arXiv:2601.07386v1 [physics.plasm-ph] 12 Jan 2026

通过电流波形整形控制电感耦合射频等离子体中的电子能量分布函数

ZhaoyuChen [1], Zili Chen [1,*], Yu Wang [2], Jonas Giesekus [3], Wei Jiang [2], Yonghua Ding [1], Donghui Xia [1,*], Ya Zhang [4,*] Julian Schulze [3],

1 先进电磁技术国家重点实验室、磁约束聚变与等离子体物理国际联合研究实验室、电气与电子工程学院，华中科技大学，中国武汉，430074

2 物理学院，华中科技大学，中国武汉 430074

3 应用电动力学与等离子体技术教席，电气工程与信息科学学院，波鸿鲁尔大学，德国波鸿 44801

4 物理与力学学院，武汉理工大学，中国武汉 430070

* zlchen@hust.edu.cn、xiadh@hust.edu.cn、yazhang@whut.edu.cn

摘要

基于二维粒子模拟，本文提出了一种新方法，通过对电感耦合放电线圈中的电流波形进行电流波形整形（CWT），实现对电子能量概率函数（EEPF）和等离子体化学的控制。改变该电流波形的形状，可通过电学方式控制等离子体中电场的动态变化。与正弦波形相比，采用锯齿波形可打破并控制电场动态变化的时间对称性。借助这种方式，CWT能够控制电子能量概率函数、电离与激发速率比以及等离子体化学。

1 引言

高频低温等离子体技术是复杂的多组分非线性物理系统，对社会具有极其重要的意义。它们是现代制造技术的基石，推动着从半导体加工到环境应用和生物医学等多个领域的创新 [16]。然而，在许多情况下，人们对其运行的基本物理机制仍缺乏深入理解，因此，基于知识的高效等离子体工艺控制能力有限。要获得此类认识，就需要深入理解电子功率吸收机制，并开发相应的控制策略，以通过控制电子能量概率函数，调控背景气体发生电子能量依赖的解离和电离所产生的不同工艺相关粒子种类。

近期进展显著加深了我们对这些放电中固有复杂动力学现象的理解。对鞘层动力学的详细研究揭示了二次电子发射 [5, 25] 和发射边界动力学理论 [23]所起的关键作用。此外，放电标度相似定律的验证 [35] 以及通过磁化等离子体串联共振增强谐波加热 [24] ，凸显了

支配电子功率吸收的物理机制丰富多样。基础研究还阐明了电子能量概率函数（EEPF）的复杂结构，以及加热模式之间的突变 [8,17,21],，强调了精确动力学控制的必要性。

选择性调控电子能量概率函数（EEPF），以驱动特定的等离子体化学反应路径，是一项核心目标，在容性耦合等离子体（CCP）和感性耦合等离子体（ICP）中尤其如此。在 CCP 中，电压波形整形（VWT）的引入从根本上改变了放电控制的格局，使人们能够通过电学方式调控电子和离子能量分布函数 [1,22]。借助电不对称效应 [4,13],，研究人员实现了对离子通量和能量的独立控制，突破了传统正弦驱动电压波形所带来的限制。其他研究表明，利用 VWT 可以控制 CCP 中不同自由基的生成 [34]。此外，无碰撞反弹共振加热 [18] 以及多频激励对无碰撞加热的非线性增强 [28] 等动力学现象，已被确定为此类系统中推动电子能量提升的关键因素。

然而，尽管 CCP 领域取得了这些进展，ICP 中仍不存在此类电学控制概念。ICP 是一种不同类型的放电，其运行基于不同的功率吸收机制。这类等离子体常用于等离子体刻蚀，而自由基和离子的选择性生成尤为重要。因此，为 ICP 开发此类控制概念，将通过引入一种新的等离子体控制技术来解决这一关键问题。这将为低温等离子体科学开辟新的研究方向，使人们能够探索不同放电条件、气体、反应器设计等因素的影响，以及此类控制方案对各类等离子体工艺的益处。

传统的感应耦合等离子体由正弦线圈电流 [29] 驱动，主要工作于感应 H 模 [10],，在每个射频周期内，电子从方位感应电场吸收两次功率，且强度相同。在低压区间，这些放电中的电子加热由非局域动力学机制 [3] 主导，例如反常趋肤效应 [30],，这使其有别于碰撞系统 [27]。在线圈的容性耦合（E 模）下，每个射频周期内鞘层扩展阶段也会产生电子功率吸收。

我们提出了一种基于线圈电流波形调节的新型电学电子能量概率函数控制机制，适用于感应耦合等离子体。该机制能够控制等离子体中的电子动力学，并可应用于实际场景：只需基于现有的多频阻抗匹配 [7,20,33] 改造外部电源，即可升级现有等离子体源，而无需改变反应器本身。通过采用二维轴对称且经实验验证的直接隐式粒子网格蒙特卡罗碰撞（粒子网格蒙特卡罗碰撞）模拟 [2],，我们展示并解释了为何具有不同且可控上升/下降时间的非正弦锯齿形线圈电流波形能够实现电学电子能量概率函数控制。

2 计算模型

如图 1 所示，仿真域为一个半径 8 cm、高度 5.8 cm 的圆柱形反应器。底部设有接地电极，反应器侧壁也接地。感应源由一个具有方形截面的五匝平面螺旋线圈构成，并建模为同心环。仿真在压力为 20 mTorr、中性气体温度为 300 K 的氩气中进行。线圈由定制的电流波形 $I(t)$ 驱动，该波形通过叠加基频为 $\omega_0 = 2\pi \times 13.56$ MHz 的谐波合成，最高达到 4 阶（$n = 4$）：

$$I(t) = I_0 \sum_{k=1}^{n} \frac{2(-1)^k}{k^2 m(1-m)\pi^2} \sin(k(1-m)\pi) \sin(k\omega_0 t), \tag{1}$$

其中，m 是可调节的外部参数，用于设定各谐波的振幅。我们比较了 3 种不同电流波形下的电子动力学，即

单频参考工况（SF， $I(t) = -I_0\sin(\omega_0 t)$）和 2 种多频锯齿波形（上升锯齿波： $m = 0.2$，下降锯齿波： $m = 0.8$）。在所有这些工况下，迭代调整 I_0，以使等离子体中的感性功率耗散维持在 $P_{\mathrm{Ind}} = 80$ W，误差不超过 ±2%。同时评估等离子体中的容性功率吸收 P_{Cap}，并汇总于表1。对于实际应用，可在线圈下方设置法拉第屏蔽罩，以尽量减小线圈的容性耦合。

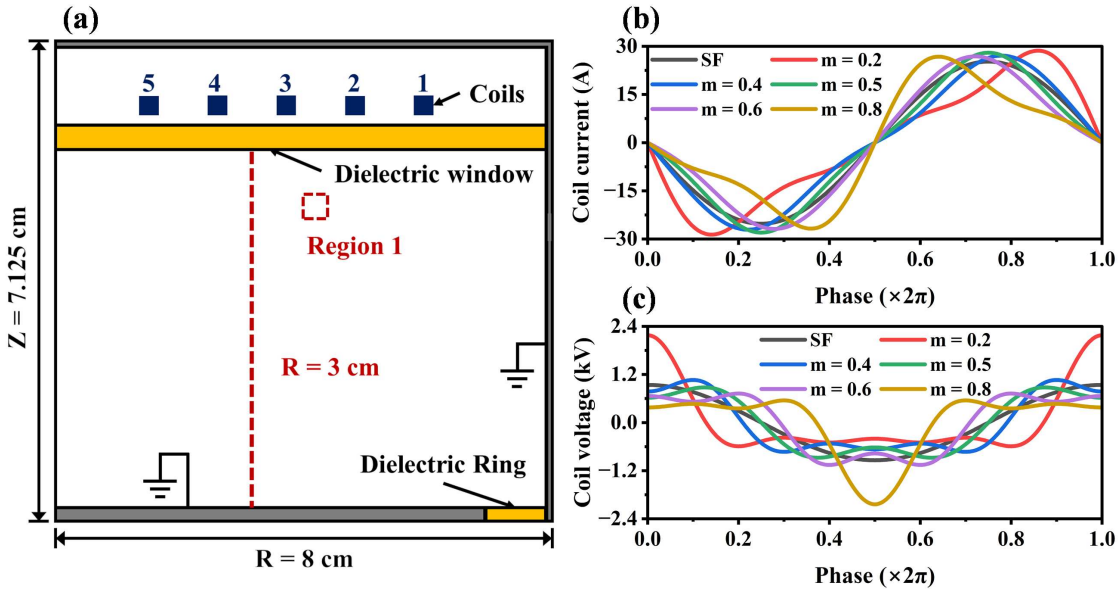

图1。（a）展示反应器几何结构的二维轴对称仿真区域。区域1表示以（r, z）为中心的 1×1 c m^2 正方形 =（4, 5）cm，用于数据分析。（b）参考单频情形（SF）的线圈电流波形，以及（c）相应的线圈电压波形；还展示了以不同 m 值为特征的定制线圈电流波形（公式1）。

表1。维持 $P_{\mathrm{Ind}} \approx 80$ W 所需的线圈电流 I_0 和容性功率耗散P_{Cap}。

情形（m）	**SF**	**0.2**	**0.4**	**0.5**	**0.6**	**0.8**
I_0 (A)	25.11	30.67	30.76	30.99	30.49	28.67
P_{Ind} (W)	79.45	80.86	81.38	79.64	80.42	81.16
P_{Cap} (W)	13.89	32.24	12.88	14.01	12.74	18.12

该模型采用能量相关描述，刻画电子在 SiO_2 表面诱导的二次电子发射（SEE） [11] ，并采用$\gamma_i = 0.15$ [14]的离子诱导二次电子发射系数。

为准确解析定制线圈电流波形产生的感应电场，我们将该电场分解为各个谐波分量。亥姆霍兹方程

针对每个谐波阶次 k 分别求解，以获得复场振幅 $\hat{E}_{\theta,\,k}$ [26]:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}+\varepsilon_r\varepsilon_0\mu_0(k\omega_0)^2-\frac{1}{r^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\hat{E}_{\theta,k} = i(k\omega_0)\mu_0(\hat{J}_{\theta,k}+\hat{J}_{\mathrm{coil},k}) \tag{2}$$

其中，$J_{\theta,k}$ 和 $J_{\mathrm{coil},k}$ 分别是等离子体和线圈电流密度在第 k 次谐波上的傅里叶分量。随后通过叠加原理重构总时变电场： $E_\theta(t)=\sum_{k=1}^{n}\hat{E}_{\theta,k}e^{jk\omega_0 t}$。

为描述线圈的容性耦合，需自洽地确定线圈上的电势分布。根据圆柱对称条件下的法拉第定律，通过沿回路对方位角电场积分，计算第 i 匝线圈的瞬时电动势（EMF） $\mathcal{E}_i(t)$；相对于接地的第一匝线圈的电势则通过求和得到 [2]:

$$\begin{cases}\mathcal{E}_i(t)=\oint \boldsymbol{E}_\theta(t)\cdot d\boldsymbol{l}=\int_0^{2\pi} rE_\theta(r,z,t)d\theta \\ \mathcal{E}_{turn,N}(t)=\sum_{i=1}^{N}\mathcal{E}_i(t)\end{cases} \tag{3}$$

确定每匝线圈随时间变化的电势后，采用泊松方程的隐式形式计算静电场，同时考虑金属和介电材料 [32]。随后，利用在空间和时间上分辨的总电场（即轴向静电场与方位角感应电场之和）在模拟中加速并追踪带电粒子。基于这种动理学方法，迭代求解上述方程，直至达到收敛。

3 结果

在维持感应耗散功率为 80 W 的同时，通过调整线圈电流波形，且该功率几乎全部耗散于电子，等离子体中的容性功率耗散较低，并在锯齿上升电流波形（$\mathrm{m}=0.2$）下达到最大值，而在其他情况下基本保持不变（见表1）。 P_{Cap} 中有很大一部分耗散于线圈邻近鞘层内的正离子。$\mathrm{m}=0.2$ 时的最大值是由实现锯齿上升线圈电流波形所需的特定线圈电压波形峰值造成的，这导致线圈处的鞘层扩展持续较长时间。调整线圈电流波形从根本上改变了等离子体中电场和电子时间动态特性，并实现了对其的电学控制。

在单频基准情况下，电子密度呈现标准的二维空间分布，其最大值位于趋肤层内，径向位置约为外部线圈半径的 2/3（图 2(a)）。由于线圈的容性耦合以及介电窗口等离子体侧振荡的射频鞘层，鞘层两端建立了直流电压降，以在该窗口处局部平衡电子 [31] 和离子通量 [15] （图 2(b)）。由于介电表面并非等电势面，该直流偏压呈现明显的径向不均匀性，在高电压最内侧线圈匝下方达到峰值。如图 3 左列在 R= 3 cm 处所示，电子功率吸收主要通过趋肤层内的方位感应电场实现，线圈容性耦合的贡献较弱，即通过静电轴向电场实现。在射频周期内，方位角电场以及由此产生的感应电子功率吸收在时间上呈对称分布，从而导致强烈的功率吸收，并使高能电子（≥ 16 eV）的密度在射频周期内的两个时刻达到峰值（图 3 中的时间窗口 1 和 2）；由于此时存在容性电子功率吸收，第一个峰值略强。如图 4 和图 5 所示，这导致

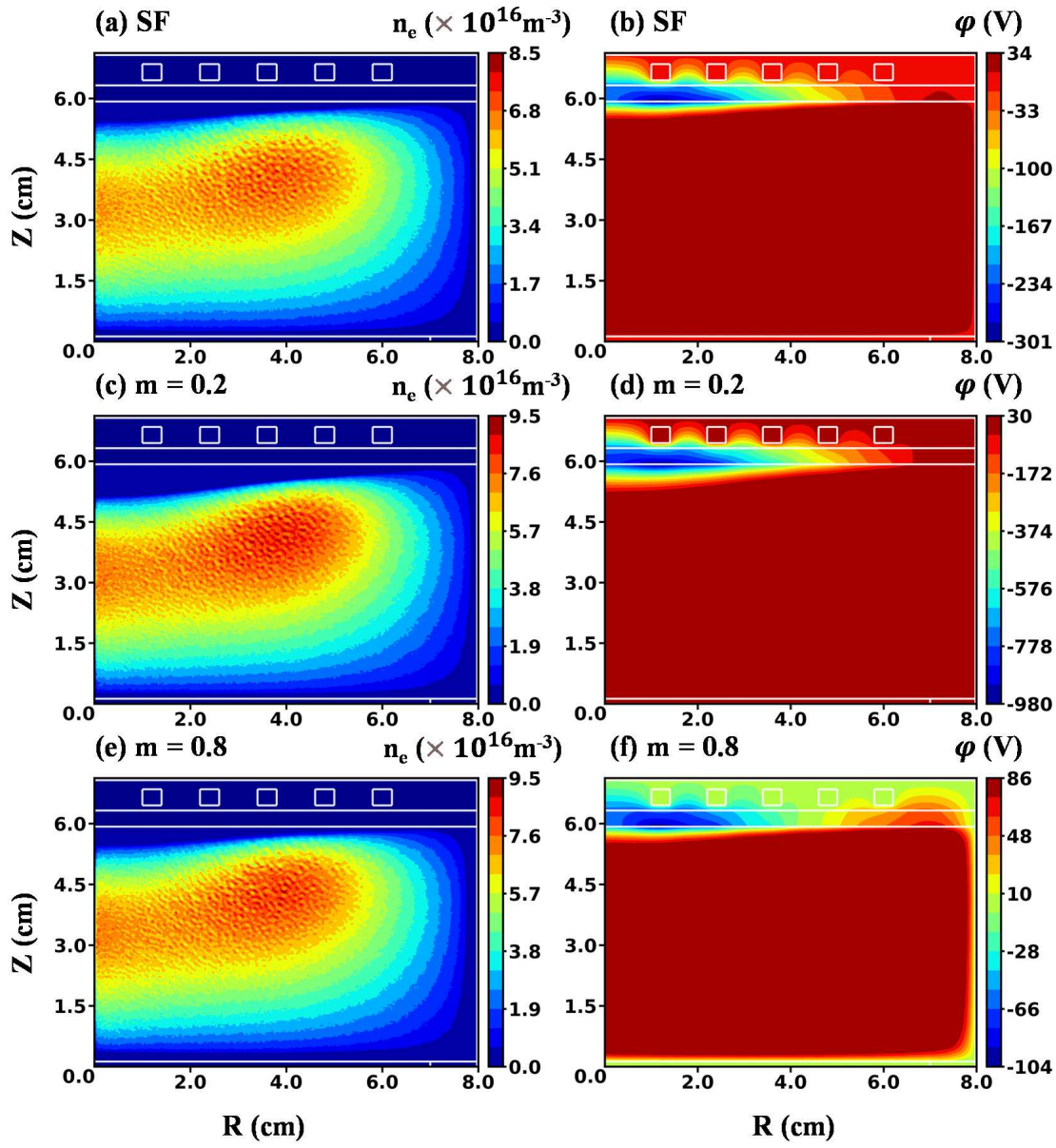

图2。一个基频射频周期内平均的（a、c、e）电子密度 n_e和（b、d、f）电势φ的空间分布。

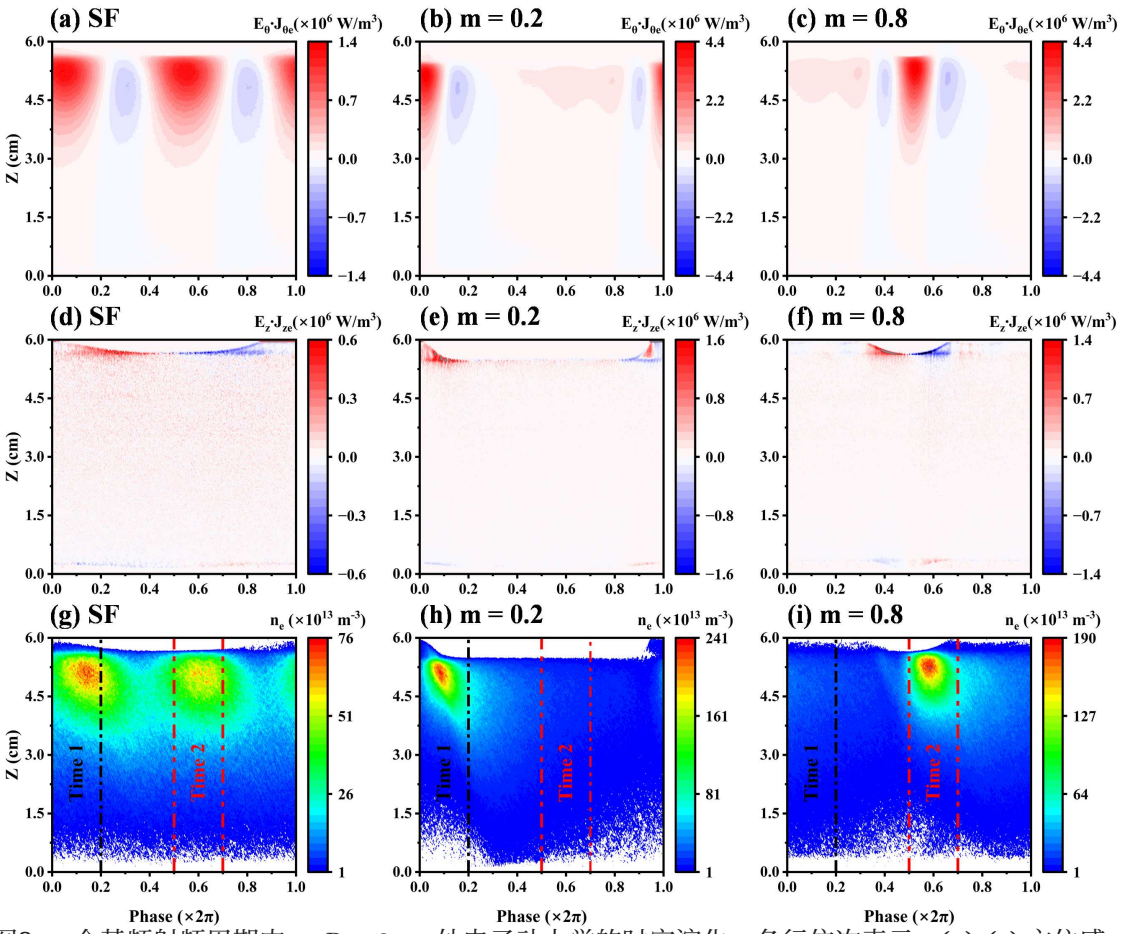

图3. 一个基频射频周期内， $R = 3$ cm处电子动力学的时空演化。各行依次表示：(a)–(c) 方位感应加热率 $E_\theta \cdot J_{\theta e}$；(d)–(f) 轴向加热率$E_z \cdot J_{ze}$；以及 (g)–(i) 能量为 ≥ 16 eV 的高能电子数密度。电子能量概率函数（EEPF）的采样窗口标记为时间1和时间2。

特定的电子能量概率函数形状，以及每个电子的时间对称电离率，这些特征由单频正弦线圈电流波形内在决定，在标准单频感应耦合等离子体中无法得到有效控制。

如图 1(b) 所示，通过调节 m 在式 (1) 中的参数，可以控制其上升和下降时间的定制锯齿电流波形具有陡峭和较低的电流梯度，dI_{coil}/dt，并在基频射频周期内的特定时刻呈现这些特征；也就是说，单频感应耦合等离子体所固有的时间对称性由此被打破。鉴于关系式$E_\theta \propto -dI_{\mathrm{coil}}/dt$，这会导致较窄时间窗口内产生较强的感应电场，而在每个基频射频周期内的另一个更长时间窗口中产生较弱的方位角电场。线圈电势的自洽解表明，如此快速的电流变化还会感生较大的电动势，从而导致线圈端子间出现显著的电压波动，如图 1(c) 所示。该电压驱动强烈的电容加热，由此形成一种混合加热模式，使感应和电容模式在时间上同步。

图2(c)–(h)展示了采用此类锯齿形定制电流波形对二维空间分辨、时间平均的等离子体密度和电势所产生的影响。采用具有陡峭梯度的锯齿电流波形会提高等离子体密度。

图3第2–3列显示，每个基频射频周期内，锯齿形线圈电流波形会带来一个短暂阶段：由于方位角电场较强，方位角电子功率吸收很强；随后则是一个持续时间较长的独立阶段，此时方位角电场较弱且符号相反，方位角电子功率吸收也较低。通过调节 m，即锯齿形线圈电流波形的陡峭程度，可以改变这种时间不对称性的程度。对于锯齿上升波形（$m = 0.2$），这一时刻与线圈处电容鞘层膨胀加热达到最大值的时刻重合。强感应电子功率吸收与强电容电子功率吸收的这种叠加，使得高能电子密度在时间1出现一个显著的单一峰值，如图3所示。采用锯齿下降线圈电流波形（$m = 0.8$）会将强感应电子功率吸收的时刻推迟至基频射频周期内的时间2（见图3），与鞘层塌缩阶段重合。这种同步使鞘层厚度减小，让等离子体主体得以扩展到更靠近上方介电窗口的位置，而该处的感应电场更强。这种空间接近显著提高了加热效率，使得所需线圈电流达到表1所示的最小值。因此，高能电子密度在这一较晚时刻达到最大值，且与相应的锯齿上升线圈电流波形相比，峰值更低。

这种通过 CWT 对电场和电子动力学的控制，可进一步有效调控电子能量概率函数和等离子体化学。图 4 分别展示了方向分辨电子能量概率函数：在 (a、b) 中，结果是在单频情形下第一个强感应功率吸收时间窗口（图 3 中的时间1）内进行时间平均，并在感应电子功率吸收最大的区域（图 1 中的区域 1）进行空间平均；在 (c、d) 中，结果是在单频情形下第二个强感应功率吸收时间窗口（图 3 中的时间2）内进行时间平均，并在同一区域进行空间平均。结果分别针对方位方向（a、c）和轴向（b、d）给出。单频情形下，方位方向的电子能量概率函数在时间上保持对称；而通过 CWT 可以打破并调控这种对称性。

对于锯齿上升波形（$m = 0.2$），在第一个时间窗口内，方位方向和轴向负速度处的电子能量概率函数高能尾部增强；但在第二个时间窗口内，正速度处并未出现这种增强（a、b）。这种不对称性可通过调节 m 来控制，这是 CWT 对电场和电子功率吸收进行调控的结果。对于锯齿下降线圈电流波形（$m = 0.8$），第二个时间窗口内方位方向的正速度处电子能量概率函数高能尾部增强（c），但轴向未发现这种增强（d），因为鞘层正在塌缩。

这种通过 CWT 控制 EEPF 的方式，可以控制一个射频周期内积分得到的电子碰撞激发总率与电离率之比，如图5所示，从而控制等离子体化学，因为这些过程对不同能量的电子敏感。较低的比值表明，更多比例的电子能量被用于电离，而非

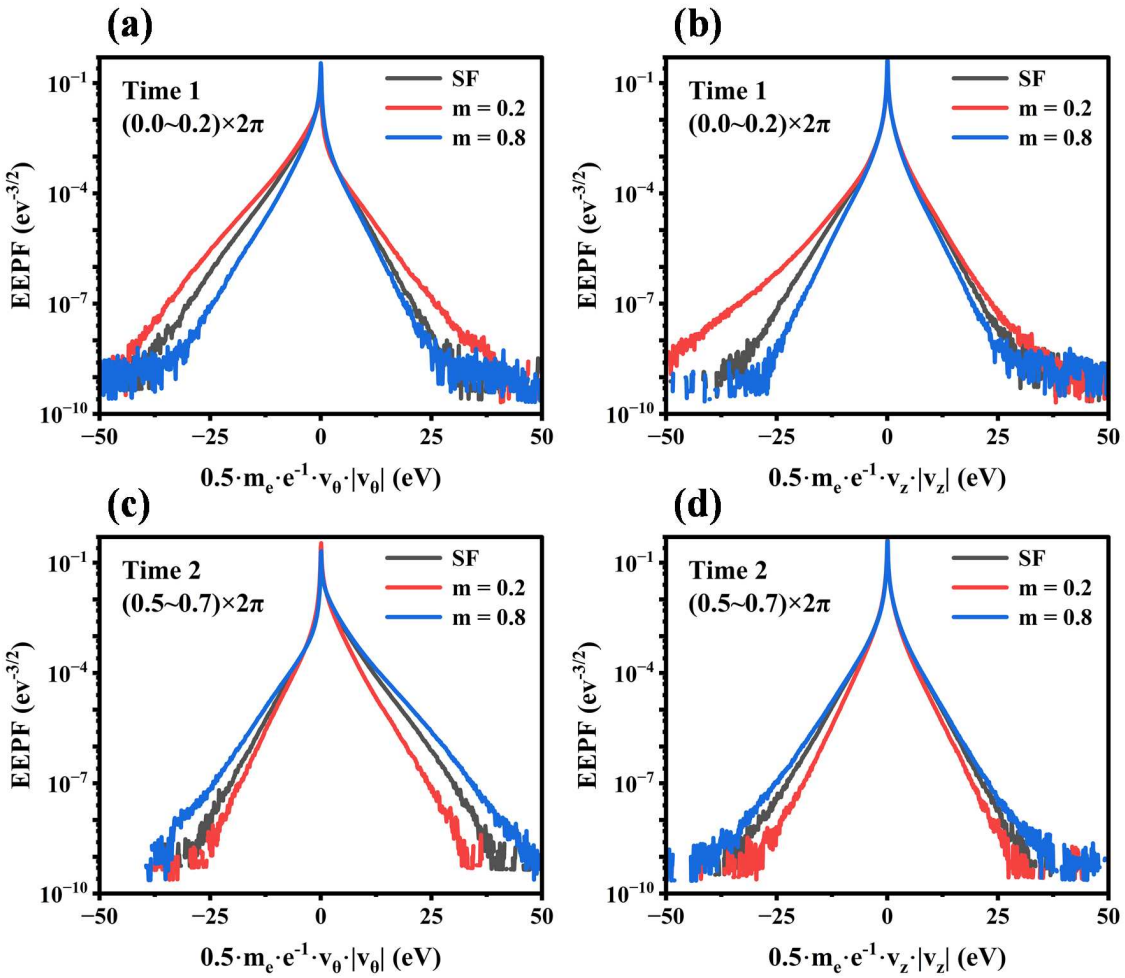

图4. 图1所示鞘层区域1中的方向分辨电子能量概率函数，并在图3所示的时间1和时间2相位区间内取平均值。(a)(c) 方位分量（v_θ），主要由感应电场驱动。(b)(d) 轴向分量（v_z），主要受鞘层动力学支配。

表2. 不同 m下，空间平均总激发率与总电离率之比 Ratio $=\Sigma_{exc}/\Sigma_{iz}$ 在一个基频射频周期内的积分值。

案例(m)	SF	0.2	0.4	0.5	0.6	0.8
比率	3.115	2.623	3.067	3.085	3.066	2.718

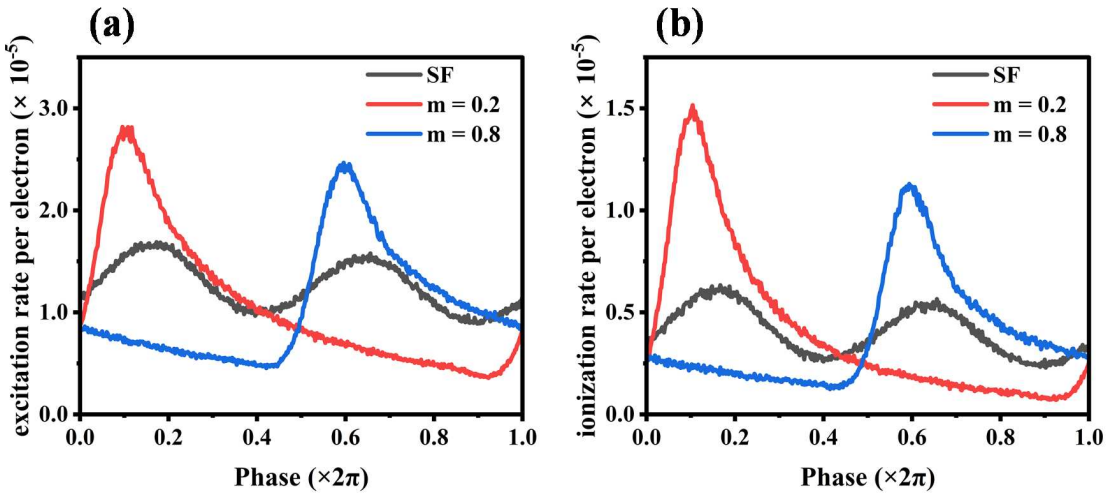

图5. 一个基频射频周期内，空间平均的 (a) 每个电子的激发率和 (b) 每个电子的电离率的时间演化。

较低阈值的激发路径 [9]。调节这一比值对工艺优化具有实际意义：提高电离分数可直接控制等离子体密度 [12], ，而调节激发水平则可精确调控自由基生成 [19] 和化学反应速率 [6]。如表2所示， $m = 0.2$ 和 0.8 锯齿电流波形的比值最低，分别为 2.623 和 2.718，而参考单频情形为 3.115。因此，在$m = 0.2$ 和 $m = 0.8$ 情形下可观察到更高的电子密度（见图2），这主要是因为更多能量用于电离而非激发。对于 $\mathrm{m} = 0.8$，这一结果是在较低的容性功率耗散下实现的。

4 结论

总之，我们采用二维PIC/MCC模拟，研究了由定制线圈电流波形驱动的ICP反应器中的电子动力学和等离子体动力学。研究发现，具有陡峭且可调电流梯度的锯齿波形能够打破经典单频ICP中电场和电子功率吸收动力学固有的时间对称性。通过对感应方位电场和容性轴向电场动力学进行定制和电控，可调节电子能量概率函数的高能尾部，从而控制等离子体中高能电子与低能电子的比例。这使得总电子碰撞电离率与激发率之比能够得到控制，进而实现对等离子体化学的调控。在反应性气体中，CWT有望选择性地调控自由基和离子密度，这些密度分别对不同能量电子的密度敏感。通过升级外部电源系统，并利用现有的多频阻抗匹配来定制波形 [7, 20, 33] ，即可在任何现有ICP反应器上实现这一增强型等离子体控制方案，而无需改动反应器本身。

致谢

本研究得到国家磁约束聚变能研究项目（2022YFE03190300）、国家自然科学基金委员会（12275095、11975174和12011530142）以及德国研究基金会（428942393）的资助。作者衷心感谢Shahid Rauf博士的宝贵指导。

数据可用性声明

支持本研究发现的数据可在提出合理请求后向通讯作者获取。

参考文献

1. F. L. Buzzi、Y.-H. Ting 和 A. E. Wendt。电介质等离子体刻蚀中轰击离子的能量分布。Plasma Sources Sci. Technol., 18:025009, 2009。2. Z. Chen、Z. Chen、Y. Wang、W. Jiang、Y. Ding、D. Xia 和 Y. Zhang。通过二维粒子网格/蒙特卡罗碰撞方法仿真感性耦合等离子体中的 E–H 模式转换。Plasma Sources Sci. Technol., 34:095009, 2025。3. G. Cunge、B. Crowley、D. Vender 和 M. M. Turner。具有内部线圈几何结构的脉冲电感耦合等离子体放电中 E 到 H 的转换特性：双稳态与滞后。Plasma Sources Sci. Technol., 8:576, 1999。4. U. Czarnetzki、J. Schulze、E. Sch¨ungel 和 Z. Donk´o。电容耦合射频放电中的电不对称效应。Plasma Sources Sci. Technol., 20:024010, 2011。5. M. Daksha、A. Derzsi、Z. Mujahid、D. Schulenberg、B. Berger、Z. Donk´o 和 J. Schulze。材料相关的二次电子发射系数建模及其对电容耦合射频等离子体 PIC/MCC 仿真结果的影响。Plasma Sources Sci. Technol., 28:034002, 2019。6. A. Derzsi、I. Korolov、E. Sch¨ungel、Z. Donk´o 和 J. Schulze。定制电压波形驱动的电容耦合放电中的电子加热与离子特性控制。Plasma Sources Sci. Technol., 22:065009, 2013。7. J. Franek、S. Brandt、B. Berger、M. Liese、M. Barthel、E. Sch¨ungel 和 J. Schulze。用于以定制电压波形驱动工艺射频等离子体的电源与阻抗匹配。《科学仪器评论》, 86:053504, 2015。8. V. A. Godyak 和 R. B. Piejak。13.56 MHz 低压氩射频放电中的反常低电子能量与加热模式转换。Phys. Rev. Lett., 65:996–999, 1990。9. V. A. Godyak、R. B. Piejak 和 B. M. Alexandrovich。电感耦合氩等离子体中的电子能量分布函数测量与等离子体参数。Plasma Sources Sci. Technol., 11:525, 2002。10. J. Hopwood。等离子体加工用感性耦合等离子体综述。Plasma Sources Sci. Technol., 1:109, 1992。11. B. Horv´ath、M. Daksha、I. Korolov、A. Derzsi 和 J. Schulze。低压运行的电容耦合射频等离子体中 SiO_2表面电子诱导二次电子发射的作用。Plasma Sources Sci. Technol., 26:124001, 2017。12. M. J. Kushner。用于基础研究和设备设计的低温等离子体混合建模。J. Phys. D: Appl. Phys., 42:194013, 2009。13. T. Lafleur。电容耦合等离子体的定制波形激励与电不对称效应。Plasma Sources Sci. Technol., 25:013001, 2015。

14. T. Lafleur、P. Chabert 和 J.-P. Booth。电容耦合等离子体中的二次电子诱导不对称性。J. Phys. D: Appl. Phys., 46:135201, 2013。15. M. A. Lieberman。电容性射频鞘层的解析解。IEEE Trans. Plasma Sci., 16:638–644, 2002。16. M. A. Lieberman 和 A. J. Lichtenberg。等离子体放电与材料加工原理。MRS Bull., 30:899–901, 1994。17. Y.-X. Liu、E. Sch¨ungel、I. Korolov、Z. Donk´o、Y.-N. Wang 和 J. Schulze。电负性电容耦合射频等离子体中条纹的实验观测与计算分析。Phys. Rev. Lett., 116:255002, 2016。18. Y.-X. Liu、Q.-Z. Zhang、W. Jiang、L.-J. Hou、X.-Z. Jiang、W.-Q. Lu 和 Y.-N. Wang。双频电容耦合等离子体中的无碰撞反弹共振加热。Phys. Rev. Lett., 107:055002, 2011。19. T. Makabe 和 Z. L. Petrovic。等离子体电子学：微电子器件制造中的应用。CRC出版社, 2006。20. F. Schmidt、J. Schulze、E. Johnson、J.-P. Booth、D. Keil、D. M. French、J. Trieschmann 和 T. Mussenbrock。用于电压波形整形的多频匹配。Plasma Sources Sci. Technol., 27:095012, 2018。21. J. Schulze、A. Derzsi、K. Dittmann、T. Hemke、J. Meichsner 和 Z. Donk´o。电负性电容耦合射频等离子体中漂移电场和双极电场引起的电离。Phys. Rev. Lett., 107:275001, 2011。22. J. Schulze、E. Sch¨ungel、Z. Donk´o 和 U. Czarnetzki。多频电容耦合射频放电中的电不对称效应。Plasma Sources Sci. Technol., 20:015017, 2011。23. J. P. Sheehan、N. Hershkowitz、I. D. Kaganovich、H. Wang、Y. Raitses、E. V. Barnat、B. R

Weatherford 和 D. Sydorenko。电子发射表面周围等离子体鞘层的动理学理论。Phys. Rev. Lett.，111:075002，2013。24. J.-Y. Sun、F. Gao、F.-J. Zhou、J. Schulze 和 Y.-N. Wang。磁化等离子体串联共振增强电容耦合射频放电中的谐波加热。Phys. Rev. Lett.，133:235302，2024。25. D. Sydorenko、I. Kaganovich、Y. Raitses 和 A. Smolyakov。二次电子发射壁面约束的弱碰撞等离子体中鞘层空间电荷限制区间的崩溃。Phys. Rev. Lett.，103:145004，2009。26. H. Takekida 和 K. Nanbu。电感耦合氩等离子体中无碰撞加热的粒子建模。Thin Solid Films，506:729–733，2006。27. M. M. Turner。电感耦合放电中的无碰撞电子加热。Phys. Rev. Lett.，71:1844–1847，1993。28. M. M. Turner 和 P. Chabert。双频激励增强电容耦合放电中的无碰撞加热。Phys. Rev. Lett.，96:205001，2006。29. M. M. Turner 和 M. A. Lieberman。射频电感耦合放电中的滞后与 E-H模式转换。Plasma Sources Sci. Technol.，8:313，1999。30. Y. O. Tyshetskiy、A. I. Smolyakov 和 V. A. Godyak。低频反常趋肤效应区间中电子加热的降低。Phys. Rev. Lett.，90:255002，2003。

31. V. Vahedi 和 G. DiPeso。二维有界等离子体模拟代码的电势与电路同步求解。计算物理学杂志，131:149–163，1997。32. H.-Y. Wang、W. Jiang 和 Y.-N. Wang。二维轴对称几何中的隐式静电粒子模拟/蒙特卡罗模型：I. 数值技术分析。Plasma Sources Sci. Technol.，19:045023，2010。33. J. Wang、S. Dine、J.-P. Booth 和 E. V. Johnson。定制电压波形等离子体多频阻抗匹配的实验验证。真空科学与技术杂志 A，37:021303，2019。34. X.-K. Wang、R. Masheyeva、Y.-X. Liu、Y.-H. Song、P. Hartmann、Z. Donk´o 和 J. Schulze

通过定制电压波形驱动的 CF4电容耦合等离子体中氟原子生成与控制的能效提升。Plasma Sources Sci. Technol., 33:085006, 2024。35. D. Yang、J. P. Verboncoeur 和 Y. Fu。射频等离子体相似定律和标度网络的演示。Phys. Rev. Lett., 134:045301, 2025。