arXiv:2601.09594v1 [cs.NE] 14 Jan 2026

提升噪声机器人优化问题中 CMA-ES 的收敛速度、效率和可靠性

Russell M. Martin
rumartin@stanford.edu 机械工程系，斯坦福大学，美国斯坦福，94305**Steven H.Collins** stevecollins@stanford.edu 机械工程系，斯坦福大学，美国斯坦福，94305

摘要

实验机器人优化通常需要对每个候选策略进行数秒至数分钟的评估。所选的评估时间会影响优化过程，因为存在速度-精度权衡：较短的评估时间可加快迭代，但也更容易受到噪声影响。本文介绍一种对 CMA-ES 优化算法的补充方法，名为自适应采样 CMA-ES（AS-CMA）。该方法根据预测的排序难度为候选解分配采样时间，旨在实现稳定的精度。我们在四种模拟成本景观中，采用一系列静态采样时间，将 AS-CMA 与 CMA-ES 和贝叶斯优化进行了比较。无需调整其可调参数，AS-CMA 在所有运行次数中的 98% 均实现收敛；与每种景观下表现最佳的 CMA-ES 静态采样时间相比，其收敛速度快 24–65%，总成本低 29–76%。与贝叶斯优化相比，AS-CMA 在复杂景观中的收敛效率和可靠性更高；而在较简单的景观中，AS-CMA 的效率较低，但可靠性相当。我们将 AS-CMA 应用于一项外骨骼优化实验，发现优化器的行为符合预期。这些结果表明，在存在噪声的情况下，AS-CMA 能够提高优化效率，同时对优化设置的复杂性和调参需求影响甚微。

关键词

协方差矩阵自适应进化策略（CMA-ES）、外骨骼优化、噪声优化、进化策略、高效优化

1 引言

对于在复杂多变环境中运行的机器人系统，例如自动驾驶车辆、灵巧机械臂和协作机器人，仅在仿真环境中优化设计参数和控制策略可能并不足够，因为这些仿真往往无法充分还原现实世界的复杂性（Kang 等人，2019；Zhu 等人，2020；Zhang 等人，2019；Luo 等人，2024；Peng 等人，2025）。另一种做法是直接在实体机器人系统所处的真实环境中进行实验优化。这样做的优势在于，实验人员无需对仿真环境的细节进行参数化，从而节省时间；此外，与使用模型不同，在现实世界中进行测试也能带来质量更高的优化结果。实验优化技术还有一个优点：将其集成到已部署的机器人中后，可实现持续的在线改进（Zhu 等人，2020；Slade 等人，2022）。

©202X 麻省理工学院版权所有

这是作者最终获接受的稿件（同行评审后、出版前）。该稿件已于 *2026*年 *1* 月 *12* 日被进化计算接收发表。

真实世界机器人优化发挥优势的一个领域，是优化辅助行走的外骨骼。由于人机交互难以准确建模，模拟优化在此并不足够：人体对机器人辅助的反应很难预测（Handford 和 Srinivasan，2018年），不同人对同样的辅助可能会有不同反应（Grimmer 等人，2019年），而使用者的熟练程度也会随时间变化（Poggensee和Collins，2021年）。外骨骼辅助的实验优化策略涵盖手动调参（只能带来中等程度的改善）（Ding 等人，2016年；Malcolm 等人，2013年），以及采用称为人在回路优化的算法策略；近年来，这类策略带来的改善显著更大（Ding 等人，2016年；Slade 等人，2022年；Zhang 等人，2017年）。人在回路优化通常会选择外骨骼时序和扭矩参数，并以能量消耗、肌肉活动或运动学等人体生物力学测量指标作为目标函数。尽管人在回路优化主要应用于生物机电研究，但预计它同样适用于工业、医疗和交通运输相关人机系统的优化（Slade 等人，2024年）。

开展实验优化时面临的一个挑战，是感兴趣的信号中存在噪声，这会使优化耗时更长且精度更低（Arnold and Beyer，2006年，2001年）。噪声的一个简单但实用的模型如下：对于给定的候选解 x_i，噪声 ϵ对测量成本 f_{meas}（x_i）相对于真实成本 f_{true}（x_i）的影响为 f_{meas}（x_i） $= f_{true}$（x_i） $+ \epsilon$，其中 $\epsilon \sim \mathcal{N}$（0， σ）。通过对每种条件进行多次采样并取均值或中位数，或多次运行优化，可以减小噪声的影响。然而，在实验优化中，这些策略可能会耗费过多时间，因为每次测量可能需要数分钟，而且优化运行需要在首次尝试时就收敛。相反，必须在优化之前或过程中为每个候选解分配合理的采样时间。这一问题已在模拟优化中得到认识和研究，其中，最优计算预算分配等方法旨在将样本分配给预期信息价值最高的备选方案（Xiao and Lee，2014年；Bartz-Beielstein 等人，2007年）。在分配采样时间时，每种条件都可以是耗时且准确的，也可以是快速但不准确的；在一次优化运行中，前一种策略收敛时间更长，但能达到更好的最优解，而后一种策略收敛更快，但最优解质量较差（Aizawa and Wah，1994年）。在现实世界的实验优化中，速度与精度之间的平衡通常只是通过选择一个适中的采样时间，并以相同的精度评估每种条件来实现（Ding 等人，2018年；Zhang等，2017年）。本文提到分配给候选解的采样预算量时，使用“采样时间”这一表述，它既可以指连续的时间量，也可以指对同一候选解进行采样的离散样本数量。以外骨骼优化为例，采样时间是指参与者逐渐达到稳态时，对单个辅助条件进行测试的分钟数。采样时间也可以表示为离散的样本数量（例如，一个持续30秒的条件也可以表示为10个呼吸采样，每次呼吸采样间隔3秒）；本文使用采样时间这一术语，是为了与生物力学研究中的惯例保持一致，因为跑步机步行试验通常按时间定义。

协方差矩阵自适应进化策略（CMA-ES）（Hansen等人，2003年）是一种旨在最小化黑箱目标函数 f： $x \in \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ 的随机进化算法。CMA-ES基于协方差矩阵对一代候选解进行采样，评估每个候选解的适应度（即代价），并选择

表现最佳的候选解，相应地更新协方差矩阵，然后重复这一过程。CMA-ES非常适合实验机器人优化，因为它不需要导数信息，并且对于含有噪声、非凸性、参数交互和多峰性的代价函数具有较强的鲁棒性（Hansen，2016年；Groves 和 Branke，2018；Kochenderfer，2019年）。CMA-ES已应用于实验机器人优化，尤其是外骨骼辅助优化。在人机协同的踝关节外骨骼辅助优化中，CMA-ES将步行能耗的最大降低幅度从14%提高到了24%（Zhang等，2017年）；随后采用CMA-ES开展的外骨骼研究证明了该算法在高维空间（Franks 等人，2021年）、多目标优化（Lakmazaheri，2024年）以及实验室之外环境中的有效性（Slade 等人，2022年）。外骨骼优化之外的实验性CMA-ES应用示例包括机器人抓取优化（Hu 等人，2019年）、机器人运动控制和路径规划（Hill 等人，2020年；Shafii 等人，2015年；Sharifzadeh 等人，2021年）、燃烧反馈控制（Hansen 等，2008）以及障碍物检测（Bergener 等人，2001年）。

CMA-ES 的一种替代方法是贝叶斯优化，这是一种针对代价高昂或带噪声的黑箱函数、样本效率较高的优化方法。 它利用克里金法构建成本景观的概率代理模型，并随着新样本的获取不断改进预测和不确定性估计。这些样本通过采集函数选取，该函数会在探索不确定区域与利用可能带来更佳性能的区域之间进行权衡（Forrester 等人，2008；Kochenderfer，2019）。 贝叶斯优化在人机回路外骨骼优化中也展现出良好效果（Ding 等人，2018年），且据信在参数约 20 个或更少的低维搜索空间中优于 CMA-ES（Kutulakos and Slade，2024年）。然而，采样噪声、局部极小值频率和参数交互对这两种优化算法相对性能的影响尚不明确。

针对高噪声环境，人们提出了进化算法的特殊变体（Rakshit 等，2017年）：

显式平均和隐式平均（Di Pietro 等，2004；Arnold and Beyer，2003）通过重新采样来达到预定的精度阈值。显式平均对同一个候选解进行多次采样，而隐式平均则在每一代对更多候选解进行采样；两者都旨在降低影响优化器的噪声幅度。然而，这种方法可能导致冗余采样，既耗时又会降低效率。

模型拟合（Branke 等，2001）和空间平均（Sano 和 Kita，2002）都旨在利用先验测量值，对参数空间中的成本景观进行平滑处理。这些方法通过利用先前的采样点来建立局部模型，或生成伪样本，以估计目标候选解的代价。尽管这些策略能够利用先验知识，因而颇有益处，但在成本景观中采样稀疏的区域，它们的表现可能较差。

参数自适应型 CMA-ES（Nomura 和 Shibata，2024年；Nishida 和 Akimoto，2018年）近期已有相关算法提出；这些算法根据对 CMA-ES 分布参数更新置信度的估计来调整学习率或种群规模。尽管这些技术展现出良好的应用前景，但它们并未解决如何确定应为每个候选解分配多少采样量这一难题。

最后，动态重采样技术(Groves 和 Branke，2018年；Heidrich-Meisner 和 Igel，2009年；Hansen 等，2008；Schmidt 等，2006) 可在线估计

当前候选解适应度排名的置信度：对一代中的所有候选解进行采样，然后为选定的候选解分配更多样本。这类方法的一个优势是，可以根据此前测得的该代候选解适应度值，调整每个候选解的采样量。尽管这种代内采样分配方式很有益处，但这些方法并未提出调整每代采样预算的方法，而是选择在优化开始前固定该数值。然而，在某些情况下，这种做法可能有所局限；例如，如果某一代处于成本景观较平缓的区域，候选解的代价会更加相近，此时对这一代进行比其他代更多的采样可能更有利。此外，为了辨别还需要多少额外样本（如果需要的话），而对候选解进行多次采样可能导致不必要的采样。最后，这些采样策略可能造成“回头”，即先前评估过的候选解会再次接受评估。在需要尽量减少候选解之间切换的情况下，这可能并不理想。例如，在灵巧机器人操作任务中，评估一种新的控制策略可能需要对工作空间进行物理重构、重新初始化传感器基线或重新抓取物体，而这些都会带来大量额外开销（Luo 等人，2024年）。因此，频繁切换候选解会降低效率，并扰乱实验进度。在外骨骼辅助优化中，每次外骨骼辅助发生变化后，人的心肺系统都需要几分钟才能达到稳态（Selinger 和 Donelan，2014年）。这意味着，每次额外改变助力都需要增加实验时间，因为参与者需要时间再次达到稳态。尽管已有研究提出了用于粒子群优化（Bartz-Beielstein 等人，2007年）和模拟退火（Schutte 等人，2024年）的算法，旨在通过避免回头来更高效地为一代候选解分配样本，但针对 CMA-ES 的相关研究仍然有限。

在这些方法的基础上，我们的 研究目标是开发一种对 CMA-ES 的改进方法，称为自适应采样 CMA-ES（AS-CMA），以使存在噪声时的实验优化更快速、更高效、更可靠。AS-CMA 具备以下关键特性，以实现这些目标： 首先，AS-CMA 支持利用有关采样方法和成本景观的基本先验知识，这些知识无需进行优化运行即可获得。其中包括候选解的样本数量如何影响该候选解的噪声水平。其次，AS-CMA 不会重新测量已测量过的候选解。第三，AS-CMA 不依赖于在较早迭代中采样的候选解，因此保留了 CMA-ES 的优势，即基本不受当前代之前的样本影响。 在时变环境中进行优化时，这一特性尤为重要，例如在人机系统中，人类的成本景观可能会随着其从新手成长为专家而不断变化（Poggensee和Collins，2021年）。最后，AS-CMA 允许各代的采样时间有所不同，从而在需要时提高精度，在不需要时加快迭代。

本文其余部分结构如下：第2节介绍 CMA-ES、我们提出的 AS-CMA 方法，以及一种使用贝叶斯优化的替代方法，随后定义模拟优化框架和结果指标。第2节最后详细介绍一项实验室实验，其中使用 AS-CMA 优化踝关节外骨骼辅助，目标是尽可能降低步行能耗。第3节评估自适应采样对 CMA-ES 排序阶段的影响，并通过比较各算法的收敛速度，评估 CMA-ES、AS-CMA 和贝叶斯优化的模拟优化结果，

效率和可靠性。我们还展示实验室外骨骼实验的结果，说明实验过程中选定参数的变化及由此产生的代价。第4节对结果进行梳理，总结自适应采样的优势和潜在局限，并探讨这些发现对未来现实世界优化应用的潜在影响。最后，第5节总结研究发现，提出未来工作方向，并提供开源代码库的链接。

2 方法

2.1 CMA-ES

CMA-ES（Hansen，2016）是一种黑箱进化优化算法，通过反复从多元正态分布中选取候选点、对其进行评估，然后根据表现最佳的候选解更新该分布来运行。在此，我们将该算法分为四个步骤。

候选解生成步骤。首先，从$\mathcal{N}(\boldsymbol{m},\ \sigma^2\boldsymbol{C})$中抽取 λ 个候选解，其中均值 $\boldsymbol{m} \in \mathbb{R}^n$ 定义分布的中心，协方差矩阵 $\boldsymbol{C} \in \mathbb{R}^{n\times n}$定义分布的形状，步长 σ 则设定抽取候选解所依据分布的离散程度。第 g 代中的每个候选解 $\boldsymbol{x}_i$ 可表示为:

$$\boldsymbol{x}_i \sim \mathbf{m}_g + \sigma_g \boldsymbol{\mathcal{N}}(\mathbf{0}, \boldsymbol{C}_g) \quad \text{for } i = 1, \ldots, \lambda \tag{1}$$

λ 通常设为 $4 + \lfloor 3\ln(n) \rfloor$，其中 n 是优化问题的维度（Hansen，2016）。

评估步骤。每个候选解 $\boldsymbol{x}_i$ 都会被评估，以确定该候选解的适应度 y_i。评估可能涉及一个样本或多个样本，并通过求平均值或拟合模型将其合成为单个值。

选择步骤。确定 y_i 中每个候选解的适应度后，按适应度对候选解排序，得到一个已排序的数组 $\boldsymbol{x}_{i:\lambda}$，其中下标 $i{:}\lambda$ 对应第 i优的候选解。

更新步骤。根据 $\boldsymbol{x}_{i:\lambda}$更新多元正态分布的状态变量 $\boldsymbol{m}$、 σ和 $\boldsymbol{C}$。 $\boldsymbol{m}$ 根据 $\Delta\boldsymbol{m}$ ，通过对排名前 μ的候选解进行加权求和来更新:

$$\Delta\boldsymbol{m} = \sum_{i=1}^{\mu} w_i (\boldsymbol{x}_{i:\lambda} - \boldsymbol{m}_g) \tag{2}$$

$$\boldsymbol{m}_{g+1} = \boldsymbol{m}_g + \Delta\boldsymbol{m} \tag{3}$$

其中， μ 通常设为 $\lfloor \lambda/2 \rfloor$ ，权重 $w_1 \geq w_2 \geq \cdots \geq w_\mu \geq 0$ 之和为 1（Hansen，2016）。此更新会使均值朝最近一代中表现优异的候选解移动。

更新步长 σ 时，首先按如下方式更新共轭进化路径 p_σ :

$$\begin{aligned}\boldsymbol{p}_{\sigma,g+1} &= (1 - c_\sigma)\boldsymbol{p}_{\sigma,g} \\ &\quad + \sqrt{c_\sigma(2 - c_\sigma)\mu_{eff}}(C_g)^{-\frac{1}{2}} \frac{\boldsymbol{m}_{g+1} - \boldsymbol{m}_g}{\sigma_g}\end{aligned} \tag{4}$$

其中， $c_\sigma^{-1} \approx n/3$ 和 $\mu_{eff} = \left(\sum_{i=1}^{\mu} w_i^2\right)^{-1}$。然后按如下方式更新步长 σ :

$$\sigma_{g+1} = \sigma_g \exp\left(\frac{c_\sigma}{d_\sigma}\left(\frac{\|\boldsymbol{p}_{\sigma,g+1}\|}{\mathbb{E}\|\mathcal{N}(\mathbf{0}, \boldsymbol{I})\|} - 1\right)\right) \tag{5}$$

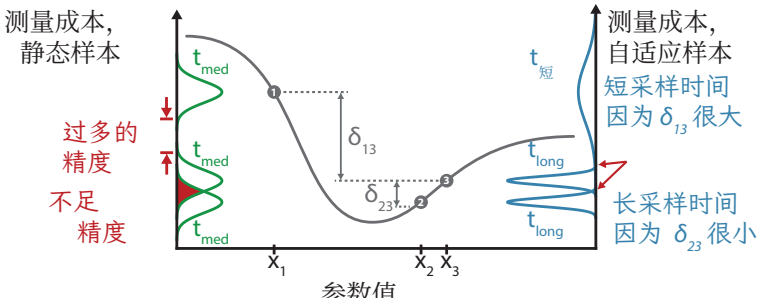

图1：噪声优化所提出的样本分配问题，以及自适应采样中提出的解决方案概述。如果所有候选解都测量相同的中等时长（这些测量值的概率分布以绿色显示），则可能导致排序精度过高或不足。如果测量时间改为根据候选解与其代价最接近的邻居之间的差异来确定 δ，则可以分配适当的采样时间（这些测量值的概率分布以蓝色显示）。

其中 $d_\sigma \approx 1$ 是阻尼参数。这种更新称为累积步长自适应：如果 $\Delta \boldsymbol{m}$ 在连续多次更新中指向相似方向，则增大 σ；如果 $\Delta \boldsymbol{m}$ 在连续更新中呈负相关，则减小 σ。

协方差矩阵的更新从计算进化路径 p_c 开始，具体如下

$$\begin{aligned} \boldsymbol{p}_{c,g+1} &= (1-c_c)\boldsymbol{p}_{c,g} \\ &\quad + h_\sigma \sqrt{c_c(2-c_c)\mu_{eff}}\,\frac{\boldsymbol{m}_{g+1}-\boldsymbol{m}_g}{\sigma_g} \end{aligned} \tag{6}$$

其中，$c_c^{-1} \approx n/4$ 和 h_σ 在 $||p_\sigma|| \lesssim 1.5\sqrt{n}$时为1，否则为0。然后，$\boldsymbol{C}$ 更新为

$$\begin{aligned} \boldsymbol{C}_{g+1} &= (1 + c_1\Delta(h_\sigma) - c_1 - c_\mu)C_g + c_1 p_c p_c^\intercal \\ &\quad + c_\mu \sum_{i=1}^{\mu} w_i \frac{\boldsymbol{x}_{i:\lambda}-\boldsymbol{m}_g}{\sigma_g}\left(\frac{\boldsymbol{x}_{i:\lambda}-\boldsymbol{m}_g}{\sigma_g}\right)^\intercal \end{aligned} \tag{7}$$

其中 $c_1 \approx 2/n^2$、$c_\mu \approx \mu_{eff}/n^2$ 和 $\Delta(h_\sigma) = (1-h_\sigma)c_c(2-c_c) \leq 1$。本质上，协方差矩阵更新会使协方差矩阵沿景观梯度的近似方向拉长，并沿与梯度正交的方向收缩。

2.2 自适应采样概述

AS-CMA 是一种系统化方法，用于为 采样时间 t_i 分配给 $i = 1 \ldots \lambda$在候选解生成步骤中选出的候选解。采样时间的分配方式会影响优化效率：对某个候选解进行更多采样可以提高其成本估计精度，但过度采样可能浪费原本更适合用于评估新候选解的时间。如果用于采样候选解的时间不足，则其适应度很可能会被高估或低估，从而对优化产生不利影响（图1）。

AS-CMA 利用了这样一个事实：CMA-ES 的选择阶段依据候选解的排序，而非实际测量值，这意味着候选解所能容忍的噪声量与其适应度的区分度有关。如果某个候选解的 i 与最相似代价邻居 $\delta^{(i)}$ 最近邻之间的成本差异较大，那么该候选解就能容忍

更多噪声，因此需要更少的样本。相反，如果某一代中的两个候选解适应度相近，则需要使用更多样本进行评估，以确保选择步骤中的排序准确率（图1）。AS-CMA 根据 $\delta^{(i)}_{\text{最近邻}}$分配采样时间，力求实现稳定的信噪比，其中信号为 $\delta^{(i)}_{\text{最近邻}}$，噪声则与采样时间有关。实际应用中，在评估候选解之前并不知道 $\delta^{(i)}_{\text{最近邻}}$，因此需要一个代理量，即 $\hat{}\delta^{(i)}_{\text{最近邻}}$。AS-CMA 根据候选解 i 与其最近邻之间的距离 $d^{(i)}_{\text{最近邻}}$来估算 $\hat{}\delta^{(i)}_{\text{最近邻}}$（图2），其依据是彼此距离更近的候选解更难排序。随后用局部斜率的估计值 k_{avg}对该距离进行缩放，得到 $\hat{}\delta^{(i)}_{\text{最近邻}}$。这种缩放考虑到，在景观陡峭区域内聚集较近的候选解，比它们处于平缓区域时更容易排序。

已知 $\hat{}\delta^{(i)}_{\text{最近邻}}$后，我们接下来确定该候选解能够容忍多大噪声。我们将这种噪声记为 $\epsilon_i = \mathcal{E}(t_i)$，其中 ϵ_i 表示误差分布的标准差幅值（均值以 0 为中心）；当使用噪声模型 $\mathcal{E}(t)$ 对候选解进行采样时，采样时间为 t_i。为确保在不同成本景观之间保持一致，我们将噪声建模为真实成本的一定百分比，即百分比误差。测量候选解 i时产生的噪声会影响该候选解与其最近邻之间的测量成本差异。这个候选解间差值中的噪声记为 $\sigma^{(i)}_{\text{最近邻}}$，且与 ϵ_i 成正比。综合来看，$\hat{}\delta^{(i)}_{\text{最近邻}}$ 和 $\sigma^{(i)}_{\text{最近邻}}$ 对“估计检测差异”分布进行参数化，该分布的均值为 $\hat{}\delta^{(i)}_{\text{最近邻}}$，标准差为 $\sigma^{(i)}_{\text{最近邻}}$。在此分布中，零以上的面积等于正确排序候选解$i$ 及其最近邻的似然。最后，我们可以选择 t_i，确保信噪比 $\beta = \hat{}\delta^{(i)}_{\text{最近邻}}/\sigma^{(i)}_{\text{最近邻}}$足够大，从而实现精确排序，同时又足够小，以避免浪费样本。

我们预计，在一次优化过程中，AS-CMA 通常会延长采样时间，因为随着优化器逐渐接近极小点，邻居距离 $d^{(i)}_{\text{最近邻}}$和陡峭度 k_{avg} 会降低。我们假设，这种效果将通过以下方式改进优化：在优化早期能够快速评估多样化的候选解，而在优化后期则能够精确评估所选择的、更有前景且彼此相似的候选解。此外，采样时间的选择还可以根据景观的局部特征进行调整，而无需调整任何元参数。例如，如果优化器从成本景观中平缓的区域移动到陡峭的区域，$d^{(i)}_{\text{最近邻}}$和 k_{avg} 会增加，从而缩短采样时间，使优化器能够沿梯度快速向下移动。

2.3 自适应采样实现

输入与初始化。完成 CMA-ES 初始化后，AS-CMA 还需要初始化三个额外的状态变量：d_{max}、k_{avg}和 y_{avg}，这些变量用于每一代的采样时间计算，并会随着新测量值的产生而更新。第一代 CMA-ES 的这些变量使用四个值进行初始化：搜索空间中允许的最大和最小候选值 $\boldsymbol{x}_{max}$和 $\boldsymbol{x}_{min}$（这两个值已在 CMA-ES 初始化中定义），以及用户输入的搜索空间中可能测得的最大和最小代价的估计值$\hat{}y_{max}$ 和$\hat{}y_{min}$。无需非常准确地估计$\hat{}y_{max}$ 和$\hat{}y_{min}$，AS-CMA 也能成功运行，因为第一代之后对状态变量的更新将使用测量值，而非$\hat{}y_{max}$ 和$\hat{}y_{min}$，从而使算法能够适应局部搜索区域的形状。

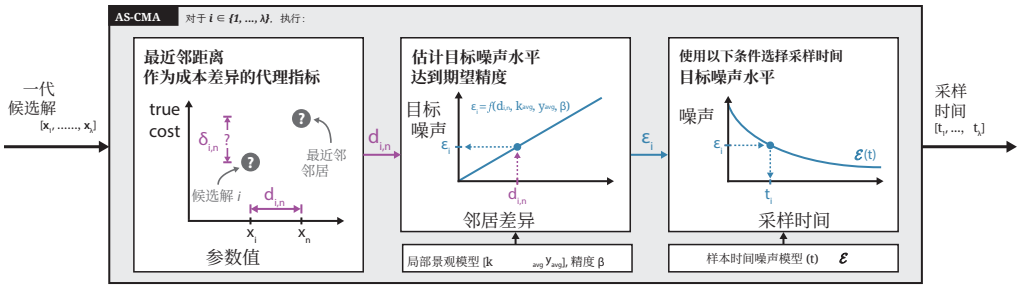

图2：AS-CMA 确定样本时间的概要。对于每个候选解 i，其与最近邻 $\delta^{(i)}$ 最近邻 之间的估计成本差在采样前是未知的，因此 AS-CMA 改用最近邻参数与其之间的距离 $d^{(i)}$ 最近邻 （算法 1，第 9 行）。利用 $d^{(i)}$ 最近邻，通过局部代价景观（k_{avg} 和 y_{avg}）的近似来确定目标噪声水平 ϵ_i，使候选解与其最近邻的排序精度达到期望精度 β。（算法 1，第 10 行）。利用 ϵ_i，可以通过对噪声模型 $\mathcal{E}(t)$ 求逆来确定样本时间 t_i（算法 1，第 11 行）。

最大可能的候选解间距 d_{max} 在整个优化过程中保持不变，其值为 $\boldsymbol{x}_{max}$ 与 $\boldsymbol{x}_{min}$ 之间的二范数距离：

$$d_{max} = \|\boldsymbol{x}_{max} - \boldsymbol{x}_{min}\|_2 \tag{8}$$

局部搜索区域的平均代价 y_{avg}通过对 $\hat{}y_{max}$和 $\hat{}y_{min}$取平均进行初始化，如下所示

$$y_{avg} = \frac{\hat{y}_{max} + \hat{y}_{min}}{2} \tag{9}$$

局部搜索区域的距离差异关系 k_{avg} 将用于近似估算两个候选解的代价差异，具体取决于它们之间的距离。 k_{avg} 在第一代之前使用 $\hat{}y_{max}$ 和 $\hat{}y_{min}$初始化，假设成本景观中最大值与最小可能值之间的距离是最大可能距离的一半：

$$k_{avg} = \frac{\hat{y}_{max} - \hat{y}_{min}}{0.5 \cdot d_{max}} \tag{10}$$

除了 $\hat{}y_{max}$ 和 $\hat{}y_{min}$之外，AS-CMA 开始运行前还需要另外两个输入。这两个输入是 β，即对候选解排序时所需的信噪比，以及 $\mathcal{E}(t)$，它是一个函数，用于将采样时间映射为在采样时间 t下预期误差分布标准差的大小。建议使用 $\beta = 1.3$，因为经验证，它在维度各异的多种成本景观中均表现出色。 如果增大 β，AS-CMA 将倾向于采用更长的采样时间，从而在优化结束时获得质量更高的解，但收敛所需的时间也会更长。若减小 β，则会产生相反的效果。 $\mathcal{E}(t)$ 可以是连续函数，例如递减指数函数，或根据实验数据插值得到的分段函数。

采样时间的分配。 AS-CMA 的主要功能是为每一代中的每个候选解选择适当的采样时间。此过程发生在候选解生成步骤之后、评估步骤之前。按照公式 1 选出 λ 个候选解后，计算候选解 i 到其最近邻 $d^{(i)}_{\text{最近邻}}$的归一化距离，计算公式如下：

$$\boldsymbol{d}^{(i)}_{\text{nearest}} = \min_{1\leq j\leq\lambda, j\neq i}\left(\frac{[\|\boldsymbol{x}_i - \boldsymbol{x}_j\|_2]}{d_{max}}\right) \tag{11}$$

已知 $d^{(i)}_{\text{最近邻}}$，候选解 i 与其最近邻 $\hat{}\delta^{(i)}_{\text{最近邻}}$之间的估计成本差为

$$\hat{\delta}^{(i)}_{\text{nearest}} = k_{avg}\cdot d^{(i)}_{\text{nearest}} \tag{12}$$

利用对 $\hat{}\delta^{(i)}_{\text{最近邻}}$的估计，可以计算出可接受的噪声量，以达到所需的信噪比。为了估计测量噪声的大小，我们暂时假设候选解 i及其最近邻的代价等于局部搜索区域 y_{avg}的平均代价，并且这两个测量值受到相同程度的噪声影响， ϵ_i （以百分比为单位）。然后，候选解及其最近邻的测量代价的标准差 σ_i 和 σ_{n}可计算如下

$$\sigma_i = \sigma_{\text{n}} = y_{avg}\cdot\epsilon_i \tag{13}$$

σ_i 和 σ_{n} 与候选解 $\sigma^{(i)}_{\text{最近邻}}$ 之间测量差值的标准差直接相关（Branke 和 Schmidt，2003）：

$$\sigma^{(i)}_{\text{nearest}} = \sqrt{\sigma_i^2 + \sigma_n^2} \tag{14}$$

结合方程 13 和 14，可得候选解 $\sigma^{(i)}_{\text{最近邻}}$ 之间测量差值的标准差，它是各候选解测量噪声的函数：

$$\sigma^{(i)}_{\text{nearest}} = \sqrt{2}\cdot y_{avg}\cdot\epsilon_i \tag{15}$$

本质上， $\sigma^{(i)}_{\text{最近邻}}$是候选解与其最近邻之间排序任务所涉及的噪声。对于自身与最近邻之间估计成本差较大的候选解，$\hat{}\delta^{(i)}_{\text{最近邻}}$，较大的 $\sigma^{(i)}_{\text{最近邻}}$值是可以接受的。反之，若候选解与其邻居的代价非常相似，即$\hat{}\delta^{(i)}_{\text{最近邻}}$较小，则需要更高的测量精度，也就是说，需要较小的 $\sigma^{(i)}_{\text{最近邻}}$。

所需的信噪比元参数为 $\beta = \hat{}\delta^{(i)}_{\text{最近邻}}/\sigma^{(i)}_{\text{最近邻}}$。使用方程15代入 $\sigma^{(i)}_{\text{最近邻}}$，并使用方程12代入$\hat{}\delta^{(i)}_{\text{最近邻}}$，然后对 ϵ_i 求解，得：

$$\epsilon_i = \frac{k_{avg}\cdot d^{(i)}_{\text{nearest}}}{\sqrt{2}\cdot\beta\cdot y_{avg}} \tag{16}$$

公式 16 总结了 AS-CMA 所做的决策。也就是说，利用对局部代价景观的了解（ k_{avg} 和 y_{avg}），AS-CMA 可以确定可容忍的最大噪声量 ϵ_i，同时仍能以由 β参数化的精度，正确地对距离为 $d^{(i)}_{\text{最近}}$的邻居进行排序。

算法 1自适应采样 CMA-ES

输入 AS-CMA 参数： $\hat{}y_{max}$, $\hat{}y_{min}$, β, $\mathcal{E}(t)$
初始化： d_{max}, y_{avg} k_{avg} 根据公式 8-10
当未终止**时**
  CMA-ES：候选解生成
  对于 i 在 $\{1,\ldots,\lambda\}$ **中执行**
    $\boldsymbol{x}_i \sim$ **米**$_g + \sigma_g$**北**$(\mathbf{0}, \boldsymbol{C}_g)$
  AS-CMA：确定采样时间
  对于 i 在 $\{1,\ldots,\lambda\}$ **中执行**
    $d^{(i)}_{\text{最近邻}} = \min_{1\le j\le\lambda, j\neq i}\left(\frac{[\|\boldsymbol{x}_i-\boldsymbol{x}_j\|_2]}{d_{max}}\right)$
    $\epsilon_i \leftarrow \frac{k_{avg}\cdot d^{(i)}_{\text{最近邻}}}{\sqrt{2}\cdot\beta\cdot y_{avg}}$
    $t_i \leftarrow \underset{t}{\text{最小值自变量}}|\mathcal{E}(t) - \epsilon_i|$
  CMA-ES：评估、选择、更新
  对于 i 在 $\{1,\ldots,\lambda\}$ **执行**
    $y_i \leftarrow f_{meas}(\boldsymbol{x}_i, t_i)$
  $\boldsymbol{x}_{i:\lambda} \leftarrow$ 排序$(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y})$
  根据公式 2-7 更新 $\boldsymbol{m}, \sigma, \boldsymbol{C}$
  AS-CMA：更新
  $y_{avg} \leftarrow \frac{1}{\lambda}\sum_{i=1}^{\lambda} y_i$
  $\boldsymbol{d}_y = [(y_i - y_j)]_{1\le i,\ j\le\lambda}$
  $\boldsymbol{d}_x = [\|\boldsymbol{x}_i - \boldsymbol{x}_j\|_2]_{1\le i,\ j\le\lambda}$
  $k_{avg} = \underset{k}{\text{最小值自变量}}\|\boldsymbol{d}_y - k\boldsymbol{d}_x\|_2^2$

找到 ϵ_i后，可以通过反转将测量时间映射到测量噪声的模型 $\mathcal{E}(t) = \epsilon$，求得采样时间 t_i。对这一采样时间的计算过程会针对该代中的所有候选解 $i = 1, \ldots, \lambda$ 重复进行。随后，对候选解 $\boldsymbol{x}_{1:\lambda}$进行时长为 $t_{1:\lambda}$ 的评估，以确定代价 $y_{1:\lambda}$。之后执行 CMA-ES 的选择和更新步骤。

局部成本景观估计的更新。在 CMA-ES 更新步骤之后，AS-CMA 状态变量 y_{avg} 和 k_{avg} 会更新，以便在下一代进行成本差异估计。更新 y_{avg} 很简单：

$$y_{avg} = \frac{1}{\lambda}\sum_{i=1}^{\lambda} y_i \tag{17}$$

更新 k_{avg} 需要使用当前代的数据拟合距离差线性模型。首先，计算由候选解两两成本差异$\mathbf{d}_y = [(y_i - y_j)]_{1\le i,\ j\le\lambda}$ 和参数距离$\mathbf{d}_x = [\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}^j\|_2]_{1\le i,\ j\le\lambda}$ 构成的向量。然后，使用最小二乘法拟合每个候选解与其各邻居之间的成本差异—参数距离关系，形式如下：

$$k_{avg} = \arg\min_k \|\boldsymbol{d}_y - k\boldsymbol{d}_x\|_2^2 \tag{18}$$

在更新 y_{avg} 和 k_{avg} 后，下一代可以从创建候选解这一步开始。

AS-CMA 的计算复杂度阶与 CMA-ES 相同。额外的主要代价来自计算每一代中候选解两两距离，其计算量随 $O(\lambda^2)$增长。对 k_{avg} 和 y_{avg} 的更新涉及简单的向量运算和最小二乘拟合，其计算量随 λ 和问题维度n线性增长。 算法 1 总结了 CMA-ES 框架下的 AS-CMA。

2.4 《仿真》中的评估

我们在四种具有代表性特征的成本景观中，将 CMA-ES 在不同固定采样次数下的表现与 AS-CMA 进行了比较，这些特征与多种优化问题相关。景观的数量和类型以及噪声水平的多样性，均参照了针对含噪优化问题中进化算法的类似研究进行选择（Groves and Branke, 2018年；Kutulakos and Slade，2024年；Hansen 等，2008）。测试的景观如下：

1. 一个 4 维的外骨骼辅助代谢成本景观经验近似（Zhang等，2017年），旨在对仿真数据和实验数据进行定性比较。我们将此景观称为 Ankle。 2. 4 维广义 Rosenbrock函数（Rosenbrock，1960年），用于评估变量之间存在相互作用时的性能。 3. 4 维 Levy 函数（Laguna and Marti，2005），用于评估多个局部极小值的影响。 4. 20 维 Sphere函数（Dixon，1978），用于测试算法性能如何随问题维度增加而变化（例如 Franks 等人（2021年）提出的 22 维外骨骼优化问题）。

这些函数的完整方程见表1，其中 $n = 4$适用于 Rosenbrock、Levy 和 Ankle；$n = 20$ 适用于 Sphere函数。我们为其中三个函数选取了 $n = 4$ ，因为这一问题维数代表了一个阈值：超过该维数后，较简单的方法（例如网格搜索或随机搜索）在实验优化中的效果会下降，而优化算法则变得愈发必要。

Rosenbrock、Levy 和 Sphere函数通常的极小值为 0（Rosenbrock，1960年；Dixon，1978年；Laguna and Marti，2005年）。我们分别为这些函数加上 100、10 和 0.67，使优化器接近极小值时，乘性噪声仍会产生影响。选择 0.67 作为 Sphere函数的偏移量，是为了使其极小值与 Ankle 的极小值大小相近；为 Rosenbrock 和 Levy 选择 100 和 10，则是为了让优化运行在所施加的噪声影响下，仍有现实的机会达到精细收敛阈值。在 f_{Ankle}中， x_1、x_2、x_3分别表示外骨骼的峰值扭矩、 x_4 峰值时间、上升时间和下降时间，这些指标由 Zhang et al. (2017) 描述。

在优化过程中，噪声根据所选测量时间添加t_i （图3），这体现了在实际实验中，测量噪声取决于分配给该测量的时间。对于给定的候选方案，首先计算其真实适应度（表1），然后引入噪声$y_{noisy} = y_{true} \cdot (1 + noise)$，其中 $noise$ 是从 $\mathcal{N}(0, \epsilon_i)$中随机抽取的样本，且 $\epsilon_i = \mathcal{E}(t_i)$。我们采用乘性噪声，以便与外骨骼优化中的真实代谢数据保持一致；在这些数据中，能量消耗越高，能量成本测量中的噪声也越大。我们使用了一个误差模型 $\mathcal{E}(t)$，该模型根据先前研究收集的数据计算得出（Zhang et al., 2017），共包含88次试验。对于

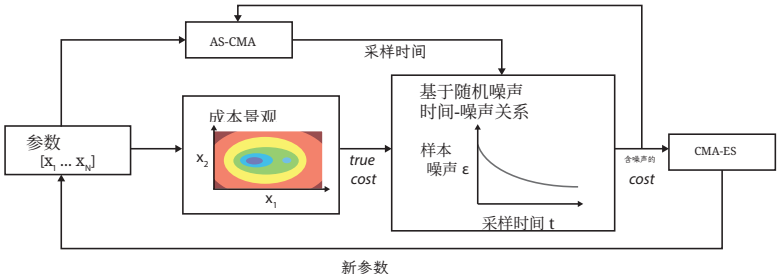

图3：数值仿真框架的表示。给定一组候选参数，仿真首先确定真实成本（使用真实成本景观）和所需的采样时间（使用图中所示的 AS-CMA，或使用图中未示出的固定采样时间）。随后，根据选定的采样时间向真实成本中引入噪声，生成含噪成本。该含噪成本被返回给 CMA-ES，后者随后生成新的候选解进行评估，并返回给 AS-CMA，以更新 k_{avg} 和 y_{avg}。

该模型通过比较给定采样时间下估算的代谢成本与使用完整6分钟试验估算的成本，计算该采样时间对应的百分比误差。我们将模拟优化的最短和最长允许采样时间分别设为0.5分钟和5.5分钟，对应的误差标准差分别为34.2%和0.4%。最短采样时间的设定依据是，使用外骨骼助力的人类用户需要约30秒来适应助力；最长采样时间则根据 Slade et al. (2022) 所认为足以使人达到稳态的时间来确定。最后，我们在噪声幅度上额外增加了3%的基线噪声，以反映即使完整的6分钟试验，相较于更长时间的试验，也可能并非完全准确；在更长的试验中，步态策略和神经肌肉适应等其他生物力学变化可能趋于稳定。

对于每个测试函数，$N = 100$针对每种静态采样时间和 AS-CMA，均完成了多次优化运行。在整个优化过程中，我们根据分配给每个样本的时间，跟踪模拟实验所耗费的时间，从而能够以现实实验时间来衡量优化结果。 对于所有运行，我们均采用 Hansen (2016) 描述并在 `cmaes` 库（Nomura 和 Shibata，2024年）中实现的典型 CMA-ES框架及参数值；不同之处在于，将当前代的均值参数值作为该代的最后一个候选解插入，这反映了人在回路优化中已确立的做法（Zhang等，2017年；Slade 等人，2022年）。每次优化运行的初始值均从所有代价

表1：用于模拟优化的真实测试函数。

函数	边界
$f_{Rosenbrock}(\mathbf{x}) = 100 + \sum_{i=1}^{n-1}\left[100\,(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (1 - x_i)^2\right]$	$x_i \in [-5.12, 5.12]$ 对于 $i = 1, \ldots\ldots, n$
$f_{20DSphere}(\mathbf{x}) = 0.67 + \sum_{i=1}^{n} x_i^2$	$x_i \in [0, 1]$ 对于 $i = 1, \ldots\ldots, n$
$f_{Levy}(\mathbf{x}) = \sin^2(\pi w_1) + \sum_{i=1}^{n-1}(w_i - 1)^2\left[1 + 10\sin^2(\pi w_i + 1)\right] + (w_n - 1)^2\left[1 + \sin^2(2\pi w_n)\right]$，其中对于 $w_i = 1 + \frac{x_i - 1}{4}$，$i = 1, \ldots\ldots, n$	$x_i \in [-10, 10]$ 适用于 $i = 1, \ldots, n$
$f_{Ankle}(\mathbf{x}) = 1 + 0.95(e^{-x_1} - 1) + (x_2 - 1)^2 + 0.1(x_3 - 0.2)^2 + x_4^2$	$x_1 \in [0, 1], x_2 \in [0.1, 0.55]$, $x_3 \in [0.1, 0.4], x_4 \in [0.05, 0.2]$

景观的空间内均匀随机抽取，但 Ankle 除外；Ankle 的初始值固定为同一个中等代价值，以反映现实世界中的外骨骼优化方法（Poggensee和Collins，2021年）。不同运行编号之间的初始值保持一致（即每种采样策略的第 n次运行都从同一点开始）。所有参数值均缩放至 0 到 1 之间，初始步长设为 $\sigma = 0.3$，这是 Hansen (2016) 的建议。在 AS-CMA 运行中，我们将$\hat{}y_{min}$ 设为：对于 20维球函数和 Ankle 测试案例为 0.6，对于 Rosenbrock 和 Levy 为 0。对于$\hat{}y_{max}$，20维球函数和 Ankle 取 1.3，Rosenbrock 取 1000，Levy 取 250。这些值选在适当的范围内，但相对于真实成本函数而言有意设置得不够精确，以反映实验者在运行优化之前可能提供不完美的 AS-CMA 设置。

2.5 与 KL-KG CMA-ES 的比较

为评估 AS-CMA 相较于动态重采样技术的性能，我们采用 Groves and Branke（2018）提出的方法进行优化，并将其称为 Kullback-Leibler知识梯度（KL-KG）CMA-ES。该方法使用 KG方法，最小化连续 CMA-ES 采样分布之间的 KL散度，从而优先进行预计能为最优区域带来最大信息增益的候选项评估。KL-KG CMA-ES 首先对每个候选解采样 n_0 次，以估计初始适应度值，并在每一代开始时计算 CMA-ES 分布（$\boldsymbol{m}$，Σ）。随后，它会为选定的候选解分配额外样本，直至耗尽该代的总采样预算 N_{total}（原稿中将总采样预算称为 N，但为清晰起见，此处使用 N_{total}）。这些候选解依据其对改进 CMA-ES 分布的预期贡献进行选择：对于每个候选项 a_i，KL-KG 根据该候选项当前估计的适应度 S_i 和噪声模型σ，估计额外样本改变当前精英集 I_t^{μ} 的概率 P_i。该噪声模型必须在优化开始前定义（AS-CMA 也有此要求）。随后，算法计算 CMA-ES 参数（$\boldsymbol{m}_i$，Σ_i）相应的假设性更新。然后，将对每个候选解进行采样的价值量化为 $V_i = P_i\, D_{\mathrm{KL}}\big(\mathcal{N}(\boldsymbol{m}_i,\ \Sigma_i) \,\|\, \mathcal{N}(\boldsymbol{m},\ \Sigma)\big)$，其中 $D_{\mathrm{KL}}(\cdot\|\cdot)$ 表示更新后的 CMA-ES 分布与当前分布之间的 KL散度。接下来对 V_i 最高的候选解进行采样。

对于我们的测试，我们针对四个景观分别进行了 $N = 100$ 次优化运行。与 CMA-ES 测试一样，这 100 次运行针对每个静态持续时间分别执行，从而为 KL-KG CMA-ES 提供充分机会展现其最佳性能。我们实现了 Groves and Branke（2018年）所述的优化和候选解选择流程，并通过经验调优了每个候选解的初始采样数 n_0 以及每代的总采样预算 N_{total}，最终得到$n_0 = 1$和 $N_{total} = 20$。

2.6 与贝叶斯优化的比较

静态采样贝叶斯优化经过测试，以确定其与 AS-CMA 在噪声优化中的相对优势和劣势。对于 Ankle 和 20维球体景观，每个静态采样时间均进行了 $N = 100$ 次贝叶斯优化运行；对于 Rosenbrock 和 Levy 景观，由于代理模型拟合步骤受到计算集群时间限制，因此进行了 $N = 50$ 次运行。贝叶斯优化（Nogueira，2014年）的设置参照 Kutulakos and Slade（2024年）认为最成功的设置，以便与

本研究进行比较。用于以均值 μ（x）和不确定性 σ（x）对成本景观建模的高斯过程，会随着候选解的逐步评估而更新；该过程采用 Matérn 核和假设成本景观中的噪声为恒定方差（同方差）的噪声模型。与 AS-CMA 和 KL-KG CMA-ES 测试不同，贝叶斯优化器未使用已知的乘性噪声模型，因此在比较算法性能时可能处于劣势。采集函数用于选择景观中待评估的点，其目标是最小化置信下界，即$\mathrm{argmax}(\mu$（x）$-\kappa\sigma$（x）$_x$

(Srinivas等，2009年)。 探索常数 κ用于决定优化器是探索成本景观中的新区域，还是继续在有前景的区域采样，其数值保持为优化器软件包设定的 2.6（Nogueira，2014年），这大致对应于标准正态分布的 99% 置信区间。κ 按照 $\kappa \leftarrow 0.93 \cdot \kappa$ 的方式衰减，在每次采样后逐步从探索转向利用，随着优化的进行逐渐实现这一转变。 在每个优化时间步，使用噪声优化得到的后验均值中最佳候选解的真实成本，来计算贝叶斯优化估计的最优点。

2.7 分析

为了评估采样策略如何影响 CMA-ES 排序步骤的准确性，我们使用了 Spearman秩相关系数（Spearman 的 ρ）（Spearman，1904年）。选择这一指标，是因为它能量化两个排序变量之间关系的强度和方向，从而反映噪声估计代价的排序与真实排序的接近程度。 ρ 值为 1 表示排序完全一致，而 0 则表示噪声排序与真实排序之间没有关系。 ρ 越接近 1 越理想，因为正确排序的候选解集合应能引导优化器趋近最小值。不过， ρ 不必恰好为 1，因为 CMA-ES 的基于种群的迭代使其能够容忍一定噪声；而要达到完美的排序准确度，可能需要对每个候选解进行长时间测量。对每一代中的 λ 候选解计算 Spearman 的 ρ ，然后针对每种采样策略，在每个时间点对全部 100 次运行的结果取平均。

为评估优化运行期间的收敛情况，我们首先定义真实最小值 y^* 为 $y^* = f_{true}(x^*)$，其中 x^* 是使真实成本景观 f_{true}达到最小值的参数值。在优化运行的每一代 g，估计最优点的真实代价定义为 $\hat{}y^* = f_{true}(\hat{}x^*)$，其中 $\hat{}x^*$ 是 CMA-ES 的均值参数值 m_g。我们考察了“粗略”和“精细”两种收敛阈值；当 $\hat{}y^*$ 达到真实最小值的 20% 和 5% 以内，并在运行剩余时间内保持在该范围内时，即视为达到相应阈值。 选择 20% 阈值是为了反映人在回路中的外骨骼优化中的最低可行结果。这一选择基于如下观察：通用辅助通常能实现约 80% 的优化辅助效益（Poggensee 和 Collins，2021年），这表明超过这一水平意味着取得了有意义的改进。选择 5% 阈值是为了表示实际收敛，即进一步优化可能带来的收益递减；尤其是这一数值与代谢成本测量的噪声底相当（Zhang 等，2017年）。

对于每次优化运行，我们使用三项指标评估了两个收敛阈值：

1. 收敛时间：$\hat{}y^*$ 达到并保持在真实最小值的粗略或精细阈值范围内所需的时间。该指标体现了尽可能缩短

优化所需的时间。 本文中的时间指模拟实验时间，而非计算时间。

2. 收敛累计成本：达到收敛所需的所有已测试条件的总代价。该指标体现了尽量降低优化总代价负担的需求。该指标源自外骨骼优化——在优化过程中，我们希望尽量减少参与者在所有条件下行走所消耗的代谢能总量。收敛累计成本有助于区分两种优化策略：它们在同一时间达到阈值，但在整个优化过程中能量消耗不同。

3. 收敛可靠性：达到收敛的运行次数所占百分比。该指标展示了快速收敛与可靠收敛之间的权衡。该指标体现了尽量降低重新运行负担的需求，即某次优化运行首次未能找到高质量解、因而需要再次运行的可能性。

对于未收敛的运行，我们将收敛时间设为优化结束时间，并将收敛累计成本设为所有已测试条件的真实成本之和。我们没有对未收敛运行的这些指标施加额外惩罚，因为收敛可靠性指标会明确反映未收敛的情况。

为了比较静态采样方法与自适应采样方法，需要针对每种代价景观，分别确定 CMA-ES 和贝叶斯优化的单一最佳静态采样时间。确定最佳静态采样时间的方法是：量化每次静态运行在六项指标上的性能，将这些性能值归一化为 AS-CMA 在六项指标上各自获得的性能分数，然后将六项分数相加。未能在至少 90% 的运行次数中实现精细收敛的静态采样时间，不纳入最佳静态时间的考量范围。通过双尾非配对 t 检验比较收敛时间与收敛代价；所有检验均采用 $p = 0.05$ 的显著性水平。

2.8 实验室试点外骨骼优化

为定性验证模拟优化测试中获得的结果，我们开展了一项外骨骼优化实验，受试者为 $N = 1$ （男性，26岁，身高172厘米，体重62千克），使用双侧系留式踝关节外骨骼（Poggensee 和 Collins，2021年），并以代谢成本作为目标函数（心肺运动测试，COSMED）。优化按照人在回路中的CMA-ES 优化方案（Poggensee 和 Collins，2021年；Zhang等，2017年）进行，但作出了一项修改：不再使用固定的2分钟采样时间，而是使用AS-CMA从0.5至5.5分钟的范围内为每种条件选择测量时间。优化完成后，以双重反转（ABCCBA）格式，对每个均值候选解的能量消耗进行两次、每次3分钟的评估，并将其归一化为外骨骼施加零扭矩时的行走能耗。通过均值参数值的变化过程以及均值的代价，评估优化是否会趋近于根据此前踝关节外骨骼实验确定的预期最优解。我们预计，优化器将识别出较高的峰值扭矩与较晚的峰值时间组合为最优，并且最优辅助应使步行能耗相较于关闭外骨骼时行走降低约39%（Poggensee 和 Collins，2021年）。所有实验方案均获得斯坦福大学机构审查委员会批准（IRB-48749）。

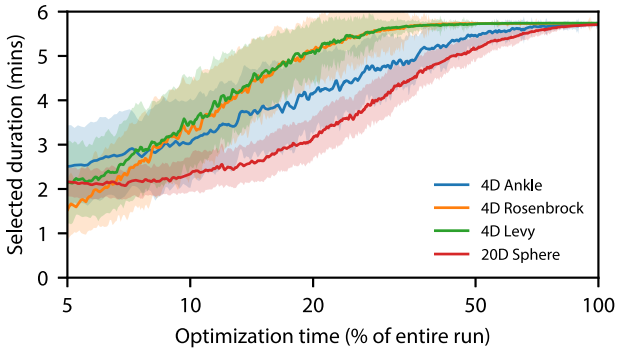

图 4：AS-CMA 选中条件的平均时间（±1 标准差）。

3 结果

3.1 AS-CMA 样本时间选择

AS-CMA在优化运行开始时选择了较短的采样时间，并且通常会随着运行推进而增加条件采样时间（图4）。这一趋势可能是因为优化器逐渐接近成本景观中较为平坦的区域，在这些区域中，候选解彼此更加相似，因而更难进行排序。所选择的采样时间会随成本景观而变化，这表明AS-CMA能够适应不同的优化问题。

3.2 排序准确率

在优化过程中，随着优化器逐渐进入成本景观较为平坦的区域，所有采样策略的排序准确率总体上都在下降（图 5）。AS-CMA 在整个优化过程中都表现出较高的准确率，起始 ρ 准确率介于 0.87 和 0.93 之间，并在整个优化运行期间保持这一水平（Ankle 和 20维球函数），或在优化接近结束时准确率有所下降（Rosenbrock 和 Levy）。对于所有测试景观，平均排序准确率在优化运行中保持较高水平的时间都长于任何一种静态时长，这表明为候选解选取的采样时间足以在 CMA-ES 选择步骤中实现恰当的排序。在 Ankle 和 20维球函数中，整个优化过程中排序准确率始终较高；而在 Rosenbrock 和 Levy 函数中，准确率在运行接近结束时有所下降。这种下降可能是因为优化器到达了成本景观中非常平坦的区域，此处候选解之间的成本差异相对于噪声而言非常小。我们预计，如果优化持续足够长时间，随着 AS-CMA 不断逼近最小值点，它最终会在所有成本景观中达到准确率开始下降的阶段。此时，即使最长允许采样时间引入的误差很小，也会使这些成本相近的候选解越来越难以排序，导致排序准确率下降。对于静态时间采样，ρ与采样时间相关：采样时间越长，起始准确率越高，且准确率维持的时间也越长。AS-CMA 在四种景观中的 ρ 均值最高，该均值是对所有运行次数和所有时间点取平均所得。与所有静态时长相比，AS-CMA 的准确率开始下降的时间更晚；这一下降可能是由于所选采样时间接近允许的最大采样时间。AS-CMA 在优化的各个阶段都具有良好的排序准确率，这表明算法逐步延长所选采样时间（图 4）有助于

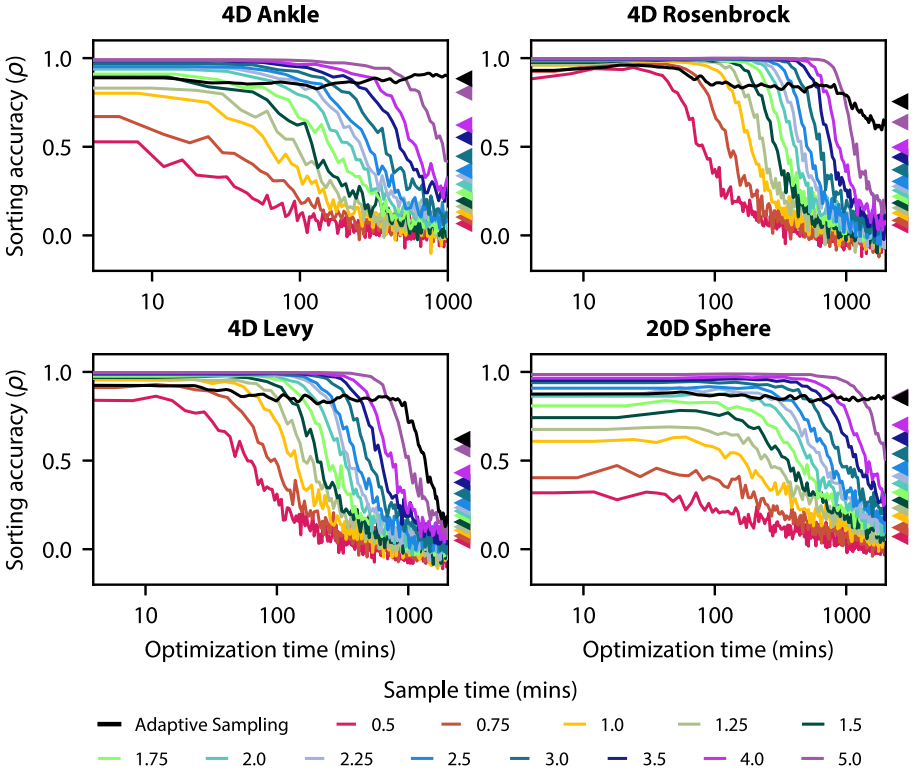

图5：优化运行中的代排序准确率（Spearman's ρ）。三角形表示该成本景观所有优化时间点的平均值。

持续保持较高的排序准确率，最终提高优化器的效率。

3.3 估计最优点的代价随时间变化

对于所有采样时间，CMA-ES 估计最优点的真实成本都随时间渐近下降（图6）；下降速率和渐近值因采样时间而异。对于较短的固定采样次数，成本通常在优化开始时迅速下降，但随后趋近于一个远高于真实最小值的渐近值。对于较长的固定采样次数，成本下降速率较慢，但各函数趋近于更接近全局最小值的最小值。AS-CMA 兼具这两种特点：它在优化开始时迅速降低成本（尽管速度不及采样时间最短的情况），而且在优化结束时，在所有四种成本景观中，仍找到了代价最低的估计最优点。

3.4 收敛可靠性

在四种成本景观中各运行100次，AS-CMA在全部400次运行中均实现了粗略收敛，并在393次运行中实现了精细收敛。对于固定采样次数，较长的采样时间更可靠地实现了精细收敛，而最短的采样时间往往无法实现精细收敛（图7，第一行）。几乎所有采样时间都能可靠地实现粗略收敛（图6）。虽然较短采样时长的平均代价轨迹似乎更早越过精细收敛阈值（图6），

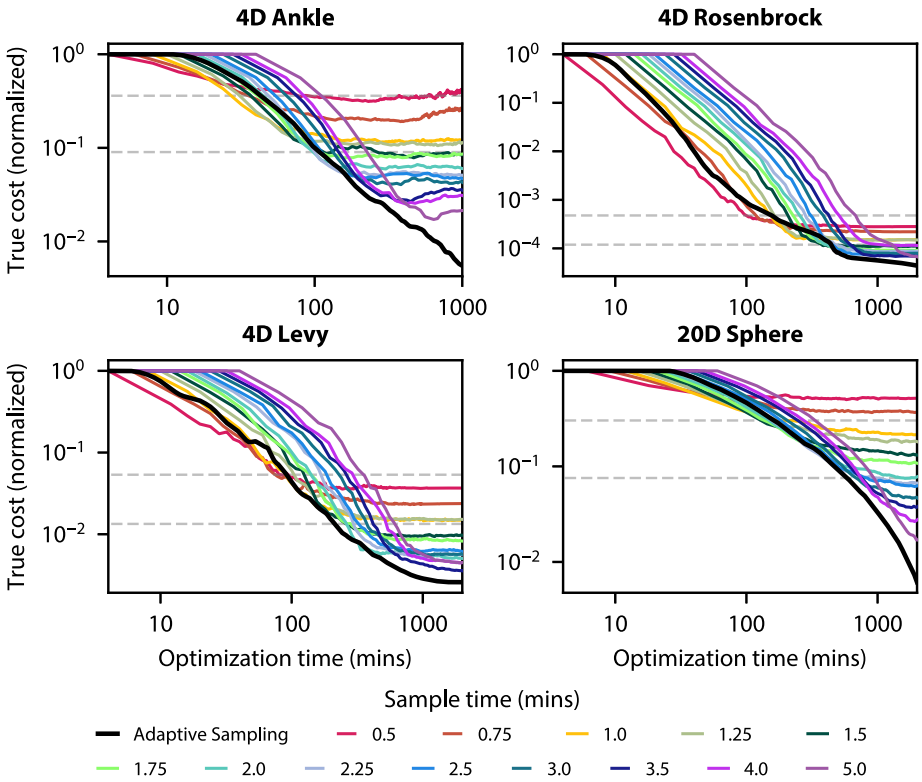

图6：使用静态（彩色）或自适应（黑色）采样的 CMA-ES 运行中估计最优点的真实成本。曲线表示每种采样策略下 $N = 100$ 次运行的平均值。较高和较低的虚线分别表示粗略和精细收敛阈值。纵轴以优化初始化时所在点的代价为基准进行归一化。

但由于CMA-ES均值的变异性较高，许多单次运行无法持续低于该阈值，因此满足收敛判据的短时长运行次数较少（图7，第一行），进而导致收敛所需的代价和时间更高（图7，第二行和第三行）。相比之下，较长的采样时间能够产生更稳定的代价估计，使更多运行能够达到并维持精细收敛。

3.5 静态采样时间性能

静态 CMA-ES 的整体采样时间性能形成了一个帕累托前沿：较短的采样时间能够达到粗略目标，但在达到精细目标方面表现出较差的一致性；而较长的采样时间达到这两个阈值的速度都较慢（图6）。在最短采样时间下，达到精细收敛阈值的运行次数往往不足 90%，因此这些采样时间不会被视为最佳静态采样时间。中等长度的采样时间在粗略和精细目标方面都取得了良好结果，不过值得注意的是，最佳静态采样时间会因成本景观而异。对于 CMA-ES，Ankle、Rosenbrock、Levy 和 20维球函数的最佳采样时间分别为 4、3、2 和 3.5 分钟。 附录中给出了这些最佳静态采样方法与 AS-CMA 在不同收敛指标上的百分比比较

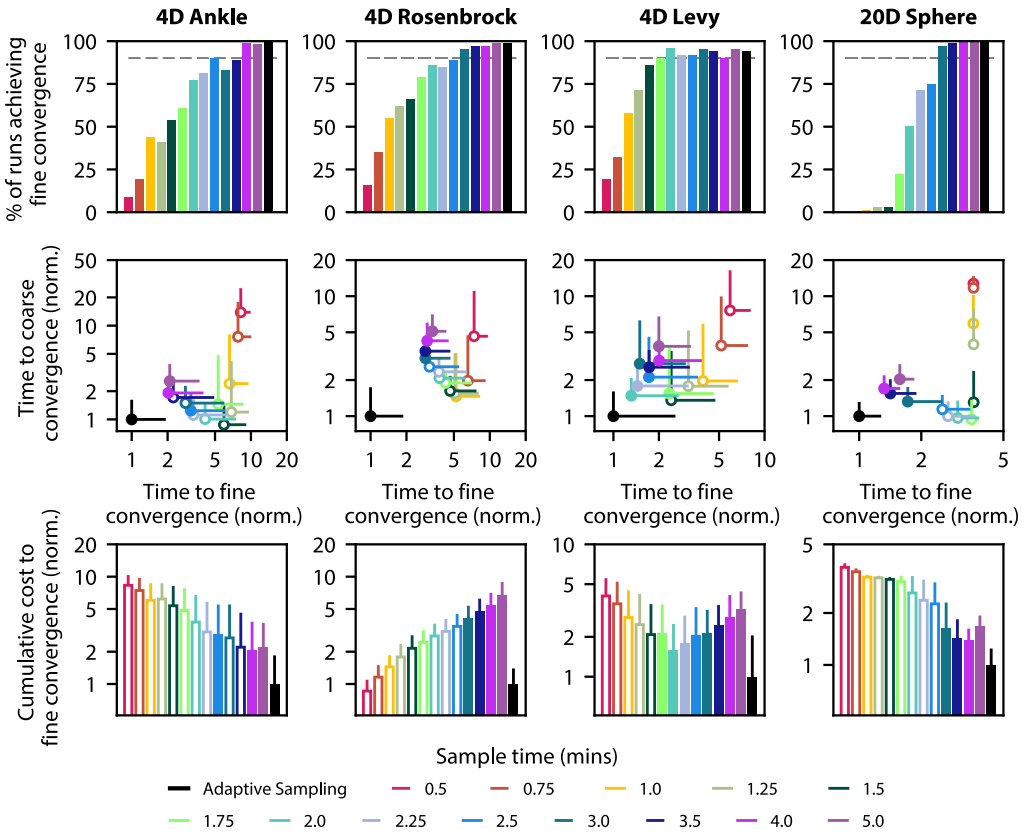

图7：各种静态 CMA-ES 和 AS-CMA 优化运行的性能指标。第1行：收敛率。未能在 90% 或更多运行次数中实现精细收敛的静态采样策略（灰色虚线）在接下来的两行中以白色填充表示。第2行：收敛时间。第3行：收敛成本。第2行和第3行中的值均以 AS-CMA 为基准进行归一化，数值越小表示性能越好。第2行和第3行的误差线表示一个标准差。

附录中给出了不同的收敛指标。

3.6 收敛时间

对于所有测试的成本景观，AS-CMA 达到粗略收敛和精细收敛的速度均快于所有静态采样时间（图7，第二行）。与四种景观中表现最佳的静态采样时间相比，AS-CMA 达到精细收敛的速度快了 24% 至 65%（$p < 0.05$适用于 Ankle、Rosenbrock 和 20维球函数，p =0.14 适用于 Levy），达到粗略收敛的速度快了 32% 至 67%（$p < 0.05$ 适用于所有景观）。在 Ankle 和 Rosenbrock 景观中，AS-CMA 的表现似乎远优于 CMA-ES；在 Levy 和 20维球函数中，其表现与最佳静态采样时间较为接近，但仍然更好。AS-CMA 的收敛时间标准差也明显小于静态采样时间，表明自适应采样方法的整体性能更加稳定。

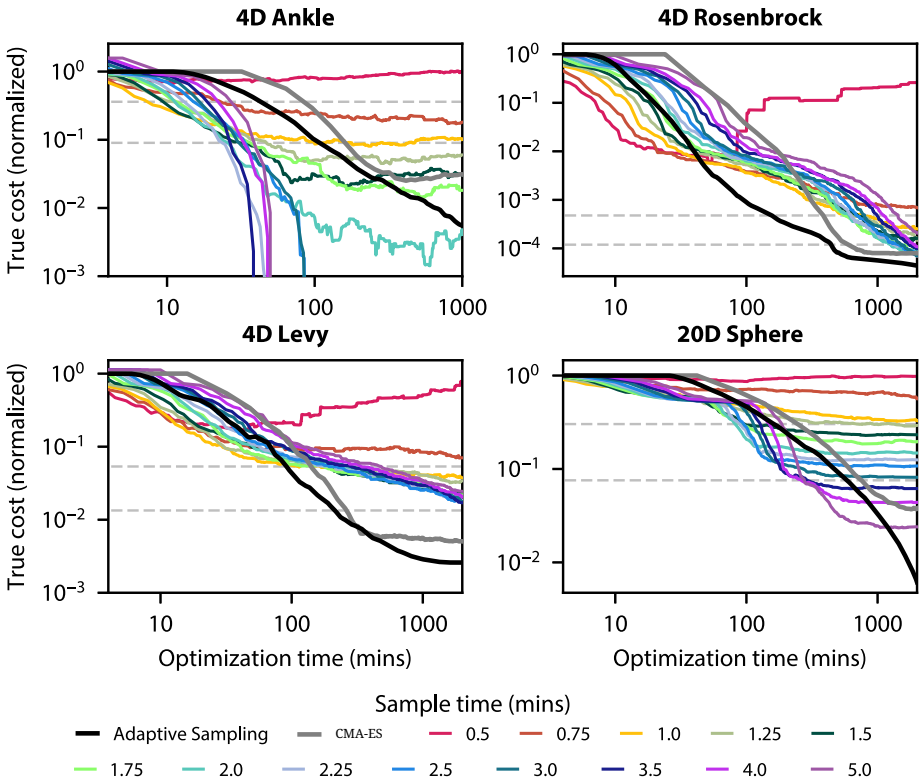

图 8：贝叶斯优化对比实验中估计最优点的真实成本（除 Rosenbrock 和 Levy 的静态贝叶斯优化运行次数为 $N = 50$ 外，其余均为 $N = 100$ 次）。Ankle、Rosenbrock、Levy 和 20维球函数的最佳 CMA-ES 静态采样时间（灰线）分别为 4、3、2 和 3.5 分钟。较高和较低的虚线分别表示粗略和精细收敛阈值。纵轴已根据 AS-CMA 和 CMA-ES 优化起点的成本进行归一化；在不同采样策略下，两者的起点相同。

3.7 收敛累计成本

较短的采样时间在粗略收敛方面代价较低，但在精细收敛方面代价较高；较长的采样时间则在粗略收敛方面相对代价较高，在精细收敛方面代价较低。当采样策略快速收敛时，其累计成本也较低，反之亦然（图7，第三行）。图6中的平均成本随时间变化曲线解释了这一现象：所有采样策略的成本随时间变化的曲线形状大致呈指数衰减。与各景观上表现最佳的静态采样时间相比，AS-CMA 达到精细阈值的速度快了 29% 至 76%，达到粗阈值的速度快了 36% 至 76%（$p < 0.05$ 适用于所有景观和阈值）。

3.8 与 KL-KG CMA-ES 的比较

静态采样 KL-KG CMA-ES 受到样本时间的影响，与 CMA-ES 类似：测量时间较短时，会快速收敛到质量较差的解；测量时间较长时，则会较慢地收敛到质量较高的解——

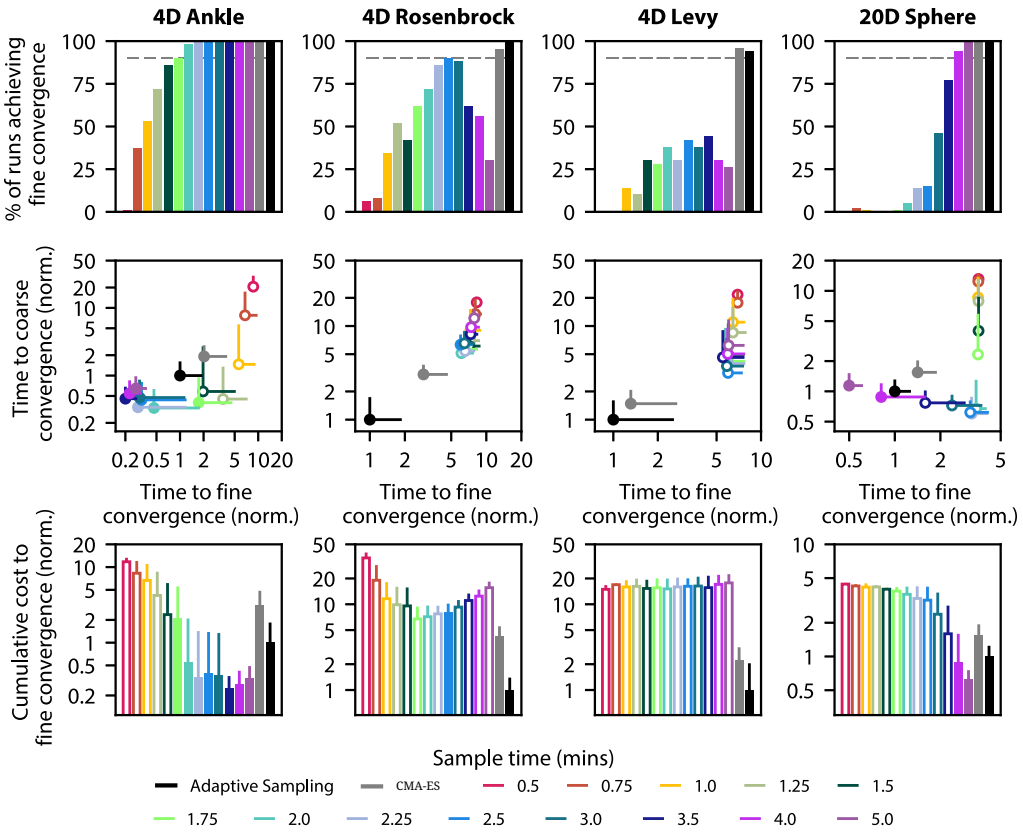

图 9：各种静态采样时间的贝叶斯优化（彩色）、特定景观的 CMA-ES 的最佳静态采样时间（灰色）以及 AS-CMA 优化（黑色）运行次数的性能指标。从左到右，CMA-ES 的最佳静态采样时间分别为 4、3、2 和 3.5 分钟。第 1 行：收敛可靠性。灰色虚线表示 90% 的精细收敛率阈值；未达到该阈值的采样策略在第 2 行和第 3 行中以白色填充。第 2 行：收敛时间。第 3 行：收敛代价。第 2 行和第 3 行中的数值均以 AS-CMA 为基准进行归一化，数值越小表示性能越好。第 2 行和第 3 行中的误差线表示一个标准差。

（图 A2）。KL-KG 采样方法确实优于 CMA-ES，但并非在所有景观上都如此。具体而言，在 20维球体景观中，KL-KG 明显优于 CMA-ES，其多种采样策略的收敛速度和可靠性都超过了单一最佳静态 CMA-ES 采样策略（图 A3）。在其他景观中，KL-KG 采样相较于典型 CMA-ES 的优势不那么明显，对收敛率、时间和代价仅有边际改善，或毫无改善。与 AS-CMA 相比，KL-KG 采样的这些优缺点也同样显现出来。在 20维球体景观中，表现最佳的 KL-KG 静态时长（3 分钟）在 100% 的运行次数中实现了精细收敛，且完成所需时间减少了 13%，累计成本降低了 25%（两项比较均为 $p < 0.05$ ）。在 Ankle、Rosenbrock 和 Levy 景观中，表现最佳的 KL-KG 静态时长（分别为 5、3.5 和 3 分钟）均在 91% 或更多的运行次数中实现了精细收敛，但达成这一结果所需的收敛——

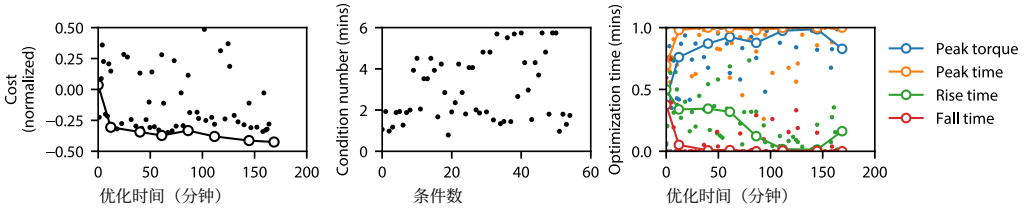

图10：使用 AS-CMA 进行实验室外骨骼辅助优化的结果。点表示单个条件。白色填充的圆圈表示每一代 CMA-ES 的均值，并以线连接以显示优化趋势。

收敛所需时间分别比 AS-CMA 多 471%、564% 和 294%，累计成本分别比 AS-CMA 高 357%、394% 和 197%（$p < 0.05$ forallcomparisons）。

3.9 与贝叶斯优化的比较

在贝叶斯优化中，固定采样次数呈现出与 CMA-ES 相同的趋势：较短的测量时间带来快速但质量较差的收敛，而较长的测量时间则会减缓收敛，同时提升解的质量（图 8）。与 CMA-ES 和 AS-CMA 相比，贝叶斯优化在不含参数交互或局部极小值的简单景观中表现更佳，但在包含其中任一特征的复杂景观中表现较差（图 9）。在有利的景观（Ankle 和 20 维球函数）中，贝叶斯优化的最佳固定采样次数分别为 2.25 分钟和 5 分钟，且在 99% 的所有运行次数中实现了精细收敛。与 AS-CMA 相比，贝叶斯优化实现精细收敛所需的时间分别减少了 71% 和 50%，累计成本分别降低了 66% 和 50%（$p < 0.05$，适用于全部四项比较）。在复杂景观（Rosenbrock 和 Levy）中，贝叶斯优化的精细收敛可靠性较差：在 Rosenbrock景观中，只有一种采样时间（2.5 分钟）达到了 90% 的收敛可靠性阈值；在 Levy景观中，没有任何采样时间达到该阈值。因此，在 Levy景观中，所有采样时间都纳入了最佳固定采样次数的考量。Rosenbrock 和 Levy 两种景观的最佳固定采样时间均为 2.5 分钟，此时精细收敛分别出现在 90% 和 42% 的运行次数中；与 AS-CMA 相比，所需时间分别增加了 501% 和 498%，累计成本分别增加了 703% 和 1522%（$p < 0.05$，适用于全部四项比较）。

3.10 实验室试点外骨骼优化结果

AS-CMA 实验性踝关节外骨骼优化运行的结果表明，该算法高效地找到了能够实现预期能量经济性改善的最优辅助参数（图10）。优化器在一代之后便迅速识别出朝向最小值的正确方向，这一点从平均成本早期的快速下降中可见一斑。随后，优化器继续逐步逼近真实最小值，最终结束优化时，平均能量消耗降低了 42%，接近预期的 39% 能耗降低。优化器在优化初期正确识别出，较晚的峰值时间最有利；在优化后期，它又正确判断出较大的峰值扭矩同样是最优的。正如预期，上升时间没有呈现明显趋势，而随着峰值时间增加，下降时间则有所缩短，以确保扭矩不会在摆动期施加。AS-CMA 选择的采样时间几乎覆盖了整个允许的采样时间范围。

4 讨论

4.1 自适应采样的影响在 CMA-ES 中

我们的研究结果表明，为了在存在噪声时实现高效优化，最好改变对每个候选解的测量时间，而不是让每次适应度评估都持续相同的时间。我们假设，通过使用简单的方法估计候选解之间的成本差异，AS-CMA 能够确定每个候选解应测量多长时间，从而避免对候选解采样不足或过度采样。如果能够实现这一点，我们预计 AS-CMA 将使优化更加可靠、快速和高效。我们的结果支持这些假设：在测试的四种成本景观中，AS-CMA 在优化过程中逐步延长采样时间（图4），以维持足够高的准确度（图5）；与多种静态采样 CMA-ES 策略相比，这提升了优化的可靠性、速度和效率（图7）。这些结果表明，当候选点评估存在噪声且耗时较长时，研究人员应避免采用静态时间采样，而应在优化过程中改变测量时间。这可以通过 AS-CMA 实现。它提供了一种简单直接的采样策略，对先验知识或调参的要求相对较低，并且在本研究考察的景观和噪声水平下展现出良好的性能。

AS-CMA 在我们的测试场景中表现出色，这凸显了在 CMA-ES 常用的优化任务中，以自适应采样取代静态采样可能带来的益处。与采用静态采样的 CMA-ES 相比，AS-CMA 的收敛可靠性相当，同时能够以更短的时间和更低的总体代价实现粗略和精细收敛。我们发现，变化采样时间优于静态采样；这一结论与此前关于采用进化算法进行含噪多目标优化的研究一致（Siegmund 等人，2013年，2015年）。该研究根据优化运行的完成时间百分比按比例分配采样时间。我们的结果还表明，短时间的静态采样运行会快速收敛到较差的解，而较长时间的静态采样运行则会花费更多时间收敛到质量更高的解；这也与此前关于噪声优化的研究一致（Aizawa and Wah，1994）。综合来看，这些发现表明，自适应采样可能提升各类优化任务中优化器的性能。

4.2 AS-CMA 与贝叶斯优化和 KL-KG CMA-ES 的比较

与贝叶斯优化中的静态采样相比，我们认为 AS-CMA 是一种更保守的方法，因为它适用于更广泛的优化场景，但在最适合贝叶斯优化的成本景观中，其性能较差。我们认为，这种性能差异与底层成本景观函数的复杂度有关。Ankle 和 20维球体景观都是单峰且可分离的，因此相较于更复杂的 Levy 和 Rosenbrock 函数，贝叶斯优化的代理模型可能更容易拟合这些景观。在这些复杂景观中，贝叶斯优化的代理模型可能难以捕捉复杂的参数交互，而且由于其贪婪的采样策略，可能会陷入局部极小值。总体而言，我们预计，在简单景观中（例如维度较低、局部极小值较少或参数交互极少），贝叶斯优化即使面对噪声，也能实现可靠、快速且高效的优化；而 AS-CMA 虽然同样可靠，但速度较慢、效率较低。反之，在更复杂的优化景观中，我们的研究结果表明，AS-CMA

将能提高可靠性和效率，而贝叶斯优化可能根本无法收敛。关于 CMA-ES 与贝叶斯优化相对优势的这些结论，与其他模拟人在环优化研究的发现一致（Kutulakos 和 Slade，2024年）；该研究得出结论，随着景观复杂度增加，CMA-ES 的相对性能会提升。鉴于这些差异，在真实世界机器人优化场景中，AS-CMA 可能是更好的选择，因为参数交互、局部极小值和高维空间等复杂情况十分常见。此外，考虑到可靠性往往是这些系统的一项重要标准（Wright 等人，2020年），在现实世界优化中，未能收敛所带来的代价可能更高。

与我们的预期相反，KL-KG CMA-ES 在大多数情况下的性能不及 AS-CMA 和 CMA-ES，这可能是因为我们的研究与 Groves and Branke（2018年）的研究中测量噪声的影响存在差异。在他们的研究中，噪声幅度更大，并且被建模为加性噪声；而我们的测试采用了幅度相对较低的乘性噪声，以体现外骨骼优化应用中人体代谢成本测量的特征。此外，先前使用 KL-KG 采样的研究采用了相对较高的采样预算（$N_{total} = 200$、$n_0 = 20$），但我们发现，如此大的预算不利于我们的成本景观，因此将其降低至 $N_{total} = 20$ 和 $n_0 = 1$。这些发现表明，KL-KG 重采样的益处会受到噪声机制和可用采样预算总量的显著影响，这与先前的观察结果一致（Groves and Branke，2018年）。KL-KG 性能欠佳的另一个原因是，其每代采样预算为 N_{total}，而我们测试的其他 CMA 变体采用了较小的采样预算 λ。Groves and Branke（2018年）在比较 KL-KG 与其他 CMA-ES 方法时，所有方法的每代预算均为 N_{total}。至少对于我们研究中观察到的噪声水平而言，相较于选择并评估新一代候选解，重复对同一代候选解进行 N_{total} 次采样的弊端可能过于显著。鉴于 KL-KG CMA-ES 在大多数情况下效果较差、对所选每代采样预算 N_{total}较为敏感，而且 KL-KG 采样需要“回头”对已评估过的候选解再次采样，因此，对于噪声特征与本文所述相似的含噪实验优化问题，AS-CMA 可能是更实用的选择。

4.3 现实世界优化的启示

除了在收敛可靠性、速度和效率方面已得到证明的改进之外，AS-CMA 的另一项重要优势在于，它消除了一个自由优化参数——采样时间。这意味着，AS-CMA 可能适用于成本景观理解不足的优化问题。尽管在本文测试的四种成本景观中，AS-CMA 的表现均优于 CMA-ES，但在其他景观中，也可能存在使用最优固定时间的 CMA-ES 优于 AS-CMA 的情况。即便如此，AS-CMA 仍可能是总体上时间效率更高的策略，因为它免除了确定最优固定时间的要求，而确定该时间需要使用各种固定采样次数进行多次优化运行。也可以通过简单猜测采样时间来避免这些时长测试运行，但这样做可能会选取过短的时间（降低收敛可靠性）或过长的时间（延长收敛时间）。

AS-CMA 的实现复杂度应与 CMA-ES 相近。原始 CMA-ES 算法的方

法保持不变；加入自适应采样后，需要估计第一代预期的最大代价和最小代价 $\hat{}y_{max}$ 和 $\hat{}y_{min}$，并建立一个关于测量时间的测量噪声模型 $\mathcal{E}(t)$。估计 $\hat{}y_{max}$ 和 $\hat{}y_{min}$ 很简单，甚至可以在未经实验的情况下直接猜测，因为这些参数的不精确不会显著影响优化，它们只用于第一代（附录）。通过在采样时间等于最大期望条件时间 t_{max} 的情况下进行几代 CMA-ES 优化，即可用足够的精度识别噪声模型 $\mathcal{E}(t)$。随后，对于每种采样窗口大小 t_i，利用从 0 到 t_i 的时间序列数据估算各条件的代价，再将该估算值与使用大小为 t_{max} 的窗口得到的代价进行比较，以确定估算误差，从而得到 $\mathcal{E}(t)$。接着，计算每个时间窗口下所有误差的标准差，即可得到各时间窗口 ϵ_i 的误差。尽管正确确定 $\mathcal{E}(t)$ 比确定 $\hat{}y_{max}$ 和 $\hat{}y_{min}$ 更重要，但如果对 $\mathcal{E}(t)$ 的表征不够准确，其对优化结果的影响可能仍小于选择了次优静态采样时间的影响（附录）。AS-CMA 还包含一个元参数，即期望信噪比 β；我们发现 $\beta = 1.3$ 是一个很好的选择，因此建议未来使用 AS-CMA 的用户将 β 固定为此值，以简化优化设置。

AS-CMA 非常适用于这类噪声优化挑战：启动并执行一次评估需要付出较高的启动代价，无论这是由于人体适应、系统重配置还是环境稳定所致。这些启动代价使频繁切换候选解变得低效，也强烈促使人们从每个样本中获取最大价值，同时确保评估时间足够短，以免造成不必要的延迟。这类情况在实验领域十分常见，例如灵巧机器人操作中，任务设置和反馈校准会延迟每个样本的获取（Luo 等人，2024年）；移动机器人在非结构化地形中导航时，重新规划和状态重置会带来显著的额外开销（Peng 等人，2025年）；以及假肢或矫形器适配中，用户需要时间和精力来适应每一种新设置（Senatore 等人，2023年）。即使是在依赖人在回路响应的交互式机器学习系统中，发起新的查询或训练迭代也可能涉及情境化成本，因此更需要明智地分配样本（Mosqueira-Rey 等人，2023年）。在这些领域中，与作为本文研究动机的外骨骼优化案例一样，AS-CMA 能够根据预测的精度要求分配采样时间，且无需重复评估，因此是一种实用且具有普适性的提升优化效率的方法

4.4 局限性

不应使用 AS-CMA 的情况包括测量噪声不依赖于测量时间（即 $\mathcal{E}(t)$不存在）的情况。如果 $\mathcal{E}(t)$ 不存在，例如噪声与测量时间以外的变量（如优化参数）存在很强的关系，那么 AS-CMA 就没有用处。这是因为 AS-CMA 专注于为候选解分配采样时间，以控制噪声的影响；如果候选解的测量值不受采样时间影响，就应使用最短采样时间，以便快速迭代。 同样，在测量时间与测量噪声之间的关系未知时，AS-CMA 也无益处。 在 CMA-ES 不适用的情境中，也不建议使用 AS-CMA，例如存在梯度信息、成本景观复杂度较低或进行分类优化时。

使用 AS-CMA 时，务必确保采用足够准确的测量

噪声—测量时间模型 $\mathcal{E}(t)$。一种建模不准确的情况是，实验得出的 $\mathcal{E}(t)$ 与真实的 $\mathcal{E}(t)$ 不完全匹配；不过，这种不准确对优化结果的影响较小（附录）。在构建噪声模型时，第二个也是更棘手的潜在问题是模型设定错误。当 $\mathcal{E}$ 取决于 t，但也受其他变量影响时（例如候选项评估的顺序），就可能出现这种情况。为确定除时间之外是否还有其他因素会显著影响 $\mathcal{E}$，我们建议在一系列不同条件下对 $\mathcal{E}(t)$ 进行表征，并检查误差—时间关系在不同条件下是否一致。

本研究的一个局限是缺乏大规模实验研究，无法在人类受试者中比较 AS-CMA 与静态采样时间 CMA-ES。这是因为随机优化在存在噪声时通常具有较高的方差：尽管 AS-CMA 与 CMA-ES 之间的效应量较大，但收敛时间等结果指标的方差也很大，这意味着需要进行许多试验，才能得出具有统计显著性的比较结果，并比较静态采样与自适应采样。对我们基于（附录）的模拟结果所做的功效分析模拟Ankles 景观表明，我们需要 $N = 71$ 次人类受试者优化运行，才能将 AS-CMA 与表现最佳的静态采样 CMA-ES 进行比较，但由于时间和资源有限，这无法实现。不过，$N = 100$ 每种静态和自适应采样策略的模拟优化运行结果，展示了这些采样策略在四种成本景观所代表的不同情境中的预期现实性能。

5 结论与未来工作

本文提出了 AS-CMA，为在存在噪声的情况下于优化过程中选择测量时间提供了一种系统化方法。在四种成本景观中，AS-CMA 在六项性能指标上均达到或优于所有静态采样 CMA-ES 策略。与采用最优静态采样时间的贝叶斯优化相比，AS-CMA 在较简单的成本景观上表现较差，但在更复杂的景观上表现出色，这表明 AS-CMA 可能是更通用的选择。与使用 KL-KG 采样和最优静态采样时间的 CMA-ES 相比，AS-CMA 在一种成本景观上的表现略逊一筹，但在另外三种测试景观上的性能明显更好。结合 AS-CMA 无需选择测量时间这一优势，这些结果表明，在存在噪声的实验优化问题中，AS-CMA 可能是一种有用的工具。我们已将项目代码、AS-CMA 演示代码，以及采用询问—告知式接口的 Python 和 Matlab AS-CMA 软件包发布在在线代码库中，供其他研究人员在未来的噪声优化研究中使用：`https://github.com/RussellMMartin/AS-CMA-ES`。

未来的工作应探索如何在条件评估过程中估计测量误差，这或许有助于在每个条件内实现智能提前停止，而非沿用当前策略，在评估前为每个条件预先分配采样时间。将 AS-CMA 与过早停止策略（ Branke 等，2016 ）相结合，或可更早识别满意解，从而进一步缩短优化时间。未来的工作还应研究如何将已知噪声模型纳入用于贝叶斯优化的高斯过程，这或许能提高代理模型保真度和不确定性估计。此外，鉴于自适应采样对 CMA-ES 的效用，值得探究类似的自适应

采样方法是否也能增强贝叶斯优化。这种方法可以利用纳入预期未来噪声的采集函数（例如 Picheny 等（2013）），并根据优化时间、局部梯度或模型不确定性调整采样时间（进而调整噪声）。

致谢

本研究得到美国国家科学基金会研究生研究奖学金计划的资助（资助编号：DGE-1656518）。我们感谢斯坦福研究计算中心提供资源，为本研究成果的取得提供了帮助。

参考文献

Aizawa, A. N. 和 Wah, B. W.（1994）。噪声环境下遗传算法的调度。进化计算，2(2)：97–122。

Arnold, D. V. 和 Beyer, H.-G.（2001）。噪声环境下 (μ/μ_I, λ)-es 的局部性能。载于 Martin, W. N. 和 Spears, W. M. 编，《style id='4'>遗传算法基础 6，第 127–141 页。Morgan Kaufmann，旧金山。

Arnold, D. V. 和 Beyer, H.-G.（2003）。噪声存在时进化策略与其他直接搜索方法的比较。计算优化与应用，24：135–159。

Arnold, D. V. 和 Beyer, H.-G.（2006）。一种通用噪声模型及其对进化策略性能的影响。*IEEE*进化计算汇刊，10(4)：380–391。

Bartz-Beielstein, T.、Blum, D. 和 Branke, J.（2007）。噪声环境中的粒子群优化与序贯采样，第261–273页。Springer US，美国波士顿，MA。

Bergener, T.、Bruckhoff, C. 和 Igel, C.（2001）。使用去随机化进化策略进行视觉障碍物检测的参数优化。载于成像与视觉系统：理论、评估与应用，计算进展：理论与实践第*9*卷，第265–279页。NOVA Science Books，美国纽约州亨廷顿。

Branke, J., Asafuddoula, M., Bhattacharjee, K. S., 和 Ray, T. (2016). 在进化优化中高效利用部分收敛的仿真。*IEEE*进化计算汇刊，21(1):52–64。

Branke, J. 和 Schmidt, C. (2003). 噪声存在时的选择。载于遗传与进化计算会议（*GECCO*）论文集，第 766–777 页。施普林格。

Branke, J., Schmidt, C. 和 Schmeck, H. (2001). 噪声环境中的高效适应度估计。载于遗传与进化计算会议（*GECCO*）论文集，第 243–250 页，旧金山，美国加利福尼亚州。Morgan Kaufmann Publishers Inc.

Di Pietro, A., While, L. 和 Barone, L. (2004). 将进化算法应用于具有噪声且耗时的适应度函数问题。载于*IEEE*进化计算大会（*CEC*），第 1254–1261 页。

Ding, Y., Kim, M., Kuindersma, S., and Walsh, C. J.（2018年）。行走时使用软体外骨骼服进行髋部助力的人在回路优化。《科学·机器人学》，3(15):eaar5438。

Ding, Y., Panizzolo, F. A., Siviy, C., Malcolm, P., Galiana, I., Holt, K. G., and Walsh, C. J.（2016）。使用软体外骨骼服负重行走时髋伸展助力时机的影响。《神经工程与康复杂志》，13(1):87。

Dixon, L. C. W.（1978）。全局优化问题：导论。迈向全局优化 *2*，第1–15页。

Forrester, A., Sobester, A., and Keane, A.（2008）。基于代理建模的工程设计：实用指南。John Wiley & Sons。

Franks, P. W., Bryan, G. M., Martin, R. M., Reyes, R., Lakmazaheri, A. C., and Collins, S. H.（2021）。比较髋部、膝部和踝部单关节及多关节配置下的优化外骨骼助力。《可穿戴技术》，2。Grimmer, M., Quinlivan, B. T., Lee, S., Malcolm, P., Rossi, D. M., Siviy, C., and Walsh, C. J.（2019）。比较受踝关节力矩和踝关节正功率启发的行走辅助中的人-外骨骼服交互。《生物力学杂志》，83:76–84。Groves, M. and Branke, J.（2018）。采用 CMA-ES 对噪声优化进行序贯采样。载于遗传与进化计算会议（*GECCO*）论文集，第 1023–1030 页，美国纽约州纽约市。计算机协会。Handford, M. L. and Srinivasan, M.（2018）。反馈控制机器人假肢辅助下能量最优的人类步行：一项计算研究。《*IEEE*神经系统与康复工程汇刊》，26(9):1773–1782。

Hansen, N.（2016）。CMA进化策略：教程。*arXiv*预印本 *arXiv:1604 .00772*。

Hansen, N.、M¨uller, S. D. 和 Koumoutsakos, P.（2003）。通过协方差矩阵自适应（CMA-ES）降低去随机化进化策略的时间复杂度。进化计算，11(1):1–18。

Hansen, N.、Niederberger, A. S. P.、Guzzella, L. 和 Koumoutsakos, P.（2008）。一种处理进化优化中不确定性的方法及其在燃烧反馈控制中的应用。*IEEE* 进化计算汇刊，13(1):180–197。

Heidrich-Meisner, V. 和 Igel, C.（2009）。用于在进化直接策略搜索中选择策略的 Hoeffding 竞赛和 Bernstein竞赛。载于第 *26* 届年度国际机器学习会议论文集，第 401–408 页。

Hill, A.、Laneurit, J.、Lenain, R. 和 Lucet, E.（2020年）。使用 CMA-ES 进行路径跟踪的在线增益设定方法：在越野移动机器人控制中的应用。载于*IEEE/RSJ*智能机器人与系统国际会议（*IROS*），第 7697–7702 页。

Hu, Y.、Wu, X.、Geng, P. 和 Li, Z.（2019年）。不确定性条件下用于抓取的变阻抗控制进化策略学习。《style id='1'>IEEE工业电子学汇刊，66(10)：7788–7799。

Kang, K.、Belkhale, S.、Kahn, G.、Abbeel, P. 和 Levine, S.（2019年）。通过模拟实现泛化：将模拟数据和真实数据整合到用于基于视觉的自主飞行的深度强化学习中。载于*IEEE*国际机器人与自动化会议（*ICRA*），第 6008–6014 页。

Kochenderfer, M.（2019年）。优化算法。麻省理工学院出版社，剑桥。

Kutulakos, Z.B. 和 Slade, P.（2024）。模拟人在回路强化学习外骨骼辅助优化，以比较优化算法性能。*bioRxiv*，第 2024–04 页。

Laguna, M. 和 Marti, R.（2005）。针对多峰函数全局优化的高级散射搜索设计实验测试。《全球优化杂志》，33：235–255。

Lakmazaheri, A. C., Song, S., Vuong, B. B., Biskner, B., Kado, D. M. 和 Collins, S. H.（2024）。优化外骨骼辅助，提高老年人的步行速度和能量经济性。《*Journal of NeuroEngineering andRehabilitation*》，21(1)：1。

Luo, J., Xu, C., Wu, J. 和 Levine, S.（2024）。通过人在回路强化学习实现精确灵巧的机器人操作。*arXiv*预印本 *arXiv:2410.21845*。

Malcolm, P., Derave, W., Galle, S., and Clercq, D. D. (2013). 一种简单的外骨骼可通过辅助跖屈来降低人类行走的代谢成本。*PLoSOne*, 8(2):e56137.

Mosqueira-Rey, E., Hern´andez-Pereira, E., Alonso-R´ıos, D., Bobes-Bascar´an, J., and Fern´andez- Leal, ´A. (2023). 人在回路中的机器学习：现状综述。《人工智能评论》，56(4):3005–3054. Nishida, K. and Akimoto, Y. (2018). Psa-cma-es：具有种群规模自适应功能的CMA-ES。载于《遗传与进化计算会议（*GECCO*）论文集》，第865–872页。Nogueira, F. (2014). 贝叶斯优化：用于Python的开源约束全局优化工具。Nomura, M. and Shibata, M. (2024). cmaes：一个简单实用的CMA-ES Python库。*arXiv*。Peng, Z., Liu, Z., and Zhou, B. (2025). 面向移动机器人的人类干预数据高效学习。*arXiv*预印本 *arXiv:2503.04969*。Picheny, V., Ginsbourger, D., Richet, Y., and Caplin, G. (2013). 通过可调精度对含噪计算机实验进行基于分位数的优化。《技术计量学》, 55(1):2–13. Poggensee, K. L. and Collins, S. H. (2021). 适应、训练和定制如何促进外骨骼辅助带来的益处。《科学·机器人学》, 6(58):eabf1078. Rakshit, P., Konar, A., and Das, S. (2017). 含噪进化优化算法：全面综述。《群体与进化计算》, 33:18–45. Rosenbrock, H. (1960). 一种求函数最大值或最小值的自动方法。《计算机杂志》, 3(3):175–184. Sano, Y. and Kita, H. (2002). 利用搜索历史和估计检验，通过遗传算法优化含噪适应度函数。载于*IEEE*进化计算大会（*CEC*），卷1，第360–365页，卷1。Schmidt, C., Branke, J., and Chick, S. E. (2006). 将统计排序技术融入进化算法。载于《进化计算的应用》，布达佩斯，匈牙利，*2006*年*4*月*10*日至*12*日。会议论文集，第752–763页。施普林格。Schutte, N., Postek, K., and Yorke-Smith, N. (2024). 通过序贯预测抽样提升随机优化的元启发式效率。载于*CPAIOR*，第158–175页。施普林格。Selinger, J. C. and Donelan, J. M. (2014). 估算非稳态步态过程中的瞬时能量消耗。《应用生理学杂志》, 117(11):1406–1415. Senatore, S. C., Takahashi, K. Z., and Malcolm, P. (2023). 运用人在回路优化指导人工假肢调整：概念验证研究。《机器人学与人工智能前沿》, 10:1183170. Shafii, N., Lau, N., and Reis, L. P. (2015). 学习快速行走：为仿真和真实人形机器人优化髋部高度运动。《智能与机器人系统杂志》, 80(3-4):555–571. Sharifzadeh, M., Jiang, Y., Lafmejani, A. S., Nichols, K., and Aukes, D. (2021). 利用CMA-ES辅助工作流，为新型仿鱼机器人选择灵活机动的步态。《生物启发与仿生学》, 16(5):056017. Siegmund, F., Ng, A. H., and Deb, K. (2013). 面向引导式进化多目标优化的动态重采样策略比较研究。载于*IEEE*进化计算大会（*CEC*），第1826–1835页。Siegmund, F., Ng, A. H., and Deb, K. (2015). 面向引导式进化多目标优化的混合动态重采样。载于进化多准则优化国际会议，第366–380页。施普林格。

Slade, P., Atkeson, C., Donelan, J. M., Houdijk, H., Ingraham, K. A., Kim, M., Kong, K., Poggensee, K. L., Riener, R., Steinert, M., Zhang, J., 和 Collins, S. H.（2024年）。关于人机交互中的人在回路优化。《自然》，633(8031)：779–788。Slade, P., Kochenderfer, M. J., Delp, S. L., 和 Collins, S. H.（2022年）。在现实世界中行走时个性化外骨骼辅助。《自然》，610(7931)：277–282。Spearman, C.（1904）。两个事物之间关联的证明与测量。《美国心理学杂志》，15(1)：72–101。Srinivas, N., Krause, A., Kakade, S. M., 和 Seeger, M.（2009）。多臂老虎机设定下的高斯过程优化：无遗憾与实验设计。*arXiv* 预印本 *arXiv:0912.3995*。Wang, X. 和 Ji, X.（2020年）。临床研究中的样本量估计：从随机对照试验到观察性研究。《胸腔》，158(1)：S12–S20。Wright, J. L., Chen, J. Y. C., 和 Lakhmani, S. G.（2020年）。人机交互中的智能体透明度与可靠性：对用户信心和感知可靠性的影响。《*IEEE*人机系统汇刊》，50(3)：254–263。Xiao, H. 和 Lee, L. H.（2014年）。使用遗传算法与最优计算预算分配进行仿真优化。《仿真》，90(10)：1146–1157。Zhang, J., Fiers, P., Witte, K. A., Jackson, R. W., Poggensee, K. L., Atkeson, C. G., 和 Collins, S. H.（2017年）。行走过程中外骨骼辅助的人在回路优化。《科学》，356(6344)：1280–1284。Zhang, J., Tai, L., Yun, P., Xiong, Y., Liu, M., Boedecker, J., 和 Burgard, W.（2019）。面向机器人的 VR 眼镜：用于视觉控制的真实到仿真领域自适应。《*IEEE*机器人与自动化快报》，4(2)：1148–1155。Zhu, H., Yu, J., Gupta, A., Shah, D., Hartikainen, K., Singh, A., Kumar, V., 和 Levine, S.（2020年）。现实世界机器人强化学习的要素。*arXiv* 预印本 *arXiv:2004.12570*。

附录

提升噪声机器人优化问题中 *CMA-ES* 的收敛速度、效率和可靠性 *Martin andCollins，2026*年

准确的$\hat{}y$和 $\mathcal{E}(t)$的重要性

为了测试准确估计 AS-CMA 景观相关参数（$\hat{y}_{max}$、$\hat{y}_{min}$和 $\mathcal{E}(t)$）的重要性，我们在 Ankle 景观上进行了 5 次测试，每次测试引入不同程度的误差。误差以 $parameter \leftarrow parameter \times (1 + error)$ 的形式施加，其中该次测试的 $error$ 为 $[0, \pm 0.1, \pm 0.25]$之一，而 $parameter$ 则为 $[\hat{}y_{max}, \hat{y}_{min}]$ 或 $\mathcal{E}(t)$。每次测试有$N = 100$ 次运行。结果（图 A1）显示，引入到$\hat{y}_{max}$ 和$\hat{y}_{min}$ 的所有误差水平，在收敛达到极精细阶段之前，对优化器均值轨迹的影响都微乎其微。对于 $\mathcal{E}(t)$ 中的误差，低估 $\mathcal{E}(t)$ 会适度影响精细收敛，而高估则会适度影响粗略收敛。然而，与选择次优静态采样时间的影响相比，误估$\hat{y}$ 或 $\mathcal{E}(t)$ 的总体影响较小。

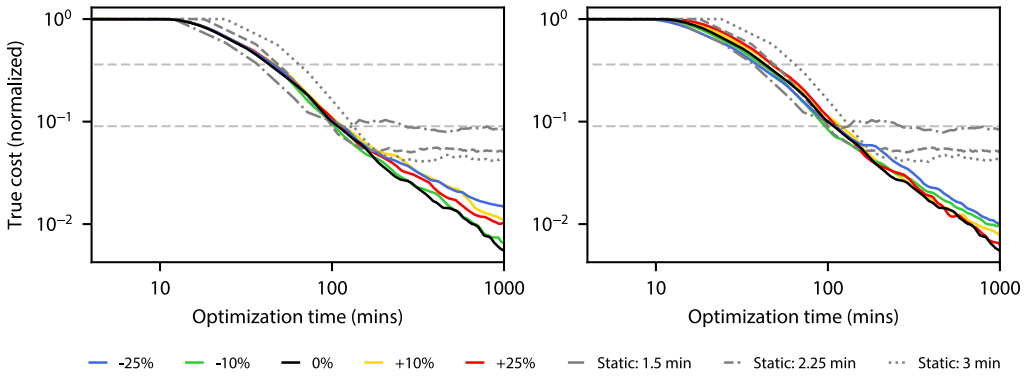

图 A1：对 $\hat{}y_{max}$ 和 $\hat{}y_{min}$ （左图）或 $\mathcal{E}$（t）（右图）引入小误差和大误差后的结果。图例中的百分比表示引入误差的大小。图中还显示了 CMA-ES 的三种固定采样次数结果（灰色）供参考；对于此成本景观，2.25 分钟的采样时间被确定为最佳固定采样时间。

AS-CMA 与 KL-KG CMA-ES 的比较

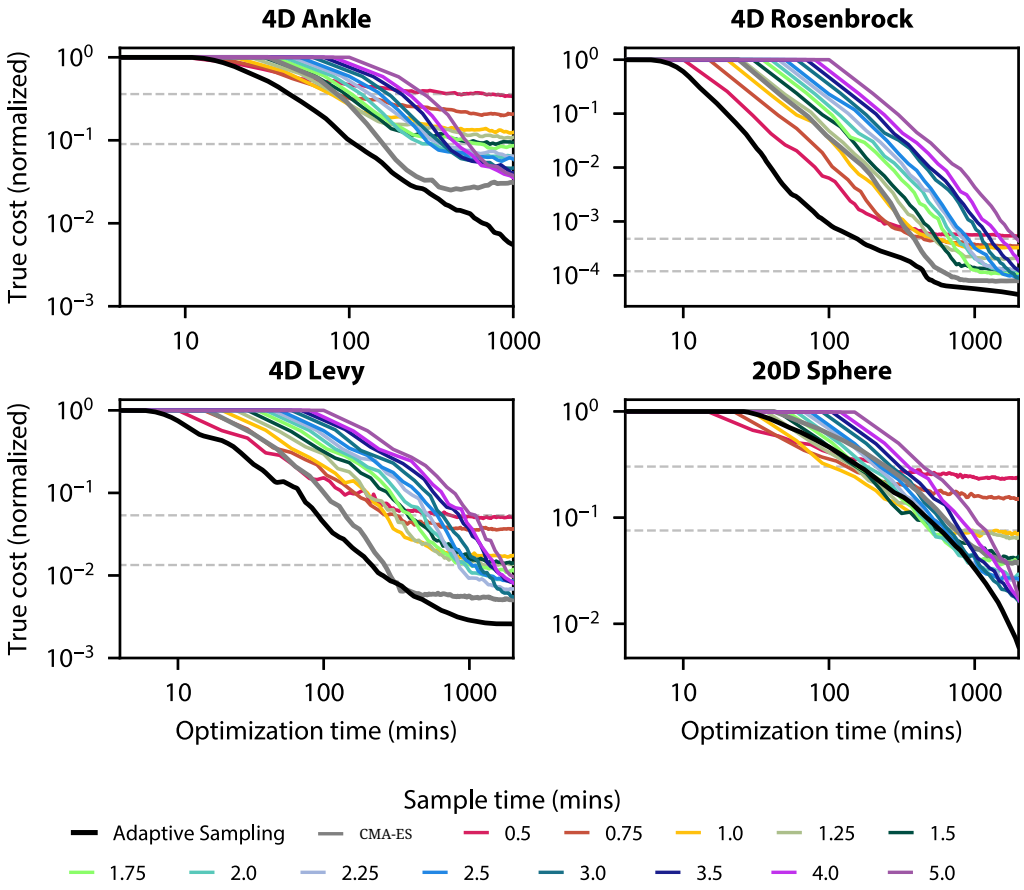

图 A2：KL-KG CMA-ES 对比实验中估计最优点的真实成本（每条曲线表示平均 $N = 100$ 运行次数）。CMA-ES 静态采样时间的最佳值（灰线）在 Ankle、Rosenbrock、Levy 和 20维球函数上分别为 4、3、2 和 3.5 分钟。较高和较低的虚线分别表示粗略和精细收敛阈值。纵轴以 AS-CMA 和 CMA-ES 优化起始点的代价归一化；这两个起始点在所有采样策略中相同。

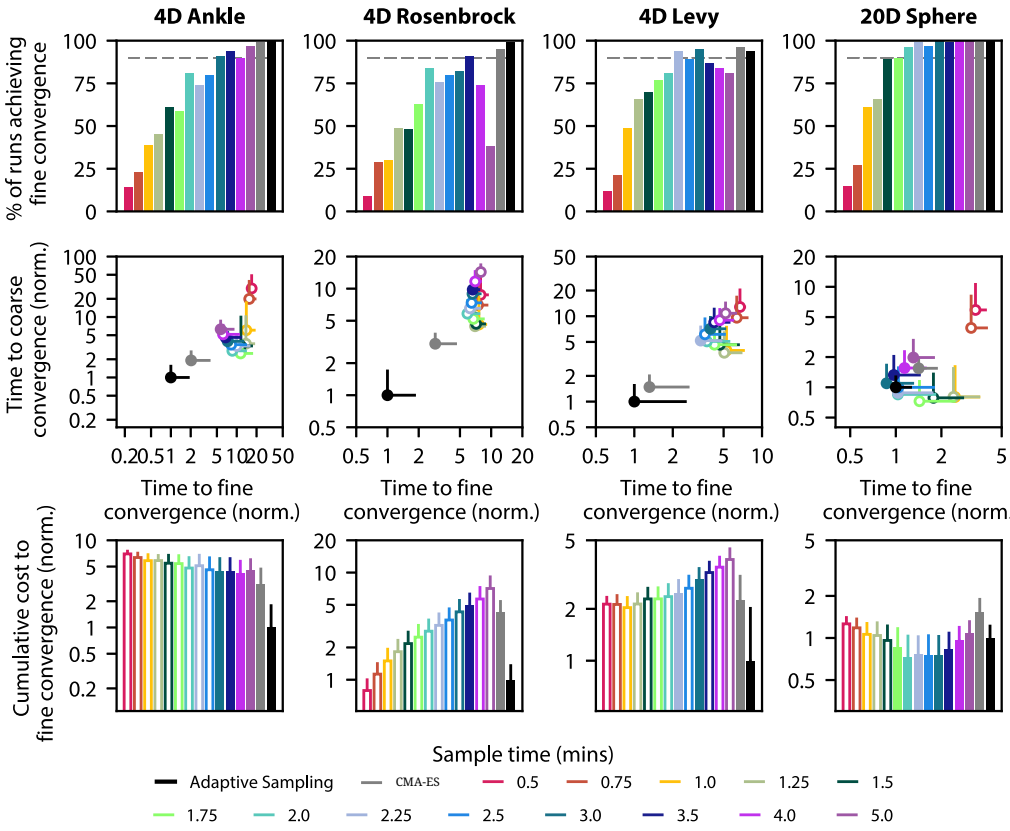

图 A3：采用 KL-KG CMA-ES（彩色）、特定景观的 CMA-ES 最佳静态采样时间（灰色）和 AS-CMA 优化（黑色）运行时，各种静态采样时间对应的性能指标。从左到右，CMA-ES 的最佳静态采样时间分别为 4、3、2 和 3.5 分钟。第 1 行：收敛可靠性。灰色虚线表示 90% 的精细收敛率阈值；未达到该阈值的采样策略在第 2 行和第 3 行中以白色填充。第 2 行：收敛时间。第 3 行：收敛成本。第 2 行和第 3 行的数值均以 AS-CMA 为基准进行归一化，数值越小表示性能越好。第 2 行和第 3 行的误差线表示一个标准差。

从贝叶斯优化/CMA-ES 切换到 AS-CMA 的百分比变化

表 A1 和 A2 给出了 CMA-ES/贝叶斯优化与 AS-CMA 之间的定量比较。对于 Ankle、Rosenbrock、Levy 和 20DSphere，CMA-ES 的最佳静态采样时间分别为 4、3、2 和 3.5 分钟。贝叶斯优化的最佳静态时间分别为 2.25、2.5、2.5 和 5 分钟。

表 A1： 从 CMA-ES 切换到 AS-CMA 时，在精细和粗略阈值下收敛率、时间和代价的百分比变化。所有数值均表示 AS-CMA 相对于采用最佳静态采样时间的 CMA-ES 的性能百分比变化。AS-CMA 性能提升表现为收敛率列中的正值，以及收敛时间和代价列中的负值。

景观	收敛率		收敛时间		收敛代价	
	Fine	粗略	Fine	粗略	Fine	粗略
四维踝关节	1%	0%	-51%	-48%	-51%	-50%
四维 Rosenbrock	4%	0%	-65%	-67%	-76%	-76%
4维 Levy 函数	-2%	0%	-24%	-32%	-37%	-46%
20维球函数	1%	0%	-29%	-35%	-29%	-36%

表 A2： 从贝叶斯优化切换到 AS-CMA 时，在精细和粗阈值下收敛率、时间和代价的百分比变化。所有数值均表示 AS-CMA 相较于静态采样时间最优的贝叶斯优化在性能上的百分比变化。收敛率列中的正值以及收敛时间和代价列中的负值表示 AS-CMA 的性能有所提升。

景观	Rate		Time		Cost	
	Fine	粗略	Fine	粗略	Fine	粗略
四维踝关节	1%	0%	245%	194%	190%	162%
四维 Rosenbrock	10%	0%	-83%	-84%	-88%	-87%
4维 Levy 函数	124%	0%	-83%	-68%	-94%	-83%
20维球函数	0%	0%	61%	-16%	24%	-24%

表 A3： 从 KL-KG CMA-ES 切换为 AS-CMA 后，在精细和粗略阈值下收敛率、时间和代价的变化百分比。所有数值均表示 AS-CMA 相对于采用最佳静态采样时间的 KL-KG CMA-ES 优化性能的百分比变化。收敛率栏中的正值以及收敛时间和代价栏中的负值表示 AS-CMA 的性能有所提升。

景观	Rate		Time		Cost	
	Fine	粗略	Fine	粗略	Fine	粗略
四维踝关节	3%	0%	-82%	-84%	-78%	-83%
四维 Rosenbrock	9%	2%	-85%	-90%	-80%	-80%
4维 Levy 函数	1%	-1%	-75%	-86%	-66%	-79%
20维球函数	0%	0%	15%	-9%	33 %	4%

潜在大规模人体受试者实验的功效分析

我们的踝关节外骨骼优化模拟表明，采用最佳静态采样时间的 CMA-ES（2.25 分钟）和 AS-CMA 分别需要 233 ± 226和 115 ± 107 分钟（均值 $\pm$ 标准差）的优化时间才能实现精细收敛。若显著性水平为 $\alpha = 0.05$，统计功效为 80%（$\beta = 0.2$），则在步态研究中，至少需要 $N = 71$ 名参与者才能检测到这一差异（Wang 和 Ji，2020年）。