利用全局敏感性分析评估桥墩周围局部冲刷经验方程

Gianna Gavriel
戈尔韦大学工程学院博士后研究员，大学路，戈尔韦，爱尔兰，H91 TK33；以及布里斯托大学理学与工程学院土木、航空航天与设计工程学院，女王大楼，大学路，布里斯托，BS8 1TR，英国，电子邮件：gianna.gavriel@universityofgalway.ieORCID：https://orcid.org/0000-0002-4648-1706

Maria Pregnolato
洪水风险与韧性基础设施副教授，代尔夫特理工大学土木工程与地球科学学院水利工程系，斯蒂芬路1号，代尔夫特，2628CN，荷兰；以及布里斯托大学理学与工程学院土木、航空航天与设计工程学院，女王大楼，大学路，布里斯托，BS8 1TR，英国，电子邮件：m.pregnolato@tudelft.nlORCID：https://orcid.org/0000-0003-0796-9618

Francesca Pianosi
水利与环境工程副教授 土木、航空航天与设计工程学院 理学与工程学院 布里斯托大学，女王大楼，大学路，布里斯托，BS8 1TR，英国 电子邮箱：francesca.pianosi@bristol.ac.ukORCID：https://orcid.org/0000-0002-1516-2163

Theo Tryfonas
基础设施系统与城市创新教授 土木、航空航天与设计工程学院 理学与工程学院 布里斯托大学，女王大楼，大学路，布里斯托，BS8 1TR，英国 电子邮箱：theo.tryfonas@bristol.ac.ukORCID：https://orcid.org/0000-0003-4024-8003

Paul J. Vardanega
土木工程副教授 土木、航空航天与设计工程学院 理学与工程学院 布里斯托大学，女王大楼，大学路，布里斯托，BS8 1TR，英国 邮箱：p.j.vardanega@bristol.ac.uk（通讯作者）ORCID：https://orcid.org/0000-0001-7177-7851

版本日期：12th 2026年1月

基于全局敏感性分析评估桥墩周围局部冲刷的经验方程

G. Gavriel、M. Pregnolato、F. Pianosi、T. Tryfonas 和 P.J.Vardanega

摘要

桥梁冲刷是一种复杂现象，涉及水文、岩土工程和结构过程。桥梁冲刷是导致桥梁坍塌的首要原因，可能造成包括人员伤亡在内的灾难性后果。对桥梁冲刷进行估算，是工程师评估桥梁系统性能的一项重要工作。设计阶段高估冲刷深度可能导致建筑成本超支，而低估则可能导致桥梁坍塌。多年来，人们提出了许多用于评估桥墩冲刷深度的经验方程。这些方程仅使用实验室数据或极少量现场数据进行了校准。本文利用可公开获取的美国地质调查局桥墩冲刷数据库，针对现场和实验室条件，对包括英国 *CIRIA C742* 方法在内的八个方程进行比较，以评估其准确性。随后，采用逐项敏感性评估和全局敏感性分析，确定这八个冲刷方程中最重要的参数。本文表明，采用全局方法（即同时改变所有参数）比传统的逐项方法能够提供更多见解。主要发现是，*CIRIA* 和*Froehlich* 方程在现场条件下最为准确，而攻角、桥墩形状和来流水深是影响最大的参数。努力降低这三个参数的不确定性，将最大限度地提高冲刷估算精度。

关键词：桥墩冲刷；冲刷测量；全局敏感性分析。

符号与缩略语表

拉丁符号 符号表示 参数 单位 B 桥墩宽度 米 B’ 有效桥墩宽度 D_{50} 中等粒径河床土壤级配 毫米 $F_{(pier)}$ TAMU 方程的弗劳德数 - F_a Froehlich 方程的弗劳德数 - $F_{c(pier)}$ TAMU 方程临界流速的弗劳德数 - F_r Chitale方程的弗劳德数 - F_{r1} HEC-18 方程的弗劳德数 - F_y PAWN分析的无条件累积分布函数 - g 重力加速度 米/秒²k 拟合分布方程的参数个数，用于数据库 - 以估算赤池统计量 K_1 HEC-18 方程的桥墩墩头几何修正系数 - K_2 HEC-18 方程的河床条件修正系数 - K_3 HEC-18 方程的冲刷角修正系数 - K_a Melville 和 Melville & Sutherland 方程的 - 桥墩排列影响系数 K_{aL} Laursen 方程中攻角影响的修正系数。K_{angle} CIRIA 方程中攻角影响的修正系数 - K_d Melville & Sutherland 方程中中等粒径泥沙影响的修正系数 - K_{depth} CIRIA 方程中水深影响的修正系数 - K_{h4} Melville 方程的泥沙级配和粒径影响系数 - K_I Melville 和 Melville & Sutherland 方程的强度影响系数 - K_{pa} TAMU 方程的长宽比影响系数 - K_{psh} TAMU 方程的桥墩形状影响系数 - K_{psp} TAMU 方程的桥墩间距影响系数 - K_{pw} TAMU 方程的水深影响系数 - K_s Melville 和 Melville & Sutherland 方程的桥墩泥沙粒径影响系数

K_{sh} Laursen 方程中用于修正桥墩鼻部形状影响的修正系数 K_{shape} CIRIA 方程中用于修正攻角影响的修正系数 - $K_{velocity}$ CIRIA 方程中用于修正水流速度影响的修正系数 K_y Melville 和 Melville & Sutherland 方程中的流动强度影响系数 K_θ Melville 方程中的攻角影响系数 K_σ Melville 和 Melville & Sutherland 方程中的桥墩形状影响系数 L 桥墩长度 米 n 输入参数数量 - N PAWN 方法生成的输出数量 - S 两个桥墩中心之间的间距。米 Sh 桥墩鼻部形状 - $t_{s(\Delta)}$ 逐一敏感性分析中变异系数最大值与最小值之间的最大差值 V_1 来流速度 米/秒 V_c 临界流速 米/秒 y_1 水深 米 y_{bc} 基于逐一敏感性分析基准情景计算的冲刷深度 米 y_c 基于输入参数平均值通过逐一敏感性分析计算的冲刷深度 米/秒 y_s 冲刷深度 米

希腊符号

符号表示 参数 均匀分布 **ts**

θ 攻角 °λ 用于估计对数似然的率参数 - μ 均值

-π 圆周率值 -σ 标准差

-φ Froehlich 方程的攻角影响因子 °

统计术语

符号表示	定义
t_s	逐一敏感性分析的离散度
$KS(I_k) = \text{最大}\,\lvert F_y(y) - F_{y\lvert x_i}(y\lvert x_i \in I_k)\rvert$	Kolmogorov-Smirnov统计量
$f_{(x_i)}$	单因素法计算的冲刷深度
	敏感性分析
$f_{(x_b)}$	基准情景的计算冲刷深度
$S_i = \text{均值}_{k=1,\ldots,n} KS_{(I_k)}$	PAWN敏感性指数

缩略语

缩写词 定义GSA 全局敏感性分析 OAT 逐一敏感
性分析 USGS 美国地质调查局 Gam 伽马分布
GEV 广义极值分布 LogNorm 对数正态分布
Uni 均匀分布

1. 引言

桥梁冲刷是指流动水体和波浪作用在桥墩、桥台及基础周围造成的材料流失（侵蚀）（例如，Melville & Sutherland 1988年；Melville 1997；Graf & Istiarto 2002；Arenson et al. 2012；Briaud et al. 2014；Kirby 等人 2015；Qi et al. 2016）。如果冲刷深度达到较大程度，就可能危及桥梁基础的稳定性，对结构构成风险，并可能导致损坏或坍塌（例如，Kirby 等人 2015；Liang et al. 2015；Shahriar 等，2021b）。桥梁周围的冲刷是导致桥梁失效的常见原因（例如，Melville & Coleman 2000；Deng & Cai 2010；Maddison 2012；Arneson et al. 2012；Liang et al. 2015；Kirby et al. 2015；Dikanski et al. 2018；Ekuje，2020）。桥梁冲刷的建模与预测对工程师而言颇具挑战，因为这是一个涉及多种因素的复杂过程：土壤性质（岩土工程）、桥梁设计（结构工程）以及水流的影响（水力）（参见美国国家科学院、工程院和医学院 2011a；Dehghani et al. 2013）。

据 Lauchlan & May（2002）所述，20世纪30年代提出的*Lacey*方程是最早用于计算冲刷深度的冲刷方程之一。Laursen & Toch（1956）利用水槽试验数据研究冲刷，但由于当时的技术限制，他们只能研究攻角对桥梁冲刷的影响（参见 Ettema

等人，2017）。此后，人们提出了许多用于估算冲刷深度的其他经验方程（例如，Melville & Sutherland，1988；Froehlich，1988；Melville，1997；Gaudio 等，2010；Hong 等，2012；Brandimarte 等，2012；Arneson 等，2012；Kirby 等人，2015；Briaud，2015a、2015b；Qi et al.，2016；Yazdanfar 等，2021；Kazemian 等，2023）。

有些公式通过考虑冲刷坑形成所需的时间来估算冲刷深度（Nandi 和 Das，2023），但在现场条件下，冲刷形成所需时间难以确定（例如，Melville 和 Chiew，1999；美国国家科学院、工程院和医学院，2011b；Choi 和 Choi，2016）。Sun 等人（2023）报告了近期基于能量守恒的研究，也有研究报告了采用人工智能（AI）的方法（例如，Kumar 等人，2024）。

了解现有经验公式（及半经验公式）估算冲刷深度的准确性，以及这些公式中各影响参数，对于在设计和规划活动中采用此类公式的估算结果至关重要（参见 Arneson 等人，2012年；Kirby 等人，2015年）。以往比较冲刷深度估算公式的研究，在某些情况下受到数据集规模相对较小的限制。大多数比较研究并未充分利用美国地质调查局开放数据库中的全部数据（Benedict & Caldwell，2014a、2014b——关于该数据库的更多详情，见第 2.1 节）（参见表 S2）。此外，敏感性分析大多局限于单因素分析（OAT）方法（参见表 S2）。这些局限可能造成了知识空白，使我们难以了解经验冲刷方程在各种现场条件下预测冲刷深度的能力，也难以明确这些方程中的哪些参数对预测的冲刷深度值影响最大。本研究利用美国地质调查局数据集中的全部数据，并采用全局敏感性分析（GSA），对一组已发表的冲刷深度预测公式进行更全面的评估，以弥补这些知识空白。

目前论文的部分作者已发表了关于美国地质调查局数据库的初步研究，这些研究列于（表 2）中。Gavriel等人（2022）考察了美国地质调查局数据库（现场数据）中的一个小型子集，以评估两个版本的*HEC-18* 方程（Richardson 和 Davis，2001；Arneson 等，2012）以及 *TAMU* 方程 （Briaud，2015a）的准确性。为评估可能影响*HEC-18*（Arneson 等，2012）准确性的因素，Gavriel等人（2023a）将美国地质调查局数据库（现场数据）划分为三组子组：（i）任意值的冲刷深度以及小于2米的冲刷深度；（ii）土床平均粒径范围为$D_{50} \leq 0.99$毫米、$0.99\text{毫米} < D_{50} \leq 9.99$毫米、$D_{50} > 9.99$毫米；以及（iii）按所采用的现场冲刷测量技术划分。Gavriel等人（2023b）对*HEC-18*方程（同样使用美国地质调查局数据库）进行了单因素敏感性分析，以评估输入参数对估算冲刷深度的敏感性。

本文比较了八个经验时间无关方程在预测 美国地质调查局 实验室和现场数据集实测冲刷深度时的准确性

数据库（所研究的部分方程也可称为“半经验方程”，但本文其余部分均称其为经验方程）（Benedict & Caldwell 2014a, 2014b）。这八个方程列于表1，其中包括英国的 *CIRIA* 方程（Kirby 等人 2015）；还包括所需参数与 CIRIA 方程相同的方程（即 *Melville*、*Froehlich* 和 *Melville & Sutherland* 方程）。本文纳入了 *HEC-18* 方程，因为它是美国一个重要的方程（参见 Arenson et al. 2012），其准确性和敏感性已由 Gavriel et al（2022, 2023a, 2023b）进行过分析，并且它也是表 S1 所列研究中最常被考察的方程之一。纳入 Briaud（2015a）提出的 *TAMU* 方程，是因为与其他方程不同，该方程还利用桥墩间距计算最大冲刷深度（Briaud 2015a）。*Laursen* 和 *Chitale* 是两个较早提出的方程，纳入它们是为了作为参数较少的方程的示例。表1所列方程中，除 *Froehlich* 方程外，其余方程最初均部分或完全基于实验室数据进行校准（参见 Briaud 2015a, Kirby 等人 2015, Arneson 等，2012, Melville 1997, Froehlich 1988年, Melville & Sutherland 1988年, Blench 等人 1962, Laursen 1962）。

随后，论文采用单因素敏感性分析，即将每个参数从其默认值（“基线”）开始变化，同时将其他参数保持在默认值。尽管此类单因素分析得到广泛应用，但存在两大主要局限（Saltelli 等人，2019）：（i）单因素敏感性分析无法捕捉参数之间的相互作用，而这些相互作用可能会放大或减弱单个参数变化的影响——这是非线性模型的常见特征（参见 Saltelli 等人，2019）；（ii）结果取决于所选基线，因此，如果选择不同的“基线”，敏感性评估会有多大差异，这一问题仍未得到解答（参见 Saltelli 等人，2019）。为克服这些局限，本研究还采用了全局敏感性分析方法（Pianosi 等人，2016），据作者所知，这是该方法首次应用于桥梁冲刷领域。该方法允许所有参数同时变化，并通过上述同时变化引起的输出分布变化来评估敏感性。有关本文研究的更多详情，请参阅 Gavriel（2025）的博士论文。

表1：本研究评估的八种桥墩冲刷深度计算公式

来源	Name	公式	校准所用数据
Kirby 等人（2015年）	*CIRIA*	$y_s = BK_{shape}K_{depth}K_{velocity}K_{angle}$	现场、实验室
Briaud（2015a）	*TAMU*	$y_s = 2.2\mathrm{B}'K_{pw}K_{psh}K_{pa}K_{psp}(2.6F_{(pier)} - F_{c(pier)})^{0.7}$	实验室
Arneson 等人（2012）	*HEC-18*	$y_s = 2.0y_1K_1K_2K_3\left(\frac{B}{y_1}\right)^{0.65} Fr_1{}^{0.43}$	实验室
Melville（1997）	*Melville*	$y_s = K_sK_\theta K_I k_{yb}k_G k_d$	实验室
Froehlich（1988年）	*Froehlich*	$y_s = 0.32B\varphi\left(\frac{B'}{B}\right)^{0.62}\left(\frac{y_1}{B}\right)^{0.46} F_{r1}{}^{0.20}\left(\frac{B}{D_{50}}\right)^{0.08}$	现场
Melville 与 Sutherland（1988）	*Melville & Sutherland*	$y_s = BK_sK_aK_IK_yK_dK_\sigma$	实验室
Chitale 撰写，见 Blench 等（1962）	*Chitale*	$y_s = y_1\left(-0.51 + 6.65F_r - 5.49F_r{}^2\right) + y_1$	实验室
Laursen（1962）	*Laursen*	$y_s = 1.5B\left(\frac{y_1}{B}\right)^{0.3}K_{aL}K_{sh}$	实验室

表2：与本研究相关的初步研究

参考文献	研究方法	Data	方法	主要发现
Gavriel等人（2022）	*HEC-18* ，*TAMU*	19 美国地质调查局野外数据（来自美国缅因州）	- .....的图 实测值与计算值冲刷深度	- 总体上高估所观测到的桥墩冲刷深度（对于所考察的有限数据集）
Gavriel等人（2023a）	*HEC-18*	936 美国地质调查局现场 data	- 图 实测与计算冲刷深度 - 子集：(i) 任意值的冲刷深度和冲刷深度低于 2m（ii）$D_{50} \leq 0.99$毫米，0.99毫米 $< D_{50} \leq 9.99$毫米，$D_{50} > 9.99$毫米以及（iii）用于冲刷深度测量	- *HEC-18*方程给出了对较低数值的预测效果更好冲刷深度
Gavriel等人(2023b)	*HEC-18*	936 美国地质调查局现场 data	- 逐一敏感性分析 - 基准情形 1 (BC1)：所有输入参数均等于其均值 - 基准情形 2 (BC2)：所有输入参数均等于其均值，但攻角除外攻角，其中 $\theta = 0$	- BC1（攻角为零）：桥墩宽度最具影响力的参数，其次是流速。 - BC2（攻角非零）：攻角和 pier 宽度较大影响力
Gavriel等人（2025年）	*HEC-18*、*TAMU*、*CIRIA*，*Melville*，*Melville & Sutherland*，*Froehlich*，*Chitale*、*Laursen*	936 美国地质调查局现场 data	- .....图 实测与计算冲刷深度 - 子集：用于冲刷深度测量的仪器类型深度测量 - 将 Vardanega 等人（2021）框架应用于冲刷测量方法，源自美国地质调查局数据库	- 测深仪测深，是最流行的设备，位于美国地质调查局数据库，被评估为根据"中等适用"。Vardanega 等人（2021）框架

表 3：逐一敏感性分析（OAT）和全局敏感性分析（GSA）所用的参数范围

			现场数据（*n*=936）					实验室数据（*n*=569）				
			OAT				GSA	OAT				GSA
参数	单位	定义	min	max	μ	σ	分布	min	max	μ	σ	分布
B	m	桥墩宽度	0.29	22.86	1.23	1.14	广义极值分布 [0.26，0.82, 0.42]	0.02	0.92	0.11	0.14	广义极值分布 [0.50，0.06, 0.032]
L	m	桥墩长度	2.44	74.88	11.15	5.49	广义极值分布 [0.015，9.18, 3.12]	-	-	-	-	-
y_1	m	来流深度	0.10	22.52	3.96	3.07	广义极值分布 [0.23，2.38, 1.87]	0.02	1.90	0.27	0.24	广义极值分布 [0.47，0.15, 0.10]
V_1	m/s	来流速度	0.02	4.48	1.26	0.78	伽马分布 [2.23，0.71]	0.15	2.16	0.51	0.32	广义极值分布 [0.40，0.34, 0.16]
V_c	m/s	临界流速	-	-	-	-	-	0.22	1.27	0.44	0.22	广义极值分布 [0.50，0.33, 0.089]
θ	°	攻角	0	85.00	19.91	17.55	广义极值分布[0.37,11.18,8.36]	-	-	-	-	-
D_{50}	mm	土床级配	0.01	108.00	19.08	28.04	对数正态分布 [1.25, 2.12]	0.22	7.80	1.23	1.41	广义极值分布 [0.85，0.50, 0.38]
Sh	-	桥墩端部形状	-	-	-	-	均匀分布 [0.9,2]	-	-	-	-	均匀分布 [0.9, 2]
S	m	桥墩间距	-	-	-	-	均匀分布 [1, 30]	-	-	-	-	均匀分布 [1, 5]

**y_1 计算不包括等于零的值（现场数据：6 个案例），V_1 计算不包括等于零的值（现场数据：13 个案例），因为$V_1=0$ 会导致$y_s= 0$，这是不合理的； μ=均值；σ=标准差；GEV= 广义极值分布；Gam = 伽马分布；LogNorm = 对数正态分布。

2. 方法

本节阐述了本文用于评估所分析的八个经验方程准确性的方法，这些方程列于表1中。本节还介绍了本研究采用的两种方法——单因素敏感性分析和全局敏感性分析——以探究冲刷方程中各参数相对重要性的方法。

2.1 数据来源与处理

Benedict & Caldwell（2014a，2014b）汇编了本研究使用的冲刷数据库；该数据库可在网上免费获取（Benedict & Caldwell 2014a，2014b）。Benedict & Caldwell（2014a，2014b）中的大部分数据（78%）此前已发表于美国地质调查局（USGS）的国家桥梁冲刷数据库，因此本文将该数据集称为美国地质调查局数据库。该数据库包含569个关于桥墩周围局部冲刷测量值的实验室数据点，以及936个来自现场的桥墩局部冲刷测量值。

对于美国地质调查局数据库中的现场数据，其中包括一个包含28条桥台冲刷深度数据的*MS Excel*电子表格、一个包含43条收缩冲刷深度数据的*MS Excel*电子表格，以及一个包含507条桥墩局部冲刷深度测量值的*MS Excel*电子表格。本研究聚焦于桥墩局部冲刷，因此不考虑桥台和收缩冲刷数据。美国地质调查局数据库还包含一个*MS Access*电子表格，其中载有93个地点桥墩冲刷深度的信息。该*MS Access*电子表格还提供了部分桥墩的长度及所采用的测量技术信息，而这些信息未包含在MS Excel电子表格中。桥墩冲刷深度数据还辅以解释数据收集过程的报告。

对于美国地质调查局数据库中的实验室数据，所有桥墩均视为圆形，所有冲角 θ均为零；L（桥墩长度）未在*MS Excel*电子表格中提供。此外，数据库中569条数据均提供了临界流速 V_c 。所有569条数据均提供了桥墩宽度B,。

对于现场数据，约 33% 的冲刷深度数据（309/936）未提供桥墩长度L。缺失的桥墩长度L根据桥墩宽度,B按比例估算：$L = 11.7B$，其中 11.7 是数据库中 627 个已知长宽比（L/B）的平均值（Gavriel等人 2023a）。对于所有采用桥墩长度L估算冲刷深度的方程，还使用$L = 5.85B$ （0.5×11.7）和$L = 23.4B$ （2×11.7）进行了观测分析 ，以考察每个方程在L 估算值变化时，冲刷深度估算结果如何变化。上述假设用于为*CIRIA, HEC-18, Melville, Melville & Sutherland* 和*Laursen* 方程构建缺失的桥墩长度数据。

Briaud（2015a）提出的 *TAMU* 方程需要将桥墩间距 S, 作为冲刷深度估计的输入参数。数据库报告中未明确说明桥墩间距 S 的信息，因此针对多个间距计算了 *TAMU* 冲刷深度

值，以考察间距变化如何影响冲刷估计。观察发现，随着桥墩间距增大，冲刷深度趋于稳定（另见 Gavriel 等人（2022））。在本分析中，使用 S = 3m 作为采用 美国地质调查局数据库（现场数据）进行估计时的间距值（详情见 Gavriel（2025））。

本文中，现场和实验室数据的计算冲刷深度结果均存在 10% 的误差。该 10% 的误差基于 Arneson 等人（ 2012 ）的图 3.1，该图表明，作为经验法则，最大冲刷通常比最大清水冲刷大 10%。2.2 方程精度评估

利用实测值与预测值散点图，对现场条件下八个冲刷方程相较于实验室条件的精度进行了可视化评估。在散点图中添加了两组边界线：±50% 边界线（方程：$y = x \pm 0。5x$ ）和 1.5 倍边界线（方程：$y = 1。5x$；$y = 1.5/x$）。统计位于边界线之间的数据点所占的百分比，并将其作为方程精度的衡量指标：该百分比越高，经验方程对冲刷深度的估计越准确。每幅散点图中还绘制了相等线（$y = x$），以直观识别各方程高估或低估的数据点数量。

2.3 敏感性评估：单因素敏感性分析

采用单因素敏感性分析，确定每个方程中影响最大的参数。该分析通过一次改变一个参数，同时将其他参数保持在基准值不变来进行（例如，Saltelli（2002）；Ikonen（2016））。

为进行单因素敏感性分析，假设参数服从正态分布，并计算每个参数的均值 μ、标准差 σ, $\sigma \pm \mu$，以及 $\sigma \pm 0.5\mu$ 处的最大值和最小值。参数范围见表 3。考虑了两个基准情景，一个针对现场数据，另一个针对实验室数据。在每个情景中，所有参数的基准值均设为其均值（ Gavriel 等人（2023b））。

为估计每个参数对冲刷深度估算的影响，采用了方程 1：

$$t_i = \frac{f(x_i)}{f(x_b)} \times 100 \quad [1]$$

其中，t_s = 离散度，$f(x_i)$表示第 i 个参数设为扰动值（其最小值、最大值、μ - σ或μ + σ）时的计算冲刷深度；$f(x_b)$ = 表示所有参数均为基准值时的计算冲刷 深度。对于每个参数，使用公式（2）计算四次实验中最大t_i 值与 最小t_i 值之间的差值：

$$t_{i(\Delta)} = \text{最大值 } t_{\text{i}} - \text{最小值 } t_{\text{i}} \quad [2]$$

对于每个方程，均根据 $t_{i(\Delta)}$ 的值对参数进行排序。$t_{i(\Delta)}$ 越高，参数不确定性对输出的影响越大。

2.4 敏感性评估：全局敏感性分析

作为单因素敏感性分析的替代方法，本文首次（据作者所知）在冲刷方程背景下探讨了全局敏感性分析（例如 Saltelli 等，1999；Pianosi 等，2016）的应用。全局敏感性分析主要包括四个关键步骤。步骤 1：通过概率分布表示模型参数的不确定性。步骤 2：根据步骤 1 中定义的参数分布，通过统计抽样（例如 Song 和 Kawai，2023）生成一定数量的参数组合。步骤 3：使用每个参数组合评估经验方程，从而获得冲刷深度估计值的合成数据集。步骤 4：随后对合成冲刷深度数据集进行分析，得到一组全局敏感性指数，每个研究参数对应一个指数；每个指数衡量由该参数变化引起的方程输出不确定性的相对贡献。敏感性指数的定义，以及根据输出数据集近似计算其值的过程，会因所采用的全局敏感性分析方法而异。在本研究中，采用了 Pianosi 和 Wagener（2015）提出的 PAWN 方法。该方法通过比较所有参数同时变化时的无条件输出分布与固定某一参数时的条件分布之间的差异来衡量参数敏感性。具体而言，PAWN 使用 Kolmogorov-Smirnov（*KS*统计量）统计量，测量输出的无条件累积分布函数（CDF）与在不同条件取值下得到的多个条件累积分布函数（CDF）之间的最大垂直距离。

通过分析美国地质调查局数据库中可用的参数值，得出了全局敏感性分析实验所用的参数分布。如果只知道参数的最小值和最大值，则假定该参数在此最小值至最大值范围内服从均匀分布。如果美国地质调查局数据库中包含一组参数值，则使用赤池统计量（Akaike，1974）作为最佳拟合度量，对这些值进行概率分布拟合。表 3 详细列出了针对各参数数据拟合得到的分布。

随后使用拉丁超立方抽样为每个经验方程生成N = 5000 组参数组合，并针对所有组合评估该方程，从而得到包含 5000 个冲刷深度估计值的样本。

Pianosi 和 Wagener（2018）提出的 PAWN 近似策略用于计算敏感性指数。首先需要计算所有输出（冲刷深度）样本的经验分布——无条件 CDF F_y。然后，将每个参数的变化范围划分为 n = 10 个区间，并据此划分输入输出数据集。接着，计算 10 个子样本中各自的输出经验分布——这就是 10 个条件 CDF $F_{y|xi}$。PAWN敏感性指数计算为每个条件 CDF 与无条件 CDF 之间 Kolmogorov-Smirnov 统计量（即最大垂直差值）的均值（公式 3 ）：

$$S_i = \text{均值}_{k=1,..,n}{}^{KS}(I_k) \text{ 其中 } KS(I_k) = \text{最大值 } |F_y(y) - F_{y|x_i}(y|x_i \in I_k)| \quad [3]$$

该方法还可量化因输入输出数据集规模有限而导致的敏感性指数不确定性。具体而言，利用自助法计算了各敏感性指数的上下分位数，并通过对无条件输出分布进行自助抽样，计算了对应于“虚拟”参数的敏感性指数（Pianosi & Wagener 2018年）。按照定义，这种虚拟敏感性完全源于近似误差，因此可作为评估其他所有指数显著性的参照值：低于虚拟敏感性的敏感性指数值可归因于近似误差，而非表明其对输出不确定性有实际贡献。

3. 结果

3.1 模型精度

图1和图2展示了基于美国地质调查局数据库现场数据的*CIRIA* 方程所估算的冲刷深度与实测冲刷深度的对比。图3展示了使用实验室数据进行的相同分析。在所有图中（图S1至图S26），落在界限范围内的数据点越多，所考察方程的准确性就越高。表1所列其他方程的类似图示见补充材料（图S1至图S26），准确性结果汇总于表 4。

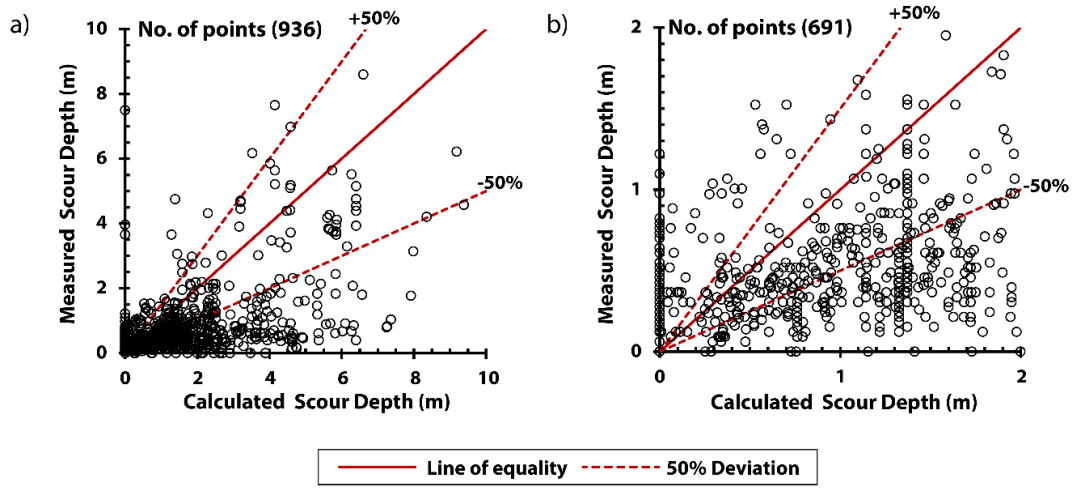

图 1：（a）美国地质调查局数据库中的实测冲刷深度（现场数据）与 CIRIA 方程计算值的对比，并与$y = x \pm 0.5x$界限进行比较；（b）与（a）相同，但重点显示实测冲刷深度 ≤2米。

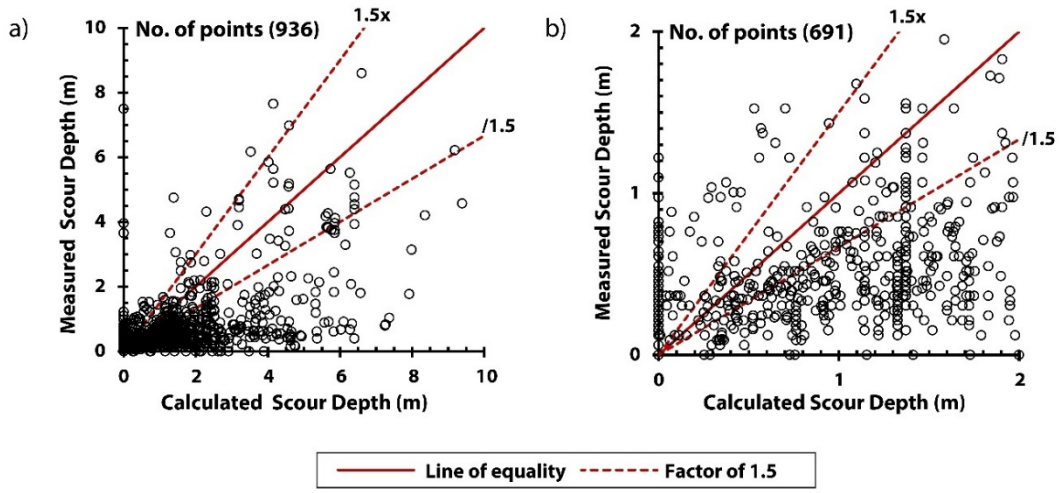

图 2：（a）美国地质调查局数据库（现场数据）中的实测冲刷深度与 CIRIA 方程计算值的对比，并与$y = 1.5x$和$y = x/1.5$界限进行比较；（b）与（a）相同，但重点关注实测冲刷深度 ≤ 2m

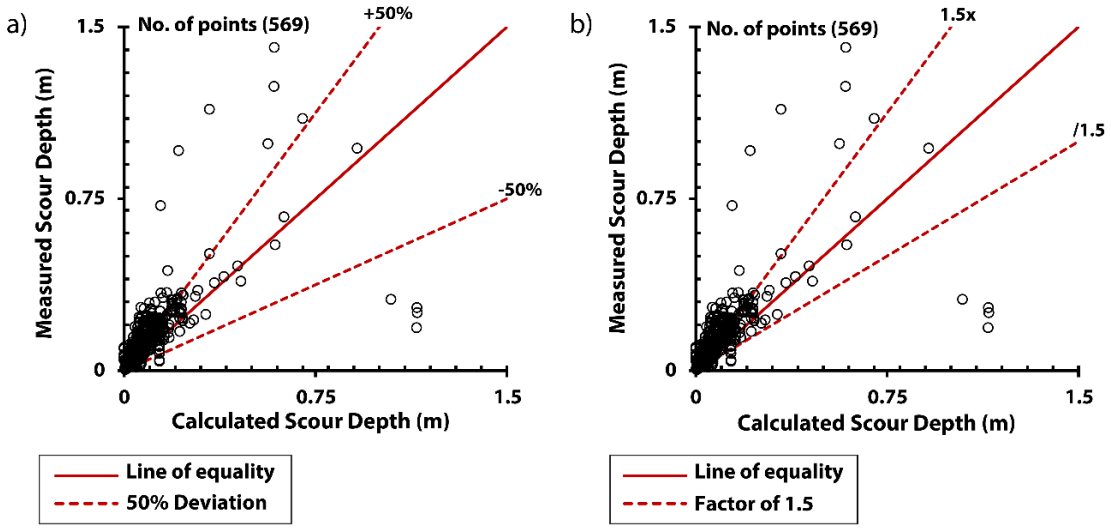

图 3：（a）美国地质调查局数据库（实验室数据）中的实测冲刷深度与 CIRIA 方程计算值的对比，并与$y = x \pm 0.5x$界限进行比较；（b）与（a）相同，但重点关注实测冲刷深度 ≤ 2m

从表 4可以看出，大多数所研究方程均呈现高估趋势。基于实验室数据的结果中，落在界限范围内的数据点更为集中（即准确性更高），这一点已得到确认；这或许并不令人意外，因为实验室数据是在更受控的环境中收集的。研究发现，*CIRIA*方程（部分基于现场数据推导，部分基于实验室数据推导）在 ±50%和1.5倍界限范围内的数据最为集中，其次是*Froehlich* 方程。

对于基于实验室数据的结果， *HEC-18* 方程中落在 ±50%界限内的数据比例最高（83%）；然而，现场数据并未达到这一准确度，只有22.1%的数据落在 ±50%界限内。在分析实验室数据子集与现场数据子集时， *TAMU*和*Laursen*方程也表现出类似的准确度下降。*Melville*和*Chitale*方程在实验室数据集和现场数据集上的表现都较差，在两种情况下，落在所研究界限内的数据点比例均低于10%。对于所有受研究的方程，考虑测得冲刷深度为 ≤ 2m 的现场数据时，落在所研究界限内的数据比例均有所增加。

3.2 单因素敏感性分析

图4展示了采用实验室数据集的参数范围对八个经验方程进行单因素敏感性分析所得的结果。图5展示了采用现场数据集的参数范围所得的结果。所有受研究方程计算得到的敏感性指数均列于补充材料（表S2至S33）中。

图4（基于实验室数据集的结果）显示，对于全部八个方程，来流深度y_1,的影响都很大。除*Laursen.* 外，所研究的所有方程都受到来流速度V_1, 的显著影响。除*Chitale*外，所研究的所有方程都受到桥墩宽度,*B,* 的显著影响。对于*Froehlich*、 *Melville& Sutherland*和*Melville*方程，D_{50} 也被发现具有影响。对于所研究的所有方程，至少有一个与水力特性相关的输入参数具有显著影响；这或许是意料之中的，因为冲刷深度是流动水体作用的结果（参见 Arneson et al. 2012）。

图5（基于现场数据的结果）再次显示，所有方程至少对一个水力参数敏感（即V_1, y_1, V_c）。图5还显示，除*Chitale*外，所有方程都对几何参数（即*B*、*L* 和θ）高度敏感。从图4和图5可以看出，对于现场和实验室测量数据，桥墩宽度*B*对全部八个方程的冲刷深度估算都非常重要。这一结果合理，并且与以往研究中的敏感性评估一致（例如，Ekuje，2020；Shahriar 等，2021a、2021b；Kim 等，2024）。对于所有方程，其他参数也很重要，其（单因素分析）敏感性与桥墩宽度*B*相近，或仅略低于后者。下一节将报告全局敏感性分析的结果，该分析用于探究能否检测出方程参数相对重要性的差异。

表 4：使用美国地质调查局数据库中的实验室和现场数据，对所研究的八个经验方程的高估、低估、在 ± 50%范围内以及在 1.5 倍范围内的数据点数量（*n*）和百分比（%）。在范围内的数据点百分比最高（即准确度最高）的结果以粗体标出。

方法	低估		高估		在 ±50% 范围内		在 1.5 倍范围内	
	n	(%)	*n*	(%)	*n*	(%)	*n*	(%)
实验室数据（*n = 568*）								
CIRIA	498	87.5	71	12.5	277	48.7	267	46.9
TAMU	325	57.1	244	42.9	304	53.4	254	44.6
HEC-18	138	24.3	431	75.7	472	**83.0**	402	70.7
Melville	541	95.1	28	4.90	51	9.00	42	7.4
Froehlich	52	9.1	517	90.9	157	27.6	83	14.6
Melville & Sutherland	306	53.8	263	46.2	119	20.9	64	11.2
Chitale	34	6.0	535	94.0	44	7.7	22	3.9
Laursen	105	18.5	464	81.5	464	81.5	416	**73.1**
现场数据（*n = 936*）								
CIRIA	178	19.0	758	81.0	339	**36.2**	232	**24.8**
TAMU	113	12.1	732	78.2	142	15.2	87	9.3
HEC-18	97	10.4	839	89.6	207	22.1	135	14.4
Melville	54	5.8	882	94.2	71	7.60	38	4.1
Froehlich	641	68.5	295	31.5	272	29.1	226	24.1
Melville & Sutherland	131	14.0	805	86.0	203	21.7	97	10.4
Chitale	17	1.8	919	98.2	44	4.7	22	2.4
Laursen	20	2.1	916	97.9	172	18.4	63	6.7
现场数据 ≤*2m*								
CIRIA（*n = 619*）	161	23.3	458	74.0	267	**38.6**	184	**26.6**
TAMU（*n = 495*）	204	41.2	291	58.8	119	24.0	75	15.2
HEC-18（*n = 548*）	90	16.4	458	83.6	131	23.9	91	16.6
Melville（*n = 512*）	53	21.8	190	78.2	65	26.7	35	14.4
Froehlich（*n = 916*）	641	70	275	30.0	271	29.6	225	24.6
Melville & Sutherland（*n = 512*）	128	25	384	75.0	129	25.2	73	14.3
Chitale（*n = 162*）	17	10.6	144	89.4	37	23.0	21	13
Laursen（*n = 446*）	12	2.7	434	97.3	67	15.0	20	4.5

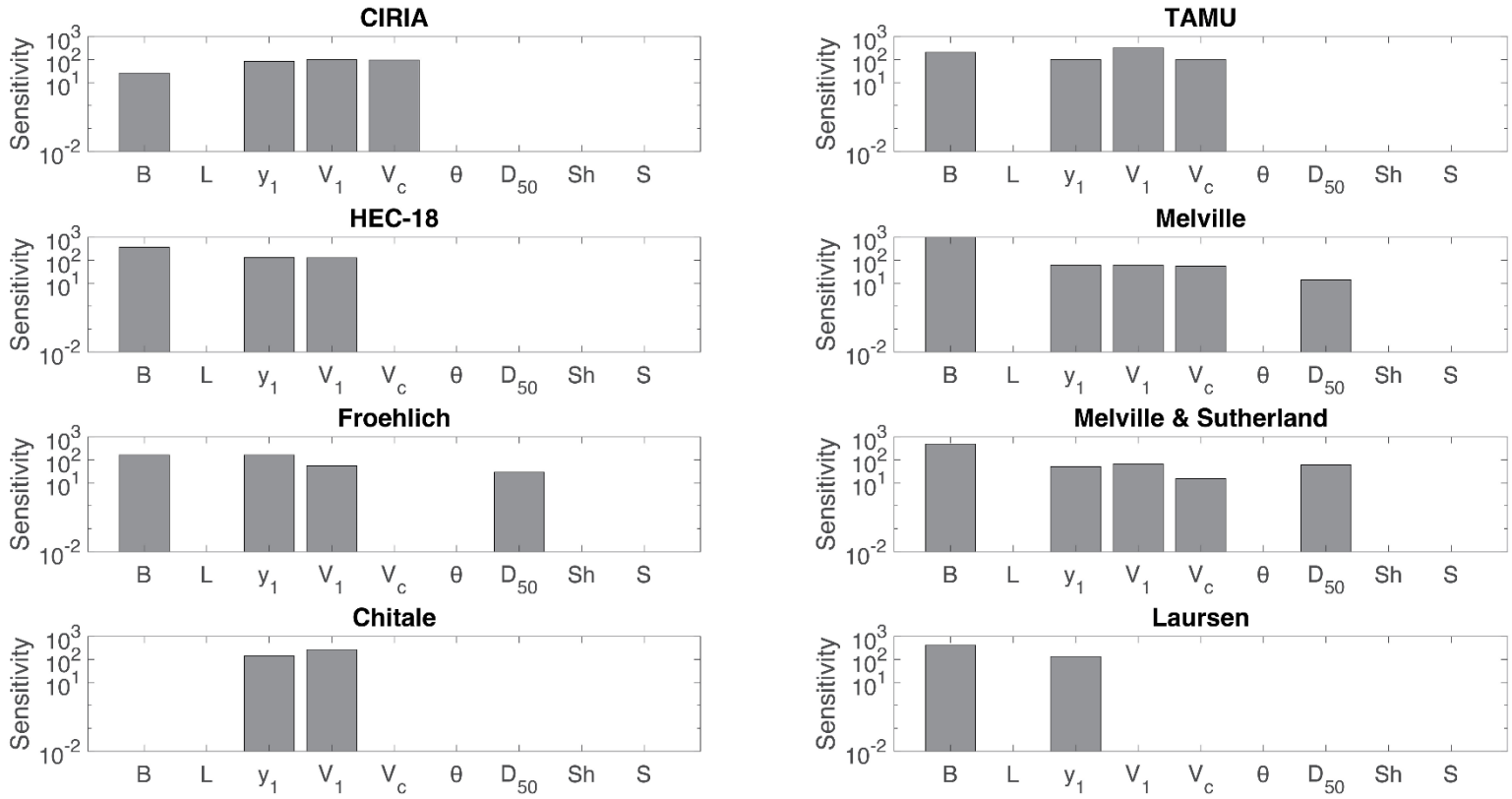

图 4. 基于实验室数据的参数变化逐一敏感性分析结果。每个面板展示了所研究的八个经验方程之一的结果。*y* 轴上的敏感性指数值越高，该参数对冲刷深度估算的影响越大。

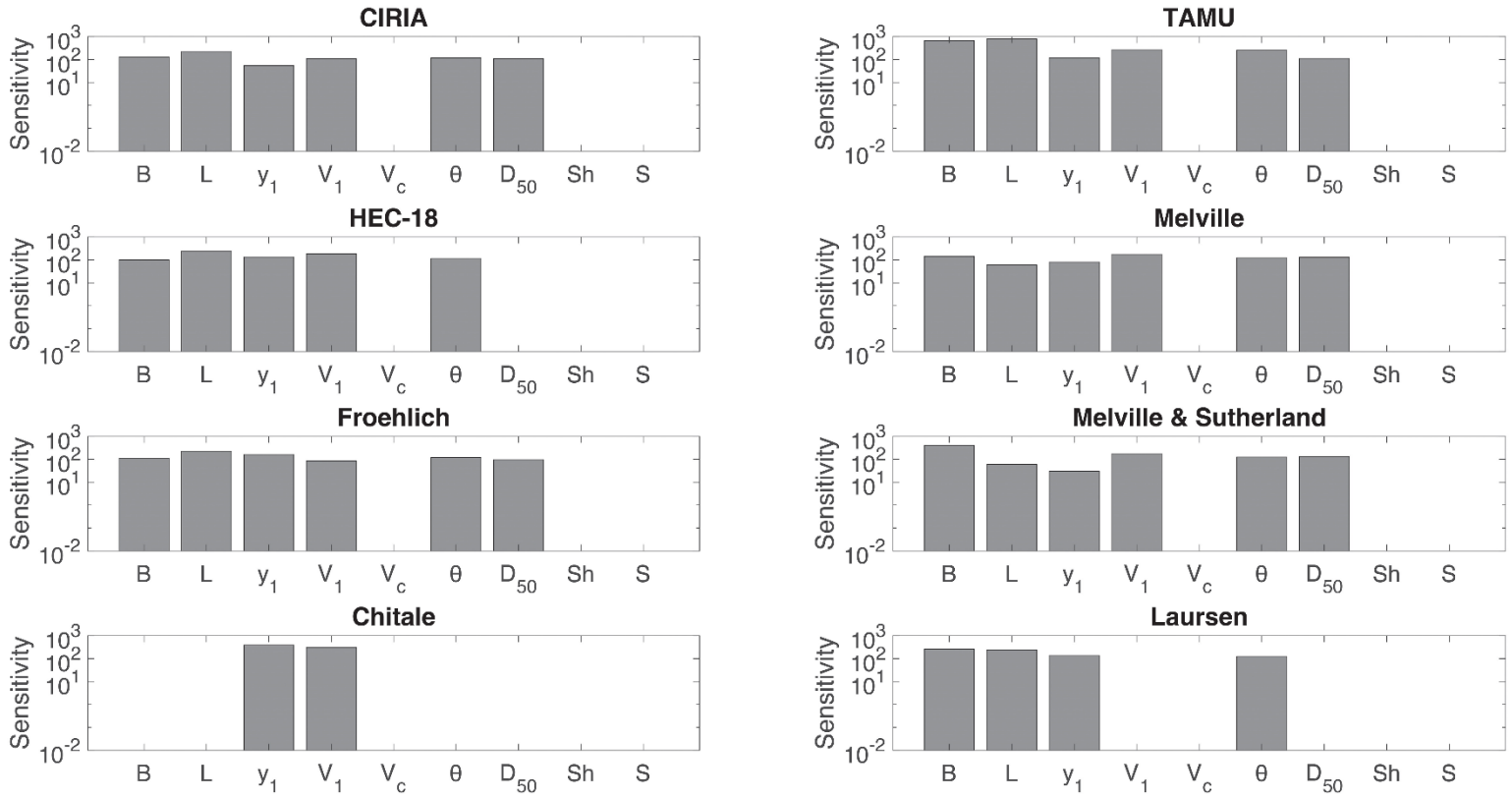

图5. 基于现场数据的参数变化逐一敏感性分析结果。每个面板展示了所研究的八个经验方程之一的结果。*y*轴上的敏感性指数值越高，该参数对冲刷深度估算的影响就越大。

3.3 全局敏感性分析

图6展示了根据表1所列八个经验方程，使用实验室数据集推断的参数分布，并通过公式（3）计算得到的PAWN敏感性指数。图7展示了使用基于现场数据集的参数分布时计算得到的敏感性指数。图6和图7中各图的灰色虚线表示虚拟参数的PAWN敏感性值。

图6（基于实验室数据的结果）显示，桥墩宽度*B*是*CIRIA*、*TAMU*和*Chitale*方程中影响最大的参数。来流水深y_1, 似乎是*HEC-18*、*Froehlich*和*Laursen* 方程中影响最大的参数。河床平均粒径D_{50}, 和来流速度V_1, 分别是*Melville* 以及*Melville & Sutherland*方程中影响最大的参数。总体而言，与单因素分析（图4）相比，参数的影响差异更大；这种差异既体现在同一方程的不同参数之间，也体现在所研究的一组方程之间。

图7（基于现场数据的结果）显示，攻角，θ，是*TAMU*、*HEC-18*、*Melville & Sutherland*和*Chitale* 方程中影响最大的参数。对于*Sh*，桥墩形状的影响在 *CIRIA*、*Melville*、*Froehlich*、*Melville & Sutherland* 和*Chitale*方程中非常显著。来流水深y_1, 对所有方程的影响均为显著或中等。桥墩宽度*B*仅对 *Froehlich* 方程有显著影响。来流速度V_1, 对*Chitale*和 *TAMU* 方程有显著影响。

与单因素敏感性分析的结果不同，PAWN分析结果显示，某些参数对输出的影响较小。例如，根据单因素敏感性分析的结果（图5），桥墩宽度*B*和桥墩长度*L*对*HEC-18*方程有显著影响；但根据PAWN分析的结果（图7），它们对输出的影响可以忽略不计。另一个两种方法得出不同结论的例子是*Melville*方程：单因素分析结果（图5）显示，参数*B*、V_1 和D_{50} 有显著影响，而PAWN分析结果（图7）则显示这些参数的影响可以忽略不计。对于*CIRIA*、*TAMU*、*Froehlich*和*Melville & Sutherland*方程，也发现了类似差异。单因素分析与PAWN敏感性结果的详细比较见补充材料（表S34和表S35）。

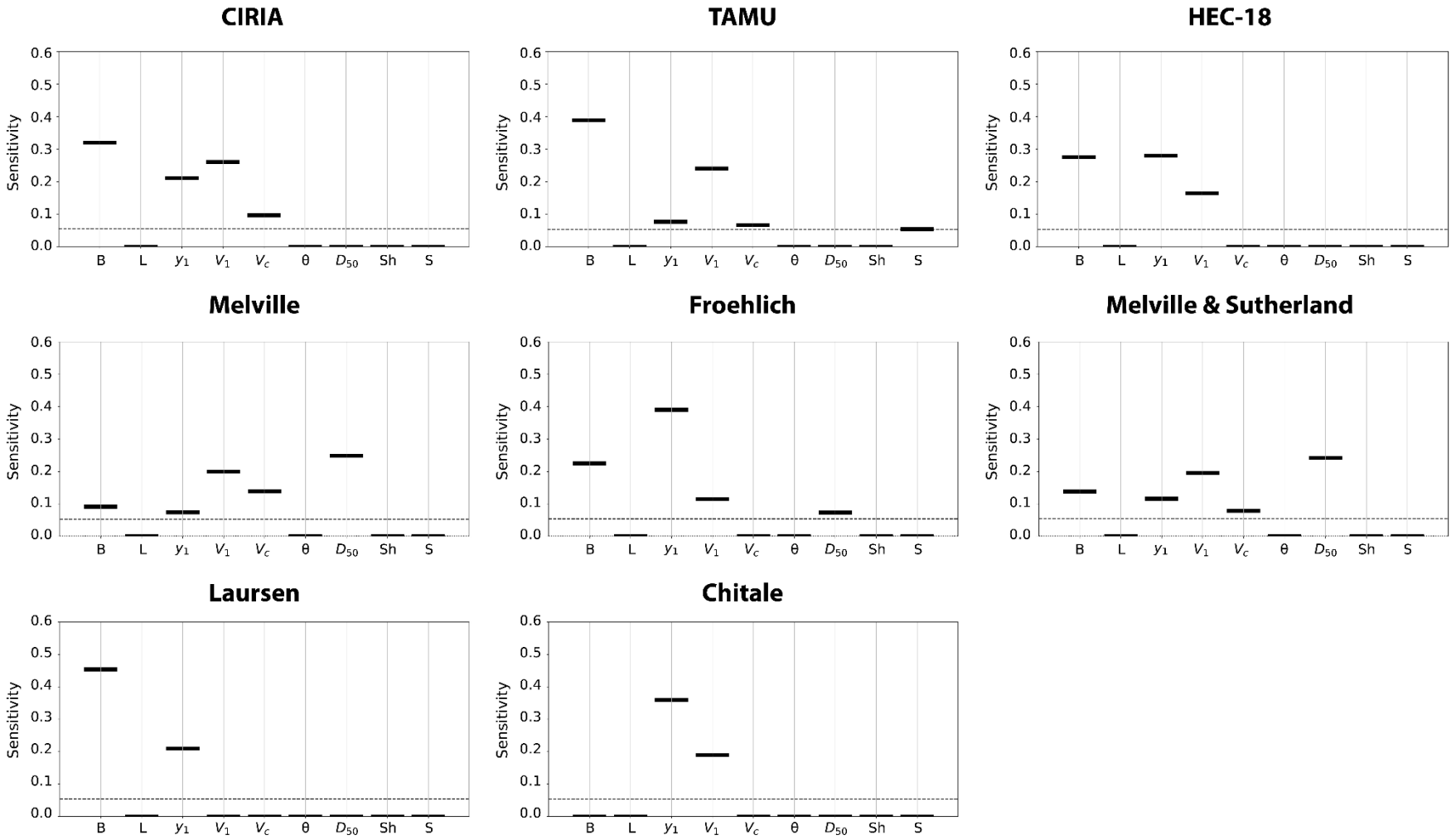

图 6. 基于实验室数据集参数分布的全局敏感性分析结果。每个面板展示了八个经验方程之一的结果。 *y* 轴上的 PAWN敏感性指数（均值 KS统计量）值越高，该参数对冲刷深度估算的影响越大。

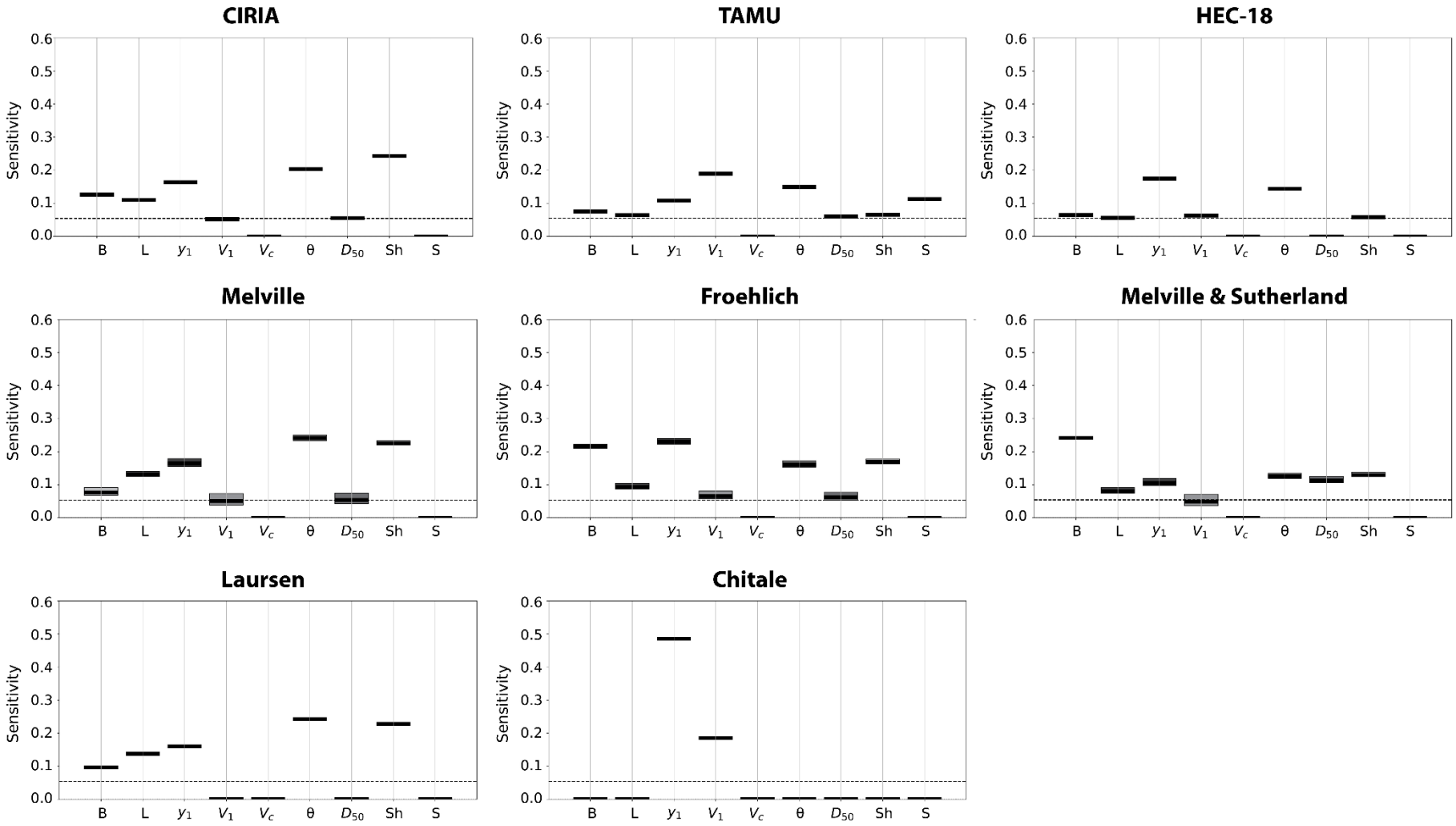

图7. 基于现场数据集参数分布的全局敏感性分析结果。每个面板展示了八个经验方程之一的结果。 *y* 轴上的 PAWN敏感性指数值（均值 KS统计量）越高，该参数对冲刷深度估算的影响越大。

4. 总结与结论

本研究使用美国地质调查局的现场和实验室数据库，评估了八个可用于预测桥墩冲刷深度的经验方程的精度。本研究还对这八个经验方程采用了两种不同类型的敏感性分析（单因素分析和全局敏感性分析），以量化参数不确定性对冲刷预测的影响。研究结果表明，经验方程在实验室数据和现场数据上的表现差异很大，并凸显了利用新采集的现场数据对经验方程进行校准的必要性。本研究还表明，采用全局敏感性分析方法有助于更好地理解各参数对所研究方程的影响。

对这八个经验方程进行模型精度评估后发现，某些方程（即 *HEC-18*、*Laursen*）在实验室冲刷深度数据预测方面表现良好，但在预测现场冲刷深度时并非如此。本研究认为，利用实验室数据校准的方程未能涵盖现场条件带来的不确定性。同样，部分或全部基于现场条件校准的方程，在预测现场冲刷深度时似乎表现更好（但误差仍较大）。具体而言，*CIRIA*方程和 *Froehlich*方程的数据落在 ±50% 和 1.5 倍界限内的比例最高（表 4）。利用规模更大的现场数据集校准这些方程，或可推导出精度更高的版本。

本研究还表明，全局敏感性分析方法很容易应用于桥梁冲刷公式，并且与单因素敏感性分析等传统方法相比，能够更清晰地呈现各输入参数的相对重要性。根据全局敏感性分析的结果，估算现场冲刷情况时最重要的三个参数是攻角、桥墩形状和来流深度，这证实了环境因素（水深）对冲刷深度的重要作用。

CRediT 作者贡献声明

Gianna Gavriel： 概念构思、方法、软件、正式分析、数据整理、调查、可视化、撰写初稿、撰写审阅与编辑。Maria Pregnolato： 概念构思、指导。Francesca Pianosi： 概念构思、方法、软件、撰写审阅与编辑。Theo Tryfonas：概念构思、指导。Paul J. Vardanega： 概念构思、方法、撰写审阅与编辑、指导、项目管理。

致谢
第一作者感谢 F. Sarrazin 博士、V. Noacco 博士和 T. Constantinides 先生在实施 GSA 代码方面提供的协助。

参考文献
Akaike, H.（1974）。统计模型识别的新视角。《IEEE 自动控制汇刊》，19(6)：716-723。https://doi.org/10.1109/TAC.1974.1100705 Arneson, L.A., Zevenbergen, L.W., Lagasse, P.F. & Clopper, P.E.（2012）。《桥梁冲刷评估》（第五版），水力工程通告第18号。美国联邦公路管理局、美国交通部，华盛顿特区，美国。可从以下网址获取：< https://www.fhwa.dot.gov/engineering/hydraulics/pubs/hif12003.pdf >[08/01/2026]。Benedict, S.T. & Caldwell, A.W.（2014a）。桥墩冲刷数据库——2,427项现场和实验室桥墩冲刷测量数据。美国地质调查局数据系列845。https://doi.org/10.3133/ds845 Benedict, S.T. & Caldwell, A.W.（2014b）。桥墩冲刷数据库——2,427项现场和实验室桥墩冲刷测量数据：MS Excel 数据库。美国地质调查局数据系列845。可从以下网址获取：< https://pubs.usgs.gov/ds/0845/ > [08/01/2026]。Blench, T., Bradley, J.N., Joglekar, D.V., Bauer, W.J., Tison, L.J., Chitale, S.V., Thomas, A.R., Ahmad, M. & Romita, L.R.（1962）。对“桥梁交叉处冲刷”的讨论。《美国土木工程师学会会刊》，127(1)：180-207。https://doi.org/10.1061/TACEAT.0008391 Brandimarte, L., Paron, P. & Di Baldassarre, G.（2012）。桥墩冲刷：过程、测量与估计综述。《环境工程与管理期刊》（EEMJ），11(5)：975–989。Briaud, J-L.（2015a）。桥梁冲刷深度：包含土体性质的方法。I：冲刷深度预测。《岩土与环境岩土工程期刊》（美国土木工程师学会），141(2)：[04014104]。https://doi.org/10.1061/(ASCE)GT.1943-5606.0001222 Briaud, J-L.（2015b）。桥梁冲刷深度：包含土体性质的方法。II：冲刷随时间变化速率预测。《岩土与环境岩土工程期刊》（美国土木工程师学会），141(2)：[04014105]。https://doi.org/10.1061/(ASCE)GT.1943-5606.0001223 Briaud, J-L., Gardoni, P. & Yao, C.（2014）。桥梁冲刷的统计、风险与可靠性分析。《岩土与环境岩土工程期刊》（美国土木工程师学会），140(2)：[04013011]。https://doi.org/10.1061/(ASCE)GT.1943-5606.0000989 Choi, S-U. & Choi, B.（2016）。桥墩周围时变局部冲刷的预测。《水与环境期刊》，30(1–2)：14–21。https://doi.org/10.1111/wej.12157

Dehghani, A.A., Esmaeili, T. & Chang, W-Y. & Dehghani, N.（2013）。水文过程线作用下局部冲刷的三维数值模拟。《水管理》，166(3)：120–131。https://doi.org/10.1680/wama.11.00043 Deng, L. & Cai, C.S.（2010）。桥梁冲刷：预测、建模、监测与应对措施——综述。《结构设计与施工实践期刊》（美国土木工程师学会），15(2)：125–134。https://doi.org/10.1061/(ASCE)SC.1943-5576.0000041 Dikanski, H., Imam, B. & Hagen-Zanker, A.（2018）。不确定的资产存量数据对气候变化风险评估的影响：英国桥梁冲刷案例研究。《结构安全》，71：1–12。https://doi.org/10.1016/j.strusafe.2017.10.008 Ekuje, F.T.（2020）。桥梁冲刷：气候变化影响与建模不确定性。博士论文，萨里大学，萨里，英国。https://doi.org/10.15126/thesis.00849796 Ettema, R., Constantinescu, G. & Melville, B.（2017）。流场复杂性与桥墩冲刷深度设计估算：自 Laursen 和 Toch 以来的六十年。《水力工程学报》（美国土木工程师学会），143(9)：[03117006]。https://doi.org/10.1061/(ASCE)HY.1943- 7900.0001330 Froehlich, D.C.（1988）。桥墩冲刷现场测量分析。载于：《水力工程》（Abt, S.R. & Gessler, J. 编），纽约：美国土木工程师学会，纽约，第534–539页。Gaudio, R., Grimaldi, C., Tafarojnoruz, A. & Calomino, F.（2010）。桥墩冲刷深度预测公式比较。载于：《首届欧洲国际水力学研究协会大会论文集》（爱丁堡，2010年）。可从以下网址获取：< https://www.iahr.org/library/infor?pid=10899 > [08/01/2026]。Gavriel, G.（2025年）。评估用于局部冲刷评估的经验方程的参数不确定性。博士论文，布里斯托大学，布里斯托，英国。Gavriel, G., Yaqoobi, W., Pregnolato, M., Tryfonas, T. & Vardanega, P.J.（2025年）。桥墩冲刷深度经验预测与监测研究：对资产所有者和运营者的启示。载于：《第五届演进中的城市国际会议论文集》（2025年）（Bahaj, A.S. 编），《演进中的城市》出版机构，南安普敦，英国，文章编号：1151，8页。https://doi.org/10.55066/proc-icec.2025.1151 Gavriel, G., Vardanega, P.J. & Pregnolato, M.（2023a）。使用 HEC-18方法结合美国地质调查局数据库现场数据比较最大冲刷估算值。载于：《欧洲岩土工程——统一与多样性：第17届多瑙河—欧洲岩土工程会议论文集》，2023年6月7日至9日，布加勒斯特，罗马尼亚（Lungu, I., Teodoru, I-B. & Batali, L. 编）。Politehnium出版社，雅西，罗马尼亚，第2卷，第631-638页。

Gavriel, G.、Pregnolato, M. & Vardanega, P.J.（2023b）。利用美国地质调查局数据库，采用HEC-18框架评估桥墩冲刷时研究参数不确定性。载于：《结构与基础设施系统全生命周期：第八届全生命周期土木工程国际研讨会论文集》（IALCCE 2023），2023年7月2日至6日，意大利米兰米兰理工大学（Biondini, F. & Frangopol, D.M. 编），CRC Press/Balkema（Taylor & Francis集团），英国牛津郡阿宾顿，第3230–3237页。https://doi.org/10.1201/9781003323020-394 Gavriel, G.、Vardanega, P.J. & Pregnolato, M.（2022）。冲刷深度估算方法的初步比较。载于：《桥梁安全、维护、管理、全生命周期、韧性与可持续性：第十一届桥梁维护、安全与管理国际会议论文集》（IABMAS 2022），西班牙巴塞罗那，2022年7月11日至15日（Casas, J.R.、Frangopol, D.M. & Turmo, J. 编），CRC Press/Balkema（Taylor & Francis集团），英国伦敦，第2107–2113页。https://doi.org/10.1201/9781003322641-261 Graf, W.H. & Istiarto, I.（2002）。圆柱体周围冲刷坑中的流动形态。《水力学研究杂志》，40（1）：13–20。https://doi.org/10.1080/00221680209499869 Hong, J-H.、Goyal, M. K.、Chiew, Y-M. & Chua, L.H.C.（2012）。利用支持向量回归预测时变桥墩冲刷深度。《Journal of Hydrology》，468–469：241–248。https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2012.08.038 Ikonen, T.（2016）。全局敏感性分析方法的比较——燃料行为建模的应用。《核工程与设计》，297：72–80。https://doi.org/10.1016/j.nucengdes.2015.11.025 Kazemian, A.、Yee, T.、Oguzmert, M.、Amirgholy, M.、Yang, J. & Goff, D.（2023）。桥梁冲刷监测技术综述及桥梁基础基于振动的冲刷监测发展。《桥梁工程进展》，4：[2]。https://doi.org/10.1186/s43251-023-00081-6 Kim, T.、Shahriar, A.R.、Lee, W-D. & Gabr, M.A.（2024）。用于预测桥墩冲刷深度的可解释机器学习方案。《计算机与岩土工程》，170：[106302]。https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2024.106302 Kirby, A.M.、Roca, M.、Kitchen, A.、Escarameia, M. & Chesterton, O.J.（2015）。《桥梁及其他水工结构物冲刷手册》第二版。报告编号：CIRIA C742，交通部，英国伦敦。Kumar, V.、Baranwal, A. & Das, B.S.（2024）。桥墩周围局部冲刷深度预测：基于机器学习方法的建模。《工程研究快报》，6（1）：[015009]。https://doi.org/10.1088/2631-8695/ad08ff

Lauchlan, C. & May, R.（2002）。河流一般冲刷预测方程的比较 r

交叉处。载于：ICSF-1第一届基础冲刷国际会议论文集（Chen, H-C. & Briaud, J-L.（编）），德克萨斯交通研究所出版部，第184–197页。获取地址：< https://hdl.handle.net/20.500.11970/100333 > [08/01/2026]。Laursen, E.M. & Toch, A.（1956年）。《桥墩和桥台周围冲刷》。爱荷华州立大学爱荷华水力研究所，爱荷华州，美国。获取地址：< https://publications.iowa.gov/20237/1/IADOT_hr_30_bulletin_4_Scour_Bridge_Piers_A butments_1956.pdf > [08/01/2026]。Laursen, E.M.（1962）。《桥梁交叉处冲刷》。《美国土木工程师学会会刊》，127(1)：166-180。https://doi.org/10.1061/TACEAT.0008432 Liang, F., Zhang, H. & Huang, M.（2015）。考虑软黏土应力历史的极端冲刷对桥桩屈曲的影响。《Natural Hazards》，77(2)：1143–1159。https://doi.org/10.1007/s11069-015-1647-4 Maddison, B.（2012）。桥梁冲刷破坏。土木工程师学会会刊——法证工程，165(1)：39–52。https://doi.org/10.1680/feng.2012.165.1.39 Melville, B.W. & Sutherland, A.J.（1988年）。《桥墩局部冲刷设计方法》。《水力工程学报》（美国土木工程师学会），114(10)：1210-1226。https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9429(1988)114:10(1210) Melville, B.W.（1997）。《桥墩和桥台冲刷：综合方法》。《水力工程学报》（美国土木工程师学会），123(2)：125–136。https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733- 9429(1997)123:2(125) Melville, B.W. & Chiew, Y-M.（1999）。桥墩局部冲刷时间尺度。《水力工程学报》（美国土木工程师学会），125(1)：59–65。https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9429(1999)125:1(59) Melville, B.W. & Coleman, S.E.（2000）。《桥梁冲刷》。水资源出版公司，高地牧场，科罗拉多州，美国。Nandi, B. & Das, S.（2023）。确定最有前景的圆形构件冲刷深度随时间变化公式

r

过去六十年提出的桥墩。*Ocean Engineering*，**286（第2部分）：** [115639]。https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2023.115639美国国家科学院、工程院和医学院。（2011a）。《桥梁冲刷研究评估：桥墩冲刷过程与预测》。美国国家科学院出版社，华盛顿特区。https://doi.org/10.17226/22886美国国家科学院、工程院和医学院。（2011b）。《宽桥墩和长斜桥墩冲刷》。美国国家科学院出版社，华盛顿特区。https://doi.org/10.17226/14426

Pianosi，F. 和 Wagener，T.（2015年）。一种简单高效的全局敏感性分析方法
基于累积分布函数的分析。Environmental Modelling & Software，67：1–11。https://doi.org/10.1016/j.envsoft.2015.01.004 Pianosi, F. & Wagener, T.（2018年）。基于通用输入输出样本的基于分布的敏感性分析。Environmental Modelling & Software，108：197-207。https://doi.org/10.1016/j.envsoft.2018.07.019 Pianosi, F., Beven, K., Freer, J., Hall, J.W., Rougier, J., Stephenson, D.B. & Wagener, T.（2016）。环境模型的敏感性分析：系统性综述及实用工作流程。Environmental Modelling & Software，79：214-232。https://doi.org/10.1016/j.envsoft.2016.02.008 Qi, M., Li, J. & Chen, Q.（2016）。桥墩局部冲刷现有公式的比较：参数影响与验证。Natural Hazards，82(3)：2089–2105。https://doi.org/10.1007/s11069-016-2287-z Richardson, E.V. & Davis, S.R.（2001）。桥梁冲刷评估：第四版。报告编号 FHWA NHI 01-001 HEC-18，美国联邦公路管理局，美国交通部，华盛顿特区，美国。可从以下网址获取：< https://www.engr.colostate.edu/CIVE510/Manuals/HEC- 18%204th%20Ed.(2001)%20-%20Evaluating%20Scour%20at%20Bridges.pdf >[08/01/2026]. Saltelli, A., Aleksankina, K., Becker, W., Fennell, P., Ferretti, F., Holst, N., Li, S. & Wu, Q.（2019）。为何如此多已发表的敏感性分析结果有误：对敏感性分析实践的系统性综述。Environmental Modelling & Software，114：29-39。https://doi.org/10.1016/j.envsoft.2019.01.012 Saltelli, A.（2002）。充分利用模型评估计算敏感性指数。Computer Physics Communications，145(2)：280–297。https://doi.org/10.1016/S0010- 4655(02)00280-1 Saltelli, A., Tarantola, S. & Chan, K.P.-S.（1999）。一种用于模型输出全局敏感性分析的定量模型无关方法。Technometrics，41(1)：39-56。https://doi.org/10.1080/00401706.1999.10485594 Shahriar, A.R., Ortiz, A.C., Montoya, B.M. & Gabr, M.A.（2021a）。桥墩冲刷：影响这一现象的因素概述及对各个模型的比较评估。Transportation Geotechnics，28：[100510]。https
Gab
Hydrology，597：[126177]。https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2021.126177

Song, C. & Kawai, R.（2023）。结构可靠性分析中的蒙特卡洛与方差缩减方法：综述。*Probabilistic Engineering Mechanics*，**73**：[103479]。https://doi.org/10.1016/j.probengmech.2023.103479Sun, Z., Dong, H., Sun, Y. & Li, Z.（2023）。基于能量平衡的桩冲刷深度新公式。*Ocean Engineering*，**287**：[115725]。https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2023.115725Vardanega, P.J., Gavriel, G. & Pregnolato, M.（2021）。评估桥梁冲刷监测设备的适用性。土木工程师学会会刊——法证工程，**174(4)**：105–117。https://doi.org/10.1680/jfoen.20.00022Yazdanfar, Z., Lester, D., Robert, D. & Setunge, S.（2021）。一种用于预测动床条件下冲刷的创新CFD-DEM尺度放大方法。*Ocean Engineering*，**220**：[108442]。https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2020.108442