arXiv:2601.07328v1 [physics.atom-ph] 12 Jan 2026

用于精密光谱学和受控相互作用研究的端盖式保罗阱

Anand Prakash[1], *, **Akhil Ayyadevara**[1], **E. Krishnakumar**[1], **M.Ibrahim**[1],**K.M.Yatheendran**[1],**SubhadeepDe**[2],**Sayan Patra**[1]‡, **S. A. Rangwala**[1], †

[1]拉曼研究所，C. V. Raman 大道，Sadashivanagar，班加罗尔 560080，印度[2]大学间天文学与天体物理学中心（IUCAA），邮政信箱 4，Ganeshkhind，浦那 411007，马哈拉施特拉邦，印度

*, †通讯作者

电子邮箱：prakash@rri.res.in，sarangwala@rri.res.in

摘要。 我们介绍了一种端盖式保罗阱的设计与制造。该离子阱用于开展钙$^+$ 和镱$^+$相关研究。本文详细介绍了其设计、制造过程和表征，重点在于将单个补偿离子囚禁于射频节点处。定制成像系统的 $NA = 0.14$ 和放大率$\approx 22\times$ 接近衍射极限，并能分辨多离子团簇。我们使用 ^{40}钙$^+$实现了受控离子装载，并对离子阱进行了表征。实验测得该离子阱的四极系数为 ≈ 0.3，与设计值非常接近。对于 ^{40}钙$^+$，沿光谱学光束方向，由过量微运动（超额微运动）引起的相对频移为 3.5×10^{-18} 量级。该离子阱可用于基于单离子的光学频率标准、基础物理检验、介观库仑簇研究，以及单个离子与共囚禁原子之间的受控相互作用。

1. 引言

囚禁于射频（rf）保罗阱中的原子离子和分子离子可以与环境隔离并进行激光冷却，从而实现对系统状态更好的控制、更长的囚禁寿命、更少的系统效应以及更长的相干时间。这些特性使其成为开展精密光谱学和原子钟[1–19]，基础物理检验 [20–33]，量子计算与量子模拟[34–40]，介观系统中相变研究 [41–49] 以及囚禁离子-原子相互作用研究 [50–55]的理想平台之一。

端盖阱 [56] 是经典环形保罗阱 [57]，的一种几何变体，其中环形电极被放置在端盖电极周围的同轴屏蔽罩所取代

‡ 现地址（Sayan Patra）：劳伦斯利弗莫尔国家实验室，美国加利福尼亚州利弗莫尔东大街7000号，邮编 94550

（见图1）。这种改动为冷却、探测光束和成像系统提供了更好的光学通道，但四极效率有所降低。由于囚禁区域内只有一个射频零点，其应用主要局限于单离子精密光谱学 [4,7,17,58] 以及基础物理测试 [31,32]。不过，这种离子阱几何结构也可扩展用于在微运动存在的情况下，对二维和三维晶体开展量子比特操作 [59,60],，研究三维离子阱中的库仑晶体 [41,48,49],，研究单个离子与囚禁原子云之间的相互作用，以及研制便携式光钟 [61]。

本文介绍了完整装置的设计细节，包括离子阱电极设计和组装过程所考虑的参数、真空系统、射频驱动电路以及成像系统。通过装载并激发单个离子，对离子阱的设计参数进行表征。随后，在三维空间中进行微运动补偿，并评估光谱学光束方向上残余微运动导致的相对频移。接着，我们展示了定制镜头系统的性能，该系统能够分辨多离子团簇的结构转变。装置的表征结果表明，它适用于利用库仑晶体开展精密光谱学和受控相互作用研究。

2. 离子阱装置

2.1. 离子阱设计

端盖式离子阱 [56] 由一对同轴圆柱电极（内电极）构成，外侧环绕着一对同心圆锥形外电极，如图1所示。内电极承载射频电压，而外圆锥电极处于地电势或加有直流偏置。

关键电极尺寸见图1，$2r_0$，$2z_1$，$2r_1$和 $2z_0$，这些尺寸综合考虑了四极系数的优化、高阶多极项贡献的最小化、减少装载材料在内电极上的沉积，以及电极尺寸的加工可行性后确定。由于离子阱中心处原子束的半高全宽为 0.96 mm [62],，我们将 $2z_0 = 1$ mm 固定为该值（见图1），以避免长期运行后内电极被涂层覆盖。内电极与外电极之间的距离（$2r_1$）经过优化，以尽量减小离子阱电容并优化四极系数。四极系数在 $2z_1 = 2z_0$时达到最大值。然而，这会导致高阶多极项的贡献较大 [61]。圆锥电极之间的间距（$2z_1$）逐渐增大，直到继续增大间距对高阶多极项贡献的影响足够小。

使用 C形框架将内电极固定到位。使用 L形叉架安装锥形电极屏蔽罩。离子阱的射频电压通过 C形框架提供。L形叉架屏蔽了安装件的影响

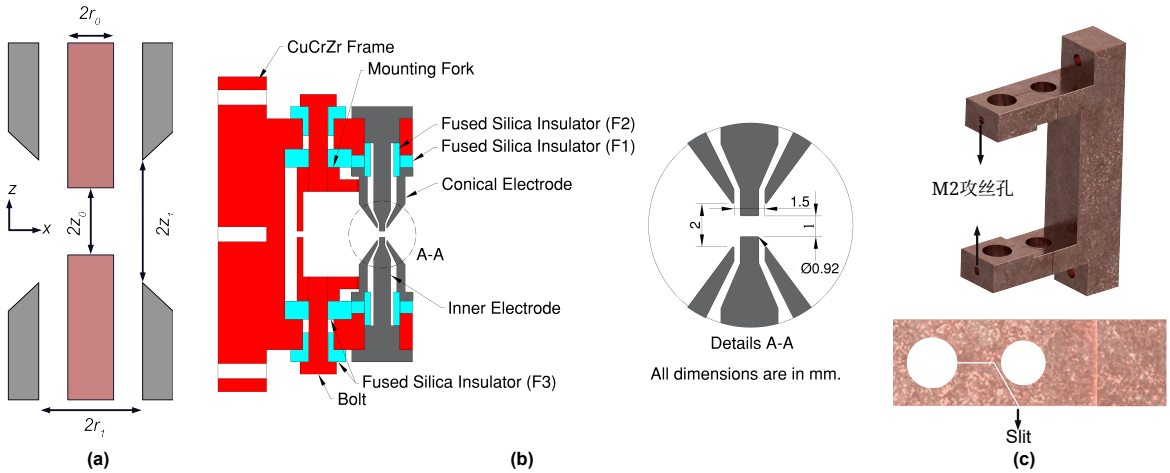


图1：(a) 展示相关设计参数的阱电极示意图 $2D$ 。(b) 设计的离子阱的中心平面视图。(c)（上）一个表面上的M2攻丝孔；（下）垂直表面上的狭缝，用于对齐内电极。

离子阱中心处的框架 [63]。因此，模拟电势并分析多极项的贡献时，仅考虑电极几何结构。使用 COMSOL® 5.6 进行静电模拟，以生成囚禁区域内的电势。考虑到系统中存在绕 z–轴的旋转对称性以及关于 $z = 0$ 平面的镜像对称性（参见图 1），因禁区域内生成的电势具有以下形式

$$\begin{aligned}\phi(r,z) = A_0 &+ \frac{A_2}{2z_0^2}(2z^2 - r^2) + \frac{A_4}{8z_0^4}(8z^4 + 3r^4 - 24r^2z^2) \\ &+ \frac{A_6}{16z_0^6}(16z^6 - 5r^6 - 120r^2z^4 + 90r^4z^2) \\ &+ \frac{A_8}{128z_0^8}(128z^8 + 35r^8 - 1792z^6r^2 + 3360z^4r^4 - 1120z^2r^6) \\ &+ \frac{A_{10}}{256z_0^{10}}(256z^{10} - 63r^{10} - 5760z^8r^2 + 20160z^6r^4 \\ &- 16800z^4r^6 - 3150z^2r^8), \end{aligned} \tag{1}$$

其中，$r^2 = x^2 + y^2$ A_2 为四极系数，A_4 A_6、A_8和 A_{10} 为高阶多极系数。我们设计的离子阱的拟合四极系数（A_2）为 ≈ 0.3；$A_4/A_2 \approx 0.008$ $A_6/A_2 \approx 0.089$ $A_8/A_2 \approx 0.009$和$A_{10}/A_2 \approx 0.013$。

2.2. 材料选择

理想情况下，离子阱的金属部件应易于加工，并具有高电导率、低热发射率和高机械强度。高电导率可减少焦耳热，低发射率可减小黑体辐射频移。可获得的高纯度材料有钼（Mo）、钨（W）、钽（Ta）、铜（Cu）和铜

表 1：阱电极的设计和加工尺寸

参数	$2r_0$ （毫米）	$2r_1$ （毫米）	$(z_1 - z_0)$ (mm)	$2z_0$ (mm)
设计值	0.920	1.50	0.500	1.00
加工尺寸	0.905, 0.908	1.48, 1.51	0.460, 0.468	1.03

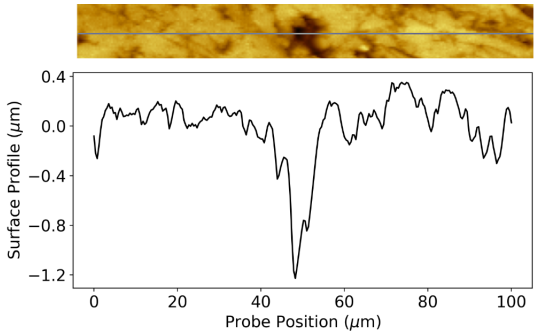
铬锆（CuCrZr）。在这些可用材料中，综合考虑上述特性，选择钼作为电极，选择铜铬锆作为框架和其他连接部件。将靠近离子的内电极表面抛光，以降低发射率。

置于交流电场中的电介质，其单位体积功率损耗 [64] 与电场频率 f、电介质的相对介电常数 ϵ_r、$\tan(\delta)$ 成正比，其中 δ 为介质损耗角正切，且与电场振幅的平方 $|E|^2$成正比。绝缘体的高相对介电常数会增加离子阱系统的电容。为降低系统电容，绝缘体应尽可能做得薄。较高的相对介电常数会导致流经金属部件的电流增大，从而增加焦耳热。熔融石英和蓝宝石是最常用的绝缘体材料；在本例中，采用熔融石英作为绝缘材料。Doleˇzal 对金属和绝缘体部件的性质进行了详细比较等 [65]。

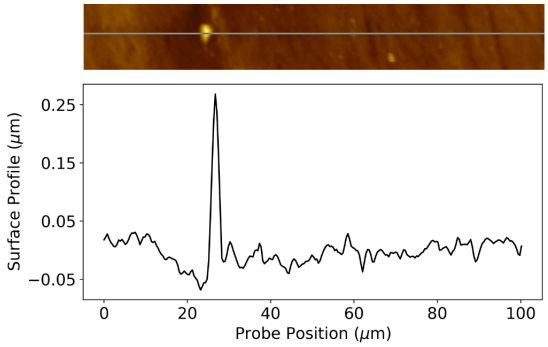
2.3. 阱组件

阱框架负责引导所有对准。固定电极的框架可确保内电极的同轴度。内电极通过过渡配合定位在框架中。如图1所示，在与攻丝孔端面垂直的端面上加工一个 M2攻丝孔和一条狭缝，以便微调同轴度。狭缝起柔性弹簧的作用，将电极固定在最终位置。为保持同心度，使用熔融石英间隔件来确定外电极相对于内电极的位置。熔融石英或 Macor® 绝缘体用于在非关键部位将外电极与阱框架隔离。使用坐标测量机检验电极尺寸，并将测量尺寸与表 1中的设计尺寸进行比较。使用原子力显微镜（AFM）对离子所接触的电极表面进行表征。

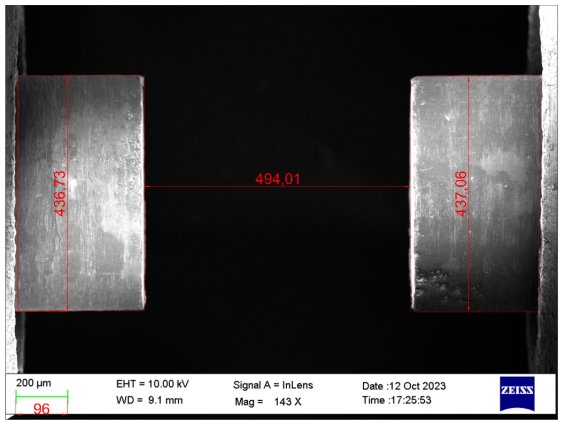
其中一根电极最粗糙区域（100 μm × 100 μm）的均方根粗糙度为 208 nm，另一根电极的均方根粗糙度为 26 nm。图 2展示了沿着最粗糙区域所在直线拍摄的两根电极表面的原子力显微镜图像。钼是一种多孔材料，因此很难通过磨削获得可重复的光滑表面光洁度。为降低表面粗糙度，我们进行了机械抛光。尽管这改善了表面质量，但我们仍观察到一些微米级的起伏，如图 2所示。首先，在高倍成像系统下对完整阱组件进行对准，以调整



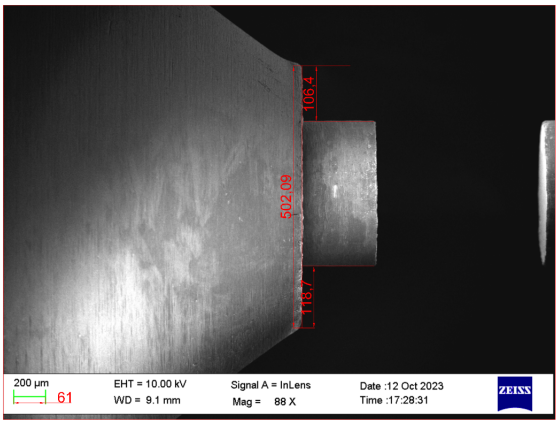
(a)



(b)



(c)



(d)

图 2：(a)（上）第一个内电极选定区域的原子力显微镜图像。（下）沿上图所示线条的表面轮廓。(b)（上）第二个内电极选定区域的原子力显微镜图像。（下）沿上图所示线条的表面轮廓。(c) 扫描电子显微镜图像，显示对准组件中内电极的尺寸及其间距。(d) 扫描电子显微镜图像，显示阱组件一个方向上外电极相对于内电极的对准情况。

电极的同轴度。达到最佳对准状态后，使用扫描电子显微镜（SEM）成像进行量化。

少量 Torr Seal® 涂敷于内电极与阱框架配合面的边缘，以便在烘烤过程中保持对准。对准后的阱组件扫描电子显微镜图像如图 2所示。离子阱借助槽式夹具安装在 Kimball Physics 的球形八角真空腔内，型号为：*MCF450-SphOct-E2A8*。VACOM 的高压馈通件 CF16-HV20S-1-CE-CU24 为阱体提供射频连接。使用高透射率的康宁 HPFS 7980 窗口来传输光束并收集荧光。钛升华泵与 NEXTORR 100-D 非蒸发型吸气剂离子泵配合使用，以达到最终压力 $\sim 2 \times 10^{-10}$mbar。图 3 展示了安装在真空腔内的离子阱，其中包括

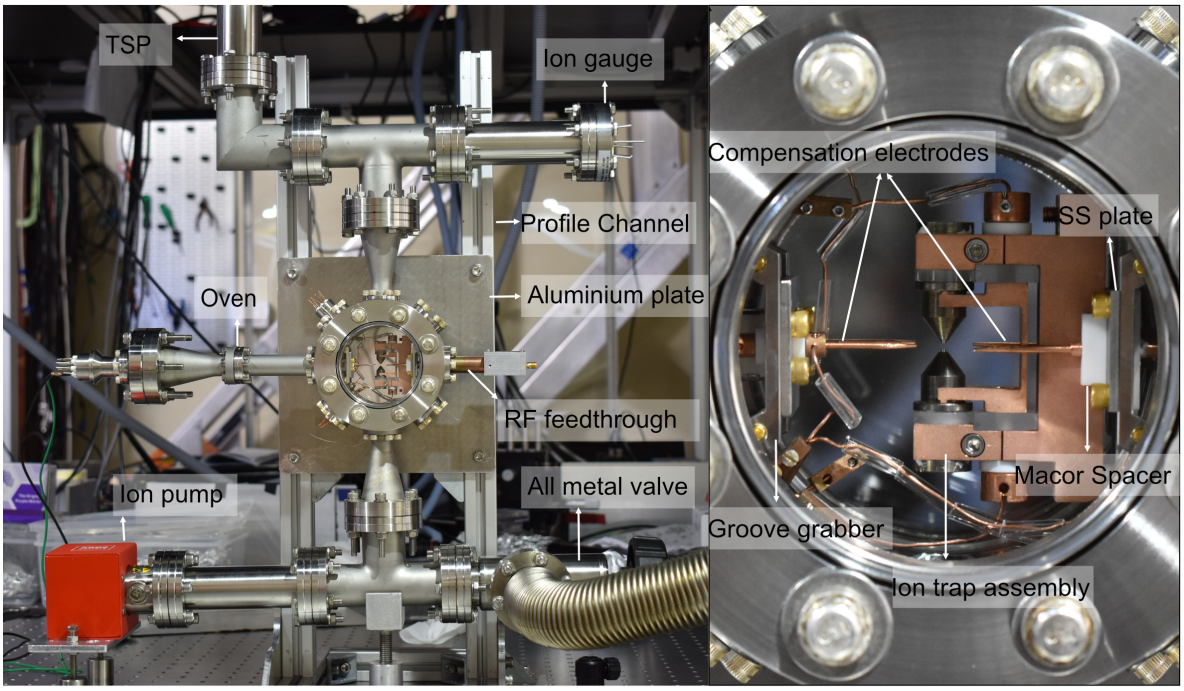


图 3：（a）完整的真空装置。（b）阱组件的近景，带连接线，安装在腔体内部。

用于补偿径向平面内过量微运动（EMM）的补偿电极。轴向上的 EMM 则通过圆锥电极进行补偿。

2.4. 驱动电路

螺旋谐振器在 $18-19$ MHz 的频率范围内驱动离子阱。它有助于实现阻抗匹配，从而将施加的功率高效传输至离子阱。通过改变主线圈与天线线圈之间的距离 [66]来匹配阻抗。谐振器的示意图如图4所示。使用电压探头测量施加在离子阱两端的电压 [67]，该探头并联接入离子阱，有效电容为 1 pF。电压探头由两个串联的电容器组成，电容分别为 1 pF 和 1 nF。施加到离子阱的电压按 $\approx 1/1000$的比例取自 1 nF 电容两端。该探头还用于表征谐振器；探头两端的传输电压如图4所示。在负载情况下，Q 为 ≈ 115，谐振频率为 ≈ 18.4 MHz。谐振器之后接入一个由两个 22 μH 电感器串联组成的射频扼流圈，以便向离子阱施加直流偏置。加入扼流圈后，离子阱的共振频率变为 18.26 MHz。所有补偿电极和接地电极均通过并联的 0.1 pF 和 1 pF 电容器进行电容接地，以释放感应电压。

端盖型　　保罗离子阱，用于精密光谱学和受控相互作用研究7

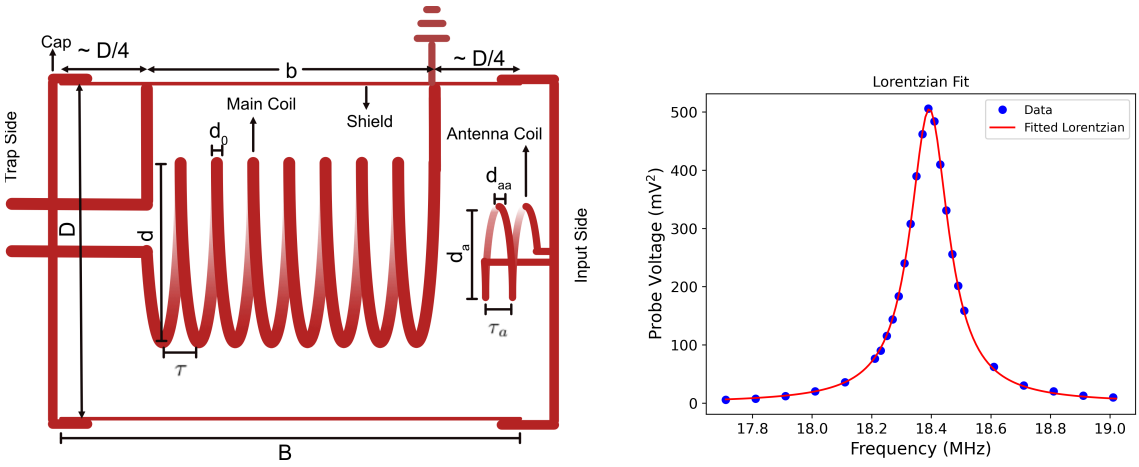


图 4: （a）螺旋谐振器示意图。谐振器的参数为：$\mathrm{d} = 53$ mm，$\mathrm{D} = 90$ mm，$\mathrm{d}_0 = 6$ mm，$\mathrm{b} = 80$ mm，$\tau = 10$ mm，$\mathrm{d}_a = 31$ mm，$\tau_a = 5$ mm，$\mathrm{d}_{aa} = 2$ mm。主线圈和天线线圈的匝数分别为 8 匝和 2 匝。（b）在不同驱动频率下测得的探针两端电压。

2.5. 成像系统

俘获的 $^{40}\mathrm{Ca}^{+}$ 离子通过其在 397 nm 处发出的荧光进行探测。成像物镜应具有较高的数值孔径，以收集散射光子，并使用光电倍增管（PMT）进行光子计数。物镜还必须达到衍射极限，以聚焦单个离子的荧光，从而进行高效的空间滤波并获得较高的信噪比。我们设计了一款四透镜物镜，采用在紫外范围内具有高透射率的商用增透膜熔融石英透镜。使用 ZEMAX 优化各透镜之间的间距，以使波前误差峰值达到$< \frac{\lambda}{25}$。离子阱中心到真空视窗的距离将工作距离限制为> 42 mm。设计数值孔径为 0.14，放大倍率为 $22\times$。荧光探测系统的示意图如图5所示。在成像系统末端放置了一个 70 : 30 分束器，可同时使用 Hamamatsu 的单光子计数光电倍增管 H10682-210 和 Andor iXon 897 EMCCD 观测信号。

3. 离子阱性能与装置表征

3.1. 离子装载与探测

所介绍的实验装置使用钙离子进行表征。如图6所示，采用双光子电离方案在囚禁区域内产生离子。第一束激光驱动钙原子的 $4s^2\ {}^1S_0 \rightarrow 4s4p\ {}^1P_1$ 跃迁，第二束激光则将其从 $4s4p\ {}^1P_1$ 态激发至电离连续态。第二束激光由型号为MF365FP1的光纤耦合Thorlabs发光二极管提供。850纳米激光器是自制的外腔二极管激光器；其余激光器来自

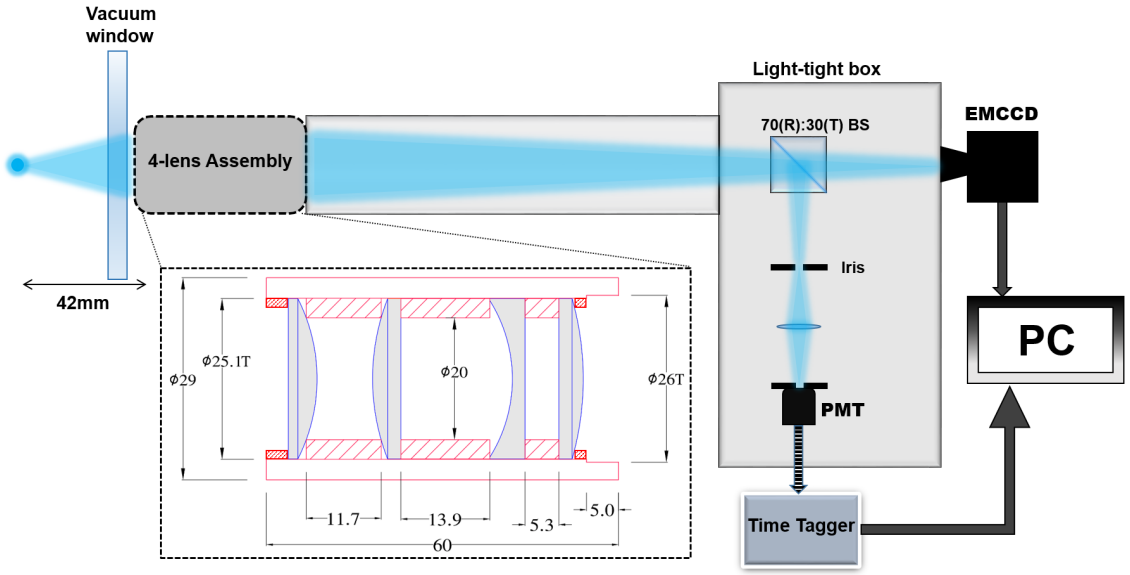


图5：荧光成像系统示意图。四透镜物镜安装在自制的黄铜管中，并由黄铜垫片固定。物镜将荧光引导至遮光箱内，箱中设有一个70:30分束器，将30%的荧光透射至EMCCD相机，并将70%的荧光反射至光电倍增管。光电倍增管前方的空间滤波器可确保光子计数具有较高的信噪比（SNR）。

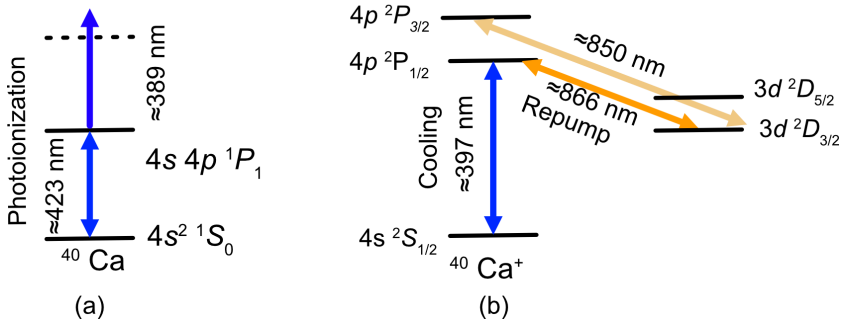


图6：（a） ^{40}Ca原子的电离方案；（b）$^{40}Ca^{+}$ 离子的冷却和再泵浦跃迁，使用850纳米激光器激发 $4p\ ^2P_{3/2}$ 跃迁。

Toptica。

为受控装载离子，将炉电流设为 4。1 A。第一束和第二束电离光束的功率分别设为 $80\ \mu$W 和 $\leq 15\ \mu$W。冷却光束的失谐设为 -60MHz，再泵浦光束则调谐至共振。打开发光二极管后，离子装载过程随即开始；每个离子被囚禁时，光电倍增管上观测到的荧光信号会出现一次跃变。还可以使用电子搁置法 [68]来统计装载到离子阱中的离子数。加入波长为 850 nm 的激光

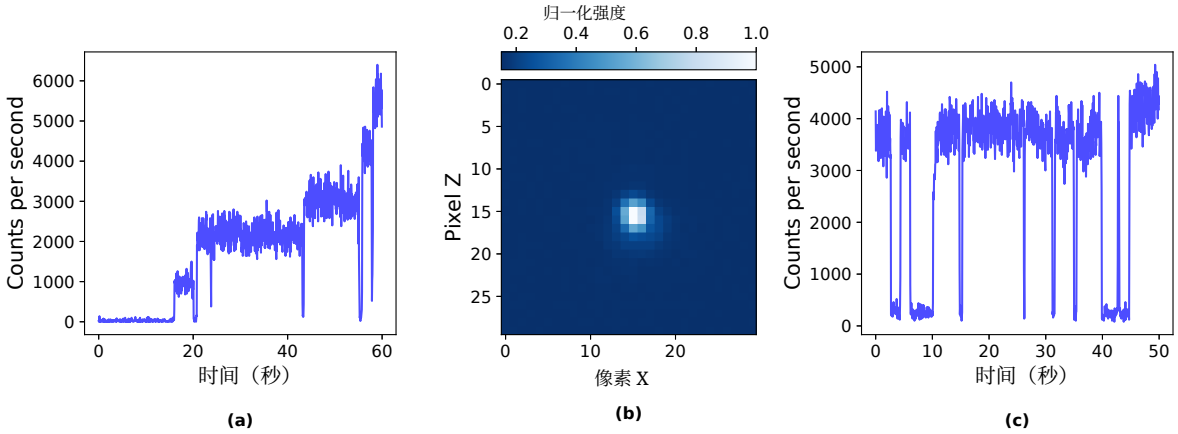


图7：（a）在光电倍增管（PMT）上观测到的离子装载信号；（b）单个$^{40}Ca^{+}$ 离子的伪彩色图像。（c）在光电倍增管（PMT）上观测到的单个 $^{40}Ca^{+}$ 离子的量子跃迁。

与冷却激光和再泵浦激光一同加入，以驱动 $3d\ ^2D_{3/2} \rightarrow 4p\ ^2P_{3/2}$跃迁。850纳米光束的功率为 ≈ 4 nW。该 $4p\ ^2P_{3/2}$ 态衰变至 $4s\ ^2S_{1/2}$和 $3d\ ^2D_{5/2}$，分支比为 $\approx 17:1$ [69]。该 $3d\ ^2D_{5/2}$ 是亚稳态，寿命为 1168(9) ms [70]。当粒子布居到达亚稳态时，离子会变暗。对于单个离子，光电倍增管信号会从信号水平“跃变”至背景水平（量子跃迁）。对于两个离子，信号则会降至一半或背景水平，具体取决于暗态中的离子数。这种方法使我们能够确认装载到离子阱中的离子数。图7显示了单个离子的量子跃迁信号。

3.2. 四极系数的测定

实验测定四极系数 A_2对于将制造的离子阱模型与设计模型进行比较是必要的。采用强迫振荡法 [71] 测量单个离子在轴向和径向上的久期频率。在该方法中，通过小幅时变电压驱动被囚禁的离子，并扫描所施加电压的频率。当驱动频率与系统的固有频率匹配时，能量增益达到最大，离子的荧光随之下降，如图8所示。

在绝热近似下，驱动频率、久期频率和Mathieu参数之间的关系具有以下形式 [72]

$$\omega = \frac{\Omega}{2}\sqrt{a + q^2/2}, \tag{2}$$

其中，ω 为久期频率，a 和 q 为无量纲马丢参数，Ω 为驱动频率。对于改进的离子阱几何结构，离子阱

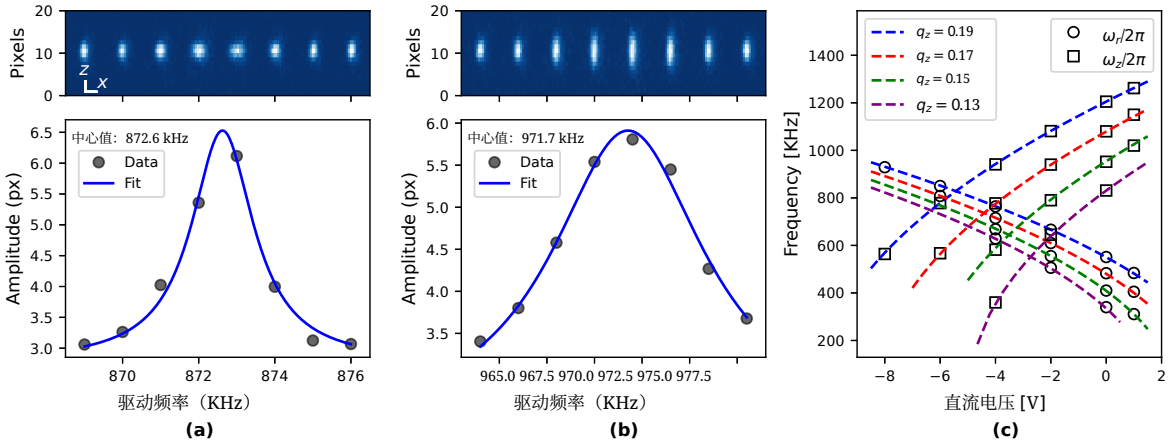


图8：（a）在共振附近不同的时变电压频率下，通过EMCCD相机观测到的单个离子的拼接图像。随着频率接近共振，离子图像开始沿 x–轴扩散。阱驱动电压幅值为 234 V，施加的直流偏置为 -5.25V。（b）显示离子沿 z–轴扩散的拼接离子图像，频率逐渐接近共振。因禁条件与（a）相同。（c）不同离子阱配置下径向和轴向久期频率的曲线图。实验观测数据点以离散点表示，虚线表示相应的拟合值。

参数　　s 与马丢 a 和 q 参数之间的关系由以下方程给出

$$\begin{aligned} 2a_x = 2a_y = -a_z &= \frac{8A_2QU}{mz_0^2\Omega^2}, \\ -2q_x = -2q_y = q_z &= \frac{4A_2QV}{mz_0^2\Omega^2}, \end{aligned} \tag{3}$$

其中， Q 为单个离子的电荷， U 为施加到离子阱上的直流电压， V 为施加到离子阱上的射频电压， m 为单个受囚禁离子的质量。方程2和方程3用于根据给定的离子阱参数对久期频率进行拟合，以求得四极系数。用于确定四极系数的实验数据点和拟合结果如图8所示。拟合所用方程中引入了新变量，以计及探针电压误差和整体直流偏置。拟合参数的值列于表2中。拟合参数中所述的误差是与拟合参数值相关的标准差。

实验测得的四极系数为 0.300 ± 0.002，与设计参数一致。探针电压误差发生显著变化，可能是由表征环境的变化造成的。探针在 16 分贝毫瓦下进行表征，而在装置中，施加在探针两端的电压为 40 分贝毫瓦。探针功耗的变化会影响其数值，进而改变采样电压。

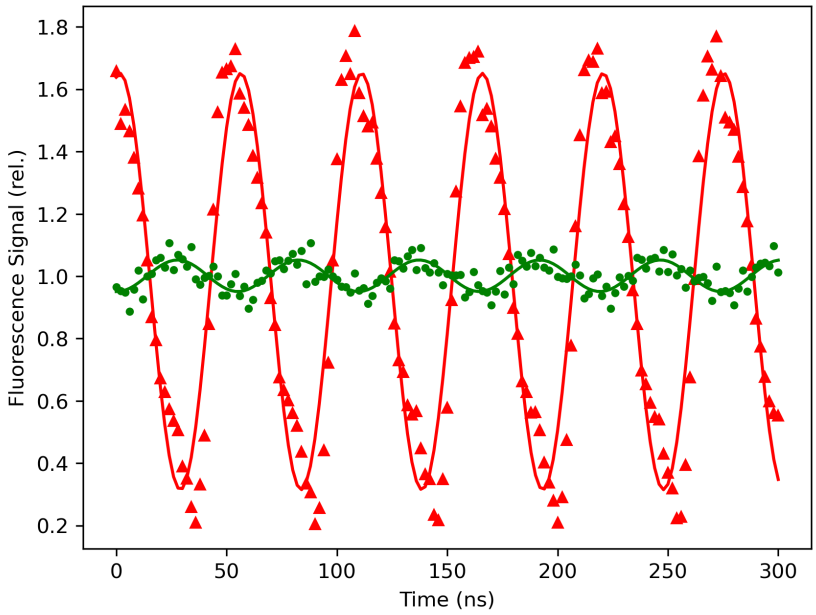


图9：红点和绿点分别表示补偿前后沿光谱学光束方向由超额微运动引起的光子关联直方图。红线和绿线分别是对应的拟合曲线。

3.3. 过量微运动补偿

微运动是保罗阱中离子的固有属性。冷却可以减小微运动，但无法将其完全消除。当射频场与杂散直流场的零点不重合于同一点时，就会产生超额微运动。这会导致离子受驱运动，因此冷却无法消除这种运动。光子关联法 [73,74] 用于确定超额微运动。受驱运动与陷阱驱动电压之间具有固定的相位关系，因此，超额微运动引起的荧光调制与陷阱驱动电压相关。光子到达与随后射频电压沿负方向过零之间的时间延迟直方图具有以下形式

$$S = S_0 + \Delta S \cos(\Omega t - \phi), \tag{4}$$

其中，S_0 为平均荧光，$\Delta S/S$ 和 ϕ 分别为关联信号的振幅和相位。将三束互不平行且不共面的光束对准，以测量三个方向上的微运动。首先，测量

表2：拟合的离子阱参数

参数	A_2	直流偏置误差 (V)	探测电压误差 (%)
设计	0.298 ± 0.001	0	≈ 1
拟合值	0.300 ± 0.002	0.571 ± 0.016	≈ 4.7

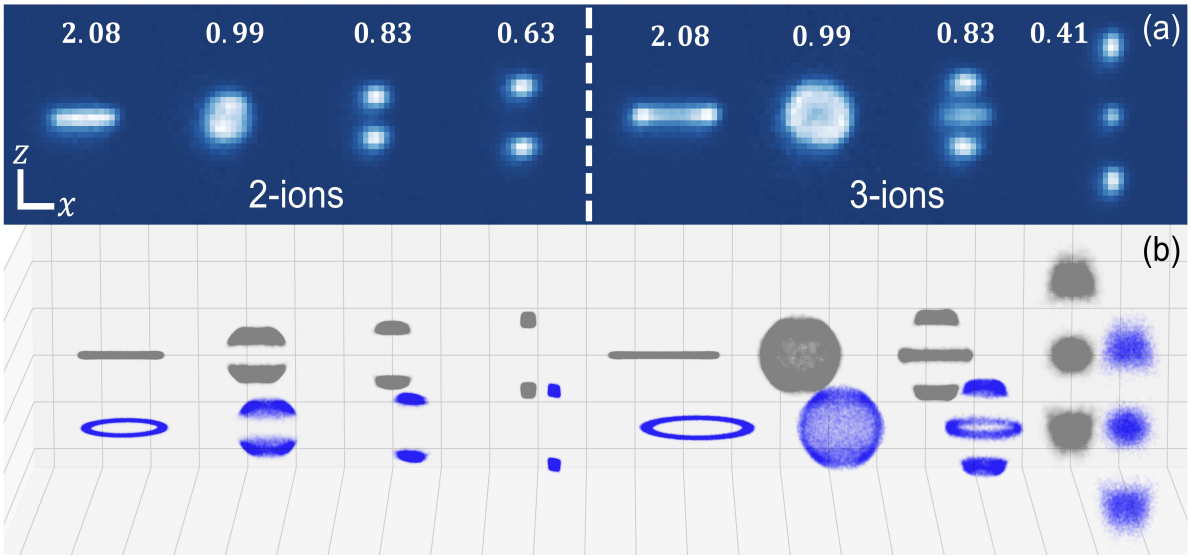


图10：(a) 拼接的2离子和3离子团簇荧光图像，拍摄自不同阱各向异性下的实验 α ，如上所示。作为比例尺，左下方的标尺表示 5 μm × 5 μm。(b) 在相应各向异性条件下进行的分子动力学模拟三维散点图，其中包括随机光子冲击。其在x-z 平面上的投影以灰色显示，与实验图像高度吻合。网格线间距为 5 μm × 5 μm。图像模糊是由戈德斯通模导致的，该模对应于绕z轴的自由旋转。

各束光在未补偿情况下的关联信号，并通过手动调整补偿电压和外电极电压进行补偿。图中显示了沿光谱学光束测得的未补偿和补偿情况下的关联信号9。沿光谱学光束，$\Delta S/S_0$ 最小化至 ≈ 0.05，对应于 $^{40}Ca^{+}$的超额微运动所导致的相对频移，量级为 3.5×10^{-18} 。

3.4. 少体库仑晶体的结构转变

离子阱的功能不仅限于单离子光谱学，还可用于研究激光冷却库仑团簇的介观少体物理。通过改变施加于外电极的直流电压（U_{dc}），我们可以连续调节阱各向异性参数 $\alpha = \omega_z/\omega_x$，其中 ω_z 和 ω_x 分别为轴向和径向久期频率。借助这种控制，我们可以确定性地制备具有不同一维和二维构型的 N离子库仑晶体，从而有效地创建离子间距可调的“测试靶标”，以验证成像系统的性能。

我们研究了 $N = 2$ 和 $N = 3$ 离子团簇的结构转变，其构型由外部约束与相互库仑斥力之间的竞争决定。为通过数值方法获得这些构型，我们采用分子动力学（MD）模拟，在完整的时变阱势 $\phi(r,\ z)\cos(\Omega t)$ 下积分运动方程，并

明确纳入光子散射事件产生的随机动量反冲，以模拟多普勒冷却的热力学过程 [75]。对于长球形囚禁势（$\alpha < 1$）中的双离子晶体，径向囚禁占主导地位，离子沿囚禁轴形成“哑铃”状结构（z）。随着各向异性调节至扁球形区域（$\alpha > 1$），“哑铃”结构会在 x-y平面内转向与囚禁轴垂直的方向。由于离子阱具有圆柱对称性（$\omega_x \approx \omega_y$），这一平面构型可绕 z轴自由旋转（戈德斯通模），在荧光图像的积分时间内呈现为一个圆环。

对于 $N = 3$ 团簇，观察到更丰富的相变。当各向异性较低（$\alpha < 0.64$）时，离子形成线性链。随着 α 增大，横向囚禁挤压这条链，使其在 $\alpha_c \approx 0.64$达到临界值时发生位移型相变。此时，线性链发生屈曲，在包含 z-轴的平面内形成等腰三角形。当 α 进一步增大至 1 （ $\alpha = 1$ ）时，电势的对称性变为各向同性，对于 $\alpha \geq 1$，团簇转变为等边三角形；当 $\alpha > 1$时，该三角形再次稳定在x-y 平面。这些观察结果证明，离子阱能够精确控制势能景观，这是研究更大团簇中复杂对称性破缺动力学的先决条件 [48,49]。此外，在观测到的构型中能够分辨出各个离子（分子动力学预测间距为 $\sim 5\mu$m），直接证明了我们定制透镜组件的性能。

4. 结论

我们介绍了端盖式保罗阱的设计、制造和表征，并展示了对一个或多个离子的受控装载。实验测得的四极系数 0.300 ± 0.002 与设计值 0.298 ± 0.001 非常吻合。我们实现了微运动最小化，对应于 $^{40}Ca^{+}$ 的相对频移为 3.5×10^{-18} 。未来，通过自动化可在三维空间中最大限度地抑制超额微运动。此外，在“魔频” [58] 下运行离子阱，可进一步消除超额微运动引起的相对频移；在该频率下，沿光谱学光束方向的交流电场所导致的二阶多普勒频移与斯塔克频移相互抵消。

我们还展示了对 2 离子和 3 离子库仑团簇的可控研究，这些团簇通过我们定制的成像系统得到了非常清晰的分辨。团簇的平面结构会绕囚禁轴自由旋转，表明阱势具有近乎完美的圆柱对称性。除 2 离子和 3 离子团簇外，数值模拟与观测到的团簇构型之间高度吻合的结果已在另一项研究中报告 [48], ，该研究考察了 4、5 和 6 离子团簇中的八极结构相变动力学。此外，由于能够精确控制离子阱的各向异性 $\alpha = \omega_z/\omega_x$，研究人员利用 5 离子棱锥形团簇的热激活动力学，检验了反应速率的多维克拉默斯-朗格理论 [49]。这些结果表明，该离子阱性能优异，既适用于精密光谱学，也能用于研究库仑团簇的介观物理。

致谢

感谢 GTTC Rajajinagar 为电极进行机械加工，感谢 CMTI Peenya、Josh Hacko（Sydney Watches）参与富有成效的讨论，并感谢 RRI Workshop 负责机械设计和监督制造过程。感谢 RRI 的 Harikrishna Sahu、Md Arsalan Ashraf、Nishant Joshi、Somshekhar S、Keerthipriya S、Sujatha 和 Meena M S 在实验装置的设计与组装过程中提供协助，并感谢 Sankalpa Banerjee 设计螺旋谐振器。

我们感谢 Piet Schmidt、Christian Tamm、Nils Huntemann、Tanja Mehlst¨aubler 和 Martina Knoop 提供技术协助；感谢 RRI 的 Vashudha K N、细胞生物物理实验室、生物物理实验室和 Rheo DLS实验室分享设备；感谢 Shanti Bhattacharya 提供 ZEMAX方面的协助。

作者感谢印度科学、技术与工程设施地图（I-STEM）计划。该计划由印度政府首席科学顾问办公室支持，使作者得以使用 COMSOL Multiphysics 5.6 软件套件开展本研究。

作者感谢印度政府电子与信息技术部（MeitY）通过“量子技术卓越中心”项目（参考编号：4(7)/2020-ITEA）以及 DST 的 IUCAA QuEST计划提供支持。EK 感谢印度原子能部授予拉贾·拉曼纳奖学金。

参考文献

[1] Diddams S A, Udem Th, Bergquist J C, Curtis E A, Drullinger R E, Hollberg L, Itano W M, Lee W D, Oates C W, Vogel K R and Wineland D J 2001年 《科学》**293** 825–828 ISSN 0036-8075, 1095-9203[2] Rosenband T, Hume D B, Schmidt P O, Chou C W, Brusch A, Lorini L, Oskay W H, Drullinger R E, Fortier T M, Stalnaker J E, Diddams S A, Swann W C, Newbury N R, Itano W M, Wineland D J and Bergquist J C 2008年 《科学》**319** 1808–1812 ISSN 0036-8075, 1095-9203[3] Chou C, Hume D, Koelemeij J, Wineland D and Rosenband T 2010年 《物理评论快报》**104**070802 ISSN 0031-9007, 1079-7114[4] Huntemann N, Okhapkin M, LipphardtB, Weyers S, Tamm Chr and Peik E 2012年 《物理评论快报》**108** 090801 ISSN 0031-9007, 1079-7114[5] Barwood G P, Huang G, Klein H A, Johnson L A M, King S A, Margolis H S, Szymaniec K and Gill P 2014年 《物理评论*A*辑》**89** 050501 ISSN 1050-2947, 1094-1622[6] Dub´e P, Madej A A, Shiner A and Jian B 2015年 《物理评论*A*辑》**92** 042119 ISSN 1050-2947, 1094-1622[7] Huntemann N, Sanner C, Lipphardt B, Tamm Chr and Peik E 2016年 《物理评论快报》**116**063001 ISSN 0031-9007, 1079-7114[8] Brewer S M, Chen J S, Hankin A M, Clements E R, Chou C W, Wineland D J, Hume D B and Leibrandt D R 2019年 《物理评论快报》**123** 033201 ISSN 0031-9007, 1079-7114[9]Keller J, Kalincev D, Burgermeister T, Kulosa A P, Didier A, Nordmann T, Kiethe J and Mehlst¨aubler T 2019年 《物理评论应用》**11** 011002 ISSN 2331-7019[10] Arnold K J, Kaewuam R, Chanu S R, Tan T R, Zhang Z and Barrett M D 2020年 《物理评论快报》**124** 193001 ISSN 0031-9007, 1079-7114

[11] King S A, Spieß L J, Micke P, Wilzewski A, Leopold T, Benkler E, Lange R, Huntemann N, Surzhykov A, Yerokhin V A, Crespo L´opez-Urrutia J R and Schmidt P O 2022 《自然》 611 43–47 ISSN 0028-0836, 1476-4687[12] Zeng M, Huang Y, Zhang B, Hao Y, Ma Z, Hu R, Zhang H, Chen Z, Wang M, Guan H and Gao K 2023年 《物理评论应用》19 064004 ISSN 2331-7019[13] Zhiqiang Z, Arnold K J, Kaewuam R and Barrett M D 2023年 《科学进展》9 eadg1971 ISSN 2375-2548[14] Tofful A, Baynham C F A, Curtis E A, Parsons A O, Robertson B I, Schioppo M, Tunesi J, Margolis H S, Hendricks R J, Whale J, Thompson R C and Godun R M 2024年 Metrologia 61 045001 ISSN 0026-1394, 1681-7575[15] Marshall M C, Castillo D A R, Arthur-Dworschack W J, Aeppli A, Kim K, Lee D, Warfield W, Hinrichs J, Nardelli N V, Fortier T M, Ye J, Leibrandt D R and Hume D B 2025年 《物理评论快报》135 033201 ISSN 0031-9007, 1079-7114[16] Hausser H N, Keller J, Nordmann T, Bhatt N M, Kiethe J, Liu H, Richter I M, Von Boehn M, Rahm J, Weyers S, Benkler E, Lipphardt B, D¨orscher S, Stahl K, Klose J, Lisdat C, Filzinger M, Huntemann N, Peik E and Mehlst¨aubler T E 2025年 《物理评论快报》134 023201 ISSN 0031-9007, 1079-7114[17] Lindvall T, Fordell T, Hanhij¨arvi K, Dole˘z al M, Rahm J, Weyers S and Wallin A 2025年 《物理评论应用》24 044082 ISSN 2331-7019[18] Yu J, Prakash A, Zyskind C, Biswas I A, Kaewuam R, Phoonthong P and Mehlst¨aubler T E 2025年 核自旋猝灭 of the $^2S_{1/2} \rightarrow {}^2F_{7/2}$ 电八极跃迁 in $^{173}Yb^+$arXiv:2512.05872[19] Marceau C, Beattie S, Kato K, Jian B, Gertsvolf M and Dub´e P 2025年 Metrologia 62 045001 ISSN 0026-1394, 1681-7575[20] Berengut J C, Dzuba V A, Flambaum V V and Ong A 2012年 《物理评论快报》109 070802 ISSN 0031-9007, 1079-7114[21] Godun R M, Nisbet-Jones P B R, Jones J M, King S A, Johnson L A M, Margolis H S, Szymaniec K, Lea S N, Bongs K and Gill P 2014年 《物理评论快报》113 210801 ISSN 0031-9007, 1079-7114[22] Pruttivarasin T, Ramm M, Porsev S G, Tupitsyn I I, Safronova M S, Hohensee M A and H¨affner H 2015年 《自然》517 592–595 ISSN 0028-0836, 1476-4687[23] Safronova M S, Budker D, DeMille D, Kimball D F J, Derevianko A and Clark C W 2018 Reviews of Modern Physics 90 025008 ISSN 0034-6861, 1539-0756[24] Mehlst¨aubler T E, Grosche G, Lisdat C, Schmidt P O and Denker H 2018 Reports on Progress in Physics 81 064401 ISSN 0034-4885, 1361-6633[25] Megidish E, Broz J, Greene N and H¨affner H 2019 Physical Review Letters 122 123605 ISSN 0031-9007, 1079-7114[26] Counts I, Hur J, Aude Craik D P L, Jeon H, Leung C, Berengut J C, Geddes A, Kawasaki A, Jhe W and Vuleti´c V 2020 Physical Review Letters 125 123002 ISSN 0031-9007, 1079-7114[27] Hur J, Aude Craik D P L, Counts I, Knyazev E, Caldwell L, Leung C, Pandey S, Berengut J C, Geddes A, Nazarewicz W, Reinhard P G, Kawasaki A, Jeon H, Jhe W and Vuleti´c V 2022 Physical Review Letters 128 163201 ISSN 0031-9007, 1079-7114[28] Barontini G, Blackburn L, Boyer V, Butuc-Mayer F, Calmet X, Crespo L´opez-Urrutia J R, Curtis E A, Darqui´e B, Dunningham J, Fitch N J, Forgan E M, Georgiou K, Gill P, Godun R M, Goldwin J, Guarrera V, Harwood A C, Hill I R, Hendricks R J, Jeong M, Johnson M Y H, Keller M, Kozhiparambil Sajith L P, Kuipers F, Margolis H S, Mayo C, Newman P, Parsons A O, Prokhorov L, Robertson B I, Rodewald J, Safronova M S, Sauer B E, Schioppo M, Sherrill N, Stadnik Y V, Szymaniec K, Tarbutt M R, Thompson R C, Tofful A, Tunesi J, Vecchio A, Wang Y and Worm S 2022 《EPJ量子技术》9 12 ISSN 2662-4400, 2196-0763[29]Dreissen L S, Yeh C H, F¨urst H A, Grensemann K C and Mehlst¨aubler T E 2022 《自然·通讯》13 7314

[30] Sherrill N, Parsons A O, Baynham C F A, Bowden W, Anne Curtis E, Hendricks R, Hill I R, Hobson R, Margolis H S, Robertson B I, Schioppo M, Szymaniec K, Tofful A, Tunesi J, Godun R M and Calmet X 2023 New Journal of Physics 25 093012 ISSN 1367-2630[31] Filzinger M, D¨ orscher S, Lange R, Klose J, Steinel M, Benkler E, Peik E, Lisdat C and Huntemann N 2023 Physical Review Letters 130 253001 ISSN 0031-9007, 1079-7114[32] Filzinger M, Caddell A R, Jani D, Steinel M, Giani L, Huntemann N and Roberts B M 2025 Physical Review Letters 134 031001 ISSN 0031-9007, 1079-7114[33] Door M, Yeh C H, Heinz M, Kirk F, Lyu C, Miyagi T, Berengut J C, Biero´n J, Blaum K, Dreissen L S, Eliseev S, Filianin P, Filzinger M, Fuchs E, F¨ urst H A, Gaigalas G, Harman Z, Herkenhoff J, Huntemann N, Keitel C H, Kromer K, Lange D, Rischka A, Schweiger C, Schwenk A, Shimizu N and Mehlst¨aubler T E 2025 Physical Review Letters 134 063002 ISSN 0031-9007, 1079-7114[34] Porras D and Cirac J I 2004 Physical Review Letters 92 207901 ISSN 0031-9007, 1079-7114[35] Blatt R and Wineland D 2008 Nature 453 1008–1015 ISSN 0028-0836, 1476-4687[36] Haffner H, Roos C and Blatt R 2008 Physics Reports 469 155–203 ISSN 03701573[37] Friedenauer A, Schmitz H, Glueckert J T, Porras D and Schaetz T 2008 Nature Physics 4 757–761 ISSN 1745-2473, 1745-2481[38] Blatt R and Roos C F 2012 Nature Physics 8 277–284 ISSN 1745-2473, 1745-2481[39] Barreiro J T, M¨ uller M, Schindler P, Nigg D, Monz T, Chwalla M, Hennrich M, Roos C F, Zoller P and Blatt R 2011 Nature 470 486–491 ISSN 0028-0836, 1476-4687[40] Aharony Shapira S, Shapira Y, Markov J, Teza G, Akerman N, Raz O and Ozeri R 2024 Physical Review Letters 133 010403 ISSN 0031-9007, 1079-7114[41] Diedrich F, Peik E, Chen J M, Quint W and Walther H 1987 Physical Review Letters 59 2931–2934 ISSN 0031-9007[42] Dubin D H E and Schiffer J P 1996 Physical Review E 53 5249–5267 ISSN 1063-651X, 1095-3787[43] Ulm S, Roßnagel J, Jacob G, Deg¨unther C, Dawkins S T, Poschinger U G, Nigmatullin R, Retzker A, Plenio M B, Schmidt-Kaler F and Singer K 2013 Nature Communications 4 2290 ISSN 2041-1723[44] Yan L L, Wan W, Chen L, Zhou F, Gong S J, Tong X and Feng M 2016 Scientific Reports 6 21547 ISSN 2045-2322[45] Kiethe J, Timm L, Landa H, Kalincev D, Morigi G and Mehlst¨aubler T E 2021 Physical Review B 103 104106 ISSN 2469-9950, 2469-9969[46] Duca L, Mizukami N, Perego E, Inguscio M and Sias C 2023 Physical Review Letters 131 083602 ISSN 0031-9007, 1079-7114[47] R¨uffert L A, Dijck E A, Timm L, L´opez-Urrutia J R C and Mehlst¨aubler T E 2024 Physical Review A 110 063110 ISSN 2469-9926, 2469-9934[48]Ayyadevara A, Prakash A, Dutta S, Paramekanti A and Rangwala S A 2025 观察囚禁离子团簇中八极结构相变的动力学 arXiv:2505.16378[49]Ayyadevara A, Prakash A, Dutta S, Paramekanti A and Rangwala S A 2026 金字塔形库仑团簇中的对称性控制热激活：检验Kramers-Langer理论 arXiv:2601.04883[50] Grier A T, Cetina M, Oruˇcevi´c F and Vuleti´c V 2009 Physical Review Letters 102 223201 ISSN 0031-9007, 1079-7114[51] Zipkes C, Palzer S, Sias C and K¨ohl M 2010 Nature 464 388–391 ISSN 0028-0836, 1476-4687[52] Hall F H J, Aymar M, Bouloufa-Maafa N, Dulieu O and Willitsch S 2011 Physical Review Letters 107 243202 ISSN 0031-9007, 1079-7114[53] Ravi K, Lee S, Sharma A, Werth G and Rangwala S 2012 Nature Communications 3 1126 ISSN 2041-1723[54] H¨arter A, Kr¨ukow A, Brunner A, Schnitzler W, Schmid S and Denschlag J H 2012 Physical Review Letters 109 123201 ISSN 0031-9007, 1079-7114[55] Haze S, Hata S, Fujinaga M and Mukaiyama T 2013 Physical Review A 87 052715 ISSN 1050-2947, 1094-1622

[56] Schrama C, Peik E, Smith W and Walther H 1993 Optics Communications 101 32–36 ISSN 00304018[57] Paul W and Steinwedel H 1953 Zeitschrift f ¨ur Naturforschung A 8 448–450 ISSN 1865-7109, 0932- 0784[58] Huang Y, Guan H, Zeng M, Tang L and Gao K 2019 Physical Review A 99 011401 ISSN 2469-9926, 2469-9934[59] D'Onofrio M, Xie Y, Rasmusson A J, Wolanski E, Cui J and Richerme P 2021 Physical Review Letters 127 020503 ISSN 0031-9007, 1079-7114[60] Wu Y K, Liu Z D, Zhao W D and Duan L M 2021 Physical Review A 103 022419 ISSN 2469-9926, 2469-9934[61] Spampinato A, Stacey J, Mulholland S, Robertson B I, Klein H A, Huang G, Barwood G P and Gill P 2024 Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences 480 20230593 ISSN 1364-5021, 1471-2946[62]Prakash A, Ayyadevara A, Krishnakumar E and Rangwala S A 2024 Review of Scientific Instruments 95 033202 ISSN 0034-6748, 1089-7623[63] Nisbet-Jones P B R, King S A, Jones J M, Godun R M, Baynham C F A, Bongs K, Dole ˇzal M, Balling P and Gill P 2016 Applied Physics B 122 57 ISSN 0946-2171, 1432-0649[64] Kumph M, Henkel C, Rabl P, Brownnutt M and Blatt R 2016 New Journal of Physics 18 023020 ISSN 1367-2630[65] Dole ˇzal M, Balling P, Nisbet-Jones P B R, King S A, Jones J M, Klein H A, Gill P, Lindvall T, Wallin A E, Merimaa M, Tamm C, Sanner C, Huntemann N, Scharnhorst N, Leroux I D, Schmidt P O, Burgermeister T, Mehlst ¨aubler T E and Peik E 2015 Metrologia 52 842–856 ISSN 0026-1394, 1681-7575[66] Panja S, De S, Yadav S and Sen Gupta A 2015 Review of Scientific Instruments 86 056104 ISSN 0034-6748, 1089-7623[67] Park Y, Jung C, Seong M, Lee M, Cho D D and Kim T 2021 Sensors 21 1143 ISSN 1424-8220[68] Dehmelt H 1975 Bulletin of The American Physical Society 20[69] Gerritsma R, Kirchmair G, Z ¨ahringer F, Benhelm J, Blatt R and Roos C F 2008 The European Physical Journal D 50 13–19 ISSN 1434-6060, 1434-6079[70] Kreuter A, Becher C, Lancaster G P T, Mundt A B, Russo C, H ¨affner H, Roos C, H ¨ansel W, Schmidt-Kaler F, Blatt R and Safronova M S 2005 Physical Review A 71 032504 ISSN 1050- 2947, 1094-1622[71] Landau L D and Lif ˇsic E M 1976 力学 第3版（Course of Theoretical Physics 第1卷）（牛津、纽约：Pergamon Press）ISBN 978-0-7506-2896-9[72] Major F G, Gheorghe V N and Werth G (eds) 2005 带电粒子阱：带电粒子场约束的物理学与技术（Springer Series on Atomic, Optical, and Plasma Physics 第37卷）（柏林、海德堡：Springer Berlin Heidelberg）ISBN 978-3-540-22043-5 978-3-540- 26576-4[73] Berkeland D J, Miller J D, Bergquist J C, Itano W M and Wineland D J 1998 Journal of Applied Physics 83 5025–5033 I SSN 0021-8979, 1089-7550[74] Keller J, Partner H L, Burgermeister T and Mehlst ¨aubler T E 2015 Journal of Applied Physics 118 104501 ISSN 0021-8979, 1089-7550[75]Sillitoe N and Hilico L 2016 离子云动力学数值模拟 Advanced Textbooks in Physics 第0卷（WORLD SCIENTIFIC（EUROPE））第161–177页 ISBN 978-1-78634-011-5 978-1-78634-013-9