arXiv:2601.10048v1 [econ.TH] 15 Jan 2026

# 带成本的多发送者披露*

Navin Kartik† Frances Xu Lee‡ Wing Suen§

2026年1月16日

**摘要**

我们研究多个有偏信息发送者参与的自愿披露问题，这些发送者可能需要为披露或隐瞒其私人信息承担成本。在相关假设下，披露成本下的披露行为属于策略替代，而隐瞒成本下则属于互补。因此，在披露成本下，增加发送者会阻碍任何一个发送者的披露；而在隐瞒成本下，则会促进披露。在前一种情况下，即使发送者具有相反利益，增加发送者也可能损害决策者。当存在这两类消息成本时，其影响都取决于这样一个因素：发送者在隐瞒信息时，如何预期其他人的消息会系统性地左右决策者的信念。

*我们感谢 Nageeb Ali、Ilan Guttman、Keri Hu、Hongcheng Li、Alessandro Lizzeri、Steve Matthews、Ariel Pakes、Andrea Prat、Refine.ink、Mike Riordan、Satoru Takahashi、Jidong Zhou，以及各类研讨会和会议听众对本文或相关工作的评论。Kartik 衷心感谢美国国家科学基金会（资助编号 SES-1459877）提供的金融支持。

†耶鲁大学，经济学系。电子邮箱：nkartik@gmail.com。在本项目的大部分研究期间，作者隶属于哥伦比亚大学。

‡芝加哥洛约拉大学昆兰商学院。电子邮件：francesxu312@gmail.com。§香港大学商学院与经济学院。电子邮件：wsuen@econ.hku.hk。

# 1. 引言

决策者经常依赖多个利益相关方提供信息。法官听取对方律师的辩论；消费者接触来自相互竞争来源的产品声明；立法者则从各个利益团体那里获取证据。在每一种情形中，信息发送者都会策略性地选择披露什么以及隐瞒什么。一个发送者的披露激励会如何受到其他发送者存在的影响？这对决策者的福利有何启示？发送者之间的竞争是否会促进信息披露——这一答案是否取决于他们的利益是一致还是相互对立？

我们通过一个简单的自愿披露博弈来研究这些问题。有偏信息发送者拥有可验证的私人信息——证据，并选择是否披露。也就是说，发送者不能说谎，但可以隐瞒。关于多发送者披露的大多数既有研究都假设知情发送者拥有相同的信息。[1] 我们则假设信息不完全相关：具体而言，给定与决策者（DM）收益相关的潜在状态后，发送者独立抽取信号。与Dye (1985）一样，发送者也可能未获信息；这避免了“逐层揭示”（Grossman 和 Hart，1980；Milgrom，1981）。我们允许发送者具有相反或相似的偏向，但假设每个发送者的收益与状态无关，且随决策者的信念线性变化（递增或递减）。

我们关注的是策略性披露如何与不同类型的成本相互作用。一方面，准备和传播信息可能需要付出成本。面临诉讼的公司必须聘请律师审阅文件、找出相关材料并适当删改。某些文件需要经过公证以防止欺诈。此外，还有“专有成本”（Verrecchia，1983年）：披露饮料成分可能会向竞争对手泄露秘方；向投资者披露公司的财务信息，也可能同时让监管机构和竞争对手获知这些信息。我们将与提供证据这一行为直接相关的成本称为披露成本。另一方面，压制信息有时也会带来成本。除了任何资源成本外，隐瞒信息可能造成心理负效用；隐瞒行为也可能事后被审计人员、举报人或偶然发现，并导致惩罚或声誉损害。例如，2015年1月，美国国家公路交通安全管理局对本田处以7000万美元罚款，因为“该公司在过去11年间没有报告数百起死亡和伤害索赔.....”（《纽约时报》，2015年）。与此相关的是，

[1]例如，参见Milgrom and Roberts (1986年）、Lipman 和 Seppi (1995）、Shin (1998年）、Bourjade 和 Jullien(2011年），以及Bhattacharya 和 Mukherjee (2013）。两个例外是Okuno-Fujiwara、Postlewaite 和 Suzu-mura (1990）以及Hagenbach、Koessler 和 Perez-Richet (2014），他们找出了实现完全披露的条件，并探讨了与本文不同的问题。

在各种商业、金融和法律情境中，都负有披露义务。我们将与不披露证据相关的成本称为隐瞒成本。[2] 当然，披露成本和隐瞒成本可能并存；本文关注的是净消息成本，我们根据披露成本或隐瞒成本哪一方占主导，将其归类为相应的成本。

存在消息成本时，每个发送者都必须考虑其他人的信息披露将如何影响决策者的后验信念，以及这种影响如何随其自身消息而变化。我们利用模型的结构以及 Kartik、Lee和Suen (2021) 关于异质先验的个体如何预期额外信息会影响彼此信念的洞见。我们对多发送者披露作统一分析——无论发送者具有相似还是相反的偏向，也无论消息成本的性质如何。由此，我们对一个经典问题有了新的认识：竞争何时会促进信息披露。

**研究结果**。 本文的核心逻辑如下。任何发送者的均衡披露行为都遵循阈值规则，即披露所有足够有利的信号。我们首先确立一个简单但重要的基准：没有消息成本时，任何发送者采用的披露阈值，都与其在（假设的）单发送者博弈中采用的阈值相同。换言之，这里存在策略无关性。直觉上，没有消息成本时，无论是否存在其他发送者，发送者的目标都相同：他只需根据自己的消息，促使决策者形成最有利的“中间信念”，因为这会使决策者根据所有发送者的消息形成最有利的后验信念。

消息成本如何改变无关性结果？考虑存在隐瞒成本的情形。在单发送者情形中，发送者 $i$ 的披露阈值会使决策者对不披露的解读比 $i$在阈值处的私人信念更为有利——这是补偿 $i$ 隐瞒成本所必需的差距。因此，不披露会导致决策者的信念与阈值类型的私人信念之间出现中间分歧。自然，披露不会产生这种分歧。现在加入第二发送者 $j$ 。 Kartik、Lee和Suen（2021）关于信息验证先验（IVP）的定理揭示了一个关键见解：发送者 $i$ 的阈值类型预测， $j$的消息平均而言会使决策者的后验信念比决策者在 $i$不披露后的中间信念更不利。直观地说，发送者 $i$ 预期另一方的沟通会使决策者的信念朝着 $i$对真相的估计移动，而这正是 $i$的私人信念。因此，隐瞒对发送者 $i$的吸引力如今降低了。IVP还意味着， $j$对 $i$ 的影响会在 $j$ 披露更多信息时变得更强，即当 $j$ 更具信息性时

[2]关于强制披露的研究（例如，Matthews 和 Postlewaite，1985；Shavell，1994；Dahm、Gonzales 和 Porteiro，2009）可视为研究隐瞒成本无限大的情形。

信息性更强。总之，在存在隐瞒成本时，发送者的披露是策略互补。[3]

在存在披露成本时，逻辑恰好相反。在单发送者情形中，决策者对不披露的解读如今比 $i$ 在阈值处的私人信念更不利——披露信息带来的收益必须补偿 $i$ 所承担的直接成本。按照上述类似的推理，IVP 现在意味着，另一位发送者越具信息性，披露就越缺乏吸引力： $i$ 的阈值类型预期，另一位发送者的消息会使决策者对 $i$形成更有利的后验信念，从而降低披露带来的收益。因此，在存在披露成本时，发送者的披露是策略替代 。

**启示**。 存在隐瞒成本时，决策者总能从增加一位发送者中获益，这不仅是因为该发送者提供的信息，也因为这会间接改善其他发送者的信息披露。然而，存在披露成本时，策略替代的结果意味着，尽管决策者从征询另一位发送者那里获得了一些直接收益，但对其他发送者行为的间接影响却对决策者不利。总体而言，净效应并不明确；不难构造这样的例子：即使新增发送者与现有发送者持有相反偏见，增加发送者仍会使决策者的处境明显恶化。因此，发送者之间的竞争未必会增加信息揭示，也未必有利于决策者。[4] 即使披露成本降低，或发送者更有可能掌握信息，决策者的处境也可能变得更糟，尽管在只有一位发送者时，这两种变化都会使决策者受益。

我们认为，存在披露成本时出现的反常福利结果对实际应用具有警示意义。乍看之下似乎有益的制度变革，可能反而有害。例如，鉴于披露成本在仲裁和诉讼中的重要性（例如，Sobel，1989年），我们的结果对基于促进信息揭示而支持对抗式程序的论点提出了质疑（例如，Shin，1998）。

需要强调的是，我们的结果由两种力量驱动：（i）消息成本会导致发送者与决策者在不披露时产生均衡分歧；（ii）当其他发送者

[3]在另一种模型中，Bourjade 和 Jullien (2011年)发现了一种与我们在隐瞒成本情形下所发现的相关效应。粗略地说，他们模型中的“声誉损失”与我们模型中的隐瞒成本发挥着类似作用。[4]许多先前的论文对竞争有助于决策者这一观点进行了形式化分析；其涵盖的多种情境包括具有共同信息的自愿披露（MilgromandRoberts，1986年）、廉价交谈（Krishna and Morgan，2001；Battaglini，2002年）、贝叶斯说服（GentzkowandKamenica，2017；Au andKawai，2020年）以及信息获取（Dewatripont and Tirole，1999）。Carlin、Davies 和 Iannaccone (2012)提出了一个结果：竞争加剧会导致自愿披露减少。他们的模型可以被视为这样一种情形：发送者承担隐瞒成本，且该成本被假设为随其他发送者披露量的增加而降低。Elliott、Golub 和 Kirilenko(2014) 展示了在廉价交谈情境下，信息改善如何损害决策者的利益；但其机制的核心并非发送者之间的策略互动。

披露得更多时，这种分歧与 IVP 力会共同作用，系统性地改变某个发送者自身的披露行为。改变的方向只取决于分歧的方向，而分歧方向又由消息成本的性质决定。因此，发送者希望提高还是降低决策者的后验信念，都无关紧要。这也说明，我们的核心逻辑并非搭便车或关键性：即便发送者存在相反偏向，我们也可能观察到策略替代，这与某个发送者搭另一个发送者的便车、利用其为实现同一目标所作的“贡献”相悖；但我们也可能观察到策略互补，这与关键性降低相悖。

**其他相关文献**。Milgrom(2008）和 Dranove 和 Jin (2010）综述了信息披露文献。我们对消息成本采用简约式方法，这与信息披露成本的典型建模方式一致，其源头可追溯至 Jovanovic(1982）和 Verrecchia (1983）。Emons 和 Fluet (2019）研究了存在相反偏向和信息披露成本的两个发送者；与我们不同，他们假设信号完全相关，因此即使不存在消息成本，也会产生策略互动效应（参见 Bhattacharya 和 Mukherjee(2013）以及 附录 A.3）。

据我们所知，此前尚无对隐瞒成本的一般性研究。不过，近期有些研究根据具体应用场景，以特定方式对隐瞒成本进行建模。Mari- novic 和 Varas (2016）在动态环境中分析诉讼风险，指出不披露处罚的威胁可能促使经理主动披露坏消息，以抢在外生消息到达之前采取行动。Dye (2017）也研究了单个发送者，但设定在静态模型中：隐瞒可能被发现，从而触发与买方多支付金额成比例的赔偿金。Daughety 和 Reinganum (2018）研究了受布雷迪义务约束的检察官团队，并纳入正式制裁和道德成本。在这些论文中，隐瞒所受的处罚均取决于均衡信念或内生行动。我们的简约式方法牺牲了制度细节，但增强了普适性：它使我们能够在统一框架内纳入隐瞒成本和信息披露成本，并将（净）成本结构单独提炼为决定一个发送者的信息披露如何影响其他发送者行为的关键因素。

如前所述，我们的分析依赖于Kartik、Lee和Suen的（2021）IVP定理。 Agra- nov和 Detkova （2025年）通过实验检验了该结果。本文利用IVP 效应，研究披露决策如何受到消息成本的影响。 Kartik、Lee和Suen（2021）介绍了其在检验和信号传递方面的应用，而 Kartik、Lee和Suen （2017）研究了其对信息获取的启示。

**概要**。第 2 节介绍模型，为简洁起见，仅考虑两个发送者。第 3 节阐述单发送者基准。第 4 节确立关于策略性替代品和互补品的主要结果。第 5 节讨论扩展，包括推广到多个发送者的情形。第 6 节

作出总结。证明和一些补充讨论见附录；另有补充附录提供更多材料。

## 2. 模型

参与者。世界状态未知，记为 $\omega \in \{0,1\}$。决策者（下文简称 DM）将形成信念 $\beta_{DM}$，认为 $\omega = 1$。（下文中的所有信念均指状态1的概率。）在我们的分析中，大部分时候，重要的只是决策者持有的信念。然而，对于福利评估，将决策者视为采取行动 $a$、且具有冯·诺依曼—摩根斯坦效用函数 $u_{DM}(a,\omega)$，会很有帮助。有两个发送者，分别以 $i \in \{1,2\}$为索引。（第5.1节将推广到多个发送者。）在约化形式中，每个发送者 $i$ 对决策者的信念具有与状态无关的偏好，其冯·诺依曼—摩根斯坦效用函数为$u(\beta_{DM}, b_i) = b_i\beta_{DM}$，其中 $b_i \in \{-1,1\}$ 表示发送者的偏差。也就是说，每个发送者对决策者对状态的期望具有线性偏好；$b_i = 1$表示发送者 $i$ 的偏向为正，反之则表示 $b_i = -1$。发送者的偏差是共同知识。如果两个发送者的偏差符号相同，我们称其具有相似偏向；否则称其具有相反偏向。

信息。决策者依赖发送者获取信息。所有参与者对状态共享共同先验 $\pi \in (0,1)$。每位发送者都可能收到有关状态的私人信息。具体而言，按照 Dye（1985）的设定，以独立概率 $p_i \in (0,1)$，发送者 $i$ 会获知信息并收到信号 $s_i \in S$；以概率 $1-p_i$，发送者未获信息，此时我们记为 $s_i = \phi$。如果发送者获知了信息，发送者 $i$的信号是从一个取决于真实状态的分布中抽取的；但以状态为条件，该信号与其他发送者的信号相互独立。不失一般性，我们将获知信息的发送者的信号等同于其私人信念，即发送者仅根据自己的信号 $s \neq \phi$（通过贝叶斯更新得出）对状态 $\omega = 1$ 的后验信念为 $s$。为方便起见，我们假设获知信息的发送者在每种状态下的信号累积分布 $F(s|\omega)$（其中 $\omega \in \{0,1\}$）具有共同支撑集 $S := [\underline{s}, \bar{s}] \subseteq [0,1]$，并分别存在密度函数 $f(s|\omega)$。允许 $F(\cdot)$因发送者而异并不困难，但为简化记号，我们不考虑这种异质性。

**沟通**。信号是“硬证据”；拥有信号 $s_i \in S \cup \{\phi\}$ 的发送者可以发送消息 $m_i \in \{s_i, \phi\}$。换言之，未获信息的发送者只有一条可用消息，即 $\phi$；而知情发送者既可以如实报告自己的信号，也可以通过发送消息 $\phi$来假装不知情。[5] 我们将任何消息 $m_i \neq \phi$ 称为披露，而将消息 $m_i = \phi$ 称为

[5]由于发送者具有单调偏好，标准的“怀疑态度”论证表明，即使我们允许更丰富的消息空间，例如允许知情发送者报告信号空间中包含其真实信号的任意子集，我们的结果也不会受到影响。同样，允许廉价交谈也不会

不披露。当知情发送者选择不披露时，我们称其为隐瞒信息。发送者必须要么说实话，要么隐瞒信息，这是标准做法；其理由是信号可以验证，而且如果发现发送者报告的信号不真实，就会对其施以重罚。请注意，是否未获信息是无法验证的。

**消息成本。** 发送者 $i$ 发送消息 $m_i \neq \phi$需承担已知的效用成本 $c \in \mathbb{R}$。为简化记法，我们假设所有发送者承担相同的成本。我们将 $c > 0$ 称为（净）披露成本，将 $c < 0$ 称为（净）隐瞒成本；其含义和讨论见引言。众所周知，披露成本会阻碍完全披露（Jovanovic，1982；Verrecchia，1983年）。因此，在 $c > 0$ 的情形下，我们的结论不要求假设发送者可能未获信息（也就是说，此时我们可以允许 $p_i = 1$）。我们保留这一假设，以便统一处理披露成本（$c > 0$）以及无成本或隐瞒成本（$c \leq 0$）的情况。在后一种情况下，若 $p_i = 1$，则会完全披露（“逐层揭示”）。

**时序。** 博弈过程如下：自然首先决定状态 $\omega$，然后根据已实现的状态，独立抽取每位发送者 $i$ 的私人信息 $s_i \in S \cup \{\phi\}$；接着，发送者同时向决策者发送各自的消息 $m_i$（消息是公开可见，还是仅由决策者私下观察到，并无影响）；随后，决策者根据贝叶斯法则形成其信念 $\beta_{DM}$，之后每位发送者 $i$的收益实现为

$$b_i \beta_{DM} - c \cdot \mathbb{1}\{m_i \neq \phi\}. \tag{1}$$

除状态和发送者的信号（或没有信号）之外，博弈的所有方面都是共同知识。我们的解概念是对完美贝叶斯均衡的自然扩展，我们将简称为“均衡”。[6] 任何参与者的福利概念都是事前期望效用。

## 3. 单一发送者基准

作为初步步骤和基准，我们先考虑发送者 $i$ 与决策者之间的一场（假设的）单个发送者博弈。本小节的分析推广了文献中的一些现有结果。为明确起见，假设发送者存在向上偏差；若发送者存在向下偏误，以下讨论也有直接对应的结论。

---

不会影响我们的结果，因为廉价交谈在均衡中无法产生影响。[6]也就是说：（1）接收者在均衡路径上使用贝叶斯法则形成信念（注意，消息 $m_i = \phi$ 必然位于均衡路径上），并将任何非均衡路径消息 $m_i \in S$ 视为证明信号 $s_i = m_i$；（2）每位发送者根据自己的信息、其他发送者的策略以及接收者的信念更新，选择最优消息。

对于任意 $\beta \in [0,1]$，定义 $f_\beta(s) := \beta f(s|1) + (1-\beta) f(s|0)$ 为在信念认为状态 $\omega = 1$发生概率为 $\beta$ 时，信号 $s$ 的无条件密度。令 $F_\beta$ 为相应的累积分布。由于发送者在收到信号 $s$ 后拥有私人信念 $s$，披露信号 $s$ 将使决策者也持有信念 $s$。因此，给定任意不披露信念，也就是不披露时决策者的后验信念，发送者的最优策略（如果他知情的话，因为否则他只能发送消息 $\phi$）是采用阈值策略：披露高于某个披露阈值（例如 $\hat{s}$）的所有信号，并隐瞒低于该阈值的所有信号。假设发送者采用披露阈值 $\hat{s}$。定义函数$\eta$：$[0,1] \times (0,1) \times [0,1] \to [0,1]$ 为

$$\eta(\hat{s}, p, \pi) := \underbrace{\left(\frac{1-p}{1-p+pF_\pi(\hat{s})}\right)}_{\substack{\text{Posterior prob} \\ \text{that uninformed}}} \times \underbrace{\pi}_{\text{Prior}} + \underbrace{\left(\frac{pF_\pi(\hat{s})}{1-p+pF_\pi(\hat{s})}\right)}_{\substack{\text{Posterior prob} \\ \text{that concealed}}} \times \underbrace{\mathbb{E}_\pi[s \mid s < \hat{s}]}_{\substack{\text{Average} \\ \text{concealed signal}}}, \tag{2}$$

其中，$\mathbb{E}_\pi[\cdot]$ 表示关于 $F_\pi$的期望。函数 $\eta(\hat{s}, p, \pi)$表示不披露后的决策者后验信念，它根据贝叶斯法则，结合推测的阈值$\hat{s}$、发送者知情的概率 $p$ 以及先验 $\pi$推导得出。

提高发送者的披露阈值会对不披露信念产生两种影响。首先，这会提高不披露源于隐瞒而非发送者未获信息的可能性。其次，在隐瞒的条件下，这会提高信号的期望值。由于隐瞒条件下决策者的信念低于先验（因为发送者采用阈值策略），这两种影响方向相反；当且仅当$\hat{s} > \eta(\hat{s}, p, \pi)$时，第二种影响占主导。另一方面，保持披露阈值不变，提高发送者知情的概率会产生明确的影响，因为这会提高不披露反映隐瞒的可能性。

**Lem命题 1.** 不披露信念函数 $\eta(\hat{s}, p, \pi)$ 具有以下性质：

*1.* 当 $\hat{s} < \eta(\hat{s}, p, \pi)$ 时，它关于 $\hat{s}$ 严格递减；当 $\hat{s} > \eta(\hat{s}, p, \pi)$ 时，它严格递增。因此，$\hat{s} = \eta(\hat{s}, p, \pi)$ 的唯一解为 $\arg\min_{\hat{s}} \eta(\hat{s}, p, \pi) \in (s, \pi)$。*2.* 它关于 $p$弱递减；若 $\hat{s} \in (s, s)$，则严格递减。

参见图1，其中展示了引理的两个部分以及本节后续结果。第1 部分引理1中的拟凸性对我们的比较静态分析至关重要。引理的其他性质此前已见于Acharya、DeMarzo 和 Kremer(2011年，命题1及后续讨论）；另见DeMarzo、Kremer 和 Skrzypacz(2019，命题1）。

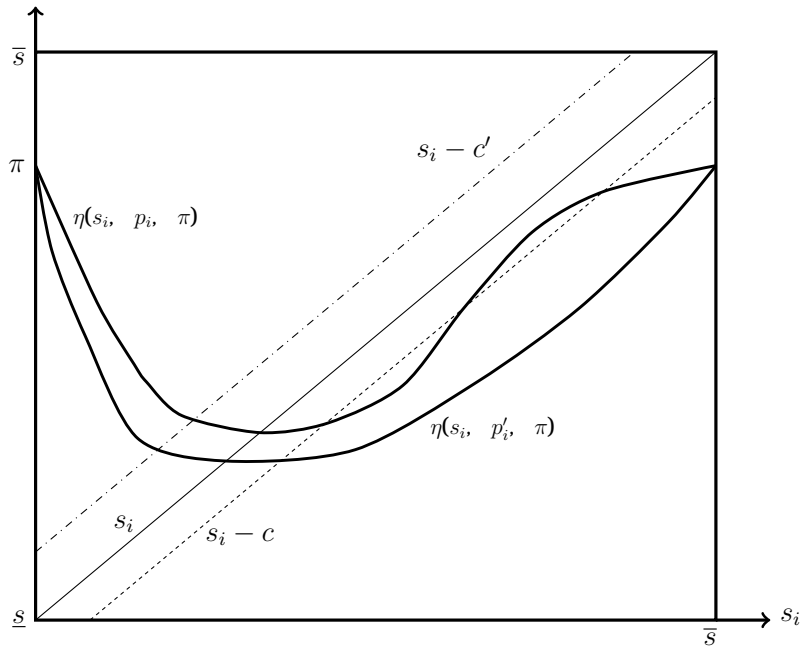


图*1*。 向上偏置的发送者参与的单发送者博弈，图中展示了 $c > 0 > c'$ 和 $p_i' > p_i$。均衡阈值由 $\eta(s_i, \cdot)$ 与 $s_i - c$ 或 $s_i - c'$ 的交点给出。

因此，任何均衡都完全由发送者的披露阈值决定。如果该阈值位于内部，发送者必须在披露阈值信号和隐瞒该信号之间无差异。由于发送者 $i$ 披露信号 $s_i$ 的收益为 $s_i - c$，我们得到如下刻画。

**命题1**。 假设有一位向上偏置的发送者 $i$ 。

*1.* 任意均衡都有一个满足以下条件之一的披露阈值$\hat{} s_i^0$：*(i)* $\hat{} s_i^0$位于内部，且 $\eta(\hat{} s_i^0, p_i, \pi) = \hat{} s_i^0 - c$；*(ii)* $\hat{} s_i^0 = \underline{s}$且 $\pi \leq \underline{s} - c$；或 *(iii)* $\hat{} s_i^0 = \overline{s}$ 且 $\pi \geq \overline{s} - c$。反过来，任何满足 *(i)*、*(ii)* 或 *(iii)* 的$\hat{} s_i^0$都是一个均衡阈值。*2.* 如果没有消息成本或存在隐瞒成本（$c \leq 0$），均衡是唯一的。此外，如果没有消息成本，均衡阈值位于内部（$c = 0$）。*3.* 如果存在披露成本（$c > 0$），则可能有多个均衡。

第1 部分命题1的第一部分；第二部分和第三部分则基于引理1。存在披露成本时，可能出现多个均衡，因为在相关区间内（即决策者的信念函数 $\eta(\cdot, p_i, \pi)$的不动点右侧），决策者的不披露信念随发送者的披露阈值上升。存在多个均衡时，我们将关注披露阈值最高和最低的均衡。由于阈值较高的均衡信息性较低（按 Blackwell 标准），这两个极端均衡分别对决策者福利最差和最好。

由于发送者的偏好具有线性，这些均衡在发送者福利上的排序恰好相反。具体而言，由于决策者的信念在任何均衡中的期望值均为 $\pi$，阈值为 $\hat{s}_i^0$ 的均衡下，发送者的福利为 $\pi - p_i(1 - F_\pi(\hat{s}_i^0))c$。因此，鉴于多重性要求 $c > 0$，发送者事前更偏好较高的披露阈值，因为这意味着承担披露成本的概率更低。

一个关键观察涉及分歧：发送者的阈值信念$\hat{s}_i^0$与决策者的不披露信念 $\eta(\hat{s}_i^0, \cdot)$之间的差异。当 $c = 0$时，两者一致。当 $c \neq 0$时，在任何均衡中两者都不相同。具体而言，如果 $c > 0$，那么$\hat{s}_i^0 > \eta(\hat{s}_i^0, \cdot)$，也就是说，发送者的阈值信念高于决策者的不披露信念。如果 $c < 0$，则相反。这种分歧将被证明至关重要。请注意，与Aumann (1976年)的观点一致，这种分歧并非共同知识——发送者知道决策者的信念，但反之则不然。

命题1针对向上偏置的发送者给出。对于向下偏置的发送者，分析是对称的：他会披露低于某个阈值的所有信号。不披露信念变为

$$\frac{1-p}{1-p+p(1-F_\pi(\hat{s}))}\pi + \frac{p(1-F_\pi(\hat{s}))}{1-p+p(1-F_\pi(\hat{s}))}\mathbb{E}_\pi\left[s \mid s > \hat{s}\right],$$

该表达式关于$\hat{s}$严格拟凹。均衡条件变为该表达式等于$\hat{s} + c$，因为发送者披露时的收益为 $-s - c$，而隐瞒时的收益为不披露信念的相反数。与之前一样，当 $c \leq 0$时，均衡是唯一的；而当 $c > 0$时，可能存在多个均衡。对于 $c \neq 0$，分歧方向现在相反：对于向下偏置的发送者，$c > 0$ 意味着发送者的阈值信念低于决策者的不披露信念；对于 $c < 0$则反之。此外，较低的阈值现在对应于更少的披露。

对于向上偏置的发送者，以下比较静态结论成立；根据上述讨论，向下偏置发送者的相应结论不难得出。

**命题2**。 假设只有一位向上偏误的发送者。

*1.* 知情概率越高，披露越多：最高和最低均衡阈值（弱）下降。*2.* 披露成本越高或隐瞒成本（绝对值）越低，披露越少：最高和最低均衡阈值（弱）上升。

第一部分的逻辑可由引理1推出：给定任意假定的阈值，较高的 $p_i$ 会导致较低的不披露信念，从而增加发送者通过披露获得的收益。

对于 $c = 0$，这种比较静态结果见于Jungand Kwon (1988)以及Acharya、DeMarzo和Kremer (2011年)。命题2的第二部分显而易见，因为更高的消息成本 $c$ 会降低披露的吸引力。由于缩放 $c$ 的幅度等同于缩放代理人的偏见参数 $b_i$ (参见表达式(1))，因此也可以将其解释为：当 $c > 0$ 时，说服动机更强的代理人会披露更多；而当 $c < 0$时则会披露更少。命题2的两部分均可见于图1。[7]

尽管我们将形式化论证留待第 4 节再进行，但现在值得指出的是，前述比较静态分析对福利有直接影响。由于决策者偏好更多披露，在单发送者情形下，降低消息成本和／或提高发送者知情的概率，会（弱）提高决策者福利；不过，比较时须恰当地选择均衡（尤其是关注极端均衡）。

## 4. 策略替代与互补

现在我们可以开始研究双发送者披露博弈。具体而言，我们假设两位发送者均存在向上偏误；当一位或两位发送者存在向下偏误时，所需的调整很直接。

**引理 2**。任何均 衡都是阈值均衡，即两位发送者都采用阈值策略 .

根据引理 2，我们将重点讨论阈值策略。信号条件独立意味着，决策者的信念更新可按发送者的消息分解。换言之，我们可以假设决策者先像在单发送者模型中那样，根据任一发送者 $i$ 的消息进行更新，然后将更新后的信念作为中间先验，再根据另一位发送者 $j$ 的消息进行更新，而无需进一步关注 $i$ 的消息。因此，给定任意一对推测的披露阈值 $(\hat{s}_1, \hat{s}_2)$，决策者有三个相关的不披露信念：如果只有一位发送者 $i$ 披露其信号 $s_i$，而发送者 $j$ 发送消息 $\phi$，决策者的信念为 $\eta(\hat{s}_j, p_j, s_i)$；如果两位发送者都不披露，决策者的信念为 $\eta(\hat{s}_j, p_j, \eta(\hat{s}_i, p_i, \pi))$。

如前所述，如果 $i$ 披露自己的信号，那么无论 $j$采用何种策略，他对决策者信念的期望——将其视为一个取决于 $j$所发送消息的随机变量——都是 $s_i$

[7]在图中，$\eta(\cdot)$在与 $s_i - c$的最高交点处斜率小于 1。这清楚地表明，$p_i$ 的增加会降低最高均衡阈值。如果最高交点处的斜率大于 1，那么最大均衡阈值将为 $s$，而 $p_i$ 的小幅增加不会改变它。我们还指出，图示的 $\eta(\cdot)$是成立的：可以证明，对于任意连续可微的 $\psi$：$[s, s] \to [0, 1]$，若 $\psi(s) = \psi(s) \in (0, 1)$，且 $\text{sign}[s - \psi(s)] = \text{sign}[\psi'(s)]$（其中$\psi'$ 表示导数），则存在一些模型参数——即 $\pi \in (0, 1)$、$p_i \in (0, 1)$、$f(s|0)$和 $f(s|1)$——使得 $\eta(\cdot, p, \pi) = \psi(\cdot)$。详情请参见命题 1 的证明（第 3 部分）。

。[8] 另一方面，如果 $i$隐瞒自己的信号，那么他认为决策者会基于中间信念 $\eta(\hat{s}_i, p_i, \pi)$，根据$j$发送的消息进行更新；该中间信念可能不同于 $s_i$。将 $j$ 发送的任意消息记为 $m_j \in S \cup \{\phi\}$，令 $\beta(m_j, \hat{s}_j, p_j, s_i)$表示在 $i$自身的中间信念/信号为 $s_i$时， $i$根据 $m_j$ 对状态的后验信念（其中，解释 $m_j = \phi$需要阈值$\hat{s}_j$ 和知情概率 $p_j$ ）。决策者在收到消息$m_j$ 后的后验信念，是对 $i$自身后验信念的一种变换；变换函数仅取决于决策者和 $i$的中间信念。具体而言，决策者在收到消息 $m_j$ 后的后验信念等于$T(\beta(m_j, \hat{s}_j, p_j, s_i)\ \eta(\hat{s}_i, p_i, \pi)\ s_i)$；对于任意后验信念 $\beta_i$ 以及中间信念 $\mu_{DM}$和 $\mu_i$，映射 $T$ 定义为[9]

$$T\left(\beta_i, \mu_{DM}, \mu_i\right) := \frac{\beta_i \frac{\mu_{DM}}{\mu_i}}{\beta_i \frac{\mu_{DM}}{\mu_i} + \left(1 - \beta_i\right) \frac{1-\mu_{DM}}{1-\mu_i}}. \tag{3}$$

因此，若发送者 $i$隐瞒自己的信号，其期望收益——即他对决策者后验信念的期望——为

$$U(s_i, \hat{s}_i, p_i, \hat{s}_j, p_j) := \mathbb{E}_{\hat{s}_j, p_j}\left[T(\beta(m_j, \hat{s}_j, p_j, s_i), \eta(\hat{s}_i, p_i, \pi), s_i) \mid s_i\right], \tag{4}$$

其中，$\mathbb{E}_{\hat{s}_j,\ p_j}$ 表示该期望是根据 $m_j$ 计算的，所依据的信念分布由 $i$ 中关于 $m_j$ 的$\hat{s}_j$ 和 $p_j$ 共同诱导（给定 $s_i$）。由于在 $s_i = \hat{s}_i$时，评估 $U(s_i,\ \hat{s}_i,\ \cdot)$尤为重要，我们将滥用记号，把 $U(s_i,\ p_i,\ \hat{s}_j,\ p_j)$作为 $U(s_i,\ s_i,\ p_i,\ \hat{s}_j,\ p_j)$的简写。

现在，我们可以研究发送者 $i$ 对发送者 $j$ 的任意披露策略所作的“最佳回应”。更准确地说，令 $\hat{s}_i^{BR}(\hat{s}_j,\ p_i,\ p_j)$ 表示发送者 $i$ 与决策者之间一场（假设的）博弈中的均衡披露阈值，其中假定发送者 $j$ 机械地

[8]决策者的信念分布随 $j$的消息而变化，同时取决于 $j$的策略以及决策者对 $j$策略的推测。由于二者在均衡中必须一致，为便于阐述，我们将它们合并。[9]为得到这一变换，考虑任意一个（Blackwell）实验，以及一个似然比（即状态1与状态0之间的似然比）为 $l \in (0,\ \infty)$的信号。对于任意先验 $b_0$，贝叶斯法则意味着后验信念$b(l,\ b_0)$满足

$$\frac{b(l, b_0)}{1 - b(l, b_0)} = \frac{b_0}{1 - b_0}\, l.$$

消去似然比 $l$ 后，可得任意两个先验 $b_0$ 和 $b_0'$之间的如下关系：

$$b(l, b_0') = \frac{b(l, b_0)\, \frac{b_0'}{b_0}}{b(l, b_0)\, \frac{b_0'}{b_0} + \left(1 - b(l, b_0)\right) \frac{1-b_0'}{1-b_0}}.$$

这一观察指出，在先验异质的情况下，一位代理人的后验信念可以表示为另一位代理人的后验信念以及两个先验的函数。Gentzkow 和 Kamenica (2014）， Alonso 和 Cˆamara (2016）以及Galperti (2019也利用这一观察达成了不同目的。

采用披露阈值 $\hat{s}_j$；我们称之为发送者 $i$ 的最佳回应。当且仅当下式成立时，阈值 $\hat{s}_i$ 是最佳回应：

$$\begin{cases} U(\hat{s}_i, p_i, \hat{s}_j, p_j) = \hat{s}_i - c & \text{and } \hat{s}_i \in (\underline{s}, \overline{s}); \text{ or} \\ U(\underline{s}, p_i, \hat{s}_j, p_j) \leq \underline{s} - c & \text{and } \hat{s}_i = \underline{s}; \text{ or} \\ U(\overline{s}, p_i, \hat{s}_j, p_j) \geq \overline{s} - c & \text{and } \hat{s}_i = \overline{s}. \end{cases} \tag{5}$$

条件（5）的必要性显而易见；充分性可由引理 2证明中的论证得出。在整体博弈的任何均衡中，$(s_1^*, s_2^*)$，对于每个发送者 $i$，当其对手采用 $\hat{s}_i = s_i^*$ 时，条件（$\hat{s}_j = s_j^*$）必须成立。

以下关键观察是我们所有比较静态分析的基础。

**引理3.** 任取 $\hat{s}_j$ 和 $p_j$。

*1.* (旋转) 以下启示成立：

$$\begin{aligned} s_i = \eta(s_i, p_i, \pi) &\implies U(s_i, p_i, \hat{s}_j, p_j) = s_i, \\ s_i > \eta(s_i, p_i, \pi) &\implies \eta(s_i, p_i, \pi) \leq U(s_i, p_i, \hat{s}_j, p_j) < s_i, \\ s_i < \eta(s_i, p_i, \pi) &\implies s_i < U(s_i, p_i, \hat{s}_j, p_j) \leq \eta(s_i, p_i, \pi). \end{aligned}$$

当且仅当 $\hat{s}_j < \bar{s}$ 时，结论中的两个弱不等式均为严格不等式。

*2.* (单调性) 若 $p'_j \geq p_j$ 且 $\hat{s}'_j \leq \hat{s}_j$，则 $|U(s_i, p_i, \hat{s}'_j, p'_j) - s_i| \leq |U(s_i, p_i, \hat{s}_j, p_j) - s_i|$；当且仅当 $\hat{s}'_j = \hat{s}_j$ 且 $p'_j = p_j$ 或 $\hat{s}_j = \bar{s}$ 时，等号成立。

引理3的两部分都是 Kartik、Lee和Suen（2021年，定理1）中的 IVP定理的推论。第1部分反映了 $i$ 的预测：平均而言，$j$ 的消息会使决策者的后验信念从决策者的中间信念 $\eta(\cdot)$ 向 $i$ 的中间信念 $s_i$ 移动。第2部分反映了这样一种情况：当 $j$ 的消息（按 Blackwell 标准）信息性更强时，这种移动幅度更大。正如引理证明中所详述的，当 $j$ 采用较低的阈值（因此披露更多信息），或其知情概率更高时，便是如此。为了直观理解这些效应，可以考虑两个极端情况：如果 $j$ 的消息完全不包含信息（即 $j$ 从不披露其信号，或 $\hat{s}_j = \bar{s}$），那么决策者的后验信念必然保持在其中间信念上，因此 $U(\cdot) = \eta(\cdot)$；而如果 $j$ 的消息能够揭示状态，那么从 $i$ 的角度来看，决策者的后验信念将以 $s_i$ 的概率为1、以 $1 - s_i$ 的概率为0，因此 $U(\cdot) = s_i$。[10]

[10] 注意，由于 $j$ 无法观察状态，$j$ 的消息实际上不可能揭示状态；这解释了第1 部分中引理3结论中的严格不等式。

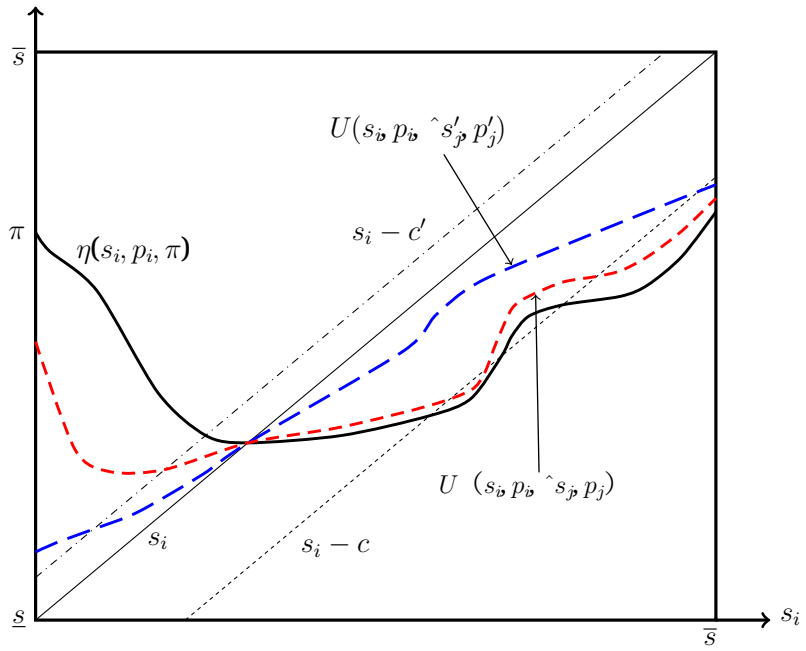


图*2*。 发送者 $i$ 对发送者 $j$ （二者均存在向上偏误）的“最佳回应”，如 $c > 0 > c'$、 $p'_j > p_j$ 和$\hat{s}'_j < \hat{s}_j < \overline{s}$所示。

引理3的效应在图2中以图形方式展示。第1 部分对应于比较描绘 $U(\cdot)$ 的红色（短虚线）曲线与描绘 $\eta(\cdot)$的黑色（实线）曲线；前者是后者绕其不动点朝对角线旋转所得。第2 部分意味着，当 $p_j$ 增大且$\hat{s}_j$ 减小时，这种旋转会变得更陡；图中以曲线从红色变为蓝色（长虚线）来表示这一点。

从图2可以明显看出， $j$的信息披露对 $i$最佳回应的影响，因成本结构不同而大相径庭。当 $c > 0$ （披露成本）时，方程（5）的最小解和最大解分别大于单发送者阈值的最小值和最大值。[11] 当 $c < 0$ （隐瞒成本，在图中记作 $c'$ ）时，最大解小于唯一的单发送者阈值。[12] 若 $c = 0$，唯一解等于单发送者阈值。这些截然不同的影响反映了发送者在不披露时引发的分歧具有不同性质。在存在披露成本时，阈值类型在不披露时的信念高于决策者，因此，预期决策者的后验信念向阈值信念移动，会使隐瞒更具吸引力。相比之下，在存在隐瞒成本时，阈值类型的信念低于决策者，因此，同样的移动会使

[11]如图所示，对于某些中间解，排序可能会逆转。正如后文所述，我们的关键均衡结论不仅适用于极端解，也适用于任何动态稳定的解。[12]尽管图中未显示，即使 5) 存在多个解，即使 $c < 0$。

隐瞒的吸引力降低。这一逻辑不仅适用于与单发送者基准的比较，也适用于 $p_j$ 或 $\hat{s}_j$ 的任何变化，只要这种变化会使 $j$的消息更具信息性，正如图2所示。

由于方程（5）可能有多个解，一般而言，$\hat{s}_i^{BR}(\cdot)$ 是一个最佳回应对应。我们称 $i$的最佳回应递增，如果$\hat{s}_i^{BR}(\cdot)$的最大元素和最小元素都（弱）递增。若最小元素严格大于$\hat{s}_i{}^{BR}(\cdot)$，则记为 $> \hat{s}$ 。

**命题3**。假设两个发送者都存在向上偏误。任意发送者 $i$的最佳回应$\hat{s}_i^{BR}(\hat{s}_j, p_i, p_j)$随 $p_i$递减。此外，令$\hat{s}_i^0$表示在 $c \leq 0$ 时，带有 $i$ 的单发送者博弈中的唯一（分别地，最小）均衡阈值；而在 $c > 0$时，表示其中最小的均衡阈值。我们有：

*1.*（独立性）若 $c = 0$，则$\hat{s}_i^{BR}(\hat{s}_j, p_i, p_j) = \hat{s}_i^0$不受$\hat{s}_j$ 和 $p_j$的影响。*2.*（策略互补）若 $c < 0$，则（*i*）$\hat{s}_i^{BR}(\hat{s}_j, p_i, p_j) \leq \hat{s}_i^0$，当且仅当$\hat{s}_i^0 = s$ 或$\hat{s}_j = s$时取等号；（*ii*）$\hat{s}_i^{BR}(\hat{s}_j, p_i, p_j)$随$\hat{s}_j$ 递增，随 $p_j$递减。*3.*（策略替代）若 $c > 0$，则（*i*）$\hat{s}_i^{BR}(\hat{s}_j, p_i, p_j) \geq \hat{s}_i^0$，当且仅当$\hat{s}_i^0 = s$ 或$\hat{s}_j = s$时取等号；（*ii*）$\hat{s}_i^{BR}(\hat{s}_j, p_i, p_j)$随$\hat{s}_j$ 递减，随 $p_j$递增。

由于每位发送者的最佳回应都是单调的，根据塔斯基不动点定理，均衡必然存在。当 $c < 0$ （隐瞒成本）时，策略互补意味着存在一个最大均衡，对应于两位发送者的最高阈值。在最大均衡中，每位发送者发送的消息都是其在任何其他均衡中所发送消息的信息搅混。因此，最大均衡的信息性最低，对决策者福利也最差。类似地，最小均衡——即两位发送者的均衡阈值都最低的均衡——信息性最高，就决策者福利而言也最好。

另一方面，当 $c > 0$ （披露成本）时，两个披露阈值是策略替代关系。存在一个 $i$-最大均衡，使发送者 $i$的阈值在所有均衡中最大，同时使发送者 $j$的阈值在所有均衡中最小。同样，存在一个 $j$-最大均衡，使发送者 $i$的阈值在所有均衡中最小，同时使发送者 $j$的阈值在所有均衡中最大。这两个均衡在信息性方面无法排序，而且通常无法就决策者的福利进行排序；此外，两者都可能既不是决策者的最佳均衡，也不是最差均衡。[13]

[13]如命题1之后所述，发送者在不同均衡之间的福利排序仅取决于披露的概率。当 $c < 0$时，两位发送者的福利在最大均衡中最低，在最小均衡中最高。当 $c > 0$时，发送者 $i$的福利在 $i$最大均衡中最高，在$j$最大均衡中最低。

以下结果运用了标准的单调比较静态。尽管该结果是针对极端均衡表述的，但对于在自适应动力学意义下稳定的任何均衡，比较静态同样成立（Echenique，2002年）。

**命题4**。 假设两位发送者均存在向上偏误。对于任意 $i \in \{1,2\}$:

*1.* 如果 $c \leq 0$，则增加 $p_i$ 或降低 $c$ （隐瞒成本更高），会在最差和最佳均衡中弱降低两位发送者的阈值。*2.* 如果 $c > 0$，则增加 $p_i$ 会在 $i$-极大和 $j$-极大均衡中弱降低发送者 $i$的阈值，并弱提高发送者 $j$的阈值。降低 $c$ （披露成本更低）对均衡阈值的影响不确定。

命题4的直觉如下所示。 命题2 表明，在另一位发送者的策略保持不变时，增加 $p_i$ 和降低 $c$ 都会降低发送者 $i$的最佳回应。在此基础上，均衡效应取决于成本结构。在隐瞒成本情形下，命题3确立的策略互补性意味着，一位发送者增加披露会促进另一位发送者披露。因此，对于 $p_i$的变化，对发送者 $i$ 的直接效应与对 $j$ 的间接效应相互强化。对于 $c$的变化，两位发送者受到的直接效应和所有间接效应方向一致。在披露成本情形下，策略替代会带来一种张力：一位发送者披露得更多，会挤出另一位发送者的披露。对于 $p_i$的变化，它直接影响的只有发送者 $i$的最佳回应，直接效应占主导，因此均衡的比较静态结果是明确的。但由于两位发送者承担相同的消息成本， $c$ 的变化会直接使两者的最佳回应朝同一方向移动，同时引发相互抵消的间接效应，因此对均衡阈值的净效应并不确定。具体而言，降低披露成本可能会（严格地）降低决策者福利，正如附录A.2所示。[14]

可以将发送者 $i$的单发送者博弈视为一个双发送者博弈，其中另一位发送者始终未获知信息（即 $p_j = 0$）。因此，单发送者博弈与双发送者博弈的比较可由命题3 和命题4推论得出，如下所示。

**推论1**。 假设两位发送者都存在向上偏误。令$\hat{}s_i^0$ 表示单发送者博弈中 $i$ 对应的唯一（分别为最小）均衡阈值，其中 $c \leq 0$ （分别为 $c > 0$）。

*1.* 如果 $c = 0$，那么 $(\hat{}s_1^0, \hat{}s_2^0)$ 是双发送者博弈中的唯一均衡。决策者福利在双发送者博弈中严格高于任一单发送者博弈。

[14]如果我们改为允许存在发送者特定的成本 $c_i$，那么披露成本 $c_i > 0$ 的降低就会像 $p_i$的增加一样，对总体产生明确无歧义的影响。由于两位发送者的消息成本同时发生对称变化是相当自然的（例如，当消息成本被视为一种制度或政策参数时），我们认为，共同降低披露成本会产生模糊不定的影响，这一点很有意思。

*2.* 如果 $c < 0$，那么双发送者博弈中的每个均衡都弱小于 $(\hat{}s_1^0, \hat{}s_2^0)$，且当且仅当 $\hat{}s_1^0 = \hat{}s_2^0 = s$时取等号。双发送者博弈中的任何均衡下的决策者福利都严格高于任一单发送者博弈。

*3.* 如果 $c > 0$，那么双发送者博弈中的每个均衡都弱大于 $(\hat{}s_1^0, \hat{}s_2^0)$，且当且仅当 $\hat{}s_1^0 = \hat{}s_2^0 = s$ 时取等号。双发送者博弈中最佳均衡下的决策者福利，可能高于也可能低于任一单发送者博弈中最佳均衡下的决策者福利。

部分1 是推论1 的第1 部分命题3的推论。当 $c = 0$时，无论另一位发送者采用何种策略，每位发送者的最佳回应都是采用与单发送者情形相同的披露阈值。由于决策者收到两条消息而非一条，且这些消息的概率分布与单发送者博弈中的相同，因此面对两位发送者时，她比单独面对任一发送者时更有利。

考虑双发送者博弈中的最差均衡，即可得到推论1的第2部分。当存在隐瞒成本（$c < 0$）时，令 $s^*(p_i, p_j)$ 表示最差均衡中的披露阈值向量。命题4意味着 $s_i^*(p_i, p_j) \leq s_i^*(p_i, 0) = \hat{}s_i^0$且 $s_j^*(p_i, p_j) \leq s_j^*(0, p_j) = \hat{}s_j^0$。因此，$s^*(p_i, p_j)$ 弱小于 $(\hat{}s_i^0, \hat{}s_j^0)$，进而每个均衡都弱小于 $(\hat{}s_i^0, \hat{}s_j^0)$。由此可知，决策者的福利高于与任一发送者进行单发送者博弈时唯一均衡下的福利。这种福利提升既源于额外一位发送者带来的信息这一直接效应，也源于间接效应：如今每位发送者披露的信息都比单发送者情形下更多。

最后，当存在披露成本（$c > 0$）时，令 $s^{i*}(p_i, p_j)$ 表示 $i$最大均衡，令 $s^{j*}(p_i, p_j)$ 表示 $j$最大均衡。在任何均衡中，$i$的阈值至少与 $s_i^{j*}(p_i, p_j) \geq s_i^{j*}(p_i, 0) = \hat{}s_i^0$ 一样大，这一不等式由命题4的第2部分得出。类似地，在任何均衡中，发送者 $j$的阈值至少与$s_j^{i*}(p_i, p_j) \geq s_j^{i*}(0, p_j) = \hat{}s_j^0$ 一样大。因此，与单发送者博弈中决策者的最佳均衡相比，两个发送者的信息性（弱）较低。双发送者博弈与单发送者博弈之间的总体福利比较通常并不明确。虽然增加第二个发送者会直接增加决策者所获信息，但由于另一发送者的信息披露存在策略替代，还会产生不利的间接效应。净效应可能会（严格地）降低决策者福利——即使两个发送者具有相反偏向，而这通常被认为尤其有利于促进信息披露。我们在附录A.2中为决策者采用熟悉的二次损失函数，给出了一个具体示例。

**讨论。** 条件独立信号这一假设对我们的分析方法至关重要。若不满足这一假设，我们就无法直接应用 Kartik、Lee 和

Suen (2021的结果。如果信号存在条件相关性，那么在不披露时，发送者 $i$ 与决策者不仅会对状态的概率评估存在分歧，也会对与发送者 $j$所发送消息相对应的实验存在分歧。一般性的分析似乎难以进行。我们在 附录 A.3中展示了在一种截然不同的信息结构——完全相关信号——下，我们的结论会如何变化。[15] 应用 IVP 结果的另一个重要假设是，每位发送者都具有线性偏好。 附录 A.4 讨论了我们的结果在$c = 0$ 下如何推广至非线性偏好，以及我们的结果在 $c \neq 0$ 下是否仍适用于非线性偏好。

## 5. 扩展

### 5.1. 多个发送者

我们的结果可以轻易推广到任意有限数量的发送者。假设除了发送者$i$ 和 $j$之外，还有 $K$ 位其他发送者，他们都接收到条件独立信号，并同时向决策者发送消息。令 m 表示这些 $K$ 条消息的集合。那么，发送者 $i$在给定自身信号 $s_i$、发送者 $j$的消息 $m_j$以及 $K$ 其他发送者的消息 m 时的后验信念为 $\beta(m_j, \mathrm{m}\ s_i) = \beta(m_j, \beta(\mathrm{m}\ s_i))$。这里我们滥用符号，用 $\beta(\cdot, \mu_i)$表示 $i$基于信念 $\mu_i$ 对任意一组消息进行更新后得到的后验信念，并省略解释这些消息所需的参数。上述等式体现了这样一点：联合基于 $m_j$ 和 m 进行更新，等同于先基于 m 更新，再基于$m_j$更新。给定 $K$ 位发送者的消息 m，且发送者 $i$不披露时，决策者的信念为 $\eta(\hat{s}_i, p_i, \beta(\mathrm{m}\ \pi))$。因此，根据迭代期望定律，发送者 $i$隐瞒其信号时的期望收益为

$$\mathbb{E}\Big[\mathbb{E}_{\hat{s}_j, p_j}\big[T(\beta(m_j, \beta(\mathbf{m}, s_i)), \eta(\hat{s}_i, p_i, \beta(\mathbf{m}, \pi)), \beta(\mathbf{m}, s_i)) \mid \mathbf{m}\big]\Big],$$

其中，内部条件期望（给定$\mathbf{m}$）是针对 $m_j$ 的分布取的，而外部期望则是针对$\mathbf{m}$ 由 $K$ 发送者的均衡策略生成的分布取的。

给定任意消息组合$\mathbf{m}$，变换 $T(\cdot)$与两个发送者的情形相同，只需将共同先验 $\pi$ 替换为 $\beta(\mathbf{m}\ \pi)$。此外，由于可以互换基于$\mathbf{m}$ 和基于 $i$不披露的更新顺序，因此对于<style id='m'>m的每一种实现，分歧的方向

[15] Bhattacharya 和 Mukherjee (2013) 和 Emons 和 Fluet (2019) 均研究信号完全相关的多发送者披露。 Bhattacharya 和 Mukherjee (2013) 假设不存在消息成本（$c = 0$），并发现增加发送者可能降低决策者福利，但这仅在发送者具有非单调偏好时才会发生。 Emons 和 Fluet(2019) 假设存在披露成本（$c > 0$），并发现决策者有时可以通过禁止一名发送者参与而获益。

发送者 $i$的信念与决策者的不披露信念相同。由于我们的结果对任意 $\pi$都成立，策略替代或策略互补性的逻辑仍然适用。特别是，当 $c < 0$时，对于任意$\mathbf{m}$，发送者 $i$对给定$\mathbf{m}$ 时决策者后验信念的期望随$\hat{}s_j$ 增加，随 $p_j$ 减少。因此， $i$不披露的期望收益也随$\hat{}s_j$ 增加，随 $p_j$减少。由此，任意两个发送者的披露都是策略互补。类似地，在存在披露成本（$c > 0$）时，披露是策略替代。

由这些观察可知，当不存在消息成本或存在隐瞒成本（$c \leq 0$）时，决策者总能从增加向其提供信息的发送者数量中获益。另一方面，当存在披露成本（$c > 0$）时，增加发送者数量对每位发送者的披露阈值会产生不确定的影响，并可能使决策者福利增加或降低。

### 5.2. 序贯报告

我们对同时披露的分析所得出的关键洞见也适用于序贯披露。具体而言，考虑一个双发送者博弈，其中两位发送者都存在向上偏误，但披露是序贯进行的：发送方1先报告，且在发送者2提交报告之前，他的消息 $m_1$ 会向决策者和发送者 2双方公开。此时，发送者 2实际上面对的是一个单发送者问题，其中他与决策者拥有共同先验，例如 $\beta(m_1, \pi)$，这是一个均衡对象。命题2意味着发送者 2将采用披露阈值$\hat{}s_2^0$，该阈值随 $p_2$递减。

现在考虑发送者1的披露决策：决策者推测他采用披露阈值 $\hat{}s_1$，对应的不披露信念为 $\eta(\hat{}s_1, p_1, \pi)$。如果发送者1披露其信号 $s_1$，他对决策者后验信念的期望就是 $s_1$。如果他选择不披露，他的期望则为 $\mathbb{E}_{\hat{s}_2^0, p_2}[T(\beta(m_2, s_1)\ \eta(\hat{}s_1, p_1, \pi)\ s_1)]$。由于发送者2在信息更充分时会披露更多，更高的 $p_2$ 会使消息 $m_2$ 更具信息性：一方面，发送者2获得信号的概率更高，直接提升其信息性；另一方面，披露阈值 $\hat{}s_2^0$ 更低，也会间接提升其信息性。IVP意味着，发送者1预期决策者的信念会从 $\eta(\hat{}s_1, p_1, \pi)$ 转向 $s_1$。因此，确立命题4的同一逻辑可得以下结果，证明从略。

**命题5**。 考虑序贯披露，并假设发送方*1*（先行者）具有向上偏向。若 $c > 0$ （分别地， $c < 0$），较高的 $p_2$ 会弱提高（分别地，弱降低）发送方*1*在其最高阈值和最低阈值均衡中的均衡披露阈值。

命题5的一个直接推论是命题5 在存在隐瞒成本的情况下，第一发送者

比单发送者情形下披露得更多。因此，与只有第一发送者的情况相比，决策者在序贯博弈中总是处境更好。另一方面，序贯博弈与同时行动博弈之间的福利比较通常并不明确。

我们还要指出，如果 $c = 0$，无关性结果对发送方1仍然成立：他在序贯报告下的披露阈值与其单发送者问题中的阈值一致。然而，第二发送者选择的披露阈值取决于发送方1的消息；由于该阈值对消息所诱导的信念呈非线性依赖，因此可能高于或低于发送者 2 在单发送者问题中的披露阈值——甚至事前平均来看也是如此。

### 5.3. 信号精度的变化

我们的主要结果——命题3和命题4——考察通过知情概率 改变发送者信息含量的情形。现在，我们将说明这些见解如何扩展到集约边际：发送者知情时所获信息的质量。

假设发送者 $i$知情时，其信号或私人信念取自由精度参数 $\rho \in \mathbb{R}$ 索引的分布。现在，直接用信念的无条件分布 $F^\rho(s)$（其密度为$f^\rho(s)$）来刻画信息结构会更方便。结合先验 $\pi$，贝叶斯法则可以唯一确定状态依赖的信号分布。我们假设 $F^\rho$ 和 $f^\rho$ 关于 $\rho$ 可微，并且更高的精度会使信号分布围绕先验发生旋转，其意义与 Johnson 和 Myatt（2006）所述相同：sign $[\partial F^\rho(s)/\partial\rho] =$ sign $[\pi - s]$。特别是，这意味着更高的 $\rho$ 对应于 $F^\rho$ 的均值保持扩散（因而在 Blackwell 意义上包含更多信息）。

精度对策略行为的比较静态作用机制，与知情概率相同。回想一下，根据 命题2，提高知情概率 $p_i$会使发送者 $i$增加披露（在存在向上偏差时，降低 $i$的均衡阈值）；这是因为提高 $p_i$ 会使不披露信念变得不那么有利，从而降低隐瞒的吸引力。如果提高发送者 $i$的精度对不披露信念产生相同方向的影响，那么这一逻辑同样适用，因此 命题3 和 命题4 的比较静态结论也随之成立。因此，关键问题是：提高精度会降低不披露信念吗?

我们可以通过考察精度的局部变化所产生的影响来研究这一点。根据公式2中的不披露信念进行调整——为简化记号，省略对 $\pi$ 和 $p_i$ 的依赖，转而加入对 $\rho$的依赖——并求导，可得

$$\text{sign}\left[\frac{\partial}{\partial\rho}\eta(\hat{s},\rho)\right] = \text{sign}\left[(\hat{s}-\eta(\hat{s},\rho))\frac{\partial}{\partial\rho}F^\rho(\hat{s}) - \int_{\underline{s}}^{\hat{s}}\frac{\partial}{\partial\rho}F^\rho(s)\mathrm{d}s\right]. \tag{6}$$

(附录中的注释1详细说明了推导过程。）公式6右侧的积分根据更高 $\rho$的均值保持扩散而非负。因此，需要关注的是另一项。

首先考虑存在隐瞒成本（$c<0$）的情况。我们知道，此时发送者 $i$ 的均衡披露阈值 $\hat{s}_i$ 满足 $\hat{s}_i<\eta(\hat{s}_i,\cdot)$，因此根据引理1，有$\hat{s}_i<\pi$。因此，式（6）右侧的第一项为负，因为根据旋转性质，$\frac{\partial}{\partial\rho}F^\rho(\hat{s}_i)>0$。因此，式（6）右侧的两项作用方向相同：提高精度会降低不披露信念。因此，隐瞒成本下策略互补的逻辑依然成立。

转而考虑披露成本（$c>0$），发送者 $i$ 的均衡阈值现在满足 $\hat{s}_i>\eta(\hat{s}_i,\rho)$。如果 $\hat{s}_i>\pi$（例如，若 $c$ 足够大，则可确保这一点），那么旋转性质意味着 $\frac{\partial}{\partial\rho}F^\rho(\hat{s}_i)<0$，由此可知式（6）为负。不过，一般而言，$\hat{s}_i<\pi$ 也有可能成立。此时 $\frac{\partial}{\partial\rho}F^\rho(\hat{s}_i)>0$，因此 $(\hat{s}-\eta(\hat{s}_i,\rho))\frac{\partial F^\rho}{\partial\rho}(\hat{s})>0$，这意味着式（6）右侧的效应相互抵消。要确保不披露信念下降，还需要一个额外假设。只要精度提升在私人信念空间的下半部分满足递减似然比性质即可：对于 $s<s'<\pi$，比值 $f^\rho(s')/f^\rho(s)$ 随 $\rho$ 递减。常见的参数分布族都具有这一性质。[16] 直观而言，这意味着精度提升会使概率质量相对更多地移向极端信号/信念，而非阈值 $\hat{s}_i$ 附近的信号/信念，因此，当 $\hat{s}_i<\pi$ 时，式（6）右侧积分项的向下拉力会超过第一项的向上拉力；形式化验证见附录中的备注2。于是，无论披露阈值如何，提高精度都会降低不披露信念，因此，披露成本下策略替代的逻辑依然成立。

### 5.4. 不确定偏向

关于策略互补或替代的主要结论，在发送者的偏向并非共同知识时同样成立。我们来简要说明原因。

假设每位　　发送者的偏向方向都是独立抽取的，且属于其私人

[16] 例如，对于信念服从对称贝塔分布的情形（因此先验 $\pi=1/2$）且参数为 $1/\rho>0$，我们有 $f^\rho(s)\propto[s(1-s)]^{1/\rho-1}$，因此

$$\frac{f^\rho(s')}{f^\rho(s)}=\left[\frac{s'(1-s')}{s(1-s)}\right]^{1/\rho-1}.$$

对于 $s<s'<1/2$，方括号中的项大于 1，这意味着所需的关于 $\rho$的单调性。也可以验证，由底层正态信号结构导出的信念分布满足单调性；也就是说，信念 $s(y)$ 是根据原始信号 $y=\omega+\varepsilon$ 计算得出的，其中 $\varepsilon\sim\mathcal{N}(0,1/\rho)$。

信息：以概率 $\lambda$ 发送者存在向上偏差（$b_i = 1$），属于 $U$ 型；以概率 $1-\lambda$ 存在向下偏误（$b_i = -1$），属于 $D$ 型。参数 $\lambda$ 是共同知识；只需增加一些记号，就可以轻松地将其设为发送者特定参数。模型的其余部分与 第 2 节相同。

首先考虑单发送者基准。$U$型采用阈值 $s_u$，披露高于 $s_u$的信号；而 $D$型采用阈值 $s_d$，披露低于 $s_d$的信号。令 $\eta(s_u, s_d)$表示决策者的不披露信念，该信念取决于两个阈值。[17] 无差异条件（为简便起见，假设阈值位于内部）为：

$$s_u - c = \eta(s_u, s_d) \quad \text{and} \quad -s_d - c = -\eta(s_u, s_d).$$

这些条件共同推出 $s_u = s_d + 2c$，均衡可归结为一个单变量不动点。当 $c > 0$时，有 $s_u > s_d$，这意味着存在一个区间（$s_d, s_u$），其中的信号不会被任何一种类型披露；当 $c < 0$时，有 $s_u < s_d$，披露区域则在（$s_u, s_d$）上重叠。

现在考虑这样的情形：决策者在单个发送者披露信息的同时或之后，收到一些外生的信息。这揭示了第二发送者所产生影响的核心直觉。驱动引理3 的 IVP 逻辑仍然适用，但存在一个转折：每种发送者类型都预期决策者的信念修正方向不同，但两种类型的激励却朝着相同方向变化。具体而言，先考虑存在披露成本（$c > 0$）的情形。由于 $U$型具有 $s_u > \eta$，IVP 意味着阈值为 $U$的类型预期信息会将决策者的不披露信念向上拉向 $s_u$。相反，阈值为 $D$的类型则预期信念会向下修正至 $s_d$。但关键在于，鉴于两者的偏向相反，这意味着两种类型都预期，隐瞒后获得的额外信息平均而言会带来有利的信念修正。因此，隐瞒对两种类型都更具吸引力，而披露的期望收益则不变。这就是基准模型中策略性替代关系的逻辑。

有了隐瞒成本（$c < 0$）后，情况就反转了。现在，由于 $s_u < \eta(s_u, s_d)$和 $s_d > \eta(s_u, s_d)$，$U$类型预计，额外信息会使决策者的不披露信念向下修正，而 $D$类型则预计会向上修正。因此，两种类型都预计不披露会带来不利的信念修正，这使隐瞒对两者而言都不那么有吸引力。这正是基准模型中策略互补背后的逻辑。

[17]同理，公式2现在我们有

$$\eta(s_u, s_d) := \frac{(1-p)\pi + \lambda p F_\pi(s_u)\mathbb{E}_\pi[s \mid s < s_u] + (1-\lambda)p(1-F_\pi(s_d))\mathbb{E}_\pi[s \mid s > s_d]}{(1-p) + \lambda p F_\pi(s_u) + (1-\lambda)p(1-F_\pi(s_d))}.$$

由此可见，尽管发送者偏向的不确定性尚存，成本结构仍会像先前一样决定策略互动的影响——即便两种发送者类型都预计，不披露后决策者的信念修正方向会彼此相反。

## 6. 结论

本文研究了发送者可以有偿披露或隐瞒私人信息时的多发送者说服。我们的核心洞见是，这些成本的性质——即它们总体上究竟附着于披露还是隐瞒——从根本上塑造了发送者之间的策略互动。

当隐瞒成本较高时，发送者的披露具有策略互补性：当其他发送者采取同样做法时，每个发送者都会更积极地披露。而当披露成本较高时，披露则表现为策略替代。其共同机制源于阈值发送者类型与决策者在不披露时存在分歧，以及每个发送者都预期其他发送者的消息平均而言会缩小这一分歧。存在隐瞒成本时，阈值发送者类型的信念不如决策者的不披露信念有利；这一差距抵消了隐瞒成本。因此，该类型预期，新增发送者的消息会使决策者的不披露信念朝着更不利的方向变化，从而降低隐瞒的吸引力。在存在披露成本时，逻辑则相反，使披露的吸引力降低。

这些发现意味着，在我们研究的模型中，关于信息来源之间的竞争会促进信息披露并使决策者受益这一传统观点，在不存在消息成本或隐瞒成本时成立，但在存在信息披露成本时则可能不成立。存在信息披露成本时，增加发送者实际上可能降低决策者福利。同样，降低这些成本——虽然在单发送者情形下有益——却可能降低多发送者情形下的决策者福利。尽管这些福利效应可能令人联想到搭便车考量，但这里的逻辑有所不同，根源在于决策者如何解读沉默；值得注意的是，在存在隐瞒成本时，决策者会间接受益于发送者数量的增加，这进一步凸显了两者的区别。因此，寻求改善信息提供的政策制定者，不应只关注信息来源的数量，还应关注支配其沟通的基础成本结构。

当提供信息需要大量准备或法律审查，或可能暴露专有知识时，披露成本可能尤为显著；典型情境包括诉讼取证，或可能向竞争对手透露信息的财务披露。当压下信息可能招致事后处罚或声誉损害，或适用法定披露义务时，隐瞒成本可能占主导地位；相关情形包括刑事诉讼中的布雷迪义务、金融咨询中的信义义务，或证券和房地产领域的披露义务制度

。我们的分析表明，在后一类情形中，增加信息来源的数量无疑有益；但在前一类情形中，这么做可能适得其反。

最后，尽管我们的讨论是围绕多个策略性发送者展开的，但我们的分析同样适用于只有一位策略性发送者，而决策者从任意其他来源获取额外信息的情形（参见第5.4小节）。例如，当发送者承担披露成本时，决策者可能会因能够免费获取有限数量的信息而受损；她或许更愿意事先约束自己，不去获取这些信息。

# A. 附录

## A.1. 证明

**引理1的证明**。对（2）关于第一个自变量求偏导，得到

$$\begin{aligned}\frac{\partial \eta(\hat{s},p,\pi)}{\partial \hat{s}} &= \frac{-p(1-p)f_\pi(\hat{s})}{(1-p+pF_\pi(\hat{s}))^2}\left(\pi-\mathbb{E}_\pi[s\mid s<\hat{s}]\right)+\frac{pF_\pi(\hat{s})}{1-p+pF_\pi(\hat{s})}\frac{f_\pi(\hat{s})}{F_\pi(\hat{s})}\left(\hat{s}-\mathbb{E}_\pi[s\mid s<\hat{s}]\right)\\ &= \frac{pf_\pi(\hat{s})}{1-p+pF_\pi(\hat{s})}\left(\frac{-(1-p)}{1-p+pF_\pi(\hat{s})}\left(\pi-\mathbb{E}_\pi[s\mid s<\hat{s}]\right)+\left(\hat{s}-\mathbb{E}_\pi[s\mid s<\hat{s}]\right)\right)\\ &= \frac{pf_\pi(\hat{s})}{1-p+pF_\pi(\hat{s})}\left(\hat{s}-\eta(\hat{s},p,\pi)\right).\end{aligned}$$

因此，sign $[\partial\eta(\hat{s},p,\pi)/\partial\hat{s}]=$ sign $[\hat{s}-\eta(\hat{s},p,\pi)]$。引理的第1部分由以下观察可得：对于任意 $p$ 和 $\pi$，我们有 $\eta(s,p,\pi)=\eta(s,p,\pi)\equiv\pi\in(s,s)$。

部分求导 （2）对第二个参数求导并化简可得

$$\frac{\partial \eta(\hat{s},p,\pi)}{\partial p}=\frac{F_\pi(\hat{s})\left(\mathbb{E}_\pi[s\mid s<\hat{s}]-\pi\right)}{\left(1-p+pF_\pi(\hat{s})\right)^2},$$

这证明了第 2 部分，因为 $\mathbb{E}_\pi[s\mid s<\hat{s}]<\pi$ 当且仅当 $\hat{s}<s$，且 $F_\pi(\hat{s})>0$当且仅当$\hat{s}>\underline{s}$。 □

**命题1的证明**。 我们依次证明各个部分。

第 *1*部分：考虑内部阈值 $\hat{s}_i^0\in(s,\ s)$。信号为 $\hat{s}_i^0$ 的发送者必须在披露（收益为 $\hat{s}_i^0-c$）与隐瞒（收益为 $\eta(\hat{s}_i^0,\ p_i,\ \pi)$）之间无差异，从而得到条件（i）。现在考虑边界情形 $\hat{s}_i^0=s$。此时不披露信念就是先验 $\pi$，由于即使最低类型也愿意披露，因此必须有 $\pi\leq s-c$。在另一种边界情形 $\hat{s}_i^0=s$ 下，不披露信念同样是先验 $\pi$，由于即使

最高类型也愿意隐瞒，因此必须有 $\pi \geq s - c$。反之，任何满足这些条件的阈值，根据标准验证都构成一个均衡。

第二部分：假设 $c \leq 0$。那么边界 $s$ 不可能是均衡阈值，因为 $\pi < s - c$。因此，均衡阈值要么是内部阈值，要么是 $s$。如果 $s - c < \pi = \eta(s, p_i, \pi)$，那么任何均衡都必须具有一个内部阈值 $\hat{s}$，从而满足 $\eta(\hat{s}, p_i, \pi) = \hat{s} - c \geq \hat{s}$。由于$\eta(\cdot, p_i, \pi)$在 $\eta(s, p_i, \pi) \geq s$ 的区域内严格递减（根据引理1），而直线$s - c$随 $s$递增，因此 $\eta(\hat{s}, p_i, \pi) = \hat{s} - c$只有一个解。反之，如果 $s - c \geq \pi$，那么$s$ 就是一个均衡阈值；此外，$s > s$ 意味着 $s - c > \eta(s, p_i, \pi)$——因为根据引理1，$\eta(\cdot, p_i, \pi)$是拟凸的，且 $\eta(s, p_i, \pi) = \eta(s, p_i, \pi)$——因此不存在其他均衡。最后，当 $c = 0$ 时，我们有 $s - c = s < \pi$，所以唯一均衡是内部均衡；它是 $\eta(\cdot, p_i, \pi)$的不动点。

第3部分：当 $c > 0$ 时，内部均衡阈值 $\hat{s}$ 要求 $\eta(\hat{s}, p_i, \pi) = \hat{s} - c < \hat{s}$，从而使解位于 $\eta$ 严格递增的区域内（根据引理1）。正如脚注7中的“有效性”主张所指出的，可以选择参数，使得 $\eta(\cdot, p_i, \pi)$ 在该区域的某些点处斜率大于1；对于足够小的 $c > 0$，直线 $s - c$ 因而会与 $\eta(s, p_i, \pi)$ 多次相交，如图1所示。接下来说明脚注7中的有效性主张。给定任意这样的拟凸函数 $\psi$，令 $\pi = \psi(s)$。此时，不披露信念公式（2）变为关于 $F_\pi$ 的一阶常微分方程，其边界条件为 $F_\pi(s) = 0$；$\psi$ 的拟凸性确保解是单调的。选择概率 $p$，以缩放该解，使得 $F_\pi(s) = 1$。

□

命题2的证明。我们仅证明命题的第一部分；第二部分的证明类似，故略去。任取 $p_i > \tilde{p}_i$，令$\hat{s}_i^0$ 和 $\tilde{s}_i^0$ 表示相应的最高均衡阈值。反设$\hat{s}_i^0 > \tilde{s}_i^0$。由于 $\tilde{s}_i^0$ 是在 $\tilde{p}_i$处的最高均衡阈值，对于任意$\hat{s} > \tilde{s}_i^0$，都有 $\eta(\hat{s}, \tilde{p}_i, \pi) < \hat{s} - c$。但是，$\eta(\hat{s}, p, \pi)$关于 $p$ 弱递减（引理1），因此对于任意$\hat{s} > \tilde{s}_i^0$，都有 $\eta(\hat{s}, p_i, \pi) < \hat{s} - c$。这意味着$\hat{s}_i^0 \leq \tilde{s}_i^0$，矛盾。通过类似的论证可得最低均衡阈值的结论。

□

引理2的证明。固定任意一个均衡和任意发送者 $i$。令 $j \neq i$。只需证明，$i$披露与隐瞒时的期望收益之差随$s_i$严格递增。披露时的期望收益为 $s_i - c$，因为在$i$ 披露 $s_i$ 后，决策者的期望后验信念为 $s_i$。将隐瞒时的期望收益记为 $\mathbb{E}[\beta_{DM}(m_j, m_i = \phi)]$，其中$\beta_{DM}(m_j, m_i = \phi)$表示决策者在收到任意消息 $m_j$ 且 $i$不披露后形成的均衡信念，而期望是关于 $m_j$ 的，给定 $i$在 $s_i$下的信念。由于 $m_j$ 不相关于

$s_i$ 以状态为条件，且 $i$关于给定信号 $s_i$ 时状态的信念为 $s_i$，我们有

$$\mathbb{E}\big[\beta_{DM}(m_j, m_i = \phi)\big] = s_i \mathbb{E}\big[\beta_{DM}(m_j, m_i = \phi) \mid \omega = 1\big] + (1 - s_i)\mathbb{E}\big[\beta_{DM}(m_j, m_i = \phi) \mid \omega = 0\big].$$

上面右侧对 $s_i$ 的导数严格小于1，因为$\mathbb{E}\big[\beta_{DM}(m_j,\ m_i = \phi) \mid \omega = 1\big] < 1$，这是因为信念取值于 $[0, 1]$，而 $m_j$无法完美揭示状态。因此，收益差（$s_i - c$） $-\mathbb{E}\big[\beta_{DM}(m_j,\ m_i = \phi)\big]$ 随 $s_i$严格递增。 □

引理3的证明。给定任意 $p_j$、 $p_i$和$\hat{s}_j$，方程4告诉我们， $U(s_i、\ p_i、\ \hat{s}_j、\ p_j)$——回想一下，这是 $U(s_i、\ s_i、\ p_i、\ \hat{s}_j、\ p_j)$的简写——是 $i$在关于 $i$ 的中期信念 $s_i$ 下，对决策者信念的期望；而对于决策者，则是 $\eta(s_i、\ p_i、\ \pi)$。

引理的第1 部分可直接由Kartik、Lee和Suen(2021，定理1）的IVP定理推出。请注意，该定理的排序假设——似然比序先验和单调似然比实验——在二元状态下自动成立，本模型即属于这种情况。第1部分结论中的严格不等式成立，是因为 $j$的消息并未完全揭示状态。当且仅当 $j$的消息具有信息性时，弱不等式才成为严格不等式，即当且仅当$\hat{s}_j < s$。

–

关于引理的第2 部分，注意到，在$(\hat{s}_j, p_j)$ 下的消息是$(\hat{s}'_j, p'_j)$ 下消息的信息搅混，只要 $p'_j \geq p_j$ 且$\hat{s}'_j \leq \hat{s}_j$。为说明这一点，注意，在 $m'_j$ 下的任意消息$(\hat{s}'_j, p'_j)$ 都可以通过以下方式进行信息搅混，从而生成消息 $m_j$：

$$m_j = \begin{cases} \phi & \text{if } m'_j = \phi \text{ or } m'_j \in [\hat{s}'_j, \hat{s}_j), \\ m'_j \text{ with prob. } p_j/p'_j \text{ or } \phi \text{ with prob. } 1 - p_j/p'_j & \text{if } m'_j \geq \hat{s}_j. \end{cases}$$

在每个状态下，按上述方式构造的 $m_j$ 的分布，与发送者$j$在（$\hat{s}_j, p_j$）下的消息分布相同。IVP定理（Kartik、Lee和Suen，2021年，定理1）随后意味着，在信息性更强的（$\hat{s}'_j, p'_j$）下，$i$的预期后验信念比在（$\hat{s}_j, p_j$）下更接近 $s_i$。当且仅当两条消息的信息性相同，即当$\hat{s}'_j = \hat{s}_j$且$p'_j = p_j$ 或$\hat{s}_j = s$时，等号成立。

– □

**命题3的证明**。 回顾变换 $T(\beta_i,\ \mu_{DM},\ \mu_i)$，它来自（3）。该变换关于$\mu_{DM}$递增。 引理1 表明， $\eta(s_i,\ p_i,\ \pi)$ 关于 $p_i$递减。因此，发送者 $i$隐瞒任何候选阈值信号 $s_i$ （决策者正确预期该阈值）所获得的收益为

$$U(s_i, p_i, \hat{s}_j, p_j) = \mathbb{E}_{\hat{s}_j, p_j}\big[T(\beta(m_j, \hat{s}_j, p_j, s_i), \eta(s_i, p_i, \pi), s_i) \mid s_i\big],$$

其关于 $p_i$递减。披露所带来的收益 $s_i - c$不依赖于 $p_i$。因此， $p_i$ 的增加会使隐瞒在任何候选阈值下都变得不那么有吸引力。按照命题2证明中的同样论证，如果某个阈值在某个$p_i$下不是最佳回应，那么在任何更高的 $p_i$下也不是，因此，最大和最小的最佳回应阈值必然随 $p_i$递减。

接下来，我们讨论命题中列出的各部分。令 $\hat{s}_i^0$为 $c \leq 0$时单发送者博弈中唯一的均衡阈值，或 $c > 0$时最小的均衡阈值，其中 $i$。

第1部分：考虑 $c = 0$。那么， $\hat{s}_i^0$是 $\eta(\cdot, p_i, \pi)$ 的不动点。引理3（第1部分）推出$U(\hat{s}_i^0, p_i, \hat{s}_j, p_j) = \hat{s}_i^0$，因此 $\hat{s}_i^0 \in \hat{s}_i^{BR}(\hat{s}_j, p_i, p_j)$。我们声称不存在其他最优反应阈值。反设 $\hat{s}' > \hat{s}_i^0$ 且 $\hat{s}' \in \hat{s}_i^{BR}(\hat{s}_j, p_i, p_j)$。引理1推出$\eta(\hat{s}', p_i, \pi) < \hat{s}'$，继而引理3（第1部分）推出 $U(\hat{s}', p_i, \hat{s}_j, p_j) < \hat{s}'$。因此，发送者 $i$在信号 $\hat{s}'$处严格偏好披露，矛盾。对称的论证表明，$\hat{s}' < \hat{s}_i^0$意味着 $\hat{s}' \notin \hat{s}_i^{BR}(\hat{s}_j, p_i, p_j)$。

第二部分：现在考虑 $c < 0$。对于任意 $s_i > \hat{s}_i^0$，单发送者均衡条件意味着 $\eta(s_i, p_i, \pi) < s_i - c$。因此， $U(s_i, p_i, \hat{s}_j, p_j) \leq \max\{s_i, \eta(s_i, p_i, \pi)\} < s_i - c$，其中第一个不等式由引理3（第1部分）得出。故 $s_i \notin \hat{s}_i^{BR}(\hat{s}_j, p_i, p_j)$。此外， $\hat{s}_i^0 \in \hat{s}_i^{BR}(\hat{s}_j, p_i, p_j)$ 当且仅当 $\hat{s}_i^0 = s$ 或 $\hat{s}_j = s$；否则， $\hat{s}_i^0 \leq U(\hat{s}_i^0, p_i, \hat{s}_j, p_j) < \eta(\hat{s}_i^0, p_i, \pi) = \hat{s}_i^0 - c$（不等式由引理3第1部分得出，等式则由单发送者均衡条件得出），这与 $\hat{s}_i^0 \in \hat{s}_i^{BR}(\hat{s}_j, p_i, p_j)$ 矛盾。由此证明了命题的第2(i)部分。对于第2(ii)部分，注意，对于任意 $s_i \in \hat{s}_i^{BR}(\hat{s}_j, p_i, p_j)$，我们有 $s_i \leq \hat{s}_i^0$（如上所示），因此根据引理1和单发送者均衡条件，$\eta(s_i, p_i, \pi) > s_i$。根据引理3（第2部分），$\hat{s}_j$增加或 $p_j$ 减少会提高 $|U(s_i, p_i, \hat{s}_j, p_j) - s_i| = U(s_i, p_i, \hat{s}_j, p_j) - s_i$，即提高发送者 $i$ 的不披露收益。按照命题2证明中的相同论证，最大的和最小的最优反应阈值必定增加。

部分3：对于 $c > 0$ 的证明与上一部分完全对称，只需注意到 $s_i < \hat{s}_i^0$意味着 $s_i - c < \eta(s_i, p_i, \pi)$，因为$\hat{s}_i^0$被定义为最小的单发送者均衡阈值。

□

**命题命题4的证明**。首先考虑 $c \leq 0$。对于每个发送者 $i$，定义

$$w_i^{p_1,p_2,c}(\hat{s}_j) := \min\{\hat{s}_i \mid U(\hat{s}_i, p_i, \hat{s}_j, p_j) \leq \hat{s}_i - c\}.$$

（根据 $U$的连续性，最小值存在。）也就是说， $w^{p_1,}{}_i{}^{p_2\,c}(\cdot)$ 给出了最小的最佳回应：$\hat{s}_i^{BR}(\hat{s}_j, p_i, p_j)$中的最小元素。令 $w^{p_1,p_2,c} := (w^{p_1,}{}_1{}^{p_2\,c}, , w^{p_1,}{}_2{}^{p_2\,c}, )$，其中 $w^{p_1,}{}_1{}^{p_2\,c}$,取决于$\hat{s}_2$，而 $w^{p_1,}{}_2{}^{p_2\,c}$,取决于$\hat{s}_1$。根据命题3， $w^{p_1,p_2}$ 在 $[s, s]^2$上递增。根据塔斯基不动点定理的

不动点定理，最小不动点

$$\mathbf{s}_*(p_1,p_2,c) := \min\{(\hat{s}_1,\hat{s}_2) \mid w^{p_1,p_2,c}(\hat{s}_1,\hat{s}_2) \le (\hat{s}_1,\hat{s}_2)\}$$

存在。我们证明，s*(p1, p2, c) 是最小均衡阈值对，即最佳响应对应 (ˆ$s_i^{BR}$, ˆ$s_j^{BR}$) 的最小不动点。令 s 为任意均衡。由于每个发送者的阈值都是最佳回应，因此有 $w$(s) ≤ s。 $w$ 的单调性意味着 $w$(s* ∧ s) ≤ $w$(s) ≤ s，且 $w$(s* ∧ s) ≤ $w$(s*) ≤ s*，其中 s ∧ s′ := (min{$s_1, s_1'$}, min{$s_2, s_2'$})。因此， $w$(s* ∧s) ≤ s* ∧s。根据 s* 的定义，s* ≤ s* ∧ s，这意味着 s* ≤s。

根据命题3，每个 $w^{p_1,i}{}^{p_2\ c}$，都随 $p_1$ 和 $p_2$ 递减，并随 $c$递增。标准的单调比较静态分析（例如 Milgrom and Roberts，1990，定理 6）表明，s*(p1, p2, c) 随 $p_1$ 和 $p_2$ 递减，并随 $c$ 递增。仿照上述论证，但改用 $w^{p_1,i}{}^{p_2\ c}$, (ˆ$s_j$) := sup{ˆ$s_i$ | $U$(ˆ$s_i, p_i$, ˆ$s_j, p_j$) ≥ ˆ$s_i - c$}，而非 $w^{p_1,i}{}^{p_2\ c}$, ,—可知最大均衡 s*(p1, p2, c) 也随每个 $p_i$ 递减，并随 $c$递增。

对于 $c > 0$，令 $y_j$:= −ˆ$s_j$，并定义 $\tilde{w}^{p_i,\ p_j,\ c}$为 $[s,\bar{s}] \times [-\bar{s},-s]$ 上的自映射，定义如下：

$$\tilde{w}^{p_i,p_j,c}(\hat{s}_i, y_j) := (w_i^{p_i,p_j,c}(-y_j), -\overline{w}_j^{p_i,p_j,c}(\hat{s}_i)).$$

根据命题3， $w^{p_i}$、$_i{}^{p_j\ c}$和 $w^{p_i}$、$_j{}^{p_j\ c}$均随各自的每个参数递减；结合 $\tilde{w}^{p_i}$、$_{p_j}$、$^c$定义中的符号变化，可知 $\tilde{w}^{p_i}$、$_{p_j}$、$^c$ 单调递增。 $\tilde{w}^{p_i}$、$_{p_j}$、$^c$ 的最小不动点使 (ˆ$s_i, y_j$) ≡ (ˆ$s_i$, −ˆ$s_j$) 最小化，即在最大化 ˆ$s_j$的同时最小化 ˆ$s_i$ ，因此它是 $j$-最大均衡。命题3已证明 $w^{p_i}$、$_i{}^{p_j\ c}$ 随 $p_i$递减，而 $w^{p_i}$、$_j{}^{p_j\ c}$ 随 $p_i$递增；因此， $\tilde{w}^{p_i}$、$_{p_j}$、$^c$ 的两个分量均随 $p_i$递减。单调比较静态意味着最小不动点随 $p_i$递减。关于 $i$-最大均衡的论证类似，只需交换 $i$ 和 $j$的角色。

最后，我们注意到，较低的披露成本 $c > 0$ 对均衡阈值的影响并不明确：它会同时降低 $w^{p_i}$、$_i{}^{p_j\ c}$、和 $w^{p_i}$、$_j{}^{p_j\ c}$，因此 $\tilde{w}^{p_i}$、$_{p_j}$、$^c$ 的第一部分减少，而第二部分增加。例 2在补充附录表明，任一影响都可能占主导地位，而且对决策者福利的启示也可能截然不同。

□

**注释1**。这里是 t 方程方程6的推导。对2）关于 $\rho$ 求导可得

（采用前文提到的记号调整 方程6）：

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial\rho}\eta(\hat{s},\rho) &= \frac{p}{1-p+pF^{\rho}(\hat{s})}\left[\int_{\underline{s}}^{\hat{s}} s\frac{\partial}{\partial\rho}f^{\rho}(s)\mathrm{d}s - \eta(\hat{s},\rho)\frac{\partial}{\partial\rho}F^{\rho}(\hat{s})\right] \\ &= \frac{p}{1-p+pF^{\rho}(\hat{s})}\int_{\underline{s}}^{\hat{s}}(s-\eta(\hat{s},\rho))\frac{\partial}{\partial\rho}f^{\rho}(s)\mathrm{d}s \qquad (7) \\ &= \frac{p}{1-p+pF^{\rho}(\hat{s})}\left[(\hat{s}-\eta(\hat{s},\rho))\frac{\partial}{\partial\rho}F^{\rho}(\hat{s}) - \int_{\underline{s}}^{\hat{s}}\frac{\partial}{\partial\rho}F^{\rho}(s)\mathrm{d}s\right],\end{aligned}$$

其中，第二个等号用到了 $\frac{\partial}{\partial\rho}F^{\rho}(\hat{s}) = \int_{s}^{\hat{s}}\frac{\partial}{\partial\rho}f^{\rho}(s)\mathrm{d}s$，第三个等号用到了分部积分和 $F^{\rho}(\underline{s}) = 0$。 ◇

**备注2**。 我们正式证明，递减似然比性质确保当 6 为负，其中 $\hat{s} \equiv \hat{s}_i \in (\underline{s}, \pi)$。令 $L^{\rho}(\hat{s}) := \mathbb{E}_{F^{\rho}}[s \mid s < \hat{s}]$，并注意到

$$\begin{aligned}\operatorname{sign}\left[\frac{\partial}{\partial\rho}\eta(\hat{s},\rho)\right] &= \operatorname{sign}\left[\int_{\underline{s}}^{\hat{s}}(s-\eta(\hat{s},\rho))\frac{\partial}{\partial\rho}f^{\rho}(s)\mathrm{d}s\right] \\ &= \operatorname{sign}\left[\int_{\underline{s}}^{\hat{s}}(s-L^{\rho}(\hat{s}))\frac{\partial}{\partial\rho}f^{\rho}(s)\mathrm{d}s + (L^{\rho}(\hat{s})-\eta)\frac{\partial}{\partial\rho}F^{\rho}(\hat{s})\right] \\ &= \operatorname{sign}\left[F^{\rho}(\hat{s})\frac{\partial}{\partial\rho}L^{\rho}(\hat{s}) + (L^{\rho}(\hat{s})-\eta(\hat{s},\rho))\frac{\partial}{\partial\rho}F^{\rho}(\hat{s})\right], \qquad (8)\end{aligned}$$

其中，第一个等式来自注释1中的（7）；第二个等式加上并减去 $L^{\rho}(\hat{s})$，并利用 $\frac{\partial}{\partial\rho}F^{\rho}(\hat{s}) = \int_{s}^{\hat{s}}\frac{\partial}{\partial\rho}f^{\rho}(s)\mathrm{d}s$；第三个等式则由计算 $\frac{\partial}{\partial\rho}L^{\rho}(\hat{s})$ 得出。由于 $\hat{s} < \pi$，我们有 $\frac{\partial}{\partial\rho}F^{\rho}(\hat{s}) > 0$（根据旋转性质），且 $L^{\rho}(\hat{s}) < \pi$（根据$L^{\rho}$的定义）。后一个不等式意味着 $L^{\rho}(\hat{s}) < \eta(\hat{s},\rho)$，因为不披露信念是 $L^{\rho}(\hat{s})$ 与 $\pi$ 的加权平均。因此，$(L^{\rho}(\hat{s}) - \eta(\hat{s},\rho))\frac{\partial}{\partial\rho}F^{\rho}(\hat{s}) < 0$。所以，如果 $\frac{\partial}{\partial\rho}L^{\rho}(\hat{s}) < 0$，则（8）为负。递减似然比性质确保了这一不等式，因为它意味着当 $\rho$ 增大时，$[s,\hat{s}]$ 上的信号条件分布随机占优（一阶意义）。事实上，只要较高的 $\rho$ 在 $[s,\pi]$ 上导致反向风险率占优即可，因为这等价于相关范围内所有阈值上的条件随机占优（Shaked and Shanthikumar，2007，第37页，（1.B.43））。◇

### A.2. 福利示例

本附录部分通过两个例子，证实了推论1（第3部分）和命题4（第2部分）的结论，这两个例子均涉及披露成本。例1表明，与单独面对任一发送者相比，决策者面对两个发送者时的处境可能严格更差；而例 2 则表明

面对两个发送者时，决策者福利可能随披露成本变化而呈非单调变化。这些例子的结论验证细节见补充附录。

**例1**。 先验为 $\pi = 1/2$。信息结构由 $\gamma \in (1/2,\ 1)$ 和 $\delta \in (0,\ 1)$ 参数化。共有四个信号，[18] 其在各状态下的条件概率如下：

| | $\underline{s}$ | $s^l$ | $s^h$ | $\overline{s}$ |
|---|---|---|---|---|
| $\omega = 0$ | $1-\delta$ | $\gamma\delta$ | $(1-\gamma)\delta$ | $0$ |
| $\omega = 1$ | $0$ | $(1-\gamma)\delta$ | $\gamma\delta$ | $1-\delta$ |

.

存在披露成本 $c > 0$。决策者选择行动 $a \in [0,1]$ 以最大化 $-(a-\omega)^2$。

由于我们将信号与状态1上的后验概率等同，

$$\underline{s} = 0 < s^l = 1-\gamma < 1/2 < s^h = \gamma < \overline{s} = 1.$$

由于该例中的信号是离散的，阈值发送者策略现在可能需要在某个信号处进行随机化；有了这一点说明，均衡仍必须属于阈值策略。注意，无论存在一个还是两个发送者，也无论他们是向上偏误还是向下偏误，任何发送者在任何均衡中都必须隐瞒对其最不利的两个信号（即，若为向上偏误，则为 $s$ 和 $s^l$；若为向下偏误，则为 $s^h$ 和 $s$），这是因为 $s^l < \pi < s^h$。还要注意，由于问题具有对称性，单个发送者下最佳均衡中的决策者收益并不取决于该发送者偏差的方向。

现在，我们将参数具体设为 $\gamma = 0.7$、 $\delta = 0.7$、 $p_1 = p_2 = 0.8 \equiv p$和 $c = 0.36$。

**结论 1.1.** 只有一位向上偏置的发送者时，决策者的最佳均衡是：发送者披露 $s^h$ 和 $s$，隐瞒 $s$ 和 $s^l$。决策者在此均衡中的期望收益为$-0.1864$。

**结论 1.2.** 有两位偏置方向相反的发送者时，唯一均衡是每位发送者都披露对自己最有利的信号，并隐瞒另外三个信号。决策者在此均衡中的期望收益为 $-0.19$。

因此，最佳单发送者均衡下的决策者福利，严格高于两位偏向相反的发送者所形成的唯一均衡下的决策者福利。 ◇

[18]尽管这违反了我们关于信号连续的既定假设，但可以对这个例子稍作扰动，使信号变为连续，同时保留这一结论。

**例 2.** 现在将例1的成本提高到 $c = 0.38$，其他所有参数保持不变。

**命题 2.1**。 当 $c = 0.38$ （其他参数均与 例1相同）时，存在一种均衡，使决策者的福利等于她在单发送者基准下最佳均衡中的福利。因此，较高的披露成本可以提高两个发送者情形下最佳均衡中的决策者福利。

显然，如果成本 $c$ 足够高，那么唯一的均衡是两个发送者都不披露信息，这会使决策者的福利低于例1中的双发送者均衡。因此，两个发送者情形下决策者的福利（在其最佳均衡中）可能随披露成本呈非单调变化。 ◇

最后，虽然我们省略验证过程，但要指出的是，例1的参数可以修改，从而证明，与单独面对任一发送者相比，决策者面对两个具有相同偏向的发送者时，福利可能严格更低。用参数 $\gamma = 0.8$， $\delta = 0.7$， $p_1 = p_2 = 0.4$， $c = 0.385$即可验证。关键在于，例1 所传达的结论并不依赖于发送者具有相反方向的偏向。

### A.3. 完全相关信号

发送者拥有条件独立信号这一假设对我们的分析至关重要，因为它使我们能够应用Kartik、Lee和Suen (2021) 的 IVP 结果。

现在考虑截然相反的情形：知情发送者的信号完全相关，并且为简化起见，不存在消息成本（$c = 0$）。具体而言，只有一个信号 $s$，其取自分布 $F(s|\omega)$，且每个发送者 $i$ 都以相互独立的概率 $s$ 获知 $p_i$，否则就仍未获信息。这种设定实质上等同于Bhattacharya 和 Mukherjee (2013) 所说的“极端议程”情形。[19]

如果两个发送者的偏向方向相同，则该模型可以映射为一个单发送者问题，其中发送者以 $p_1 + p_2 - p_1p_2 > \max\{p_1, p_2\}$.[20] 的概率获得信息。

[19]他们允许发送者的效用函数为非线性；以下讨论并不依赖于线性假设。注意，Bhattacharya 和 Mukherjee (2013) 和我们一样，假设发送者是否获知信息与另一位发送者相互独立；关于相关信息禀赋，参见 Bhattacharya、Goltsman 和 Mukherjee (2018)。[20]完全相关意味着只有一个相关的不披露信念，即两位发送者都不披露时的信念。偏向相同的发送者必须采用相同的均衡阈值。给定任意这样的阈值，不披露信念的计算方式与（2）相同（假设存在向上偏差），但将 $1 - p$ 替换为两位发送者均未获信息的概率，即 $(1 - p_1)(1 - p_2)$。

命题2 进而意味着，当增加一位发送者时，每位发送者都会披露更多信息；因此，决策者有两个发送者时总是更有利。

理解为何我们的无关性结果（命题3第1部分）不再成立，是很有启发性的。假设两个发送者都存在向上偏差且彼此对称（$p_1 = p_2 \equiv p$）。令 $\hat{s}^0$ 表示共同的单一发送者阈值，因此 $\eta(\hat{s}^0, p, \pi) = \hat{s}^0$。加入发送者 $j$，并假设他也会披露所有不低于 $\hat{s}^0$ 的信号时，发送者 $i$ 的类型 $\hat{s}^0$ 若选择隐瞒，便不再预期决策者的信念会是 $\hat{s}^0$。相反，他预期决策者的信念会严格更低：若 $j$ 已获信息，决策者的信念将是 $\hat{s}^0$；但若 $j$ 未获信息，由于两个发送者而非一个发送者不披露，决策者的信念会严格更低。这使类型 $\hat{s}^0$ 严格偏好披露。从运用 Kartik、Lee和 Suen（2021）的 IVP结果（如引理3所示）的角度来看，关键在于，在信号相关时，当一个知情发送者 $i$ 隐瞒，发送者 $i$ 与决策者对 $j$ 的消息所产生的实验并无共识。因此，即使决策者的不披露信念等于 $i$ 对状态的信念，$i$ 对决策者后验信念的期望仍可能不同。

有趣的是，当发送者具有相反偏向时，完全相关信号下的福利结论截然不同。以下命题表明，每位发送者披露的信息都严格少于其在单发送者博弈中的披露量。

**命题6**。 假设信号完全相关、消息成本为零，且两个发送者具有相反偏向。那么，每位发送者披露的信息都严格少于其在单发送者博弈中的披露量。

证明。我们对向上偏置的发送者进行证明；对另一位发送者的论证是对称的。设发送者1向上偏置，发送者2向下偏误。令 $\hat{s}_1^0$ 表示单发送者阈值，即 $\eta(\hat{s}_1^0) = \hat{s}_1^0$，这里我们省略了 $\eta$对 $p_1$的依赖。将 $\eta(\hat{s}_1, \hat{s}_2)$记为双发送者博弈中的不披露信念（即两位发送者都不披露时的信念），其中两位发送者所采用的阈值分别为 $\hat{s}_1$ 和 $\hat{s}_2$。尽管决策者的更新不可分离，但显然有 $\eta(\hat{s}_1, \hat{s}_2) \geq \eta(\hat{s}_1)$，且当且仅当 $\hat{s}_2 = s$ 时等号成立。这是因为不披露事件是以下两种情形的并集：(i) $m_1 = m_2 = \phi$ 和 $s_2 = \phi$；以及(ii) $m_1 = m_2 = \phi$ 和 $s_2 > \hat{s}_2$。在第一种情形下，决策者的后验信念为 $\eta(\hat{s}_1)$；在第二种情形下，后验信念更高（当 $\hat{s}_2 > s$时严格更高）。由于对所有 $\hat{s}_1 \leq s_1^0$都有 $\eta(\hat{s}_1) \geq \hat{s}_1$，因此对任意 $\hat{s}_2 > s$，如果决策者推测阈值为 $(\hat{s}_1, \hat{s}_2)$，那么信号为 $s_1 = \hat{s}_1$ 的发送者1严格偏好不披露而非披露。因此，由于在任何均衡中发送者2采用的阈值都严格大于 $s$，任何均衡中发送者1的阈值都严格大于 $\hat{s}_1^0$。

–

□

因此，尽管没有消息成本且信息的可获得性有所提高，整体上的

闭包在 Blackwell 意义上并不比任一单发送者问题中的情况更具信息性。因此，存在某些决策者偏好，使得她严格偏好只面对任一发送者，而非同时面对两者。这意味着，在替代性的决策者偏好下，Bhattacharyaand Mukherjee(2013) 中推论 2 的福利结论可能会反转。

一般而言，对于任意消息成本 $c$，内部均衡 $(\hat{s}_1, \hat{s}_2)$ 要求

$$\Pr[m_2 \neq \phi \mid s_1 = \hat{s}_1, \hat{s}_2]\hat{s}_1 + \Pr[m_2 = \phi \mid s_1 = \hat{s}_1, \hat{s}_2]\eta(\hat{s}_1, \hat{s}_2) = \hat{s}_1 - c,$$

或者等价地,

$$(\hat{s}_1 - \eta(\hat{s}_1, \hat{s}_2)) = \frac{c}{\Pr\left[m_2 = \phi \mid s_1 = \hat{s}_1, \hat{s}_2\right]}.$$

因此，当 $c \geq 0$时，利用 $\eta(\hat{s}_1, \hat{s}_2) > \eta(\hat{s}_1)$ (由于 $\hat{s}_2$具有内部性，因此严格成立），可推出 $\hat{s}_1 > \eta(\hat{s}_1)$。此外，对于任意 $c \geq 0$，存在一个均衡，使得 $\hat{s}_1$ 不小于最大的单发送者均衡；这与 Emons and Fluet（2019）的发现一致：当存在披露成本（$c > 0$）时，决策者可能因禁止一名发送者而获益。对于隐瞒成本 $(c < 0)$，两个发送者与一个发送者情形下均衡阈值之间的比较是不明确的。

### A.4. 非线性效用函数

要直接应用 Kartik、Lee和Suen（2021）的IVP结果，另一个重要假设是每个发送者都具有线性偏好。更一般地，假设发送者 $i$的效用由某个函数 $V_i(\beta_{DM})$给出。发送者 $i$的披露的比较静态取决于

$$\mathbb{E}\left[V_i(T(\beta_i, \mu_{DM}, \mu_i))\right] - \mathbb{E}\left[V_i(\beta_i)\right] \tag{9}$$

在 Blackwell 可比较实验之间有所不同，其中期望是针对后验信念$\beta_i$，并使用 $i$的信念，而 $T(\cdot)$是式（3）中的变换。当 $V_i(\cdot)$为线性时，式（9）中的第二项在不同实验之间保持不变，而IVP结果告诉我们，第一项变化的符号由 $\mu_i - \mu_{DM}$的符号决定，即中期信念之间的分歧。对于任意的 $V_i(\cdot)$，都无法从式（9）中得到明确的比较静态。不过，由于 $T(\beta_i, \mu, \mu) = \beta_i$对任意 $\beta_i$和 $\mu$均成立，我们无关性结果背后的逻辑具有相当普遍的适用性:

**命题 7.** 如果 $c = 0$ 和 $V_i(\cdot)$ 严格单调，那么无论 $j$采用何种披露策略， $i$ 的最优反应阈值都与他作为单个发送者时相同。

证明。记 $r := \frac{1-\mu_{DM}}{\mu_{DM}} \frac{\mu_i}{1-\mu_i}$，并定义 $W(\beta, r) := V_i(T(\beta, r)) - V_i(\beta)$，其中 $T(\beta, r) := \frac{\beta}{\beta + (1-\beta)r}$ 是 $T(\beta, \mu_{DM}, \mu_i)$ 的简写。当 $V_i(\cdot)$ 严格单调且 $c = 0$ 时，$i$ 的最优反应阈值必须满足 $\mathbb{E}[W(\cdot, r)] = 0$；此时，$r$ 由 $i$ 的阈值类型和决策者的不披露信念决定。

当 $r = 1$ 时，对于任意 $\beta$，都有 $T(\beta, 1) = \beta$，因此 $W(\beta, 1) = 0$。由于对于所有内部的 $\beta$，$T(\beta, r)$ 关于 $r$ 严格递减，任何非完全信息性的实验都有 $\mathbb{E}[W(\cdot, r)] = 0$，当且仅当 $r = 1$。因此，无论 $j$ 采取何种披露策略（只要该策略不是完全信息性的——而由于 $p_j < 1$，它不可能是完全信息性的），$i$ 的最优反应阈值都满足 $r = 1$，即决策者的不披露信念等于 $i$ 的阈值类型。但这与单发送者博弈中的条件相同。

□

当 $c \neq 0$ 时，关于 $V_i(\cdot)$ 存在一些非线性设定，使得我们关于隐瞒成本下策略互补性或披露成本下替代性的论点仍然成立；另一些设定则会使结论变得模糊，甚至完全相反。我们在补充附录中通过一族幂效用函数对此加以说明。

## 参考文献


ACHARYA, V. V., P. DEMARZO, 和 I. KREMER（2011年）：“内生信息流与公告聚集”，《美国经济评论》，101，2955–79。

AGRANOV, M. 和 P. DETKOVA（2025年）：“我们如何看待他人更新信念：一项实验”，未发表。

ALONSO, R. 和 O. C ˆAMARA（2016）：“异质先验下的贝叶斯说服”，《经济理论杂志》，165，672–706。

AU, P. H. 和 K. KAWAI（2020年）：“多个发送者的竞争性信息披露”，《博弈与经济行为》，119，56–78。

AUMANN, R. J.（1976年）：“同意彼此意见不同”，《统计年刊》，4，1236–1239。

BATTAGLINI, M.（2002年）：“多重推荐与多维廉价磋商”，*Economet-rica*，70，1379–1401。

BHATTACHARYA, S., M. GOLTSMAN 和 A. MUKHERJEE（2018）：“说服博弈中多元专家小组的最优性”，《博弈与经济行为》，107，345–363。

BHATTACHARYA, S. 和 A. MUKHERJEE（2013）：“专家竞相影响他人时的策略性信息披露”，《兰德经济学杂志》，522–544。BOURJADE, S. 和 B. JULLIEN（2011）：“声誉与透明度对有偏见专家行为的作用”，《兰德经济学杂志》，42，575–594。CARLIN, B. I., S. W. DAVIES 和 A. IANNACCONE（2012）：“竞争、比较表现与市场透明度”，《美国经济学期刊：微观经济学》，4，202–37。DAHM, M., P. GONZALES 和 N. PORTEIRO（2009）：“试验、伎俩与透明度：披露规则如何影响临床知识”，《健康经济学杂志》，28，1141–1153。DAUGHETY, A. 和 J. REINGANUM（2018）：“检察官压制证据：违反*Brady* 规则”，《法律、经济学与组织杂志》，34，475–510。DEMARZO, P. M., I. KREMER 和 A. SKRZYPACZ（2019）：“测试设计与最低标准”，《美国经济评论》，109，2173–2207。DEWATRIPONT, M. 和 J. TIROLE（1999）：“倡导者”，《政治经济学杂志》，107，1–39。DRANOVE, D. 和 G. Z. JIN（2010）：“质量披露与认证：理论与实践”，《经济文献杂志》，48，935–63。DYE, R. A.（1985）：“非专有信息披露”，《会计研究杂志》，23，123–145。———（2017）：“存在不披露处罚时的最优披露”，《兰德经济学杂志》，48，704–732。ECHENIQUE, F.（2002）：“自适应动力学与对应原理下的比较静态”，《计量经济学》，70，833–844。ELLIOTT, M., B. GOLUB 和 A. KIRILENKO（2014）：“更好的信息如何会扭曲专家建议”，《美国经济评论》，104，463–468。EMONS, W. 和 C. FLUET（2019）：“具有报告成本的策略性沟通”，《理论与决策》，87，341–363。GALPERTI, S.（2019）：“说服：改变世界观的艺术”，《美国经济评论》，109，996–1031。

GENTZKOW, M. 和 E. KAMENICA（2014）：“高成本说服”，《美国经济评论》，104，457–462。———（2017）：“说服中的竞争”，《经济研究评论》，84，300–322。GROSSMAN, S. J. 和 O. D. HART（1980）：“信息披露法与收购要约”，《金融学杂志》，35，323–334。HAGENBACH, J.、F. KOESSLER 和 E. PEREZ-RICHET（2014）：“可认证的前置沟通：完全披露”，《计量经济学》，82，1093–1131。JOHNSON, J. P. 和 D. P. MYATT（2006）：“广告、营销与产品设计的简单经济学”，《美国经济评论》，96，756–784。JOVANOVIC, B.（1982）：“信息的真实披露”，《贝尔经济学杂志》，13，36–44。JUNG, W.-O. 和 Y. K. KWON（1988）：“当市场不确定管理者的信息禀赋时的披露”，《会计研究杂志》，26，146–153。KARTIK, N.、F. X. LEE 和 W. SUEN（2017）：“有偏见的专家对可隐匿信息的投资”，《兰德经济学杂志》，48，24–43。———（2021）：“信息验证先验：关于贝叶斯更新及其应用的定理”，《美国经济评论：洞见》，3，165–82。KRISHNA, V. 和 J. MORGAN（2001）：“专业知识模型”，《经济学季刊》，116，747–775。LIPMAN, B. L. 和 D. J. SEPPI（1995）：“具有部分可证性的沟通博弈中的稳健推断”，《经济理论杂志》，66，370–405。MARINOVIC, I. 和 F. VARAS（2016）：“没有消息就是好消息：诉讼面前的自愿披露”，《兰德经济学杂志》，47，822–856。MATTHEWS, S. 和 A. POSTLEWAITE（1985）：“质量测试与披露”，《兰德经济学杂志》，16，328–340。MILGROM, P.（2008）：“卖方不会告诉你的事：市场中的说服与披露”，《经济学展望杂志》，22，115–131。

MILGROM, P. 和 J. ROBERTS（1986）：“依赖利益相关方的信息”，《兰德经济学杂志》，17，18–32。———（1990）：“具有策略互补性的博弈中的可理性化、学习与均衡”，《计量经济学》，58，1255–1277。MILGROM, P. R.（1981）：“好消息与坏消息：表示定理及其应用”，《贝尔经济学杂志》，12，380–391。OKUNO-FUJIWARA, M.、A. POSTLEWAITE 和 K. SUZUMURA（1990）：“策略性信息披露”，《经济研究评论》，57，25–47。SHAKED, M. 和 J. G. SHANTHIKUMAR（2007）：随机序，施普林格统计学丛书，纽约：施普林格。SHAVELL, S.（1994）：“出售前的信息获取与披露”，《兰德经济学杂志》，25，20–36。SHIN, H. S.（1998）：“仲裁中的对抗式与纠问式程序”，《兰德经济学杂志》，29，378–405。SOBEL, J.（1989）：“对证据开示规则的分析”，《法律与当代问题》，52，133–159。《纽约时报》（2015）：“本田因违反安全法被罚款”，http://nyti.ms/1yFNVUa。VERRECCHIA, R. E.（1983）：“自主性披露”，《会计与经济学杂志》，5，179–194。

# 补充附录

## B. 非线性效用

本附录扩展了附录 A.4中的讨论。具体而言，我们通过一族幂效用函数，说明发送者的效用 $V_i(\beta_{DM})$偏离线性时，我们的主要结论会受到怎样的影响。

为此，定义

$$W(\beta, r) := V_i(T(\beta, r)) - V_i(\beta), \tag{10}$$

与命题 7 的证明中一样；此处，$r \equiv \frac{1-\mu_{DM}}{\mu_{DM}} \frac{\mu_i}{1-\mu_i}$是中期信念 $\mu_{DM}$与 $\mu_i$之间分歧的度量，而 $T(\beta, r) \equiv \frac{\beta}{\beta + (1-\beta)r}$是变换$T(\beta, \mu_{DM}, \mu_i)$（来自式（3））的简写。在存在披露成本（$c > 0$）时，相关情形是：若发送者存在向上偏误（在本例中，阈值发送者类型的信念必须高于决策者的不披露信念），则为 $r > 1$；若发送者存在向下偏误，则为 $r < 1$。在存在隐瞒成本（$c < 0$）时，若发送者存在向上偏误，则相关情形为 $r < 1$；若发送者存在向下偏误，则为 $r > 1$。

在以下命题中，我们称向上偏置的发送者 $i$ 的披露相对于 $j$ 的披露是策略替代（分别为策略互补），当 $j$ 的消息更具 Blackwell 信息性时，$i$ 的最大和最小最佳回应披露阈值上升（分别为下降）。

**命题 8。** 假设 $V_i(\beta) = \gamma\beta^\alpha$，其中或者 $\gamma$、$\alpha > 0$，或者 $\gamma$、$\alpha < 0$，因此发送者 $i$ 存在向上偏差。那么 $i$ 的披露是：

*1.* 在披露成本下，如果 $0 < \alpha \leq 1$ 和 $\gamma > 0$，则相对于 $j$ 的披露是策略替代；*2.* 在足够小的隐瞒成本下，如果 $0 < \alpha \leq 1$ 和 $\gamma > 0$，则相对于 $j$ 的披露是策略互补；[21] *3.* 在披露成本下，如果 $\alpha < -1$ 和 $\gamma < 0$，则相对于 $j$ 的披露是策略互补；*4.* 在隐瞒成本下，如果 $\alpha < 0$ 和 $\gamma < 0$，则相对于 $j$ 的披露是策略替代。

部分1 和2 的命题 8分别将命题3的第2 和第3 部分推广到某些非线性偏好（且在第2部分中，隐瞒成本须足够低）。命题 8 的第3 和第4 部分则表明，对于其他非线性偏好，我们关于隐瞒成本下的策略互补性和披露成本下的策略替代性的发现可能会反转

[21]隐瞒成本足够低意味着 $c < 0$ 足够接近 0，从而使 引理 4 的第 2 部分中的中期分歧条件成立。注意，当 $c \to 0$ 时，$i$ 的所有最佳回应阈值都一致收敛于唯一的单发送者均衡阈值（此时 $r = 1$），因此当 $r$ 足够小时，可以确保 $|c|$ 处于相关范围内。

偏好。请注意，对于向下偏置的发送者，类比时必须谨慎，因为分歧的方向会反转。如果 $V_i(\beta) = -\gamma\beta^\alpha$，那么在上述各部分中，“披露成本”和“隐瞒成本”应互换。

鉴于附录 A.4 首段中的讨论，并遵循正文中引理3之后给出的逻辑，命题 8 可由以下引理直接推出。回想一下，披露成本对应于 $r > 1$，而隐瞒成本对应于$r < 1$。

**引理 4**。若 $V_i(\beta) = \beta^\alpha$，则 $W(\beta, r)$ 由 (10) 定义，为：

*1.* 若 $0 < \alpha \leq 1$且 $r > 1$，则关于 $\beta$ 为凸；
*2.* 若 $0 < \alpha \leq 1$ 且 $\frac{1-\alpha}{1+\alpha} < r < 1$，则关于 $\beta$ 为凹；*3.* 若 $\alpha < -1$且 $r > 1$，则关于 $\beta$ 为凸；
*4.* 若 $\alpha < 0$且 $r < 1$，则关于 $\beta$ 为凹。

**引理 4 的证明**。按照惯例，用下标表示偏导数，我们计算得$W_{\beta\beta}(\cdot)$等于

$$V_i''\left(\frac{\beta}{\beta+(1-\beta)r}\right)\left(\frac{r^2}{(\beta+(1-\beta)r)^4}\right)+V_i'\left(\frac{\beta}{\beta+(1-\beta)r}\right)\left(\frac{2r(r-1)}{(\beta+(1-\beta)r)^3}\right)-V_i''(\beta).$$

代入 $V_i(\beta) = \beta^\alpha$ 并进行一些代数运算可知，$W_{\beta\beta}(\cdot)$ 与以下表达式同号：

$$\alpha\left[(1-\alpha)+\frac{r(2\beta(r-1)-r(1-\alpha))}{(\beta+(1-\beta)r)^{\alpha+2}}\right] =: H(\beta,\alpha,r).$$

注意到 $H(0,\alpha,r) = \alpha(1-\alpha)(1-r^{-\alpha})$，因此若 $\alpha < 1$ 且 $\alpha \neq 0$，则 $\text{sign}[H(0,\alpha,r)] = \text{sign}[r-1]$。求导可得

$$H_\beta(\cdot) = \frac{\alpha(\alpha+1)(r-1)r(\alpha r+2\beta(r-1))}{(\beta+(1-\beta)r)^{\alpha+3}}.$$

现在考虑五种情况；它们对应于引理中的列举，不过最后两种情况合在一起证明了引理的4部分。

1. 假设 $0 < \alpha \leq 1$ 且 $r > 1$。则 $H(0,\alpha,r) \geq 0$ 且 $H_\beta(\cdot) > 0$，因此对于所有 $\beta \in (0,1)$，$H(\beta,\alpha,r) > 0$。

2. 假设 $0 < \alpha \leq 1$ 和 $\frac{1-\alpha}{1+\alpha} < r < 1$。则 $H(0,\alpha,r) = \alpha(1-\alpha)(1-r^{-\alpha}) \leq 0$。将 $H(1,\alpha,r) = \alpha\left[(1-\alpha)+r^2(1+\alpha)-2r\right]$ 视为 $r$ 的函数，其根为 $r = 1$ 和 $r = \frac{1-\alpha}{1+\alpha}$；

由于 $H(1,\alpha,r)$ 关于 $r$是凸函数，因此它在两根之间为负，所以在指定范围内， $H(1,\alpha,r)$ $<0$，其中 $r$。此外，$\text{sign}[H_\beta(\cdot)] = \text{sign}[2\beta(1-r) - \alpha r]$；因此，由于表达式 $2\beta(1-r)$ $-\alpha r$ 在 $\beta = 0$ 处为负，且随 $\beta$递增， $H(\cdot,\alpha,r)$ 的任何内部临界点都是极小值。由此可知，对所有 $\beta \in (0,1)$， $H(\beta,\alpha,r) < 0$。

3. 假设 $\alpha < -1$ 和 $r > 1$。那么 $H(0, \alpha, r) > 0$ 且

$$H(1,\alpha,r) = \alpha(r-1)(\alpha - 1 + r(1+\alpha)) > 0.$$

我们将证明， $H_\beta(\beta, \alpha, r) = 0$ 意味着 $H(\beta, \alpha, r) > 0$；结合前两个不等式，可得 $H(\cdot)$ $> 0$。因此，假设 $H_\beta(\beta, \alpha, r) = 0$，这在 $\beta = \frac{\alpha r}{2(1-r)}$ 时成立，从而推出 $\alpha \in (-2, -1)$ 和 $r \geq \frac{2}{2+\alpha}$（因为 $\beta \leq 1$ 和 $\alpha < -1$）。此外，

$$H\left(\frac{\alpha r}{2(1-r)}, \alpha, r\right) = \alpha\left[1 - \alpha - r^2\left(\frac{2}{r(\alpha+2)}\right)^{\alpha+2}\right].$$

上述表达式关于 $r$ 的导数为 $\alpha^2\left(\frac{2}{\alpha+2}\right)^{\alpha+2} r^{-\alpha-1}$，在 $\alpha \in (-2, -1)$ 和 $r > \frac{2}{\alpha+2} > 2$的条件下严格为正。此外，代入$r = 2$后，该表达式化简为 $\alpha\left[1 - \alpha - \frac{4}{(\alpha+2)^{\alpha+2}}\right]$。对于 $\alpha \in (-2, -1)$，括号中的项为负，因为 $(\alpha+2)^{\alpha+2} < 1$意味着 $4(\alpha+2)^{\alpha+2} > 4$，而 $1 - \alpha < 3$。由于 $\alpha < 0$，我们有 $H\left(\frac{\alpha r}{2(1-r)}, \alpha, r\right) > 0$，证毕。

4. 假设 $-1 \leq \alpha < 0$ 和 $0 \leq r < 1$。那么 $H(0, \alpha, r) < 0$ 且 $H_\beta(\cdot) \leq 0$，因此，对于所有 $\beta \in (0, 1)$，$H(\beta, \alpha, r) < 0$。

5. 假设 $\alpha < -1$ 和 $0 \leq r < 1$。那么 $H(0, \alpha, r) < 0$ 且

$$H(1,\alpha,r) = \alpha(r-1)(\alpha - 1 + r(1+\alpha)) < 0.$$

如上文情形 3所述， $H_\beta(\beta, \alpha, r) = 0$ 要求 $\alpha \in (-2, -1)$ 且 $r \geq \frac{2}{2+\alpha} > 2$，但鉴于我们假设了 $r < 1$，这是不可能的。因此，在相关定义域上， $H_\beta(\cdot)$ 符号恒定，因此 $H(\cdot) < 0$。

□

## C. 福利示例的详细内容

这里我们给出例1和例 2的验证。鉴于这些例子中的离散信号，我们将滥用记号，称发送者采用阈值 $1/2$ ，意指他揭示两个有利信号并隐瞒两个不利信号。请注意，在例1中，当$c = 0.36$ 时，如果只有一位向上偏置的发送者，那么披露 $s^h$ 会给该发送者带来

收益 $\gamma - c = 0.34$，而披露 $s$ 会得到 $1 - c = 0.64$。

**证明 命题 1.1**。 要证明存在最佳均衡，只需证明存在这样一个均衡：发送者披露 $s^h$ 和 $s$（即采用阈值 $1/2$）。相应的不披露信念为

$$\eta(1/2, p, \pi) = \frac{1 - p + p(1-\gamma)\delta}{2 - p} = 0.3067. \tag{11}$$

由于 $0.3067 < \gamma - c = 0.34$，发送者严格偏好披露 $s^h$，这证实了我们确实有一个均衡。

为了计算福利，注意到由于决策者的二次损失目标，任何均衡中的决策者福利为 $-\mathbb{E}[\mu(1-\mu)]$，其中 $\mu$ 为后验信念。在上述最佳均衡中，披露 $s$ 完全具有信息性，披露 $s^h$ 得到后验信念 $\gamma$，而不披露得到式（11）中的后验信念，以下将其记为 $\eta^*$。因此，决策者福利为

$$-\left(1 - \frac{p}{2}\right)\eta^*(1-\eta^*) - \frac{p\delta}{2}\gamma(1-\gamma) = -0.1864. \qquad \square$$

**证明命题 1.2**。 设发送方1存在向上偏差，发送者 2 存在向下偏误。我们分三步进行。

步骤 *1*：每位发送者都披露对自己最有利的信号。 我们以发送方1为例论证；发送者 2 的情况对称。鉴于发送者 2 必须隐瞒两个对其不利的信号（$s^h$ 和 $s$），对于发送方1而言，最难产生披露 $s$ 意愿的情形是：（i）他被推测会隐瞒所有信号（使不披露信念最大化）；（ii）发送者 2 披露 $s^l$ 和 $s$（由于策略替代，发送者 2 披露得越多，发送方1披露的动机就越弱）。在这种情形下，发送方1的隐瞒不具有信息性，因此，如果两位发送者都隐瞒，决策者的后验信念为 $\frac{1-p+p}{(\delta\gamma+1-\delta)2-p}$（与式（11）类似）。如果发送者 2 披露 $s^l$，决策者的后验信念为 $1-\gamma$。因此，发送方1隐瞒 $s$ 的期望收益为

$$\delta(1-\gamma)p(1-\gamma) + \big(1 - \delta(1-\gamma)p\big)\frac{1 - p + p(\delta\gamma + 1 - \delta)}{2 - p} = 0.6273.$$

由于 $0.6273 < 1 - c = 0.64$，发送方1严格偏好披露 $s$。

步骤 *2*：每位发送者都隐藏其他所有信号。 同样，我们只论证发送方1的情况。只需论证发送方1隐藏 $s^h$即可。根据步骤 1，对发送方1而言，最容易使其希望披露 $s^h$ 的情形是：(i) 假设他会披露 $s^h$ 和$s$，即采用阈值 $1/2$（使不披露信念最小化），以及 (ii) 发送者 2 采用与步骤

1 一致的最少披露策略，即隐藏 $s^l$， $s^h$和 $s$。在这种情形下，如果发送者 2 进行披露，_则披露的必定是信号 $s$，从而发送方1的收益为 0。如果两位发送者都隐藏，决策者的后验信念为

$$\frac{\eta(1/2,p,\pi)}{\eta(1/2,p,\pi)+\big(1-\eta(1/2,p,\pi)\big)(1-p+p\delta)},$$

其中 $\eta(1/2,\ p,\ \pi)$ 由式（11）给出。因此，发送方1隐瞒 $s^h$ 时的期望收益为

$$\big(1-(1-\gamma)(1-\delta)p\big)\frac{\eta(1/2,p,\pi)}{\eta(1/2,p,\pi)+\big(1-\eta(1/2,p,\pi)\big)(1-p+p\delta)}=0.3414.$$

由于 $0.3414>\gamma-c=0.34$，即使在最有利于披露 $s^h$ 的情形下，发送方1也严格倾向于隐瞒。

步骤*3*：福利。 步骤1和步骤2（结合均衡存在性）证明了均衡唯一：每位发送者都披露对自己最有利的信号，并隐瞒另外三个信号。[22] 为计算均衡福利，我们沿用命题 1.1证明中计算福利的方法。在当前的双发送者均衡中，披露的仅为极端信号（后验概率为 0或 1），这些信号对方差的贡献为零。根据对称性，不披露时的后验信念为 $1/2$ 。因此，两个发送者下的决策者福利为

$$-\big(1-p(1-\delta)\big)\tfrac{1}{4}=-0.19.\qquad\square$$

**命题 2.1的证明**。 只需验证存在这样一个均衡：向上偏向的发送方1披露信号 $s^h$ 和 $s$（并隐瞒另外两个信号），而向下偏向的发送者 2 隐瞒所有信号；因为在该均衡下，决策者的福利与例1中的单发送者分析相同。

因此，考虑这些策略及相应的决策者信念。随后，发送者 2 隐瞒 $s$ 所获得的收益为 $1-0.3727=0.6273$ （因为，依据命题 1.2证明中步骤 1 的计算及对称性，决策者的预期后验信念为 $1-0.06273=0.3727$）。由于 $0.6273>0.62=1-c$，发送者 2 严格偏好隐瞒对自己最有利的信号，而隐瞒所有信号是他的最佳回应。转向发送者 1：他实际上面对的是一个单发送者问题，其中

[22]事实上，为了确认这是一个均衡，固定这些发送者的策略。如果发送者 2 进行披露，那么它必须发送信号$s$，这会使发送者 1 的收益为 0。如果两个发送者都选择隐瞒，根据对称性，决策者的后验信念为 $1/2$。因此，发送者 1 隐瞒 $s^h$ 的期望收益为

$$\big(1-p(1-\gamma)(1-\delta)\big)(1/2)=0.464.$$

由于 $0.464>\gamma-c=0.34$，发送方1更愿意隐瞒 $s^h$。因此，发送方1采取的是最佳回应。根据对称性论证，发送者 2 也是如此。

不披露信念为 0。3067 来自（11）。由于 $0.3067 < \gamma - c = 0.32$，发送者 1 严格偏好披露 $s^h$，因此他也在采取自己的最佳回应。 □