arXiv:2601.13079v1 [cond-mat.dis-nn] 19 Jan 2026

多时序波计算：脉冲网络中的原生定时寻址选择

Natalia G. Berloff
*Department of Applied Mathematics and Theoretical Physics, University of Cambridge, Cambridge CB3 0WA, United Kingdom**

脉冲时序提供了一个组合式地址空间，这表明基于时序的脉冲推理可以通过查找和路由来执行，而非采用密集的乘加运算。然而，大多数神经形态和光子系统仍将事件数字化为时间戳、时间分箱或速率，再通过时钟逻辑进行选择。我们提出多时序波计算（PWC），这是一种原生定时地址选择原语，可在波域中将相对脉冲潜伏期直接映射为离散输出路由。脉冲时间在旋转参考系中进行相位编码，并由可编程多端口干涉仪处理，同时并行计算 K 个模板相关性；随后，由驱动耗散型赢家通吃级执行物理最大值选择，输出独热输出端口。我们推导出相位缠绕和互相干性所限定的工作范围，并将时序抖动、静态相位失配和退相干归并为单一的有效相位噪声预算。该预算所导致的胜者–亚军间隔可预测边界优先失效，并提供一个仅基于强度的校准目标。仿真表明，与带噪声的线性强度读出相比，非线性竞争能够提升路由保真度；在强静态失配条件下，硬件在环相位调谐还能将时序顺序门的准确率从 55.9% 提高至 97.2%。PWC 可为查找表式脉冲网络和稀疏 top-1 门（例如混合专家路由）提供快速路由协处理器，适用于极化激元、光子和振荡器平台。

I. 引言

脉冲神经网络（SNN）不仅可以通过脉冲发生的数量，还可以通过脉冲到达的时刻来编码信息。如果 N 个不同的输入通道各自在决策窗口内发出一个脉冲，那么仅到达顺序就支持多达 $N!$ 种可区分模式（忽略同时到达和有限的时间分辨率），从而赋予时序编码组合式地址空间。这正是《脉冲宣言》中所强调的查找表脉冲神经网络（LUT-SNN）观点背后的直觉：前向传播可以被视为根据脉冲时序选择一个离散地址，然后执行查找，而不是更新密集的实值激活向量 [1]。从这一角度看，尖峰时间模式充当了一个离散地址。随后，推理取决于哪个神经元（端口）胜出，以及因此检索到哪个存储响应，而不是通过向量矩阵乘法（VMM）生成密集的连续激活，再在之后进行数字化。我们的工作采用以查找表为中心的这一观点，并利用物理波实现时序 $\rightarrow$ 索引步骤。在神经科学中，一个密切相关的概念是多时序化（polychronization）：由异质的轴突延迟和可塑性 [2, 3] 支持的、可重复且时间锁定但不一定同步的时空放电模式。

难点在于如何将这种组合时序空间转化为硬件吞吐量 [4]。许多神经形态和光子系统只有在将事件转换为时间戳、时钟分箱或累积速率后，才会比较时间信息，并通过时钟逻辑对其进行归约。当底层器件物理过程极快（皮秒至纳秒）时，这种数字化–比较–选择处理流程可能成为延迟和能耗的主要来源：基底演化迅速，但决策却要经过转换和归约，逐步串行完成。这种不匹配在激子–极化激元体系中尤为突出；其中，皮秒尺度的延迟非线性效应能够实现超快时间原语 [5, 6]，而极化激元脉冲动力学则以其固有的 $\mathcal{O}$(10–100) ps寿命运行，单脉冲能量估算低于pJ量级 [7]。

因此，我们将比较步骤转移到物理基底中，仅在并行评分之后进行一次数字化。我们将这种方法称为多时序波计算 （PWC），它充当脉冲时序的硬件查找模块。唯一所需的编码是对每个事件进行相位参考写入；不会为每个事件生成时间戳。在决策窗口内，脉冲时间被映射为旋转参考系中的相位，并馈入可编程多端口干涉仪，通过相干干涉并行评估多种时序模式，从而生成复数模板评分。随后，驱动–耗散模竞争阶段执行赢家通吃（WTA）选择，并输出单个独热输出端口，从而产生一个离散地址。在操作层面，PWC 对脉冲时间模式执行内容寻址查找：无需逐脉冲时间戳记录或数字延迟减法，即可返回最佳匹配时间假设的地址。

两项约束决定了相位编码时间查找的基本工作范围：决策窗口必须包含在单个展开相位周期内，并且相干性必须在整个窗口内保持。在此范围内，时序不确定性可视为有效的相位噪声预算。由此得出的一个关键实践结论是，鲁棒性取决于最佳匹配输出与其最接近的竞争项之间的分离度（即胜者–亚军间隔）：错误集中出现在近似平局事件中，而非

* N.G.Berloff@damtp.cam.ac.uk

表现为对比度均匀损失。由于可以在输出端观测到裕量，同一视角也启示我们采用仅基于强度的硬件在环校准回路，通过调整可编程相位来扩大裕量，并补偿静态偏移和漂移。

相关工作。 用于时间脉冲模式处理的硬件方法大致分为三类。（i）时间转数字或分箱流水线将事件转换为时间戳、时间分箱或速率，然后在时钟逻辑中计算相似度并进行最大值选择；它们可以实现离散路由，但比较和归约并非在原生物理时间尺度上执行。（ii）光子相关器或匹配滤波器通过干涉计算相似度 [8, 9]，但它们通常输出模拟相关峰或强度分布，仍须将其归约为稳定的独热地址，而且本身无法提供经过校准的胜者–亚军间隔，以实现稳健路由。（iii）储备池或延迟非线性时间处理利用耗散记忆和丰富的动力学进行序列处理 [7, 10, 11]，但它无法提供可编程、受回绕控制的时间假设评分器，并将其与物理最大值选择相结合。

PWC旨在实现目前缺失的原语：原生时序地址选择。在无回绕、相位相干的窗口内，它通过可编程干涉并行评估 K 个时间假设，然后通过驱动耗散竞争将结果数字化为独热输出端口。

更广泛地说，迄今为止，大多数光学和光子机器学习硬件都强调快速线性代数：用于实值激活的相干向量–矩阵乘积和振幅编码矩阵-向量乘法 [12–17]，或光子脉冲发放、神经突触原语 [18, 19]。相比之下，我们的模块在器件层面输出数字化选择，而不是产生一系列模拟激活，再由电子设备在下游进行阈值化和归约。在这种拆分式处理流程中，相干性用于并行计算假设得分（第 II 和 III节），而非线性主要用于将结果数字化为单个选定地址（第IV节）。

以往的极化激元和光子时域处理器通常依赖弛豫动力学、时间延迟非线性或储备池式计算，而不要求在完整决策窗口内进行相干相位干涉 [7, 11]。PWC 面向的是一种不同的原语：它强制满足无环绕和相干条件（见下文公式（9）–（10）），使相对延迟以相位的形式表示，并通过可编程线性干涉进行比较，同时主要通过模式竞争将评分向量归约为单个索引。补充材料第 S1 节给出了 LUT-SNN 符号以及地址选择在整体层计算中的作用的形式化说明，图 1总结了计算抽象和物理流水线。

定位。 PWC实现了时序原生的 argmax：可编程干涉根据相对延迟产生 K 假设得分，而驱动–耗散竞争返回一个独热地址。目标是实现可重复的前一决策（一个地址），而非模拟输出。这样即可直接在波动硬件中实现时序 →索引步骤；下游计算可以保持为数字或神经形态。

贡献。 我们主要完成了三项工作。首先，我们将基于脉冲时间的地址选择形式化为一种硬件原语，并引入相位–延迟同构，使得能够在无回绕决策窗口内通过相干干涉进行原生定时比较，同时明确了可靠运行所需的相干性要求（第 II节）。其次，我们开发了可编程干涉计分级和驱动耗散型数字化器，以执行竞争性选择；并将时序抖动、静态相位无序和相位扩散纳入统一的相位噪声描述，由此得到基于间隔的鲁棒性分析和边界优先失效模式（第 III–VI节）。第三，我们展示了如何将最简定时原语组合成小型脉冲时间电路，并通过路由受限混合专家基准，将器件级地址错误与任务级影响联系起来（第 V 和 VIIID节）；此外，我们还提出一种仅基于强度的硬件在环校准协议，利用可测量的输出裕量调节可编程相位（第VII节）。

在线性层面，评分阶段可视为相干相关或匹配滤波计算[8, 9]，，但相关变量是相位编码的脉冲时刻，并且只有经过非线性选择后才会产生离散地址。这不同于旨在实现模拟乘累加式线性代数的振幅编码光子推理引擎 [12, 14, 20, 21]，，后者通常关注实值激活或模拟相关峰作为输出。与主要将延迟反馈用作动态记忆或储备池效应的时域演示 [5, 6]，相比，我们确保满足无缠绕和相干条件，使延迟能够通过可编程干涉进行比较，并主要将非线性用于离散化，从而得到单个选定地址。

全文假设存在共享相位参考、运行在无缠绕相干窗口内，且读出级能够进行竞争性选择。我们关注硬 top-1 索引（一个选定端口/地址），而非软加权。特定平台盈亏平衡分析超出了本文范围，因为这需要直接测量时间戳延迟 $t_{\mathrm{TDC}}(\delta t)$ 和能耗 $E_{\mathrm{TDC}}(\delta t)$、分数生成所涉及的流量、argmax 延迟和能耗随 K 的变化情况，以及复位时间和校准周期。因此，我们聚焦于路由原语本身，并将测得的错误路由概率与任务级性能影响联系起来（第 VIIID节）。

本文结构安排如下。第II节对地址选择原语进行形式化定义，并介绍相位–延迟同构关系及运行约束。第III节和IV 节分别阐述线性干涉式查找和非线性胜者全得数字化器。第V 节构建可组合的原生时序原语和小型级联；第VI 节和VII节分析鲁棒性、扩展和校

准。第VIII节讨论候选平台、可行性及系统关联。相关推导见附录A；补充的 LUT-SNN 定义、统计数据、仿真、校准细节和可行性分析见补充材料 [22]。

II. 多时序波计算与相位–时延同构

本节定义地址选择操作以及相位–时延编码，使得能够通过相干干涉进行求值。

A. 根据脉冲时间进行地址选择

给定来自 N 个参与输入通道的脉冲时间 $x = (t_1, \ldots, t_N)$（在决策时间窗内每个通道有一个脉冲），该器件输出 K 个离散地址之一

$$H : \mathbb{R}^N \to \{1, \ldots, K\}. \tag{1}$$

此处，j 表示一个固定输入通道（突触）；t_j 是该通道上的事件时刻。向量 x 不要求排序，且 j 不表示时间顺序。映射 H 将时序空间划分为分桶 $B_k = \{x : H(x) = k\}$；下游计算取决于选定索引，而非分桶内的精确时刻。

物理地址选择器应具备以下特性：

1.离散输出。 返回单个索引 $k \in \{1, \ldots, K\}$，而非模拟评分向量。 **2.原生时间尺度评估。** 以平台时间尺度运行（超快介质中的 ps–ns），无需通过时间戳转换和时钟控制比较进行串行处理。 **3. 鲁棒性。** 小幅扰动 $x \mapsto x + \delta x$不应改变 $H(x)$，除非接近分桶边界。

传统实现会对每个 t_j（时间戳、时间分箱）进行数字化处理，计算相似度评分，并执行电子最大值选择。这里的比较在波域中进行：脉冲时间相对于相位参考进行编码，候选地址通过可编程干涉进行评分，随后由驱动耗散型模式竞争阶段生成一个胜者通吃地址。

B. 延迟到相位的映射：旋转参考系

考虑决策窗口 $0 \le t_j \le t_{\max}$.内在无序时刻 $\{t_j\}_{j=1}^N$发生的 N 个脉冲事件。全文均假设采用时延编码：每个参与的输入通道在每个决策窗口内产生一个脉冲。因此，N 表示该时间窗内的脉冲数（以及参与的通道数）。每个脉冲都会触发（或门控）一个短暂的相干激发，该激发源自角频率为 Ω 的公共相位参考。这里的 Ω 是旋转参考系中的有效相位参考频率（例如拍频、模式分裂或调制音），不一定是光学载波频率。等价地，每个脉冲都可视为发射一个窄带相干载波，其复包络持续至共同的读出时刻 T。读出时，包络在旋转参考系中累积的相位为 $e^{i\Omega(T-t_j)}$，因此，脉冲时刻被存储为相对于同一参考的相位偏移。随后，在读出时施加多端口干涉仪，将这些已存储的包络组合起来。在窄带相干系统中，延迟 t_j 对应于旋转参考系中的相位偏移

$$\phi_j \equiv \Omega(t_j - t_{\text{ref}}) \pmod{2\pi}, \tag{2}$$

其中，t_{ref} 是时间窗内的参考时间。我们将t_{ref} 取为窗口起始时间，并设定 $t_{\text{ref}} = 0$。在全文中，我们用单位相量表示相位偏移

$$u_j \equiv e^{-i\phi_j}, \tag{3}$$

因此，增大 t_j 会使其在单位圆上顺时针旋转 u_j （按照我们的符号约定）。

相对延迟映射为相对相位，

$$t_j - t_m \longleftrightarrow \frac{\phi_j - \phi_m}{\Omega}, \tag{4}$$

因此，尖峰时间模式会变成一组可通过干涉进行比较的单位相量。

查找阶段使用的线性得分是在读出时刻计算的相干和；它不要求所有脉冲在时间上重叠。每个脉冲在发生时写入一个复数贡献，设备则在时间窗接近末尾的公共读出时刻 T对累积的复包络进行采样。

对于每个模板（输出）通道 k，一个最小模型是泄漏相干累加器。令 $x \equiv (t_1, \ldots, t_N)$ 表示当前决策窗口中的输入延迟模式，并令 $\Psi_k(t; x) \in \mathbb{C}$ 表示在物理时间 t，该模式在通道 k 上累积的复包络（旋转坐标系场振幅）。我们将 $\Psi_k(t; x)$ 建模为

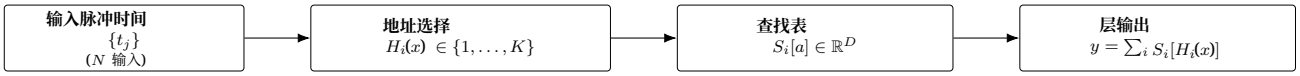
$$\frac{\partial \Psi_k(t;x)}{\partial t} = -\left(\frac{1}{\tau} - i\Omega\right)\Psi_k(t;x) + \sum_j J_{jk}\,\delta(t - t_j), \tag{5}$$

其中 τ 是旋转参考系中的复包络寿命，而 δ-脉冲表示复振幅的事件触发写入，其权重由编程系数决定 J_{jk}。求解公式（5）并在时间 T 采样，可得

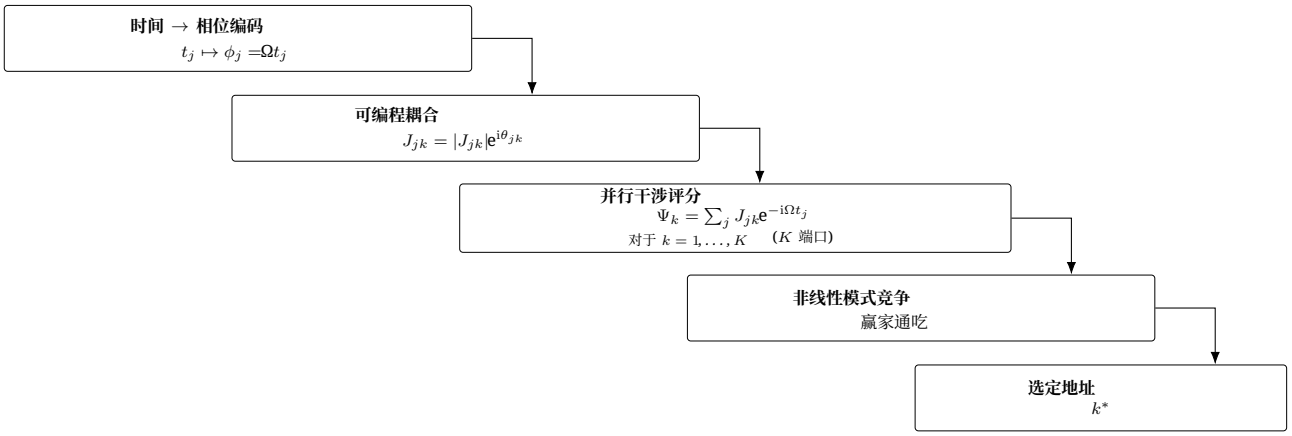
$$\Psi_k(T;x) = \sum_j J_{jk}\, e^{-(T-t_j)/\tau}\, e^{i\Omega(T-t_j)}. \tag{6}$$

对于 $\tau \gtrsim t_{\max}$，衰减因子 $e^{-(T-t_j)/\tau}$ 在决策窗口内变化很小。定义 $\rho \equiv t_{\max}/\tau$ 并写成

(a)



(b)



(c)

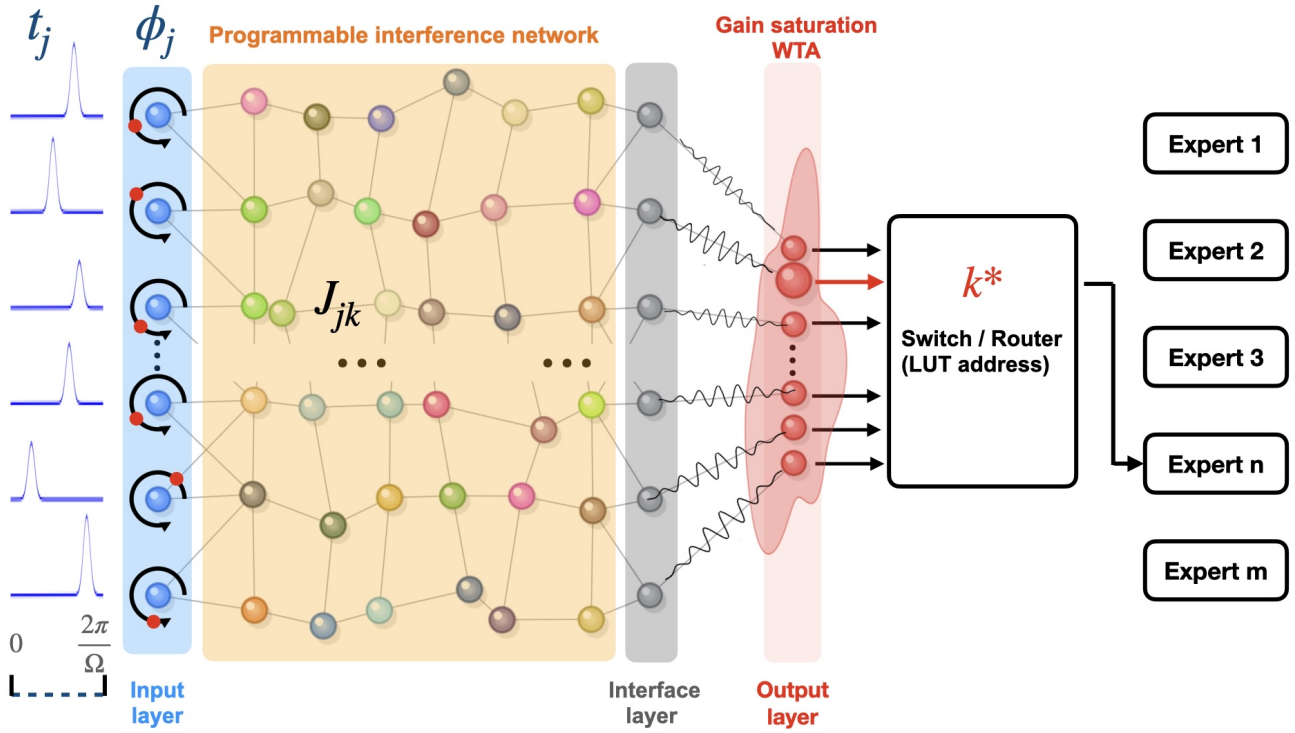


图 1. **用于查找表式脉冲的多时序波计算。**(a) 计算抽象：查找表式脉冲神经网络层将脉冲时间 $\{t_j\}_{j=1}^N$（延迟向量 x）映射为离散地址 $H_i(x) \in \{1,\ldots,K\}$，检索突触向量 $S_i[H_i(x)] \in \mathbb{R}^D$，并进行累加 $y = \sum_i S_i[H_i(x)]$。(b) 物理实现：脉冲时间在无回绕窗口 $T_{\text{wrap}} = 2\pi/\Omega$内编码为相位 $\phi_j = \Omega t_j$（Ω 为经过设计的参考（拍频）频率）；可编程复耦合 $J_{jk} = |J_{jk}|e^{i\theta_{jk}}$ 通过干涉评估所有 K 候选项，产生振幅 $\{\Psi_k\}$；驱动耗散模式竞争实现 WTA 选择，得到单一离散地址 k^*。(c) 器件系统级示意图：经时间编码的输入驱动可编程干涉网络，其输出馈入嵌入共享储备池（红色阴影不规则区域）中的输出节点层；非线性竞争选出唯一胜出的输出，并将其转发至下游开关（路由器），以激活一个选定专家（硬混合专家路由）。波形图案表示相干脉冲与相对相位累积；这些图案仅为示意，并不代表已分辨的光学振荡。

$\Psi_k(T;\,x) = \sum_j J_{jk}\, w_j\, e^{i\Omega(T-t_j)}$对于读出时间 T，只要位于窗口内（或接近窗口末端），$T - t_j \in [0, t_{\max}]$因此 $w_j \in [e^{-\rho}, 1]$。

令 $\Psi_k^{(0)}(T;\,x) \equiv \sum_j J_{jk}\, e^{i\Omega(T-t_j)}$表示相应的无衰减得分。利用三角不等式，

$$\begin{aligned}\left|\Psi_k(T;x) - \Psi_k^{(0)}(T;x)\right| &= \left|\sum_j J_{jk}\,(w_j - 1)\, e^{i\Omega(T-t_j)}\right| \\ &\le \sum_j |J_{jk}|\,|w_j - 1| \\ &\le (1 - e^{-\rho}) \sum_j |J_{jk}| \;\approx\; \rho \sum_j |J_{jk}|, \end{aligned} \tag{7}$$

对于 $\rho \ll 1$。因此，忽略衰减会使复数评分产生 $O(\rho)$ 的扰动（除整体缩放外）；当式 7 中的界限相较于胜者与次优者间隔较小时，这种处理是恰当的。

除去所有 k共有的全局相位 $e^{i\Omega T}$，式子化简为相量 (6) 和形式，

$$\Psi_k(T;x) \;\propto\; \sum_j J_{jk}\, e^{-i\Omega t_j}, \tag{8}$$

这是线性查找阶段中始终使用的评分规则。全局时间平移 $t_j \mapsto t_j + \delta t$ 会使每个输入相量乘上相同的相位，因此 $\Psi_k \mapsto e^{-i\Omega\delta t}\Psi_k$，使可测得的强度 $I_k^{(\mathrm{lin})} = |\Psi_k|^2$ 不受此类平移的影响。下文将用于查找的（线性）干涉评分记为读出时间处的值 $\Psi_k(x) \equiv \Psi_k(T;\,x)$，其中固定的读出时间 T 位于时间窗末尾附近。

C. 相位编码时间查找的运行约束

式（2）中的编码是模 2π运算，因此，当决策窗口跨越一个以上的周期时，不同延迟会发生混叠。为了在整个时间窗内保持延迟到相位表示的一一对应关系，我们要求

$$t_{\max} < T_{\mathrm{wrap}} \equiv \frac{2\pi}{\Omega}. \tag{9}$$

若不满足式（9），则间隔 T_{wrap} 的脉冲对于任何仅使用单频映射 $t \mapsto \Omega t$ （模 2π）的相位敏感干涉处理器而言都无法区分；这种混叠无法通过下游 WTA 选择予以纠正。

干涉评估还要求在整个延迟跨度内保持互相干。令 τ_{coh} 表示载波场的相干时间；相位敏感评分的一个充分条件是

$$\tau_{\mathrm{coh}} \gtrsim t_{\max}. \tag{10}$$

这一要求是宽松的：有限相干性会连续地抑制干涉对比度，而不会导致突发性失效，并且可以纳入用于鲁棒性分析的相位噪声预算。

时序抖动会转化为相位噪声。如果每个脉冲时间都具有均方根抖动 σ_t，那么相应的均方根相位不确定度为

$$\sigma_\phi = \Omega\, \sigma_t. \tag{11}$$

方程（9）–（11）定义了工作范围：Ω 和$t_{\max}$ 通过 T_{wrap}设定可用延迟跨度，而 $\Omega\sigma_t$ 则设定时间精度所受的相位噪声惩罚。

III. 干涉式查找与线性理论

A. 脉冲时间模式的多端口干涉评分

在第 II节所述的无缠绕相干窗口内，时刻 t_j 的一个输入脉冲被编码为模长为 1 的相量 u_j （方程 3）。一个脉冲模式对应于一个（通常稀疏的）向量 $u \in \mathbb{C}^N$，其相位编码了时序。我们使用一个可编程耦合的线性 $N \times K$ 多端口干涉网络 $J_{jk} = |J_{jk}|\, e^{i\theta_{jk}}$对 K 候选模板进行评分。输出通道 k 中的复场变为

$$\Psi_k(x) = \sum_{j=1}^{N} J_{jk}\, u_j = \sum_{j=1}^{N} |J_{jk}| \exp[i\,(\theta_{jk} - \Omega t_j)]\,. \tag{12}$$

方程（12）使用有效的输入–输出耦合矩阵 J_{jk}：从输入通道 j （由尖峰触发的相量 u_j）到输出端口（模板） k 在共同读出时刻的净复传输系数。评分在读出时刻计算一次，表示在决策窗口内累积的事件驱动贡献的相干和，并行生成 K 模板得分。在硬件中，底层耦合图可能是稀疏且局部的（例如极化激元晶格 [23]），但经可编程干涉区域的多路径传播及相关相位累积，可形成稠密的有效 J_{jk}。

大多数平台测量功率；因此，我们定义线性强度得分

$$I_k^{(\mathrm{lin})}(x) \equiv |\Psi_k(x)|^2, \tag{13}$$

它为第IV节中的非线性胜者通吃读出提供种子。

在线性层面上，式（12）是一种相干匹配滤波计算 [8, 9]；这里，相关变量是相位编码的脉冲时刻，而非线性选择后的离散地址是我们关注的输出。

B. 匹配通道、未匹配背景和间隔指标

模板 k 由决策窗口内的参考尖峰时间$\{t_j^{(k)}\}_{j=1}^N$ 指定（等价地，也可由相位 $\Omega t_j^{(k)}$ 指定）。将干涉仪编译为该模板，相当于选择

$$\theta_{jk} = \Omega t_j^{(k)}, \tag{14}$$

因此，输入 $x = (t_1, \ldots, t_N)$ 在端口 k 处的线性得分为

$$\Psi_k(x) = \sum_{j=1}^{N} |J_{jk}| \exp\left[i\Omega\left(t_j^{(k)} - t_j\right)\right]. \tag{15}$$

对于完美匹配 $k = k^*$，使得 $t_j = t^{(k^*)}{}_j$ 对所有 j 都成立，各项同相叠加，匹配幅度按以下规律缩放：

$$A_{k^*}(x) \equiv |\Psi_{k^*}(x)| \approx \sum_{j=1}^{N} |J_{jk^*}| \sim N\,\bar{J}, \tag{16}$$

¯，其中 J 表示典型的耦合幅度（例如，$|J_{jk^*}|$ 的均值）。更明确地说，匹配幅度为 $A_{k^*}(x) = \sum_{j=1}^{N} |J_{jk^*}|$；若没有单个项主导总和，则其为 $O(N)$。

a. 未匹配背景（随机相位零假设）。对于 $k \neq k^*$，我们将相对相位 $\theta_{jk} - \Omega t_j$ 视为近似独立，且在 $[0, 2\pi)$ 上均匀分布。于是 $\mathbb{E}[\Psi_k] \simeq 0$，并且

$$\mathbb{E}[|\Psi_k|^2] \simeq \sum_{j=1}^{N} |J_{jk}|^2, \tag{17}$$

因此，未匹配幅度均方根按以下规律缩放：

$$A_{k\neq k^*} \equiv |\Psi_{k\neq k^*}| \sim \bar{J}\sqrt{N} \quad \text{(random-phase null)}. \tag{18}$$

这给出了分离度

$$A_{k^*} = \mathcal{O}(N), \qquad A_{k\neq k^*} = \mathcal{O}(\sqrt{N}). \tag{19}$$

这种 $O(N)$ 与 $O(\sqrt{N})$ 之间的分离度决定了寻址的典型间隔尺度。

b. 线性判别间隔（真实值）。寻址取决于正确通道与最强错误竞争者之间的分离度。我们将真实幅度间隔定义为

$$\Delta_{\text{lin}}(x) \equiv A_{k^*}(x) - \max_{k\neq k^*} A_k(x), \tag{20}$$

以及图2中使用的对数强度间隔

$$\Delta_{\text{lin}}^{\log}(x) \equiv \log\left(\frac{I_{k^*}^{(\text{lin})}(x)}{\max_{k\neq k^*} I_k^{(\text{lin})}(x)}\right), \tag{21}$$

其中 log 表示自然对数。这些间隔具有相同的决策边界：正确的线性寻址为 $\Delta_{\text{lin}}(x) > 0$（等价地，$\Delta^{\log}{}_{\text{lin}}(x) > 0$）。如果匹配通道不是线性领先者，那么任何以 $\{\Psi_k\}$ 为种子的确定性胜者全得阶段都无法返回正确索引，因为排序已经出错。

对于校准和实验，我们直接使用可测量的读出后可测观测量 $I_k(x)$（稳态强度或时间积分能量），并定义强度间隔

$$M(x) \equiv I_{k^*}(x) - \max_{k\neq k^*} I_k(x), \tag{22}$$

这是硬件在环协议（第VII节）中的目标。对于线性读出，

$$\begin{aligned} M_{\text{lin}}(x) &= I_{k^*}^{(\text{lin})}(x) - \max_{k\neq k^*} I_k^{(\text{lin})}(x) = A_{k^*}^2 - \max_{k\neq k^*} A_k(x)^2 \\ &= \Delta_{\text{lin}}(x)\left(A_{k^*}(x) + \max_{k\neq k^*} A_k(x)\right). \end{aligned} \tag{23}$$

公式（20）、（21）和（22）定义了全文使用的间隔约定。

C. 噪声参数与干涉式查找表判别。

时序抖动 $t_j \mapsto t_j + \delta t_j$ 会映射为相位扰动 $\delta\phi_j = \Omega\,\delta t_j$（因此$\sigma_\phi = \Omega\sigma_t$），而编译耦合中的静态相位偏移会产生额外的相位误差。在线性查找阶段，这些缺陷会抑制相干对比度，并增加最接近的竞争项超越领先项的可能性，因此错误集中在胜者与亚军近似平局的情况附近。图2 总结了时序抖动和静态相位无序下的这一行为，并将仿真结果与针对对数间隔的半解析相干衰减模型（黑色曲线）进行了比较。统一相位噪声预算和竞争者标度见第VI 节（推导见附录A.2 和附录A.3）。无序敏感性很大程度上取决于库拥挤度，因为零抖动间隔可能相差数个数量级。在多样化的库中，间隔较大，因此 $\sigma_\theta = 0.2$ rad 的影响很小；而在刻意构造的拥挤库中，间隔接近边界，同样的无序会使工作窗口缩短数皮秒。

在这两种情况下，间隔都会随着抖动增加而平滑退化，而不是突然失效，这促使我们采用非线性胜者通吃读出，将有限的线性间隔转换为稳健的离散地址选择（见第 IV节）。

IV. 非线性模式竞争与胜者通吃选择

干涉阶段提供复数种子Ψ_k [式（12）]，用于量化线性模板匹配（第III节）。查找式计算需要离散的

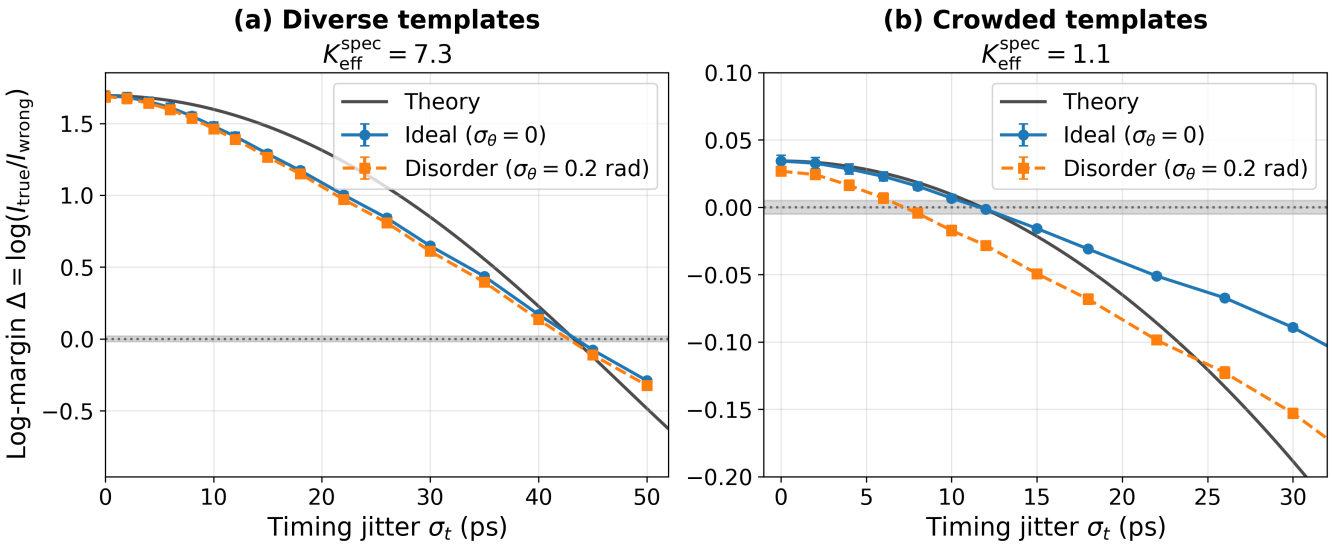


图2. **干涉式查找表判别的鲁棒性比较**。线性对数间隔 $\Delta = \log(I_{\mathrm{true}}/I_{\mathrm{wrong}})$ 随时序抖动 σ_t 的变化，适用于 $K = 8$ 个模板和 $N = 32$ 个输入脉冲；灰色带标示决策边界 $\Delta = 0$。蓝色/橙色点表示蒙特卡罗均值 $\pm$ 均值标准误，基于5个独立模板库和每类200次试验（理想干涉仪 $\sigma_\theta = 0$；每个耦合项的静态相位无序为 $\sigma_\theta = 0.2$ rad）。黑色实线表示相位抖动 $\sigma_\phi = \Omega\sigma_t$ 下对数间隔的半解析相干性衰减模型。使用 $\mathbb{E}[I_{\mathrm{true}}] = N + N(N-1)e^{-\sigma_\phi^2}$，并将竞争者基线状态并入拟合偏移量，我们绘制 $\Delta_{\mathrm{th}}(\sigma_t) = \log\left(1 + (N-1)e^{-\alpha\sigma_\phi^2}\right) - \log\, N + \Delta_0$，其中 $(\alpha,\ \Delta_0)$ 分别针对多样区域和拥挤区域进行拟合。(a) *Diverse* 个模板（独立同分布的均匀时间；$K^{\mathrm{spec}}{}_{\text{有效}} = 7.25 \pm 0.11$）：无序的影响可忽略，零交叉点仍接近 $\sigma_t \simeq 43\,\mathrm{ps}$。(b) *Crowded* 个模板（每个模式内的排序时间；$K^{\mathrm{spec}}{}_{\text{有效}} = 1.13 \pm 0.03$）：无序使零交叉点从 $\sim 11.6\,\mathrm{ps}$ 移至 $\sim 7.2\,\mathrm{ps}$（工作窗口缩减4.4 ps）。模板多样性以 $K^{\mathrm{spec}}{}_{\text{有效}}$ 量化，可作为鲁棒性调节参数。

索引，而非模拟评分向量。驱动耗散系统可通过模式竞争完成这一步模拟到数字的转换：超过阈值后，各模式争夺有限的增益资源，而增益饱和使一个模式得以达到宏观占据，同时抑制其余模式 [24–27]。

A. 驱动耗散系统中的物理数字化最大值参数

给定 $\{\Psi_k\}$，非线性读出会选择单个索引 k^*。读出作为一种物理最大值选择：种子最强通道最先达到阈值，并钳制增益。这不同于极化激元神经形态方法，在那些方法中，非线性主要用作模拟激活或存储元件 [7, 11, 28]。这里的目标是实现可复现的离散决策：将连续对比度 $|\Psi_k|$ 映射为单个获胜索引。

B. 干涉种子的微观描述与编译

我们将（i）相干相位敏感评分（保持线性以保留干涉）与（ii）通过增益竞争进行的非线性数字化区分开来，后者将结果确定为单一胜出项。

为以极化激元实现为讨论基础，同时保持选择原理的普适性，我们从与非相干储备库 [25–27, 29, 30] 耦合的开放耗散 Gross–Pitaevskii（复 Ginzburg–Landau）方程出发：

$$i\hbar\frac{d\psi_k}{dt} = \left[\epsilon_k + g_c|\psi_k|^2 + g_R n_k + \frac{i\hbar}{2}\left(Rn_k - \gamma_c\right)\right]\psi_k + \sum_{\ell\neq k} J_{k\ell}\,\psi_\ell + F_k(t), \tag{24}$$

$$\frac{dn_k}{dt} = P_k(t) - \left(\gamma_R + R|\psi_k|^2\right)n_k. \tag{25}$$

这里 ψ_k 是通道 k 的凝聚场，n_k 是相应的储备池密度。γ_c，γ_R 是衰减率，ϵ_k 是位点失谐，R 是受激散射速率，而 g_c，g_R 则用于表征相互作用诱导的频移。相干耦合 $J_{k\ell} = |J_{k\ell}|e^{i\theta_{k\ell}}$ 描述模式混合。

相干项 $F_k(t)$ 是在读出开始时发生的短暂注入，其复振幅与上游干涉评分 Ψ_k 成正比，因此相对种子编码了评分对比度。

只要注入相对于后续选择动力学的持续时间足够短，就可有效地将其视为初始条件。非相干泵浦 $P_k(t)$ 在读出期间设定储备池工作点，并实现

增益竞争和复位；脉冲储备池动力学可在亚纳秒时间尺度上实现泄漏积分、阈值化和复位 [7, 31]。

C. 单赢家选择的约化竞争模型与条件

方程（24）–（25）混合了相干演化／模式耦合、增益与耗尽，以及相互作用诱导的频移。为便于分析，可采用与处理流程相对应的约化模型：用于对比定时与路由的相干模型，以及用于数字化的竞争模型。

a. 通过增益竞争实现数字化（包络赢家通吃模型）。在阈值附近，驱动耗散振荡器可用具有可饱和增益 [27] 的斯图亚特–兰道型约化来描述。我们用复包络 $\{\psi_k(t)\}_{k=1}^{K}$ 对读出竞争建模，其具有自饱和与交叉饱和：

$$\frac{d\psi_k}{dt} = \left[(G_k - \gamma) - \eta|\psi_k|^2 - \sum_{\ell\neq k} \chi_{\ell k}\,|\psi_\ell|^2\right]\psi_k + g_{\mathrm{inj}}\,\Psi_k. \tag{26}$$

此处 G_k 为小信号增益，γ 为振幅损耗率，$\eta > 0$ 为自饱和系数，$\chi_{\ell k} \geq 0$为共享增益资源所导致的交叉饱和。加性驱动 $g_{\mathrm{inj}}\,\Psi_k$ 按比例于上游干涉评分为各模式提供种子 Ψ_k [方程（12）], 与补充材料第 3 节中使用的约化竞争式数字化器相匹配。2 [方程（S22）]（其中 $G_k = G$ 和 $\chi_{\ell k} = \chi$ 均取为均匀值）。

由于赢家选择仅取决于强度$|\psi_k|^2$，不失一般性，我们可以令 $g_{\mathrm{inj}} \geq 0$为实数：复数种子中的任何恒定相位因子都可以吸收到 ψ_k的定义中。等价地，若采用波模型强迫约定$\psi = \cdots - iF(t)$，同一播种方式可写为 $-iF_k$，其中 $F_k \equiv i\,g_{\mathrm{inj}}\,\Psi_k$。

在物理器件中，种子可以通过短暂注入来实现，或者等价地，通过初始条件偏置来实现；移除注入后，后续的自主增益竞争动力学即为下文方程（28）–（30）所分析的内容。方程（26）用于在给定种子对比度的情况下，量化噪声和无序条件下的单赢家可靠性（例如，见图 3和补充材料 S3 节）。

b. 紧凑型结点中的相干路由/评分（波模型）。对于时间原语和小型级联，我们在波层面显式模拟干涉路由动力学，重点关注脉冲时序向输出端口对比度的相干转换。我们模拟一个耦合模包络模型

$$\frac{d\boldsymbol{\psi}}{dt} = -i\,\mathcal{H}\,\boldsymbol{\psi} - i\,U\big(|\boldsymbol{\psi}|^2 \odot \boldsymbol{\psi}\big) - \gamma\,\boldsymbol{\psi} - i\,\mathbf{F}(t), \tag{27}$$

其中 $\boldsymbol{\psi} = (\psi_1, \ldots\ldots, \psi_K)^{\mathsf{T}}$（对于四模比较器则为 $(\psi_A, \psi_B, \psi_L, \psi_R)^{\mathsf{T}}$）。这里，$\mathcal{H}$ 编码了干涉网络的线性失谐和耦合，γ 表示损耗率，U 表示克尔非线性，而$\mathbf{F}(t)$表示对应于输入脉冲的时变相干注入。符号 $\odot$表示逐元素乘法。

该波级模型通过对受驱耦合模式动力学（27）进行积分，并从 $\boldsymbol{\psi}(t)$ 中读出端口对比度，从而直接处理干涉路由。在其他部分，我们采用等效的简化描述，以有效输入–输出传输矩阵 J_{jk}表示；该矩阵定义为读出时刻的复系数，将输入端口 j 处的脉冲激励映射到输出端口（模板）k 处的场，并遵循第 III节中的相同归一化和包络衰减约定。在图4–5中，我们令 $U = 0$ 以隔离线性干涉；数字化则由式（26）或储备池模型在后续处理中完成。完整的哈密顿量、脉冲定义、读出窗口和数值参数见补充材料。

c. 波模型与编译查找表耦合之间的关系。算符 $\mathcal{H}$ 在波模型中编码了物理干涉网络（失谐和耦合），而 J_{jk} 是读出时对应的诱导传输系数（并非额外参数）。等价地，J_{jk} 可视为在读出时刻采样的 $\mathcal{H}$ 的相应格林函数元素。对于线性时不变情形（$U = 0$），定义生成元 $A \equiv -iH - \gamma I$，使得 $\dot{\psi} = A\psi - iF(t)$，其格林函数为 $G(\Delta t) = e^{A\Delta t}$。在时刻 t_j 于输入端口 j 施加的脉冲激励，会在读出时刻 T 于输出端口 k 产生一个与 $G_{kj}(T - t_j)$ 成正比的项（再与脉冲包络进行卷积）。式 14 中使用的编译系数 J_{jk} 概括了按照第 II–III 节约定得到的这一有效读出时刻传输。

实验已表明，通过塑造连续介质的折射率分布，可以训练空间可编程的多模波导，实现任意的线性输入–输出映射。在这种情况下，经过训练的波传播在固定的读出平面 [32] 上定义了输入场与输出场之间的有效线性算子。我们的 J_{jk} 起到类似作用，但它明确地离散化为带标签的输入端口和模板输出，并针对相位编码时序判别而非幅度回归进行优化。

d. （注入后的）单赢家条件。写作$I_k \equiv |\psi_k|^2$ 并考虑注入后的时刻（$F_k \to 0$），在数字化器极限（$\mathcal{H}_{k\ell} = 0$）下可得

$$\frac{dI_k}{dt} = 2\left[(G_k - \gamma) - \eta I_k - \sum_{\ell\neq k} \chi_{\ell k}\,I_\ell\right] I_k. \tag{28}$$

单赢家不动点的形式为

$$I_{k^*} \approx \frac{G_{k^*} - \gamma}{\eta}, \qquad I_{\ell\neq k^*} \to 0, \tag{29}$$

所提供的交叉饱和会使多模式共存变得不稳定（例如，对于两个对称模式，当 $\chi = \chi_{12} > \eta$ 时，共存会变得不稳定）。离散地址

被读出为

$$H(x) = \arg\max_k I_k(t_{\text{read}}), \tag{30}$$

当 t_{read} 饱和后，胜出项便会分离。若读出期间仍存在显著的残余相干耦合（$\mathcal{H}_{k\ell} \neq 0$），瞬时强度 $I_k(t) = |\psi_k(t)|^2$ 可能出现拍频，且瞬时胜出项可能取决于采样时间。在这种情况下，我们将读出评分定义为时间积分能量

$$E_k \equiv \int_{t_{\text{read}}}^{t_{\text{read}}+T_w} |\psi_k(t)|^2 \, dt,$$

并报告 $H(x)$ = 最大值参数$_k$ E_k。当 T_w 涵盖多个拍频周期，和/或饱和速率超过 $\|H\|$时，这与饱和后胜者一致（补充材料第 S4 节；另见第 S5 节）。

D. 间隔：无标签置信度代理指标

胜者通吃读出实现了第 IIA 节中引入的地址映射$\hat{}$ H 第 IIA节中引入的，其 k = $H(x)$ =最大值参数$_k$ $I_k(t_{\text{read}})$。为仅使用干涉评分量化查询距离决策边界有多近，我们采用胜者与次优者间隔

$$\Delta_{\text{win}}(x) \equiv |\Psi_{\hat{k}}(x)| - \max_{k \neq \hat{k}} |\Psi_k(x)|. \tag{31}$$

与真实标签间隔不同，Δ_{lin}（第III节），Δ_{win} 无需标签，并且可在推理时测量，作为置信度指标。若所有评分幅值在扰动下的变化均不超过 ε，则 $\Delta_{\text{win}}(x) > 2\varepsilon$ 足以保持胜出项不变。我们仅将此界限用作便于解释的代理指标；下文报告的所有准确率均由完整的驱动耗散读出动力学得出。

抖动、残余静态相位误差和有限相干性引起的扰动，主要会缩小 Δ_{win}，因此在近似平局事件中会开始出现错误寻址。第 VI 节通过有效相位噪声预算和竞争者统计量对此进行量化（另见补充材料第 S3 节）。图3 总结了评分-数字化级联。

V. 原语电路与可组合性

胜者通吃读出（第IV节）将干涉对比度转换为独热结果：一个模式/端口占主导，其余则受到抑制。由此无需显式记录时间戳，即可得到查找式计算所需的离散符号（地址或分支结果）。

为超越单次寻址，我们提出一组精简的原生时序原语，并展示它们如何组合。这遵循查找表视角 [1]：根据相对延迟计算地址，然后检索存储值。这里，相应的组成要素在相干波基底中实现：时间比较、多路评分和离散选择（路由）。

A. 时间顺序比较作为单比特原语

一种最基本的时间操作是对两个脉冲进行顺序测试：给定时刻为 t_A、t_B 的事件 A 和 B，判断 $t_A < t_B$ 还是 $t_B < t_A$。成对顺序关系是多时序同步 [2] 的核心，也可通过串联比较实现查找表式地址构建 [1]。

a. 磁通偏置干涉比较器。双脉冲时间顺序测试可以通过一个带有两个输入端（A、B）和两个读出端口（L、R）的小型干涉结来实现。第一个脉冲激发相干场，第二个脉冲与其发生干涉。通过选择耦合相位以包围非零合成规范磁通，该结的响应变得具有手性：相反的时间顺序会将能耗导向相反的输出端 [33, 34]。在短暂的线性交互之后，WTA 读出（第 IV 节）利用时间积分的输出能耗对结果进行数字化，

$$b_{AB} = \mathbb{1}[E_L > E_R] = \mathbb{1}[m_{AB} > 0], \tag{32}$$
$$m_{AB} \equiv \log(E_L/E_R), \tag{33}$$

其中 $E_{L,\,R}$ 表示在固定时间窗口内的积分强度。比特 b_{AB} 编码 $t_A - t_B$ 的符号，而 m_{AB}提供置信裕度。由于该符号最终由相对延迟的正弦函数关系决定（附录 A.5，公式（A25）），要实现无歧义的顺序解码，就需要满足成对半周期约束

$$|\Delta t| \equiv |t_A - t_B| < \pi/\Omega, \tag{34}$$

这比全局无回绕窗口 $t_{\max}$ <$2\pi/\Omega$（方程9）更严格。一个最简解析模型见附录A.5。

图4 展示了线性干涉区间中的原语：相反的输入顺序会产生相反的左右不平衡，而积分能量读出会平滑瞬态拍频，并提供带符号的模拟置信裕度。该裕度是原语层面的量，之后将控制可组合性：近似平局（$m_{AB} \approx 0$）是在抖动或无序作用下唯一可能导致比特翻转的事件。

因此，比较器实现了一种带有模拟可靠性信号的单比特时间哈希。在下一小节中，我们将这些比特用作构建模块，并利用裕量检测和修复噪声下出现的罕见不一致事件。

B. 路由和扇出

每个原语输出的是一个选定模式（端口），而不是多位值。在波动系统中，这直接

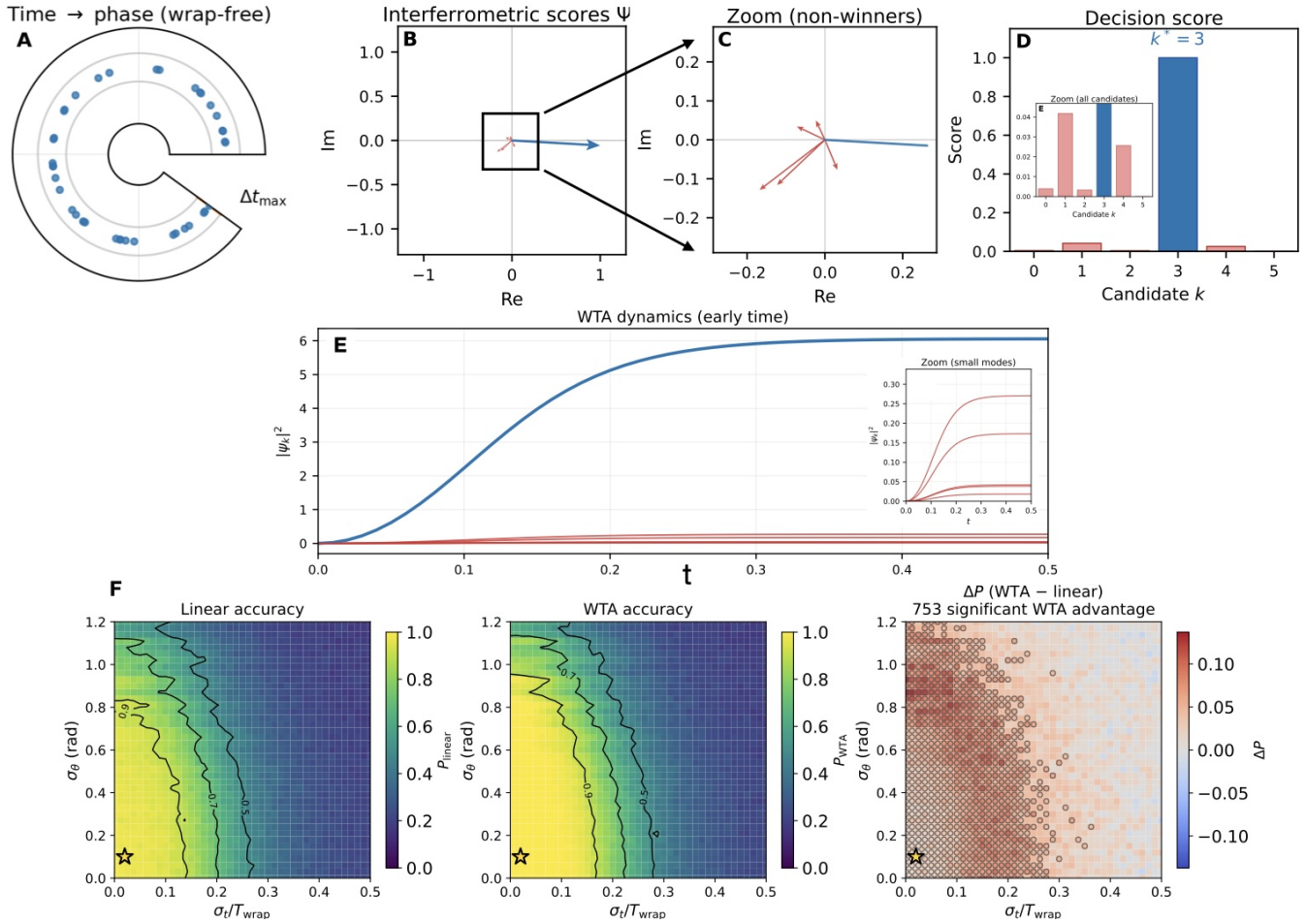


图 3 $\rightarrow$ $\rightarrow$ *Time-to-phase encoding (wrap-free).* $N = 40$ $\phi_j = t_j$ 。多端口非线性选择：对种子竞争进行评分，以获得离散地址。(A) 一个代表性试验，其中输入脉冲被映射为无回绕窗口$\Delta t_{\max} < T_{\text{wrap}}$内的相位 Ω。(B) *Interferometric template scores.* 所有 $K = 6$ 个候选项的复数评分， $\Psi_k = \sum_{j=1}^{N} J_{jk} e^{-i\Omega t_j}$ （其中$J_{jk} = |J_{jk}|e^{i\theta_{jk}}$）；胜出项 k^* 以高亮显示。(C) *Zoom on non-winners.* 原点附近小幅值竞争相量的放大视图。(D) *Decision score after digitization.* 读出评分柱状图，显示非胜出项受到强烈抑制（插图：所有候选项的放大图）；报告的地址为 $\hat{k} =$ 最大值参数$_k$ $I_k(t_{\text{read}})$。(E) *Early-time WTA dynamics.* 种子增益竞争放大领先模式并抑制其他模式，显示 $I_k(t) = |\psi_k(t)|^2$ 的演化（插图：非胜出项轨迹的放大图）。(F) $K = 6$、 $N = 10$ 条件下，时序抖动 $\sigma_t/T_{\text{wrap}} \in [0, 0.5]$ 和静态相位无序$\sigma_\theta \in [0, 1.2]$（弧度）变化时的准确率；在 41×41 网格上每个像素采样 1000 次（试验 × 种器件实现）。左：根据种子强度 $I_k^{(\text{lin})} = |\Psi_k|^2$ 得出的线性读出准确率 P_{linear} （含乘性读出噪声）；中：根据驱动-耗散竞争模型（式 (26)）胜出项得出的 WTA 读出准确率 P_{WTA} ；右： $\Delta P = P_{\text{WTA}} - P_{\text{linear}}$，标记表示 WTA 具有统计显著优势的像素（判定标准见补充材料）。星号标出 (A–E) 中使用的工作点。

指定一个空间通道（模式/波导），因此可以通过连接性实现路由。由于 WTA 会抑制相互竞争的模式，这种表示天然是独热的；扇出归结为分拆胜出通道。实际上，扇出受残余模态串扰的限制，也取决于 WTA 将胜出项与次优者区分得有多清晰，这一点由第VI节的间隔分析。

C. 可组合性与小型级联

我们用最小的非平凡级联来说明组合方式：三个脉冲（A、B、C）由三个成对的时间顺序基元进行评估。每个基元输出一个比特 b_{XY} 和一个有符号间隔 m_{XY} $=\log(E_L/E_R)$（第V节），从而得到一个 3 位竞赛图编码（b_{AB}、b_{BC}、b_{AC}）。在无噪声极限下，该编码具有传递性，并能唯一确定六种严格次序之一。有抖动或静态无序时，间隔较小的比较可能翻转并形成非传递三循环，这是最小的失效

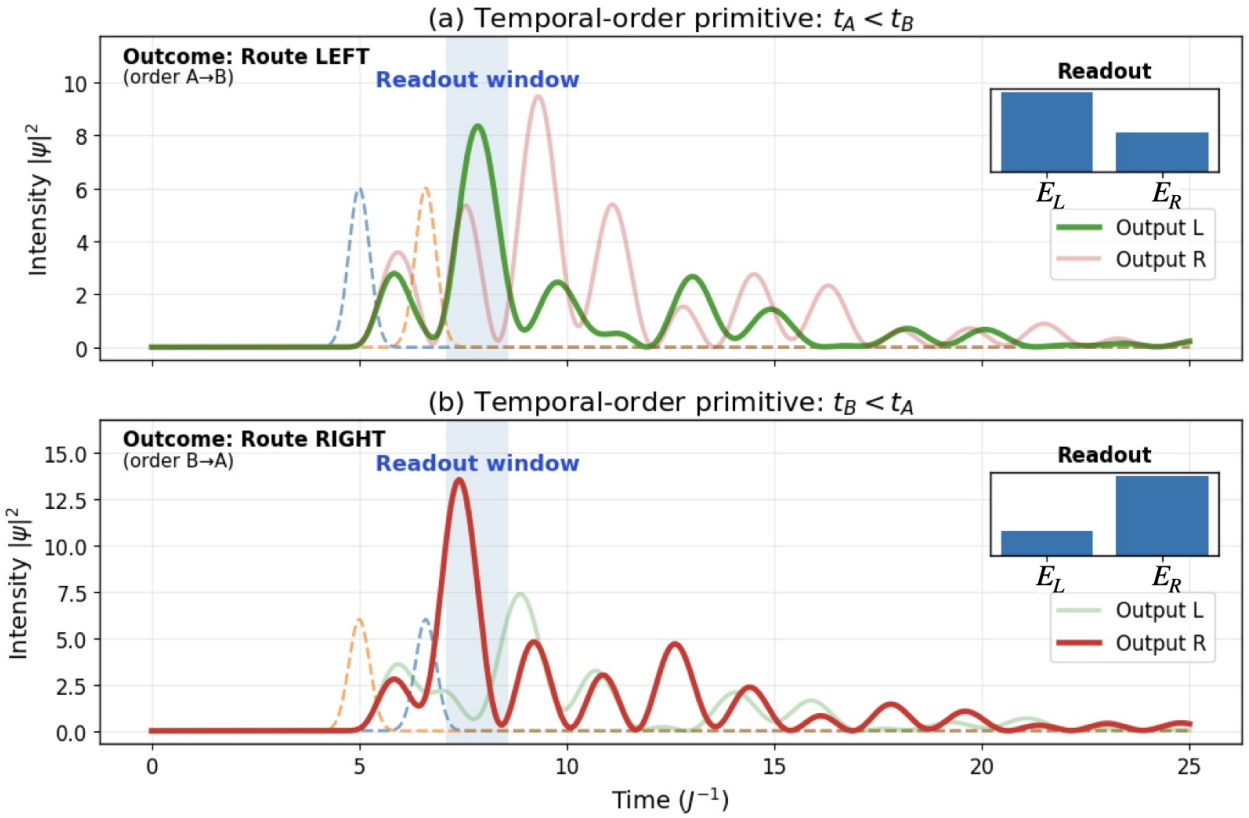


图4. **作为单比特原语的时间顺序比较器。** 两个输入脉冲 A 和 B 分别在时刻 t_A 和 t_B激发一个四模结点，产生左/右输出强度 $|\psi_{L,\,R}(t)|^2$。当 $t_A < t_B$时，结点主要将能量路由至左侧（a）；当 $t_B < t_A$ 时，则主要路由至右侧（b）。判定依据为积分读出能量 $E_{L,\,R} = \int_{t_0}^{t_0+T} |\psi_{L,\,R}(t)|^2\,dt$（阴影时间窗），得出比特 $b_{AB} = \mathbb{1}[E_L > E_R]$ 和间隔 $m_{AB} = \log(E_L/E_R)$。仿真采用四模模型的线性区（$U = 0$）。参数和无序实现见补充材料第 S4 节。

编码 $(b_{AB}\,b_{BC}\,b_{AC})$	AB	BC	AC	顺序
111	$A \prec B$	$B \prec C$	$A \prec C$	ABC
101	$A \prec B$	$C \prec B$	$A \prec C$	ACB
011	$B \prec A$	$B \prec C$	$A \prec C$	BAC
010	$B \prec A$	$B \prec C$	$C \prec A$	BCA
100	$A \prec B$	$C \prec B$	$C \prec A$	CAB
000	$B \prec A$	$C \prec B$	$C \prec A$	CBA
110	$A \prec B$	$B \prec C$	$C \prec A$	循环
001	$B \prec A$	$C \prec B$	$A \prec C$	循环

表 I. **的竞赛图编码。** 比特为 $b_{XY} = \mathbb{1}[m_{XY} > 0]$，间隔为 $m_{XY} = \log(E_L/E_R)$，其中原语在 $t_X < t_Y$ 时向左路由。六种无环编码对应严格全序；110 和 001 是非传递三循环。

组合模式。表 I 列出了有效编码和循环编码；图 5 量化了循环率和修复性能。

与查找表式时间哈希一样，[1], 可以并行执行许多比较，并将比较结果的比特拼接成一个高熵地址。组合必须遵守第II节中的无回绕和相干性约束；违反这些约束会导致混叠或对比度损失，且无法在下游进行纠正。

a. 三脉冲锦标赛编码。对于（A, B, C），三个比较器产生 $b_{XY} = \mathbb{1}[m_{XY} > 0]$，其中约定，向左路由对应于 $t_X < t_Y$。六种无环编码对应于严格全序，而 110 和 001 是非传递循环（表I）。

b. 根据裕量进行循环修复。循环源于近似平局。局部修复通过翻转置信度最低的比较来恢复传递性，

$$\text{flip} \quad \arg\min\{|m_{AB}|,\ |m_{BC}|,\ |m_{AC}|\}. \tag{35}$$

令 $|m|_{\min} = \min\{|m_{AB}|, |m_{BC}|, |m_{AC}|\}$。因此，循环输出集中在较小的 $|m|_{\min}$处；而远离决策边界时，编码具有传递性，无需修复即可正确解码。图 5 证实了这两种趋势。

重要的是，确定最不稳定的比较并不需要显式数字处理。间隔m_{XY} 是读出时可获得的模拟观测量，而较小的 $|m_{XY}|$ 自然对应较慢的饱和过程，或对竞争更高的易感性。因此，局部增益偏置、有限积分窗口或比较器输出之间的弱耦合，都可以优先抑制

或翻转最弱的比较，使系统趋向于传递码。显式进行读出后裕量比较是一种便捷的选择，而非必要条件。

这提供了一条可组合性规则：每个原语都会输出一个离散比特及置信裕度，用于标记近似平局故障，并在最终数字化之前支持局部修复。在物理层面，该原语已经通过选择端口来执行路由 L或 R （图4）；扇出则通过拆分胜出通道来实现。

D. 原语如何映射到查找表式计算

上述电路实现了查找表式脉冲计算中的地址评估步骤 [1]:

- •比较： 时间比较器输出一个表示相对延迟顺序/哈希的独立比特，以及一个带符号的置信裕度；
- • 评分： 干涉式查找（第III节）通过相位相关并行评估K 候选模板；
- •选择： 驱动耗散式胜者全得阶段（第 IV节）实现物理最大值选择，生成独热地址并路由胜出项。

该处理流程直接在波域中执行时间哈希和硬性最高排名项选择，无需逐脉冲时间戳标记或数字延迟减法。

我们的目标比通用计算更为具体：构建一组可复用、可组合的原生时序原语，用于输出离散地址以供下游查找。组合能力受限于第 II节的工作范围（无回绕窗口、跨越该范围的相位相干性以及可靠的竞争式读出）。因此，若要扩展到更大的级联，须要：(i) 在串扰和模板拥挤的情况下保持可分离性；(ii) 通过针对静态偏移和漂移进行校准来维持可编程性；以及 (iii) 定义级间接口（为后续阶段重新编码选定索引，并实现值检索）。在这些约束下，相位编码时间索引为快速地址选择提供了一条直接的物理实现路径。

VI. 鲁棒性、噪声、扩展与硬件在环优化

对于最大值参数（WTA）决策，对扰动最敏感的模式是前两名差距较小的模式。我们量化了控制这种敏感性的两个因素：(i) 相位噪声，它会降低匹配得分中的相干部分；(ii) 模板库带来的统计“拥挤”，它决定了最强错误响应的量级。全文中，我们使用幅度裕量 $\Delta_{\mathrm{lin}}(x) = A_{k^*}(x) - \max_{k\neq k^*} A_k(x)$ [式（20）] 其中$A_k \equiv |\Psi_k|$。

A. 抖动、静态无序和有限相干性导致的相位噪声

在旋转框架编码中，输入 j 上的时序误差 δt_j 会产生相位误差 $\delta\phi_j = \Omega\,\delta t_j$ （对于下文的统计而言，符号无关紧要）。我们将进入线性相量和的每项相位误差分解为三个部分：(i) 均方根为 σ_t [的时序抖动，见式 11]。(ii) 编程耦合中的静态相位偏移，

$$\theta_{jk} \mapsto \theta_{jk} + \delta\theta_{jk}, \quad \mathbb{E}[\delta\theta_{jk}] = 0, \ \mathrm{Var}(\delta\theta_{jk}) = \sigma_\theta^2, \tag{36}$$

其中，在给定的器件实现中， $\delta\theta_{jk}$ 是固定的；(iii) 有限相干性退相干（例如相位扩散）在决策窗口内累积，其方差为 σ^2_{coh}[26]。为进行解析估计，我们将这些机制合并为每一项的单一加性相位误差，并假设三种机制彼此独立，因此方差相加：

$$\sigma^2_{\mathrm{eff}} \equiv \sigma^2_\phi + \sigma^2_\theta + \sigma^2_{\mathrm{coh}}. \tag{37}$$

在实践中，应将 σ_θ 理解为经过任何校准后剩余的静态相位误差（见下文）。

a. 相位噪声下的匹配通道相干性。固定匹配索引 k^*，并选择参考相位，使得在没有误差时，所有 N 个贡献都同相叠加。将匹配得分写为

$$\Psi_{k^*} = \sum_{j=1}^{N} a_j e^{i\varepsilon_j}, \qquad a_j \equiv |J_{jk^*}|, \tag{38}$$

其中， ε_j 是第 j 项上的净相位误差。假设 ε_j 是彼此独立、方差为 σ^2_{eff}[35] 的零均值高斯分布。那么，$\mathbb{E}[e^{i\varepsilon_j}] = e^{-\sigma^2{}_{\mathrm{eff}}/2}$，根据标准相量统计， [9] 可得

$$\mathbb{E}[\Psi_{k^*}] = e^{-\sigma^2_{\mathrm{eff}}/2} \sum_{j=1}^{N} a_j, \tag{39}$$

$$\mathbb{E}[|\Psi_{k^*}|^2] = (1 - e^{-\sigma^2_{\mathrm{eff}}}) \sum_{j=1}^{N} a_j^2 + e^{-\sigma^2_{\mathrm{eff}}} \Big(\sum_{j=1}^{N} a_j\Big)^2. \tag{40}$$

公式（40）明确体现了这种分离：相干分量（求和后再平方）受 $e^{-\sigma^2{}_{\mathrm{eff}}}$ 抑制，而非相干底噪（平方后再求和）即使相干项消失仍然存在。

b. 静态无序与校准。 与抖动和退相干不同， $\delta\theta_{jk}$ 在设备内不随时间变化。如果硬件支持相位可编程性，就可以估算这些偏移量，并通过闭环调节来补偿，以最大化测得的裕量（参见自配置干涉仪 [36]）。完成此类校准后，σ_θ 公式（37）中的量应理解为由漂移、串扰和测量噪声造成的残余失配。

B. 由间隔控制的错误概率

令 $A_k = |\Psi_k|$ ，并将胜出项和次优者分别记为 A_{k^*} 和 $A_{\mathrm{ru}} \equiv \max_{k\neq k^*} A_k$，因此 $\Delta_{\mathrm{lin}} = A_{k^*} - A_{\mathrm{ru}}$。

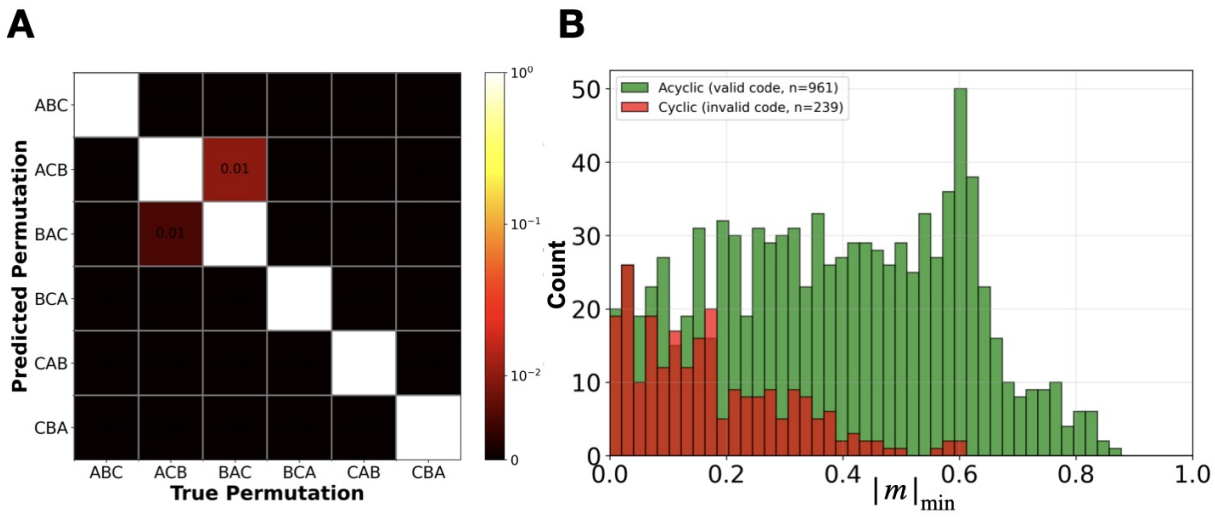


图 5. 干涉式多时序：通过成对比较器和循环修复实现三脉冲排列解码。(a) 使用三个成对时间顺序比较器（AB、BC、AC）对三输入脉冲（A、B、C）的 3! 种 $= 6$ 时间排列进行分类所得的按列归一化混淆矩阵。每个比较器均模拟四模结原语，并在固定时间窗内对读出强度进行积分，以得到

$$E_{L\,R} = \int_{t_0}^{t_0+T_w} I_{L\,R}\ t\ dt \qquad t_0 = \qquad t_X\ t_Y\ +\ ,\ (\,)$$

$$2\sigma \qquad T_w = 6\sigma \qquad\qquad b_{XY} = \mathbb{1}[E_L > E_R] \qquad\qquad m_{XY} = \quad \left[\ E_L + \epsilon\ /\ E_R + \epsilon\ \right] \qquad \epsilon = 10^{-12}$$

（其中 max(,) 和 ），并返回一个比特和有符号间隔 log ( ) ( )，其中 。这三个比特构成竞赛图编码（b_{AB}、b_{BC}、b_{AC}）；通过翻转最弱的比较结果（即与 arg min$\{|m_{AB}|, |m_{BC}|, |m_{AC}|\}$ 对应的比特）来修复循环编码，随后将修复后的编码解码为一个排列。色标采用对称对数归一化，以显示较小的非对角线值。(b) 修复前，无环（有效）编码和循环（无效）编码的最小绝对间隔 $|m|_{\min} = \min(|m_{AB}|$、$|m_{BC}|$、$|m_{AC}|)$ 分布。循环编码集中在较小的 $|m|_{\min}$ 附近，表明无效编码主要出现在决策边界附近。除非另有说明，每种排列生成 200 次试验（种子 42）；通过对两个脉冲间隔施加抖动 g_1、$_2 = \Delta t\,(1 + 0.10\,\mathcal{N}(0, 1))$，并设置最小分离度 min sep $= 0.4$，形成有序时刻（t_1、t_2、t_3）$^{-} = (t_{\text{ref}}$、$t_{\text{ref}} + g_1$、$t_{\text{ref}} + g_1 + g_2)$，再根据目标排列将其分配给（$t_A$、$t_B$、$t_C$）。比较器参数见补充材料第 S4 节。

精确的误寻址概率取决于 A_{k^*} 和 A_{ru} 的联合涨落。作为间隙噪声代理量，将胜者与次优者间隔的扰动建模为一个零均值随机变量 $\delta\Delta$，其均方根为 σ_Δ，并定义

$$P_{\text{error}} \equiv \Pr[\Delta_{\text{lin}} + \delta\Delta < 0]\,. \tag{41}$$

若 $\delta\Delta \sim \mathcal{N}(0,\ \sigma_\Delta^2)$，则

$$P_{\text{error}} = \frac{1}{2}\,\text{erfc}\left(\frac{\Delta_{\text{lin}}}{\sqrt{2}\,\sigma_\Delta}\right) \le \frac{1}{2}\exp\left(-\frac{\Delta_{\text{lin}}^2}{2\sigma_\Delta^2}\right), \tag{42}$$

其中，不等式是一个宽松但单调的尾界，适用于 $\Delta_{\text{lin}} > 0$。我们仅将式（42）作为一种可解释的裕量噪声代理量；所有报告的准确率均来自驱动耗散模拟（第 IV、V节及补充材料）。

C. 随输入维度 N 和模板数量 K的扩展

本小节给出了完全去相位（随机相位）竞争者模型下的扩展参考，随后通过有效竞争者数量 K_{eff} 概述相关模板库（补充材料第 S2 节）。

a. 谱有效竞争者数量。为量化模板多样性（进而确定有效竞争者的数量），我们使用根据归一化模板重叠矩阵计算的谱有效数量 K^{spec} $_{\text{eff}}$。具体而言，将归一化模板相量向量$v^{(k)} \in \mathbb{C}^N$ 定义为 $v_j^{(k)} \equiv N^{-1/2} e^{-i\Omega t_j^{(k)}}$，并构造非负重叠矩阵

$$G_{kk'} \equiv \left|\langle v^{(k)}, v^{(k')}\rangle\right|^2 = \left|\frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} e^{i\Omega\left(t_j^{(k)} - t_j^{(k')}\right)}\right|^2,$$

该矩阵对称且半正定，因此其特征值为 $\lambda_\alpha \ge 0$。随后，我们构造归一化特征值 $p_\alpha = \lambda_\alpha / \sum_\beta \lambda_\beta$ 并定义

$$K_{\text{eff}}^{\text{spec}} \equiv \frac{1}{\sum_\alpha p_\alpha^2}. \tag{43}$$

该参与率满足 $1 \le K^{\text{spec}}$ $_{\text{eff}} \le K$，对于多样化（弱相关）的库趋近于 K，对于极度拥挤的库则趋近于 ≈ 1。

b. 匹配通道。 对于幅值近乎均匀的情况$|J_{jk^*}| \approx a$，式（40）意味着均方根匹配振幅

$$A_{k^*} \sim a\sqrt{N + (N^2 - N)e^{-\sigma_{\text{eff}}^2}} \approx \begin{cases} a\,N\,e^{-\sigma_{\text{eff}}^2/2}, & Ne^{-\sigma_{\text{eff}}^2} \gg 1, \\ a\sqrt{N}, & e^{-\sigma_{\text{eff}}^2} \ll 1, \end{cases} \tag{44}$$

其中，第一行对应相干性主导区域，第二行对应完全退相干极限。

c. 最强竞争者：去相干参考。在随机相位极限下，一个无关模板会产生由 N 个相量组成的和，其均值近似为零，方差为 $\sim a^2N$，因此 A_k 呈类瑞利分布，其尾概率为 $\Pr[A_k > t] \approx \exp\left(-t^2/(a^2N)\right)$。对于 $K-1$ 个近似独立的竞争者，并集界给出

$$\Pr\left[\max_{k\neq k^*} A_k > t\right] \lesssim (K-1)\exp\left(-\frac{t^2}{a^2N}\right), \tag{45}$$

因此，次优项尺度为

$$\max_{k\neq k^*} A_k \sim a\sqrt{N\log K}, \tag{46}$$

相差一个数量级为 1 的常数因子 [37] （见附录A）。式（46）仅为基线状态；实际模板库往往不满足独立同分布相位假设。

d. 有效拥挤度与间隔估计。在低退相干情况下，竞争通道通常既不相互独立，也不具有完全随机的相位；近重复模板也可能产生部分相干响应。我们通过根据观测到的次优项统计量（补充材料第 S2 节）对 K_{eff} 进行操作性定义，并在式（ $K \mapsto K_{\text{eff}}$ 中替换46）。由此得到典型间隔估计

$$\Delta_{\text{lin}} \sim a\left(Ne^{-\sigma_{\text{eff}}^2/2} - c\sqrt{N\log K_{\text{eff}}(N)}\right), \tag{47}$$

其中 $c = \mathcal{O}$（1）吸收极值前因子。只有当匹配通道仍由相干性主导时，公式（47）才有意义；否则第一项会过渡为$\sim a\sqrt{N}$ [公式（44）]，并且当 K_{eff}足够大时，判别能力会丧失。WTA 不会改变这些干涉标度关系；它只会将有限组模拟振幅 $\{A_k\}$映射为离散地址。

总之，相位噪声通过总相位方差影响线性得分 σ_{eff}^2 [式（37）], 如式（39）–（40）所示，抑制匹配通道中的相干对比度。在完全去相干的参考模型中，次优者按 $\sqrt{N\log K}$ [式（46）]增长。相关模板库由经验性的 K_{eff} 刻画，从而得到式（47）中的间隔估计。静态相位偏移不随时间变化，因此原则上可通过校准加以消除； σ_θ 应理解为经过此类调谐后的残余量 [36]。

VII. 编译与硬件在环校准

干涉式评分器可编程，但其有效相位和增益在名义上相同的设备之间并不完全一致。制造偏差、漂移和非均匀泵浦会改变得分景观；若不加以校正，还可能使离散地址映射产生偏差。在相干干涉仪硬件中，这类闭环调谐已是常规做法 [36, 38–40]。这里我们采用同样的思路，但使用与任务相匹配的校准目标：可靠地选择最高排名项。具体而言，我们 (i) 将期望的时序模板库编译为标称相位设置；(ii) 通过利用仅强度读出最大化输出级间隔目标，在实际设备上进一步优化这些设置。该流程将设备视为黑盒；不需要相位敏感测量，也不需要显式识别内部误差。

A. 前向编译：从时间模板到相位程序

给定每个地址 k对应的模板库 $\{t_j^{(k)}\}_{j=1}^N$，理想映射将编程相位设为

$$\theta_{jk}^{(0)} = \Omega\, t_j^{(k)}, \tag{48}$$

从而使目标模板在干涉评分 Ψ_k （第 III 节）中实现对齐。在硬件上，编程参数 $\{\theta_{jk}, |J_{jk}|\}$ 会因器件特定偏移而产生实际值。最小静态模型为

$$\theta_{jk}^{\text{eff}} = \theta_{jk} + \delta\theta_{jk}, \qquad |J_{jk}^{\text{eff}}| = |J_{jk}|(1 + \delta a_{jk}), \tag{49}$$

其中， $\delta\theta_{jk}$ 和 δa_{jk} 在一个器件实例内是固定的（并且可能随时间缓慢漂移）。校准的作用是选择控制量 $\{\theta_{jk}\}$，使其在 θ^{eff}， J^{eff} 条件下恢复所需的寻址行为，而无需先估计 $\delta\theta_{jk}$或 δa_{jk}。

B. 校准目标：最大化可测量的读出后裕度

校准基于选择器输出端口处可获得的量来定义。令 I_k 表示一种稳健的逐端口可观测量（例如，在固定时间窗内的稳态强度或积分输出能耗）。对于正确地址为 k^*的带标签校准输入，我们使用强度间隔 M [式 22]，并定义损失

$$\mathcal{L}(\{\theta_{jk}\}) = -M. \tag{50}$$

这种选择符合离散选择的失效模式：当胜出项与最接近的竞争者相差很小时，就会发生错误。增大 M 会扩大测量平面上的分离度，从而提高系统对残余静态失配以及通过同一近似平局机制起作用的动态扰动的耐受性。

a. 平滑替代函数（可选）。当使用可微近似更为方便时（例如，在读出有噪声的情况下进行基于梯度的更新），可以用对数和指数松弛替代非平滑最大值，从而软化次优者，

$$\max_{k\neq k^*} I_k \;\approx\; \frac{1}{\beta}\log\left(\sum_{k\neq k^*} e^{\beta I_k}\right), \tag{51}$$

其中 β 用于设定平滑性与对真实次优者的保真度之间的权衡。

b. 为什么采用基于间隔的目标函数。由于地址映射在决策边界处不连续，对硬索引计算的损失无法为远离误分类点的区域提供多少梯度信息。因此，间隔目标函数会推动邻近边界的查询远离最接近的竞争项，从而直接提升所选地址在噪声和残余无序下的稳定性。图6以双尖峰比较器（第VA节）为例说明了这一点：静态失配可能造成有偏的左右映射，而仅基于强度的相位调谐则通过重新拉开测量得到的间隔分布，恢复正确路由。

C. 硬件在环优化

我们将校准实现为硬件在环（HIL）优化：应用候选相位程序，呈现校准图样，测量 $\{I_k\}$，更新相位，然后重复执行 [41–43]。波处理器中已有相关的原位训练循环演示 [32, 44, 45]；我们的不同之处在于目标函数（稳健的离散选择，而非回归保真度），以及仅使用基于强度的反馈这一限制。

a. 有限差分更新。对于单个控制参数 θ_p （一个可编程相位），中心差分估计为

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \theta_p} \;\approx\; \frac{\mathcal{L}(\theta_p+\delta)-\mathcal{L}(\theta_p-\delta)}{2\delta}. \tag{52}$$

对于 $P\sim NK$ 个相位参数，一次完整的梯度步需要进行 $\mathcal{O}(P)$ 次损失评估。在实践中，可以使用重复测量（或输入的小批量）来平均读出噪声。

b. 同时扰动（同时扰动随机近似）。当 P 较大时，同时扰动随机近似每次迭代仅通过两次损失评估来估计完整梯度 [46]。令 $\theta\in\mathbb{R}^P$ 收集所有相位，并令 $\boldsymbol{\xi}\in\{-1,+1\}^P$ 为独立同分布的拉德马赫向量。梯度估计的第 p个分量为

$$\big[\widehat{\nabla\mathcal{L}}(\theta)\big]_p = \frac{\mathcal{L}(\theta+d\,\boldsymbol{\xi})-\mathcal{L}(\theta-d\,\boldsymbol{\xi})}{2d\,\xi_p}, \tag{53}$$

随后进行更新 $\theta\leftarrow\theta-\alpha\,\widehat{\nabla\mathcal{L}}$ 步长为 $\alpha>0$。*c.* 该循环实际校正的内容。该循环通过重新编程相位，补偿得分景观中的静态器件特定失真（例如固定的相位偏移、耦合失衡，以及缓慢变化的漂移），使测得的读出后间隔符合预期行为。它不需要重建 $\delta\theta_{jk}$或 δa_{jk}，也不假设能够访问内部场。

D. 范围与平台考量

其要求很低：(i) 会影响干涉式评分器的类相位控制量，以及 (ii) 逐端口强度读出。该过程可以处理静态失配，但无法消除试次间时序抖动或有限相干性相位扩散；后者仍是动态噪声源。此外，内在上接近决策边界的模式按定义具有较小的裕量；对于所有噪声实现，任何静态重新编程都无法使这些情况完全无误。因此，校准是统计性的：它在具有代表性的校准集上重塑裕量分布，以减少近乎平局的查询比例，并降低目标噪声预算下测得的错误寻址率。

总之，前向编译[式（48）] 与 HIL 裕度优化 [式（50）] 相结合，可通过仅基于强度的反馈，在不同器件上以可复现的方式编程时序到索引原语，并采用可测量的成功标准（校准后的准确率和裕量分布）。

VIII. 平台与系统作用

PWC 依赖三项要素：在旋转参考系中对脉冲时间进行相位编码（第 II 节）、通过相干干涉进行并行评分（第 III 节），以及通过非线性竞争将结果数字化为单一地址（第 IV 节）。本节概述物理要求，列出候选平台，并通过一个简单的基准测试，将器件级路由误差与任务层面的影响联系起来。

A. 物理要求

工作范围由四项要求决定。

a. 相位参考与无回绕窗口。编码使用 $\phi=\Omega t$模 2π 运算覆盖决策窗口，因此要求$t_{\max}<T_{\mathrm{wrap}}=2\pi/\Omega$（第 II 节）。$\Omega$ 由外部参考（失谐、调制音、注入锁定）设定，而非由精细共振设定。这种选择需要在延迟跨度与灵敏度之间权衡：时序抖动会映射为相位噪声$\sigma_\phi=\Omega\sigma_t$ （第 VI 节）。

b. 采用可编程复权重进行相干线性叠加。评分是线性且对相位敏感的，因此相位必须在整个延迟跨度内保持其意义，即 $\tau_{\mathrm{coh}}\gtrsim t_{\max}$ （第II节）。有限相干性会持续抑制干涉对比度并缩小余量（第VI节）。因此，实现需要可调复耦合（或等效的相位编程

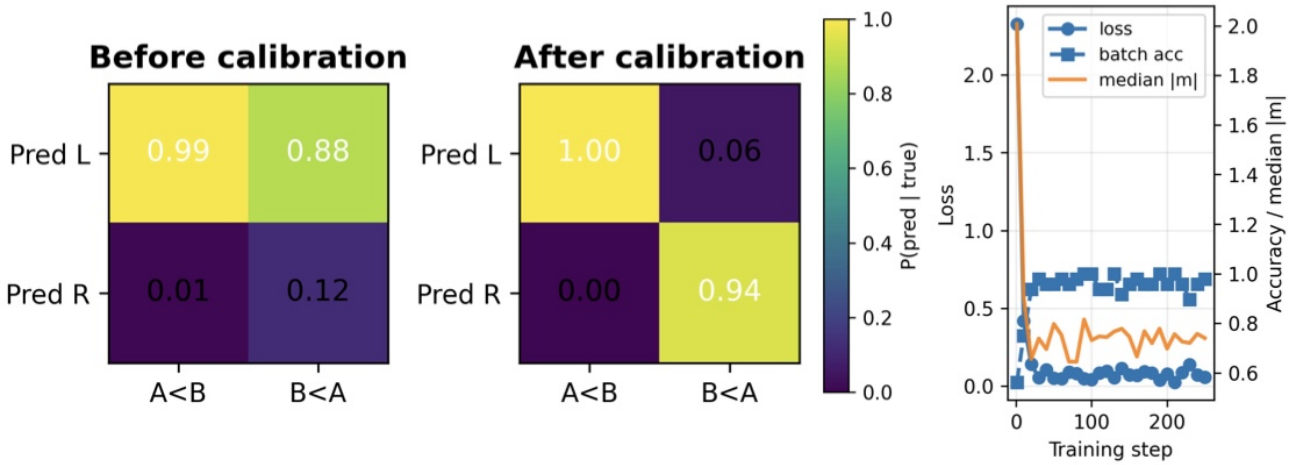


图 6. 硬件在环校准可在制造失配下挽救 $N = 2$ 时间顺序基元。四模式时间比较器（模式 A, B 输入； L, R 输出）受到强静态制造无序的影响而性能下降：未知耦合相位偏移 $\theta_{\mathrm{fab}} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_{\mathrm{fab}}^2)$，其 $\sigma_{\mathrm{fab}} = 1.5\,\mathrm{rad}$（图示器件是从该分布中固定随机抽取的一次结果，因此其经验均方根不一定等于 σ_{fab}）；通过对数正态耦合尺度引入振幅失衡（均方根为 25%，截断至 $[0.5, 1.5]$）；以及施加于 (Δ, ω_0) 的失谐散布 $\delta\Delta, \delta\omega_0 \sim \mathcal{N}(0, (0.15J)^2)$。左：在 800 次试验（每类 400 次）的留出测试集上，校准前的按列归一化混淆矩阵P(预测 | 真实)；$\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{ctrl}} = \mathbf{0}$（对角线准确率均值为 55.9%；失效模式：几乎总是预测为 LEFT）。中：经过 250 个同时扰动随机近似步骤（批次大小 48；恒定学习率 $\xi = 0.08$，扰动 $\delta = 0.08\,\mathrm{rad}$； ℓ_2 正则化 $\lambda = 10^{-4}$；Softmax 温度 $\beta = 1$）后，仅使用相位的程序学得控制相位 $\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{ctrl}} = [-0.065, -1.236, -0.012, +0.802]\,\mathrm{rad}$，并恢复路由（对角线准确率均值为 97.2%）。右：训练动态（损失、批次准确率和中位数 $|m_{AB}|$ 随步数的变化），显示损失单调下降且准确率迅速恢复。训练样例采用标称分离度 $\delta t = 1.60/J$ 的 ±30% 变化，最小间隔为 0.8σ，时序抖动为 $\sigma_t = 0.15\sigma$（脉冲宽度 $\sigma = 0.25/J$）；器件在线性区（$U = 0$）中进行仿真，参数为 $J = 1$, $\gamma = 0.1J$ $\Delta_0 = \omega_{0\,0} = 1.2J$ $\kappa = 0.5J$, , , and 。校准仅使用黑箱积分输出分数，不假设器件模型；完整的无序和训练细节见补充材料第 S5 节。

机制）以及对静态相位／振幅误差进行校准，如同相干光子处理器中所采用的方式 [36, 38]。

c. 非线性胜者通吃数字化。数字化需要通过竞争性增益/损耗或共享耗尽来实现有效的最大值参数，从而选出单个模式 k^*（第IV节）。这种选择方式常见于增益耗散振荡器网络和极化激元图 [23, 27]。

d. 复位与读出。在各次推理之间，系统必须可重复地返回基线状态（被动衰减或主动淬灭），并提供一种可观测量来识别胜出项（发射强度或时间积分能耗）。

B. 候选物理平台

现在，我们将第VIIIA 节中的要求映射到具体硬件。下面重点介绍两种能够自然满足这些要求的实现路径，并在附录B中概述其他几种候选基底。

a. 激子-极化激元网络。激子-极化激元可实现对复场的干涉测量访问、低阈值非线性效应以及驱动-耗散凝聚 [26, 47]。可编程的“极化激元图”展现了驱动振荡器网络中的可控耦合与相位关系，并且已在极化激元微结构中观察到类似脉冲神经元的时间动力学（包括漏积分-发放行为）[7]。储库介导的延迟非线性也已用于实现超快时域原语，包括皮秒级时间编码处理 [6, 11]。

对于时序预算，有两个内禀尺度至关重要：极化激元寿命和储库寿命。代表性器件报告的阈值以上极化激元衰减时间约为 ~ 10 ps，储库寿命约为 ~ 100 ps [7], ，这使本征动力学处于亚纳秒范围内（因器件而异）。文献中的能耗数据通常以每次激发或每个脉冲为单位；要将其换算为一个N输入、 K路选择器的单次决策能量，必须将扇入、读出和复位纳入考量。

b. 采用基于激光器的胜者全取实现可编程光子评分。一种实用的拆分方案是：在可编程光子基底中实现校准线性评分器 J_{jk}（例如，采用干涉网格或可重构多模/平板处理器），并在快速非线性振荡器或激光器阵列中实现胜者全取数字化。集成光子学 [12, 14], 已展示了大型相干线性变换，而多模/平板处理器无需显式网格架构即可提供密集混合[32]。许多此类平台仍会在下游（通过电子或算法方式）提取离散决策；本文

强调将波级评分与原生的驱动耗散竞争阶段相结合，使模块输出独热决策。

基于垂直腔面发射激光器的光子神经元和垂直腔面发射激光器–SA 网络，为非线性竞争阶段提供了一条候选路径 [48, 49]。VCSEL 文献中报告的带宽和效率指标颇具前景，但将其映射为每次离散 WTA 决策的能耗和延迟，取决于偏置、耦合损耗以及所需的读出裕量。

c. 其他候选基底。相同的要素（相位参考、可编程干涉和竞争式数字化）也可以在其他波与振荡器介质中实现，包括相干伊辛机式振荡器网络、磁振子自旋波处理器、射频/微波振荡器网络、具有有源增益的声学/声子超材料，以及超导微波电路。我们在附录B中总结了这些选项及其关键权衡。一个最小的原理验证是一个 $K = 4$ 地址选择器，用于演示：(i) 基于延迟的相位编码评分，以及 (ii) 在注入时序抖动条件下，具有实测间隔分布的 WTA 数字化。

C. 工程挑战与缓解策略

a. 时序精度与参考信号分配。 由于 $\sigma_\phi = \Omega\sigma_t$，时序预算（脉冲生成、传输、检测）决定了可实现裕量。对 Ω、 $t_{\max}$和 N 进行协同设计，可在固定错误率下权衡延迟跨度与鲁棒性（第VI节）。

b. 分离线性评分与非线性选择。评分期间，非线性效应不应扭曲 Ψ_k （例如饱和或历史依赖性）；否则，有效模板映射会发生漂移，变得难以校准。可通过泵浦调度、分阶段耦合，或明确划分评分与选择时间窗来实现这一点（第III–IV节）。

c. 静态无序、漂移与可编程性。静态相位偏移和耦合非均匀性会移动决策边界并缩小裕量。可通过针对实测硬件进行编译，并利用硬件在环校准闭合反馈回路来应对（第VII节），如同可编程相干光子学[36, 38]。

d. 输入/输出与系统瓶颈。即使索引速度很快，地址选定后，数值的存储和传输方式仍可能限制吞吐量。一项近期的系统应用是充当选择/路由协处理器，将离散索引（或独热端口）输出至下游存储器或神经形态模块。我们需要建立针对特定平台的能耗/延迟模型，对比数字化–比较–选择处理流程与干涉+WTA 索引（包括触发式存储器访问），以确定 $(N,\ K)$ 中的盈亏平衡区间以及时序/读出预算。

D. 系统作用：与注意力和路由的关系

稀疏注意力和混合专家（MoE）架构实现了离散路由：为每个查询 [50, 51] 选择一个前一（或 top-k）专家索引。在脉冲时序形式体系中，与之对应的操作是将时空脉冲模式映射为离散索引 [1, 2]。对于超快物理基底，实际瓶颈在于如何按原生时间尺度计算这一索引，同时不将事件转换为时间戳、时间分箱或速率。

a. 仅路由*MoE*基准测试。我们通过一个最简的硬性Top-1 MoE门控来量化错误路由的系统级敏感性。在该门控中，专家计算固定不变，只有路由索引会被扰动。对于每个数据集随机种子，抽取簇均值 $\{\mu_k\}_{k=1}^{K} \subset \mathbb{R}^{10}$ 并将其固定。每个测试样本抽取一个真实专家标签 $k^* \sim \mathrm{Unif}\{1,\dots,K\}$ 和输入

$$x \sim \mathcal{N}(\mu_{k^*}, \sigma_x^2 I), \tag{54}$$

并根据专家特定线性规则获得一个二元标签

$$y = \mathbb{1}\left[\mathbf{w}_{k^*}^{\mathsf{T}} x + b_{k^*} > 0\right], \tag{55}$$

其中 $\{(\mathbf{w}_k,\ b_k)\}_{k=1}^{K}$ 每个随机种子抽取一次。专家 k 是一个逻辑回归分类器，仅使用标签为 $k^* = k$的样本进行训练，从而确保真正的专门化。

b. 注入式路由错误与设备映射。路由被建模为一个错误路由概率可控的随机Top-1选择器 $p_{\mathrm{route}} \equiv \Pr\left(\hat{} k \neq k^*\right)$，$\hat{}\hat{}$ 其中 $k = k^*$ 的概率为 $1 - p_{\mathrm{route}}$，而 k =为均匀分布$(\{1,\dots,K\} \setminus \{k^*\})$，概率为 p_{route}。均匀错误路由是一种刻意简化的基线状态。若要更贴近实测设备行为，也可以改用经验混淆矩阵。令

$$C_{k'|k} \equiv \Pr\left(\hat{k} = k' \,\middle|\, k^* = k\right), \tag{56}$$

表示通过重复试验经验测得的路由混淆矩阵。给定真实标签 k^*，观测到的输出按 $k \sim C_{\cdot|k^*}$. 采样。上述标量误差模型对应于

$$C_{k^*|k^*} = 1 - p_{\mathrm{route}}, \qquad C_{k'|k^*} = \frac{p_{\mathrm{route}}}{K-1}, \quad k' \neq k^*. \tag{57}$$

给定 k，系统预测是专家 $\hat{}k$ 的输出，因此端到端准确率为

$$P_{\mathrm{task}}(p_{\mathrm{route}}) \equiv \Pr(\widehat{y}(x) = y), \tag{58}$$

在固定所有专家的情况下，将其作为 p_{route} 的函数进行评估。

为连接到硬件，我们通过基准测试将物理模块的地址选择准确率 $P_{\mathrm{correct}} \equiv \Pr\left(\hat{}k = k^*\right)$映射到 $p_{\mathrm{route}} = 1 - P_{\mathrm{correct}}$. 图7汇总了这些关系：图(a)绘制了 P_{task} 与注入的 p_{route} 在 $K \in \{8, 32\}$ 及两种难度设置下的关系

$\sigma_x \in \{0.6, 0.9\}$，而图(b)绘制了器件预测的$p_{\text{route}}$ 随 σ_t/T_{wrap} 和 σ_θ 变化的关系，使用的是图3中的 WTA 模拟。工作点 A–F 可直接将器件噪声预算转换为预期的任务级准确率：先从(b)读取 p_{route} ，再从(a)读取 P_{task} 。此基准测试有意受到路由限制：它不对软路由、负载均衡或端到端表示学习进行建模。

c. 局限性与扩展。当前原语仅输出单个索引，未实现软加权（Softmax）或学习式混合。扩展到前k 选择需要分阶段选择（例如，结合抑制/消减的复制式 WTA胜者全得模块），或支持受控多赢家共存的非线性。完整的端到端训练方案——在实测器件噪声下联合学习时间编码器、模板库和专家参数——超出了本文的范围。

特定平台盈亏平衡分析超出了本文的范围，但我们在补充材料第S7节中总结了决策时间窗内地址选择步骤的主要扩展关系，其中包含 N 个活跃脉冲和 K 个候选模板（或专家）；在该节中，我们将传统的数字化—比较—选择路径与多时序波评分后进行WTA数字化的方法进行了对比。

IX. 展望：新颖性、影响与开放方向

多时序波计算提炼出一种原生时序硬件原语：将脉冲时序直接用作离散选择和路由的地址，而不是将其作为中间模拟变量，随后再通过时钟逻辑进行约简。这与《脉冲宣言》 [1]所强调的以查找表为中心的转变相一致：在基于时序的推理中，关键操作通常是时序→索引步骤（地址选择），而不是密集的乘累加运算。在无环绕、相位相干的决策时间窗内，相对延迟被映射为相位；一个可编程干涉级并行地对 K 时间假设进行评分；随后，驱动—耗散型胜者全得级在读出时对结果执行一次数字化。其结果是一种一次性的时域查找原语：一种物理最大值选择，可根据相位编码的脉冲延迟返回独热地址。

这种将线性相位敏感评分与非线性竞争选择区分开来的做法，明确了工作范围（回绕时间、相干时间以及统一的相位噪声预算），并指出了一个实用的鲁棒性指标：胜者–亚军间隔，它能够预测抖动、静态失配或去相干情况下的边界优先错误。由于可以直接在输出端观测到裕量，它们也自然成为校准目标：仅基于强度的硬件在环调优可以扩大选择后间隔，以补偿静态偏移和漂移；与此同时，系统级基准测试可将测得的错误路由概率转化为任务级影响，适用于稀疏 top-1 路由（例如硬混合专家门控）。

这一系统作用不同于常见的光子加速路线。光子乘累加引擎加速模拟线性代数，而许多光子脉冲神经网络演示侧重于积分-发放动力学或速率编码信号；PWC 则利用波直接计算离散决策本身：并行干涉评估时间假设，竞争动力学选择单一地址，从而无需逐脉冲时间戳标记和下游数字最大值归约。

相位参考、可编程相干叠加、竞争式数字化和复位这些相同的功能要素，可由多个平台提供，包括激子-极化激元网络，以及将可编程线性评分器与快速非线性振荡器/激光器胜者全得阵列相结合的混合光子架构。近期一种系统应用是作为查找表式脉冲和稀疏路由的路由或选择协处理器（例如前一专家选择）；多个此类模块还可级联，构成多层脉冲模式查找流水线。

主要的开放问题是端到端盈亏平衡点：相较于数字化-比较-选择基线状态，原生时间选择能否抵消输入/输出、内存访问、校准周期和互连成本。由此可提出三个具体方向：

- **超越硬性前一：** 受控的前-k 或多胜出项路由需要非线性设计，以支持可复现共存，并清晰核算新增的校准开销。
- **在实测噪声下联合学习：** 利用经验测得的裕量/噪声统计数据，对时间编码器、模板库和下游值变换进行联合训练，这一方向仍基本未被探索。
- **级联扩展规则：** 更大规模的组合将需要明确的架构约束，以管理拥挤、保持相干性，并维持各阶段的裕量分布。

从这一理念出发，评估时域硬件的一种实用方式，是考察它在数字抽象之前能够计算哪些离散决策，以及其对应的实测路由错误率；一个最低限度的里程碑，是构建一个小型-K 演示器，报告路由错误率与注入抖动之间的关系，并同时给出校准前后的裕量分布。

致谢

作者感谢 HORIZON EIC-2022-PATHFINDERCHALLENGES-01 HEISING- BER G 项目（编号 101114978）、Weizmann–UK Make Connection Grant（编号 142568）以及 EPSRC UK 神经形态计算多学科中心（资助编号 UKRI982）提供的支持。

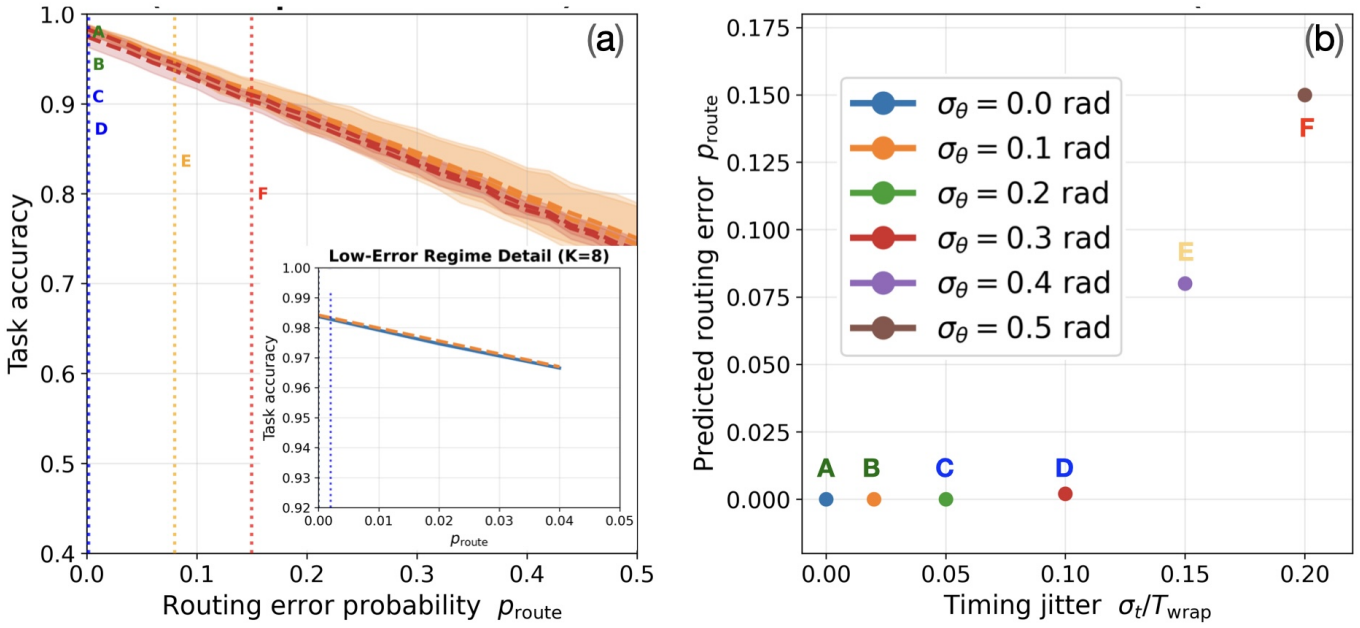


图 7. **将器件级噪声与任务级效用关联起来的混合专家路由基准。（a）**Top-1 混合专家门控的任务准确率 P_{task} 与注入的路由错误概率 p_{route}之间的关系。每个专家都是簇专属二元分类器（逻辑回归），且仅使用其自身簇的数据进行训练，因此这些曲线仅反映路由错误的影响。曲线展示了两种专家集大小（$K = 8$ 和 $K = 32$），以及由输入簇分散度决定的两种任务难度： $\sigma_x = 0.6$ （专用专家；分离度高）和$\sigma_x = 0.9$ （中度重叠）。虚线表示随机种子下的平均准确率，半透明色带表示不同随机种子间相应的变异性。标注为 A–F 的竖直点线表示根据具有代表性的器件工作点预测出的路由错误水平。**插图：**放大显示 $K = 8$下的低错误区间（$p_{\text{route}} \leq 0.05$）。 **（b）**多个静态相位无序水平 σ_θ （见图例）下，设备预测的路由错误 $p_{\text{route}} = 1 - P_{\text{correct}}$ 与归一化时序抖动 σ_t/T_{wrap} 之间的关系。（b）中标注为 A–F 的工作点对应于（a）中的竖直线，可直接据此从器件噪声预算读出任务级准确率。

附录 A：其他解析结果

本附录推导了第 III、VI 和 V 节中使用的解析估计。补充材料提供了数值检验（有限N、相关库和蒙特卡罗细节）。

A.1. 干涉评分：匹配模板与随机相位模板

输出／模板 k 的线性干涉评分（复场振幅）为

$$\Psi_k = \sum_{j=1}^{N} |J_{jk}| \exp[i\,(\theta_{jk} - \Omega t_j)]\,, \qquad \text{(A1)}$$

其中输入时间为 t_j，角速率为 Ω，编程相位为 θ_{jk} （按 2π 取模定义），幅值为 $|J_{jk}| \geq 0$。我们使用振幅和线性强度

$$A_k \equiv |\Psi_k|, \qquad I_k^{(\text{lin})} \equiv |\Psi_k|^2. \qquad \text{(A2)}$$

匹配模板。 对于匹配通道 k^*，编译会设置 $\theta_{jk^*} = \Omega t^{(k^*)}{}_j$ （模 2π），.....而完美匹配（无绕回歧义）意味着 $\Omega(t_j - t^{(k^*)}{}_j) \equiv 0$（模 2π），对所有 j 均成立。如果脉冲时间限制在单个绕回区间内（例如 $t_j \in [0, 2\pi/\Omega)$），则可简化为 $t_j = t^{(k^*)}{}_j$。于是

$$\Psi_{k^*} = \sum_{j=1}^{N} |J_{jk^*}|, \qquad I_{k^*}^{(\text{lin})} = \left(\sum_{j=1}^{N} |J_{jk^*}|\right)^2. \qquad \text{(A3)}$$

对于均匀幅值 $|J_{jk}| = 1$，可得 $A_{k^*} = N$ 和 $I_{k^*}^{(\text{lin})} = N^2$。

未匹配模板（随机相位基线）。作为去相干基线，假设残余相位 $\varphi_{jk} \equiv \theta_{jk} - \Omega t_j$ 在 j 上独立同分布，且服从 $[0, 2\pi)$ 上的均匀分布。那么$\mathbb{E}[\Psi_k] = 0$ 和

$$\mathbb{E}[|\Psi_k|^2] = \sum_{j=1}^{N} |J_{jk}|^2, \qquad k \neq k^*, \qquad \text{(A4)}$$

so the typical (rms) unmatched amplitude scales as $A_k \sim \sqrt{\sum_j |J_{jk}|^2}$. For $|J_{jk}| = 1$, $A_k \sim \sqrt{N}$ and $I_k^{(\text{lin})} \sim N$.

这里的“典型”指均方根振幅： $\Psi_k = \sum_j |J_{jk}| e^{i\varphi_j}$ 在独立同分布的 $\varphi_j \sim \text{Unif}[0, 2\pi$ 条件下得到

$$\mathbb{E}\big[|\Psi_k|^2\big] = \sum_j |J_{jk}|^2, \qquad |\Psi_k|_{\text{rms}} \equiv \sqrt{\mathbb{E}[|\Psi_k|^2]}. \qquad \text{(A5)}$$

平均振幅 $\mathbb{E}[|\Psi_k|]$与 $|\Psi_k|_{\rm rms}$ 仅相差一个 $\mathcal{O}(1)$ 瑞利分布因子（ N中的扩展相同）。

权重稳健对比度。定义相干与非相干强度之比

$$C_k \equiv \frac{\left(\sum_j |J_{jk}|\right)^2}{\sum_j |J_{jk}|^2}. \tag{A6}$$

根据柯西–施瓦茨不等式， $1 \le C_k \le N$，当且仅当幅值均匀时， $C_k = N$ 。因此，自然可以将 $N_{\rm eff} \equiv C_k$ 解释为非均匀权重下的有效相干计数。

A.2. 相位噪声：抖动、静态偏移与有限相干性

时序抖动 δt_j 会产生旋转坐标系中的相位噪声$\delta\phi_j = \Omega\,\delta t_j$。静态相位偏移表现为 $\theta_{jk} \mapsto \theta_{jk} + \delta\theta_{jk}$。决策窗口内的有限相干性会引入额外的相位扩散，其方差为 $\sigma^2_{\rm coh}$ (第VIA节)。在进行解析估计时，我们将匹配通道 k^*视为由带有加性相位误差的对齐相量之和

$$\varepsilon_j = \delta\phi_j + \delta\theta_{jk^*} + \varepsilon_j^{(\rm coh)}, \qquad \mathrm{Var}(\varepsilon_j) = \sigma^2_{\rm eff}, \tag{A7}$$

其中高斯分布相互独立且均值为零

$$\delta\phi_j \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2_\phi), \quad \delta\theta_{jk^*} \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2_\theta), \quad \sigma_\phi = \Omega\sigma_t, \tag{A8}$$

and

$$\sigma^2_{\rm eff} \equiv \sigma^2_\phi + \sigma^2_\theta + \sigma^2_{\rm coh}. \tag{A9}$$

（对于静态偏移，期望值应理解为对残余偏移进行集合平均，或者理解为当 j 间的残余失配实际上是随机的典型抑制。）

平均复振幅。使用 $\mathbb{E}[e^{i\varepsilon}] = e^{-\sigma^2\ \text{有效}/2}$ 对于$\varepsilon \sim \mathcal{N}(0,\ \sigma^2_{\rm eff})$,

$$\mathbb{E}[\Psi_{k^*}] = \left(\sum_{j=1}^N |J_{jk^*}|\right) e^{-\sigma^2_{\rm eff}/2}. \tag{A10}$$

平均强度。 直接展开可得

$$\mathbb{E}[I^{(\rm lin)}_{k^*}] = e^{-\sigma^2_{\rm eff}} \left(\sum_{j=1}^N |J_{jk^*}|\right)^2 + \left(1 - e^{-\sigma^2_{\rm eff}}\right) \sum_{j=1}^N |J_{jk^*}|^2. \tag{A11}$$

对于 $|J_{jk}| = 1$,

$$\mathbb{E}[I^{(\rm lin)}_{k^*}] = N^2 e^{-\sigma^2_{\rm eff}} + N\left(1 - e^{-\sigma^2_{\rm eff}}\right). \tag{A12}$$

相位扩散下的对比度。 在随机相位基线下，相同幅值对应的典型非匹配强度尺度为 $\sum_j |J_{jk^*}|^2$。因此，匹配与非匹配的平均强度之比为

$$C_{\rm eff} \equiv \frac{\mathbb{E}[I^{(\rm lin)}_{k^*}]}{\sum_j |J_{jk^*}|^2} = 1 + (C_{k^*} - 1)e^{-\sigma^2_{\rm eff}}. \tag{A13}$$

A.3. 随机相位模型中的极值扩展

对于 $k \ne k^*$ 在随机相位基线下（第 A.1 节），令

$$S_k \equiv \sum_{j=1}^N |J_{jk}|^2. \tag{A14}$$

当 N 较大且没有单个占主导地位的项时，中心极限定理近似给出 $\Psi_k \approx X + iY$，其中 $X,\ Y \sim \mathcal{N}(0,\ S_k/2)$，因此$|\Psi_k|$近似服从瑞利分布，其尾部为

$$\Pr(|\Psi_k| > r) \approx \exp\left(-\frac{r^2}{S_k}\right). \tag{A15}$$

对于 $|J_{jk}| = 1,\ \ S_k = N$，且尾部为 $\exp\left(-r^2/N\right)$。

令 $M_K \equiv \max_{k\ne k^*} |\Psi_k|$ 个规模相同为 S、近似相互独立的竞争者。根据并集界，

$$\Pr(M_K > r) \lesssim (K-1)\exp\left(-\frac{r^2}{S}\right), \tag{A16}$$

因此，典型最大值满足

$$M_K \sim \sqrt{S\log K}, \tag{A17}$$

精确到常数因子（以及低阶的 loglog K 修正）。

典型间隔（相干性主导的匹配通道）。利用（A10）作为匹配振幅的相干尺度，典型线性间隔满足

$$\Delta_{\rm lin} = A_{k^*} - \max_{k\ne k^*} A_k \tag{A18}$$

$$\sim \left(\sum_{j=1}^N |J_{jk^*}|\right) e^{-\sigma^2_{\rm eff}/2} - c\sqrt{S\log K}, \tag{A19}$$

其中 $c = \mathcal{O}(1)$, S 为竞争者的尺度（例如，均匀权重时为 $S = N$）。当相干贡献主导非相干底噪时，第一项给出正确的尺度，即 $C_{k^*}e^{-\sigma^2\ \text{eff}} \gg 1$ （均匀权重时，$Ne^{-\sigma^2\ \text{eff}} \gg 1$）。

A.4. 间隔到误差的代理指标

令 $\Delta_{\rm lin} = A_{k^*} - A_{\rm ru}$ 满足 $A_{\rm ru} \equiv \max_{k\ne k^*} A_k$。作为一种简洁的近似，将前两名差距的波动建模为 $\delta\Delta \sim \mathcal{N}(0,\ \sigma^2_\Delta)$，并定义

$$P_{\rm error} \equiv \Pr[\Delta_{\rm lin} + \delta\Delta < 0] = \Phi\left(-\frac{\Delta_{\rm lin}}{\sigma_\Delta}\right) = \frac{1}{2}\,\mathrm{erfc}\left(\frac{\Delta_{\rm lin}}{\sqrt{2}\,\sigma_\Delta}\right), \tag{A20}$$

其中， Φ为标准正态累积分布函数。对于 $\Delta_{\rm lin} \ge 0$ ，一个便捷的指数尾界为

$$P_{\rm error} \le \frac{1}{2}\exp\left(-\frac{\Delta^2_{\rm lin}}{2\sigma^2_\Delta}\right). \tag{A21}$$

这仅用作间隙噪声代理量；报告的准确率来自完整的驱动耗散模拟。

A.5. 双脉冲时序比较器

对于时刻为 t_A，t_B 的两个脉冲，定义旋转坐标系相位 $\phi_A = \Omega t_A$、$\phi_B = \Omega t_B$，以及 $\Delta\phi \equiv \phi_B - \phi_A = \Omega(t_B - t_A) \equiv \Omega\Delta t$。一个最小的双输出干涉路由器为

$$A_L = J\left(e^{i(\phi_A+\theta_L^{(A)})} + e^{i(\phi_B+\theta_L^{(B)})}\right), \tag{A22}$$

$$A_R = J\left(e^{i(\phi_A+\theta_R^{(A)})} + e^{i(\phi_B+\theta_R^{(B)})}\right), \tag{A23}$$

其中 $I_{L,\,R} = |A_{L,\,R}|^2$（$J$ 的全局相位会消去）。

选择

$$\theta_L^{(A)} = 0, \quad \theta_L^{(B)} = -\frac{\pi}{2}, \qquad \theta_R^{(A)} = -\frac{\pi}{2}, \quad \theta_R^{(B)} = 0, \tag{A24}$$

可得

$$I_L = 2|J|^2(1+\sin\Delta\phi), \quad I_R = 2|J|^2(1-\sin\Delta\phi),$$
$$I_L - I_R = 4|J|^2\sin(\Omega\Delta t). \tag{A25}$$

要将 $\mathrm{sign}(I_L - I_R)$ 无歧义地映射到时间顺序，要求 $|\Delta\phi| < \pi$，即

$$|t_B - t_A| < \frac{\pi}{\Omega}, \tag{A26}$$

使得 $\mathrm{sign}[\sin(\Delta\phi)] = \mathrm{sign}(\Delta t)$。补充材料第 S4 节在一个可实现的耦合模结点中实现了相同的 $\sin(\Omega\Delta t)$ 判别，其有效环路相位等效。

附录 B：其他候选平台与权衡

a. 相干伊辛机（*CIM*）。CIM 利用参量振荡器实现二元相位态，并通过增益竞争和工程化耦合，在集体构型中进行选择 [52–55]。尽管 CIM 并非专为脉冲延迟地址选择器设计，但它们展示了可扩展的竞争动力学和可编程耦合策略，可为多端口 WTA 实现提供借鉴。

b. 磁振子（自旋波）网络。自旋波提供了一种以相位为原生变量（自旋进动角）的相干载波，能够在旋转参考系中实现延迟到相位的编码。可通过偏置场、磁振子晶体或可调散射体来塑造可编程干涉 [56, 57]。在较高驱动功率下，非线性模式竞争与磁振子凝聚表明，这可能成为实现胜者全取数字化的一种途径 [58–60]。

c. 射频与微波振荡器网络。射频/微波系统天然可提供以共享时钟为基准的相位相干载波。可通过模拟移相器和可重构网络（包括超材料处理器 [61]）实现可编程线性混合。可通过注入锁定或共享增益饱和实现竞争性选择；振荡器网络 k-WTA 模型已在这一场景中得到分析 [62]。

d. 声学与声子系统。声波／弹性波可在工程化介质中支持相干相位演化与干涉。波动力学可在散射过程中针对时间分类进行训练 [63], ，超材料则可实现紧凑的相位累积与延迟元件 [64]。数字化需要额外的非线性机制或有源增益机制（例如，光机械“声子激光器”中的模式竞争） [65]。

参考文献

[1] E. Izhikevich, 《脉冲宣言》（2025），arXiv:2512.11843 [cs.NE]。[2] E. M. Izhikevich, 《神经计算》18，245（2006）。[3] R. Pauli、P. Weidel、S. Kunkel 和 A. Morrison, 《神经信息学前沿》12，46（2018）。[4] R. Wang、G. Cohen、K. M. Stiefel、T. J. Hamilton、J. Tapson 和 A. van Schaik, 《神经科学前沿》7，14（2013）。[5] J. D. T¨opfer、H. Sigurdsson、L. Pickup 和 P. G. Lagoudakis, 《通信物理》3，2（2020）。[6] R. Mirek、A. Opala、M. Furman、M. Kr´ol、K. Tyszka、B. Seredy´nski、W. Pacuski、J. Suffczy´nski、J. Szczytko、M. Matuszewski、*et al.*, 《物理评论应用》17，054037（2022）。[7] K. Tyszka、M. Furman、R. Mirek、M. Kr´ol、A. Opala、B. Seredy´nski、J. Suffczy´nski、W. Pacuski、M. Matuszewski、J. Szczytko、*et al.*, 《激光与光子学评论》17，2100660（2023）。[8] A. V. Lugt, 《IEEE信息论汇刊》10，139（1964）。[9] J. W. Goodman, *Statistical Optics*, 第2版（约翰·威立父子公司，2015）。[10] D. Brunner、M. C. Soriano、C. R. Mirasso 和 I. Fischer, 《自然·通讯》4，1364（2013）。[11] R. Mirek、A. Opala、P. Comaron、M. Furman、M. Kr´ol、K. Tyszka、B. Seredy´nski、D. Ballarini、D. Sanvitto、T. C. H. Liew、W. Pacuski、J. Suffczy´nski、J. Szczytko、M. Matuszewski、*et al.*, 《纳米快报》21，3715（2021）。[12] Y. Shen、N. C. Harris、S. Skirlo、M. Prabhu、T. Baehr-Jones、M. Hochberg、X. Sun、S. Zhao、H. Larochelle、D. Englund 和 M. Solja˘ci´c, 《自然·光子学》11，441（2017）。[13] R. Hamerly、L. Bernstein、A. Sludds、M. Solja˘ci´c 和 D. Englund, 《物理评论X》9，021032（2019）。[14] G. Wetzstein、A. Ozcan、S. Gigan、S. Fan、D. Englund、M. Solja˘ci´c、C. Denz、D. A. B. Miller 和 D. Psaltis, 《自然》588，39（2020）。[15] B. J. Shastri、A. N. Tait、T. Ferreira de Lima、W. H. P. Pernice、H. Bhaskaran、C. D. Wright 和 P. R. Prucnal, 《自然·光子学》15，102（2021）。

[16] K. P. Kalinin、G. Mourgias-Alexandris、H. Ballani、N. G. Berloff、J. H. Clegg、D. Cletheroe、C. Gkant-sidis、I. Haller、V. Lyutsarev、F. Parmigiani、 *et al.*，arXiv预印本 arXiv:2304.12594（2023）。[17] K. P. Kalinin、J. Gladrow、J. Chu、J. H. Clegg、D. Cletheroe、D. J. Kelly、B. Rahmani、G. Brennan、B. Canakci、F. Falck、 *et al.*，《自然》645，354（2025）。[18] J. Feldmann、N. Youngblood、C. D. Wright、H. Bhaskaran 和 W. H. P. Pernice，《自然》569，208（2019）。[19] W. Bogaerts、D. P´erez、J. Capmany、D. A. B. Miller、J. Poon、D. Englund、F. Morichetti 和 A. Melloni，《自然》586，207（2020）。[20] X. Lin、Y. Rivenson、N. T. Yardi mci、M. Veli、Y. Luo、M. Jarrahi 和 A. Ozcan，《科学》361，1004（2018）。[21] H. Zhou、J. Dong、J. Cheng、W. Dong、C. Huang、Y. Shen、Q. Zhang、M. Gu、C. Qian、H. Chen、 *et al.*，《光：科学与应用》11，30（2022）。[22] N. G. Berloff，“《多时序波计算：脉冲网络中的原生定时寻址选择》的补充材料”，https://www.damtp.cam.ac.uk/user/ngb23/publications/SM_PWC.pdf；更多推导、校准细节、数值模拟细节和可行性分析见补充材料。[23] N. G. Berloff、M. Silva、K. Kalinin、A. Askitopoulos、J. D. T¨opfer、P. Cilibrizzi、W. Langbein 和 P. G. Lagoudakis，《自然·材料》16，1120（2017）。[24] W. Maass，《神经计算》12，2519（2000）。[25] M. Wouters 和 I. Carusotto，《物理评论快报》99，140402（2007）。[26] I. Carusotto 和 C. Ciuti，《现代物理评论》85，299（2013）。[27] K. P. Kalinin 和 N. G. Berloff，《物理评论B》100，245306（2019）。[28] D. Ballarini、A. Gianfrate、R. Panico、A. Opala、S. Ghosh、L. Dominici、V. Ardizzone、M. De Giorgi、G. Lerario、G. Gigli、T. C. H. Liew、M. Matuszewski 和 D. Sanvitto，《纳米快报》20，3506（2020）。[29] J. Keeling 和 N. G. Berloff，《物理评论快报》100，250401（2008）。[30] K. P. Kalinin、A. Amo、J. Bloch 和 N. G. Berloff，《纳米光子学》9，4127（2020）。[31] A. Opala 和 M. Matuszewski，《光学材料快报》13，2674（2023）。[32] T. Onodera、M. M. Stein、B. A. Ash、M. M. Sohoni、M. Bosch、R. Yanagimoto、M. Jankowski、T. P. McKenna、T. Wang、G. Shvets、M. R. Shcherbakov、L. G. Wright 和 P. L. McMahon，《自然·物理》（2025），10.1038/s41567-025-03094-2。[33] K. Fang、Z. Yu 和 S. Fan，《自然·光子学》6，782（2012）。[34] T. Ozawa、H. M. Price、A. Amo、N. Goldman、M. Hafezi、L. Lu、M. C. Rechtsman、D. Schuster、J. Simon、O. Zil-berberg、 *et al.*，《现代物理评论》91，015006（2019）。[35] 对于动态噪声（抖动和相干性），期望值是对重复试验取平均。对于静态偏移，相同的表达式描述了在随机$\delta\theta_{jk*}$系综上取平均时的典型抑制效果；或者，也可以将 j 上的残余静态失配视为有效随机量。[36] D. A. B. Miller，《光子学研究》1，1（2013）。[37] R. Vershynin, *High-Dimensional Probability: An Introduction with Applications in Data Science*，剑桥—统计与概率数学丛书（剑桥大学出版社，2018年）。[38] W. R. Clements、P. C. Humphreys、B. J. Metcalf、W. S. Kolthammer 和 I. A. Walmsley，Optica 3，1460（2016年）。[39] D. P´erez-L´opez、A. L´opez、P. DasMahapatra 和 J. Capmany，《自然·通讯》11，6359（2020年）。[40] X. Xu、G. Ren、T. Feleppa、X. Liu、A. Boes、A. Mitchell 和 A. J. Lowery，《自然·光子学》16，595（2022年）。[41] I.-M. Com˛sa、K. Potempa、L. Versari、T. Fischbacher、A. Gesmundo 和 J. Alakuijala，IEEE神经网络与学习系统汇刊 33，5939（2021年）。[42] P. Sun、Y. Chua、P. Devos 和 D. Botteldooren，Fron- tiers in Neuroscience 17，1275944（2023年）。[43] I. Hammouamri、I. Khalfaoui-Hassani 和 T. Masque- lier（2023年）arXiv:2306.17670。[44] T. W. Hughes、M. Minkov、Y. Shi 和 S. Fan，Optica 5，864（2018年）。[45] S. Pai、Z. Sun、T. W. Hughes、T. Park、B. Bartlett、I. A. Williamson、M. Minkov、M. Milanizadeh、N. Abebe、F. Morichetti、 *et al.*，《科学》380，398（2023年）。[46] J. C. Spall，IEEE自动控制汇刊 37，332 1992( )。[47] M. Wei、W. Verstraelen、K. Orfanakis、A. Ruseckas、T. C. Liew、I. D. Samuel、G. A. Turnbull 和 H. Ohadi，Na- ture co mmunications 13，7191（2022年）。[48] A. Skalli、J. Robertson、D. Owen-Newns、M. Hejda、X. Porte、S. Reitzenstein、A. Hurtado 和 D. Brunner，《光学材料快报》12，2395（2022年）。[49] Y. Zhang、S. Xiang、X. Guo、A. Wen 和 Y. Hao，Jour- nal of Lightwave Technology 38，5071（2020年）。[50] A. Vaswani、N. Shazeer、N. Parmar、J. Uszkoreit、L. J ones、A. N. Gomez、L. Kaiser 和 I. Polosukhin，载于 *Advances in Neural Information Processing Systems*，第30卷（2017年），第5998–6008页。[51] N. Shazeer、A. Mirhoseini、K. Maziarz、A. Davis、Q. Le、G. Hinton 和 J. Dean，“规模惊人的神经网络：稀疏门控专家混合层”（2017年），arXiv:1701.06538 [cs.LG]。[52] A. Marandi、Z. Wang、K. Takata、R. L. Byer 和 Y. Ya- mamoto，《自然·光子学》8，937（2014年）。[53] T. Inagaki、K. Inaba、R. Hamerly、K. Inoue、Y. Ya- mamoto 和 H. Takesue，《自然·光子学》10，415（2016年）。[54] T. Inagaki、Y. Haribara、K. Igarashi、T. Sonobe、S. Ta- mate、T. Honjo、A. Marandi、P. L. McMahon、T. Umeki、K. Enbutsu、O. Tadanaga、H. Takenouchi、K. Aihara、K.-i. Kawarabayashi、K. Inoue、S. Utsunomiya 和 H. Takesue，《科学》354，603（2016年）。[55] P. L. McMahon、A. Marandi、Y. Haribara、R. Hamerly、C. Langrock、S. Tamate、T. Inagaki、H. Takesue、S. Utsunomiya、K. Aihara、R. L. Byer、M. M. Fejer、H. Mabuchi 和 Y. Yamamoto，《科学》354，614（2016年）。[56] A. Papp、W. Porod 和 G. Csaba，Nature Communica- tions 12，6422（2021年）。[57] A. V. Chumak、V. I. Vasyuchka、A. A. Serga 和 B. Hillebrands，《自然·物理》11，453（2015年）。[58] Q. Wang、G. Csaba、R. Verba、A. V. Chumak 和 P. Pirro，《物理评论应用》21，040503（2024年）。[59] S. O. Demokritov *et al.*，《自然》443，430（2006年）。[60] P. Nowik-Boltyk、O. Dzyapko、V. Demidov、N. Berloff 和 S. Demokritov，科学报告 2，482（2012年）。[61] N. Mohammadi Estakhri、B. Edwards 和 N. Engheta，《科学》 363，1333 （ 2019 年）。

[62] W. Wang 和 J.-J. E. Slotine，“利用神经振荡器进行 K 胜者全取计算”，（2004年），arXiv:q- bio/0401001 [q-bio.NC]。[63] T. W. Hughes、I. A. D. Williamson、M. Minkov 和 S. Fan，《科学进展》**5**，eaay6946（2019年）。[64] X. Zhu、K.Li、P.Zhang、J.Zhu、J.Zhang、C.Tian、和 S. Liu，《自然·通讯》**7**，11731（2016年）。[65] K. Vahala、M. Herrmann、S. Kn¨unz、V. Batteiger、G. Saathoff、T. H¨ansch、和 T. Udem，《自然·物理》**5**，682（2009年）。