利用多次金星引力辅助飞掠潜在危险小行星的可行性

Vladislav Zubko

*Spac*俄罗斯科学院空间研究所 *(IKI)*，*Profsoyuznaya* 街 *84/32*号，莫斯科，*117997*，俄罗斯联邦 *n*

arXiv:2601.12759v1 [astro-ph.EP] 19 Jan 2026

摘要

本研究利用金星引力辅助设计低能耗航天器轨迹，以便在行星交会之间的日心转移段研究小行星。研究重点关注作为主要探测目标的潜在危险小行星。本论文提出了一种计算航天器轨迹的方法，使航天器能够在金星引力辅助后飞掠小行星。该方法通过构建并求解优化问题，设计包含飞掠选定小行星和金星的轨迹。轨迹基于二体动力学，通过求解兰伯特问题计算。初步候选小行星搜索采用一种算法，以缩小优化问题的搜索空间。该算法利用 V∞球面技术，将行星引力辅助与共振轨道相连接。在此情况下，共振轨道可作为航天器在连续两次行星飞掠之间轨迹的初始近似。研究分析了四种飞行方案，包括多次飞掠金星和小行星，并考虑航天器返回地球的可能性。所提出的方案缩短了小行星接近之间的飞行时间，提高了引力辅助频率，并增强了任务设计的灵活性。利用金星引力辅助和共振轨道，可确保航天器在连续两次飞掠金星之间的轨迹上与至少一颗小行星近距离交会，并证明了周期性金星引力辅助及与潜在危险小行星交会的可行性。研究采用所开发的方法构建轨迹，使航天器能够通过多次金星引力辅助，接近与金星共轨的小行星以及潜在危险小行星。此外，还开展了一项研究，以确定在2029年至2050年的发射窗口期间，可在地球—金星段接近的小行星。

关键词：小行星探测；任务设计；引力辅助；轨迹优化

引言

研究太阳系内侧区域、轨道位于地球轨道内侧的小行星，对于理解行星演化和评估其对地球的潜在威胁至关重要。目前，天文目录收录了超过 100 万个小天体，但其中仅约 3,000 个经过光谱分类。这凸显了开发新方法研究和分类小行星的必要性，同时利用地面设施和航天器（SC）开展研究。

用于小行星探测的航天器任务正日益受到重视。这些任务包括对 81P/Wild 2 彗星以及（25143）丝川、（162173）龙宫和（101955）贝努小行星的飞掠研究与样本采集任务，并随后将样本返回地球。截至目前，已有 20 项针对 39 个小天体的任务完成[1]。然而，该领域新概念和项目的积极研发仍在持续，伴随着各航天机构发表的文献和开展的项目不断增多。

近地小行星（NEAs）的探测是小行星研究中一个尤为重要的方向。近几十年来，包括隼鸟 [1], 隼鸟-2 [2], 和 OSIRIS-ReX（后更名为 OSIRIX-APEx） [3] 在内的里程碑式样本返回任务已成功完成。近年来，搭载立方星 LICIACube[4] 的双小行星重定向测试任务飞往（65803）迪迪莫斯—迪莫弗斯系统，展示了行星防御的新能力；后续任务赫拉号 [5]及其搭载的两颗立方星米兰尼号 [6] 和朱文塔斯号 [7]目前正在研制中。人们对小行星探测日益增长的兴趣，也推动了 M-ARGO [8] 和 NEAScout [9, 10], 等规模更小、目标更集中的任务发展，彰显了研究这些天体的方法日益多样化。

为航天器执行小行星任务设计轨迹时，可根据多种因素采用不同策略。这些因素包括目标天体的数量、是否采用引力辅助，以及推进系统的类型（化学推进或电推进）。通常，需要通过求解优化问题来确定这些轨迹，使其满足诸如尽量减少燃料消耗、缩短飞行时间，或在对这些参数施加严格限制时寻求折中等准则。

这些方法大致可分为以下几类：

[1]基于对喷气推进实验室（JPL）数据库 https://ssd.jpl.nasa.gov/sb/targets.html 数据的分析（访问日期：01.03.2025）

1. 不借助引力辅助，从地球直接转移至小行星，或采用多圈转移轨迹的方法[11, 12, 13, 9, 10, 14]。2. 采用结合地球和金星引力辅助的飞行方案，随后进入远日点显著延伸的日心轨道。这类方案通常包括在金星和/或地球附近进行一系列轨道机动。文献 [15, 16, 17, 18, 19, 20]介绍了这类轨迹的实例；露西号任务 [21]也采用了类似策略。3. 利用少体问题在各种转移段上的不稳定动力学的方法，尤其是日地系统平动点附近的不稳定动力学。文献 [8, 22, 23, 24, 25, 26, 27]描述了这类动力学在实际中的应用。4. 利用日地系统平动点附近的不变流形，对飞往近地彗星/小行星进行研究的空间站实施制导与控制的方法 [28, 29, 30, 31, 25]。

需要注意的是，上述方法既可用于设计航天器轨迹，也可用于设计小行星轨迹。后一种情况与行星防御或小行星探测概念相关，在这些概念中，小行星本身就是受控制的天体，正如 [32, 33, 34] 中所示。

第一组方法受严格的 Δv 约束[2], 影响，主要关注适合探测近地小行星（NEAs）的轨迹 [12, 13, 11]。第二组方法关注主带小行星，它们是数量最多的小天体。该组方法侧重于寻找与主带小行星交会的航天器轨迹 [35, 36, 37, 38, 19, 20]。第三组同样以近地小行星（NEAs）为目标，因为它依靠 n 体问题产生的引力效应，以获得足够大的喷气速度，从而逃离地球的引力影响球（SOI） [22, 23, 24, 25, 26, 27]。

来自 [15, 16]的研究表明，高推力推进系统结合金星、地球以及某些情况下火星的引力辅助，能够以足够低的成本，在地球到地球转移过程中对多个目标天体进行探测。这种方法仅需在最初飞往金星时进行一次 Δv 机动[3] ，后续引力辅助机动所需的脉冲可忽略不计。这些研究表明，拼接圆锥曲线近似显著简化了候选小行星的初步搜索。 [19], 中的研究也进行了类似分析，作者运用贝尔曼最优性原理，确定了配备低推力发动机的航天器对多个主带小行星进行交会的轨迹。

近期研究 [39, 40, 41]表明，航天器从地球飞往金星的途中有可能与小行星交会。在文章 [39], 中，研究人员考察了金星弹道方案及其可能的2030年至2040年发射时段。分析发现，在地球-金星转移段存在可行轨迹，能够实现小行星交会。在 [40, 41], 中，作者分析了一种飞行方案：航天器在金星引力辅助后进入共振轨道[4], , 从而可在下一次与行星交会前飞掠一颗小行星。分析采用拼接圆锥曲线近似，并针对每条轨迹求解兰伯特问题，目标是120个目标天体中的一个。结果表明，在所提出的方案中至少可以实现一次飞掠。先前研究中的任务发射日期选定为与2029年—2035年间计划开展的金星任务相吻合：金星-*D* [42, 43, 44], *DAVINCI+* [45]、*VERITAS*[46],和*EnVision* [47]。

需要指出的是，尽管先前研究中提出过类似的思路 [40, 41], , 并展示了航天器沿共振 1:1 轨道飞行时可以与小行星交会，但这些研究的范围本质上仅限于在为特定行星探测目标——登陆金星表面——设计的转移轨迹上进行一次机会性飞掠。因此，这些研究的重点更多在于抵达金星上的目标区域，而非小行星飞掠。

本研究聚焦于上述第二组轨迹。重点是航天器在金星附近利用引力辅助机动的轨迹，这使航天器能够在保持接近金星轨道的同时与小行星交会，从而便于同时研究小天体和行星。这种方法有望显著提高多次航天器任务对小行星及其他行星天体开展科学探测的效能，从而提升太阳系内侧区域任务的科学回报。

考虑了四种飞行方案：

1. 不使用引力辅助并返回地球的小行星飞掠：地球 → 小行星 → 地球；2. 使用金星引力辅助且不返回地球的小行星飞掠：地球 → 金星 → 小行星 → 金星；3. 不返回地球的多次小行星飞掠：金星 → 1第 1 颗小行星 → 金星 → 2第 2 颗小行星 → 金星 → 第-颗小行星 ... → 金星；4. 返回地球的多次小行星飞掠：地球 → 金星 → 小行星 → 金星 ... → 第-颗小行星 → 金星→ 地球。

与前文提到的研究类似， [18, 19, 35], 本研究使用兰伯特问题确定各对天体之间的航天器飞行轨迹。然而，本研究主要聚焦于金星轨道附近区域内的小行星探测，该区域的小行星群体具有独特性。

[2] Δv 表示火箭动力机动执行后特征速度的变化。[3] Δv 表示火箭动力机动所导致的特征速度变化。[4]基于对 JPL数据库 https://ssd.jpl.nasa.gov/tools/sbdb_query.html 中数据的分析（访问日期：01.03.2025）

因此，本研究采用了一种方法，首先使用 V∞球方法搜索小行星目标，该方法将引力辅助机动与共振轨道相结合。这样可为随后使用拼接圆锥曲线法搜索最优飞行轨迹提供初始数据。

本研究将潜在危险小行星[5] 视为探测目标天体。这些天体之所以重要，是因为它们可能对地球构成威胁，因此近距离观测它们尤为重要。

首先，从喷气推进实验室（JPL）数据库中初步筛选出一批小行星。随后，确定了能够实现飞掠且 Δv 成本最低的轨迹，其中包括发射和行星际轨道机动成本。然后，将地球 → 小行星 → 地球方案与本研究提出的方案进行比较，后者包含多次金星飞掠。

比较结果表明，多阶段方案不会显著增加飞行时间，在某些情况下还能够缩短完成所有飞掠所需的时间。研究还证明，经过一系列轨道机动后，航天器可以返回地球。例如，计算了采用地球 → 金星 → 1第一颗小行星 → 金星 → 2第二颗小行星→ 金星 → 地球方案的航天器轨迹。结果表明，在涉及金星引力辅助的小行星转移任务中，大多数情况下都可以实现这样的返程。

分析表明，采用与金星轨道具有 1:1 共振的轨道（金星轨道周期为 ≈224.699 天），可显著缩短前往小行星的转移持续时间。计算结果显示，在某些情况下，当发射窗口重合时，与直接转移相比，金星引力辅助可减少总冲量 Δv 。此外，地球与金星之间的转移限制了飞掠小行星的机会，因为在这种情况下，航天器轨道的朝向分别取决于初始点和终端点处两颗行星的位置。采用共振轨道能够使航天器的运动平面与目标天体的轨道对齐，从而提高任务效率。

研究特定空间区域（即金星轨道附近区域）的另一动机，是有望发现与金星处于轨道共振的未知小行星。另一个重要目标是研究位于金星轨道距离附近的尘埃包层 [48]。目前已知此类小行星仅有五颗 [39] ，另有约 20 颗被认为可能已被金星的轨道运动捕获并处于共振状态 [49]。因此，探索本论文确定的航天器轨道可能会取得有趣的结果，为该领域的研究现状作出重要贡献。因此，探索本论文确定的航天器轨道可能会取得有趣的结果，为该领域的研究现状作出重要贡献。

因此，本研究的创新贡献有两方面。首先，提出、探索并验证了金星—小行星—金星飞行方案的可行性。其次，提出了计算初始参数的方法，以便针对总 Δv 优化这些轨迹。此外，还提供了适用于2029年和2031年发射窗口、采用多次金星引力辅助进行小行星飞掠的最优航天器轨迹目录。

论文结构如下：引言阐述了本研究的意义，并回顾了不同的轨迹设计方法。第一部分“计算技术”（第1部分）分为若干小节，分别介绍使用拼接圆锥曲线近似计算航天器轨迹（第1.1节）、构建多次飞掠轨迹（第1.2节），以及搜索候选小行星的专门方法（第1.3节）。第二部分“结果”（第2部分）通过若干小节展示研究结果，内容包括目标小行星群的选择（第2.1节）、不同飞掠方案的比较分析（第2.2节）、多小行星飞掠轨迹示例及返回地球轨迹分析（第2.2.7节）、高保真模型中的结果细化（第2.3节）、金星共振小行星与潜在危险小行星联合飞行研究（第2.4节），以及地球—金星段飞掠研究（第2.5节）。结论（第4部分）总结了所提方法及所用飞行方案的优势，随后为致谢部分。

1. 方法

1.1. 使用拼接圆锥曲线近似进行行星际飞行轨迹设计

对于所有考虑的飞行方案，均采用了拼接圆锥曲线法 [50]。根据该方法，将航天器在每对天体之间的转移轨迹视为一段圆锥曲线。在日心运动中，这些天体的引力影响球收缩为一个点。通过求解兰伯特问题，确定航天器在两个天体之间的转移轨迹。该问题根据已知的初始位置和终端位置的日心位置矢量，以及飞行时间，确定运动初始点和终端点处的日心速度矢量。本研究采用Izzo方法求解兰伯特问题 [51]。

由于Izzo方法能够计算两个天体之间的转移轨迹，即使角距离超过 2π，为避免出现涉及绕太阳多次公转的解，本研究将最大公转次数限制为四次。

航天器轨迹使用以下算法计算：

1. 小行星交会所需的数量p 和k （其中$k > p$）行星交会已定义。

[5]潜在危险小行星（PHAs）是一类特殊的近地小行星，其最小轨道交会距离（MOID）小于 0.05 天文单位，且绝对星等小于 22。3

2. 已定义每对天体之间的$s+1$转移段。转移段的数量由$s = p + k$确定，并额外增加一个对应地球—金星段的航段。

3. 航天器在初始时刻、行星飞越和小行星飞掠时刻的位置矢量t_j定义如下：$\mathbf{r}_0(t_0)$、$\mathbf{r}_1(t_1)$、. . .、$\mathbf{r}_j(t_j)$、. . .、$\mathbf{r}_s(t_s)$、$\mathbf{r}_{s+1}(t_{s+1})$。

4. 求解每个航段的兰伯特问题以获得速度，并得到发射时以及每次天体交会时的速度：

$$\mathbf{v}_0(t_0), \mathbf{v}_1(t_1), \ldots, \mathbf{v}_j(t_j), \ldots, \mathbf{v}_s(t_s), \mathbf{v}_{s+1}(t_{s+1}).$$

5. 计算每次行星飞越时的渐近速度：

$$\mathbf{v}_{\infty,0} = \mathbf{v}_0 - \mathbf{v}_{pl,0}, \quad \mathbf{v}_{\infty,1} = \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_{pl,1}, \quad \ldots, \quad \mathbf{v}_{\infty,j} = \mathbf{v}_j - \mathbf{v}_{pl,j} \ldots, \quad \mathbf{v}_{\infty,s} = \mathbf{v}_s - \mathbf{v}_{pl,s}$$

6. 定义如下代价函数：

$$G = \Delta v_{tot}(t_0, t_1, \ldots, t_{s+1}) = \Delta v_0(t_0, t_1) + \sum_{j=1}^{s-1} \left[\Delta v_\pi(t_j, t_{j+1}) + \Delta v_t(t_j, t_{j+1}) + \Delta v_{ast}(t_{j+1}, t_{j+2}) \right] \tag{1}$$

其中各分量定义如下：

- $\Delta v_0 = \sqrt{2\mu_E r_{LEO} + (v^+_{\infty,0})^2} - \sqrt{\mu_E r_{LEO}}$表示从半径为 6571 千米的低地球轨道（LEO）发射所需的冲量；μ_E – 地球的引力参数。
- $\Delta v_{\pi,\,j} = \sqrt{2\mu_{pl} r_{\pi,\,j} + (v^-_{\infty,\,j})^2} - \sqrt{2\mu_{pl} r_{\pi,\,j} + (v^+_{\infty,\,j})^2}$是飞掠过程中行星近心点处的脉冲，其中$r_{\pi,\,j}$为近拱点半径；$\mu_{pl}$ – 行星的引力参数。
- $\Delta v_{t,\,j}$是调整速度渐近线所需的脉冲（在转向角超过自然转向角的情况下）；
- $\Delta v_{ast,\,j} = \|\mathbf{v}^-_{ast,\,j} - \mathbf{v}^+_{ast,\,j}\|$是小行星飞掠期间的速度变化。上述脉冲已施加

如果违反了无动力（自由）飞越的以下条件：

$$A_{\min} \le \arccos \frac{\mathbf{v}^-_{\infty,j} \cdot \mathbf{v}^+_{\infty,j}}{v^2_{\infty,j}} \le A_{\text{nat}} \tag{2}$$

其中，$A_{\min} = \arcsin\left(1/\left(1 + r_{SOI} v^2_{\infty,j}/\mu_{pl}\right)\right)$和$A_{\text{nat}} = \arcsin\left(1/\left(1 + r_{\pi,\min} v^2_{\infty,j}/\mu_{pl}\right)\right)$分别是渐近速度在行星影响球距离（$r_{SOI}$）和行星最小飞越距离（$r_{\pi,\min}$）处达到的最小转向角和自然转向角。

7. 目标是找到使以下各项最小化的轨迹：

$$G^* = \min_{t_0, t_1, t_2, t_3, t_4, \ldots, t_{s+1}} \Delta v_{tot}.$$

采用了两阶段优化算法 :

- 进行全局搜索，以确定包含全局最小值G^*的区域。该搜索采用了进化类优化技术中的元启发式遗传算法——差分进化 [52]。
- 在先前找到的区域内，使用基于梯度的布罗伊登–弗莱彻–戈德法布–尚诺算法 [53]搜索代价函数G^* 的精确最小值。

8. 优化过程后，对以下约束进行检查：

$$\begin{cases} \Delta v_0 \le \Delta v_0^{\lim} \\ \sum_{j=1}^{s-1} (\Delta v_{\pi,j} + \Delta v_{t,j}) \le l_1 \\ \sum_{j=1}^{s-1} (\Delta v_{ast,j+1}) \le l_2 \end{cases} \tag{3}$$

其中，Δv_0^{lim}为发射冲量值的上限，该上限根据现有运载火箭上面级的技术限制确定；l_1 和l_2 分别为行星飞掠和小行星的总冲量约束。

在本研究中，Δv_0 值设为 4.1 千米/秒，这反映了火箭工业当前的发展水平，使得使用液氧/液氢上面级成为可能。该冲量的理论极限约为 4.53 千米/秒，而更现实的冲量接近 3.49–3.62 千米/秒（适用于现有火箭）[54]。选择了 $\Delta v_0^{lim} = 4.1$ 千米/秒这一数值，与当前上面级能力相符；不过，详细的发射性能分析不在本研究的范围之内。

公式（3）对行星飞掠的总冲量（第二个约束）和小行星飞掠的总冲量（第三个约束）施加了约束。行星飞掠和小行星飞掠的总冲量约束取决于飞行方案中小行星的数量。对于包含一次小行星飞掠的方案，两个约束均设为 10^{-3} 千米/秒；而对于包含五颗或更多小行星的方案，其数值分别取为 $l_1 = 0.1\Delta v_0^{lim}$和 $l_2 = 0.025\Delta v_0^{lim}$。经验选取的数值 $l_2 = l_1/5$，可确保小行星飞掠所需的冲量显著低于行星飞掠。

可以注意到，对于满足条件 $\sum_{j=1}^{2}(\Delta v_{\pi,\ j}+\Delta v_{t,\ j}+\Delta v_{ast,\ j+1}) \le 10^{-3}$ 千米/秒的轨迹，相邻两次行星引力辅助之间的持续时间可分为以下两类：

$$\begin{aligned}\Delta t_{j,j+2} &= \sum_{j=1}^{2}(t_{j+1}-t_j) \neq nP_{pl},\\ \Delta t_{j,j+2} &= \sum_{j=1}^{2}(t_{j+1}-t_j) \approx nP_{pl}.\end{aligned} \tag{4}$$

其中，P_{pl} 表示行星的轨道周期。

上述关系意味着，对于通过连接始末均位于同一天体上的转移段而得到的转移轨迹，航天器的日心轨迹可近似为在小行星接近时刻相接的相应$m:n$共振轨道。基于此，可以对代价函数进行简化。

简化1。假设航天器在相邻两次金星飞掠之间的转移持续时间已知，且恰好等于nP_{pl}天，则对代价函数 (1) 进行修改，使$t_{j+2} = nP_{\mathrm{pl}} + t_j$。因此，原代价函数 (1) 可改写为

$$\widetilde{G} = \Delta v_0(t_0,t_1) + \sum_{j=1}^{s-1}\left[\Delta v_\pi(t_j,t_{j+1}) + \Delta v_t(t_j,t_{j+1}) + \Delta v_{ast}(t_{j+1},t_j+nP_{\mathrm{pl}})\right] \tag{5}$$

随后，在时间点集合$G \to \min$上将所得代价函数最小化：$t_0,t_1,\ldots,t_s$。

这些关于转移航段序列和持续时间（以j为索引）的规则适用于包含地球至金星航段的航天器轨迹。或者，如果没有此类航段，例如在地球-小行星-地球飞行方案中，航段数将减少一个，本节所述算法也可同样应用。

1.2. 行星及多次小行星飞掠轨迹的构建

第1.1节提出的方法适用于确定预先指定天体序列的最优轨迹。该方法可以轻松解决航天器仅飞掠一颗小行星时的最优轨迹确定问题。然而，当交会的小行星数量超过一颗时，就需要预先搜索合适的候选小行星，并确定可能的飞掠日期范围。

本节提出一种算法，用于在每次行星飞掠中预先筛选候选小行星。该方法利用几何关系，以共振轨道近似航天器轨迹。通过V∞球方法，将引力辅助与二体问题中的共振轨道设计联系起来，以确定初始转向角。该初始角由航天器与处于共振轨道上的小行星之间发生近距离交会的要求确定。

在一阶近似中，假设金星轨道的偏心率可以忽略不计，则一组描述适用于渐近速度变换的坐标系的单位向量可表示为：

$$\xi^0 = \frac{\mathbf{v}_{pl}}{\left\|\mathbf{v}_{pl}\right\|}, \quad \zeta^0 = \frac{\mathbf{r}_{pl}\times\mathbf{v}_{pl}}{\left\|\mathbf{r}_{pl}\times\mathbf{v}_{pl}\right\|}, \quad \eta^0 = \xi^0\times\zeta^0 \tag{6}$$

其中，ζ^0 沿行星速度矢量方向，ζ^0 沿角动量矢量方向，η^0 则构成右手正交单位三元组。

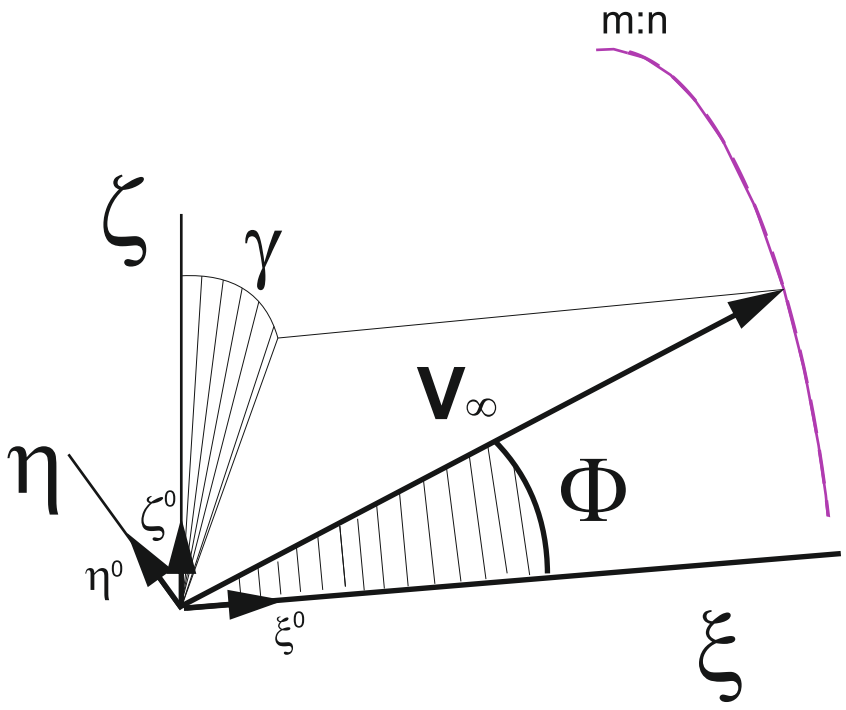

图1：航天器在金星飞掠时于 $\xi\zeta\eta$坐标系中的渐近速度

图 1 显示了航天器在金星飞掠时的渐近速度矢量。在坐标系 (6) 中，通过引入角度 Φ、γ[6]，可如下定义矢量 $\mathbf{v}_\infty$：

$$\mathbf{v}_\infty = v_\infty \left[\cos\Phi,\ \sin\Phi\sin\gamma,\ \sin\Phi\cos\gamma\right]^T . \tag{7}$$

因此，金星引力辅助后航天器的状态向量（航天器的日心位置矢量$\mathbf{r}_{pl}$和日心速度矢量$\mathbf{v}_{pl}$）可写为：

$$[\mathbf{r}_{sc}, \mathbf{v}_{sc}] = [\mathbf{v}_{pl}, \mathbf{v}_{pl} + \Xi\mathbf{v}_\infty]. \tag{8}$$

其中，Ξ 是从 $\xi\zeta\eta$ 到日心黄道J2000坐标系的状态转移矩阵。

假设$\mathbf{v}_\infty = const$ 在金星飞掠期间保持不变，则m:n共振轨道完全由 Φ、γ确定，其中 Φ完全确定$m:n$ 比值，而 γ 确定在 $\Phi = const$时共振轨道相对于行星轨道平面的方位。因此，在本文后续部分，固定 Φ的值后，共振轨道由参数 γ确定。

注：共振轨道设计的理论研究在 [57, 56] 中进行，而共振轨道和非共振双行星飞掠的一般情形则在论文 [58]中进行了广泛的描述和分析。

1.3. 候选小行星的快速搜索算法

共振轨道可作为构建航天器轨迹的初始猜测，从而实现小行星飞掠（定义为$\Delta v \le 1$ 米/秒）。因此，为了从全部小行星中筛选候选目标，采用以下算法：

所提出方法的核心思想如图 2 所示。该图描绘了在金星接近期间，当前v_∞ 值下可能存在的共振所形成的共振轨道集合。轨道与这组轨道相交的小行星，可能会与其中一条共振轨迹发生近距离交会。因此，如果发生这种交会时距离足够小——小到能够在第1.1节所述的完整优化过程中得到补偿——那么该小行星就会被纳入候选小行星集合。

[6]本文中引入的角度 Φ,γ 为定为 [40, 55])，而其他论文中这些角度的记号可能有所不同，通常称为 Ö pic 变量 [56]，记 为 θ,ψ；在 [57] 中使用记号 α,κ；在 [58] 中使用记号 ξ_1,ξ_2。

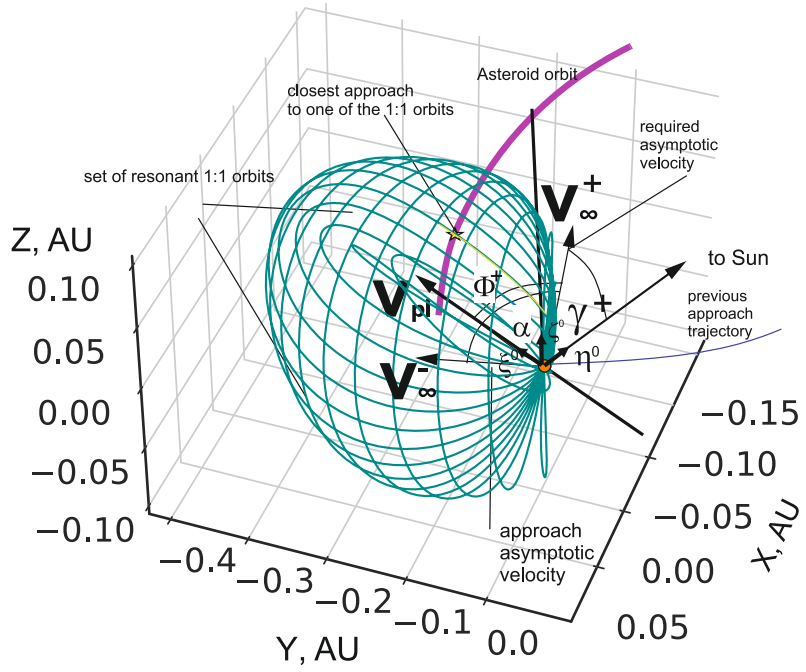

图2：所提出技术的几何解释

基于上述核心思想及其图示，寻找合适候选小行星的算法见 1。

算法1： 筛选候选小行星并构建多小行星飞掠轨迹

输入： 潜在危险小行星集合 $\mathcal{A}$，航天器与金星交会时间 t_i；航天器在日心坐标中的位置和速度 $\mathbf{r}(t_i),\mathbf{v}(t_i)$；最大小行星最小轨道相交距离值：$\rho^{\max}$；航天器与小行星在区间 (t_i,t_{i+2}) 内的最小距离允许最大值，其中 $t_{i+2} = t_j + nP_{pl}$；$\Delta r^{\lim}_{\min}$ 最大允许航天器与小行星之间的最小接近距离；A_{nat}；$\Phi(m:n,v_{\infty,j})$ = 常数

输出： 候选小行星集合 $\mathcal{A}_c$

遍历小行星 $a \in \mathcal{A}$**执行**

计算在 γ 内航天器轨道与小行星轨道之间的最小最小轨道相交距离：$(\rho^{\text{sc-ast}}\ \text{moid}\ )_{\min} = \min_{\gamma} \rho^{\text{sc-ast}}\ \text{moid}\ (\gamma)$;

$\tilde{\theta}_{j+1} = f(\theta_j, (\rho^{\text{sc-ast}}\ \text{moid}\ )_{\min})$ 表示航天器与小行星轨道最小交点处航天器的真近点角；

$\tilde{t}_{j+1} = f(\tilde{\theta}_{j+1})$ 表示航天器到达指定位置 θ_j 的协调世界时；

$\tilde{\gamma}^+ = \underset{\gamma}{\text{极小值点}}\ \rho^{\text{sc-ast}}\ \text{moid}(\gamma)$ 是在给定 $m:n$ 的所有共振轨道中，达到最小最小轨道交会距离参数值时对应的参数；

若 $\rho^{sc\text{-}ast}_{moid} \le \rho^{\max}_{MOID}$ **则** 确定 $\Delta r^{\text{sc-ast}}_{\text{最小值}} = \min_{\substack{\tilde{\gamma}^+ - \gamma^{lim} \le \gamma \le \tilde{\gamma}^+ + \gamma^{lim} \\ \tilde{t}_{j+1} - \delta t^{lim} \le t \le t_{enc} + \delta t^{lim}}} \|\mathbf{r}(t,\gamma) - \mathbf{r}_{\text{ast}}(t,\gamma)\|$;

若 $\Delta r^{sc\text{-}ast}_{\min} < \Delta r^{lim}_{min}$ **then**

检查条件：

$$A_{\min} \le \text{反余弦}(\tilde{\mathbf{v}}^-_\infty \cdot \tilde{\mathbf{v}}^+_\infty) \le A_{\text{nat}};$$

其中 $\tilde{\mathbf{v}}_\infty = \frac{\mathbf{v}_\infty}{v_\infty}$;

如果满足约束**那么**

将a 添加到 $\mathcal{A}_c$;

确定 $[t^*_{j+1},\ \gamma^{+*}] = \arg \min_{\substack{\tilde{\gamma}^+ - \gamma^{lim} \le \gamma \le \tilde{\gamma}^+ + \gamma^{lim} \\ \tilde{t}_{j+1} - \delta t^{lim} \le t \le t_{enc} + \delta t^{lim}}} \|\mathbf{r}(t,\gamma) - \mathbf{r}_{\text{ast}}(t,\gamma)\|$;

返回 $\mathcal{A}_c$;

需要注意的是，本研究框架中使用的算法阈值是通过多次仿真进行经验性选取的。之所以选择经验值，是因为即使在 Φ 值固定的情况下，Δr、ρ_{moid} 与 v_∞、γ之间的依赖关系仍具有高度非线性。在所研究的情况下，发生最近遭遇时的真近点角是为 Δr 和 ρ_{moid}选择适当阈值的关键参数。然而，这一具体问题超出了当前研究的范围，最终阈值的选择旨在确保全面的初始搜索。本文的目标首先是识别合适的小行星，然后将这一集合代入优化问题，最后对其进行筛选，以获得最优轨迹。因此，该算法的目的是缩小最优轨迹的搜索空间，从而确保小行星以及最好是行星能够实现近乎无冲量飞掠。

以下限制参数采用了相应的经验值：$\Delta r^{\text{lim}}_{\text{最小}} = 5$ 百万千米，$\rho^{\max}_{\text{最小轨道相交距离}} = 5$ 百万千米，$\gamma^{lim} = 15°$，以及 $\delta t^{lim} = 15$天。参数 $\rho^{\text{sc-ast}}_{\text{最小轨道相交距离}}$（也记作 ρ_{moid}）表示航天器与小行星轨道之间的最小距离，并通过[59]中的解析算法计算得出。编制候选集后，对 $\mathcal{A}_c$中的每颗小行星重复第1.1节的步骤，并将优化问题的规模增加两个额外航段。

说明。 本研究采用最小轨道交会距离参数的解析近似值（在 [59]中记作AMOID），该参数可用于近似航天器与小行星轨道之间的最小距离在局部极小值附近的特征变化。然而，由于该近似参数（AMOID）可能与真实的最小轨道相交距离相差甚大，搜索算法通过初始时高估 $\rho^{\text{sc-ast}}{}_{\text{最小轨道相交距离}} \leq \rho^{\max}$ 的取值来考虑这一潜在误差。此外，选择 $\rho^{\text{sc-ast}}{}_{\text{最小轨道相交距离}} \leq \rho^{\max}$ 的取值时，会考虑到最小轨道相交距离与 $\Delta r^{\text{sc-ast}}{}_{\text{最小}}$ 可能在 γ的不同取值处出现。

例如，图 3 展示了三条不同的曲线：针对小行星 2000 DO1，将 AMOID、最小轨道相交距离和 $\Delta r^{\text{sc-ast}}{}_{\text{最小}}$ 相对于 γ 绘制。图 3 显示，AMOID 曲线在最小值附近通常近似于最小轨道相交距离值，而 $\Delta r^{\min}_{\text{sc-ast}}$ 的极值则有所不同（在 γ中向右偏移了数度）

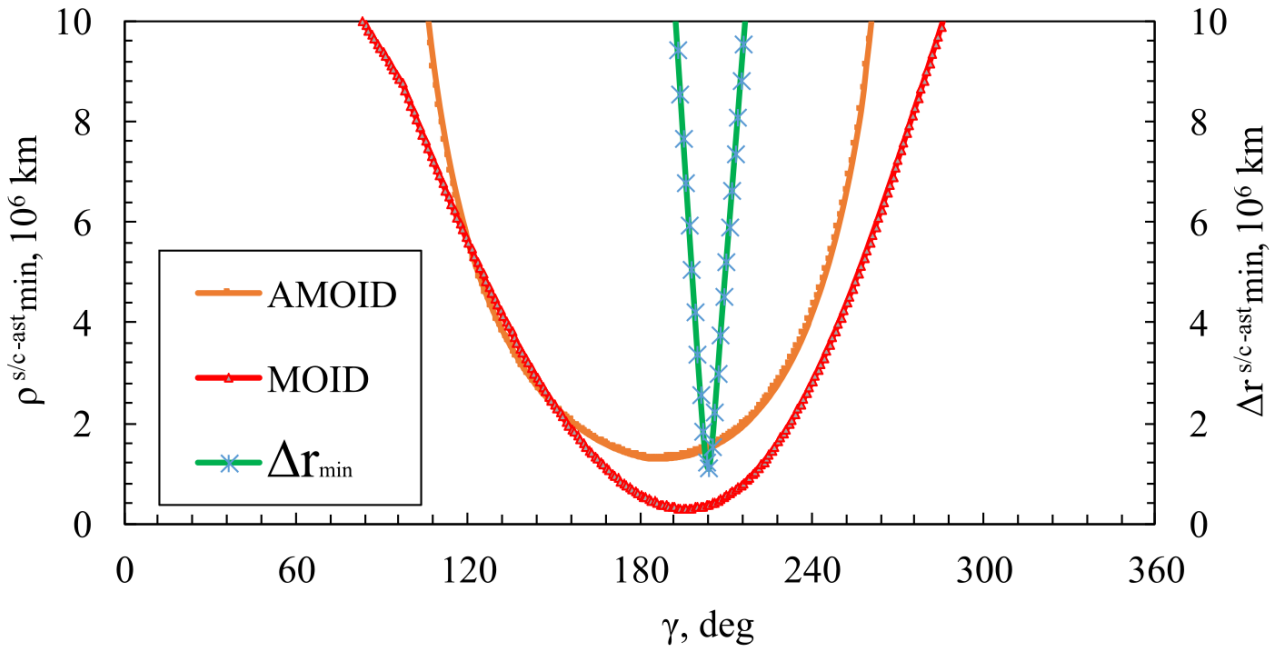

图 3：比较 AMOID 曲线、最小轨道相交距离曲线以及航天器与小行星之间的最小距离随 1:1共振轨道变化的情况，并展示其随参数 γ 的变化。

2. 结果

2.1. 从国际目录中筛选小行星目标群

为确定适用于拟议金星飞掠任务的小行星目标，我们使用美国国家航空航天局喷气推进实验室（JPL）导航与辅助信息设施（NAIF）数据库进行了全面搜索。该数据库包含超过 150 万个太阳系小天体的轨道数据。筛选过程依次采用以下标准：

- **初步筛选潜在危险小行星**。 在包含 1,467,232 颗小行星的完整数据库中，根据 JPL 和小行星中心的数据库，最初约有 2,500 个天体被归类为潜在危险小行星（PHAs）。
- **地球最小轨道交会距离限制**。 为聚焦于地球撞击风险最高的天体，筛选最小轨道交会距离 $\rho_{moid} \leq$ 1.05 地月距离（其中 1 地月距离 = 384,000 千米）的小行星。根据这一标准，确定了 139 颗候选小行星，作为初步任务设计的主要目标集。
- **轨道确定精度**。 为确保轨迹设计可靠，对轨道根数应用了严格的不确定度阈值：

  – 半长轴：1-$\sigma(a) \leq 10^{-5}$ 天文单位– 近日点距离：1-$\sigma(q) \leq 10^{-5}$ 天文单位– 偏心率：1-$\sigma(e) \leq 10^{-5}$– 角度根数（倾角、升交点经度、近心点幅角、平近点角）：总角度不确定度 $\leq 10^{-4}$ 弧度

将这些不确定性筛选条件应用于完整的潜在危险小行星数据集后，得到2,030个特征明确的天体。将这一精筛后的集合与基于最小轨道相交距离的筛选结果取交集，最终得到139颗小行星作为目标群体。图5展示了所选小行星的轨道参数不确定度分布。

目标群体同时包含已编号和未编号小行星，以确保任务规划全面。尽管目前未编号小行星的轨道不确定性较大，但随着轨道测定精度的提高，它们将成为有价值的未来目标。图4展示了最终选出的139颗小行星的轨道参数分布。

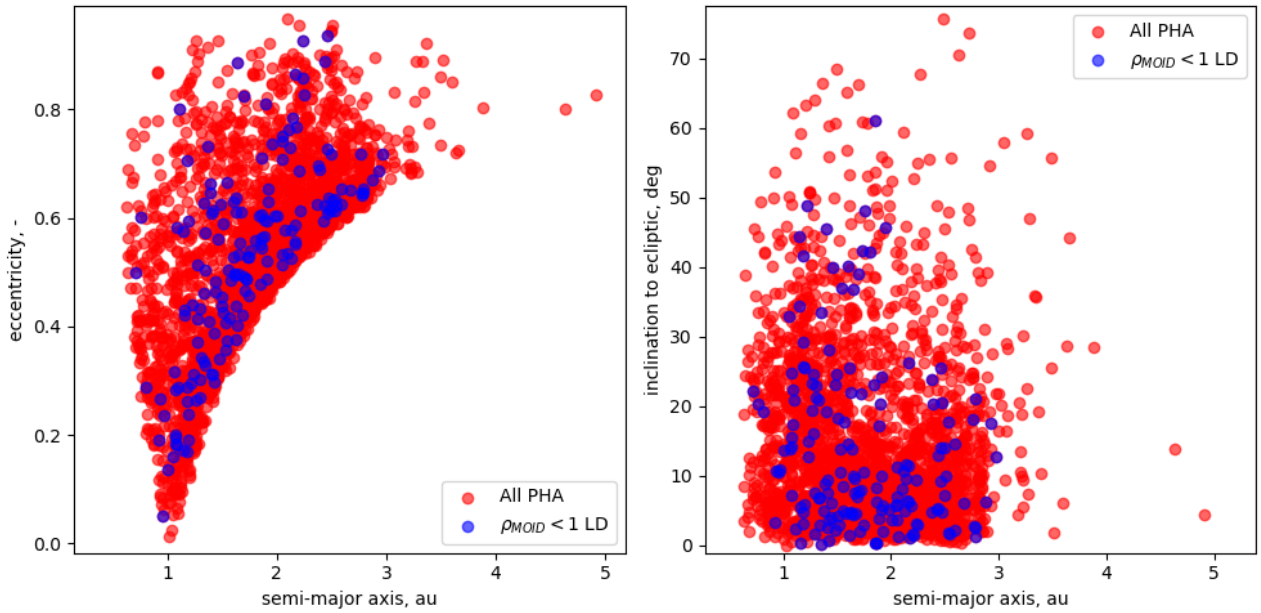

图4：所选小行星的轨道参数分布，展示其日心轨道的半长轴与偏心率之间的关系。

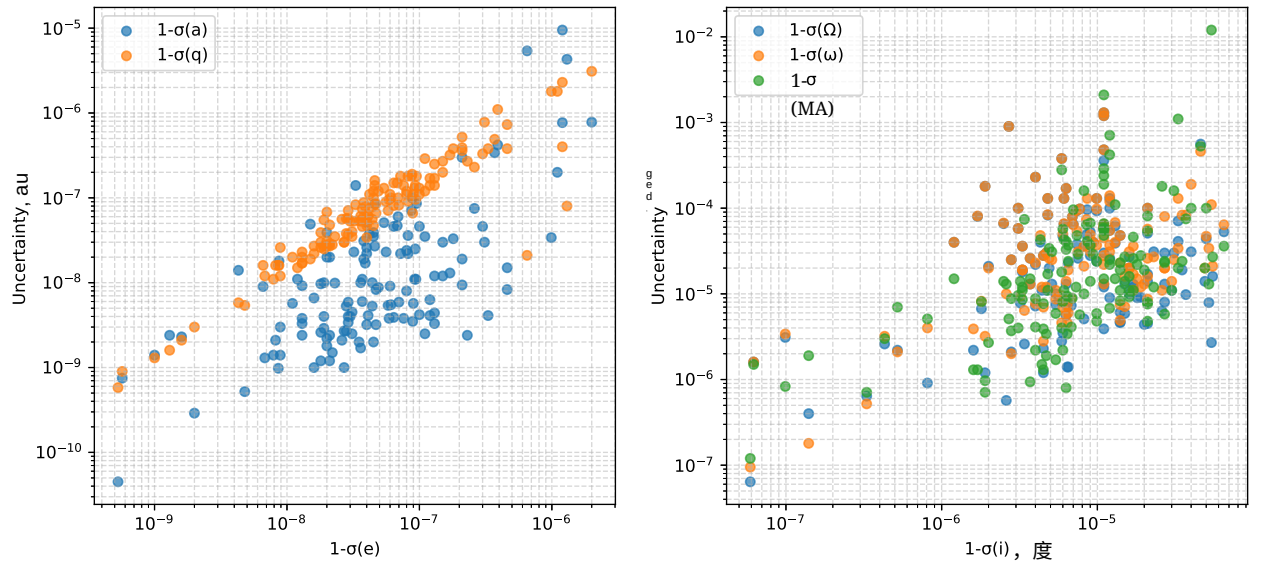

图5：所选小行星群的轨道参数不确定性分布。

尽管满足 $\rho_{\mathrm{MOID}} \leq 1.05$ 地月距离条件的小行星，其轨道会使其接近地球轨道路径，但实际碰撞风险仍然很低。在可预见的未来，预计这139个天体中只有一小部分会在一个月球距离以内掠过。表1列出了所选小行星近距离接近参数的典型示例，包括其与地球和月球的最小接近距离（如有数据）[7]。

在表1中，d_{min} 表示该小行星在指定日期与地球的最小接近距离。

如表1所示，所选的139个天体中，只有少数会接近地球至地月距离的1倍以内，因此在未来一个世纪内构成的危险较小。尽管如此，持续精化这些天体的物理特性和轨道，对于评估它们未来对行星构成的危险至关重要。

在研究多颗小行星飞掠的情况下，将使用一份扩展的天体目录。其中包括截至2025年7月所有满足上述约束的已知潜在危险小行星——2030个天体。

[7]https://naif.jpl.nasa.gov/naif/（访问日期：2025年7月25日）

表1：距离小于 $\rho_{MOID} \leq 1.05$地月距离且小于天$_{min} < 10$ 地月距离的小行星

Name -	天体 -	接近日期和时间 （协调世界时）	d_{min} (LD)	ρ_{MOID} (LD)
(35396) 1997 XF11	地球	2028年10月26日 06:44	2.417	0.158
1997 XF11	月球	2028年10月26日 07:39	3.451	-
(279744) 1998 KM3	地球	2095年10月27日 01:03	5.099	0.983
(308635) 2005 YU55	月球	2075年11月7日 23:50	0.601	-
2005 YU55	地球	08.11.2075 07:24	0.53	0.182
2009 XT6	地球	17.12.2112 01:15	7.229	0.866
(835579) 2011 SM68	地球	17.10.2072 15:25	1.877	0.267
2011 SM68	月球	17.10.2072 17:36	1.713	-
2016 FG60	地球	22.07.2112 17:59	8.253	0.124

2.2. 潜在危险小行星飞掠轨迹

本节比较两种小行星飞掠方案：

1. E-V-A-V =地球—金星—小行星—金星，
2. E-A-E = 地球—小行星—地球。

为简化方案描述，采用以下 обозначения：“P”表示行星飞掠（金星），“A”表示小行星飞掠。

本研究选取了139颗小行星（见第2.1节）。根据引言部分所述的方案，采用第1.2节和第1.3节中概述的方法，为每颗小行星构建了轨迹。不满足公式（3）中约束的轨迹被排除在进一步分析之外。研究考虑了两个可能的发射时段：2029年和2031年。之所以集中研究这两年，是因为按照引言中的描述，计划在此期间发射前往金星的许多任务。

本节比较了从低地球轨道出发，经小行星飞掠后与金星交会所需的飞行时间。此外，还比较了行星和小行星飞掠时的 Δv_0 值及渐近速度。

2.2.1. 结果的一般分析

图6显示了所研究的各方案的总转移持续时间随发射日期的变化。图中仅展示了在满足式（3）的限制条件下可实现飞掠的小行星（共139颗）的结果。表2列出了满足式（3）约束的最优飞行轨迹数量。这些轨迹是在所研究方案下可实现小行星飞掠的发射时段内找到的。研究时段内各发射日期对应的飞行轨迹特征完整数据见附录 A 中的表 A.1 和表 A.2。

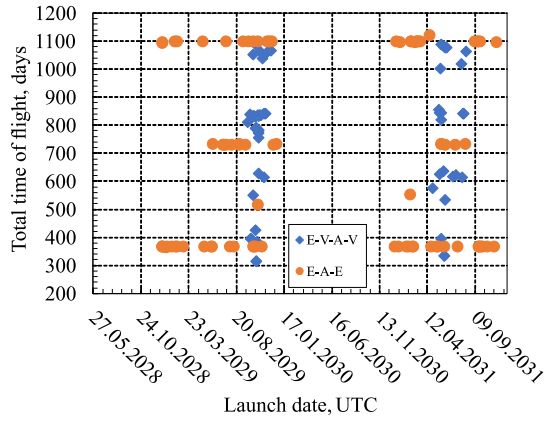

图6：所研究的两种方案的总转移持续时间与发射日期的关系

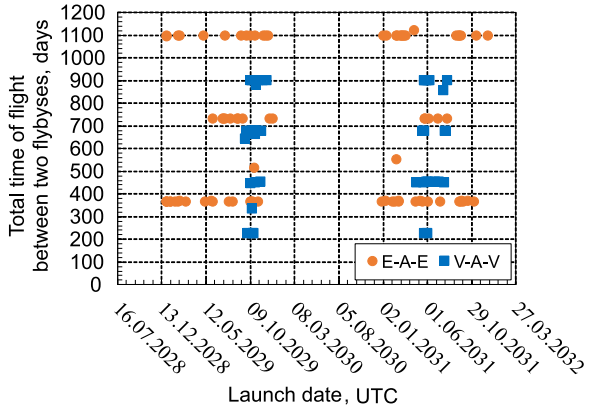

图7：所研究的两种方案中相邻两次行星飞掠之间的转移持续时间与发射日期的关系

图 6 显示了从初始点到终端点的飞行时间分布，其中包括对所选集合中特定小行星的飞掠。对该图的分析表明，第一条轨迹（E-V-A-V）的持续时间通常短于第二条轨迹（E-A-E）。这是因为金星的轨道周期较短，从而缩短了连续行星交会之间的时间间隔，进而提高了引力辅助的频率。这为寻找在下一次金星飞掠后能够交会的后续候选小行星提供了依据。

根据两次连续行星交会之间计算得到的飞行时间，可以按照 P-A-P 段上的$m : n$ 共振对所有计算得到的轨迹进行分类。图6所示的总飞行持续时间仅允许对地球-小行星-地球方案进行此类分析。对于地球-金星-小行星-金星方案，可以通过计算

总飞行时间减去地球—金星飞行时长来得到 V-A-V 段的持续时间（见图7）。因此，对于采用第1.1节方法得到的每条最优轨迹，其分类结果已列于表2中。

表2：按共振比在 P-A-P 转移段上分布的轨迹 m： n

	金星—小行星—金星		地球—小行星—地球	
m： n/发射年份	2029年	2031年	2029年	2031年
1: 1	4	2	28	21
3: 2	21	5	-	-
2 : 1	8	14	13	15
无共振	2	-	1	2
总计	56		80	

如图6和表2所示，找到的大多数转移轨迹都涉及小行星在$m:n$ 共振轨道上的飞掠。对于2029年发射，最常出现的是对应于3 : 2共振轨道的金星-小行星-金星飞行轨迹。从地球直接发射时，2029年和2031年发射中最常见的、允许飞掠小行星的共振比均为1 : 1。

对于地球-小行星-地球方案，由于地球—小行星轨迹段和小行星—地球轨迹段拼接后频繁出现1 : 1共振轨道，这可以很容易地用地球轨道与小行星轨道之间初始最小轨道相交距离较小来解释。因此，选择半长轴接近地球轨道半长轴的轨道。对于地球-金星-小行星-金星情景，半长轴应选择为能够与金星轨道相交。由于金星轨道与小行星轨道之间的初始最小轨道相交距离各不相同，因此这种情况下$m:n$比变化更大。

2.2.2. 地球-小行星-地球与地球-金星-小行星-金星方案的比较

本节比较了地球-小行星-地球和地球-金星-小行星-金星飞行方案中用于小行星飞掠的参数 Δv_0 和v_∞与发射日期之间的关系。此外，还针对地球-金星-小行星-金星方案，对相应方案中金星处的v_∞进行了单独分析。

为详细分析地球-金星-小行星-金星方案，我们将该方案与地球-金星转移进行了比较。通常，地球-金星方案的兰伯特问题解分为两个轨迹族。第一族包括飞行角距离小于 π的轨迹；第二族包括飞行角距离大于 π的轨迹。这些轨迹族有助于分析最初研究的地球-金星-小行星-金星方案。

总计，采用第1.1节所述方法，针对2029年和2031年的两个发射窗口，找到了使用地球-金星-小行星-金星方案飞掠56颗小行星以及使用地球-小行星-地球方案飞掠80颗小行星的最优轨迹。

图8(a)比较了采用地球—小行星—地球与地球-金星-小行星-金星方案转移至小行星所需的 ΔV_0。图8(a)还显示了单圈地球-金星转移（两种解族）的 Δv_0 需求。

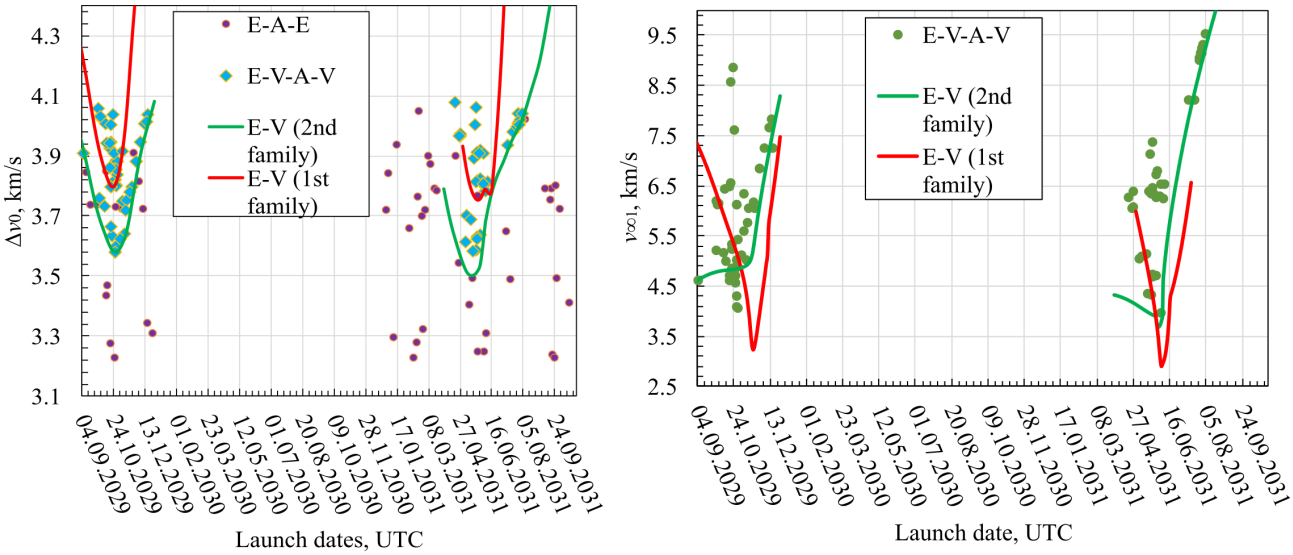

图8：（a）地球—小行星—地球与地球-金星-小行星-金星方案中 Δv_0 随发射日期的变化；（b）地球-金星-小行星-金星情景中金星飞掠的$v_{\infty,1}$

图 8(a) 显示，地球-小行星-地球方案通常比地球-金星-小行星-金星方案所需的 Δv_0 更低。这是意料之中的，因为金星辅助转移的 Δv_0 不可能低于最优单次公转地球-金星转移的相应数值，而后者给出了理论最小值。观测到的地球-金星-小行星-金星轨迹的最小 Δv_0 约为 3.6 千米/秒，与最优直接地球-金星转移所需数值非常接近。

对 Δv_0 分布的分析表明，地球-金星-小行星-金星方案的数值集中在单次地球—金星转移的最小值附近。大多数地球-金星-小行星-金星方案的 Δv_0 值落在直接转移的第一条与第二条解族曲线之间，其中约有一半超过了第二解族的最优值。这表明，在这些情况下，与最优直接地球—金星轨迹相比，需要更快地转移至金星，以便后续实现小行星交会。

金星接近时的渐近速度v_∞（E-V-A-V轨迹见图8(b)）与最优直接地球-金星转移的速度非常接近。然而，无冲量小行星飞掠的要求通常会使v_∞值超过两类转移的最优值。少数v_∞较低的情况对应于需要更高 Δv_0 以实现更快金星转移的轨迹，正如 Δv_0 分析中所述。

两种任务架构的小行星飞掠速度v_{ast}（在E-V-A-V方案中相当于$v_{\infty,\,2}$）范围为2.3至44千米/秒（图9）。E-V-A-V轨迹的v_{ast}最小值出现在飞掠小行星2005 YU55（2.3千米/秒）和2011 DV（6.975千米/秒）期间；航天器在金星—金星航段上的运动分别沿着2 : 1和1 : 1共振轨道。

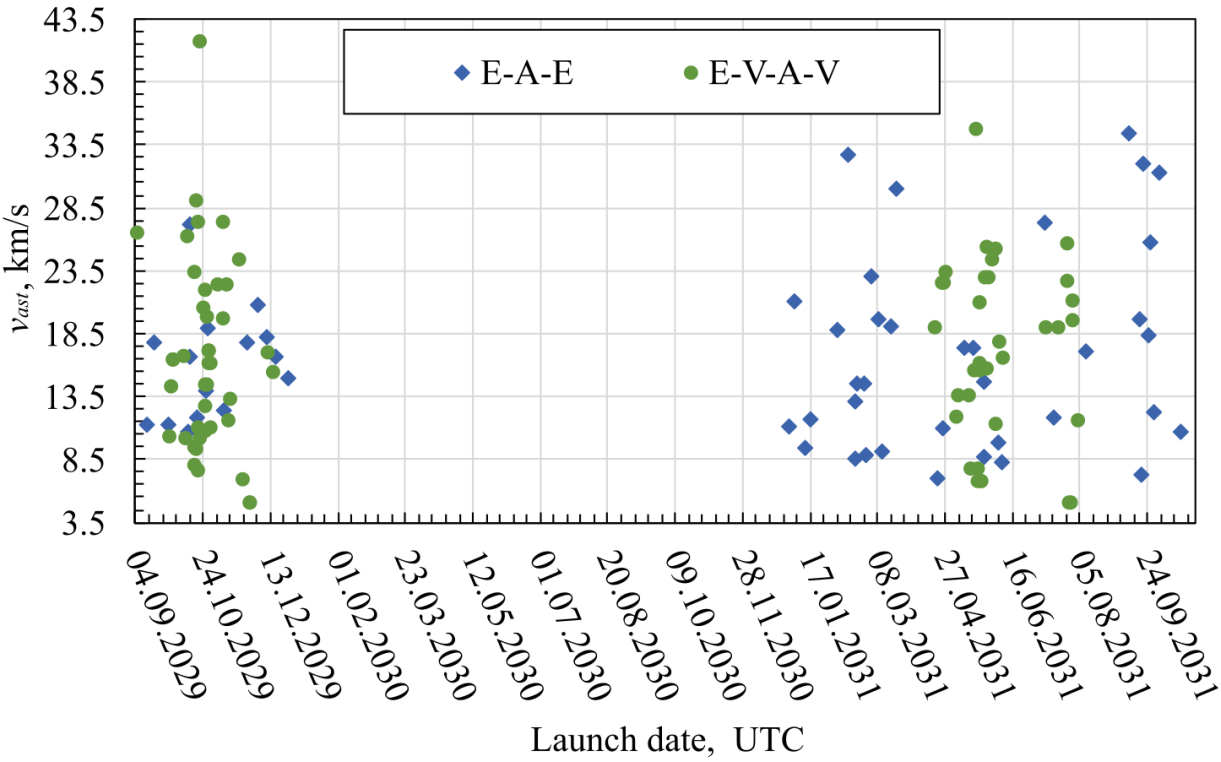

图9：v_{ast} 随2029年和2031年发射窗口内发射日期的变化关系。

本节总结如下：

1. 研究证明，当航天器沿着与金星共振的轨道运行时，对潜在危险小行星进行飞掠是可行的。与直接地球—小行星转移相比，该方法不会增加总飞行时间，实际上还会缩短连续行星交会之间的持续时间。2. 对两种方案的 Δv_0 分析表明，尽管对于这一特定小行星子群，E-A-E转移通常需要较低的发射脉冲，但地球-金星-小行星-金星方案在任务灵活性方面具有关键优势。具体而言，该方案能够调整发射窗口，并创造更多抵达目标小行星的发射机会，同时保留航天器返回和执行后续机动的能力。3. 就总 Δv 消耗而言，地球-金星-小行星-金星方案与最优直接地球-金星转移高度一致（在所考虑的情况下约等于 Δv_0），并且在金星飞掠时具有相近的渐近速度v_∞，从而验证了其在基于金星引力辅助的任务架构中的效率。4. 研究证明，对于涉及小行星飞掠并返回同一行星天体的任务，简化1（在第1.1节中提出）能够有效缩小优化参数空间。这一简化得到了以下观察结果的支持：最优小行星交会通常发生在行星轨道平面之外，而行星交会之间的完整轨迹则通过小行星飞越点处的共振轨道相连接。

2.2.3. 利用金星引力辅助构建多小行星飞越轨迹

本节将地球-金星-小行星-金星（E-V-A-V）方案扩展至包含多次小行星飞掠的情形，其中每增加一颗小行星，就会增加两个 V-A-V 段。该方法运用二体动力学框架中的几何关系（见第1.3节），重点关注2029—2031年发射窗口。

构建多小行星轨迹所需的初始条件，取自上一节分析的单小行星飞掠案例，这些案例汇总于表3。

在所有考虑的轨迹中，能够在1:1共振轨道上运行并实现近乎无冲量小行星飞掠的方案尤为有利（表3）。这些方案将最低能量需求与在相对较短的时间间隔内重复遭遇的能力相结合，因此是延长任务序列的理想候选方案。

表3：1:1共振轨道上小行星的飞掠方案 it

Name	发射日期 (日.月.年)	持续时间，天			v_∞，千米/秒			$\bar{H}_\pi$，104千米
		T_1，天	T_2，天	T_3，天	v_∞,0，千米/秒	v_∞,1，千米/秒	v_∞,2，千米/秒	
1997 XF11	2029年10月3日	170.808	76.067	148.633	3.185	4.799	10.196	25.216
2005 YU55	2029年8月30日	184.778	96.003	128.697	4.256	4.585	11.062	16.036
2007 JY2	2029年9月10日	180.439	80.708	143.992	3.933	4.707	10.858	9.134
2013 ED28	2029年10月21日	89.751	99.955	124.745	4.212	8.554	29.02	16.59
2007 RU9	2031年5月6日	161.333	32.701	191.999	2.952	5.024	11.839	24.635
2009 XT6	2031年5月24日	171.533	193.218	31.482	2.993	4.659	20.9	16.42

˜表3列出了参数H_π，即航天器在距行星平均˜半径相等于行星平均半径的球面上方的飞越高度：$H_\pi = (r_\pi - R_{\text{Pl}})$，单位为千千米；其中$r_\pi$是航天器轨道的近心点半径，$R_{\text{Pl}}$是行星的平均半径。数值以千千米为单位；$v_\infty$、$j = 0$、1、2分别是从地球发射、金星飞掠和小行星飞掠时的渐近速度。

从表3可以看出，在V-A-V段沿1:1共振轨道飞行的转移方案中，当E-V转移沿第二族轨迹进行时，v_0值最低，但2013 ED28 小行星除外。对于这颗小行星，最佳转移方案是采用对应第一族轨迹的E-V段。

2.2.4. 初始条件与候选对象选择

多小行星轨迹设计的初始条件源自表3所示的单小行星飞掠案例。表4总结了第二次金星引力辅助后的飞掠参数，这些参数作为算法1的输入条件。

表4：候选小行星及用于计算第二次金星引力辅助后轨迹的初始数据

Name	$v_{\infty,3}$，千米/秒	$\gamma(t_3)^-$，度	Φ，度	t_3，协调世界时
1997 XF11	4.801	155.420	93.919	2030年11月3日 6:20
2005 YU55	4.586	-171.821	93.743	2030年10月14日 0:55
2007 JY2	4.702	125.677	93.842	2030年10月20日 10:15
2013 ED28	8.556	-63.562	96.969	2030年8月31日 13:52
2007 RU9	5.023	8.127	94.1	2032年5月26日 16:41
2009 XT6	4.655	45.157	93.8	2032年6月24日 4:30

这些数据作为选择程序1的初始条件。这些数据包括小行星的国际编号，以及在金星处的飞越日期和初始渐近速度。最后一次接近金星后后续弧段的候选小行星列于表5中

表5：后续飞掠的候选小行星对

N	小行星-1	小行星-2	日期$_{t_4}$ 协调世界时	$\gamma\ (t_3)^+$，度	$\Delta r_{\min}$，千米
1	1997 XF11	(454101) 2013 BP73	2031年2月26日 19:38	179.536	2494128.4
2	1997 XF11	(405212) 2003 QC10	2031年1月29日 1:10	217.045	3954815.1
3	2005 YU55	1998 KM3	2030年12月19日 8:23	129.219	1945531.6
4	2005 YU55	2013 BP73	2031年2月25日 13:56	179.304	4572853.2
5	2007 JY2	(279744) 1998 KM3	2030年12月17日 8:05	115.199	588853
6	2007 JY2	2013 BP73	2031年2月25日 22:40	179.518	2646238
7	2013 ED28	(508967) 2004 VC17	2030年10月13日 15:04	68.757	2454350.3
8	2007 RU9	(152685) 1998 MZ	2032年9月21日 13:00	48.974	362259.98
9	2007 RU9	2013 JL22	2032年9月7日 0:14	77.265	1586178.3
10	2009 XT6	1998 MZ	2032年9月26日 22:40	70.168	2300541.3

2.2.5. 轨迹优化与修正

采用第1.1节的方法，对结合表5中多颗小行星飞掠的轨迹进行了修正。表6列出了表5中候选小行星飞掠轨迹的修正参数。

采用第1.1节中的优化方法对表5中的候选小行星配对进行了修正。表6列出了优化后的参数，其中星号（*）表示优化后得到的数值。

请注意，表6中的符号 $*$ 表示根据第1节所述方法确定的修正参数。 1 .

如上表所示，在最佳情形下，除 Δv_0, 外，所有转移段的 Δv 总和不超过 1 米/秒；只有两种情况下分别达到 95 米/秒和 136 米/秒，对应于飞掠小行星 2005 YU55 和 2009 XT6。此外，在这两种情况下，最大的 Δv 增量都发生在最后一次金星飞掠期间。该算法识别出 10 颗候选小行星，并为其中 7 颗找到了可行轨迹，其中 5 颗的轨迹几乎不需要冲量。

表5数据基础上采用第1.1节方法获得的小行星飞掠精化参数

小行星-1	小行星-2	t_4, 协调世界时	t_4^*, 协调世界时	$\gamma(t_3)^+$，度	$\gamma(t_3)^{*+}$，度
1997 XF11	2013 BP73	2031年2月26日 19:38	2031年2月26日09:28	179.536	179.719
2005 YU55	1998 KM3	2030年12月19日 8:23	2030年12月18日23:51	129.219	123.066
2007 JY2	1998 KM3	2030年12月17日 8:05	2030年12月17日 11:43	115.199	117.352
2013 ED28	2004VC17	2030年10月13日 15:04	2030年10月12日 02:47	68.757	66.296
2007 RU9	1998 MZ	2032年9月21日 13:00	2032年9月21日 17:28	48.974	47.994
2007 RU9	2013 JL22	2032年9月7日 0:14	2032年9月7日 18:16	77.265	73.320
2009 XT6	1998 MZ	2032年9月26日 22:40	2032年9月26日 02:57	70.168	79.185

2.2.6. 扩展型多小行星任务序列

下面举例说明如何搜索涉及最多飞掠 8 颗小行星的飞行轨迹。当飞掠次数少于 3 次时，设计小行星飞掠序列的基准仅采用所选集合中的小行星。小行星飞掠次数超过 3 次后，则使用由 2,030 颗小行星组成的全部潜在危险小行星集合。搜索结果见图10。

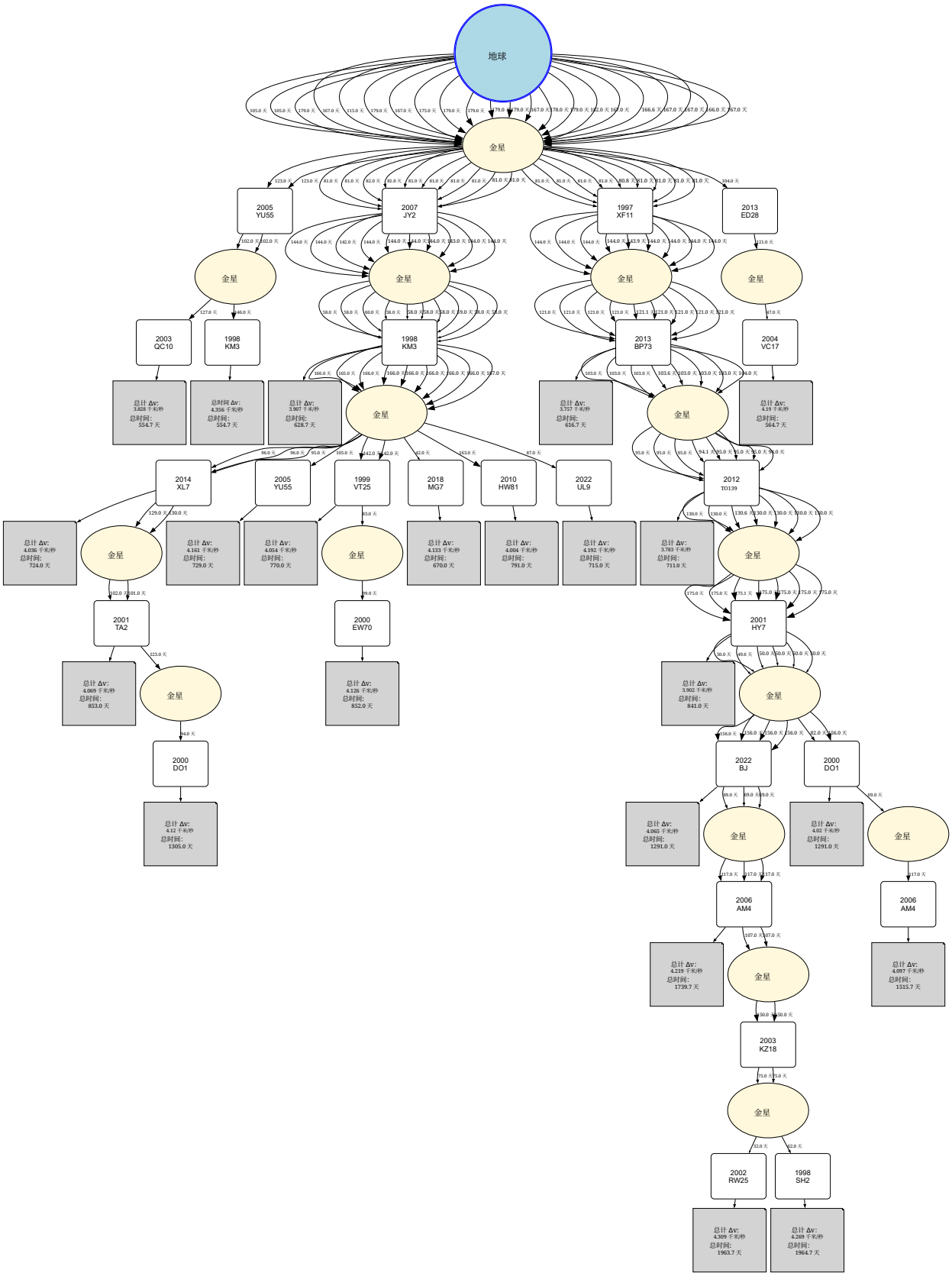

图 10：树状图　　在1:1共振轨道上进行小行星飞掠的机会，每次飞行最多可涉及八颗小行星。请注意，所有飞行均以　　h a 金星交会结束。为便于 说明，此示意图未显示最后一个金星节点。

在确定了适用于 2029 年发射窗口的四种单小行星飞掠方案后，我们系统地枚举了小行星配对组合，以构建多目标序列。此方法在原始的 139 个目标数据集中发现了许多可行方案，能够实现两次或更多次小行星交会。进一步将搜索范围扩展至完整的潜在危险小行星目录（截至 2025 年 6 月共 2,030 个目标）后，我们发现了最多可实现八次小行星飞掠的轨迹。之所以有必要纳入扩展后的目录，是为了覆盖最小轨道相交距离值超过初始 1.05 月球距离阈值的小行星，从而扩大适用于延长

任务序列。

作为一个代表性示例，文中给出了包含五次小行星飞掠的航天器轨迹构建方案（见图 10）。在尽量不扩展初始139颗小行星集合的前提下，该方案实现了2029年发射条件下可达到的最多连续交会次数。五颗小行星的转移轨迹如图11所示，其主要特征汇总于表7。

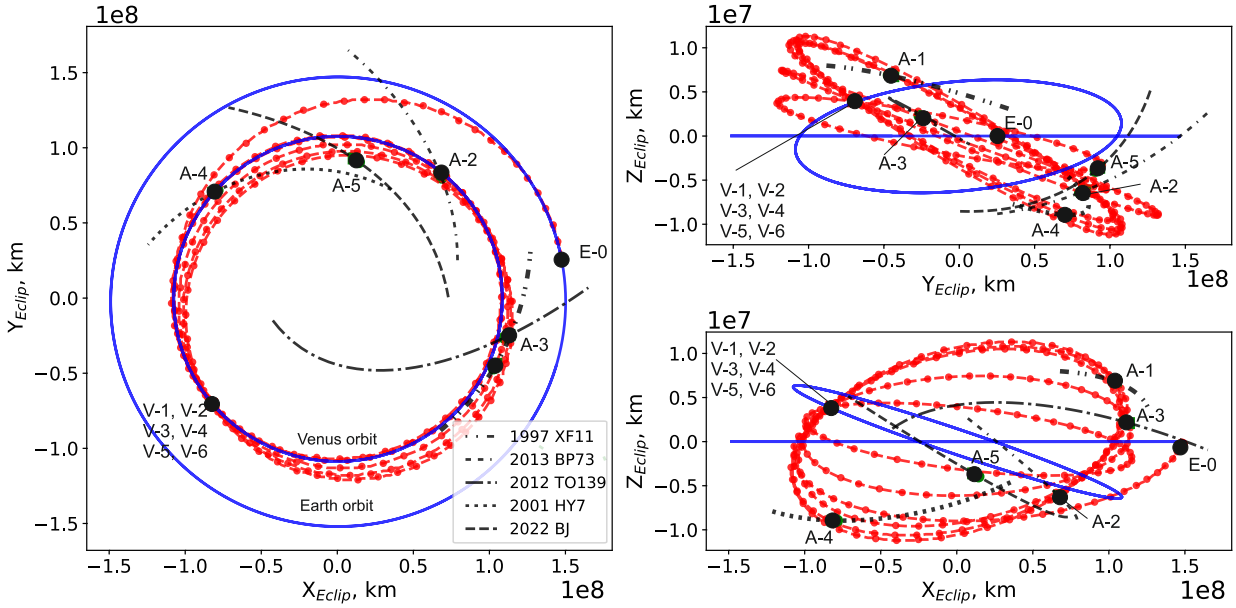

图11：航天器在1:1共振轨道上进行五次金星飞掠和小行星飞掠的轨迹。

表7：飞掠五颗小行星的转移轨迹特征

航段	天体	Path	发射/机动日期	持续时间 (天)	Δv (千米/s)	飞掠高度 $\bar{H}_\pi$ (千米)	通信角 (E-SC-S, 度)	飞掠 v_∞ (千米/s)
发射	地球	地球（E-0）	2029年10月1日	-	**3.757**	0.2	≤ 1	3.462
1	金星	E-0 → V-1	2030年3月17日	166.710	0.005	26607	42.68	5.070
2	1997 XF11	V-1 →A-1	2030年6月6日	80.829	0.000	-	82.71	10.081
3	金星	A-1 → V-2	2030年10月28日	143.871	0.003	46095	174.79	5.070
4	2013 BP73	V-2 →A-2	2031年2月26日	121.098	0.000	-	105.26	21.987
5	金星	A-2 → V-3	2031年6月9日	103.602	0.026	13136	39.30	5.030
6	2012 TO139	V-3 →A-3	2031年9月12日	94.060	0.001	-	1.38	37.189
7	金星	A-3 → V-4	2032年1月20日	130.640	0.111	10672	99.52	4.853
8	(216523) 2001 HY7	V-4 →A-4	2032年7月13日	175.147	0.000	-	150.45	14.121
9	金星	A-4 → V-5	2032年9月1日	49.553	0.125	3324	119.77	5.097
10	2022 BJ	V-5 →A-5	2033年2月4日	156.517	0.000	-	50.49	26.658
11	金星	A-5 → V-6	2033年4月13日	68.183	-	-	15.39	5.096
总计				**1290.210** (~3.5 年)	**4.028**			

请注意，在表7中，E-SC-S 表示与天体交会时的地球-航天器-太阳通信夹角。

表7中的数据表明，机动 V-3 和 V-4 降低了航天器相对于金星的轨道能量，而机动 V-5 则提高了轨道能量，从而对日心轨道半径进行了必要的修正。这些机动的总

Δ 270 0 08 v 为 米/秒，

Δ 1 5

即 $.V_0^{\lim}$。此外，小行星飞掠机动（A- 至 A-）的幅度相对较小，总幅度小于 5 米/秒。对连续金星飞掠之间飞行时间的分析证实，航天器沿 1:1共振轨道运动，验证了将 1:1共振作为主要设计假设的初始选择。因此，对于本例，从发射（E-0）到最终金星交会（V-6）的最优航天器轨迹由一段地球—金星转移段，以及随后在连续金星飞掠之间沿 1:1共振轨道运动组成。

表7显示，第二次金星接近期间的地球-航天器-太阳（E-SC-S）角为174度。该角度正处于递减阶段，太阳全合发生在金星飞掠日期前9天。先前研究 [60, 61]表明，S波段的通信性能下降通常始于日合角约为 3°–5° (177°–175°)时，X波段约为 2° (178°)时，Ka波段则为 (179°)。因此，所得174度远在可接受的通信限制范围内。

对于沿1:1共振轨道运行的航天器，第二次金星飞掠期间的 E-SC-S 角始终大于90度。这一几何约束源自轨道动力学：最优的 Δv 轨迹通常会在初次金星交会时产生介于 0° 和 45° 之间的 E-SC-S 角。完成引力辅助后，航天器约用224.7天公转一周（2π 弧度），而地球在此期间经过的轨道弧段为$224.7/365.25 \times 2\pi \approx 3.86$弧度（221.5°）。这种轨道相位配置确保 E-SC-S

角在第二次金星交会时始终大于90度。如表7所示，后续飞掠发生时的角度更为有利，显著小于第二次交会时的角度，因此能够确保整个任务期间与地球持续进行无线电通信。

2.2.7. 金星引力辅助及小行星飞掠后航天器返回地球轨迹的确定

E-V-A-V方案的一种可能变体，是在完成一系列金星与小行星飞掠后让航天器返回地球。在这种情形下，考虑以下飞行方案：

$$\text{Earth} \to \text{Venus} \to \text{1st Asteroid} \to \text{Venus} \to \cdots \to \text{Venus} \to p\text{-th Asteroid} \to \text{Venus} \to \text{Earth}.$$

轨迹搜索方法和总体方法保持不变，但在优化中加入了一个新的金星至地球转移段。这样便可将金星—地球飞行段加入第1.1节建立的优化问题中。

首先考虑仅涉及一次小行星飞掠的情形。为便于进一步分析，我们采用第2.2节得出的结果。随后，可按以下方式开展分析：将采用E-V-A-V飞行方案获得的参数与本节考察的参数进行比较。

在此，需要特别指出，允许飞掠后返回地球与不返回地球的方案之间存在重叠。研究时段不变，为2029年至2031年。表A.1列出了纳入考虑的飞掠小行星。

本节估算以下参数，以比较这两种方案：

$$\Delta^2 V = \Delta v_{tot}^{EVAV} - \Delta v_{tot}^{EVAVE},$$
$$\Delta^2 T = t_0^{EVAV} - t_0^{EVAVE},$$

其中，*EVAV* 和*EVAVE* 表示的参数分别对应地球-金星-小行星-金星方案和E-V-A-V-E方案。

参数 $\Delta^2 V$ 和 $\Delta^2 T$ 分别表示 E-V-A-V-E（返回）方案与基准 E-V-A-V（不返回）方案之间总特征速度和发射日期的差异。此外，估算采用 Δv_{tot} 的变化，而不是比较两种方案中各特定点的冲量。这是因为所研究的轨迹没有冲量，因此可以假设 $\Delta v_{tot} \approx \Delta v_0$。

计算结果列于表 A.3。估算得到的 $\Delta^2 V$ 和 $\Delta^2 T$ 值见图12。

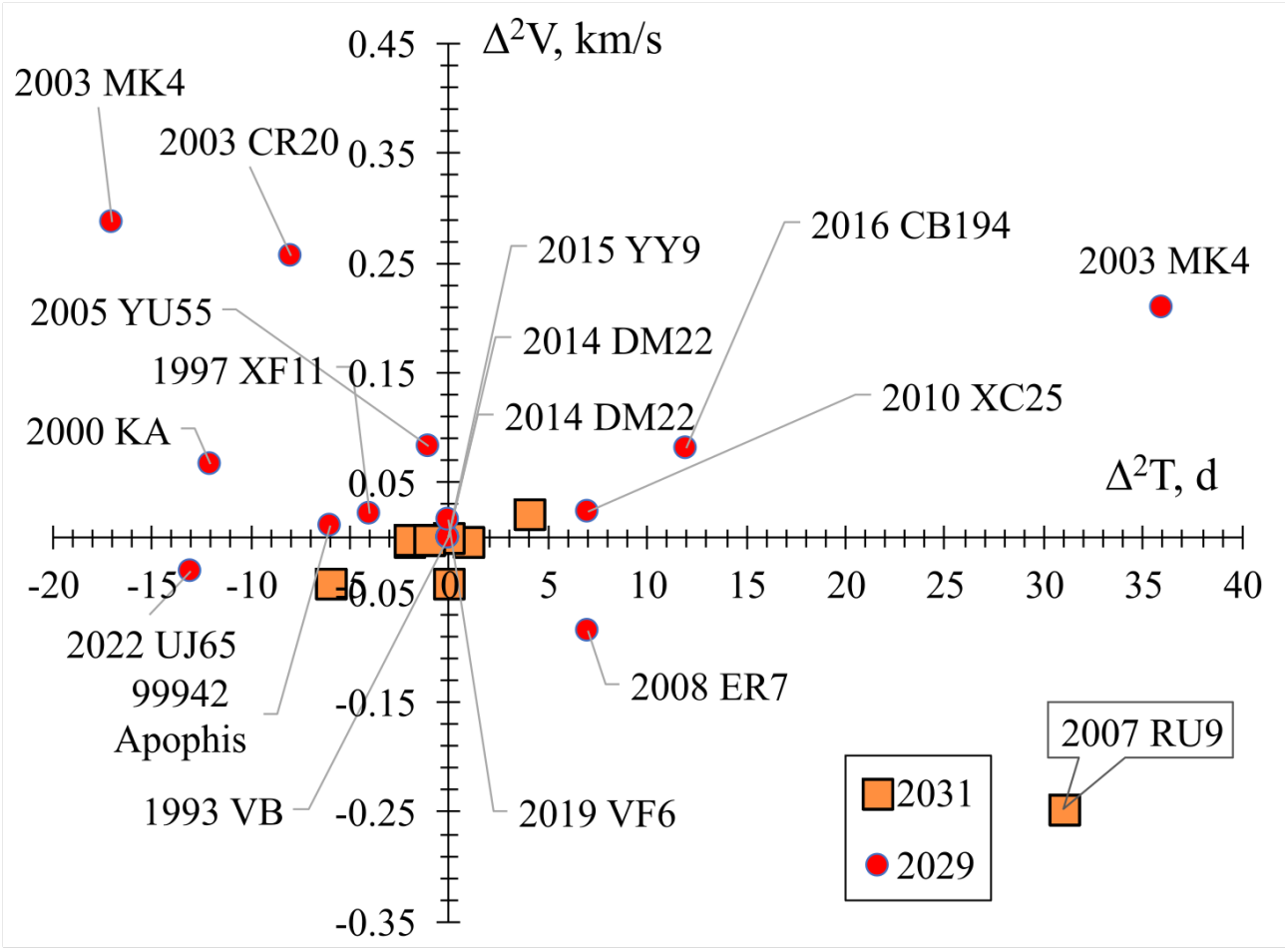

图12：采用 E-V-A-V 方案时 $\Delta^2 V$ 和 $\Delta^2 T$ 值的变化。

研究共发现16条最优返回轨迹，其发射日期在2029年，来自此前获得的35条轨迹；对于2031年发射的情况，则从21条轨迹中发现了11条。每条最优轨迹都对应所选集合中的一颗独特小行星（见表 A.3）。

图12所示结果表明，对于若干条于2029年发射的轨迹，其产生的 Δv_{tot} 变化明显小于第2.2.1节中的结果（见图8）。这种降低源于地球—金星段最优持续时间和发射日期的变化，而其他轨迹特征与上一节中的结果相近。小行星飞掠速度也几乎没有变化，结果与图9所示结果完全一致。金星至地球转移段之间的持续时间差异见表A.A.3，该参数的变化范围为74天至200多天。

对于2031年发射，可以看出，在10条轨迹中，除2007 RU9小行星外，相应的 Δ^2V 和 Δ^2T 变化都可以忽略不计。对于飞掠2007 RU9并在飞掠金星后返回地球的方案， Δv_0 增加了200米/秒，而航天器在飞掠金星和小行星期间的轨迹无冲量。这是因为相较于第2.2.2节中找到的解，最优发射日期提前了35天。在2029年发射窗口内包含飞掠2003 MK4小行星的方案也观察到了类似结果。

2.2.8. 构建包含金星与小行星飞掠并随后返回地球的航天器转移轨迹的详细示例

下面以包含两次小行星飞掠（即 E-V-A-V-A-V）的情况为例，探讨在一系列金星与小行星飞掠后构建返回地球轨迹的方法。为此，考虑了表6中的1997 XF11和2013 BP73小行星飞掠。选择这两颗小行星，是因为第二颗小行星的飞掠发生在一条特殊的共振轨道上，其轨道参数与金星相似，但倾角不同。当 $\gamma \approx 0°$ 或 $180°$时，在本例中为 $\gamma = 179.53°$，就会出现此类轨道。文献 [62, 63, 64]中介绍了这类轨道。在这种情况下，航天器第二次进入金星的引力影响球时，尚未绕太阳完成一整圈。在 [64] 中，这类轨道称为 π-共振。因此，值得采用拼接圆锥曲线法和n体仿真来构建这一方案，具体如下所示。

飞行轨迹的基本参数见表8。转移轨迹如图13所示。

表8：E-V-A-V-A-V-E轨迹的特征及随后返回地球

航段	天体	Path	发射/机动日期	持续时间 (天)	Δv (千米/秒)	飞掠高度 h_{fly} (千米)	通信角 (E-SC-S, 度)	飞掠 v_∞ (千米/秒)
发射	地球	地球（E-0）	2029年10月1日	-	**3.755**	0.2	≤ 1	3.459
1	金星	E-0 →V-1	2030年3月17日	166.948	0.005	26513	42.69	5.070
2	~~1997 XF11~~	V-1 →A-1	2030年6月6日	80.829	0.000	-	82.71	10.081
3	金星	A-1 → V-2	2030年10月28日	143.871	0.000	46098	174.79	5.069
4	~~2013 BP73~~	V-2 → A-2	2031年2月26日	121.098	0.000	-	105.27	21.987
5	金星	A-2 → V-3	2031年6月9日	103.602	0.001	6350	39.31	5.068
6	地球	V-3 → E-1	2031年9月5日	88.038	-	-	42.69	7.799
总计				**704.286** (~1.9 年)	**3.761**			

请注意，构造的转移轨迹中截至机动 V-3 的航段完全复现了表7所给出的结果。特别是，包括 V-3 在内的所有轨道机动几乎都是无冲量的。E-SC-S 角保持较大。该轨迹使航天器在金星附近完成最后一次机动后能够迅速返回地球。总转移持续时间约为两年。

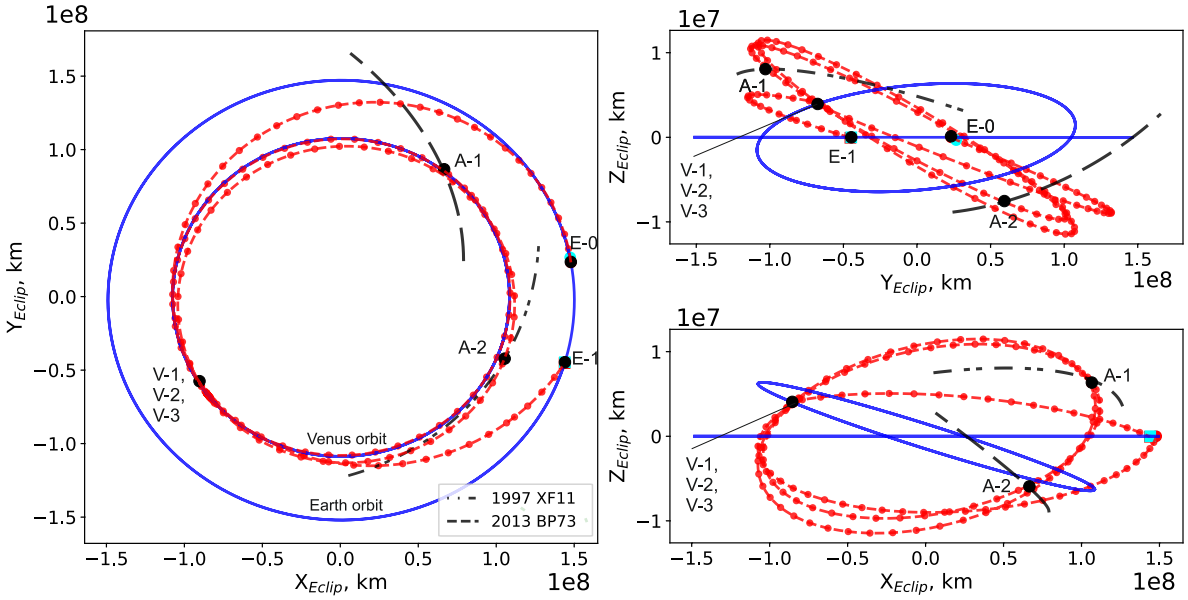

图 13：航天器飞掠金星和两颗处于 1:1共振轨道上的小行星的轨迹

从图13可以看出，航天器在小行星飞掠阶段的飞行发生在金星轨道附近。请注意，完成金星和小行星飞掠巡游后，航天器返回地球轨道的返回点与初始点不同。

2.3. 飞掠小行星并随后返回地球的金星飞行轨迹数值研究

本节采用高保真*n*体动力学模型验证轨迹设计方法。文中给出一个具体示例，包含完整的状态向量和详细的飞行特性，以展示如何将轨迹从二体近似精化为完整的*n*体动力学。研究了两种不同的优化方法：直接*B*平面瞄准和多重射击。所选测试案例包含多个小行星飞掠弧段、沿金星规则轨道和 π共振1:1轨道的运动，并以金星—地球返回航段结束，从而全面验证所提出的任务架构。

2.3.1. 航天器星际飞行动力学模型

本节采用*n*体动力学模型对航天器轨迹进行数值仿真，重点研究地球—金星—小行星飞掠序列及随后返回地球的过程。

航天器的运动方程以矢量形式表示如下：

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\frac{\mu}{r^2}\frac{\mathbf{r}}{r} - \sum_{j=1}^{n} \frac{\mu_j}{r_{j-sc}^3}\left(\mathbf{r} + \frac{3+3q+q^2}{1+(1+q)^{3/2}} q \cdot \mathbf{r}_j\right) \tag{9}$$

其中，$\mathbf{r}$为中心引力天体至航天器的半径矢量；$\mathbf{r}_j$ 为第j个摄动天体的日心位置向量；$q = \mathbf{r}_{rj} \cdot_{1\,rj} \left(\mathbf{r} - 2\mathbf{r}_j\right)$ 是一个函数，用于在$\mathbf{r} - \mathbf{r}_j$ 较小时，简化方程（9）右侧摄动项的计算。

请注意，基于对研究 [65] 的分析，本文采用了使用函数 q 来书写方程的形式。积分式 (9) 时，纳入了太阳、地球、月球、金星和木星的引力影响。完整问题的积分采用 Dormand-Prince 7(8)阶方法处理日心转移段，采用 Runge-Kutta 8(9)阶方法处理行星中心段；两种方法均经过修改，以实现自动步长控制。

请注意，使用式 (9) 时，行星中心段与日心段之间的转换应在满足以下不等式时进行：$\mu_j r_{j-sc}^2 / \mu_{r_2} > 0.001$。对于地球和金星，飞行约 1.4–1.7 天后，该比值便会达到这一条件。鉴于此，本文采用了一种简化处理：对于地球，在近拱点接近前后 2 天进行行星中心段与日心段之间的转换；对于金星，则在近拱点接近前后 1.5 天进行转换。

2.3.2. 基于*B*平面瞄准的直接法算法

使用基于*B*平面瞄准的直接法算法，通过式（9）将二体问题过渡到航天器轨迹积分。该平面始终垂直于行星交会时的入射$\mathbf{v}_\infty$。在此平面内，航天器的每条接近轨迹都可由参数B_R、B_T描述。这些参数可以通过$\mathbf{v}_\infty$表示，因此可用于瞄准目的 [66, 67]。该平面内的接近方法核心内容见算法2。

算法2： *B*平面瞄准

输入： 分段数s，最小近心点半径$r_{\pi,\,\min}$
输出： 优化后的轨迹参数$\mathbf{X}^*$，总修正冲量 Δv_{cor}
步骤1：轨迹分段；
将轨迹划分为s 个航段：地球 $\rightarrow$ 金星$_1$ $\rightarrow$ 小行星$_1$ $\rightarrow \cdots \rightarrow$ 金星$_{s+1}$ $\rightarrow$ 地球；
步骤 2：初始条件和 B平面参数；
对于从地球发射**执行**
  计算 $\mathbf{r}_E, \mathbf{v}_E = f_1(\mathbf{v}_\infty, 0, r_{LEO}, i_0)$;
end
对于每次引力辅助机动 $j = 1, 3, \ldots, 2s-1$ **执行**
  计算$\mathbf{B}_j = f_2(\mathbf{v}_{\infty,j}^-, \mathbf{v}_{\infty,j}^+, r_{\pi,j})$;
end
步骤 3：边值问题;
对每个脉冲时刻 t_j **执行**
  $\Delta\mathbf{v}_j = \mathbf{v}^+(t_j) - \mathbf{v}^-(t_j)$;
  $\mathbf{r}^-(t_j) = \mathbf{r}^+(t_j)$;
end
$\Delta v_{\text{cor}} = \sum \|\Delta\mathbf{v}_j\|$;
步骤 4：参数优化;
最小化 $J(\mathbf{X}) = \Delta v_{\text{cor}}$，满足$r_{\pi,\,j} \geq r_{\pi,\,\min}$，采用两阶段优化方法；
返回 $\mathbf{X}^*$，Δv_{cor}

2.3.3. 数值仿真确定航天器轨迹示例

本节以*n*体动力学为基础，给出一个采用 E-V-A-V-A-V-E 飞行方案确定轨迹的具体示例。初始条件通过拼接圆锥曲线近似，采用第1.1节和第1.2节所述方法获得，具体参数则根据第2.2节的分析推导得出。

在地球黄道惯性系（J2000）中，采用拼接圆锥曲线近似计算的低地球轨道出发时的航天器状态向量如下：

$$\{\mathbf{r}_E^0, \mathbf{v}_E^0, t_{JD,UTC}^0\} = \begin{bmatrix} -5433.285187 \\ 3562.899618 \\ 981.427222 \\ -5.098547 \\ -5.328694 \\ -8.881209 \\ 2462411.308844 \end{bmatrix} \tag{10}$$

其中，$\{\mathbf{r}_E^0$、$\mathbf{v}_E^0\}$ 分别表示近心点处的初始位置和速度向量，$t_{JD,\ UTC}^0$ 表示从低地球轨道发射的时间。上标 ^{0} 表示采用拼接圆锥曲线近似计算的参数。

表8给出了航段上的初始飞行时间和近心点半径，金星每次飞掠时的B平面分量可写为：

1. 第一次金星飞掠：B_T = 36073.7 千米，B_R = −24226.6 千米；
2. 第二次金星飞掠：B_T = 63359.7 千米，B_R = −4809.2 千米；
3. 第三次金星飞掠：B_T = 4766.8 千米，B_R = −21069.1 千米。

根据给定的初始条件计算航天器轨迹，依次经过小行星交会和行星飞掠，最终返回地球。通过瞄准特定的B平面参数，使航天器轨迹在行星中心段与日心段之间的位置和速度保持连续，具体方法见算法2。在此过程中，在交会点施加脉冲，以确保轨迹在运行约束内可行。需要指出的是，小行星瞄准的边值问题在遭遇约束方面有所放宽。考虑到边值问题已通过近距离交会的终端条件求解，得到了航天器与小行星在最近遭遇时的距离。

计算结果使用 JPL 的 GMAT 2025 软件[8] 进行验证，采用 Dormand-Prince 7(8)阶方法，并通过经典牛顿法求解边值问题。使用 DE435 星历[9] 数据获取行星和月球的坐标。

采用轨迹优化技术后，得到航天器从近地轨道转入双曲线轨道时刻的精化初始条件，可表示为（以 J2000地球黄道惯性系表示）：

$$\{\mathbf{r}_E, \mathbf{v}_E, t_{JD,UTC}\} = \begin{bmatrix} -5433.285186 \\ 3562.899617 \\ 981.427222 \\ -5.098547 \\ -5.328693 \\ -8.881209 \\ 2462411.778099 \end{bmatrix}$$

比较式（10）和式（7）可见，这两个向量几乎完全相同，只有发射日期相差 0.46 天。

优化后的轨迹如图14所示，其中展示了完整的地球—金星—小行星—金星—小行星—金星—地球飞行序列；图15则详细展示了航天器在金星影响球内的运动。

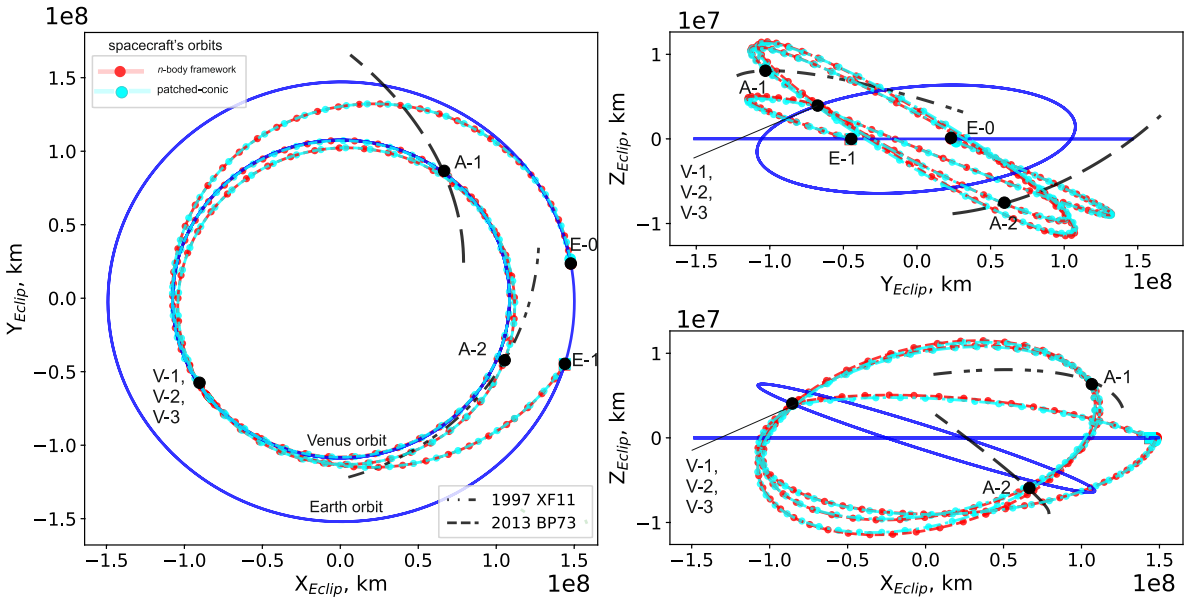

图14：n体模型中金星和双小行星飞掠序列的完整航天器轨迹

数值仿真得到的关键轨迹参数汇总于表9中。

[8]https://software.nasa.gov/software/GSC-19468-1（访问日期：2025年7月25日）[9]https://naif.jpl.nasa.gov/naif/（访问日期：2025年7月25日）

表9：地球-金星-小行星飞掠序列的优化轨迹特征

事件	日期（UTC）	Δt（天）	B_T（千米）	B_R（千米）	r_π（千米）	Δv（千米/s）
地球出发	2029年10月2日	–	–	–	6571	3.755*
金星飞掠 1	2030年3月17日	166.1	36130.0	-23988.7	32453.0	0.027
1997 XF11 飞掠	2030年6月6日	80.9	–	–	11673.5	0.009
金星飞掠2	2030年10月27日	143.4	60544.6	-4023.0	48850.4	0.0
2013 BP73飞掠	2031年2月26日	121.3	–	–	695035.1	0.053
金星飞掠3	2031年6月8日	102.9	10933.3	-19180.1	12419.0	0.0

请注意，表9中的 * Δv_0 表示从近地轨道转移至双曲线轨道所需的速度。

对模拟结果的分析表明，虽然近心点半径与预测值基本一致，但三次金星飞掠的B平面参数在B向量模长上分别偏差了 165 千米、2925 千米和 6442 千米。这些差异可归因于两个主要因素：

1. 在n体框架下，金星交会日期和时间略有偏移，从而改变了B平面的方向。2. 轨迹的迭代修正过程：基于 $\mathbf{v}_\infty$ 得出的初始B平面预测值，随后会在优化过程中得到修正。

尽管存在这些偏差，初始B参数估计仍为n体系统提供了令人满意的初步近似。

尽管飞掠距离略有变化，但日期和时间以及预测的近心点半径都与计算结果完全吻合。例如，对于 1997 XF11小行星，n体模拟中的最近接近距离与二体预测相差 11673 千米。2013 BP73小行星的最近接近距离相差 69.5 万千米，与最初预期的近距离交会有显著偏差。

观测到的偏差在第二次金星飞掠期间尤为显著，此时航天器进入一条接近 a π-共振构型的共振轨道（如第2.2.8节所述）。在这种情况下，航天器第二次与金星交会时的近心点距离为523,510千米，与二体预测值存在显著偏差，也使后续接近2013 BP73小行星时无脉冲轨迹的设计更加复杂。

图15展示了航天器在三次金星飞掠期间的双曲线轨迹，直观地验证了表9中列出的参数。

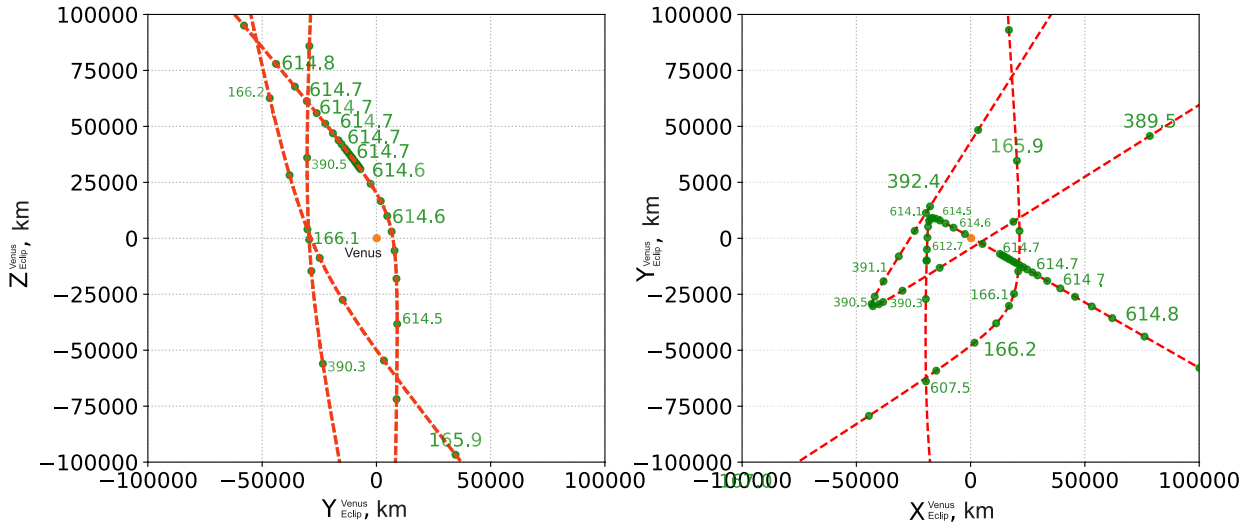

图15：金星飞掠期间的双曲线轨迹（绿色数字表示自发射以来经过的天数）

我们来分析在每次飞掠时为修正航天器轨迹而施加的脉冲。表10列出了发射时以及每次天体飞掠期间施加的脉冲分量$[\Delta V_x, \Delta V_y, \Delta V_z]^T$。这些分量表示对根据二体动力学分析得出的初始脉冲值所作的修正。为确保所有轨道机动保持一致，所有脉冲值均以日心黄道坐标系表示。

请注意，表10中的 * 表示对二体近似所确定的初始值 Δv_0,所作的 Δv改变量，该初始值是从近地轨道转移至双曲轨道所需的。

表10：机动 ΔV 日期和 *XYZ* 分量

机动	日期（协调世界时） （日.月.年）	时间（协调世界时） （时:分:秒）	ΔV_x （千米/秒）	ΔV_y （千米/s）	ΔV_Z （千米/s）
地球出发	2029年10月3日	06:40:27.838	-0.0008864*	-0.0007187*	0.0033121*
第一次金星飞掠	2030年3月17日	09:03:40.059	-0.0207574	0.0052086	0.0300977
1997 XF11	2030年6月6日	07:25:11.865	0.0085448	-0.0014008	-0.0035252
第二次金星飞掠	2030年10月28日	17:15:43.555	0	0	0
2013 BP73	2031年2月26日	00:20:15.191	0.0396911	-0.0332544	0.0134504
启程前往地球	2031年6月8日	22:24:20.483	0	0	0

如表10所示，优化后的轨迹在任务预算范围内控制 Δv开销，同时实现了多次小行星交会。第二次金星飞掠和地球出发航段无需施加脉冲，这是由于放宽了对小行星遭遇距离的约束，正如优化方法中所讨论的那样。

因此，本节所呈现的结果清楚表明，基于B平面瞄准的直接法算法仅适用于 $\gamma \to 0^\circ$ 或 180°的情况。当出现此类轨道的解时，必须采用更复杂且可靠的方法，在N体模型中优化轨迹。本文采用了多重打靶优化技术 [68, 69]，并使用GMAT脚本语言 [70]编写实现。

2.3.4. 使用多重打靶法优化轨迹参数

多重打靶法的核心思想是确定航天器在特定节点$\mathbf{Y}_i \in \mathbb{R}^6$ 和历元$\mathbf{T} \in \mathbb{R}^{g+1}$处的状态，并确保航天器在这些节点处的位置连续，同时通过一次冲量机动 $\Delta\mathbf{V}_i \in \mathbb{R}^3$使其速度瞬间改变。

随后将航天器状态向前和向后进行时间传播。在每个连接向后传播状态和向前传播状态的点上，施加以下连续性条件:

$$\mathbf{D}_i(\mathbf{Y}_i^+, \mathbf{Y}_i^-) = \mathbf{Y}_i^+ - \mathbf{Y}_i^- = \mathbf{0}, \quad i = 0, \ldots, g-1 \tag{11}$$

其中， ± 上标表示向前（+）和向后（–）进行时间传播的状态。

T初始点和终端点处状态向量的约束可写为 :

$$\mathbf{\Psi}_0(\mathbf{X}) = 0, \mathbf{\Psi}_1(\mathbf{X}) = 0 \tag{12}$$

此时的代价函数可写为:

$$\min_{\mathbf{X}} J(\mathbf{X}) = \Delta v_{cor} = \sum_{i=0}^{g} \|\Delta\mathbf{V}_i\| \tag{13}$$

其中

$$\mathbf{X} = \left[\mathbf{T}, \mathbf{Y}_0, \mathbf{Y}_1, \ldots, \mathbf{Y}_g, \Delta\mathbf{V}_0, \Delta\mathbf{V}_1, \ldots, \Delta\mathbf{V}_g\right]^T \tag{14}$$

变量总数为: $N_x = (g+1) + 6(g+1) + 3(g+1) = 10(g+1)$.

非 相连轨迹段以及初始点和终端点上的线性约束为 :

$$\mathbf{C}(\mathbf{X}) = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_0(\mathbf{X}) \\ \mathbf{D}_1(\mathbf{X}) \\ \vdots \\ \mathbf{D}_{g-1}(\mathbf{X}) \\ \mathbf{\Psi}_0(\mathbf{X}) \\ \mathbf{\Psi}_1(\mathbf{X}) \end{bmatrix} = \mathbf{0} \tag{15}$$

以下算法用于编写 GMAT 脚本，采用多重射击技术计算轨迹。

算法 3： N 航段的多重打靶优化

输入：g（分段数），初始猜测 X_0输出：最优轨迹 X*开始 $k \leftarrow 0$；$X \leftarrow X_0$；当 $\|\nabla J(X_k)\| > \epsilon$ 且 $k < k_{max}$ 时，执行 拆分决策变量：T、Y、 $\Delta V \leftarrow X_k$；在 t_0处执行机动：$Y_0^+ \leftarrow Y_0 + \Delta V_0$；向前传播航段（+t）：$Y_1^- \leftarrow$ 积分 (f, Y_0^+, t_0, t_1)；对于 $i = 2$ 到 $g - 1$，执行 执行机动：$Y_i^+ \leftarrow Y_i + \Delta V_i$；向前传播航段（+t）：$Y_{i+1}^- \leftarrow$ 积分(f, Y_i^+, t_i, t_{i+1})；向后传播航段（–t）：$Y_{i-1}^+ \leftarrow$ 积分 (f, Y_i^+, t_i, t_{i+1})；计算缺陷：$D_i \leftarrow Y_{i-1}^+ - Y_{i-1}^-$；计算约束：$C(X_k) \leftarrow [D_0, \ldots, D_{n-1}]$；计算目标函数：$J(X_k) \leftarrow \sum_{i=0}^{n} \|\Delta V_i\|$；计算梯度：$\nabla J(X_k), \nabla C(X_k)$；采用序列二次规划方法求解子问题：$\Delta X \leftarrow$ 极小值点 $\frac{1}{2}\Delta X^T H_k \Delta X + \nabla J_k^T \Delta X$；更新：$X_{k+1} \leftarrow X_k + \alpha_k \Delta X$；$k \leftarrow k + 1$；$X^* \leftarrow X_k$；

数值积分使用了此前建立的微分方程 9。

2.3.5. 多重打靶方法下计算得到的轨迹参数

考虑与 2.3.3 中相同的问题，即地球—金星—小行星—金星飞行方案。对于该轨迹，变量总数为 $N_x = 70$，非线性约束的数量为 34，其中包括初始点和终端点约束。

采用第 2.3.4 节中的轨迹优化技术后，得到航天器从近地轨道转入双曲线轨道时刻的修正初始条件，可写为（以J2000地球黄道惯性系表示）：

$$\{\mathbf{r}_E, \mathbf{v}_E, t_{JD,UTC}\} = \begin{bmatrix} -5434.309418 \\ 3562.653721 \\ 981.289719 \\ -5.127796 \\ -5.338029 \\ -8.843770 \\ 2462413.077214 \end{bmatrix}$$

采用多重打靶方法计算得到的轨迹修正参数见表 11。所需轨道机动列于表12，采用*VNB* 坐标系，其中*V* 沿相对于中心天体的速度向量方向，*N* 沿法向，*B*则补全右手向量组。

表 11：所得航天器飞行轨迹的特征

天体	日期（UTC）	Δt	B_T	B_R	r_π	Δv
-	（日日.月月.年年年年）	（天）	(km)	(km)	(km)	（千米/秒）
地球	2029年10月3日	165.4	-	-	6571	3.755*
金星	2030年3月17日	80.6	36130.0	-24078.2	32424.4	0.003
1997 XF11	2030年6月6日	143.8	-	-	≤ 1	0.001
金星	2030年10月28日	120.9	-5120.7	63453.7	52236.3	0.117
2013 BP73	2031年2月26日	103.3	-	-	≤ 1	0.010
金星	2031年6月9日	87.8	4142.9	-19985.3	11422.8	0.037

请注意，表 11 中的 * 表示从近地轨道转移到双曲线轨道所需的 Δv_0。

表12：机动 ΔV 日期和 *VNB*分量

机动	**日期（协调世界时）（日.月.年）**	**时间（协调世界时）（时:分:秒）**	ΔV_V （千米/秒）	ΔV_N （千米/秒）	ΔV_B （千米/秒）
地球出发	2029年10月3日	13:51:11.324	0.00001708*	-0.00003267*	0.00004652*
第一次金星飞掠	2030年3月17日	22:46:01.667	-0.00048693	-0.00063599	0.00510856
1997 XF11	2030年6月6日	12:20:47.452	0.00660010	-0.00486912	-0.00051071
第二次金星飞掠	2030年10月28日	06:37:18.494	0.05952555	0.06808831	0.07551561
2013 BP73	2031年2月26日	03:05:04.465	0.00512191	-0.01271204	-0.00516111
启程前往地球	2031年6月9日	11:07:40.146	-0.00016309	-0.00024640	0.00432417

请注意，表12中的 * 表示在二体近似下确定的初始值 Δv 变化量；从近地轨道转移至双曲轨道所需的初始值为 Δv_0。

表11和表12显示，采用多重打靶法可以在n体模型中更精确地恢复轨迹。所得 Δv_{cor} 为0.15千米/秒，约为上一节所得结果0.089千米/秒的两倍。上一种方法由于约束较宽松，小行星飞掠距离出现了较大偏差；而在本例中，用于补偿这些偏差的脉冲需要额外增加100米/秒的冲量。需要指出的是，在本例中，二体近似数据与精化数据之间的差异很小。对于三次金星飞掠，B平面各分量之间的总差异均不超过1000千米。

表 11 和表 12 的分析还表明，最大的冲量施加在飞行过程中的 2013 BP73小行星飞掠航段。这与上一节中遇到的小行星飞掠距离差异相似，因为这些差异也发生在同一飞行航段。

下面说明用于计算图 16 所讨论轨迹的三种方法。该图展示了这些小行星在旋转坐标系中的轨道，其中 x 轴（X_{rot}^{Venus}）与太阳—金星方向一致，z 轴（Z_{rot}^{Venus}）沿轨道角动量方向，y 轴则补足三维基底（$Y_{rot}^{V}enus$）。“Venus”上标表示坐标系的中心位于金星中心。

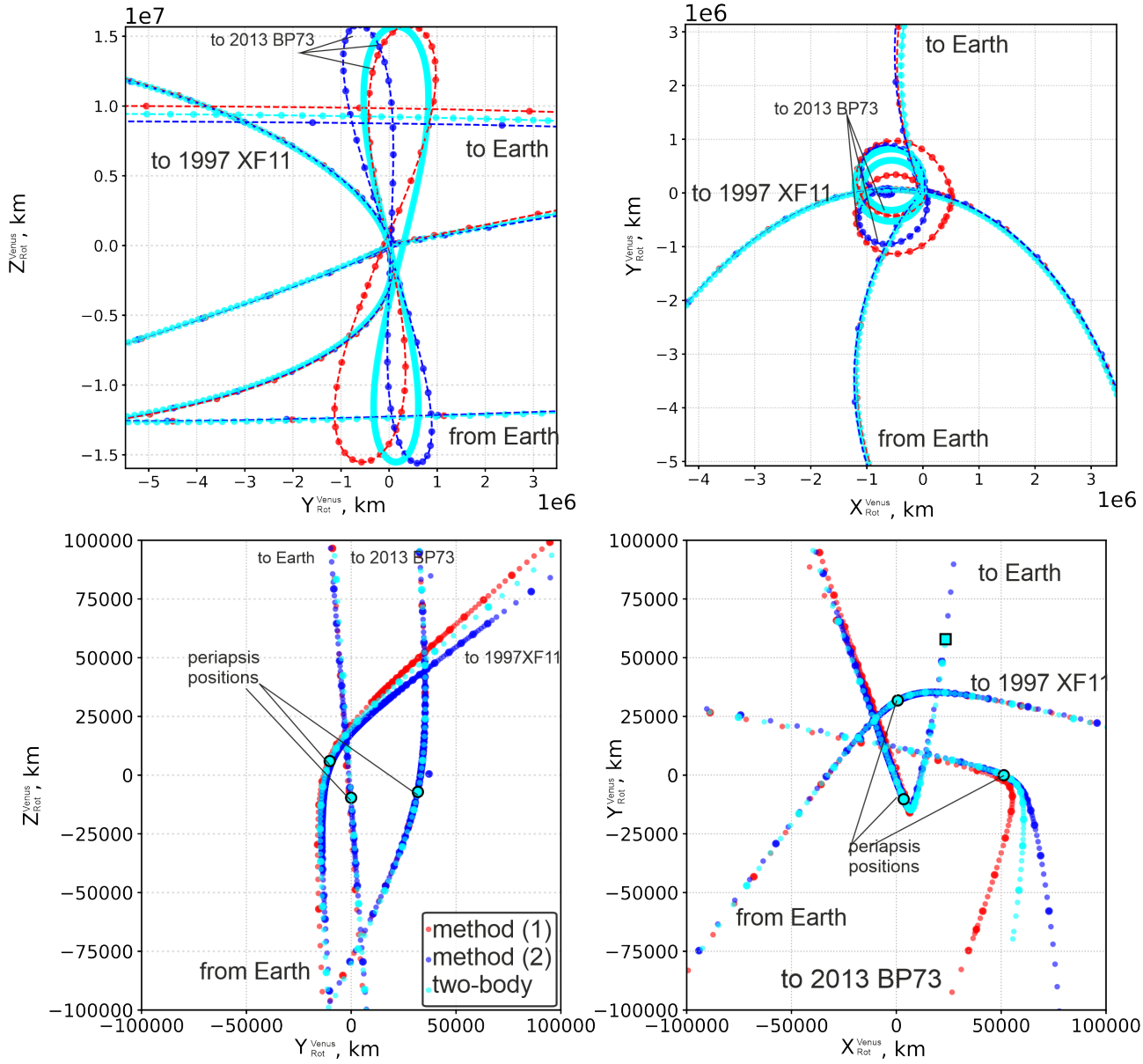

图 16：双曲线轨迹 d　　在使用文中讨论的三种方法获得的金星飞掠过程中，　　旋转坐标系

对图 16 的分析表明，采用所讨论的三种方法计算出的轨迹从第一次飞掠开始便略有差异；相应表格中显示，在飞往 2013 BP73、进入 π-共振轨道的过程中，脉冲造成了显著偏差。

2.4. 将多次金星引力辅助与飞掠行星的共振小行星和潜在危险小行星相结合

迄今为止，已发现约有 20 颗小行星与金星的轨道运动共振 [49, 71]。这些天体十分罕见，其存在是天体力学中的独特现象。由于受到巨行星的引力影响以及与太阳的相互作用，金星附近的共振持续时间较短，最终会被破坏，这对这些小行星轨道的稳定性构成了重大挑战。本研究探讨了将潜在危险小行星飞掠与共振小行星相结合的方案。

图17展示了所有已知和疑似的共振小行星。这幅图显示了这些小行星在旋转坐标系（X_{rot}，Y_{rot}）中的轨道。图像的其余部分显示了这些小行星在日心J2000黄道坐标系（X_{Eclip}，Y_{Eclip}）中的轨道。

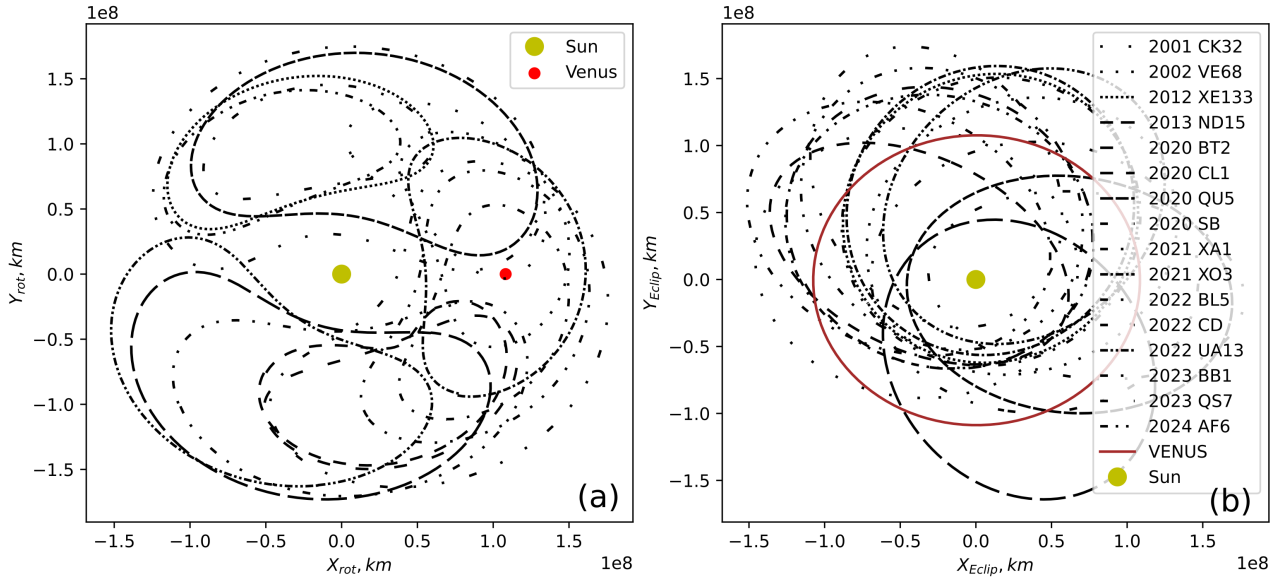

图17：2029—2030年期间在旋转坐标系和惯性坐标系中绕金星运行的共振小行星：（a）旋转坐标系；（b）日心黄道J2000坐标系

为便于后续分析，仅考虑与金星近距离交会的小行星。因此，不考虑马蹄形小行星。在2029年至2040年的十年间，20颗小行星中只有5颗满足在500万千米范围内发生近距离交会的条件。下面以小行星2001 CK32为目标，给出构建飞行轨迹的示例。请注意，构建飞行方案时使用了全部潜在危险小行星。所得轨迹如图18所示。表13概述了飞行轨迹的一些特征。

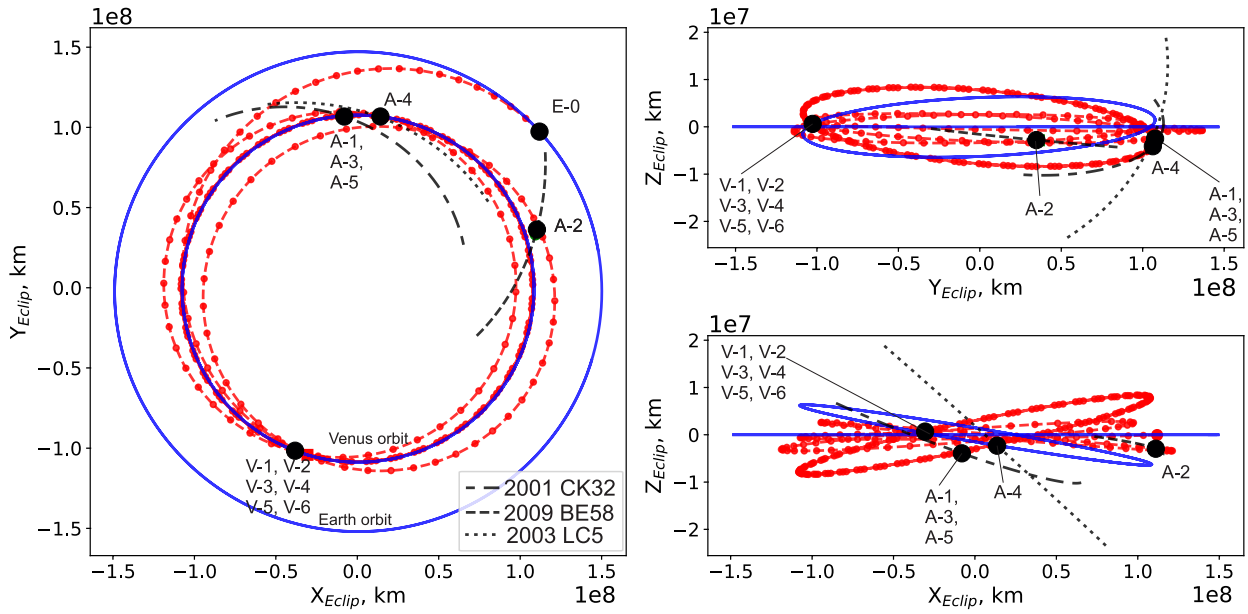

图18：航天器飞掠金星及两颗位于1:1共振轨道上的小行星的轨迹

表13：结合金星共轨小行星和潜在危险小行星飞掠的转移轨迹特征

航段	天体	Path	发射/机动日期	持续时间 (天)	Δv (千米/秒)	飞掠高度 $h_{高}$ (千米)	通信角 (E-SC-S，度)	飞掠 v_∞ (千米/s)
发射	地球	地球（E-0）	2029年10月28日	-	**3.581**	0.2	≤ 1	2.823
1	金星	E-0 →V-1	2030年4月7日	160.48	0.062	6040	55.13	4.749
2	2001 CK32	V-1 → A-1	2030年8月11日	126.37	0.014	-	136.63	15.281
3	金星	A-1 → V-2	2030年11月17日	98.32	0.001	1960	163.01	4.751
4	2009 BE58	V-2 →A-2	2031年2月22日	96.72	0.000	-	134.29	23.274
5	金星	A-2 → V-3	2031年6月30日	127.98	0.003	2080	26.05	4.758
6	2001 CK32	V-3 → A-3	2031年11月4日	126.51	0.001	-	54.13	15.332
7	金星	A-3 → V-4	2032年2月10日	98.18	0.050	14400	111.48	4.836
8	(90367) 2003 LC5	V-4 → A-4	2032年5月26日	105.78	0.089	-	160.23	14.162
9	金星	A-4 → V-5	22.09.2032	118.91	0.000	15000	106.96	4.767
10	2001 CK32	V-5 → A-5	26.01.2033	126.55	0.001	-	31.36	15.356
11	金星	A-5 → V-6	04.05.2033	98.14	-	-	28.06	4.760
总计				**1285.14** (~3.5 年)	**3.802**			

从表13可以看出，所得轨迹几乎无需冲量。小行星2000 CK32的平均飞掠速度为15.3千米/秒，行星的飞掠速度为4.7千米/秒。E-SC-S角的最大值为163.01度，这可能使得在首次引力辅助期间对航天器进行雷达观测成为可能。随后金星飞掠时的角度略小，而在最后一次行星飞掠时，E-S-C角为28.03度。

2.5. 确定地球-金星转移段上的小行星飞掠轨迹

在这项工作 [39], 中，研究人员发现了地球-金星转移段上与金星共振的小行星轨道的飞掠轨迹。该研究 [40] 未能在同一转移段上找到直径大于1千米的小行星飞掠轨迹。本研究通过考察地球-金星转移段上的潜在危险小行星飞掠，对先前研究进行了补充。

搜索工作主要遵循第1.1节所述的方法。通过仅考虑两个转移航段——从地球到小行星，以及从小行星到金星——大幅简化了问题。研究了来自139颗小行星主要样本的潜在危险天体飞掠，并考察了2029年至2050年之间的发射时段。表14列出了计算所得转移轨迹的一些参数

表14：地球—小行星—金星转移轨迹的参数

Name -	t_0 (日.月.年)	t_1 -//-	t_2 -//-	Δt_{E-V} (天)	Δv_0 (千米/秒)	$v_{\infty,0}$ 天$v_{\infty,1}$ (千米/秒)	$v_{\infty,1}$ (千米/秒)	$v_{\infty,2}$ (千米/秒)	$i_{eclip,0}$ (度)
(367789) 2011 AG5	2029年5月25日	2029年12月16日	2030年8月10日	442	3.695	3.246	12.007	4.817	1.896
(826936) 1998 HH49	2030年12月11日	2031年7月13日	2032年2月5日	421	3.625	2.994	9.474	2.733	2.842
2018 BT6	2031年1月3日	2031年5月27日	2032年3月21日	443	3.905	3.927	30.581	4.363	5.414
(177049) 2003 EE16	06.02.2031	2031年6月18日	2032年1月31日	359	3.947	4.05	20.003	6.868	1.183
2010 JE88	2031年2月12日	2031年8月7日	2032年2月8日	361	3.884	3.747	31.978	7.776	0.489
(509456) 2007 LF	2031年4月3日	2031年6月1日	2031年10月17日	197	3.793	3.579	11.177	4.41	0.781

表14——续

Name -	t_0 -	t_1 (日.月.年)	t_2 -//-	Δt_{E-V} -//-	Δv_0 (天)	$v_{\infty,0}$ (千米/秒)	$v_{\infty,1}$ (千米/秒)	$v_{\infty,2}$ (千米/秒)	$i_{eclip,0}$ (千米/秒)	(度)
(308635) 2005 YU55	2031年4月9日	2031年9月13日	2031年11月5日	210	4.008	4.226	15.818	5.702	1.142	
(143487) 2003 CR20	2033年11月25日	2034年4月5日	2035年3月20日	480	4.033	4.12	16.116	3.21	1.647	
2014 SP142	2034年3月24日	2034年6月16日	2035年6月12日	445	3.755	3.35	17.922	5.789	3.08	
(141495) 2002 EZ11	2034年4月6日	2034年11月1日	2035年4月14日	373	4.071	4.136	22.492	8.439	2.883	
(101869) 1999 MM	2034年8月8日	2034年11月28日	2035年2月4日	180	3.796	3.59	21.571	6.086	3.246	
(177049) 2003 EE16	2034年9月22日	2034年12月21日	2035年3月9日	168	3.817	3.657	26.327	7.893	0.333	
2008 DJ	2035年9月21日	2035年12月5日	2036年10月31日	406	3.903	3.922	10.481	4.488	4.273	
2021 SX3	2036年1月8日	2036年7月31日	2037年3月9日	426	4.065	4.382	23.181	6.978	4.125	
2014 SP142	2037年8月29日	2038年4月4日	2038年11月4日	432	3.895	3.897	8.621	8.542	1.464	
2003 MK4	2040年12月6日	2041年1月4日	2041年5月7日	152	3.598	2.886	13.907	3.07	1.255	
2020 BC6	2042年4月9日	2042年9月16日	2043年4月11日	367	3.863	3.802	14.487	7.579	2.669	
(85236) 1993 KH	2045年9月18日	2045年11月20日	2046年3月30日	193	3.895	3.898	14.208	5.539	0.871	
2013 ND24	2045年10月3日	2046年1月14日	2046年4月7日	186	3.796	3.593	29.243	5.668	0.045	
(1864) 代达罗斯 1971 FA	2047年3月22日	2047年8月13日	2048年6月13日	449	4.033	4.252	20.892	8.868	0.993	
2008 MP1	2047年5月24日	2047年8月31日	2047年11月28日	188	3.893	3.733	9.81	6.456	3.019	
2022 AY1	2048年4月22日	2048年7月7日	2049年8月11日	476	3.909	3.813	17.052	5.417	4.307	
(89958) 2002 LY45	2048年6月20日	2049年1月12日	2049年8月28日	434	3.577	2.609	29.81	3.84	0.664	
2014 XL7	2048年6月30日	2048年9月22日	2049年9月20日	447	4.032	4.292	16.247	4.401	7.069	
1997 XF11	2048年8月24日	2049年3月16日	2049年11月14日	447	3.833	3.462	18.768	6.438	3.165	

注：t_i、$i = 0$、1、2分别对应发射、小行星飞掠和金星交会的特征日期；Δt_{E-V}表示地球—金星转移的持续时间，单位为天；$v_{\infty,i}$、$i = 0$、1分别表示发射和小行星飞掠时的渐近速度。$i_{ecl,0}$表示地球至金星航段中航天器轨道的倾角。

研究结果见表14。研究表明，即使使用本研究中按最小轨道交会距离参数筛选出的有限小行星样本，也可以确定航天器在地球—金星转移期间与小行星相遇的若干无脉冲接近轨迹。

然而，与第2.2节中讨论的机会相比，这些机会受到的限制要大得多。在2029年至2050年的发射时段内确定的25条轨迹中，只有8条在不到一周公转的时间内到达金星。这远少于地球-金星-小行星-金星方案中发现的56条轨迹；这些轨迹仅针对同一时期的前两个发射窗口进行了识别。

3. 讨论

多次小行星飞掠问题此前已有研究。正如引言中所述，许多算法已被开发用于解决这一问题。这些算法包括适用于规模最大的全球轨迹优化竞赛（GTOC）的稳健优化技术。要创建包含众多节点的小行星巡游，就需要从大量候选目标中进行选择。这也解释了研究人员为何主要关注主带小行星，并不时关注近地小行星（NEAs） [16, 17, 18, 19, 20, 21]。

因此，设计主带区域内多小行星交会轨迹受到了广泛研究关注。受此影响，地球与金星之间的空间一直未得到充分利用，也较少受到关注。对金星轨道附近小行星飞掠链探索有限的主要原因，是与主带相比小行星群体显著更小，以及其靠近太阳，因此需要采取额外措施来管理航天器（SC）在长时间运行期间的热负荷。

随着对水星和金星原位研究的兴趣日益浓厚，加之小卫星技术不断进步，为提升内太阳系任务的科学回报创造了机会。

为此，本研究探讨了航天器轨迹设计方案，使航天器能够通过反复飞掠这两类天体，同时研究一颗行星和一颗小行星。所提出的方法利用金星引力辅助，使航天器进入共振轨道，从而实现后续的小行星飞掠。

研究特别关注1:1共振情景，因为该情景可最大限度缩短飞掠间隔。研究选取具有潜在危险的小行星（$\rho_{MOID} \leq 1.05$地月距离）作为航天器的研究对象。在四种飞行方案中，对两种策略进行了比较分析：

- 经金星引力辅助飞经太阳系内侧区域，并沿共振轨道运行；
- 从地球直接飞往小行星，随后返回地球。

采用所提出的方法得到的结果表明，涉及金星飞掠和小行星交会的飞行方案：

- 并未显著增加任务总持续时间（从发射到小行星飞掠后与行星的首次交会）；
- 在某些情况下，可降低小行星飞掠所需的特征速度；
- 通过缩短发射窗口之间的间隔，增加了发射机会，同时保持飞往小行星所需的特征速度；

- 在若干情况下，分析发现，小行星飞掠的渐近速度低于直接飞行时的渐近速度。

对包括飞掠1997 XF11和2013 BP73小行星在内的航天器轨迹进行n体模拟，证明了所开发方法的可行性。这证实了能够构建使航天器在金星轨道附近飞行的同时实现小行星飞掠的轨迹。对第二颗小行星的飞掠凸显了应用所开发轨迹搜索技术时面临的一项重大挑战。研究表明，在 π共振轨道上的小行星飞掠会使n体模拟中的精化变得复杂。尽管拼接圆锥法预测的大多数参数仅有轻微差异，但2013 BP73小行星的最近遭遇距离增至69.5万千米。这是因为航天器前往该小行星途中与金星发生了第二次交会。由于这次交会产生的摄动，无法使用该方法找到近距离接近轨迹。这表明，如果初始解具有 $0° << \gamma << 180°$，则可以使用B平面瞄准法直接精化轨迹。

为处理该问题，忽略共振轨道后，采用了多重打靶方法。尽管该方法较为复杂，但采用它的理由在于，它利用正向和反向时间传播之间的拼接，因此对金星和地球在日心段中引起的小幅摄动不太敏感。该技术的结果表明，在严格限制小行星飞掠距离的情况下，轨道机动所需的总冲量增加至 0.15 千米/秒。在 $\gamma \approx 179°$ 处飞行所需的冲量幅值为 0.11 千米/秒，而其他所有航段的飞行总计所需冲量均低于 40 米/秒。还可以注意到，所得结果与拼接圆锥结果接近。众所周知，拼接圆锥为 Δv提供了一个下限，因此所得结果约为 ΔV_0^{lim}的 5%，这意味着轨迹是可行的。

人们已经认识到，考虑轨道不确定性及其对飞掠可行性的影响十分重要，并计划在后续专门研究中对这些方面开展全面调查。未来的工作将致力于开发相关技术，以便在明确纳入小行星轨道不确定性的高保真n体仿真中验证轨迹解。将探索包括蒙特卡罗模拟和基于极大极小原理的方法在内的多种方法，以评估解的稳定性以及由此产生的 Δv_0 需求变化。

对于本研究而言，全面的不确定性分析超出了确立所提出飞行方案基本可行性的主要范围。不过，为了部分回应这些顾虑，我们在小行星筛选过程中加入了额外的过滤条件。仅考虑 JPL 和小行星中心数据库报告的轨道根数不确定性低于特定阈值的小行星，从而确保候选集由轨道已得到充分确定的天体组成。第2.1节中列出了所选小行星轨道误差分布图，以便透明地展示分析所用数据的质量。

此外，分析范围从研究潜在危险小行星的飞掠扩展至研究与金星共轨的小行星；这类天体数量较少，与金星轨道处于短期共振状态。包括飞掠小行星 2001 CK32 在内的轨迹构建结果表明，这种方案是可行的。该方案与露西号任务的轨迹设计 [21] 有相似之处，但研究重点从木星特洛伊小行星转向金星共轨小行星，并从主带小行星转向潜在危险小行星。所提供的示例表明，可以将飞掠金星共轨小行星和潜在危险小行星与金星探测结合起来，从而有可能拓展任务的科学价值。

4. 结论

本文提出了一种航天器轨迹设计方法，使航天器能够通过反复飞掠行星和小行星，同时对二者进行研究。该方法利用金星引力辅助，使航天器进入共振轨道，从而实现后续的小行星飞掠。为优化计算，采用了改进的拼接圆锥曲线法，并简化了搜索相对于金星的共振轨道的流程。针对涉及多颗小行星的任务，本文依据共振轨道和小行星的轨道根数，制定了用于筛选轨迹的几何判据。

所提出飞行方案的优势之一是适用于目标数量有限的情况。例如，在包含139颗小行星的集合中，找到了涉及飞掠1至3个目标的轨迹。此外，在扩展后的选定小行星集合中，很容易找到涉及飞掠两颗以上小行星的轨迹。对2029年发射窗口内飞掠1997 XF11、2013 BP73、2012 TO139、2001 HY7和2022 BJ的轨迹进行分析后发现，这些轨迹允许无冲量飞掠，且行星飞掠所需的脉冲幅值小于100米/秒。

研究了航天器在与行星和小行星进行一系列交会后返回的可能性。采用了地球-金星-小行星-金星方案的轨迹，分析表明，其中约半数轨迹可以构建从金星返回地球的航段，尽管将该航段加入优化会改变最优发射日期并增加 Δv_0，同时保持无冲量小行星飞越。轨迹计算同时考虑了1997 XF11、2013 BP73的小行星飞掠以及在二体和n体动力学框架下返回地球的情况。

研究发现，在与具有1:1共振轨道的轨迹高度接近的轨迹上进行小行星飞掠，并且具有 $\gamma \approx 0°$ 或18 0° 会导致显著的 与 2013 BP73 案例中所示的小行星飞掠距离偏差相比。尽管存在此类偏差 ns

在发生此类偏差时，脉冲以及B平面参数在n体动力学中仍与拼接圆锥解高度吻合，包括飞行时间、用于机动预测的 Δv以及金星飞掠时的近心点半径。尽管修正后的B平面参数与初始近似值有所不同，但它们为n体框架优化提供了良好的起始点。

为解决沿 π共振轨道飞行时与小行星交会的问题，研究了多重打靶法。该方法的结果表明，在对小行星飞掠距离施加严格限制的情况下，所研究飞行方案中的机动总冲量（包括飞掠1997 XF11和2013 BP73以及返回地球）增加至0.15千米/秒。

为提高科学回报，还研究了共轨小行星与金星及潜在危险小行星联合飞掠的可行性。以2001 CK32小行星为例构建的多次飞掠方案表明，该方案要求以约3.581千米/秒的特征速度从地球发射至金星，随后在低 Δv下接近小行星。不包括发射在内的总 Δv 消耗不超过100米/秒。

对地球与金星之间转移的研究表明，在某些情况下，无冲量小行星飞越是可行的。然而，即使对于预先确定的小行星群体，这类情形也并不常见。例如，在20年研究期内，从139颗小行星中确定了25条可行轨迹；相比之下，采用所提出方案研究两年发射期时确定了56种方案。

附录 A 地球—小行星—地球和地球—金星—小行星—金星飞行轨迹的特征

表 A.1 和表 A.2 包含了一组参数，用于描述采用 E-V-A-V 方案（表 A.1）和 E-A-E 方案（表 A.2）飞往小行星的航天器飞行轨迹。表 A.3 展示了采用 E-V-A-V-E方案找到的最优飞行轨迹数据。

表 A.1、A.2 列出了表征航天器飞往小行星并随后返回该行星的飞行轨迹的若干参数。

表 A.1：地球—金星—小行星—金星飞行轨迹的部分参数

Name	t_0	t_1	t_2	t_3	P_{sc} (天)	Δv_0 (千米/秒)	$\tilde{H}$ (km)	$v_{\infty,0}$ (千米/秒)	$v_{\infty,1}$ (千米/秒)	$v_{\infty,2}$ (千米/秒)	$i_{eclip,1}$ (度)
(35396) 1997 XF11	2029年11月29日	2030年5月17日	2030年8月12日	2031年8月9日	449.4	3.881	3.959	3.859	6.82	5.026	3.723
(37638) 1993 VB	2029年10月2日	2030年3月12日	2030年9月11日	2031年6月5日	449.4	4.029	0.501	4.161	6.11	16.328	3.907
(85236) 1993 KH	2029年10月29日	2030年2月17日	2030年10月28日	2031年12月23日	337.06	3.886	18.528	3.874	4.072	16.057	3.838
(99942) 阿波菲斯 2004 MN4	2029年9月30日	2030年3月10日	2031年2月9日	2032年8月25日	449.43	4.059	4.571	4.357	6.185	10.252	2.545
(143487) 2003 CR20	2029年10月1日	2030年4月4日	2031年5月8日	2032年2月7日	337.06	3.759	2.164	3.471	5.195	14.236	1.232
(164207) Cardea 2004 GU9	2029年10月27日	2030年2月10日	2030年10月22日	2031年12月16日	337.06	3.821	2.344	3.673	4.691	12.63	4.052
(308635) 2005 YU55	2029年12月17日	2030年5月23日	2031年12月29日	2032年11月7日	449.4	4.039	4.51	4.311	7.242	2.315	3.704
(484506) 2008 ER7	2029年9月6日	2030年3月11日	2031年4月24日	2032年1月14日	337.05	3.909	42.626	3.941	4.603	26.404	2.524
(614433) 2009 KK	2029年10月20日	2030年4月28日	2031年12月30日	2032年10月13日	449.4	3.947	3.008	4.052	6.527	9.313	1.668
2003 MK4	2029年10月10日	2030年3月21日	2030年11月28日	2032年1月24日	336.93	3.732	22.317	3.306	5.155	16.616	2.857
2011 JA	2029年11月11日	2030年4月14日	2031年7月19日	2032年2月18日	337.05	3.641	26.545	3.057	5.005	22.293	3.915
2014 DM22	2029年10月29日	2030年4月28日	2031年1月29日	2031年7月21日	449.4	3.802	0.501	3.609	6.114	17.137	4.708
2016 FG60	2029年11月8日	2030年3月31日	2030年12月22日	2032年2月3日	337.06	3.748	47.55	3.431	5.568	27.328	2.308
2022 UJ65	2029年10月30日	2030年2月4日	2030年11月12日	2031年12月11日	337.05	3.837	26.791	3.722	5.409	10.958	3.578
(35396) 1997 XF11	2029年11月29日	2030年5月17日	2030年8月12日	2031年8月9日	449.4	3.881	3.955	3.859	6.813	5.027	3.723
(37638) 1993 VB	2029年10月3日	2030年3月12日	2030年9月11日	2031年6月5日	449.4	4.029	0.501	4.155	6.122	16.331	3.902
(85236) 1993 KH	2029年10月30日	2030年2月17日	2030年10月27日	2031年12月23日	337.06	3.883	18.999	3.865	4.055	16.058	3.808
(101869) 1999 MM	2029年10月27日	2030年4月5日	2030年11月15日	2032年2月8日	337.06	3.578	1.224	2.811	4.84	21.854	1.289
(141495) 2002 EZ11	2029年10月23日	2030年1月18日	19.02.2031	2031年11月23日	337.05	4.038	17.133	4.311	8.844	41.59	2.66
(143487) 2003 CR20	2029年10月28日	2030年4月11日	2031年5月6日	2032年2月14日	337.05	3.601	5.37	2.902	5.013	14.442	1.255
(144898) 2004 VD17	2029年10月19日	2030年2月15日	2030年10月15日	2031年12月21日	337.05	3.924	27.028	3.986	4.598	23.293	3.524
(152685) 1998 MZ	2029年10月27日	2030年2月11日	2031年3月27日	2031年12月18日	337.54	3.857	0.501	3.697	4.559	10.698	3.416
(308635) 2005 YU55	2029年12月6日	2030年5月23日	2031年12月29日	2032年11月7日	449.4	3.945	4.19	4.045	7.233	2.317	3.705
(468468) 2004 KH17	2029年10月25日	2030年1月23日	2030年4月12日	2031年4月18日	449.4	3.91	3.408	3.944	7.583	20.453	4.214
(471240) 2011 BT15	2029年10月27日	2030年4月6日	2031年5月27日	2032年2月9日	337.05	3.579	42.03	2.816	4.851	14.416	1.527
(484506) 2008 ER7	2029年10月13日	2030年2月12日	2031年4月22日	2031年12月18日	337.05	3.942	5.127	4.039	4.973	26.216	4.38
(614433) 2009 KK	2029年10月19日	2030年4月27日	2031年12月30日	2032年10月12日	449.4	3.941	2.423	4.034	6.466	9.374	1.554
2016 CB194	2029年11月14日	2030年5月2日	2031年8月6日	2032年3月6日	337.05	3.754	5.781	3.454	6.022	13.248	4.124
(741081) 2005 LW3	2029年10月28日	2030年2月14日	2031年4月4日	2031年12月20日	337.06	3.854	17.614	3.774	4.281	19.705	4.374
2000 KA	2029年10月19日	2030年2月12日	2030年10月18日	2031年12月18日	337.05	3.861	26.911	3.798	4.7	7.995	3.408
2002 XO14	2029年10月22日	2030年4月1日	2030年11月16日	2032年1月8日	334.7	3.634	20.474	2.835	4.835	10.066	3.4
2010 XC25	2029年12月12日	2030年5月30日	2031年9月2日	2032年4月3日	337.22	4.008	21.787	4.184	7.648	16.918	3.353
2011 JA	2029年11月4日	2030年4月15日	2031年7月19日	2032年2月18日	337.05	3.622	26.409	2.984	5.097	22.268	3.801
2012 TO139	2029年11月8日	2030年3月29日	2031年10月10日	2032年9月13日	449.41	3.915	3.136	3.957	6.33	19.681	1.073
2013 ED28	2029年10月20日	2030年1月18日	2030年4月28日	2030年8月31日	224.7	4.003	16.59	4.212	8.554	29.02	4.822
2014 DM22	2029年10月29日	2030年4月28日	2031年1月29日	2031年7月21日	449.4	3.801	0.506	3.608	6.115	17.137	4.708
2014 SP142	2029年12月16日	2030年6月1日	2031年8月18日	2032年4月6日	337.05	4.012	10.788	4.235	7.812	15.349	5.702
2014 XL7	2029年11月23日	2030年5月5日	2031年11月24日	19.10.2032	449.4	3.796	0.502	3.555	6.026	6.839	3.802
2015 YY9	2029年11月13日	2030年4月28日	2031年2月3日	2031年7月22日	224.7	3.717	8.061	3.328	5.744	11.469	8.094
2016 FG60	2029年10月21日	2030年3月25日	2030年12月22日	2032年1月28日	337.06	3.663	43.372	3.133	5.211	27.348	2.397
2016 XA2	2029年11月20日	2030年5月6日	2031年8月16日	2032年3月10日	337.05	3.779	27.532	3.536	6.151	24.381	2.237
2019 VF6	2029年10月21日	2030年2月5日	2031年3月25日	2031年12月11日	337.06	3.797	5.048	3.596	5.324	7.508	5.814
2022 UJ65	2029年10月21日	2030年2月5日	2030年11月12日	2031年12月11日	337.05	3.797	22.529	3.596	5.318	10.97	3.575
(85640) 1998 OX4	2031年7月12日	2031年12月30日	2032年5月11日	2033年3月24日	449.4	3.936	3.993	4.019	8.18	18.865	4.032
(137108) 1999 AN10	2031年5月21日	2031年10月17日	2032年10月28日	2034年4月3日	449.41	4.002	1.656	4.21	7.105	34.755	0.829
(141495) 2002 EZ11	2031年5月29日	2031年10月21日	2032年3月5日	2033年1月12日	449.4	3.823	4.667	3.678	6.253	25.315	0.696
(163243) 2002 FB3	2031年5月23日	2031年10月18日	2033年1月4日	2033年8月22日	337.06	4.062	24.614	4.375	7.341	16.038	5.357
(216985) 2000 QK130	2031年5月24日	2031年11月30日	2032年11月1日	2034年5月17日	449.41	3.913	1.267	3.811	6.448	15.562	3.418
(332446) 2008 AF4	2031年6月10日	2031年12月7日	2033年7月16日	2034年5月23日	449.4	3.813	1.165	3.648	6.525	16.574	5.587
(371660) 2007 CN26	2031年6月7日	2031年12月3日	2032年11月23日	2034年5月20日	449.41	3.782	0.507	3.546	6.23	17.814	5.176
(405212) 2003 QC10	2031年7月31日	2032年1月14日	2032年6月27日	2033年4月8日	449.4	4.014	3.989	4.241	9.234	19.456	2.562
(438908) 2009 XO	2031年5月17日	2031年11月6日	2033年1月6日	2033年9月10日	337.06	3.582	8.186	2.827	4.341	7.745	1.432
(523662) 2012 MU2	2031年5月24日	2031年11月13日	2033年1月21日	2033年9月17日	337.06	3.631	5.711	3.018	4.726	15.712	2.132

表 A.1——续

Name -	t_0	t_1	t_2	t_3	P_{sc} （天）	Δv_0 (千米/秒)	$\tilde{H}$ (km)	$v_{\infty,0}$ (千米/秒)	$v_{\infty,1}$ (千米/秒)	$v_{\infty,2}$ (千米/秒)	$i_{eclip,1}$ （度）
(530520) 2011 LT17	2031年7月28日	2032年1月11日	2033年5月13日	2034年5月14日	443.84	4.041	3.954	4.2	9.033	22.651	3.391
(614433) 2009 KK	2031年6月2日	2031年12月2日	2033年5月7日	2034年5月19日	449.41	3.807	1.858	3.626	6.284	24.285	4.955
2006 AR3	2031年5月22日	2031年9月5日	2033年2月20日	2034年2月20日	449.4	3.814	1.046	3.65	6.333	6.661	4.845
2007 JY2	2031年6月4日	2031年10月23日	2033年6月5日	2034年4月9日	449.41	3.91	3.309	3.943	6.506	25.155	0.11
2007 RU9	2031年6月4日	2031年9月22日	2031年11月16日	2032年5月3日	224.7	3.808	0.501	3.63	3.938	11.226	5.091
2009 XT6	2031年5月24日	2031年11月12日	2032年5月23日	2033年2月3日	224.7	3.624	16.37	2.993	4.656	20.903	2.986
2012 TY52	2031年4月28日	2031年9月3日	2032年7月24日	2034年2月17日	449.4	3.972	0.501	4.124	6.381	23.269	5.053
2012 UR158	2031年8月1日	2032年1月15日	2033年2月24日	2033年11月19日	337.05	4.019	17.554	4.255	9.295	21.038	2.443
2015 YY9	2031年7月27日	2032年1月11日	2033年6月22日	2034年6月28日	449.4	3.996	1.694	4.192	8.989	25.532	5.449
2016 FG60	2031年5月28日	2031年12月4日	2032年4月9日	2033年2月26日	449.4	3.908	1.893	3.925	6.702	22.899	3.913
2021 MK1	2031年8月4日	2032年1月18日	2033年2月15日	2033年11月23日	337.05	4.04	10.058	4.313	9.513	11.488	3.809
2022 CQ3	2031年5月15日	2031年11月14日	2032年7月4日	2033年9月19日	337.06	3.687	3.322	3.222	5.113	13.583	2.934
2022 CY	2031年4月20日	2031年11月15日	2032年8月19日	2033年2月6日	224.62	4.078	0.501	4.374	6.251	18.958	7.502
(809875) 2020 BX12	2031年4月26日	2031年11月16日	2032年8月29日	2033年2月7日	449.4	3.966	1.304	4.109	6.044	22.483	4.641
2007 RU9	2031年5月6日	2031年10月15日	2031年11月16日	2032年5月26日	224.69	3.614	24.624	2.952	5.03	11.842	4.943
(85640) 1998 OX4	2031年7月21日	2031年12月30日	2032年5月11日	2033年3月24日	449.39	3.98	4.39	4.147	8.188	18.867	4.026
(216985) 2000 QK130	2031年5月19日	2031年11月28日	2032年11月1日	2034年5月15日	449.41	3.893	0.624	3.894	6.361	15.557	3.197
(438908) 2009 XO	2031年5月22日	2031年11月7日	2033年1月6日	2033年9月11日	337.05	3.585	8.891	2.838	4.301	7.718	1.491
(523662) 2012 MU2	2031年5月29日	2031年11月13日	2033年1月21日	2033年9月17日	337.06	3.636	5.832	3.036	4.692	15.721	2.143
2006 AR3	2031年5月25日	2031年9月5日	2033年2月20日	2034年2月20日	449.4	3.816	0.825	3.658	6.321	6.653	4.864
2016 FG60	2031年5月30日	05.12.2031	2032年4月9日	27.02.2033	449.4	3.918	2.256	3.919	6.767	22.928	3.945
2022 SF11	29.07.2031	13.01.2032	11.09.2032	06.04.2033	449.4	4.006	3.805	4.218	9.126	5.065	3.109

$t_i, i = 0, 1、2、3$ 分别对应发射、金星飞越、小行星飞越及返回金星的特征日期；P_{sc} 为航天器轨道周期；$v_{\infty,i}, i = 0,1、2$ 分别对应发射时、金星飞越时及小行星处的渐近速度；$i_{eclip,1}$ 表示经金星引力辅助后航天器轨道相对于黄道面的倾角。所有日期均采用 UTC 格式（日.月.年）。

表 A.2：地球—小行星—地球飞行轨迹的一些参数

Name -	t_0	t_1	t_2	P_{sc} (天)	Δv_0 (千米/秒)	$v_{\infty,0}$ (千米/秒)	$v_{\infty,1}$ (千米/秒)	$i_{eclip,0}$ （度）
(35396) 1997 XF11	2029年11月12日	2031年10月31日	2032年12月11日	547.89	3.722	3.347	18.243	1.111
(37638) 1993 VB	2029年8月31日	2030年12月12日	2031年9月1日	365.24	3.547	2.68	7.782	4.587
(90416) 2003 YK118	2029年11月26日	2030年12月27日	2032年11月26日	547.88	3.908	3.937	17.856	3.249
(99942) 阿波菲斯2004 MN4	2029年1月14日	2029年4月13日	2030年1月12日	365.28	3.225	0.013	7.36	0.005
(101869) 1999 MM	2029年12月17日	2030年7月27日	2031年12月17日	365.25	3.342	1.611	16.701	0.358
(141495) 2002 EZ11	2029年10月15日	2030年3月1日	2030年10月15日	365.24	3.468	2.325	27.218	2.95
(152685) 1998 MZ	2029年7月13日	2030年12月6日	2031年7月13日	365.15	3.485	2.324	15.632	0.171
(164207) Cardea 2004 GU9	2029年6月3日	2029年10月22日	2030年6月4日	365.25	3.32	1.453	8.184	0.36
(177049) 2003 EE16	2029年9月29日	2031年10月29日	2032年9月29日	547.88	3.734	3.388	11.286	0.897
(269690) 1996 RG3	2029年7月20日	2030年10月29日	2031年7月20日	365.25	3.345	1.63	14.48	2.951
(279744) 1998 KM3	2029年9月12日	2030年10月13日	2032年9月12日	547.88	3.845	3.747	11.285	2.789
(367789) 2011 AG5	2029年10月14日	2031年7月9日	2032年10月14日	547.85	3.848	3.753	16.663	1.614
(373135) 2011 SD173	2029年10月13日	2030年4月30日	2030年10月13日	365.26	3.434	2.157	10.675	0.12
(380636) 2004 XN14	2029年8月30日	2031年1月25日	2031年8月30日	365.45	3.629	2.875	6.725	3.176
(415745) 2000 GV147	2029年10月20日	2030年5月20日	2029年10月20日	365.25	3.275	1.052	11.791	1.362
(434734) 2006 FX	2029年5月7日	2031年5月6日	2032年5月7日	547.87	3.748	3.434	17.324	1.274
(444193) 2005 SE71	2029年1月1日	2029年6月1日	2030年1月1日	365.25	4.065	4.381	14.743	3.827
(471240) 2011 BT15	2029年2月9日	2031年2月3日	2032年2月10日	547.88	3.709	3.299	9.922	0.373
(484506) 2008 ER7	2029年2月15日	05.07.2029	16.02.2030	365.27	3.909	3.941	22.819	1.759
(523654) 2011 SR5	2029年3月8日	2029年8月22日	2030年3月8日	365.26	3.949	4.059	29.64	0.167
(549948) 2011 WL2	08.06.2029	03.11.2030	2031年6月9日	365.02	3.302	0.883	12.129	0.837
2016 WJ1	2029年7月10日	2030年12月3日	2031年7月10日	365.14	3.417	1.962	16.607	0.48
2021 NQ5	2029年8月2日	2030年2月7日	2030年8月2日	365.25	3.577	2.807	14.851	0.144
(741081) 2005 LW3	2029年2月10日	2029年6月30日	2030年2月10日	365.27	3.594	2.872	12.24	3.016
(826936) 1998 HH49	2029年1月31日	2029年5月18日	2030年1月31日	365.25	3.853	3.773	14.635	6.364
2003 MK4	2029年11月8日	2030年6月18日	2030年11月8日	365.26	3.723	3.349	12.326	1.919
2008 DJ	2029年1月1日	2030年1月29日	2031年12月30日	547.81	3.781	3.437	10.416	1.686
2010 KR10	2029年5月12日	2029年10月26日	2030年5月12日	365.27	3.513	2.533	14.652	1.77
2013 ED28	2029年7月19日	2030年8月23日	2032年7月19日	547.88	3.809	3.632	22.671	2.357
2013 ND24	2029年2月15日	2031年1月21日	2032年2月16日	547.89	3.743	3.415	25.223	1.629
2014 SP142	2029年1月16日	2029年7月15日	2030年1月16日	365.26	3.344	1.627	11.608	0.146
2014 XL7	2029年1月1日	2029年5月29日	2030年1月1日	365.25	3.289	1.192	15.749	0.548
2018 BT6	2029年10月28日	2031年8月26日	2032年10月28日	547.88	3.728	3.367	18.932	0.931
2018 LK	2029年8月7日	2030年12月7日	2031年8月7日	365.24	3.44	2.178	11.688	1.189
2019 BC1	2029年9月18日	2031年2月12日	2031年9月18日	365.47	3.737	3.261	17.767	4.872
2019 LZ1	2029年1月1日	2029年5月31日	2030年1月1日	365.25	3.972	4.124	35.6	0.679
2020 HJ4	2029年6月6日	2029年11月4日	2030年6月6日	365.26	3.373	1.811	14.221	1.681
2021 TA8	2029年12月26日	2031年5月12日	2031年12月27日	365.27	3.307	1.344	14.975	2.06
2021 XL6	2029年10月27日	2030年11月23日	2031年3月25日	366.21	3.227	0.183	14.016	0.004
2022 BX1	2029年1月1日	2030年1月31日	2032年1月1日	547.94	3.983	4.144	15.37	2.678
2022 CQ3	2029年8月14日	2030年2月7日	2030年8月14日	365.25	3.298	1.273	16.788	0.208
2022 GY2	2029年12月4日	2031年12月4日	2032年12月4日	547.88	3.814	3.648	20.734	2.687
(35396) 1997 XF11	2031年3月18日	2032年5月15日	2034年3月18日	547.9	3.791	3.576	19.082	2.417
(89958) 2002 LY45	2031年9月21日	2032年3月24日	2032年9月20日	365.26	3.238	0.541	31.949	0.165
(90416) 2003 YK118	2031年3月12日	2033年3月25日	2034年3月12日	547.9	3.872	3.827	9.08	3.162
(141495) 2002 EZ11	2031年11月9日	2032年4月9日	2032年11月8日	365.26	4.026	4.274	32.122	0.086
(144898) 2004 VD17	2031年9月25日	2032年5月1日	2032年9月24日	365.26	3.226	0.184	18.367	0.157
(177049) 2003 EE16	2031年3月4日	2032年12月24日	2034年3月3日	547.9	3.718	3.332	23.094	0.459
(231937) 2001 FO32	2031年10月3日	2032年4月17日	2032年10月2日	365.25	3.721	3.344	31.246	0.21
(267337) 2001 VK5	2031年5月12日	2031年11月1日	2032年5月12日	365.22	3.402	1.969	17.392	0.041
(279744) 1998 KM3	2031年1月5日	2032年12月9日	2034年1月5日	547.89	3.839	3.726	21.062	3.034
(297300) 1998 SC15	2031年9月29日	2032年3月20日	2032年9月29日	365.25	3.492	2.439	12.307	0.126
(308635) 2005 YU55	2031年4月26日	2031年10月18日	2032年4月25日	365.25	3.541	2.66	11.019	0.403
(371660) 2007 CN26	2031年11月16日	05.10.2033	15.11.2034	547.87	3.776	3.526	12.603	2.261
(380636) 2004 XN14	17.07.2031年	02.01.2032年	16.07.2032年	365.27	3.489	2.426	11.801	0.03
(405212) 2003 QC10	2031年21.02.2032	2031年21.02.2034		547.89	4.047	4.332	14.567	5.064
(436724) 2011 UW158	2031年12月26日	2033年11月4日	2034年12月26日	547.88	4.036	4.302	15.608	4.855
(468468) 2004 KH17	2031年1月1日	2031年6月21日	2032年1月1日	365.26	3.719	3.333	11.139	4.848
(487577) 2014 YQ15	2031年6月6日	2031年12月19日	2032年6月5日	365.25	3.247	0.694	9.794	0.02

表 A.2 – 续

Name -	t_0	t_1	t_2	P_{sc} (天)	Δv_0 (千米/秒)	$v_{\infty,0}$ (千米/秒)	$v_{\infty,1}$ (千米/秒)	$i_{eclip,0}$ (度)
(509456) 2007 LF	2031年1月13日	2031年6月6日	2032年1月14日	365.26	3.296	1.254	9.448	1.683
2019 LZ1	2031年5月18日	2031年12月17日	2032年5月17日	365.26	3.49	2.431	17.408	0.755
2016 WJ1	2031年2月20日	2032年5月28日	2034年2月20日	548.36	3.764	3.442	8.531	0.889
(741081) 2005 LW3	2031年3月9日	2032年12月1日	2034年3月9日	546.87	3.898	3.797	19.585	1.592
2000 TU28	19.10.2031	28.04.2032	19.10.2032	365.26	3.409	2.02	10.612	0.016
2003 MK4	19.02.2031	06.01.2032	22.08.2032	366.86	3.279	0.243	13.036	0.402
2003 RS1	28.02.2031	2031年9月2日	29.02.2032	365.25	3.323	1.478	8.872	0.457
2005 WY55	26.09.2031	20.06.2033	26.09.2034	547.88	3.801	3.607	25.803	2.375
2007 RU9	06.02.2031	14.09.2031	06.02.2032	365.25	3.658	3.119	18.847	2.99
2009 XT6	22.03.2031	2032年6月27日	22.03.2034	547.9	3.784	3.552	29.988	1.055
2011 DV	2031年4月21日	2032年10月29日	2034年5月15日	552.81	3.899	3.632	6.975	0.006
2012 TO139	2031年2月14日	2031年9月23日	2032年2月14日	365.25	3.227	0.244	32.763	0.057
2012 UR158	2031年7月10日	2032年11月23日	2033年7月9日	365.26	3.647	3.079	27.35	3.153
2013 JL22	2031年9月19日	2032年11月7日	2034年9月19日	547.89	3.752	3.448	19.658	1.522
2014 EG45	2031年1月17日	2032年2月17日	2034年1月16日	547.88	3.934	4.016	11.693	4.13
2014 SP142	2031年8月10日	2032年12月23日	2033年8月10日	365.25	4.02	4.258	17.007	0.729
2014 XL7	2031年2月26日	2031年10月23日	2032年2月26日	365.26	3.699	3.265	14.455	4.259
2018 LK	2031年5月26日	2032年1月12日	2033年5月26日	365.26	3.765	3.49	14.666	0.803
2018 LB1	2031年5月26日	2032年9月5日	2033年5月26日	365.25	3.246	0.681	8.656	0.63
2019 LZ1	2031年9月10日	2032年10月20日	2034年9月10日	547.89	3.789	3.57	34.359	2.233

注：$t_i, i = 0, 1$、2分别对应发射、飞越小行星和返回地球的特征日期；P_{sc} 为航天器轨道周期；$v_{\infty,i}, i = 0, 1$对应发射时和飞越小行星时的渐近速度；$i_{eclip,0}$ 为航天器轨道相对于黄道面的倾角。所有日期均采用UTC格式（日.月.年）。

表 A.3：地球-金星-小行星-金星-地球飞行轨迹的参数

Name -	t_0	t_1	t_2	t_3	t_4	Δv_0 (千米/秒)	$\tilde{H}$ (km)	$v_{\infty,0}$ (千米/秒)	$v_{\infty,1}$ (千米/秒)	$v_{\infty,2}$ (千米/秒)
(35396) 1997 XF11	2029年11月25日	2030年5月8日	2030年8月14日	2031年7月31日	2032年4月27日	3.902	0.503	3.644	6.062	5.274
(143487) 2003 CR20	2029年10月20日	2030年3月21日	2031年5月12日	2032年1月24日	2033年1月31日	3.857	2.511	3.781	6.075	14.004
2003 MK4	2029年11月15日	2030年4月1日	2030年11月30日	2032年2月4日	2033年2月18日	3.942	33.723	4.033	6.272	15.626
2014 DM22	2029年10月29日	2030年4月28日	2031年1月29日	2031年7月21日	2031年11月26日	3.801	0.529	3.608	6.116	17.137
2022 UJ65	2029年10月17日	2030年2月5日	2030年11月12日	2031年12月11日	2032年11月20日	3.806	20.203	3.626	5.394	10.959
(99942) 阿波菲斯 2004 MN4	2029年10月6日	2030年3月13日	2031年2月10日	2031年6月6日	2032年1月27日	4.017	5.131	4.25	6.264	10.209
(37638) 1993 VB	2029年10月3日	2030年3月13日	2030年9月11日	2031年6月5日	2031年8月26日	4.029	0.501	4.154	6.126	16.332
(143487) 2003 CR20	2029年10月20日	2030年3月21日	2031年5月12日	2032年1月24日	2033年1月29日	3.857	2.507	3.784	6.077	14.004
(484506) 2008 ER7	2029年10月20日	2030年3月21日	2031年4月24日	2032年1月24日	2033年1月30日	3.857	6.406	3.785	6.071	26.96
2003 MK4	2029年9月23日	2030年3月8日	2030年11月28日	2032年1月12日	2033年1月10日	4.02	7.038	4.254	5.795	17.461
2014 DM22	2029年10月29日	2030年4月28日	2031年1月29日	2031年7月21日	2032年4月10日	3.801	0.512	3.608	6.115	17.137
(37638) 1993 VB	2029年10月3日	2030年3月13日	2030年9月11日	2031年6月5日	2031年8月26日	4.029	0.501	4.153	6.127	16.333
(308635) 2005 YU55	2029年12月5日	2030年5月25日	2031年12月25日	2032年11月11日	2034年5月31日	4.028	4.132	4.083	7.354	2.134
(484506) 2008 ER7	2029年10月20日	2030年3月21日	2031年4月24日	2032年1月24日	2033年1月30日	3.857	6.406	3.784	6.071	26.96
2016 CB194	2029年11月26日	2030年5月12日	2031年8月7日	2032年3月16日	2033年4月22日	3.836	9.319	3.721	6.501	12.961
2000 KA	2029年10月7日	2030年2月7日	2030年10月17日	2031年12月13日	2032年11月24日	3.928	17.461	3.999	5.399	7.865
2010 XC25	2029年12月19日	2030年5月30日	2031年9月2日	2032年4月3日	2033年5月2日	4.031	21.789	4.267	7.604	16.876
2014 DM22	2029年10月29日	2030年4月28日	2031年1月29日	2031年7月21日	2031年11月26日	3.801	0.508	3.608	6.115	17.137
2015 YY9	2029年11月13日	2030年4月28日	2031年2月3日	2031年7月22日	2031年12月6日	3.717	7.981	3.328	5.751	11.481
2019 VF6	2029年10月21日	2030年2月4日	2031年3月25日	2031年12月10日	2032年11月19日	3.813	5.004	3.595	5.391	7.463
(141495) 2002 EZ11	2031年5月30日	2031年10月21日	2032年3月6日	2033年1月12日	2033年4月3日	3.824	4.8	3.681	6.232	25.326
(163243) 2002 FB3	2031年5月25日	19.10.2031	2033年1月4日	2033年8月23日	2034年7月27日	4.065	23.372	4.379	7.343	16.077
(216985) 2000 QK130	2031年5月20日	2031年11月29日	2032年11月1日	2033年2月20日	2033年5月5日	3.892	0.782	3.892	6.381	15.558
(371660) 2007 CN26	2031年6月8日	2031年12月3日	2032年11月23日	2033年2月25日	2033年6月16日	3.783	0.659	3.546	6.242	17.812
(530520) 2011 LT17	2031年7月27日	2032年1月12日	2033年5月13日	2034年5月13日	2034年10月23日	4.045	3.939	4.203	9.043	22.672
2007 RU9	2031年5月4日	2031年10月10日	2031年12月22日	2033年1月1日	2033年8月24日	4.056	0.921	4.36	7.127	6.532
2009 XT6	2031年5月30日	2031年11月11日	2032年5月24日	2033年2月2日	2033年9月9日	3.666	14.635	3.008	4.47	21.145
2012 TY52	2031年4月28日	2031年9月3日	2032年7月24日	2032年11月24日	2033年5月3日	4.014	0.506	4.135	6.382	23.268
2022 CY	2031年4月22日	2031年11月16日	2032年8月19日	2033年2月7日	2033年8月5日	4.08	0.501	4.339	6.263	18.97
2016 FG60	2031年5月28日	2031年12月4日	2032年4月9日	2033年2月26日	2033年6月6日	3.907	1.78	3.927	6.684	22.89
(809875) 2020 BX12	2031年4月27日	2031年11月16日	2032年8月29日	2033年2月7日	2033年10月22日	3.967	1.342	4.107	6.049	22.478

注：$t_i, i = 0, 1, 2, 3$ 分别对应发射、飞越金星和小行星、飞越金星以及返回地球的特征日期；$v_{\infty,i}, i$ =0,1,2 对应发射、飞越金星和小行星时的渐近速度；$i_{eclip,1}$ 表示金星引力辅助后航天器轨道相对于黄道面的倾角。所有日期均采用 UTC 格式（日.月.年）。

5. 数据可用性

最优轨迹的完整目录见附录。

致谢

本研究由俄罗斯科学基金会资助，资助编号 25-79-00042，https://rscf.ru/en/ project/25-79-00042/

利益冲突声明

作者声明，他们不存在与本文内容相关的利益冲突。

参考文献

[1] J. Kawaguchi, A. Fujiwara, T. Uesugi, 《隼鸟——其技术与科学成就总结及隼鸟2号》, 《航天学报》62 (10-11) (2008) 639–647。[2] Y. Tsuda, M. Yoshikawa, M. Abe, H. Minamino, S. Nakazawa, 《隼鸟2号——前往1999 JU3的小行星采样返回任务的系统设计》, 《航天学报》91 (2013) 356–362。[3] D. Lauretta, S. Balram-Knutson, E. Beshore, W. Boynton, C. Drouet d'Aubigny, D. DellaGiustina, H. Enos, D. Gol- ish, C. Hergenrother, E. Howell 等, 《OSIRIS-ReX：从小行星（101955）贝努采样返回》, 《空间科学评论》212 (1) (2017) 925–984。[4] A. S. Rivkin, N. L. Chabot, A. M. Stickle, C. A. Thomas, D. C. Richardson, O. Barnouin, E. G. Fahnestock, C. M. Ernst, A. F. Cheng, S. Chesley 等, 《双小行星重定向测试（DART）：行星防御研究与要求》, 《行星科学期刊》2 (5) (2021) 173。[5] P. Michel, M. Küppers, A. Fitzsimmons, S. Green, M. Lazzarin, S. Ulamec, P. Abell, S. Sugita, A. Campo Bagatin, B. Carry 等, 《赫拉太空任务与过去、现在及未来近地小天体任务的关系》, 《空间科学评论》221 (5) (2025) 1–25。[6] M. Pugliatti, A. Rizza, F. Piccolo, V. Franzese, C. Bottiglieri, C. Giordano, F. Ferrari, F. Topputo, 《米兰尼任务：基于光学的制导、导航与控制系统概述及架构》, 载于：AIAA Scitech 2022论坛，2022，页码2381。[7] H. R. Goldberg, Ö. Karatekin, B. Ritter, A. Herique, P. Tortora, C. Prioroc, B. G. Gutierrez, P. Martino, I. Carnelli, 《支持欧洲空间局赫拉任务探测小行星迪迪莫斯的朱文塔斯立方体卫星》（2019）。[8] R. Walker, D. Koschny, C. Bramanti, I. Carnelli, E. Team 等, 《微型小行星远程地球物理观测器（M-ARGO）：用于低成本科学与探测任务的独立深空立方体卫星系统》, 载于：第六届星际立方星研讨会，英国剑桥，第30卷，2017。[9] L. McNutt, L. Johnson, P. Kahn, J. Castillo-Rogez, A. Frick, 《近地小行星（NEA）侦察兵》, 载于：AIAA 2014年航天会议暨展览会，2014，页码4435。[10] L. Johnson, J. Castillo-Rogez, J. Dervan, L. McNutt, 《近地小行星（NEA）侦察兵》, 载于：国际太阳帆研讨会（ISSS 2017），编号M17-5751，2017。[11] A. J. Ball, S. Ulamec, B. Dachwald 等, 《用于原位探测原始近地双小行星的小型任务》, 《太空研究进展》43 (2) (2009) 317–324。[12] P. Michel, M. Delbo, 《四个潜在目标小行星的轨道与热演化：原始近地小行星空间采样返回任务》, 《伊卡洛斯》209 (2) (2010) 520–534。[13] P. Michel, M. A. Barucci, A. F. Cheng 等, 《MarcoPolo-R：入选欧洲空间局宇宙愿景计划评估研究阶段的近地小行星采样返回任务》, 《航天学报》93 (2014) 530–538。[14] G. Cataldi, S. Marcuccio, 《多小行星飞掠任务的三维轨迹序列设计》, 《航空航天系统》5 (4) (2022) 531–544。[15] D. Bender, A. Friedlander, 《利用金星—地球引力辅助的多小行星飞掠轨迹》, 载于：AIAA外行星探测会议，1975。[16] A. A. Sukhanov, 《"Hannes"任务的轨迹设计》, 《航天学报》39 (1-4) (1996) 25–34。[17] A. S. Rivkin, B. A. Cohen, O. S. Barnouin 等, 《多小行星交会巡游成像与光谱学任务（MANTIS）：任务设计及原位样品分析前景》, 载于：第51届月球与行星科学会议，2020，页码2532。[18] A. A. Sukhanov, 《关于巡访主带大量小行星的可能性》, 载于：《航天器运动控制与导航：第二十七届全俄研讨会论文集》, 2024，页码89–102。[19] A. Bellome, J. P. Sánchez, J. G. Mateas 等, 《用于小行星带探测的改进动态规划》, 《航天学报》215 (2024) 142–155。doi:10.1016/j.actaastro.2023.12.020。[20] A. M. Stickle 等, 《小行星特性观测巡游（TACO）：行星防御小行星巡游概念》, 《行星科学杂志》5 (2024) 237。[21] C. Olkin, M. Vincent, C. Adam 等, 《露西号任务的任务设计与运行概念》, 《空间科学评论》220 (4) (2024) 47。

[22] A. De Iuliis, L. Mascolo, S. De Santi, L. Casalino 等, 《从日地L4和L5点出发的小行星交会任务》, 载于《航天科学进展丛书》, Univelt, 2020。[23] L. Mascolo, L. Casalino, 《采用电推进从日地和地月L2点最优逃逸》, 《航空航天》9 (4) (2022) 186。[24] H. Chen, 《太阳驱动的月球引力借力飞行序列的能力及其在小行星捕获中的应用》, 《天体动力学》7 (2023) 315–330。[25] M. Pupkov, N. Eismont, O. Starinova, K. Fedyaev, 《构建航天器前往掠过日地拉格朗日点的小行星的转移轨迹》, 《太阳系研究》59 (5) (2025) 48。[26] A. V. Ivanyukhin, V. V. Ivashkin, V. G. Petukhov, S. W. Yoon, 《设计沿临时捕获轨道飞往月球的低能低推力飞行》, 《宇宙研究》61 (5) (2023) 380–393。[27] E.Canalias, G. Gomez, M. Marcote, J.J. Masdemont, 《评估纳入拉格朗日点和弱稳定边界的任务设计》, 欧洲空间局先进概念团队 (2004)。[28] S. Yamaguchi, N. Hiraiwa, M. Bando, S. Hokamoto, D. B. Henry, D. J. Scheeres, 《利用最优控制设计基于不变流形的等待彗星轨迹》, 《天体动力学》9 (4) (2025) 565–581。[29] J. P. Sánchez, D. Morante, P. Hermosin, D. Ranuschio, A. Estalella, D. Viera, S. Centuori, G. Jones, C. Snodgrass, A. C. Levasseur-Regourd 等, 《欧洲空间局F级彗星拦截器：拦截一颗尚未发现的彗星的轨迹设计》, 《航天学报》188 (2021) 265–277。[30] M. Rebelo, J. Sánchez, 《利用初始向量理论优化欧洲空间局彗星拦截器任务的发射窗口机会》, 《航天学报》219 (2024) 340–352。[31] G. H. Jones, C. Snodgrass, C. Tubiana, M. Küppers, H. Kawakita, L. M. Lara, J. Agarwal, N. André, N. Attree, U. Auster 等, 《彗星拦截器任务》, 《空间科学评论》220 (1) (2024) 9。[32] N. Eismont, M. Boyarskii, A. Ledkov, R. Nazirov, D. Dunham, B. Shustov, 《利用引力辅助机动将小型小行星导向危险天体的可能性》, 《太阳系研究》47 (4) (2013) 325–333。[33] M. Ceriotti, J. P. Sanchez, 《控制前往拉格朗日点轨道的小行星捕获轨迹》, 《航天学报》126 (2016) 342–353。[34] Y. Wang, V. V. Koryanov, A. G. Toporkov, 《基于“太空台球”模式的危险小行星偏转：任务分析与轨迹设计》, 《天体动力学》9 (4) (2025) 465–479。[35] H. Urrutxua, D. J. Scheeres, C. Bombardelli 等, 《临时捕获小行星：经济型小行星捕获任务的途径》, 《制导、控制与动力学杂志》38 (2015) 2132–2145。[36] J.-P. Sánchez, R. Neves, H. Urrutxua, 《小行星捕获任务的轨迹设计：简要综述》, 《应用数学与统计学前沿》4 (2018) 44。[37] L. Ionescu, C. R. McInnes, M. Ceriotti, 《近地小行星捕获的多航天器策略》, 《航天学报》199 (2022) 71–85。[38] B. T. Bolin, K. S. Noll 等, 《地球穿越小行星2024 yr4的发现与特性测定》, 《伊卡洛斯》400 (2023) 115562, arXiv:2503.05694v2。[39] A. V. Simonov, E. S. Gordienko, D. B. Dobritsa, P. E. Rozin, 《关于评估与金星共轨的小行星飞掠轨迹的问题》, 《拉沃奇金科研生产联合体通报》(2025) 63–72。[40] V. Zubko, 《分析伴随小行星飞掠的金星预期飞行方案》, 《航天学报》210 (2023) 56–67。[41] V. A. Zubko, 《分析飞掠小行星的金星航天器飞行轨迹》, 《太阳系研究》50 (2024) 112–125。[42] N. A. Eismont, L. V. Zasova 等, 《金星-D任务：弹道与导航方面》, 《太阳系研究》53 (2019) 578–587。[43] L. V. Zasova, D. A. Gorinov 等, 《金星-D任务：科学目标与仪器设备》, 《太阳系研究》51 (2017) 506–520。

[44] V. A. Zubko, N. A. Eismont 等, 《利用共振轨道确保在预定区域着陆的金星航天器行星际轨迹构建方法》, 《空间研究进展》72 (2023) 161–175。[45] J. B. Garvin, S. A. Getty 等, 《金星旗舰任务概念：第二阶段研究》, 《行星科学杂志》3 (2022) 117。[46] S. Smrekar, M. Dyar 等, 《VERITAS：一项发现级金星表面地质学与地球物理探测任务》, AAS/行星科学部会议摘要 48 (2016) 207。[47] T. Widemann, R. Ghail 等, 《EnVision：欧洲提出的金星探测任务》, AGU秋季会议摘要 2020 (2020) P022–02。[48] D. B. Dobritsa, G. O. Ryabova, E. S. Gordienko, A. V. Simonov, 《关于评估地球—金星转移过程中的流星危险性》, 《拉沃奇金科研生产联合体通报》(2025) 45–54。[49] N. Pan, T. Gallardo, 《尝试构建当今太阳系共轨天体的动力学目录》, 《天体力学与动力天文学》137 (1) (2025) 2。[50] A. F. B. de Almeida Prado, 《引力借力飞越的“拼接圆锥曲线方法”与受限问题比较》, 《空间研究进展》40 (1) (2007) 113–117。[51] D. Izzo, 《重新探讨兰伯特问题》, 《天体力学与动力天文学》121 (1) (2015) 1–15。doi: 10.1007/s10569-014-9587-y。[52] K. V. Price, 《差分进化》, 载于《优化手册：从经典方法到现代方法》, 施普林格, 2013, 第187–214页。[53] J. L. Morales, 《有限内存BFGS方法的数值研究》, 《应用数学快报》15 (4) (2002) 481–487。[54] A. Mazzetti, L. Merotto, G. Pinarello, 《石蜡基混合火箭发动机的应用：综述与市场展望》, 《航天学报》126 (2016) 286–297。[55] V. A. Zubko, 《着陆于指定区域的金星可能飞行轨迹》, 《天文学快报》48 (2022) 761–775。[56] A. Masat, M. Romano, C. Colombo, 《关于B平面的不同视角：摄动效应及其在共振飞越设计中的应用》, 《天体力学与动力天文学》134 (2) (2022) 17。[57] N. J. Strange, R. Russell, B. Buffington, 《绘制V∞球面》, AAS论文 (07-277) (2007)。[58] A. Sukhanov, 《航天飞行中的行星双重飞越》, 《宇宙研究》- (-) (2025), 即将出版。[59] C. Bonanno, 《MOID的解析近似及其推论》, 《天文学与天体物理学》360 (2000) 411–416。[60] D. Morabito, R. Hastrup, 《太阳合期间与火星通信》, 载于《论文集》, IEEE航空航天会议, 第3卷, IEEE, 2002, 第3–3页。[61] V. K. Srivastava, J. Kumar, S. Kulshrestha, B. S. Kushvah, 《火星太阳合预测建模》, 《航天学报》118 (2016) 246–250。[62] Y. F. Golubev, A. V. Grushevskii, V. V. Koryanov 等, 《利用金星引力辅助合成高倾角航天器轨道》, 《物理学报告》64 (1) (2019) 24–26。[63] Y. F. Golubev, A. V. Grushevskii, V. V. Koryanov 等, 《木星系统中伴随伽利略卫星轨道器入轨的自适应飞掠构建方法》, 《太阳系研究》54 (4) (2020) 318–328。[64] M. S. Konstantinov, V. V. Shevchenko, 《设计并弹道分析将航天器发射至相对太阳赤道平面倾角为 30° 的日心轨道》, 《莫斯科航空学院学报》31 (2024) 144–154。[65] V. V. Ivashkin, A. Lan, 《利用引力辅助优化行星际轨迹》, 《科学院通报》484 (2019) 2–5。[66] D.-H. Cho 等, 《采用改进的B平面瞄准方法设计轨迹修正机动》, 《航天学报》72 (2012) 47–61。

[67] D.-H. Cho 等，采用低推力进行轨道机动的 B 平面瞄准方法，International Journal of Control, Automation and Systems 15 (4) (2017) 1729–1737。[68] P. An、N. N. Hai、T. Hoai，求解近似最短路径问题的直接多重打靶法，Journal of Computational and Applied Mathematics 244 (2013) 67–76。[69] H. Diedam、S. Sager，采用直接多重打靶法进行全局最优控制，Optimal Control Applications and Methods 39 (2) (2018) 449–470。[70] S. P. Hughes、D. J. Conway、J. Parker，通用任务分析工具（GMAT）的使用，载于：AAS Guidance and Control Conference，第 GSFC-E-DAA-TN39043 号，2017。[71] V. Carruba、R. Sfair、R. Araujo、O. Winter、D. Mourão、S. Di Ruzza、S. Aljbaae、G. Caritá、R. Domingos、A. Alves，隐形威胁——评估尚未发现的金星共轨小行星带来的碰撞危险，Astronomy & Astrophysics 699 (2025) A86。