arXiv:2601.10347v1 [cond-mat.quant-gas] 15 Jan 2026

耗散里德堡原子时间晶体中的增强型多参数计量

Bang Liu[1,2,⋆], Jun-Rong Chen[3,⋆], Yu Ma[1,2,⋆], Qi-Feng Wang[1,2,⋆], Tian-Yu Han[1,2], Hao Tian[3], Yu-Hua Qian[4], Guang-Can Guo[1,2], Li-Hua Zhang[1,2,#], Bin-Bin Wei[5,‡], Abolfazl Bayat[6,§], Dong-Sheng Ding[1,2,†], and Bao-Sen Shi[1,2]

[1] *Key Laboratory of Quantum Information, University of Science and Technology of China; Hefei, Anhui 230026, China.*

[2] *Anhui Province Key Laboratory of Quantum Network,University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China.*[3] *School of physics, Harbin Institute of Technology, Harbin, Heilongjiang 150001, China.*

[4] *Institute of Big Data Science and Industry, Shanxi University, Taiyuan, China*[5] *Institute of system engineering, Tianjin 300161, China. and*[6] *Institute of Fundamental and Frontier Sciences, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 611731, China*（日期：2026年1月16日）

在量子增强计量学中追求前所未有的灵敏度，推动了人们对非平衡量子相及其对称性破缺的兴趣。尤其是，在多体系统中通过时间平移对称性破缺实现的临界性增强计量学，相较于空间对称性破缺所对应的范式而言，是一个仍处于起步阶段的领域。在这里，我们研究了驱动里德伯原子气体中连续时间晶体（CTC）相边界处的增强传感。通过绘制完整的相图，我们确定了时间平移对称性破缺的参数依赖型相边界。这使我们能够利用单一装置测量多个参数，尤其是微波场的频率和振幅。随着微波场振幅增加，我们首先观察到从热相到CTC相的相变，随后又发生第二次相变，进入一种独特的连续时间晶体态，其特征是具有不同的振荡频率。此外，我们揭示了CTC相边界与扫描速率之间的精确关系，展现出超越标准量子极限的增强精度。这项工作不仅提供了一种植根于时间晶体临界性质的有前景范式，也推进了在非平衡量子相中进行多参数传感的方法。

量子计量的发展不仅推动了基础物理学的前沿，也促进了各个领域下一代测量技术的发展 [1, 2]。与对称性破缺相关的临界点已知能够放大系统对外部扰动的响应，从而提供一种强大的量子增强计量中的范式 [3–15]。该传感技术通过在多体系统的临界点施加微小扰动来发挥作用；此时，系统发散的易感性充当放大器，将微观输入转化为宏观且可检测的信号，并提高精度 [2, 16]。然而，目前的实验主要集中于感测单一参数 [12, 17, 18]。这造成了一个显著的缺口，因为现实世界中的感测场景——从生物医学诊断到环境监测，再到基础物理学实验——本质上都涉及多个参数，需要同时测量多个物理量，而这些量往往彼此相关[19–23]。

时间晶体是一类重要的非平衡物质相，其时间平移对称性会自发破缺。它们分为两种不同类型：（i）周期驱动的弗洛凯系统中的离散时间晶体，其系统响应锁定在驱动周期的整数倍上 [24–26]；以及（ii）耗散系统中的连续时间晶体，其中会出现持久振荡，且没有平衡迹象 [27]。离散 [28–39]和连续[27, 40–49] 时间晶体已在各种物理系统中得到实验观测。近期，有人提出时间晶体的一种新应用：将其用作量子传感器，并有望优于经典探针 [27, 50–53]。然而，这类探测光的实验实现目前仅限于固态系统中的离散时间晶体，且没有量子增强 [18]。从实验角度来看，这引出了三个核心问题：连续时间晶体能否作为实用的量子传感器？单个连续时间晶体探测光能否用于测量多个参数？更重要的是，这类系统能否在实验中展现出超越标准量子极限（SQL）的灵敏度？

驱动耗散的里德堡原子系综是研究量子多体物理的绝佳候选体系。在这一背景下，原子间的长程里德堡相互作用使我们能够研究临界性和相变[54–61]，耗散时间晶体 [62–64],高阶和分数离散时间晶体 [65] ，以及

⋆ B.L.、J.R.C.、Y.M. 和 Q.F.W. 对本研究的贡献相同。
† zlhphys@ustc.edu.cn
‡ weibb.2009@tsinghua.org.cn§ abolfazl.bayat@uestc.edu.cn
† dds@ustc.edu.cn

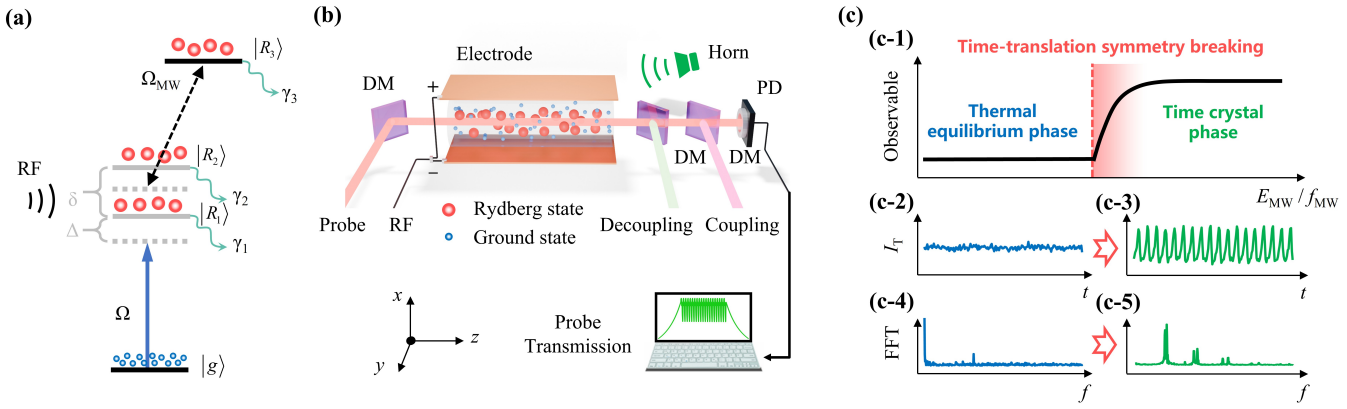

图 1. 实验示意图与临界性增强计量模型。(a) 模型的能级图。能级结构由原子基态 $|g\rangle$和三个里德伯态 $|R_1\rangle$、 $|R_2\rangle$ 和 $|R_3\rangle$组成。(b) 实验装置示意图。实验采用三光子里德伯激发方案。探测场沿与缀饰场和耦合场相反的方向传播，穿过原子蒸气池，最终由光电探测器接收。电极用于辐射射频电场，天线则用于产生微波电场。(c) 临界性增强计量模型。随着微波振幅（或其频率）变化，系统会从热平衡相转变为时间晶体相。在相变临界点附近，系统对外部扰动表现出更高的灵敏度，可利用这一特性实现增强计量。(c2)和(c4)分别表示在热平衡相中测得的时域和频域探测光透射率。(c3)和(c5)则对应时间晶体相中的情况。

离散时间准晶[66]。在量子传感领域，得益于其较大的偶极矩 [67, 68], ，里德堡原子也被用作探测光来测量微波场 [69–77] 从而实现临界性增强的电场传感 [17, 78, 79]。将这两种不同的应用整合到同一装置中，即在实验上实现处于耗散时间晶体相的基于里德伯原子的量子传感器，是非常理想的。如果这种传感器能够以超越标准量子极限的精度检测多个参数，其效能将尤为突出。

在本研究中，我们展示了在里德堡原子驱动耗散系综中，时间平移对称性破缺临界点附近进行量子增强计量的实验。我们的装置可用于探测微波场的频率和振幅。灵敏度的提升源于系统工作在非平衡临界点，此处长程相互作用与耗散的相互作用导致易感性发散。通过测量探测光透射率随微波场振幅的变化，我们观察到临界性增强响应，其中呈现出两个不同的临界性区域。这两种临界性分别对应于从热平衡相到CTC相的相变，以及随后不同CTC相之间的转变；每种转变都具有独特的标度行为和临界减速。本研究展示了在微波频率和振幅的多参数测量中，临界性可显著提升精度；与热平衡相相比，精度提升超过两个数量级，并达到远优于标准量子极限的水平。我们的研究建立了一种量子传感新范式，利用非平衡相变的临界特性，并为在计量学应用中利用时间序开辟了途径。

度远优于标准量子极限。我们的研究建立了一种量子传感新范式，利用非平衡相变的临界特性，并为在计量学应用中利用时间序开辟了途径。

物理模型

为研究临界性增强计量，我们考虑一个由以下原子组成的多体原子系统： N具有基态 $|g\rangle$和两个近简并的里德伯能级 $|R_1\rangle$ 与 $|R_2\rangle$ （能级间隔为 δ），如图1（a）所示。基态 $|g\rangle$ 与里德伯态 $|R_1\rangle$ （或 $|R_2\rangle$）之间的耦合由拉比频率 Ω_1（Ω_2）和失谐Δ（$\Delta+\delta$）表征。微波场以拉比频率 Ω $|R_1\rangle$ 和 $|R_2\rangle$ 其他里德伯态之间进行耦合，失谐为 $|R_3\rangle$，拉比频率为 Ω_{MW} ，失谐为 Δ_{MW}。该系统的哈密顿量由微波驱动的双里德堡态模型描述 [62, 65]:

$$
\begin{aligned}
\hat{H} = & \frac{1}{2}\sum_i \Big(\Omega_1\sigma_i^{gR_1} + \Omega_2\sigma_i^{gR_2} + \Omega_{\mathrm{MW}}\sigma_i^{R_2R_3} + \Omega_{\mathrm{MW}}\sigma_i^{R_1R_3} \\
& + \mathrm{H.c.}) - \sum_i \Big(\Delta n_i^{R_1} + \Delta_1 n_i^{R_2} + \Delta_2 n_i^{R_3}\Big) \\
& + \sum_{i\neq j} V_{ij}\Big[n_i^{R_1}n_j^{R_2} + n_i^{R_2}n_j^{R_3} + n_i^{R_1}n_j^{R_3} \\
& + \frac{1}{2}(n_i^{R_1}n_j^{R_1} + n_i^{R_2}n_j^{R_2} + n_i^{R_3}n_j^{R_3})\Big]
\end{aligned}
\tag{1}
$$

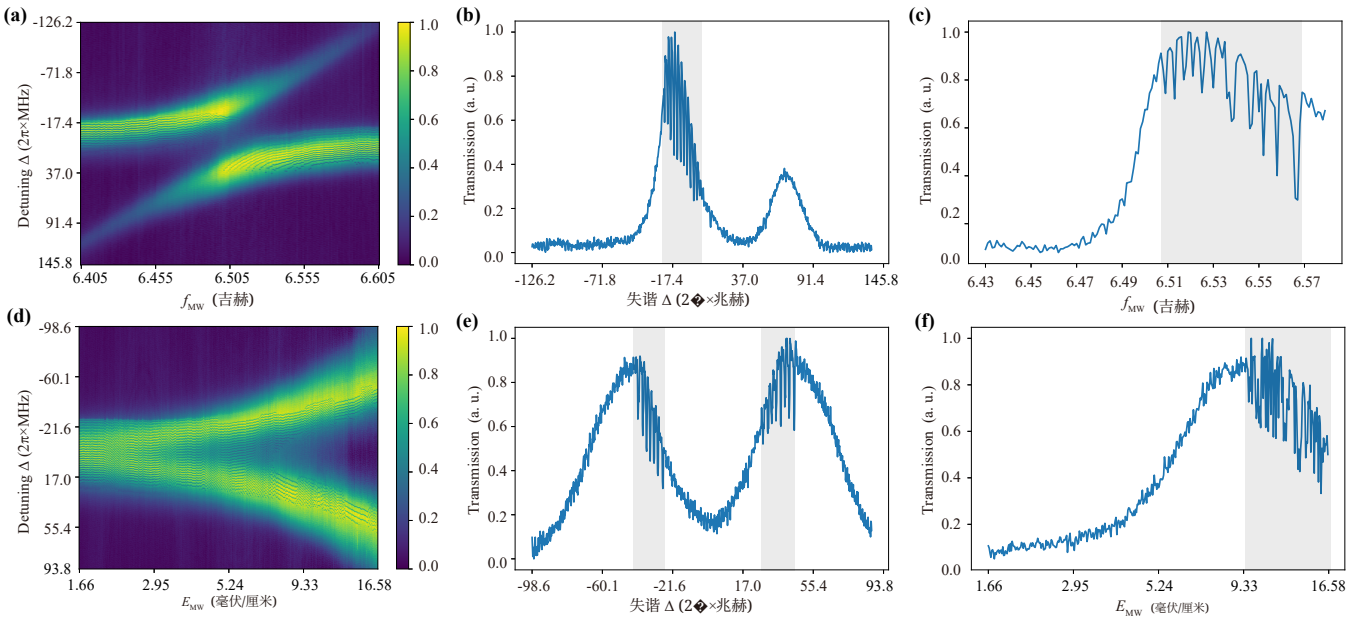

图2. 测得的相图。(a) 将微波频率 f_{MW} 从 6.405 扫至 6.605 吉赫得到的透射光谱。微波场与里德伯态的耦合使透射共振显著分裂为两个不同的峰值，同时伴随相干光谱振荡，表明时间晶体相开始出现。(b) 在固定微波频率 $f_{\mathrm{MW}} = 6.455$ 吉赫和场幅度 $E_{\mathrm{MW}} = 9.33$ mV/cm 下记录的光谱。(c) 在失谐固定为 $\Delta = 2\pi \times 23.4$ MHz、微波振幅固定为 $E_{\mathrm{MW}} = 9.33$ mV/cm 的条件下，归一化探测光透射率随 f_{MW} 的变化。(d) 共振驱动（$f_{\mathrm{MW}} = 6.505$ GHz）下，随着微波场振幅 E_{MW} 增大（从 1.66 到 16.58 mV/cm），透射光谱的演变。峰值分裂随 E_{MW} 逐渐增大，与时间晶体相相关的光谱区域也发生分叉。(e) 对应于 $E_{\mathrm{MW}} = 9.33$ mV/cm 的光谱。(f) 在保持失谐恒定为 $\Delta = -2\pi \times 37.9$ MHz 的同时改变 E_{MW}，观察到相变，展现了从热相到时间晶体相的交叉过程。色条表示归一化探测光透射强度。所有面板中的灰色阴影区域表示时间晶体相得以稳定的参数空间。

其中，σ_i^{gr} $(r \in R_1,\ R_2)$ 表示第 i 个原子的基态 $|g\rangle$ 与里德伯态 $|r\rangle$ 之间的跃迁算符；$n^{R_1}_{i}$，$_{R_2\ R_3,}$ 分别表示对应里德伯能级 $|R_1\rangle$、$|R_2\rangle$ 和 $|R_3\rangle$，$\Delta_1 = \Delta + \delta$、$\Delta_2 = \Delta + \Delta_{\mathrm{MW}} + \delta$ 的布居算符；V_{ij} 描述原子 i 与 j 之间的里德堡-里德堡相互作用。

图中展示了临界性增强计量方案。1（c）。在外场驱动下，系统经历非平衡耗散相变，并在临界点附近表现出显著增强的响应。作为示例，图中展示了从热平衡相到CTC相的转变。1（c1）。图1（c2-c5）展示了热平衡相和CTC相在时间域与频域中的探测光透射率测量结果。由于系统中存在耗散，系统动力学可用Lindblad主方程描述：

$$\partial_t \hat{\rho} = i[\hat{H}, \hat{\rho}] + \mathcal{L}_{R_1}[\hat{\rho}] + \mathcal{L}_{R_2}[\hat{\rho}] + \mathcal{L}_{R_3}[\hat{\rho}] \qquad (2)$$

Lindblad超算符定义为

$$\mathcal{L}_r = (\gamma/2) \sum_i (\hat{\sigma}_i^{rg} \hat{\rho} \hat{\sigma}_i^{gr} - \{\hat{n}_i^r, \hat{\rho}\}) \qquad (3)$$

它们表示从里德伯态发生的衰减过程 $|r\rangle$ $(r = R_1,\ R_2,\ R_3)$ 到基态 $|g\rangle$，γ 表示衰减率。

我们模拟了微波场驱动的相变，模拟结果显示，正如补充材料中所详述的，临界性附近的振荡寿命会按预测延长。逐渐增大微波驱动 Ω_{MW}，使其趋近临界值 Ω^c_{MW}，会逐步延长振荡寿命；这是临界减速效应。[60, 80]在临界点 Ω^c_{MW}（对应临界振幅 E_c）附近，系统的响应会显著变慢：衰减时间趋于发散，反映出系统返回平衡态时愈发“犹豫”。在此状态下，系统对微小扰动变得极为敏感。一旦 $\Omega_{\mathrm{MW}} > \Omega^c_{\mathrm{MW}}$，便会出现持续振荡，表明时间晶体相稳定存在。这一机制为基于临界动力学的增强型微波场传感方法奠定了基础。在实验中，我们采用三光子电磁诱导透明（EIT）方案来探测里德堡原子布居数 [81–83]。实验装置示意图见图 1(b)，更多细节请参见方法部分。

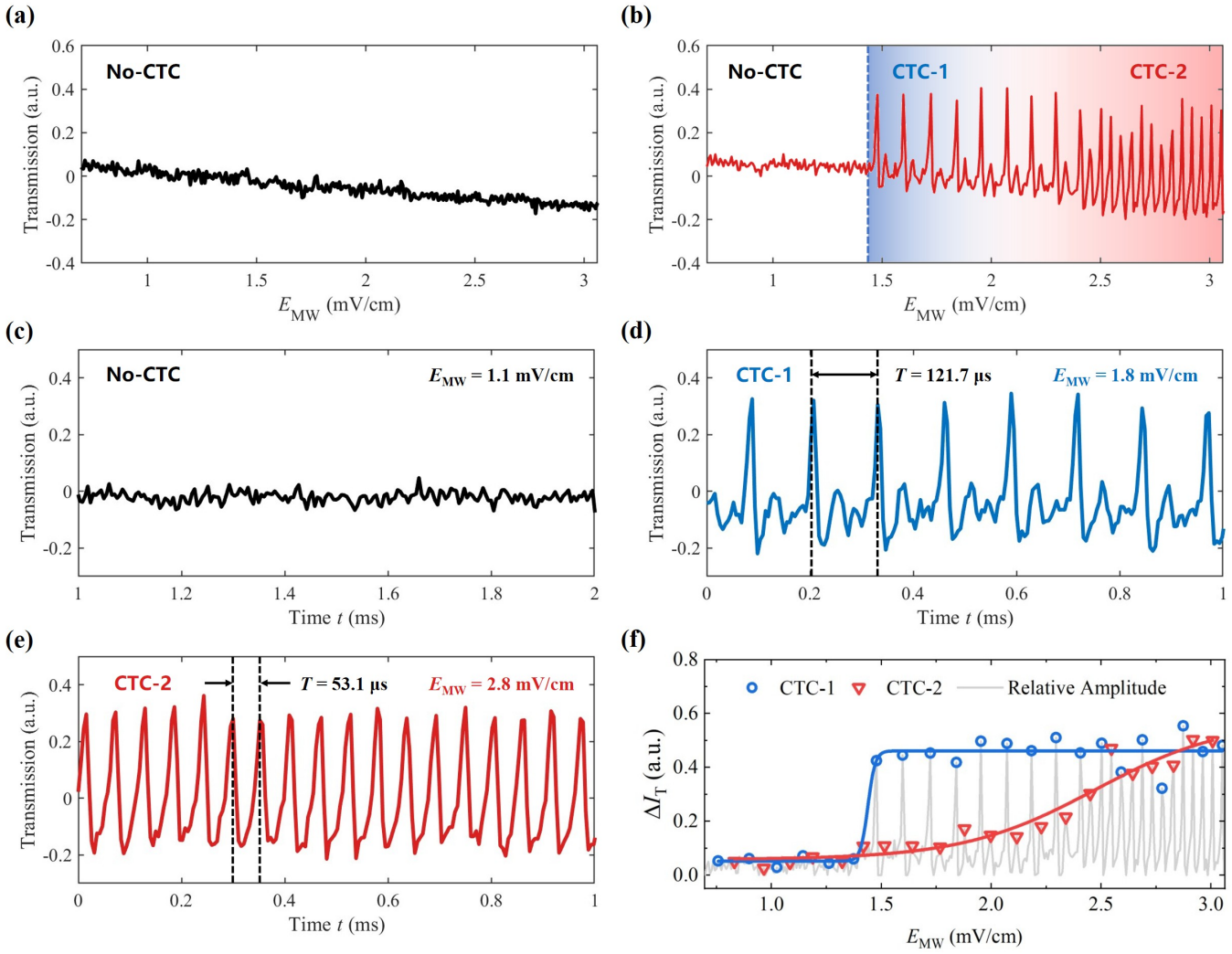

图3. 扫描微波振幅时的级联相变。(a) 射频场关闭时，随着 E_{MW} 从 0.7 mV/cm 变化至 3.06 mV/cm 所测得的透射 I_{T} 。系统没有表现出时间晶体相的迹象。(b) 射频场开启时记录的透射 I_{T} 。随着E_{MW}增大，系统经历了从无连续时间晶体（无 CTC）相到 CTC-1相，最终到 CTC-2相的相变。(c)-(e) 表示不同相中的时域响应，其中 (c) 对应于 $E_{\mathrm{MW}} = 1.1\,\mathrm{mV/cm}$ 时的无 CTC 相，(d) 对应于 $E_{\mathrm{MW}} = 1.8$ mV/cm 时的 CTC-1相，(e) 对应于$E_{\mathrm{MW}} = 2.8\,\mathrm{mV/cm}$ 时的 CTC-2相。(f) 相变中的临界标度。我们提取了透射光谱的相对振荡振幅，如蓝色和红色数据点所示。蓝线和红线分别对应从无 CTC 相到 CTC-1相以及从 CTC-1相到 CTC-2相的临界标度。拟合函数为 $\Delta I_{\mathrm{T}} = A/\ 1 + e^{B(E_{\mathrm{MW}} - E_0}\ + C$ $A = -0.41$ $B = 59.63$ $E_0 = 1.44$ $C = 0.46$ $A = -0.52$ $B = 3.31$ $E_0 = ()$，其 2.47 $C = 0.58$ 中，，，（蓝线）以及，，，（红线）。

多参数相图

为了通过时间晶体相的转变，实验验证临界性增强传感，我们系统地测量了完整相图，以探究其背后的物理过程。系统的相图由三个控制参数决定，即微波频率 f_{MW}、微波振幅E_{MW}和激光失谐 Δ。我们首先将振幅固定为$E_{\mathrm{MW}} = 9.33\ \mathrm{mV/cm}$，并扫描微波频率 f_{MW} 从 6.405 吉赫到 6.605 吉赫，且失谐 Δ从 $-2\pi \times 126.8$ 兆赫到 $2\pi \times 145.8$ 兆赫，如图 2（a）所示。我们在透射光谱中观察到反交叉响应。其内在机制可理解如下：微波场与里德伯态之间的原子射频跃迁发生强耦合，$|R_2\rangle$ 和 $|R_3\rangle$形成缀饰态，并在探测光透射光谱中表现为所观察到的反交叉。有趣的是，当系统被驱动到特定参数区域（由图 2（b）所示频率为 f_{MW}

= 6.455 吉赫）时，会经历非平衡耗散相变，其中连续时间平移对称性自发破缺，并涌现出时间晶体相。图 2（c）对应于通过改变 f_{MW}而发生非平衡相变的情况。

为进一步分析相图对多参数的依赖性，我们还将频率固定在共振点 $f_{\mathrm{MW}} = 60.505$ 吉赫，同时扫描失谐 Δ 从 $-2\pi \times 98.6\,\mathrm{MHz}$ 到 $2\pi \times 93.8\,\mathrm{MHz}$，并将微波场振幅 E_{MW} 从 $1.66\mathrm{mV/cm}$ 扫描至 $16.58\ \mathrm{mV/cm}$。得到的相图如图2(d)所示。随着 E_{MW} 增大，由于 Autler-Townes（AT）效应，探测光透射光谱分裂为两个峰值，同时振荡区出现。图2(e)展示了测得的光谱随失谐 Δ变化的情况，而图2(f)显示了在固定失谐E_{MW} 下探测光透射率随振幅的变化 $\Delta = -2\pi \times 37.9\,\mathrm{MHz}$。在图2(f)中可以看到透射响应增强，其特征是当光谱经过临界点时发生急剧转变，此时系统对微波场扰动的敏感性大幅增强。

这些测得的相图使我们能够针对多个参数准确绘制热平衡相与 CTC 相之间的相变边界。接下来，我们将展示，由不同参数驱动的相变可用于传感。虽然需要使用三个参数来确定相图，但为简洁起见，我们重点讨论其中两个参数的量子传感，即微波场振幅 E_{MW} 以及频率 f_{MW}。

通过驱动微波级联临界性进行振幅传感

由微波场振幅驱动的相变 E_{MW} 详见图3。如图 3(a) 所示，关闭射频场时，无论微波场振幅如何变化，系统始终处于热平衡态，未表现出时间晶体相的迹象。在这种情况下，透射 I_{T} 随 E_{MW}线性变化，表明系统不存在临界行为，响应仍处于常规区：扰动仅引起成比例的变化，不会产生增强。相比之下，施加射频场后，随着 E_{MW} 增大，系统经历明显的非平衡相变，从无 CTC 相（热平衡相）演变为第一 CTC-1 相，最终进入具有不同振荡频率的第二 CTC-2 相，如图3(b) 所示。这一系列相变体现了连续时间平移对称性的连续自发破缺；长程里德堡相互作用、外部驱动和耗散之间的相互作用，促使不同的非平衡稳态涌现。在这种情况下，系统的时间平移对称性在经过 CTC-1 相和 CTC-2 相时破缺两次，并在相边界附近呈现以发散的易感性为特征的增强响应。此外，梳状结构使我们能够测量不同的微波场振幅。系统在这些不同区间的时域响应如图3(c)-(e) 所示。无 CTC 相没有持续振荡 [见图3(c)]，并保持时间无序；而 CTC-1 相和 CTC-2 相则以持续振荡动力学为特征，后者呈现出改变后的振荡模式，证实了两个不同时间晶体序之间发生了相变。

我们通过记录各个峰的振幅随微波场振幅的变化，表征微波驱动临界性的特性。测得的透射差 $\Delta I_{\mathrm{T}} = I_{\mathrm{T}} - I_{\mathrm{TF}}$ 如图 3(f) 所示，其中I_{TF} 表示无射频场时的透射。根据频率，可将 CTC-1 相产生的峰与 CTC-2 相产生的峰区分开来。热平衡相与 CTC-1 相之间的相变，呈现出不同于 CTC-1 相与 CTC-2 相之间相变的临界标度，表现为不同的标度行为 [参见图 3(f) 中拟合的红色和蓝色曲线]，并呈现出不同的增强因子。这种差异源于：第一次相变（从平衡态到 CTC-1，相当于从无序态到有序态的转变）涉及时间序从无特征态中的初始涌现，其由系统趋近耗散临界点的过程所支配；而第二次相变（从 CTC-1 到 CTC-2，两者均为有序态）则代表既有时间序的重组，可能涉及不同的对称性破缺模式或相互作用路径。这表明，不同类型的时间对称性破缺可带来不同的计量学优势，每个临界点都能在特定参数范围内提高灵敏度，从而奠定多阶段量子增强计量的基础。

微波频率传感

系统在临界性处的易感性发散，因而对微小变化产生放大的响应 [参见图中多参数依赖临界性2(a) 和图 2(d)]。我们研究了增强计量学在振幅方面的能力 E_{MW} 以及频率方面的能力 f_{MW}。我们通过扫描微波频率 f_{MW} 测量透射响应，并得到如图所示的相图4(a)。虚线所围区域标志着CTC相的出现，其特征是具有独特的指纹图样。

在临界点附近，透射的急剧变化使得能够高灵敏度地检测 E_{MW} 和 f_{MW} 中的微小变化，凸显了基于临界性的方案在多参数传感方面的优势。

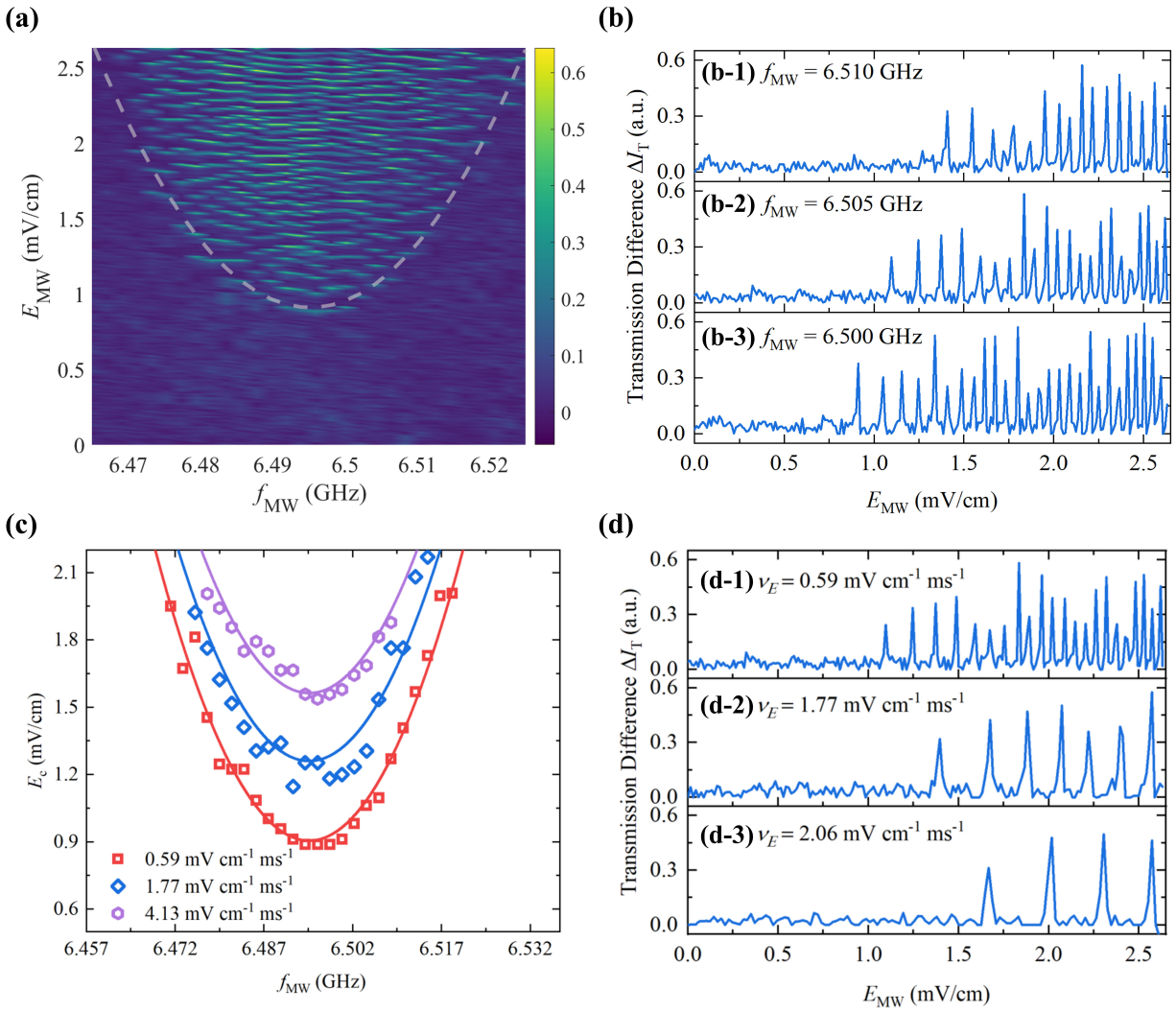

图 4. 多参数增强传感。(a) 在 5 ms 内将 f_{MW} 从 6.465 GHz 扫至 6.525 GHz，并将 E_{MW} 从 0 扫至 2.63 mV/cm 时测得的透射差。颜色表示探测光透射强度 I_T。透射差 ΔI_T 通过减去拟合基线得到，以分离微波诱导变化。以尖锐尖峰区域为特征的 CTC相由灰色虚线勾勒，该虚线表示对其包络线进行的二次拟合 $E_{MW} = a_0 f_{MW}^2 - b_0 f_{MW} + c_0$，其中 $a_0 = 1.93 \times 10^3$、$b_0 = 2.50 \times 10^4$、$c_0 = 8.13 \times 10^4$。所有测量的光学失谐 Δ 均固定在约 $2\pi \times 4$ MHz。(b) 微波频率固定为 $f_{MW} = 6.510$ GHz（上）、6.505 GHz（中）和 6.500 GHz（下）时测得的透射差 ΔI_T。(c) 微波电场扫描速率 ν_E 分别为 0.59 mV cm^{-1} ms^{-1}（红色方块）、1.77 mV cm^{-1} ms^{-1}（蓝色菱形）和 4.13 mV cm^{-1} ms^{-1}（紫色六边形）时得到的相变边界。三个数据集均采用抛物线函数 $E_{MW} = a_0 f_{MW}^2 + b_0 f_{MW} + c_0$拟合，其中系数 a_0 和 b_0 固定为 (a) 中全局拟合所得的值；红色、蓝色和紫色曲线分别对应 $c_0 = 81328.41$、81328.78 和 81329.11。(d) 频率为 $f_{MW} = 6.505$ GHz 时，透射差 ΔI_T 随扫描速率 ν_E 的变化；图中所示数值为 0.59（上）、1.77（中）和 2.06（下），单位为 mV cm^{-1} ms^{-1}。

图中虚线所示的相边界线2(a) 是 E_{MW} 和 f_{MW}的抛物函数，体现了对两个参数的依赖关系。如图4(b) 所示，我们给出了在微波频率 $f_{MW} = 6$、6.510 吉赫、6.505 吉赫和 6.500 吉赫下测得的透射响应。在图4(b1-b3) 中，每个频率都对应一个不同的临界微波振幅 E_c，表明系统对频率的灵敏度

调谐。观测到的梳状结构与不断变化的临界点相结合，清晰地展现了这一临界平台进行多参数检测的能力。

我们进一步测量了在不同扫描速率下的相边界 ν_E，其中微波电场 E_{MW}从 0.5 扫描至 2.2 mV/cm。 ν_E 取值分别为 0.59 mV cm^{-1} ms^{-1}、1.77 mV cm^{-1} ms^{-1}和

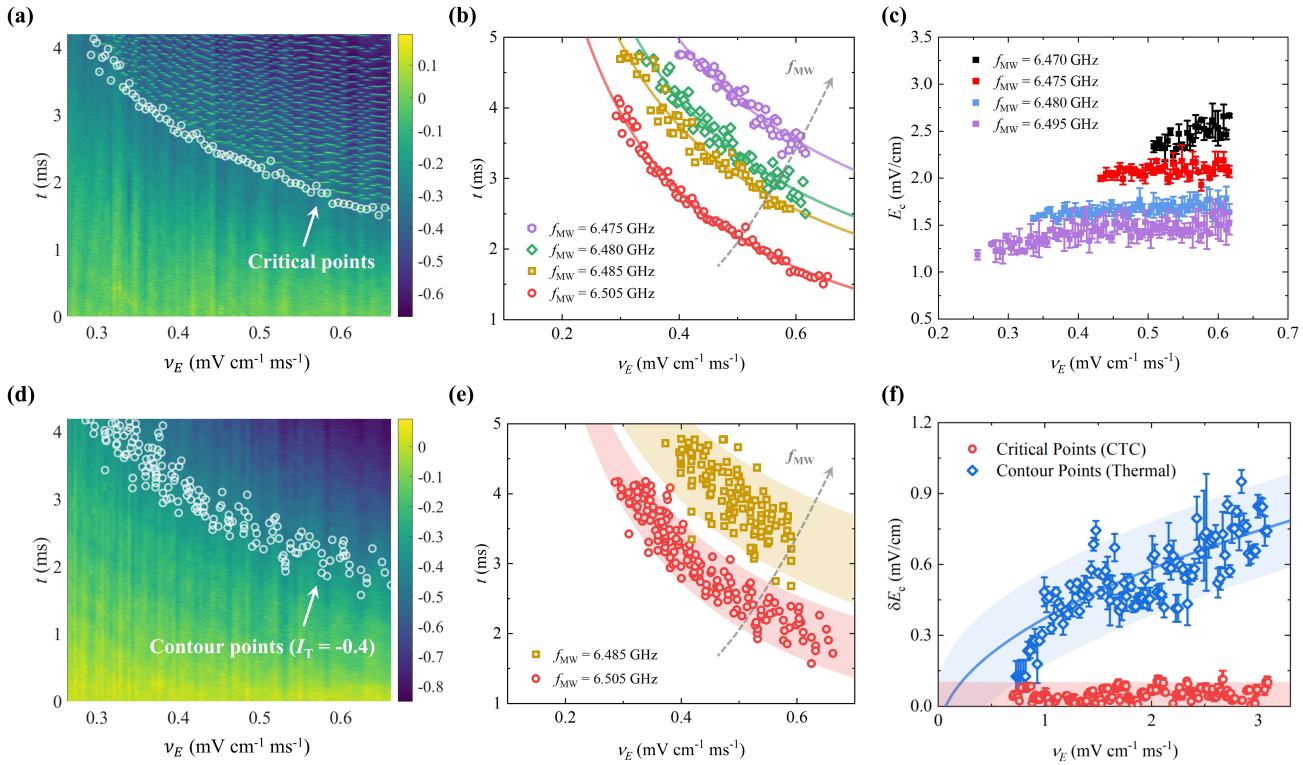

图 5. 临界性增强传感及超越标准量子极限。(a) 不同扫描速率 ν_E 下测得的相图。颜色标度表示探测光透射强度 I_T。ν_E 的变化使临界点在时域中移动，从而形成相边界（白色圆圈）。(b) 测得的临界点随 ν_E 的变化关系，不同的 f_{MW} 形成了可区分的边界。拟合函数为 $t = A_{CTC}/\nu_E + B_{CTC}/\sqrt{\nu_E}$，对于 $f_{MW} = 6.505$ 吉赫，得到 $A_{CTC} = 1.50$、$B_{CTC} = -0.59$；对于 $f_{MW} = 6.485$ 吉赫，得到 $A_{CTC} = 1.34$、$B_{CTC} = 0.26$；对于 $f_{MW} = 6.480$ 吉赫，得到 $A_{CTC} = 1.43$、$B_{CTC} = 0.35$；对于 $f_{MW} = 6.475$ 吉赫，得到 $A_{CTC} = 1.38$、$B_{CTC} = 0.97$。(c) 显示了临界振幅 E_c，误差为 δE_c，结果基于三次独立测量。(d) 射频场关闭时测得的系统响应。我们将等值线点（白色圆圈）的位置固定在 -0.4 的水平，并将其定义为热相情况下的临界振幅 E_c。(e) 为在 $f_{MW} = 6.485$ 吉赫和 $f_{MW} = 6.505$ 吉赫下记录的等值线点分布。拟合函数为 $t = A_{Th}/\nu_E + B_{Th}/\sqrt{\nu_E}$；95%预测带以红色阴影（$f_{MW} = 6.505$ 吉赫，$A_{Th} = 1.29$、$B_{Th} = -0.03$）和黄色阴影（$f_{MW} = 6.485$ 吉赫，$A_{Th} = 0.79$、$B_{Th} = 1.61$）表示。(f) 在 $f_{MW} = 6.5$ 吉赫下，热相等值线点（蓝色菱形）与 CTC 相临界点（红色圆圈）的测量误差对比。对于热系统，误差 δE_c 随 ν_E 增大，并由 $\delta\overline{E_c} = a_{Th}\sqrt{\nu_E} + b_{Th}$ 拟合（蓝色实线，$a_{Th} = 0.51$、$b_{Th} = -0.13$），蓝色带表示 95%预测区间。相比之下，对于 CTC 相，δE_c 基本保持恒定且始终较低，如其 95%预测带（红色阴影）所示。误差棒表示三次独立测量的标准差。

4.13 mVcm^{-1} ms^{-1} 时，呈现出三条明显分离的边界线，如图 4(c) 所示。相边界随扫描速率变化而发生位移，这归因于快速电场扫描期间系统的非平衡动力学和有限弛豫时间尺度。在微波频率 ν_E 下，不同 f_{MW} = 6.505 GHz 时的透射变化如图 4(d) 所示。在不同扫描速率下，由于时间晶体具有刚性的时间序，透射呈现出不同程度的峰值。

量子增强灵敏度

为进一步阐明临界性增强的计量学行为，我们系统地研究了该系统的不同扫描速率下的响应 ν_E 微波电场的。我们记录探测光透射率 I_T 随时间的变化，并 ν_E 因此可以探测临界点附近系统的动力学响应，如图5(a)所示。在这种情况下，我们只关注从热平衡态到 CTC-1 相的临界区；如前所述，系统在此处表现出最高的灵敏度。当系统调谐至相边界附近时 [（见图5(a)中的白色圆圈）]，热平衡相与 CTC-1 相之间的系统响应会变得高度非线性，并且依赖扫描速率，从而呈现出放大效应。因此，图5(a)中的相边界线尖锐且非线性，这是因为系统达到阈值微波振幅 E_c，该振幅也取决于 ν_E；见明显的阈值 E_c = 10.08 mV/cm 和 1.13 mV/cm

详见补充材料。尖锐的相边界归因于自发涌现的时间有序；这种有序源于连续时间平移对称性的破缺，并表现为时域响应中固定的上升沿。我们还测量了不同微波频率下的相边界f_{MW}，如图5(b)所示。相边界的尖锐性使我们能够清晰地区分不同的f_{MW} 数值。图5(c)展示了临界振幅 E_c ，并给出了多次测量中的统计误差。

在没有射频场时，系统行为由热平衡相描述，测量结果如图 5(d) 所示。我们绘制一组等值线点，并得到系统透射率，如图 5(d) 中的白色圆圈所示。透射率中的等值线点对应相同的微波场振幅 E_{MW} ，这是由映射函数 $I_{\mathrm{T}}(E_{\mathrm{MW}})$ 所致。等值线点存在较大涨落，因而灵敏度较差，见 E_{MW}。为清晰起见，图 5(e) 展示了所选微波频率（6.505 吉赫和 6.485 吉赫）下等值线点的分布。当f_{MW} 偏离共振时，等值线点的分布以类似于图 5(b) 中相应临界点的方式移动。在这种情况下，由于不存在临界涨落或发散的易感性，标度行为平凡，从而限制了微波场的测量灵敏度。由于传感的最低极限与物理量透射率斜率的倒数成正比（见补充材料），我们可以比较不同情况下的灵敏度。通过比较存在临界性和不存在临界性时，临界点附近系统响应的斜率$k = dI_{\mathrm{T}}/dE_{\mathrm{MW}}$（见补充材料），我们估算了这两种情况下的灵敏度差异 $\alpha = |k_{\mathrm{CTC}}|/|k_{\mathrm{Th}}| \sim 323$，结果表明微波场强度灵敏度因临界性增强约 25 dB。考虑到存在临界性和不存在临界性时的方差几乎相同，这相当于费 Fisher 信息（FI）提升了一个数量级以上 10^5 。

临界性附近测量所对应的传感误差超过标准量子极限，其标度为$1/\sqrt{Nt}$；标准量子极限代表了任何不利用纠缠或多体相互作用等量子资源的经典探测方案所能达到的基本灵敏度极限。在我们的实验中，通过维持透射水平恒定， N 固定了里德堡原子的数量，从而得以研究测量精度随扫描速率 ν_{E} (其与$1/t$成正比）变化的情况。如图 5(f) 所示， δE_{MW}热平衡相中的测量误差呈现 $\sqrt{\nu_{\mathrm{E}}}$ 标度，与标准量子极限一致。相比之下，在临界条件下，测量误差极低，远低于标准量子极限。临界性测量所达到的精度已受系统技术噪声主导的噪声底限制，因而无法显现预期的量子标度。因此，灵敏度保持恒定处于接近系统噪声底的水平，且与扫描速率无关。

讨论与总结

在这项工作中，我们利用耗散性多体里德堡原子系统中的时间平移对称性破缺来构建 CTC，将其作为一种具有长时间持续周期性行为的奇异非平衡物质相。我们的实验有三个主要结果。首先，通过表征系统的完整相图，我们表明，单个 CTC 装置确实可用于测量多个参数；这是一种远比单参数传感复杂的范式。其次，我们观测到一种有趣的级联相变：多体系统从热相转变为 CTC-1 相，随后又经历第二次相变，进入一种不同的 CTC-2相。利用 CTC-1和 CTC-2信号的不同特征，可以对探测光进行两阶段调谐，从而使估计始终在 CTC-1相变附近进行，此处灵敏度最高。第三，我们揭示了 CTC相边界与扫描速率之间的直接联系，这使得精度能够超越标准量子极限。我们的实验展示了非平衡多体相在多参数传感方面的潜力，并为基于时间序和临界性的稳健量子传感器开辟了新途径。

方法

实验装置

具体实验装置如图1(b)所示。我们采用三光子激发方案，使铯原子从基态$|6S_{1/2}\rangle$经由两个中间态 $|6P_{3/2}\rangle$ 和$|7S_{1/2}\rangle$，跃迁至热平衡里德堡态 $|49P_{3/2}\rangle$，并通过一对电极施加额外的射频场，以消除子态 $|R_1\rangle$ 和 $|R_2\rangle$之间的简并。这使子态之间产生竞争，进而驱使里德堡原子趋近 CTC 相变的临界点。探测激光 [由一台 852 nm 外腔二极管激光器（ECDL）发出] ，解耦激光（由一台 1470 nm ECDL 发出）则分别通过饱和吸收光谱（SAS）和双光子电磁诱导透明光谱锁定。耦合激光由一台集成锥形放大器（TA）的 780 nm ECDL 发出，以满足高功率需求。探测、解耦和耦合激光的功率分别为 64μW、16.8 mW 和 1.5 W，$1/e^2$ 束腰半径约为 200μm、500 μm 和 500μm，对应的拉比频率分别为 $\Omega_p = 2\pi\times35$ MHz、$\Omega_d = 2\pi\times235$ MHz 和

$\Omega_c = 2\pi\times$4.3 MHz。首先将耦合激光频率设为自由扫描，以获取完整的 EIT-AT 光谱及其伴随的 CTC 相振荡行为；随后将频率固定，监测跃迁光谱随目标微波功率的变化。探测激光经一组二向色镜调整，与解耦激光和耦合激光反向传播；三束光在一个长 7 cm 的原子蒸气池内重合，最后由光电探测器（Thorlabs PDB450A-AC）收集，以输出透射光谱。射频场的频率和振幅分别固定为 8.2 MHz 和 900 mV，由任意函数发生器（Rigol DG902PRO AFG）产生，并通过一对射频电极板（直径 120 mm 、厚 3 mm 、间距 40 mm ）施加到原子蒸气池上。我们使用信号发生器产生目标微波，并通过喇叭天线将其施加到原子上。所有设备和实验参数均与计算机连接，并由其集中控制。

为实现微波场振幅 E_{MW} 的快速线性扫描，我们利用矢量信号发生器（VSG，Ceyear 1465F-V）的幅度调制功能，并使用任意波形发生器（Tektronix AFG3235）提供的上升锯齿波作为外部调制源。在实验中，微波电场的调制深度始终保持为 100%。AFG 输出的外部调制信号还用作示波器的触发源，以确保数据采集同步。微波电场的扫描速率记为 ν_E，定义为校准后的最大电场振幅与单次扫描周期时长之比。通过调节 AFG 的锯齿波频率和 VSG 的最大输出功率，可精确控制不同的扫描速率 ν_E 。

电场振幅校准

利用 Autler–Townes效应，并以已知的精细结构间隔为参照，对 ^{85}Rb 蒸气池内的微波电场振幅进行校准。当微波源以一定输出功率 P_0 驱动微波，在 $|49P_{3/2}\rangle$ 与 $|48D_{5/2}\rangle$ 里德伯态之间的跃迁发生共振时，探测光谱中的电磁感应透明峰会分裂为双峰。劈裂频率 $\Delta f_{\mathrm{AT}} = \mu_0 E_{\mathrm{MW}}/h$ 取决于跃迁偶极矩 $\mu_0 = \langle 48D_{5/2}|e\mathbf{r}|49P_{3/2}\rangle$ 和电场振幅 E_{MW}，其中 h 为普朗克常数。 Δf_{AT} 的实际值是根据已知的能量间隔 ΔE_{FS} ，以及从光谱 $k_{\mathrm{AT/FS}} = h\Delta f_{\mathrm{AT}}/\Delta E_{\mathrm{FS}}$ 测得的 $49P_{1/2}$ 和 $49P_{3/2}$ 精细结构能级的比例得出的。随后，我们可以通过 $P_{\mathrm{loss}} = P_0 - 10\lg\left[E_{\mathrm{MW}}^2 A_{\mathrm{r}}/(2\eta_0)\right]$，校准微波源至原子的透射功率损耗 $P_{\mathrm{loss}} = -57.92$ dBm；其中 η_0 为空间固有阻抗， $A_{\mathrm{r}} = w_0 l_{\mathrm{cell}}$ 为原子的接收孔径， $w_0 = 200\ \mu$m 为探测激光束腰的直径， $l_{\mathrm{cell}} = 7$ cm 为蒸气池的长度。结合定义的功率损耗以及 E_{MW} 与 P_0 之间的关系，可得原子处的实际微波电场 $E_{\mathrm{MW}}^2 = (2\eta_0/A_{\mathrm{r}})\,10^{(P_0+P_{\mathrm{loss}})/10}$，其对应的微波源输出功率 P_0 可任意设定。

致谢

我们感谢国家重点研发计划（项目编号：2022YFA1404002）和国家自然科学基金（项目编号：T2495253、62435018、12274059、12574528、1251101297 和 W2541020）的资助。

数据可用性

本研究使用的所有实验数据均可向通讯作者索取。

作者贡献声明

D.-S.D.、A.B.、B.-B.W. 和 L.H.Z. 提出了研究构想并支持了本研究。B.L.、J.R.C.、Y.M. 和 Q.F.W. 开展了物理实验。B.L.、D.- S.D. 和 A.B. 建立了理论模型。D.-S.D.、J.R.C.、B.L. 和 A.B. 撰写了稿件。所有作者均参与了关于稿件所含结果及分析的讨论。

利益冲突

作者声明不存在利益冲突。

[1] V. Giovannetti、S. Lloyd 和 L. Maccone，量子计量学的进展，Nature Photonics **5**，222（2011）。[2] V. Montenegro、C. Mukhopadhyay、R. Yousefjani、S. Sarkar、U. Mishra、M. G. Paris 和 A. Bayat，综述：利用多体系统进行量子计量与传感，PhysicsReports **1134**，1（2025年）。

[3] S. Gammelmark 和 K. Mølmer，单模腔场与伊辛链相互作用中的相变及海森堡极限计量，New Journal of Physics **13**,053035 (2011)。[4] K. Macieszczak、M. Guţ˘a、I. Lesanovsky 和 J. P. Gar- rahan，动力学相变作为.....的资源

量子增强计量，《物理评论A》93，022103（2016）。[5] S. Fern´andez-Lorenzo 和 D. Porras，耗散相变附近的量子传感：对称性破缺与临界性作为计量资源，《物理评论A》96，013817（2017）。[6] M. Raghunandan、J. Wrachtrup 和 H. Weimer，利用耗散一阶相变实现高密度量子传感，《物理评论快报》120，150501（2018）。[7] L. Garbe、M. Bina、A. Keller、M. G. A. Paris 和 S. Felicetti，有限分量量子相变中的临界量子计量，《物理评论快报》124，120504（2020）。[8] V. Montenegro、U. Mishra 和 A. Bayat，全局传感及其对具有临界性的量子多体探针的影响，《物理评论快报》126，200501（2021）。[9] Y. Chu、S. Zhang、B. Yu 和 J. Cai，临界性增强量子传感的动态框架，《物理评论快报》126，010502（2021）。[10] T. Ilias、D. Yang、S. F. Huelga 和 M. B. Plenio，通过连续测量实现临界性增强量子传感，arXiv 预印本 arXiv:2108.06349（2021）。[11] L. Garbe、O. Abah、S. Felicetti 和 R. Puebla，全连接模型中的临界量子计量：从海森堡标度到基布尔-祖雷克标度，arXiv 预印本 arXiv:2110.04144（2021）。[12] R. Liu、Y. Chen、M. Jiang、X. Yang、Z. Wu、Y. Li、H. Yuan、X. Peng 和 J. Du，具有海森堡标度的实验临界量子计量，《npj 量子信息》7，1（2021）。[13] P. Zanardi、M. G. A. Paris 和 L. Campos Venuti，量子临界性作为量子估计的资源，《物理评论A》78，042105（2008）。[14] S. Sarkar、A. Bayat、S. Bose 和 R. Ghosh，通过多体相变实现指数增强量子传感，《自然·通讯》16，5159 2025( )。[15] S. Sarkar、F. Ciccarello、A. Carollo 和 A. Bayat，临界非厄米拓扑诱导的量子传感，New Journal of Physics 26，073010（2024）。[16] J. Yang、S. Pang、Z. Chen、A. N. Jordan 和 A. Del Campo，量子计量中最优量子控制的变分原理，《物理评论快报》128，160505 2022( )。[17] D.-S. Ding、Z.-K. Liu、B.-S. Shi、G.-C. Guo、K. Mølmer 和 C. S. Adams，多体里德堡原子系统临界点处的增强计量，《自然·物理》18，1447（2022）。[18] L. J. I. Moon、P. M. Schindler、R. J. Smith、E. Druga、Z.-R. Zhang、M. Bukov 和 A. Ajoy，离散时间晶体传感，arXiv 预印本 arXiv:2410.05625（2024）。[19] M. Gessner、L. Pezz`e 和 A. Smerzi，多参数量子计量的灵敏度界，《物理评论快报》121，130503（2018）。[20] J. Yang、S. Pang、Y. Zhou 和 A. N. Jordan，利用一般态进行量子多参数估计的最优测量，《物理评论A》100，032104（2019）。[21] F. Albarelli 和 R. Demkowicz-Dobrza´nski，多参数含噪量子计量中的探测光不相容性，《物理评论X》12，011039（2022）。[22] M. Valeri、V. Cimini、S. Piacentini、F. Ceccarelli、E. Polino、F. Hoch、G. Bizzarri、G. Corrielli、N. Spag- nolo、R. Osellame、 *et al.*，自适应机制下的实验多参数量子计量

研究 5, 013138 (2023). [23] R. Kaubruegger, A. Shankar, D. V. Vasilyev, 和 P. Zoller, 《最优与变分多参数量子计量学及矢量场传感》, 《PRX量子》4, 020333 (2023). [24] K. Sacha 和 J. Zakrzewski, 《时间晶体：综述》, 《物理学进展报告》81, 016401 (2017). [25] K. Sacha, 《*Time Crystals*》, 《原子、光学与等离子体物理学 Springer 丛书》（Springer International Publishing, 2020). [26] M. P. Zaletel, M. Lukin, C. Monroe, C. Nayak, F. Wilczek, 和 N. Y. Yao, 《专题综述：量子与经典离散时间晶体》, 《现代物理评论》95, 031001 (2023). [27] F. Iemini, A. Russomanno, J. Keeling, M. Schir`o, M. Dal- monte, 和 R. Fazio, 《边界时间晶体》, 《物理评论快报》121, 035301 (2018). [28] J. Zhang, P. W. Hess, A. Kyprianidis, P. Becker, A. Lee, J. Smith, G. Pagano, I.-D. Potirniche, A. C. Potter, A. Vishwanath, *et al.*, 《离散时间晶体的观测》, 《自然》543, 217 (2017). [29] S. Choi, J. Choi, R. Landig, G. Kucsko, H. Zhou, J. Isoya, F. Jelezko, S. Onoda, H. Sumiya, V. Khemani, *et al.*, 《无序偶极多体系统中离散时间晶体序的观测》, 《自然》543, 221 (2017). [30] Z. Gong, R. Hamazaki, 和 M. Ueda, 《腔与电路量子电动力学系统中的离散时间晶体序》, 《物理评论快报》120, 040404 (2018). [31] D. V. Else, B. Bauer, 和 C. Nayak, 《弗洛凯时间晶体》, 《物理评论快报》117, 090402 (2016). [32] K. Sacha, 《时间平移对称性自发破缺的建模》, 《物理评论A》91, 033617 (2015). [33] F. Gambetta, F. Carollo, M. Marcuzzi, J. Garrahan, 和 I. Lesanovsky, 《开放量子系统中不存在显式对称性或无序时的离散时间晶体》, 《物理评论快报》122, 015701 (2019). [34] B. Huang, Y.-H. Wu, 和 W. V. Liu, 《洁净弗洛凯时间晶体：冷原子中的模型与实现》, 《物理评论快报》120, 110603 (2018). [35] J. Rovny, R. L. Blum, 和 S. E. Barrett, 《有序偶极多体系统中离散时间晶体特征的观测》, 《物理评论快报》120, 180603 (2018). [36] P. Frey 和 S. Rachel, 《在量子计算机的57个量子比特上实现离散时间晶体》, 《科学进展》8 (2022). [37] X. Mi, M. Ippoliti, C. Quintana, *et al.*, 《量子处理器上的时间晶体本征态序》, 《自然》601, 531 536 2021– ( ). [38] J. Randall, C. Bradley, F. van der Gronden, A. Galicia, M. Abobeih, M. Markham, D. Twitchen, F. Machado, N. Yao, 和 T. Taminiau, 《利用可编程自旋量子模拟器实现多体局域化离散时间晶体》, 《科学》374, 1474 (2021). [39] L. Xiang, W. Jiang, Z. Bao, *et al.*, 《量子处理器上的长寿命拓扑时间晶体序》, 《自然·通讯》15 (2024). [40] S. Autti, V. Eltsov, 和 G. Volovik, 《时间准晶及其向超流时间晶体转变的观测》, 《物理评论快报》120, 215301 (2018). [41] J. Smits, L. Liao, H. Stoof, 和 P. van der Straten, 《超流量子气体中时空晶体的观测》, 《物理评论快报》121, 185301 (2018). [42] P. Kongkhambut, J. Skulte, L. Mathey, J. G. Cosme, A. Hemmerich

, 《物理评论》

，和 H. Keßler ，连续时间晶体的观测，

《科学》377，670（2022）。[43] H. Keßler、P. Kongkhambut、C. Georges、L. Mathey、J. G. Cosme 和 A. Hemmerich，耗散时间晶体的观测，《物理评论快报》127，043602（2021）。[44] I. Carraro-Haddad、D. L. Chafatinos、A. S. Kuznetsov、I. A. Papuccio-Fern´andez、A. A. Reynoso、A. Bruchhausen、K. Biermann、P. V. Santos、G. Usaj 和 A. Fainstein，具有内置机械时钟的极化激元凝聚体中的固态连续时间晶体，《科学》384，995–1000（2024）。[45] Y. Li、C. Wang、Y. Tang 和 Y.-C. Liu，单模非线性腔中的时间晶体，《物理评论快报》132，183803（2024）。[46] Y. Huang、T. Wang、H. Yin、M. Jiang、Z. Luo 和 X. Peng，自旋气体中连续时间晶体和准晶体的观测，《自然·通讯》16（2025）。[47] A. Greilich、N. E. Kopteva、A. N. Kamenskii、P. S. Sokolov、V. L. Korenev 和 M. Bayer，电子-核自旋系统中的稳健连续时间晶体，《自然·物理》20，631–636（2024）。[48] Y.-H. Chen 和 X. Zhang，耗散多体系统中内禀时间晶体的实现，《自然·通讯》14（2023）。[49] H. Zhao 和 I. I. Smalyukh，由类粒子拓扑孤子形成的时空晶体，自然·材料24，1802–1811（2025）。[50] A. Cabot、F. Carollo 和 I. Lesanovsky，利用边界时间晶体进行连续传感和参数估计，《物理评论快报》132，050801（2024）。[51] E. O'Connor、V. Montenegro、F. Albarelli、M. G. Paris、A. Bayat 和 M. G. Genoni，连续监测边界时间晶体中的量子增强参数估计，arXiv:2508.15448（2025）。[52] R. Yousefjani、K. Sacha 和 A. Bayat，将离散时间晶体相作为量子增强传感的资源，物理评论B辑111，125159（2025）。[53] F. Iemini、R. Fazio 和 A. Sanpera，作为交流场量子传感器的 Floquet 时间晶体，《物理评论 A》109，L050203（2024）。[54] T. E. Lee、H. Haeffner 和 M. Cross，里德堡原子的集体量子跃迁，《物理评论快报》108，023602（2012）。[55] C. Carr、R. Ritter、C. Wade、C. S. Adams 和 K. J. Weatherill，稀薄里德堡系综中的非平衡相变，《物理评论快报》111，113901（2013）。[56] S. Helmrich、A. Arias、G. Lochead、T. Wintermantel、M. Buchhold、S. Diehl 和 S. Whitlock，超冷原子气体中自组织临界性的特征，《自然》577，481（2020）。[57] D.-S. Ding、H. Busche、B.-S. Shi、G.-C. Guo 和 C. S. Adams，强相互作用里德堡原子蒸气中非平衡相变的相图，《物理评论X》10，021023（2020）。[58] K. Wadenpfuhl 和 C. S. Adams，驱动耗散热里德堡蒸气中同步的涌现，《物理评论快报》131，143002（2023）。[59] D. Ding、Z. Bai、Z. Liu、B. Shi、G. Guo、W. Li 和 C. S. Adams，驱动耗散多体系统中里德堡团簇导致的遍历性破缺，《科学进展》10，eadl5893（2024）。[60] J. Zhang、L.-H. Zhang、B. Liu、Z.-Y. Zhang、S.-Y. Shao、Q. Li、H.-C. Chen、Z.-K. Liu、Y. Ma、T.-Y. Han、*et al.*，强相互作用体系中临界转变点的早期预警信号

相互作用里德堡原子，《物理评论快报》133，243601（2024年）。[61] J. Zhang, E.-Z. Li, Y.-J. Wang, B. Liu, L.-H. Zhang, Z.- Y. Zhang, S.-Y. Shao, Q. Li, H.-C. Chen, Y. Ma，*et al.*，冷里德堡原子气体中的例外点与滞回轨迹，《自然·通讯》16，3511（2025年）。[62] X. Wu, Z. Wang, F. Yang, R. Gao, C. Liang, M. K. Tey, X. Li, T. Pohl, and L. You，强相互作用里德堡气体中的耗散时间晶体，自然物理20，1389 1394 2024–（）。[63] B. Liu, L.-H. Zhang, and Y. o. Ma，驱动耗散里德堡原子气体中的时间晶体分岔，《自然·通讯》16，1419（2025年）。[64] Y. Jiao, W. Jiang, Y. Zhang, J. Bai, Y. He, H. Shen, J. Zhao, and S. Jia，里德堡气体驱动耗散系统中多重时间晶体的观测，《自然·通讯》16，8767（2025年）。[65] B. Liu, L.-H. Zhang, Q.-F. Wang, Y. Ma, T.-Y. Han, J. Zhang, Z.-Y. Zhang, S.-Y. Shao, Q. Li, H.-C. Chen, *et al.*，Floquet驱动的里德堡原子中的高阶和分数离散时间晶体，《自然·通讯》15，9730（2024年）。[66] D.-Y. Zhu, Z.-Y. Zhang, Q.-F. Wang, Y. Ma, T.-Y. Han, C. Yu, Q.-Q. Fang, S.-Y. Shao, Q. Li, Y.-J. Wang，*et al.*，里德堡原子气体中离散时间准晶的观测，arXiv预印本 arXiv:2509.21248（2025年）。[67] T. F. Gallagher，*Rydberg atoms*，第3卷（剑桥大学出版社，2005年）。[68] O. Firstenberg, C. S. Adams, and S. Hofferberth，里德堡相互作用介导的非线性量子光学，《物理学杂志B》49，152003（2016）。[69] J. A. Sedlacek, A. Schwettmann, H. K¨ubler, R. L¨ow, T. Pfau, and J. P. Shaffer，利用亮原子共振在蒸气池中进行里德堡原子微波电测量，自然物理8，819（2012年）。[70] M. Jing, Y. Hu, J. Ma, H. Zhang, L. Zhang, L. Xiao, and S. Jia，基于微波缀饰里德堡光谱的原子超外差接收机，自然物理16，911（2020）。[71] B. Liu, L.-H. Zhang, Z.-K. Liu, Z.-Y. Zhang, Z.-H. Zhu, W. Gao, G.-C. Guo, D.-S. Ding, and B.-S. Shi，利用里德堡原子传感器高灵敏度测量兆赫兹射频电场，《物理评论应用》18，014045（2022年）。[72] L.-H. Zhang, Z.-K. Liu, B. Liu, Z.-Y. Zhang, G.-C. Guo, D.-S. Ding, and B.-S. Shi，里德堡微波频率梳光谱仪，《物理评论应用》18，014033（2022年）。[73] L.-H. Zhang, B. Liu, Z.-K. Liu, Z.-Y. Zhang, S.-Y. Shao, Q.-F. Wang, Y. Ma, T.-Y. Han, G.-C. Guo, D.-S. Ding, *et al.*，基于空分复用射频芯片模块的超宽带双频里德堡原子接收机，《芯片》3，100089（2024年）。[74] B. Liu, L. Zhang, Z. Liu, Z. Deng, D. Ding, B. Shi, and G. Guo，基于里德堡原子的电场测量及应用，《电磁科学》1，1（2023年）。[75] H. Zhang, Y. Ma, K. Liao, W. Yang, Z. Liu, D. Ding, H. Yan, W. Li, and L. Zhang，里德堡原子电场传感在计量学、通信和混合量子系统中的应用，《科学通报》（2024年）。[76] B. Liu, L.-H. Zhang, Q.-F. Wang, Y. Ma, T.-Y. Han, Z.- K. Liu, Z.-Y. Zhang, S.-Y. Shao, J. Zhang, Q. Li，*et al.*，腔增强里德堡原子微波接收机

物理快报**42**，053201（2025年）。[77] Q.-F. Wang, L.-H. Zhang, B. Liu, Y. Ma, T.-Y. Han, E.-H. Wang, Z.-Y. Zhang, S.-Y. Shao, J. Zhang, Q. Li, *et al.*，基于里德堡原子的电弧射频信号测量，《物理评论应用》**24**，014006（2025年）。[78] C. G. Wade, M. Marcuzzi, E. Levi, J. M. Kondo, I. Lesanovsky, C. S. Adams, and K. J. Weatherill，室温原子蒸气中由太赫兹驱动的非平衡相变，《自然·通讯》**9**，3567（2018年）。[79] Q. Wang, Y. Liang, Z. Wang, S. Guan, P. Yang, P. Zhang, G. Li, and T. Zhang，利用多体里德堡原子系统中的腔增强临界行为高精度测量微波电场，中国科学物理、力学与天文学 **68**, 1 (2025年). [80] C. Wissel, 阈值附近特征返回时间的普适定律，《生态学》**65**, 101 (1984). [81] S. E. Harris, J. E. Field, and A. Imamo˘glu，利用电磁诱导透明的非线性光学过程，《物理评论快报》**64**, 1107 (1990). [82] D. Petrosyan, J. Otterbach, and M. Fleischhauer，里德堡原子中的电磁诱导透明，《物理评论快报》**107**, 213601 (2011). [83] A. Mohapatra, T. Jackson, and C. Adams，利用电磁诱导透明对高激发里德堡态进行相干光学探测，《物理评论快报》**98**, 113003 (2007).

补充材料：耗散里德伯原子时间晶体中的增强型多参数计量

Bang Liu[1,2,⋆], Jun-Rong Chen[3,⋆], Yu Ma[1,2,⋆], Qi-Feng Wang[1,2,⋆], Tian-Yu Han[1,2], Hao Tian[3], Yu-Hua Qian[4], Guang-Can Guo[1,2], Li-Hua Zhang[1,2,#], Bin-Bin Wei[5,‡], Abolfazl Bayat[6,§], Dong-Sheng Ding[1,2,†], and Bao-Sen Shi[1,2]

[1] *Key Laboratory of Quantum Information, University of Science and Technology of China; Hefei, Anhui 230026, China.*

[2] *Anhui Province Key Laboratory of Quantum Network,University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China.*[3] *School of physics, Harbin Institute of Technology, Harbin, Heilongjiang 150001, China.*

[4] *Institute of Big Data Science and Industry, Shanxi University, Taiyuan, China*[5] *Institute of system engineering, Tianjin 300161, China. and*[6] *Institute of Fundamental and Frontier Sciences, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 611731, China*(日期：2026年1月16日)

主方程的求解

基于系统的哈密顿量，我们可以推导出系统的主方程。考虑到原子的热运动，我们忽略原子之间的关联，并采用平均场近似处理里德堡原子之间的相互作用 [1–3]。在平均场近似下，相互作用项 V_{ij} 被 $V_{\mathrm{MF}} = \chi(\rho_{R_1R_1}(t) + \rho_{R_2R_2}(t) + \rho_{R_3R_3}(t))$ 所取代，这表示里德堡原子的平均场位移。因此，系统的主方程为：

$$
\begin{aligned}
\dot{\rho}_{gR_1} &= \frac{i}{2}\Omega_1\rho_{gg} + \frac{1}{2}(-\gamma - 2i(\Delta - V_{\mathrm{MF}}))\rho_{gR_1} + \frac{i}{2}\Omega_3\rho_{gR_3} - \frac{i}{2}\Omega_1\rho_{R_1R_1} - \frac{i}{2}\Omega_2\rho_{R_2R_1},\\
\dot{\rho}_{gR_2} &= \frac{i}{2}\Omega_2\rho_{gg} + \frac{1}{2}(-\gamma - 2i\delta - 2i(\Delta - V_{\mathrm{MF}}))\rho_{gR_2} + \frac{i}{2}\Omega_3\rho_{gR_3} - \frac{i}{2}\Omega_1\rho_{R_1R_2} - \frac{i}{2}\Omega_2\rho_{R_2R_2},\\
\dot{\rho}_{gR_3} &= \frac{i}{2}\Omega_3\rho_{gR_1} + \frac{i}{2}\Omega_3\rho_{gR_2} + \frac{1}{2}(-\gamma - 2i\delta - 2i(\Delta - V_{\mathrm{MF}}))\rho_{gR_3} - \frac{i}{2}\Omega_1\rho_{R_1R_3} - \frac{i}{2}\Omega_2\rho_{R_2R_3},\\
\dot{\rho}_{R_1R_1} &= -\frac{i}{2}\Omega_1\rho_{gR_1} + \frac{i}{2}\Omega_1\rho_{R_1g} - \gamma\rho_{R_1R_1} + \frac{i}{2}\Omega_3\rho_{R_1R_3} - \frac{i}{2}\Omega_3\rho_{R_3R_1},\\
\dot{\rho}_{R_1R_2} &= -\frac{i}{2}\Omega_1\rho_{gR_2} + \frac{i}{2}\Omega_2\rho_{R_1g} + \frac{1}{2}(-2\gamma - 2i\delta)\rho_{R_1R_2} + \frac{i}{2}\Omega_3\rho_{R_1R_3} - \frac{i}{2}\Omega_3\rho_{R_3R_2},\\
\dot{\rho}_{R_1R_3} &= -\frac{i}{2}\Omega_1\rho_{gR_3} + \frac{i}{2}\Omega_3\rho_{R_1R_1} + \frac{i}{2}\Omega_3\rho_{R_1R_2} + \frac{1}{2}(-2\gamma - 2i\delta)\rho_{R_1R_3} - \frac{i}{2}\Omega_3\rho_{R_3R_3},\\
\dot{\rho}_{R_2R_2} &= -\frac{i}{2}\Omega_2\rho_{gR_2} + \frac{i}{2}\Omega_2\rho_{R_2g} - \gamma\rho_{R_2R_2} + \frac{i}{2}\Omega_3\rho_{R_2R_3} - \frac{i}{2}\Omega_3\rho_{R_3R_2},\\
\dot{\rho}_{R_2R_3} &= -\frac{i}{2}\Omega_2\rho_{gR_3} + \frac{i}{2}\Omega_3\rho_{R_2R_1} + \frac{i}{2}\Omega_3\rho_{R_2R_2} - \gamma\rho_{R_2R_3} - \frac{i}{2}\Omega_3\rho_{R_3R_3},\\
\dot{\rho}_{R_3R_3} &= -\frac{i}{2}\Omega_3\rho_{R_1R_3} - \frac{i}{2}\Omega_3\rho_{R_2R_3} + \frac{i}{2}\Omega_3\rho_{R_3R_1} + \frac{i}{2}\Omega_3\rho_{R_3R_2} - \gamma\rho_{R_3R_3}.
\end{aligned}
$$

我们对主方程进行了数值求解，以模拟不同参数下的系统动力学，如图S1所示。

改变微波的频率和强度时，我们观察到系统发生了从热平衡态到时间晶体态的相变。图S1(a) 和 (b) 展示了根据系统响应的傅里叶谱构建的相图，横轴为微波失谐和拉比频率。

---

* B.L.、J.R.C.、Y.M.和Q.F.W.对本工作贡献相同。

† zlhphys@ustc.edu.cn

‡ weibb.2009@tsinghua.org.cn§ abolfazl.bayat@uestc.edu.cn

† dds@ustc.edu.cn

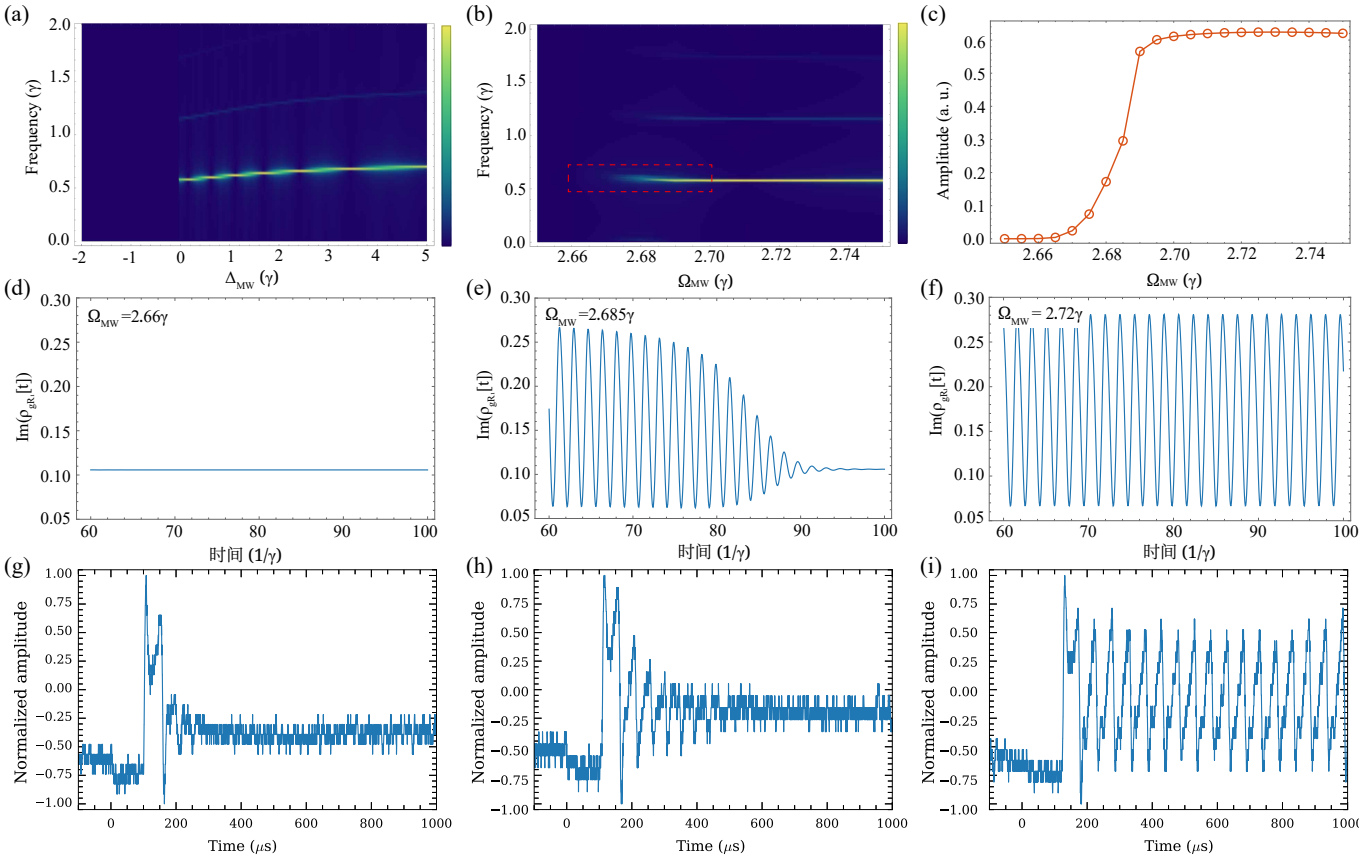

图 S1. 理论模拟结果。(a) 系统响应的傅里叶谱随微波失谐 Δ_{MW} 变化的相图。(b) 系统响应的傅里叶谱随微波拉比频率 Ω_{MW} 变化的相图。(a) 和 (b) 中的色标表示傅里叶谱的归一化强度。改变微波失谐或拉比频率时，系统会从热平衡态发生相变，进入时间晶体态。(c) 系统发生相变时，系统响应的傅里叶谱强度随微波拉比频率变化，对应于 (b) 中的红色虚线框区域。(d)、(e) 和 (f) 分别表示 $\Omega_{\mathrm{MW}} = 2.66\gamma$、 2.685γ 和 2.72γ 时系统的时域响应。(g)、(h) 和 (i) 显示了与理论结果 (d–f) 对应的实验测量时域探测光透射率。实验曲线重现了理论预测的振荡寿命延长及持续振荡的出现。

当系统处于时间晶体态时，系统响应的傅里叶谱呈现明亮的峰值。在相变过程中，系统在相变点附近表现出临界行为。我们扫描了临界点附近的微波强度，并获得系统响应的傅里叶谱振幅，如图S1(c) 所示。随着微波拉比频率增加（在实验中对应于微波电场强度增加），系统响应的振幅逐渐增大，随后趋于稳定，呈现非线性增长。图S1(d-f) 分别展示了拉比频率为 $\Omega_{\mathrm{MW}} = 2.66\gamma$、 2.685γ和 2.72γ时系统的时域响应。这里，相干性的虚部 $\mathrm{Im}[\rho_{\mathrm{gR}_1}]$ 对应于实验中测得的探测光透射率。我们发现，随着微波拉比频率增加，振荡寿命逐渐延长。最终，系统转变为稳定的时间晶体相，振荡得以持续存在。为验证这一点，我们实验测量了时间分辨探测光透射，以验证理论模拟。图S1(g–i) 展示了在时间 $t = 0\ \mu s$开启与里德伯跃迁共振的微波场时对应的实验曲线。对于图S1(g)、(h) 和 (i)，相应的微波电场振幅分别为 2.18、2.65 和 2.97 mV/cm。这三种驱动强度对应于图S1(d–f) 所示的情形。测得的动力学重现了理论预测的振荡寿命增加以及较高微波功率下持续振荡的出现，从而证实了时间晶体相的整个形成过程。

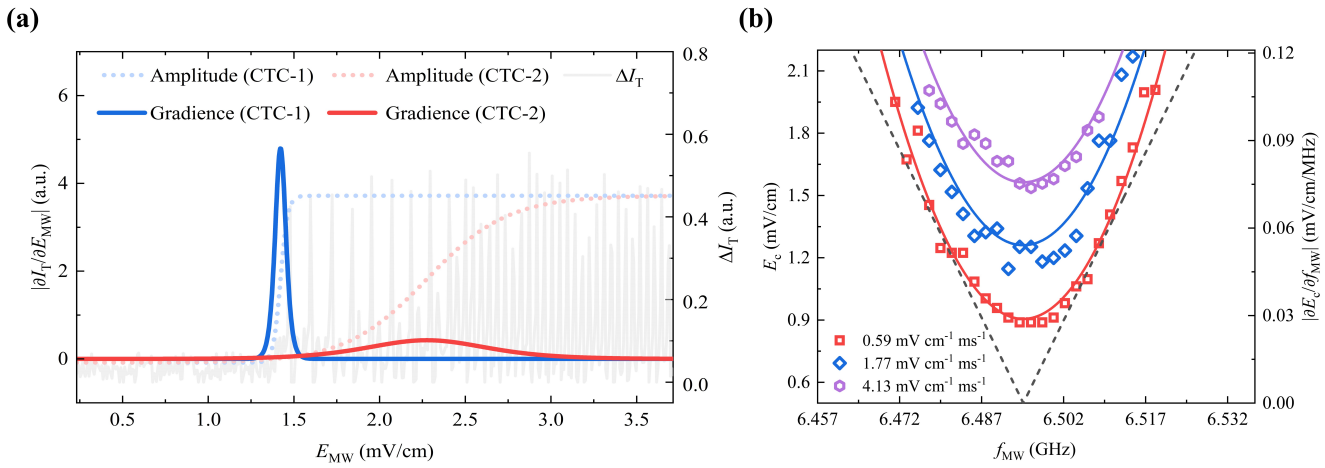

图 S2. 振幅信号的梯度与相边界。（a）CTC-1 和 CTC-2 振幅信号相对于微波场振幅 E_{MW} 的梯度（绝对斜率，$|\partial I_{\mathrm{T}}/\partial E_{\mathrm{MW}}|$）（分别以蓝色和红色实线表示），由其对应的拟合函数（点线）导出。CTC-1 的梯度呈现出尖锐且幅度很高的峰值，并局限于狭窄区域内，表明其发生了突变。相比之下，CTC-2 的梯度在显著更宽的 E_{MW} 范围内保持非零，尽管其幅度始终较低，反映出更加渐进的变化。（b）在 $\nu_E = 0.59\ \mathrm{mV\ cm^{-1}\ ms^{-1}}$ 的慢扫描速率下获得的相变边界 $|\partial E_{\mathrm{c}}/\partial f_{\mathrm{MW}}|$ 的斜率（灰色虚线），与相应的相边界（红色方块及拟合曲线，复现自正文图4（c））一同绘制。该斜率量化了临界场 E_{c} 对微波频率 f_{MW} 变化的响应分辨率。

实验传感及其与估计理论的联系

对于任意给定的量子探针 $\rho(\theta)$，其中 θ 是待估计的未知参数，完成估计任务有两个关键要素：(i) 测量观测量 Π，它由投影算符 $\{\Pi_\mu\}$确定，使得 $\hat{\Pi} = \sum_\mu \alpha_\mu \hat{\Pi}_\mu$（其中 α_μ 为实验测得的结果）；(ii) 估计量，它将测量数据映射为对未知参数的估计。每个测量结果 μ 出现的概率为 $\hat{p}_\mu(\theta) = \mathrm{Tr}[\rho(\theta)\Pi_{\mathrm{k}}]$。在参数估计中，克拉美尔-拉奥不等式为来自 m 次独立实验 [4]的统计估计误差设定了下限

$$\delta\theta \geq \frac{1}{\sqrt{mF(\theta)}} \tag{1}$$

这里，$\delta\theta$ 是估计量的标准差，而 $F(\theta)$ 是费 Fisher 信息（FI），定义为

$$F(\theta) = \sum_\mu \frac{1}{p_\mu(\theta)} \left(\frac{\partial p_\mu(\theta)}{\partial \theta}\right)^2. \tag{2}$$

然而在实际中，测量装置可能没有足够的分辨率来获取单个测量结果 $\hat{}$，而只能测量观测算符的平均值，即 $I_T = \mathrm{Tr}[\rho(\theta)\Pi]$。在这种情况下，可以通过误差传播提取费 Fisher 信息的下界:

$$F(\theta) \geq \frac{(I_T')^2}{m^2(\delta I_T)^2} \tag{3}$$

其中，I_T' 是 I_T 对 θ 的导数，即 $I_T' = \mathrm{Tr}[\partial_\theta \rho(\theta)\hat{\Pi}]$；$\delta I_T$ 是信号 $I_T(\theta)$ 中的实验涨落。这清楚地表明，增大导数 I_T' 会提高费 Fisher 信息，从而提升估计精度。

在我们的方案中，测量始终是透射信号，可以将其视为

$$I_T(\theta) = -2\mathrm{Im}(\rho_{gR_1}(\theta)) = \mathrm{Tr}[\rho(\theta)\sigma_y]. \tag{4}$$

这里，实验可观测量 $\hat{\Pi}$ 是泡利矩阵 $\sigma_y = -i\,|g\rangle\langle R_1| + i\,|R_1\rangle\langle g|$。我们注意到，所测量的透射信号只能获取 σ_y 的平均值，无法分辨 σ_y的各个本征向量。因此，可以通过上述公式（3）提取费 Fisher 信息的下界。

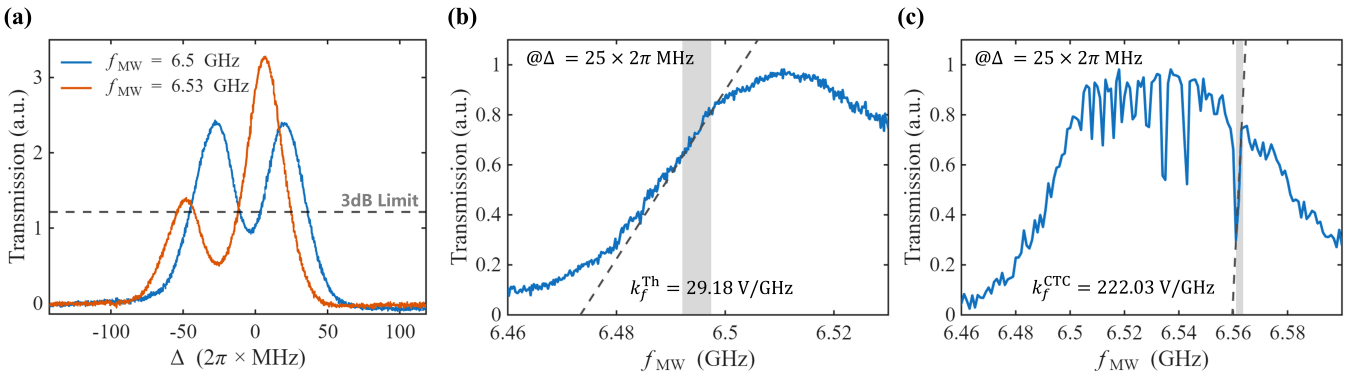

图 S3. 不同相位下的光谱响应与转导增强。(a) 共振微波场（蓝色曲线）和非共振微波场（橙色曲线）下的 AT 分裂光谱。(b) 热平衡系统的探测光透射率（归一化）随微波频率 f_{MW} 变化的曲线（转导曲线）。6.495 吉赫附近的灰色阴影区域表示响应最陡峭的区间，线性拟合（虚线）所得斜率为 $k_f^{\mathrm{Th}} = 29.18$ 伏/吉赫。(c) CTC 系统在施加射频场时对应的转导曲线，呈现出显著变陡的响应。6.56 吉赫附近的最大斜率达到 $k_f^{\mathrm{CTC}} = 222.03$ 伏/吉赫。在固定噪声振幅约为 0.04 伏的条件下，斜率增强使频率分辨率提高了八倍，从 $\delta f \approx 1.4$ 兆赫（b）提升至 $\delta f \approx 180$ 千赫（c）。

为了完成估计过程，还必须指定估计量。由于我们的测量无法分辨可观测量的各个本征向量，即 σ_y，因此无法应用传统的贝叶斯分析。相反，可以直接利用 I_{T} 的拟合函数来估计感兴趣的参数。为阐明这一点，在图 S2(a) 中，我们展示了 I_{T} 在 CTC1 相和 CTC2 相中的拟合函数，这些函数可作为估计量，从中提取 E_{MW}的值。通过比较图 S2(a) 中绘制的 CTC-1 和 CTC-2 信号的梯度（斜率） $\partial I_{\mathrm{T}}/\partial E_{\mathrm{MW}}$ ，可以观察到费 Fisher 信息的行为，见公式（3）。事实上，CTC1 和 CTC2 信号呈现出明显不同的行为。从 CTC-1 信号中提取的梯度在相变点附近非常大，但在其他区域则非常小，因此在相变点处可以进行非常精确的估计，而在其他位置的估计较差。然而，从 CTC-2 测量中得到的梯度在较宽的振幅范围内均不为零 E_{MW}，尽管其数值在相变点附近明显低于 CTC-1 的梯度。因此，在估计 E_{MW}时，可以先利用响应范围较广的 CTC-2 信号，对振幅进行粗略估计。随后，可将探测光调谐到该估计值附近，此处系统会经历从热平衡到 CTC-1 相的相变。接着，在这一狭窄的转变区域内测量变化剧烈的 CTC-1 信号，即可对 E_{MW} 进行高精度估计。对微波频率也可以进行相同的分析。根据正文图 2(c) 所示的结果，可以使用 E_c的拟合函数来估计频率，该函数由 T_{T}直接计算得到。还可以根据 $\partial E_c/\partial f_{\mathrm{MW}}$计算费 Fisher 信息的估计值，见公式（3），其中 T_{T} 被替换为 E_c。

频率分辨率估算

里德伯系统处于热平衡相时，同时受到探测光和耦合激光作用，会在探测光透射率中呈现共振增强，体现出电磁诱导透明（EIT）效应 [5–7]。引入共振微波场后，电磁诱导透明谱会发生奥特勒–汤斯分裂 [8]。当微波频率（f_{MW}）偏离共振时，产生的奥特勒–汤斯双峰强度会变得不对称，谱位置也会发生偏移，如图 S3(a) 所示。

关键的是，通过监测探测光透射率 I_{T} 并在固定激光失谐下扫描微波频率f_{MW}，我们得到一条转导曲线，表示 I_{T} 对 f_{MW} 的依赖关系。量子传感方案的频率分辨率从根本上取决于这条曲线的斜率，定义为 $k_f = \partial I_{\mathrm{T}}/\partial f_{\mathrm{MW}}$。当工作点处的 k_f 最大时，频率判别能力最佳，对应于对频率变化的最高分辨率。对于处于热平衡相的系统 [，如图 S4(b)], 所示，在 6.495 吉赫附近最陡的响应区域（灰色阴影）进行线性拟合，得到 $k_f^{\mathrm{Th}} \approx 29.18$ V/吉赫。相比之下，当施加射频场将系统驱动至 CTC相时，如图 S4(c) 所示，其转换特性发生了显著变化。该状态下的最大斜率位于 6.56 吉赫附近，达到 $k_f^{\mathrm{CTC}} \approx 222.03$ V/吉赫，反映出频率到透射的响应显著变陡。因此，假设实验观测到的噪声振

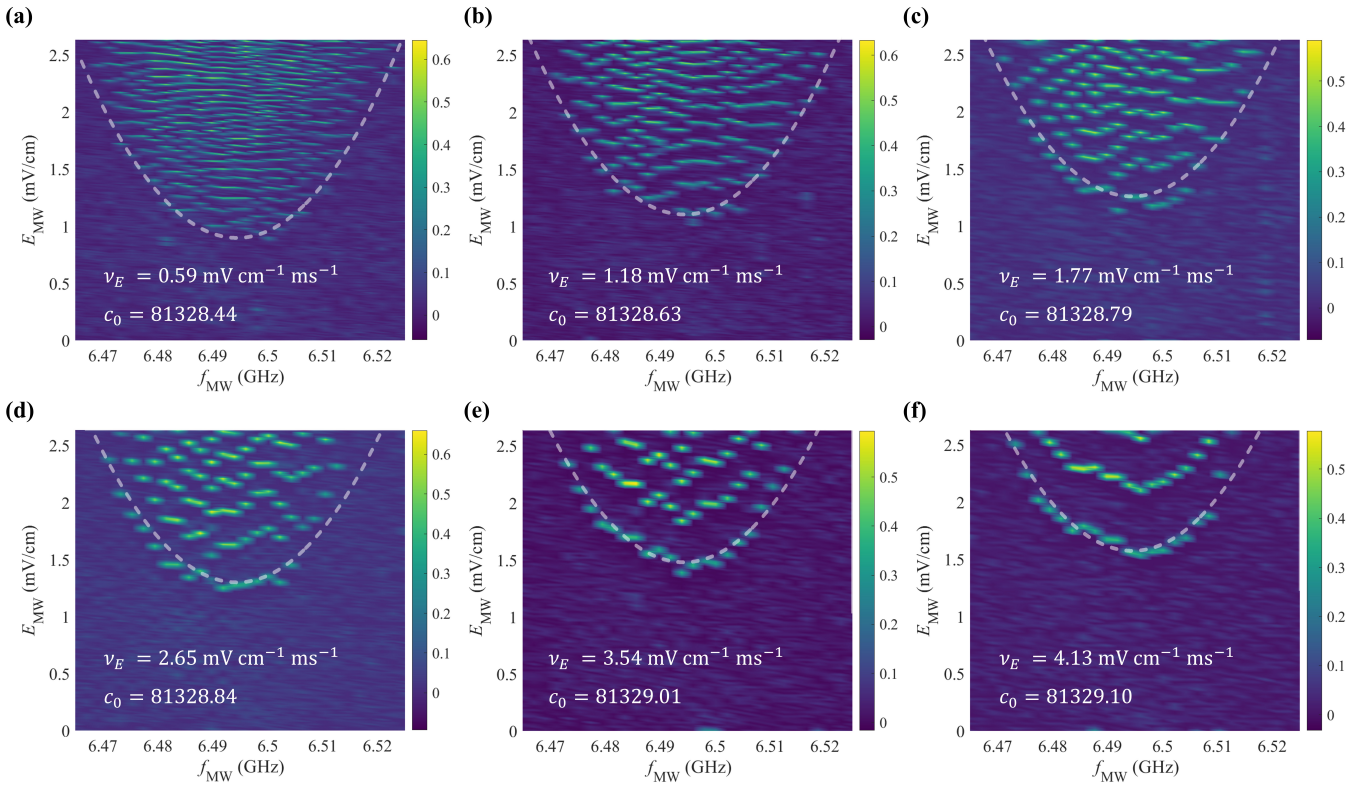

图 S4. 不同微波电场强度扫描速率下 CTC 相图的实验结果 ν_E。通过改变扫描频率 f_{sc}，将扫描速率 ν_E 调整至数个 mV cm^{-1} ms^{-1} 。图 (a) 至 (f) 中的扫描速率 ν_E 分别对应 200、400、600、900、1200 和 1400 Hz 的扫描频率，最大微波电场强度固定为 2.95 mV/cm。随着 ν_E 增大，抛物线状 CTC 相边界略微移动，发生相变所需的临界电场也随之增大。各面板中的白色虚线表示对二次函数 $E_{\mathrm{MW}} = a_0 f_{\mathrm{MW}}^2 + b_0 f_{\mathrm{MW}} + c_0$的拟合，其中系数 $a_0 = 1928.2$ 和 $b_0 = -25045.1$固定，而截距 c_0 随扫描速率而异（如相应面板所示）。 c_0 随 ν_E 的系统性变化清楚地表明，随着扫描速率增大，相边界略有移动。

幅在两种配置的透射信号中均约为 $\delta I_{\mathrm{T}} = 0.04$ V，则可直接推得可实现的频率分辨率 δf 。对于处于热平衡相的系统， δf 估计约为 1.4 兆赫；而对于处于 CTC相的系统，则降至约 180 千赫，分辨率提升了八倍。这一结果清楚地表明，在 CTC相的时间临界性附近运行所带来的计量学优势。此外，还可以通过光学失谐进一步调节这一最大斜率工作点的频率，从而灵活调整工作范围和系统响应。

通过改变 f_{sc} 任意函数发生器提供的微波扫描频率，我们进一步测量了不同微波电场强度扫描速率下的 CTC 相图 ν_E，如图S4所示。结果表明，随着 ν_E增大，CTC 相边界的位置略有移动；扫描速率越高，驱动里德堡原子系综发生相变所需的临界电场强度 E_c 越大。所有扫描速率下，相边界均呈抛物线形状，与正文图4(c)所示的行为一致。此外，随着 f_{sc}增大，扫描周期缩短，而 CTC 相的特征振荡周期基本保持不变，因此在逐渐缩小的 CTC 相区域内，振荡变得越来越稀疏 [例如，比较图S4(a) 与图S4(f)]。然而，值得注意的是，只要系统处于 CTC 相区域内，相应的探测光透射信号就会呈现时间晶体相的典型振荡。因此，由 CTC 相区域最外侧振荡峰界定的边界，仍是区分热平衡相与 CTC 相的可靠指标。

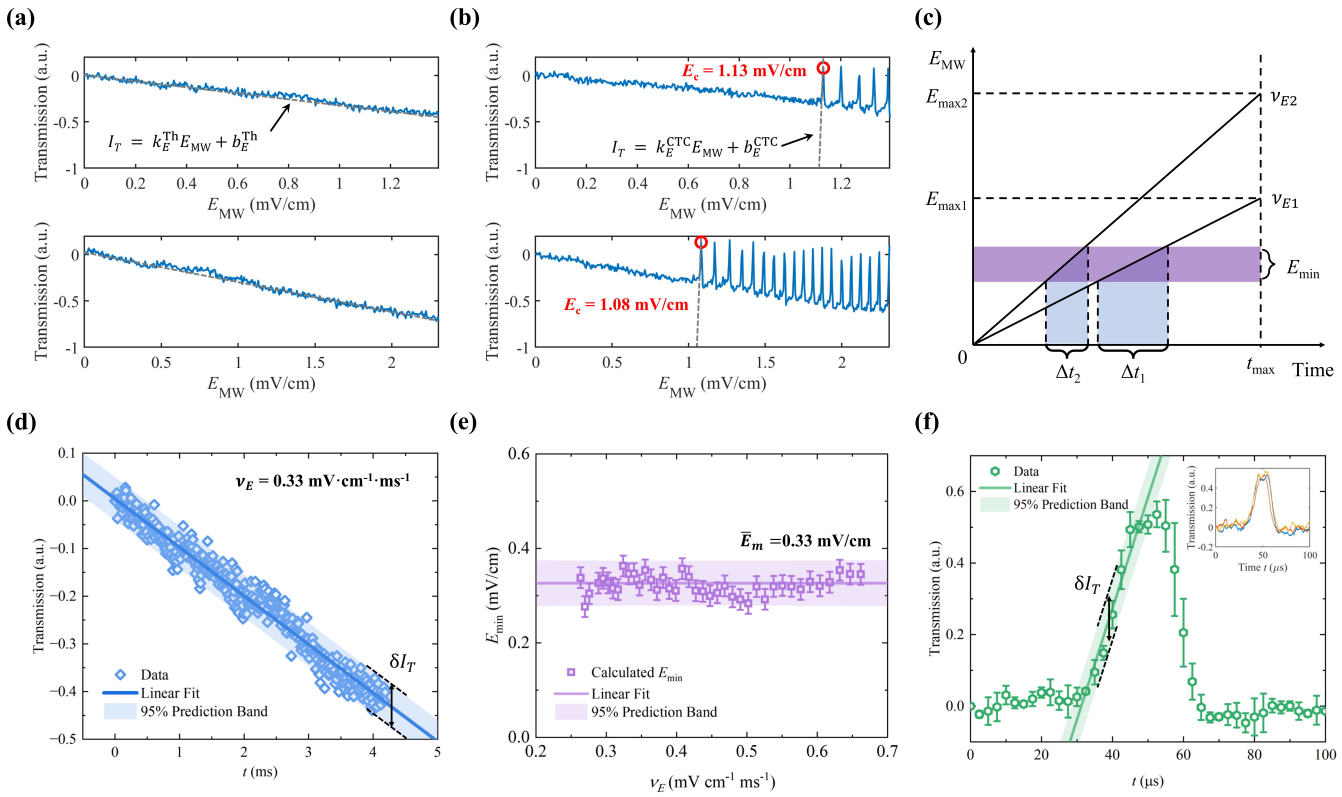

图 S5. 不同扫描速率下，探测光透射率对微波电场 E_{MW} 的响应及最小可分辨场的估算 ν_E。(a) 热平衡系统的探测光透射率对 E_{MW} 的响应，扫描速率为 0.33（上图）和 0.55（下图）mV cm^{-1} ms^{-1}。线性拟合 $I_{\mathrm{T}} = k_E^{\mathrm{Th}} E_{\mathrm{MW}} + b_E^{\mathrm{Th}}$（灰色虚线）得到的斜率 k_E^{Th}分别为 0.096 和 0.171 V/(mV cm^{-1})。(b) CTC 系统的探测光透射率对 E_{MW} 的响应，扫描速率为 $\nu_E = 0.33$（上图）和 0.55（下图）mV cm^{-1} ms^{-1}，相应的临界场 E_c（红色圆圈）分别为 1.13 和 1.08 mV/cm。对初始 CTC 峰上升沿进行线性拟合 $I_{\mathrm{T}} = k_E^{\mathrm{CTC}} E_{\mathrm{MW}} + b_E^{\mathrm{CTC}}$（灰色虚线），得到的斜率 k_E^{CTC}分别为 12.7 和 12.5 V/(mV cm^{-1})。(c) 固定微波扫描频率 ($f_{\mathrm{sc}} = 200$ Hz) 时，不同 ν_E 下 E_{MW} 随时间变化的示意图。对于相同的测量持续时间，热系统的最小可分辨场（紫色阴影）保持一致，但等效噪声持续时间（蓝色阴影）不同。(d) 热平衡系统的实验数据和线性拟合，斜率 k_t^{Th} = 为 -0.102 V/ms，截距 $b_t^{\mathrm{Th}} = 4.46 \times 10^{-2}$ V，对应 $\nu_E = 0.33$ mV cm^{-1} ms^{-1}。(e) 热系统在不同 ν_E 值下的最小可分辨电场 E_{min}。紫色实线表示所有数据的均值（约为 0.33 mV/cm），误差棒表示标准差。(f) 临界点处第一个 CTC 峰的实测线形。误差棒来自三次独立测量（见插图）。对上升沿进行线性拟合，得到的斜率 k_t^{CTC}约为 31.05 V/ms。

灵敏度增强估算

里德伯系统的灵敏度从根本上取决于最小可分辨微波电场强度 E_{min} 与相应测量时间 t_{m}的乘积。在我们的实验中，单次测量的持续时间仅由微波扫描频率 f_{sc}决定。通过改变最大场强 E_{max}，还可以在一定范围内调节微波电场的扫描速率 ν_E。图 S5(a) 展示了系统处于热平衡相时，探测光透射率 I_{T} 在 ν_E 取值分别为 0.33（上图）和 0.55（下图）时的变化；单位为 mV cm^{-1} ms^{-1}，两者均呈现较高的线性度，其特征斜率为 k_E^{Th}。图 S5(b) 展示了系统处于 CTC 相时，在相同 ν_E 下相应的探测光透射率 I_{T}（上图：0.33 mV cm^{-1} ms^{-1}；下图：0.55 mV cm^{-1} ms^{-1}）；随着 E_{MW}增大，可以观察到从热平衡相到 CTC 相的明显相变。对应的临界电场强度 E_c以红圈标出，测得值分别为 1.13 和 1.08 mV/cm。需要指出的是，在扫描速率 ν_E 较高时，表观值较低的 E_c 并不与图 S4 所示的趋势矛盾，因为在 ν_E变化范围有限的情况下，确定相边界存在固有的不确定性。由于 CTC 相中的信号峰较尖锐，因此采用线性拟合来近似临界点附近探测光透射率的变化。探测灵敏度 S 取决于探测光透射率 I_{T}的变化率

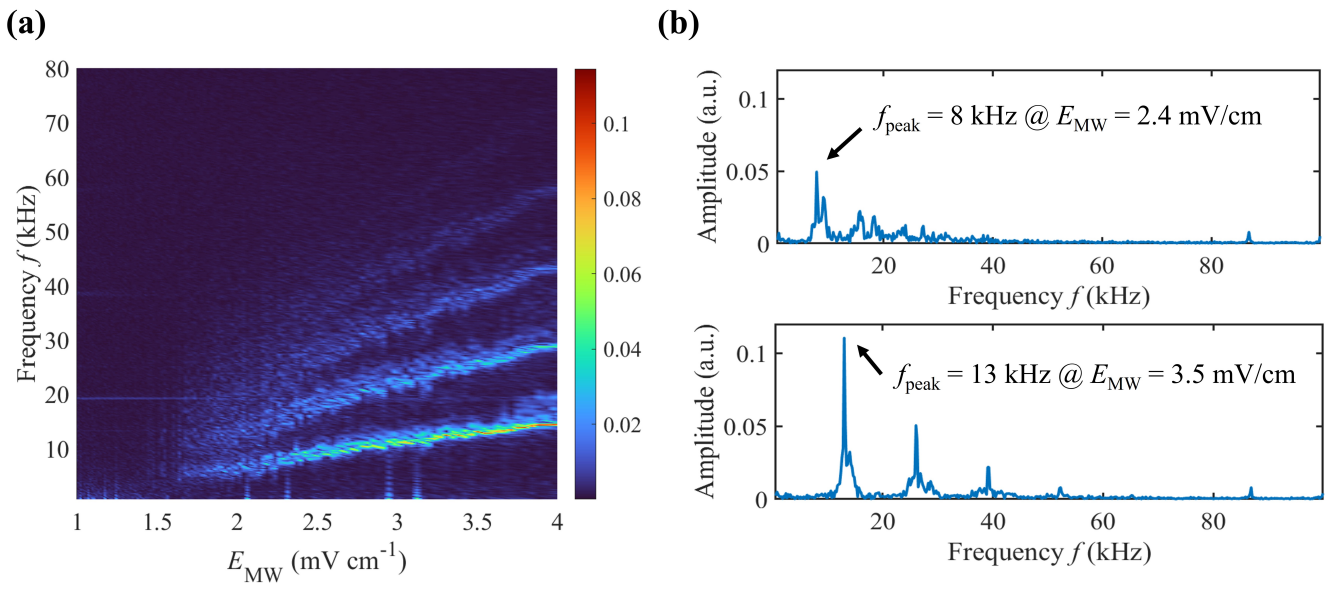

图 S6. 时间晶体相变过程中快速傅里叶变换频谱的演化。（a）在微波共振频率处，随着微波电场强度 E_{MW} 增加（1–2 mV/cm），快速傅里叶变换频谱系统的输出信号由无明显特征的背景演变为包含基频（~6 kHz）及其高次谐波的信号。随着 E_{MW} 进一步增加（2–4 mV/cm），基频和谐波频率均向更高值移动，同时信号强度增强，时间晶体相的稳健性也得到提升。（b）分别记录于 $E_{\mathrm{MW}} = 2.4$ （上图）和 3.5 mV/cm（下图）的时间晶体信号的快速傅里叶变换频谱。请注意，约 87 kHz 处的峰源于用于频率稳定的激光调制，与时间晶体无关。

相对于测量电场 E_{MW}，更陡的斜率 k_E 意味着对 E_{MW} 具有更高的灵敏度。因此，k_E^{Th} 和 k_E^{CTC} 分别用于估算临界性增强前后的系统探测灵敏度。

图 S5 (a) 和 (b) 对应的微波扫描方案如图 S5(c) 所示，其中微波扫描频率 f_{sc} 保持恒定，而扫描速率 ν_E 则通过改变最大电场强度 E_{max}进行调节。我们将最小可分辨电场 $E_{\mathrm{min}]}$ 定义为信噪比为 1 时的噪声等效电场 E_{noise}，它等于噪声等效时长 Δt 与当前扫描速率 ν_E的乘积。这里， $\Delta t = \delta I_{\mathrm{T}}/k_t$，其中 δI_{T} 表示由技术噪声引起的探测光透射率不确定度， k_t 表示输出信号的时间导数。因此，最小可分辨电场 E_{min} 表示为

$$E_{\mathrm{min}} = \frac{\delta I_{\mathrm{T}}}{k_E} = \frac{\delta I_{\mathrm{T}}}{k_t}\nu_E \tag{5}$$

对于热平衡系统，其在 $\nu_E = 0.33\ \mathrm{mVcm^{-1}\ ms^{-1}}$ 时输出信号的时间演化如图 S5 (d) 所示。明显的线性特征源于线性微波扫描以及系统对 E_{MW}的线性响应，其特征由斜率 k_t^{Th}表征，该斜率通过 k_E^{Th}与斜率 $k_t^{\mathrm{Th}} = k_E^{\mathrm{Th}}\nu_E$相关。根据线性拟合的 95%预测带估算，技术噪声底约为 0.1 V，且在不同 ν_E取值下保持一致，因此热平衡系统的最小可分辨电场约为 0.34 mV/cm。实际上，同样的方法可用于确定相同扫描频率 E_{min} 下不同 ν_E 对应的 f_{sc}。如图 E_{min} S5(e) 所示，在相同测量时间t_{m}下，S5(e) 中展示的结果表明，预计这些数值大致一致。因此，估算该扫描频率下热平衡系统的平均最小可分辨电场为 0.33 mV/cm。

对于处于 CTC 相的系统，在临界点处，首个 CTC 峰的线形在所研究的不同扫描速率下几乎保持不变 ν_E 。这种一致性使得 k_t^{CTC}可以通过对在多个 ν_E 取值下获得的初始 CTC 峰进行线性拟合，确定平均上升沿斜率，如图S5 (f) 所示。在扫描速率为 $\nu_E = 0.33\ \mathrm{mVcm^{-1}\ ms^{-1}}$时，利用公式5 估算得到 CTC 系统的最小可分辨电场约为 1.1 μV/cm，相较于热平衡系统提升约 25 dB。此外，在测量时间固定为 $t_m = 5$ ms（远大于

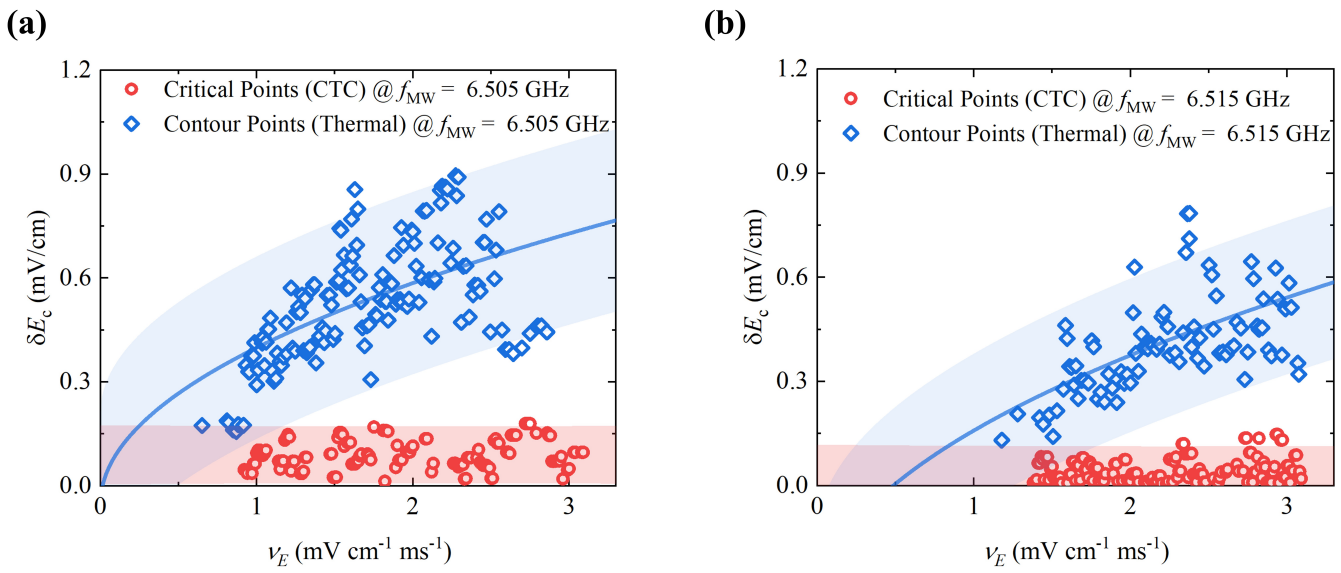

图 S7. 临界电场误差 δE_c 对非共振微波频率下微波电场扫描速率 ν_E 的依赖关系。(a) $f_{\mathrm{MW}} = 6.505$ 吉赫下的实验结果。CTC 相的误差 δE_c 几乎保持不变，平均值为 0.09 mV/cm（红色带表示 95%预测区间）；而对于热平衡相，δE_c 则增大，并通过 $\delta E_c = a_{\mathrm{Th}}\sqrt{\nu_E} + b_{\mathrm{Th}}$ ($a_{\mathrm{Th}} = 0.45$, $b_{\mathrm{Th}} = -0.05$) 拟合，蓝色带表示相应的 95%预测区间。(b) $f_{\mathrm{MW}} = 6.515$ 吉赫下的相应结果，显示出类似趋势；CTC 相的平均 δE_c 值为 0.04 mV/cm，热相的拟合结果为 $a_{\mathrm{Th}} = 0.52$, $b_{\mathrm{Th}} = -0.36$.

里德堡相干时间）的情况下，微波电场灵敏度为

$$S_E = E_{\min}\sqrt{t_{\mathrm{m}}} = \frac{\delta I_{\mathrm{T}}}{k_t}\nu_E\sqrt{t_{\mathrm{m}}} \tag{6}$$

根据该表达式，$\nu_E = 0.33$ mV cm^{-1} ms^{-1} 下 CTC 系统的灵敏度为 75.5 nV cm^{-1} Hz$^{-1/2}$，比热平衡系统 23.1 μV cm^{-1} Hz$^{-1/2}$ 的灵敏度提高了 25 dB。

我们进一步实验研究了 CTC 相形成过程中输出信号频谱随微波电场强度 E_{MW} 的演化，结果如图 S6 所示。当场强 E_{MW} 低于临界场 E_{c} 时，图 S6(a) 中的输出频谱没有明显特征，表明系统仍处于热平衡相。一旦 E_{MW} 超过临界场 E_{c}，频谱便逐渐呈现时间晶体相的典型特征，包括一个基频（~ 6千赫）和多个高次谐波。这里的临界场约为 1.64 mV/cm，与图 S5(b) 中的数值略有不同，这是由于两组实验之间的光学失谐 Δ 存在微小差异。随着 E_{MW} 进一步增大，基频和谐波频率均向更高值移动，同时其频谱强度显著增强，表明时间晶体相的稳健性得到提高。图 S6(b) 展示了 $E_{\mathrm{MW}} = 2.4$ （上图）和 3.5 mV/cm（下图）下对应的时间晶体频谱，其中基频峰从 8 千赫移动至 13 千赫，所有峰（包括谐波）的强度均显著增强。在正文中，我们比较了共振条件下不同扫描速率 ν_E 时热平衡系统与 CTC 系统之间的测量误差 δE_{c} 。可以观察到，CTC 系统的测量误差始终较低，几乎不受 ν_E 变化的影响，而热系统的误差则随扫描速率升高而增大。这一趋势在其他微波频率下仍然存在，图 S7 展示了在另外两个 f_{MW} 值下对 δE_{c} 的实验结果，从而予以证实。此外，随着 f_{MW} 偏离共振，CTC 相出现所需的最小 ν_E 增大。具体而言，该数值从正文图 5(f) 中 $f_{\mathrm{MW}} = 6.5$ 吉赫下的 0.7 mV cm^{-1} ms^{-1}，上升至此处图 S7(a) 中 $f_{\mathrm{MW}} = 6.505$ 吉赫下的 0.9 mV cm^{-1} ms^{-1}，并进一步升至图 S7(b) 中 $f_{\mathrm{MW}} = 6.515$ 吉赫下的 1.4 mV cm^{-1} ms^{-1}。这一变化趋势与

与正文图4(c)中的结果一致。

---

[1] X. Wu、Z. Wang、F. Yang、R. Gao、C. Liang、M. K. Tey、X. Li、T. Pohl 和 L. You，《强相互作用里德堡气体中的耗散时间晶体》，自然物理 20，1389–1394（2024年）。[2] B. Liu、L.-H. Zhang、Q.-F. Wang、Y. Ma、T.-Y. Han、J. Zhang、Z.-Y. Zhang、S.-Y. Shao、Q. Li、H.-C. Chen 等，《Floquet驱动的里德堡原子中的高阶和分数阶离散时间晶体》，《自然-通讯》15，9730（2024年）。[3] B. Liu、L.-H. Zhang 和 Y. o. Ma，《驱动耗散里德堡原子气体中的时间晶体分岔》，《自然·通讯》16，1419（2025年）。[4] E. L. Lehmann 和 G. Casella，《点估计理论》（Springer，1998年）。[5] S. E. Harris、J. E. Field 和 A. Imamo˘glu，《利用电磁感应透明实现的非线性光学过程》，《物理评论快报》64，1107（1990年）。[6] D. Petrosyan、J. Otterbach 和 M. Fleischhauer，《里德堡原子的电磁感应透明》，《物理评论快报》107，213601（2011年）。[7] A. Mohapatra、T. Jackson 和 C. Adams，《利用电磁感应透明相干光学探测高激发里德堡态》，《物理评论快报》98，113003（2007年）。[8] J. A. Sedlacek、A. Schwettmann、H. K¨ubler、R. L¨ow、T. Pfau 和 J. P. Shaffer，《利用明亮原子共振，在蒸气池中使用里德堡原子进行微波电测量》，自然物理 8，819（2012年）。