7.71e-02**	6.67e-01 ± 4.32e-01	1.00e+00 ± 1.14e-01	8.54e-01 ± 3.45e-01
$\boldsymbol{\theta}_4$	**3.58e-01 ± 5.08e-02**	6.72e-01 ± 3.50e-01	7.88e-01 ± 1.06e-01	7.05e-01 ± 1.91e-01
$\boldsymbol{\theta}_5$	**3.26e-01 ± 1.20e-01**	7.29e-01 ± 1.92e-01	6.39e-01 ± 1.42e-01	8.03e-01 ± 1.80e-01
$\boldsymbol{\theta}_6$	**2.99e-01 ± 6.64e-02**	8.81e-01 ± 5.08e-02	8.13e-01 ± 8.46e-02	1.09e+00 ± 1.48e-01
$\boldsymbol{\theta}_7$	**6.87e-01 ± 1.10e-01**	1.31e+00 ± 1.92e-01	1.08e+00 ± 1.56e-01	7.82e-01 ± 1.73e-01
$\boldsymbol{\theta}_8$	**3.31e-01 ± 6.84e-02**	9.03e-01 ± 2.67e-01	8.84e-01 ± 3.13e-01	1.16e+00 ± 1.86e-01
$\boldsymbol{\theta}_9$	**6.43e-01 ± 1.21e-01**	9.32e-01 ± 1.63e-01	1.04e+00 ± 1.59e-01	1.30e+00 ± 3.41e-02
$\boldsymbol{\theta}_{10}$	**7.48e-01 ± 1.18e-01**	9.82e-01 ± 2.72e-01	9.09e-01 ± 1.79e-01	1.00e+00 ± 8.39e-02
Friedman-test	1.0	2.8	2.7	3.5
Wilcoxon-test	–	9-1-0	9-1-0	9-1-0

表9 PGPS模型的参数校准成功率。如果估计参数与真实参数之间的欧几里得距离小于 $\varepsilon = 0.3 \times \sqrt{d}$，则该次运行视为成功。

参数	ANTR	NCS	TuRBO	CAL-SAPSO
$\boldsymbol{\theta}_1$	**10**	0	6	5
$\boldsymbol{\theta}_2$	**10**	1	0	0
$\boldsymbol{\theta}_3$	**10**	5	0	4
$\boldsymbol{\theta}_4$	**10**	8	2	5
$\boldsymbol{\theta}_5$	**10**	5	9	6
$\boldsymbol{\theta}_6$	**10**	0	2	1
$\boldsymbol{\theta}_7$	8	0	0	5
$\boldsymbol{\theta}_8$	**10**	1	**2**	0
$\boldsymbol{\theta}_9$	8	1	**1**	0
$\boldsymbol{\theta}_{10}$	6	1	2	0

表10 ANTR 在 PGPS 模型上达到或超过基线算法最佳性能所需的评估预算百分比（数值以 % 表示）。>100% 表示在全部预算内未能达到基线最优值。

实例	**NCS**	**TuRBO**	**CAL-SAPSO**
$\boldsymbol{\theta}_1$	6.7	20	33.3
$\boldsymbol{\theta}_2$	53.3	60	26.7
$\boldsymbol{\theta}_3$	13.3	13.3	0
$\boldsymbol{\theta}_4$	26.7	26.7	13.3
$\boldsymbol{\theta}_5$	60	86.7	46.7
$\boldsymbol{\theta}_6$	93.3	80	66.7
$\boldsymbol{\theta}_7$	53.3	40	6.7
$\boldsymbol{\theta}_8$	20	73.3	40
$\boldsymbol{\theta}_9$	33.3	>100	93.3
$\boldsymbol{\theta}_{10}$	33.3	46.7	40

5 结论

本文提出了 ANTR，这是一种面向金融基于主体的模型的新型代理辅助校准框架。通过以预训练 APT 取代传统的高斯过程代理模型，ANTR 直接对参数的后验分布进行建模，从而解决了数据级适应度近似与参数级估计精度之间的不匹配问题。为确保稳健探索，我们在框架中引入了 NCS 和自适应信赖域机制。这些组件协同作用，实现了有效的多模态搜索，同时将计算资源集中在有前景的区域。

在 BH模型 和计算成本高昂的 PGPS模型 上开展的大量实验表明，所提出的方法是有效的。尤其是，ANTR 的校准精度始终高于最先进的代理辅助进化算法。结果还进一步证实，ANTR 能够稳健地处理异构序列

Table 11 Comparison between ANTR and ATR across 10 test problems. The best results are highlighted in bold.

Problem	ANTR	Success Rate	ATR	Success Rate
(0.034, 0.056)	2.94e-01±1.95e-01	3	**1.61e-01±1.60e-01**	5
(0.004, 0.060)	**1.30e-03±1.80e-03**	10	2.02e-02±3.73e-03	10
(0.105, 0.049)	**1.07e-01±1.52e-01**	7	2.42e-01±7.31e-02	0
(0.077, 0.048)	**2.57e-03±2.49e-03**	10	9.28e-02±1.03e-01	6
(0.043, 0.053)	**2.31e-03±1.43e-03**	10	1.45e-01±1.58e-01	6
(0.972, 0.001)	**2.65e-03±1.53e-03**	10	9.18e-02±2.35e-01	9
(0.129, 0.043)	**7.37e-04±5.29e-04**	10	1.40e-02±4.52e-03	10
(0.132, 0.045)	**1.33e-03±1.11e-03**	10	8.22e-03±3.73e-03	10
(0.124, 0.041)	**1.64e-03±1.36e-03**	10	1.02e-02±3.57e-03	10
(0.055, 0.049)	**1.51e-03±1.28e-03**	10	3.87e-02±7.69e-02	9
Friedman-test	1.1	–	1.9	–
Wilcoxon-test	–	–	8-2-0	–

表12 不同数据长度下的鲁棒性评估。数值以均值 ± 标准差的形式报告。威尔科克森检验结果以胜–平–负的形式报告。

长度	初始估计参数	最终估计参数
100	[4.00e-01±8.20e-03, 1.41e-01±1.45e-02]	[3.52e-01±5.11e-04, 1.57e-01±3.44e-04]
300	[4.08e-01±9.84e-03, 1.33e-01±1.68e-02]	[3.52e-01±5.63e-04, 1.58e-01±1.82e-04]
500	[4.12e-01±1.39e-02, 1.38e-01±1.33e-02]	[3.51e-01±1.61e-03, 1.58e-01±2.67e-04]
700	[4.16e-01±1.48e-02, 1.36e-01±1.20e-02]	[3.52e-01±5.14e-04, 1.58e-01±4.91e-04]
900	[4.11e-01±1.36e-02, 1.42e-01±4.00e-03]	[3.52e-01±1.32e-03, 1.58e-01±1.63e-04]
威尔科克森检验	0–5–0	0–5–0

可扩展至高维校准任务，并能自然地支持并行计算。

这些发现凸显了后验驱动的代理建模提升基于主体的模型校准可靠性的潜力。通过恢复更接近真实值的参数，ANTR提高了校准模型在下游任务中的实用性，例如政策评估、市场干预分析和风险评估。

尽管如此，仍存在若干局限。首先，ANTR依赖信赖域机制来跳出局部最优解，这方面仍有改进空间。目前，该机制仅在搜索停滞时触发重启，尚不能智能地利用先前评估样本中的信息，引导探索转向更有前景的区域。其次，NCS模块尚未利用代理模型景观与真实目标函数景观之间的差异，自适应地选择兼具信息量和不确定性的样本。克服这些局限有望提高校准精度并加快收敛，从而实现实时在线校准。

未来的工作将着重优化ANTR框架的关键组成部分，以实现更快的校准速度和更可靠的校准性能。

致谢。 本研究得到了国家自然科学基金委员会资助（项目编号：62272210、62331014）。

声明与声明事项

经费支持 本研究得到了国家自然科学基金委员会资助（项目编号：62272210、62331014）。

利益冲突 作者声明，他们不存在可能影响本文所报告研究工作的已知经济或非经济利益冲突。

数据可用性 本研究所用数据可在提出合理请求后向通讯作者获取。

代码可用性 本研究所用代码可在提出合理请求后向通讯作者获取。

作者贡献 所有作者均参与了本研究的构思与设计。

参考文献

[1]Farmer, J.D., Foley, D.：经济需要基于主体的建模。《自然》460(7256)，685–686（2009）https://doi.org/10.1038/460685a[2] Zhang, T., Zhang, D.：基于主体的消费者购买决策与诱饵效应仿真。《商业研究期刊》60(8)，912–922（2007）https://doi.org/10.1016/j.jbusres.2007.02.006[3] Tracy, M., Cerd´a, M., Keyes, K.M.：基于主体的建模在公共卫生中的应用：当前应用与未来方向。《公共卫生年度评论》39(1)，77–94（2018）https://doi.org/10.1146/annurev-publhealth-040617-014317[4] Dosi, G., Fagiolo, G., Napoletano, M., Roventini, A.：凯恩斯主义模型中的收入分配、信贷与财政政策。《经济动态与控制期刊》37(8)，1598–1625（2013）https://doi.org/10.1016/j.jedc. 2012.11.008[5] McCulloch, J., Ge, J., Ward, J.A., Heppenstall, A., Polhill, J.G., Malleson, N.：使用不确定性量化方法校准基于主体的模型。《人工社会与社会仿真期刊》25(2)，3（2022）https://doi.org/10.18564/jasss.4791[6] Zhao, J.,Zhang, C., Wang, C., Yang, P.：从专家因子中学习：用于公式化阿尔法挖掘的轨迹级奖励塑形。arXiv预印本 arXiv:2507.20263（2025）https://doi.org/10.48550/arXiv.2507.20263[7] Zhong, M., Lin, Y., Yang, P.：限价订单簿的表征学习：全面研究与基准测试。arXiv预印本 arXiv:2505.02139（2025）https://doi.org/10.48550/arXiv.2505.02139[8] Wang, C., Ren, J., Yang, P.：缓解不可辨识性：面向基于多变量时间序列数据的金融市场仿真的高保真校准目标。《IEEE计算社会系统汇刊》（2025）https://doi.org/10. 1109/TCSS.2025.3574236[9] Zhao, J., Zhang, C., Qin, M., Yang, P.：Quantfactor Reinforce：利用方差有界REINFORCE挖掘稳定的公式化阿尔法因子。《IEEE信号处理汇刊》（2025）https://doi.org/10.1109/TSP.2025.3576781[10] Vytelingum, P., Baggott, R., Stillman, N., Zhang, J., Zhu, D., Chen, T., Lyon, J.：金融市场的基于主体的流动性风险建模。arXiv预印本 arXiv:2505.15296（2025）https://doi.org/10.48550/arXiv.2505.15296[11] Steinbacher, M., Raddant, M., Karimi, F., Camacho Cuena, E., Alfarano, S., Iori, G., Lux, T.：经济与社会行为的基于主体的建模进展。《SN商业与经济学》1(7)，99（2021）https://doi.org/10.1007/

s43546-021-00103-3

[12] Abdel-Basset, M., Abdel-Fatah, L., Sangaiah, A.K.：元启发式算法：全面综述。《面向云端多媒体大数据及工程应用的计算智能》，185–231（2018）https://doi.org/10.1016/ B978-0-12-813314-9.00010-4[13]Kennedy, J., Eberhart, R.：粒子群优化。载于：ICNN'95——国际神经网络会议论文集，第4卷，第1942–1948页。IEEE，珀斯，西澳大利亚州，澳大利亚（1995）。https://doi.org/10.1109/ICNN.1995.488968[14] Stonedahl, F., Wilensky, U.：人工阿纳萨齐模型中的进化鲁棒性检查。载于：AAAI复杂自适应系统秋季研讨会论文集，第FS-10-03卷，第129–136页。AAAI出版社，美国弗吉尼亚州阿灵顿（2010）[15] Wang, M., Lu, Z., Wan, W., Zhao, Y.：使用改进的粒子群优化算法校准离散元模型微观参数的框架。《先进粉体技术》32(2)，358–369（2021）https://doi.org/10.1016/j.apt.2020.12. 015[16]Lamperti, F., Roventini, A., Sani, A.：使用机器学习代理模型进行基于主体的模型校准。《经济动态与控制期刊》90，366–389（2018）https://doi.org/10.1016/j.jedc.2018.03.011[17] Platt, D.：经济学基于主体的模型校准方法比较。《经济动态与控制期刊》113，103859（2020）https://doi.org/ 10.1016/j.jedc.2020.103859[18]Li, Y., Wu, Y., Zhong, M., Liu, S., Yang, P.：Simlob：学习限价订单簿表征以进行金融市场仿真。arXiv预印本 arXiv:2406.19396（2024）https://doi.org/10.48550/arXiv.2406.19396[19]He, C., Zhang, Y., Gong, D., Ji, X.：高成本优化问题的代理辅助进化算法综述。《应用专家系统》217，119495（2023）https://doi.org/10.1016/j.eswa.2022.119495[20]He, C., Zhang, Y., Gong, D., Ji, X.：高成本优化问题的代理辅助进化算法综述。《应用专家系统》（2023）https://doi.org/10.1016/j.eswa.2022.119495。文章编号：119495[21] Santner, T.J.：计算机试验的设计与分析。Springer https: // doi.org/10.1007/978-1-4757-3799-8（2003）[22]Knysh, P., Korkolis, Y.：Blackbox：一种并行优化高成本黑箱函数的方法。arXiv预印本 arXiv:1605.00998（2016）https:

//doi.org/10.48550/arXiv.1605.00998

[23] Angione, C., Silverman, E., Yaneske, E.：将机器学习用作基于智能体的仿真的代理模型。《PLOS ONE》17(2)，0263150（2022）https://doi.org/10.1371/journal.pone.0263150[24] Yang, P., Ren, J., Wang, F., Tang, K.：利用高频数据校准金融市场仿真器。《复杂系统建模与仿真》5(1)，1–14（2025）https://doi.org/10.23919/CSMS.2025.0002[25] Clarke, S.M., Griebsch, J.H., Simpson, T.W.：支持向量回归在复杂工程分析近似中的分析。《工程优化》37(7)，751–766（2005）https://doi.org/10.1115/1.1897403[26]Greenberg, D., Nonnenmacher, M., Macke, J.：用于无似然推断的自动后验变换。载于：第36届国际机器学习会议论文集。《机器学习研究论文集》，第97卷，第2404–2414页。PMLR，美国加利福尼亚州长滩（2019）。https://proceedings.mlr.press/v97/greenberg19a.html[27] Cranmer, K., Brehmer, J., Louppe, G.：基于模拟的推断前沿。《美国国家科学院院刊》117(48)，30055–30062（2020）https://doi.org/10.1073/pnas.1912789117[28]Tang, K., Yang, P., Yao, X.：负相关搜索。IEEE通信选刊34(3)，542–550（2016）https://doi.org/10. 1109/JSAC.2016.2525458[29]Chen, Q., Wang, J., Pope, P., Chen, W., Fuge, M.：使用条件生成模型和代理对数似然进行二维翼型逆向设计。机械设计学报144(2)，021712（2022）https://doi.org/ 10.1115/1.4052846[30] Cheng, J., Jiang, C., Xiang, H.：轴流压气机叶片的表面参数化控制与全局优化方法。《中国航空学报》32(7)，1618–1634（2019）https://doi.org/10.1016/j.cja.2019.05.002[31] Belcak, P., Calliess,J.-P.,Zohren, S.：快速基于智能体的仿真框架及其在强化学习和研究交易延迟效应中的应用。载于：国际多智能体系统与基于智能体的仿真研讨会论文集，第42–56页（2021）。https://doi.org/10.1007/978-3-030-78961-3 4[32] Jin, Y., Wang, H., Chugh, T., Guo, D., Miettinen, K.：数据驱动的进化优化：概述与案例研究。IEEE进化计算汇刊23(3)，442–458（2018）https://doi.org/10.1109/TEVC.2018. 2869001

[33] Huang, P., Wang, H.：离线数据驱动进化优化中约束处理的比较实证研究。《应用软计算》**110**，107603（2021）https://doi.org/10.1016/j.asoc.2021.107603[34] Wang, H., Jin, Y., Sun, C., Doherty, J.：采用选择性代理集成的离线数据驱动进化优化。《进化计算 IEEE 汇刊》**23**（2），203–216（2018）https://doi.org/10.1109/TEVC.2018.2834881[35] Zhen, H., Gong, W., Wang, L.：基于模型选择的离线数据驱动进化优化。《群体与进化计算》**71**，101080（2022）https://doi.org/10.1016/j.swevo.2022.101080[36] Bai, Y., Lam, H., Balch, T., Vyetrenko, S.：利用贝叶斯优化，根据输出序列高效校准多智能体仿真模型。载于：第三届 ACM 国际金融人工智能会议论文集，第 437–445 页（2022）。https://doi.org/10.1145/3533271.3561755[37] Robertson, C., Safta, C., Collier, N., Ozik, J., Ray, J.：通过随机森林对随机智能体模型进行贝叶斯校准。《医学统计》**44**（6），70029（2025）https://doi.org/10.48550/arXiv.2406.19524[38] Jones, D.R., Schonlau, M., Welch, W.J.：昂贵黑箱函数的高效全局优化。《全局优化期刊》**13**，455–492（1998）https://doi.org/10.1023/A:1008306431147[39] Wang, H., Jin, Y., Doherty, J.：面向昂贵问题代理辅助粒子群优化的基于委员会的主动学习。《IEEE控制论汇刊》**47**（9），2664–2677（2017）https://doi.org/10.1109/TCYB.2017.2710978[40]Eriksson, D., Pearce, M., Gardner, J., Turner, R.D., Poloczek, M.：通过局部贝叶斯优化实现可扩展的全局优化。载于：《神经信息处理系统进展》，第 32 卷。加拿大温哥华（2019）。
h
t
t
p
s://
proceedings.neurips.cc/paper/2019/file/6c990b7aca7bc7058f5e98ea909e924

b-

Paper.pdf