面向BDRIS辅助的无蜂窝MIMO OFDM系统的去中心化协作波束成形

Konstantinos D. Katsanos，*IEEE*会员和George C. Alexandropoulos，*IEEE*高级会员

arXiv:2601.13201v1 [eess.SP] 19 Jan 2026

摘要—**本文研究一种宽带无蜂窝多流多用户多输入多输出（MIMO）正交频分复用（OFDM）系统，该系统运行于由多个超对角可重构智能表面（BDRIS）构建的智能无线环境中。本文提出一种新颖的去中心化有源与无源波束成形框架，该框架能够适应不完美的信道状态信息，并且在系统中的多个基站之间仅需最少协作即可确定共享BDRIS的最终配置，旨在大幅降低集中式方案所固有的开销，因为此类方案需要计算能力强大的中央处理单元。考虑一种动态组连接（DGC）BDRIS架构，并为每个单元设置频率选择性响应，我们针对BDRIS的可调电容和置换矩阵以及基站的预编码矩阵，构建了系统的和速率最大化问题，并通过逐次凹近似、交替投影以及用于BDRIS设计的基于共识的更新求解该问题。大量仿真结果表明，采用多种BDRIS架构的所提鲁棒去中心化协作方法优于非协作基准。此外，结果还表明，所考虑的DGC BDRIS架构能够实现与更复杂的全连接超对角可重构智能表面结构相近的和速率性能增益。**

索引词—**可重构智能表面、无小区多输入多输出、分布式波束成形、和速率优化、正交频分复用。**

I. 引言

新一代无线通信系统旨在支持极其密集的设备连接、大幅提升的数据吞吐量和超低端到端时延，同时显著提高能效。可重构智能表面（RIS）已成为实现可编程无线环境的关键技术，可动态控制无线电波传播 [1]。此外，无小区网络范式 [2] 构成了一种革命性架构，旨在实现基站（BS）的分布式用户中心协作，有望提升频谱效率、覆盖均匀性和干扰管理能力；近年来，这一范式已与可重构智能表面结合进行研究 [3]–[6]。

无蜂窝网络通常依赖具备强大计算能力的中央处理单元（CPU），该单元通过专用回传链路与分布式基站交互链路 [2]。假设每个基站都拥有完美的本地信道状态信息（CSI），随后必须将其转发至中央处理单元，以进行波束成形设计。因此，如何为由多个可重构智能表面（RIS）构建的智能无线环境中的无蜂窝多输入多输出（MIMO）通信系统开发有源和无源波束成形算法，成为一项重大挑战。就在最近， [7],有人提出了一种集中式设计，考虑了正交频分复用（OFDM）传输中可重构智能表面单元的频率选择性特性。

为降低对高复杂度中央处理单元的需求，近期关于无小区 MIMO 系统的研究主要聚焦于去中心化方案 [8], [9] 以及部分分布式波束成形策略 [10]。具体而言，文献 [8], 提出了一种利用随机并行游走技术的交替方向乘子法（ADMM）方案，而文献 [9]提出了一种基于学习的深度分布式 ADMM 框架。这两种方法都依赖于在存在多个可重构智能表面的场景中施加复杂的一致性约束。另一方面，为规避这些约束所带来的复杂性，文献 [10] 引入了一种部分分布式架构：中央处理单元负责优化高维被动波束成形器，而每个基站仅对自身的低维数字波束成形器执行本地优化。然而，上述所有无小区研究均假设由中央处理单元收集的完美全局信道状态信息可用。

可编程超表面技术中一种新兴的硬件架构基于超对角可重构智能表面（BDRIS），该架构实现了响应可调超材料相邻对之间的互连 [11], [12]。BDRIS 表示一种通用的可重构智能表面框架，其中散射矩阵不受限于对角形式 [13]。因此，不仅对角元素可以灵活调节，非对角元素也能够灵活调整，以控制波的传播 [14]。近期研究表明，与对角 RIS 相比，BDRIS 能够在多种重要的面向通信的目标中提供显著的性能增益，例如 MIMO容量最大化 [15],、和速率与能效最大化，以及功率最小化 [16]。此外，近期研究还表明，BDRIS 在无蜂窝大规模多输入多输出系统中同样具有优势 [17], [18]。具体而言，文献 [17],研究了部署混合透射-反射超对角可重构智能表面，以同时提升覆盖范围和空间复用，而文献 [18]则提出集成 BDRIS，以增强同时无线信息与能量传输。

本文受到 BDRIS 提供的额外设计自由度以及相应智能无线环境相较于不可控传播场景的预期容量提升潜力的启发，

本研究得到欧盟地平线欧洲计划研究与创新项目下 SNS JU 项目 6G-DISAC 的资助，资助协议编号为 101139130。作者任职于希腊雅典 16122 国立卡波季斯特里亚斯雅典大学信息学与电信系（电子邮件： {kkatsan, alexandg}@di.uoa.gr）。

我们聚焦于采用频分复用（OFDM）传输的无小区 MIMO 系统的分布式优化。该系统运行于多个共享的频率选择性 BDRIS 的影响区域内。本文的主要贡献总结如下。 [19],

- 本文提出一种新颖的分组策略，用于连接频率选择性 BDRIS 的单元。具体而言，系统中的每个 BDRIS 均采用阻抗开关网络实现，使组索引不受必须相邻的限制，从而为所考虑的无蜂窝多输入多输出正交频分复用系统提供了额外的优化自由度。

- 本文采用和速率最大化作为所考虑的宽带多 BDRIS 增强系统的设计目标，并针对各基站的预编码矩阵以及 BDRIS 的电容和置换矩阵，构建了一个颇具挑战性的非凸优化问题。本文提出一种新颖的分布式设计，仅需基于网络图进行最少协作，即可就系统共享 BDRIS 设备的最终配置达成共识，并且能够应对信道状态信息可用性不完美的情况。

- 本文给出了针对所提分布式设计的大量仿真结果，展示了所设计的最少协作相较于非协作基准方案的作用，以及所提 BDRIS架构相较于其他结构的优势。结果还表明，与集中式方法相比，所提设计在信道状态信息不完美的情况下更加稳健；其和速率性能也足够接近依赖全局信道状态信息可用性的基于 CPU 的协调设计。

我们关于去中心化协作有源—无源波束成形设计的初步版本近期已发表于 [20],，但该版本考虑的是无小区多输入单输出系统场景下的传统对角 RIS [1] 。与该工作不同，本文聚焦于更一般的 BDRIS 情形，并针对多流多输入多输出正交频分复用传输提出一种新颖的设计方案。

本文其余部分安排如下。第II节介绍所考虑的系统模型以及设计问题表述。第III 节介绍所提出的和速率最大化分布式设计框架；第IV节讨论对系统性能进行的广泛数值研究。最后，第V节给出本文的结论。

符号说明：小写和大写粗体字母分别表示向量和矩阵。复矩阵的转置、共轭转置、共轭、逆、行列式和实部分别表示为$\mathbf{A}^{\mathrm{T}}$、$\mathbf{A}^{\mathrm{H}}$、$\mathbf{A}^{*}$、$\mathbf{A}^{-1}$、 $|\mathbf{A}|$和 $\Re\{\mathbf{A}\}$。 $\mathbb{R}$、 $\mathbb{C}$ 分别表示实数集和复数集， $\jmath \triangleq \sqrt{-1}$ 表示虚数单位。$\mathbf{I}_n$ （$n \geq 2$）为 $n \times n$ 单位矩阵，$\mathbf{e}_{n'}$为$\mathbf{I}_n$ 的 n'列，其中 $n' = 1, 2, \ldots\ldots, n$； $\mathbf{0}_{m\times n}$为$m \times n$ 零矩阵， $\mathbf{1}_m$ 为含有 m个元素的全一向量。Tr（$\mathbf{A}$）和 $\|\mathbf{A}\|_{\mathrm{F}}$ 分别表示$\mathbf{A}$的迹和弗罗贝尼乌斯范数；而 $<\mathrm{A}_1,\mathrm{A}_2>\triangleq \Re\{\mathrm{Tr}(\mathrm{A}_1^H\mathrm{A}_2)\}$ 表示维数适当的矩阵 A_1 与A_2 之间的内积，$\mathrm{A}_1 \otimes \mathrm{A}_2$ 表示克罗内克积。$\mathbb{E}[\cdot]$ 表示期望算子，$\mathrm{x} \sim \mathcal{CN}(\mathrm{a}, \mathrm{A})$表示均值为a、协方差矩阵为A的复高斯随机向量。 $[\mathrm{A}]_{i,\ j}$ 表示矩阵A的第（i， j）个元素； $[\mathrm{A}]_{i:j,\ :}$ （$[\mathrm{A}]_{:,\ i:j}$）表示由A中从 i 到 j 行（列）的元素构成的子矩阵；vec(A)表示按列堆叠A的各元素所得的算子，而unvec(a)表示其逆运算。$\mathrm{A}_1 \bigoplus \mathrm{A}_2$ 表示两个方阵A_1 和A_2,的直和，其结果为分块对角矩阵，非零对角块为A_1 和A_2； $\bigoplus_{i=1}^{n}\mathrm{A}_i$ 表示将此运算扩展至任意有限个矩阵。 $\nabla_{\mathbf{A}} f$ 表示函数 f（·）沿A所指方向的梯度向量。最后， $\mathcal{O}$（·）表示大O记号。

II. 系统模型与问题表述

本节概述所考虑的系统模型，该模型包含多个以无小区方式部署的基站、可重构超表面和用户设备（UE），并介绍所提出的 BDRIS架构及其接收信号模型。此外，本节还介绍基站与用户设备共享的多个 BDRIS 的可调参数和基站预编码器的联合设计目标。

A. 系统模型

考虑一个由 B 个基站和 R 个BDRIS组成的无小区MIMO无线系统，该系统在下行方向向 U 个用户设备进行数据通信。每个第 b 个基站（$b = 1, 2, \ldots, B$）配备 N_t 个天线单元，并在 K 个子载波（SC）上进行OFDM传输；而每个第 u 个用户设备（$u = 1, 2, \ldots, U$）和第 r 个BDRIS（$r = 1, 2, \ldots, R$）分别拥有 N_r 根天线和具有可重构电磁响应的 M 个单元。令 $\mathbf{x}_{b,k} \triangleq \sum_{u=1}^{U}\mathbf{W}_{b,u,k}\mathbf{s}_{u,k}$ 表示每个第 b 个基站的发射信号，其中 $\mathbf{W}_{b,u,k} \in \mathbb{C}^{N_t\times N_s}$ 表示用于数据信号符号 $\mathbf{s}_{u,k} \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}_{N_s}, \mathbf{I}_{N_s})$的数字预编码矩阵， $N_s \leq \min\{N_r, N_t\}$ （通常从离散调制集合中选取）；该符号面向第 u 个用户设备，在第 k 个子载波上发送。假设每个第 b 个基站的最大发射功率为 $P_b^{\max}$，则必须满足约束 $\sum_{u=1}^{U}\sum_{k=1}^{K}\|\mathbf{W}_{b,u,k}\|^2\mathrm{F} \leq P\mathrm{max}_b$。

在所考虑的无小区多输入多输出系统中，部署的 BDRIS 可由所有基站和用户设备共享，因此需要由前者联合设计 [21]。这与最先进的多 RIS 赋能系统设计大不相同；在这类设计中，每个超表面都由一个不同的基站独占控制和优化 [22]–[24],即使每个超表面都可能影响附近的基站（例如，安装在蜂窝系统部署中的小区边界处）。此外，典型的无小区网络架构需要采用计算能力强大的中央处理单元，通过专用控制链路与每个基站以及（若存在）每个 RIS 控制器进行交互。该单元实际上会收集所有必要的输入（例如，瞬时信道状态信息），以制定整体系统设计目标，然后对其进行求解。优化后的系统

参数最终会传输到相应的系统实体（例如，基站预编码矩阵和 RIS 配置）。如下文将详细介绍的那样，所提出的无小区多输入多输出系统以分布式方式运行，仅需最少的协作，便可就系统共享的 BDRIS 设备配置达成共识。假设每个基站都会估计所有涉及自身的瞬时信道状态信息，并通过专用的无误差控制链路与其他基站共享。对于涉及BDRIS信道的瞬时信道状态信息，处理方式也相同：可先由预先指定的基站收集（基于 RIS 的系统的信道状态信息估计技术示例见 [25]–[27]），然后在这些基站之间共享。接着，每个基站都会求解一个优化问题，以设计其多用户设备预编码矩阵以及 BDRIS 的配置。对于后者的设计，优化过程中各基站会通过专用的无误差控制链路共享相关参数，以促使所有共享的 BDRIS 在无小区多输入多输出正交频分复用系统中的最终配置达成共识。

*B. BDRIS*架构与频率相关响应

针对每个 r个BDRIS [28], , 考虑采用动态组连接（DGC）架构，根据该架构，其元素数量 M 被划分为 G 个独立组，每组的元素数量为$\tilde{M} \triangleq M/G$。具体而言，BDRIS配置矩阵$\mathbf{\Phi}_{r,}$ $_{k}$ $=$具有如下块对角结构：$\mathbf{\Phi}_{r,,,}$其中$_{,,}$。另一方面，分组策略是一个由矩阵$\mathbf{Q}_{p,r} \in \mathbb{R}^{M\times M}$表示的设计参数，可通过阻抗开关网络 [28]实际实现。具体而言，$\mathbf{Q}_{p,r}$ 是一个置换矩阵，其作用是重新排列常见组连接（GC）架构的顺序，使得每个 g组 $\mathcal{G}_g$($g = 1, 2, \ldots, G$)由索引为 [29]的元素组成，从而得到：

$$\mathcal{G}_g \triangleq \left\{ p\left((g-1)\tilde{M}+1\right), \ldots, p\left(g\tilde{M}\right) \right\}, \tag{1}$$

因此 $\mathbf{Q}_{p,\ r} = [\mathbf{e}_{p(1)},\ \ldots\ldots,\ \mathbf{e}_{p(M)}]$。不失一般性地，还假设所提出的 BDRIS架构是互易的，这意味着超表面的总体响应矩阵 $\widetilde{\mathbf{\Phi}}_{r,\ k} \in \mathbb{C}^{M\times M}$ 满足以下表达式：

$$\widetilde{\mathbf{\Phi}}_{r,k} = \mathbf{Q}_{p,r}\mathbf{\Phi}_{r,k}\mathbf{Q}_{p,r}^{\mathrm{T}}\, \forall r \in \mathcal{R}, \forall k \in \mathcal{K}, \tag{2}$$

其中 $\mathcal{R} \triangleq \{1, 2, \ldots, R\}$和 $\mathcal{K} \triangleq \{1, 2, \ldots, K\}$，$\mathbf{\Phi}_{r,\ k}$需要满足互易条件 $\mathbf{\Phi}_{r,\ k}^{\mathrm{T}} = \mathbf{\Phi}_{r,\ k}$，以及能量守恒约束 $\mathbf{\Phi}_{r,\ k}\mathbf{\Phi}_{r,\ k}^{\mathrm{H}} \preceq \mathbf{I}_M$。

我们进一步采用一般性假设：每个 BDRIS 中第 r 个组的每个第 g 个组内的第 n 个单元（$n = 1, 2, \ldots, M$）可表示为一个等效谐振电路，该电路由一个电阻器 R_0、一个可调电容器 $[\mathbf{C}_{\tilde{}}$ $_{r\ \ n',\ g}]_{n,}$ $(n' = 1, 2, \ldots, M)$、一个串联连接的电感器 L_2，以及一个与前三个电路元件并联的额外电感器 L_1 组成，用于连接第 g 组中的元件 n 和 n' （其中 $n \neq n'$）。随后，每个第 r 个 BDRIS 中完全连接的组可视为一个多端口网络，其响应配置可以通过散射矩阵 $\mathbf{\Phi}_{r,\ k,\ g}$ 建模，并可在频域中表示如下 [30]:

$$\mathbf{\Phi}_{r,k,g}(\mathbf{C}_{r,g}, f_k) = (\mathbf{A}_{r,k,g} + \psi_0\mathbf{I}_{\tilde{M}})^{-1}(\mathbf{A}_{r,k,g} - \psi_0\mathbf{I}_{\tilde{M}}), \tag{3}$$

其中，f_k 表示第 k 个子载波频率，ψ_0 表示传播介质的特性导纳，而 $\tilde{\ }\ \tilde{\ }\mathbf{A}_{r,\ k,\ g} \equiv \mathbf{A}_{r,\ k,\ g}(\mathbf{C}_{r,\ g},\ f_k)$ $\in \mathbb{C}^{M\times M}$ 是一个矩阵，用于汇集所有 r 个 BDRIS 元件连接之间等效电路的特性导纳。特别地，假设 $\mathbf{C}_{r,}$ $_{g} \in \mathbb{R}^{M\times M}$ 是一个对称矩阵，而 $\mathbf{A}_{r,\ k,\ g}$ 的元素对于 $\kappa \triangleq 2\pi$ 给出如下：

$$[\mathbf{A}_{r,k,g}(\mathbf{C}_{r,g}, f_k)]_{n,n'} = \begin{cases} \sum_{\tilde{n}=1}^{\tilde{M}} \left(\dfrac{1}{R_0 + \jmath\kappa f_k L_2 + \frac{1}{\jmath\kappa f_k [\mathbf{C}_{r,g}]_{n,\tilde{n}}}} + \dfrac{1}{\jmath\kappa f_k L_1} \right), & n = n', \\ -\left(\dfrac{1}{R_0 + \jmath\kappa f_k L_2 + \frac{1}{\jmath\kappa f_k [\mathbf{C}_{r,g}]_{n,n'}}} + \dfrac{1}{\jmath\kappa f_k L_1} \right), & n \neq n'. \end{cases} \tag{4}$$

需要指出的是，矩阵 $\mathbf{C}_{r,g}$ 的对称性保证了$\mathbf{\Phi}_{r,k,g}$ 的对称性，因此也保证了 $\mathbf{\Phi}_{r,k}$的对称性。

C. 接收信号模型

根据所考虑的无小区网络架构，总共有 $(R+1)BU$ 条正在通信的基站-用户设备链路，其中 BU 条是基站与用户设备之间的直连链路，其余则与 BDRIS 辅助可调反射相关。令 $\mathbf{H}_{b,u,k} \in \mathbb{C}^{N_t\times N_r}$ 表示每个 k号 SC 上第 b个基站与第 u个用户设备之间的直达信道增益矩阵。此外，还存在基站-BDRIS-用户设备链路，即第 b个基站发射的信号经第 r个 BDRIS 反射后到达第 u个用户设备。令 $\mathbf{F}_{b,r,}$ $_{k} \in \mathbb{C}^{M\times N_t}$和 $\mathbf{G}_{r,u,k} \in \mathbb{C}^{N_r\times M}$ 分别表示每个 k号 SC 上的各基站-BDRIS 信道和各 BDRIS-用户设备信道。于是，每个 u号用户设备处的基带接收信号可在频域中表示为：

$$\mathbf{y}_{u,k} \triangleq \sum_{b=1}^{B} \mathbf{y}_{b,u,k} + \mathbf{n}_{u,k}, \tag{5}$$

其中，$\mathbf{y}_{b,\ u,\ k}$ 表示从第 b个基站接收到的信号，其表达式为：

$$\mathbf{y}_{b,u,k} \triangleq \left(\mathbf{H}_{b,u,k} + \sum_{r=1}^{R} \mathbf{G}_{r,u,k}\widetilde{\mathbf{\Phi}}_{r,k}\mathbf{F}_{b,r,k} \right) \sum_{q=1}^{U} \mathbf{W}_{b,q,k}\mathbf{s}_{q,k}, \tag{6}$$

其中 $\mathbf{n}_{u,k} \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \sigma_{u,k}^2\mathbf{I}_{N_r})$ 表示对每个 $_{\ b\ u}$ $_{\ b\ u\ k}$ $+$ $\sum_{r=1}^{R}$ $_{\ r\ u\ k}\widetilde{\mathbf{\Phi}}_{r\ k}$ $_{\ b\ r\ k} \in \mathbb{C}^{N_t\times N_r}$ 号用户设备接收机处热噪声进行建模的加性高斯白噪声（AWGN）。根据定义 $\tilde{}$ $\mathbf{H}_{,,k} \triangleq \mathbf{H}_{,,}\mathbf{G}_{,,}\mathbf{F}_{,,}$，式（5）中的接收信号模型可以更简洁地改写如下：

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_{u,k} = &\sum_{b=1}^{B} \widetilde{\mathbf{H}}_{b,u,k}\mathbf{W}_{b,u,k}\mathbf{s}_{u,k} \\ &+ \sum_{\substack{q=1,\\ q\neq u}}^{U} \sum_{b=1}^{B} \widetilde{\mathbf{H}}_{b,u,k}\mathbf{W}_{b,q,k}\mathbf{s}_{q,k} + \mathbf{n}_{u,k}, \end{aligned} \tag{7}$$

其中，第一个求和项是每个 u 号用户设备的期望信号，而第二组求和项表示总干扰信号。

D. 系统设计目标

基于式（7）中的接收信号模型，定义包含系统设计参数的以下矩阵：i）预编码矩阵 $\widetilde{\mathbf{W}} \triangleq \left[\widetilde{\mathbf{W}}_1^{\mathrm{T}}, \ldots, \widetilde{\mathbf{W}}_B^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}} \in \mathbb{C}^{BUKN_t \times N_s}$，其中 $\widetilde{\mathbf{W}}_b \triangleq \left[\mathbf{W}_{b,1}^{\mathrm{T}} \cdots \mathbf{W}_{b,U}^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}} \in \mathbb{C}^{UKN_t \times N_s}$，$\mathbf{W}_{b,u} \triangleq [\mathbf{W}_{b,u,1}, \ldots, \mathbf{W}_{b,u,K}]^{\mathrm{T}} \in \mathbb{C}^{KN_t \times N_s}$，和 $\mathbf{W}_{b,u,k}$，$k = 1, \ldots, K$；ii）可调电容器 $\widetilde{\mathbf{C}} \triangleq \bigoplus_{r=1}^{R} \mathbf{C}_r \in \mathbb{R}^{RM \times RM}$；以及 iii）置换矩阵 $\widetilde{\mathbf{Q}}_p \triangleq \bigoplus_{r=1}^{R} \mathbf{Q}_{p,r} \in \mathbb{R}^{RM \times RM}$。将多用户设备干扰视为每个 u 个用户设备侧的额外噪声后，每个 u 个用户设备的可达瞬时速率性能（单位为比特 / 秒 / 赫兹（bits/s/Hz））可表示为以下系统设计变量的函数（省略常数乘法因子 $1/K$）：

$$\mathcal{R}_u\left(\widetilde{\mathbf{W}}, \widetilde{\mathbf{C}}, \widetilde{\mathbf{Q}}_p\right) = \sum_{k=1}^{K} \log_2 \left| \mathbf{I}_{N_s} + \mathbf{S}_{u,u,k}^{\mathrm{H}} \mathbf{P}_{u,k}^{-1} \mathbf{S}_{u,u,k} \right|, \quad (8)$$

其中 $\mathbf{P}_{u,k} \triangleq \sum_{q=1}^{U} \sum_{q \neq u}^{B} \widetilde{\mathbf{H}}_{b,u,k}^{\mathrm{H}} \mathbf{W}_{b,q,k} \mathbf{W}_{b,q,k}^{\mathrm{H}} \widetilde{\mathbf{H}}_{b,u,k} + \sigma_{u,k}^2 \mathbf{I}_{N_r} \in \mathbb{C}^{N_r \times N_s}$，$\mathbf{S}_{u,q,k} \triangleq \widetilde{\mathbf{H}}_{b,u,k} \mathbf{W}_{b,q,k}$。本文在假设已知不完美瞬时CSI知识的情况下，致力于最大化所考虑的宽带无小区多BDRIS赋能多输入多输出系统的可达和速率。用数学术语来说，本文的系统设计问题可表述如下：

$$\begin{aligned}
\mathcal{OP}: \max_{\widetilde{\mathbf{W}}, \widetilde{\mathbf{C}}, \widetilde{\mathbf{Q}}_p} \quad & \mathcal{R} \triangleq \mathbb{E}_{\mathbf{H},\mathbf{G},\mathbf{F}} \left[\sum_{u=1}^{U} \mathcal{R}_u \left(\widetilde{\mathbf{W}}, \widetilde{\mathbf{C}}, \widetilde{\mathbf{Q}}_p \right) \right] \\
\text{s.t.} \quad & \sum_{u=1}^{U} \sum_{k=1}^{K} \|\mathbf{W}_{b,u,k}\|_{\mathrm{F}}^2 \leq P_b^{\max} \quad \forall b \in \mathcal{B}, \\
& \mathbf{C}_{r,g} = \mathbf{C}_{r,g}^{\mathrm{T}} \quad \forall r \in \mathcal{R}, g \in \mathcal{G}, \\
& C_{\min} \leq [\mathbf{C}_{r,g}]_{n,n'} \leq C_{\max} \quad \forall n, n' \in \mathcal{N}, \\
& \mathbf{Q}_{p,r} \in \mathcal{Q} \quad \forall r \in \mathcal{R},
\end{aligned}$$

目标函数中的期望是针对所有信道增益的估计误差计算的，这些信道增益封装在 $\mathbf{H}_{b,u,k}$ 中，对所有索引 b、u、k 以及集合 $\mathcal{B} \triangleq \{1, 2, \ldots, B\}$ $\mathcal{G} \triangleq \{1, 2, \ldots, G\}$ $\mathcal{N} \triangleq \{1, 2, \ldots, M\}$ 均如此。最后，第二个约束中的参数 $C_{\min}$ 和 $C_{\max}$ 表示由电路特性确定的BDRIS可调电容器允许的最小值和最大值，而 $\mathcal{Q} \triangleq \{\mathbf{Q}_{p,r} \in \{0,1\}^{M \times M} : \mathbf{Q}_{p,r}\mathbf{1}_M = \mathbf{1}_M, \mathbf{Q}_{p,r}^{\mathrm{T}}\mathbf{1}_M = \mathbf{1}_M\}$ 表示每个DGC BDRIS上置换矩阵的可行集。

III. 分布式和速率最大化

本节重点研究如何求解 $\mathcal{OP}$，其依据是第II-A节介绍的去中心化协作设计框架。具体而言，将多个基站视为智能体，其目标是协作最大化和速率函数 $\mathcal{R}$，同时尽可能减少彼此之间的消息交换。然而，与蜂窝情形不同，[22], [31],$\mathcal{OP}$的目标函数无法按智能体进行分解，这给分布式处理带来了固有的困难。尽管如此，接下来我们将提出一种去中心化优化框架，并考虑到所有 BDRIS 均可由所有基站和用户设备共享。具体而言，目标是让所有基站就一组共同的 $\widetilde{\mathbf{C}}$ 和 $\widetilde{\mathbf{Q}}_p$ BDRIS配置参数达成一致，同时，各基站在 $\mathbf{W}_b$ 中的预编码矩阵则独立优化。因此，每个基站都拥有自己的一组变量，其中涉及的 BDRIS 必须是共有的；换言之，在设计优化过程中，各基站需要就这些变量达成共识。

基于上述观察，并利用 [32], 中详述的随机分解法，可将分布式版本的 $\mathcal{OP}$ 数学表示如下，该问题由每个 b 个基站求解：

$$\mathcal{OP}_{\mathcal{D},b}: \max_{\mathbf{X}_b \in \mathcal{X}} \sum_{u=1}^{U} \widehat{\mathcal{R}}_u \left(\mathbf{X}_b; \mathbf{X}_{-b}^t, \boldsymbol{\eta}_b^t \right),$$

其中，$\mathbf{X}_b \triangleq \left[\widetilde{\mathbf{W}}_b^{\mathrm{T}}, \widetilde{\mathbf{C}}_b^{\mathrm{T}}, \widetilde{\mathbf{Q}}_{p,b}^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}}$ 包含第 b 个基站的设计参数，$\mathcal{X}$ 表示由 $\mathcal{OP}$ 中所述约束集的交集定义的可行集；而对于每次第 t 次算法迭代，$\mathbf{X}_{-b}^t$ 汇集了其他所有基站的参数，$\boldsymbol{\eta}_b^t$ 表示本地生成的含噪信道样本。此外，$\mathcal{OP}_{\mathcal{D},b}$ 目标函数中的第 u 项由下式给出：

$$\begin{aligned}
\widehat{\mathcal{R}}_u(\mathbf{X}_b; \mathbf{X}_{-b}^t, \boldsymbol{\eta}_b^t) \triangleq \rho^t \widetilde{\mathcal{R}}_u(\mathbf{X}_b; \mathbf{X}_{-b}^t, \boldsymbol{\eta}_b^t) \\
+ \rho^t < \boldsymbol{\Pi}_{\mathbf{X}_b}^t, \mathbf{X}_b - \mathbf{X}_b^t > \\
+ (1-\rho^t) < \mathbf{D}_{\mathbf{X}_b}^t, \mathbf{X}_b - \mathbf{X}_b^t > \\
- \frac{\tau}{2} \left\| \mathbf{X}_b - \mathbf{X}_b^t \right\|_{\mathrm{F}}^2,
\end{aligned} \quad (9)$$

其中第一项表示 $\mathcal{R}_u$ 的代理函数，其定义如下：

$$\begin{aligned}
\widetilde{\mathcal{R}}_u(\mathbf{X}_b; \mathbf{X}_{-b}^t, \boldsymbol{\eta}_b^t) \triangleq \mathcal{R}_u(\mathbf{X}_b; \mathbf{X}_{-b}^t, \boldsymbol{\eta}_b^t) \\
+ < \boldsymbol{\Gamma}_{\widetilde{\mathbf{C}}_b}^t, \widetilde{\mathbf{C}}_b - \widetilde{\mathbf{C}}_b^t > + < \boldsymbol{\Gamma}_{\widetilde{\mathbf{Q}}_{p,b}}^t, \widetilde{\mathbf{Q}}_{p,b} - \widetilde{\mathbf{Q}}_{p,b}^t >,
\end{aligned} \quad (10)$$

with $\boldsymbol{\Gamma}_{\widetilde{\mathbf{C}}_b}^t \triangleq \nabla_{\widetilde{\mathbf{C}}_b} \mathcal{R}_u(\widetilde{\mathbf{C}}_b; \mathbf{X}_{-b}^t, \boldsymbol{\eta}_b^t)\big|_{\widetilde{\mathbf{C}}_b = \widetilde{\mathbf{C}}_b^t}$, $\boldsymbol{\Gamma}_{\widetilde{\mathbf{Q}}_{p,b}}^t \triangleq \nabla_{\widetilde{\mathbf{Q}}_{p,b}} \mathcal{R}_u(\widetilde{\mathbf{Q}}_b; \mathbf{X}_{-b}^t, \boldsymbol{\eta}_b^t)\big|_{\widetilde{\mathbf{Q}}_b = \widetilde{\mathbf{Q}}_b^t}$ having a role in the decoupling of $\widetilde{\mathbf{W}}_b$, $\widetilde{\mathbf{C}}_b$, and $\widetilde{\mathbf{Q}}_{p,b}$ in the objective function $\mathcal{R}_u$. In addition, $\boldsymbol{\Pi}_{\mathbf{X}_b}^t \triangleq \sum_{q=1, q\neq u}^{U} \nabla_{\mathbf{X}_b} \mathcal{R}_q(\mathbf{X}_b; \mathbf{X}_{-b}^t, \boldsymbol{\eta}_b^t)\big|_{\mathbf{X}_b = \mathbf{X}_b^t}$ is characterized as the pricing matrix [22], while $\mathbf{D}_{\mathbf{X}_b}^t$ serves as an online estimate of the gradient of the objective function at the realization $\boldsymbol{\eta}_b^t$, which is updated recursively as[1] [32]:

$$\mathbf{D}_{\mathbf{X}_b}^t = (1-\rho^t)\mathbf{D}_{\mathbf{X}_b}^{t-1} + \rho^t \left(\boldsymbol{\Pi}_{\mathbf{X}_b}^t + \nabla_{\mathbf{X}_b} \mathcal{R}_u(\mathbf{X}_b^t; \mathbf{X}_{-b}^t, \boldsymbol{\eta}_b^t) \right), \quad (11)$$

其中，$\rho^t \in (0, 1]$ 为合适的步长序列（令$\rho^0 = 1$），而 $\tau > 0$ 则用于确保代理函数 $\widehat{\mathcal{R}}_u$（$\mathbf{X}_b$; $\mathbf{X}_{-b}^t$, $\boldsymbol{\eta}_b^t$）具有强凹性。在接下来的小节中，我们求解

[1]请注意，从此处开始，我们将稍微滥用符号 $\nabla_{\mathbf{x}} f(\mathbf{x})|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}^t}$，为简洁起见，改用 $\nabla_{\mathbf{x}} f(\mathbf{x}^t)$。

$\mathcal{OP}_{\mathcal{D},\,b}$ 针对$\mathbf{X}_b$中包含的三组设计参数$\tilde{}$ $\tilde{}$ $\tilde{}$分别进行局部求解，即$\mathbf{W}_b$、$\mathbf{C}_b$ 和$\mathbf{Q}_{p,\,b}$。

A. 各 b个基站的预编码优化

关于第 b 个基站预编码矩阵的优化问题可化简为以下形式：

$$\begin{aligned}\mathcal{OP}_{\tilde{\mathbf{W}}_b}:\ \max_{\mathbf{W}_{b,u,k}}\quad & f(\mathbf{W}_{b,u,k}) \triangleq \rho^t \mathcal{R}_{u,k}(\mathbf{W}_{b,u,k};\mathbf{X}_{-b}^t,\boldsymbol{\eta}_b^t)\\ &+\rho^t < \mathbf{\Pi}_{\mathbf{W}_{b,u,k}}^t, \mathbf{W}_{b,u,k}-\mathbf{W}_{b,u,k}^t >\\ &+(1-\rho^t) < \mathbf{D}_{\mathbf{W}_{b,u,k}}^t, \mathbf{W}_{b,u,k}-\mathbf{W}_{b,u,k}^t >\\ &-\frac{\tau}{2}\left\|\mathbf{W}_{b,u,k}-\mathbf{W}_{b,u,k}^t\right\|_{\mathrm{F}}^2\\ \text{s.t.}\quad & \sum_{u=1}^{U}\sum_{k=1}^{K}\|\mathbf{W}_{b,u,k}\|_{\mathrm{F}}^2 \le P_b^{\max}.\end{aligned}$$

为求解该问题，我们首先处理其目标函数中第一项（即对数项 $\mathcal{R}_{u,\,k}$）的非凹性，为此我们使用以下引理。

引理 *1.* 设矩阵定义如下：$T_{u,k} \triangleq S_{u,u,k}S_{u,u,k}^{\mathrm{H}}+P_{u,k}$, $L_{u,k} \triangleq I_{N_s}-S_{u,u,k}^{\mathrm{H}}T_{u,k}^{-1}S_{u,u,k}$, $M_{u,k} \triangleq L_{u,k}^{-1}S_{u,u,k}^{\mathrm{H}}T_{u,k}^{-1}$, $\tilde{\mathbf{H}}_{u,k} \triangleq \sum_{b'=1}^{B}\sum_{b'\neq b}\mathbf{H}_{b',u,k}\mathbf{W}_{b',u,k}$, $\mathcal{R}_{u,k} \triangleq \log_2\det(\mathbf{T}_{u,k})-\log_2\det(\mathbf{L}_{u,k})$, $\mathbf{T}_{u,k}$, $\mathbf{N}_{u,k}$, $\mathbf{T}_{u,k}$, $\mathbf{S}_{u,k}$, $\mathbf{M}_{u,k}$, 和 $\mathbf{R}_{u,k}$, $\mathbf{H}_{b,u,k}$, $\mathbf{W}_{b,u,k}$. 那么，*(8)* 中表示的 $\mathcal{R}_{u,k}$ 的第 - 项和可由代理函数 $\breve{\mathcal{R}}_{u,k}(\mathbf{W}_{b,u,k})$ 下界化。事实上，有：

$$\begin{aligned}\mathcal{R}_{u,k} &\ge \breve{\mathcal{R}}_{u,k}(\mathbf{W}_{b,u,k})\\ &= \frac{-1}{\ln(2)}\Bigg(\mathrm{Tr}\left(\widetilde{\mathbf{H}}_{b,u,k}^{\mathrm{H}}\mathbf{N}_{u,k}\widetilde{\mathbf{H}}_{b,u,k}\mathbf{W}_{b,u,k}\mathbf{W}_{b,u,k}^{\mathrm{H}}\right)\\ &\quad+\mathrm{Tr}\left(\mathbf{R}_{u,k}^{\mathrm{H}}\mathbf{N}_{u,k}\widetilde{\mathbf{H}}_{b,u,k}\mathbf{W}_{b,u,k}\right)\\ &\quad+\mathrm{Tr}\left(\widetilde{\mathbf{H}}_{b,u,k}^{\mathrm{H}}\mathbf{N}_{u,k}\mathbf{R}_{u,k}\mathbf{W}_{b,u,k}^{\mathrm{H}}\right)\\ &\quad-2\Re\left\{\mathrm{Tr}\left(\mathbf{M}_{u,k}\widetilde{\mathbf{H}}_{b,u,k}\mathbf{W}_{b,u,k}\right)\right\}\Bigg).\end{aligned}$$

证明：证明见附录A。 ■

在给出 $\mathcal{OP}$ -$\mathbf{w}_b$ 的解之前，我们先详细说明 $\mathbf{\Pi}_{\mathbf{W}_{b,\,u,\,k}}^t$ 和 $\mathbf{D}_{\mathbf{W}_{b,\,u,\,k}}^t$ 的表达式，这些表达式可根据其定义，通过计算梯度表达式推导得出。具体而言，令 $\mathbf{K}_{q,\,k} \triangleq \mathbf{I}_{N_s}+\mathbf{S}_{q,\,q,\,k}^{\mathrm{H}}\mathbf{P}_{q,k}^{-1}\mathbf{S}_{q,\,q,\,k}$，可得所需的定价矩阵表达式如下：

$$\mathbf{\Pi}_{\mathbf{W}_{b,u,k}}^t = \frac{-1}{\ln(2)}\sum_{\substack{q=1,\\ q\neq u}}^{U}\widetilde{\mathbf{H}}_{b,q,k}^{\mathrm{H}}\mathbf{P}_{q,k}^{-1}\mathbf{S}_{q,q,k}\mathbf{K}_{q,k}^{-1}\mathbf{S}_{q,q,k}^{\mathrm{H}}\mathbf{P}_{q,k}^{-1}\mathbf{S}_{q,u,k}, \tag{12}$$

而对于$\mathbf{D}\mathbf{w}_{b,\,u,\,k}$，只需根据（11）计算 $\nabla_{\mathbf{w}_{b,\,u,\,k}}\mathcal{R}_{u,\,k}$，其表达式推导如下：

$$\nabla_{\mathbf{W}_{b,u,k}}\mathcal{R}_{u,k} = \frac{1}{\ln(2)}\widetilde{\mathbf{H}}_{b,u,k}^{\mathrm{H}}\mathbf{P}_{u,k}^{-1}\mathbf{S}_{u,u,k}\mathbf{K}_{u,k}^{-1}. \tag{13}$$

因此，结合（12）和（13）可得 $\mathbf{D}_{\mathbf{W}_{b,u,k}}^t$。

为了求解 $\mathcal{OP}$ -$\mathbf{w}_b$，只需根据引理$\mathcal{R}_{u,\,k}$ 将其替换为$\mathcal{R}_{u,\,k}$ 并注意到它是1，一个凹优化问题。因此，可以利用其拉格朗日函数直接求解，其表达式为：

$$\begin{aligned}\mathcal{L}(\mathbf{W}_{b,u,k},\lambda) &= \rho^t\breve{\mathcal{R}}_{u,k}(\mathbf{W}_{b,u,k})\\ &\quad+\rho^t\Re\left\{\mathrm{Tr}\left(\mathbf{\Pi}_{\mathbf{W}_{b,u,k}}^{t,\mathrm{H}}\left(\mathbf{W}_{b,u,k}-\mathbf{W}_{b,u,k}^t\right)\right)\right\}\\ &\quad+(1-\rho^t)\Re\left\{\mathrm{Tr}\left(\mathbf{D}_{\mathbf{W}_{b,u,k}}^{t,\mathrm{H}}\left(\mathbf{W}_{b,u,k}-\mathbf{W}_{b,u,k}^t\right)\right)\right\}\\ &\quad-\frac{\tau}{2}\mathrm{Tr}\left(\left(\mathbf{W}_{b,u,k}-\mathbf{W}_{b,u,k}^t\right)^{\mathrm{H}}\left(\mathbf{W}_{b,u,k}-\mathbf{W}_{b,u,k}^t\right)\right)\\ &\quad-\lambda\left(\sum_{u=1}^{U}\sum_{k=1}^{K}\mathrm{Tr}\left(\mathbf{W}_{b,u,k}^{\mathrm{H}}\mathbf{W}_{b,u,k}\right)-P_b^{\max}\right),\end{aligned}$$

其中，λ 是与发射功率约束相关的非负拉格朗日乘子。然后，通过将$\mathcal{L}(\mathbf{W}_{b,\,u,\,k},\ \lambda)$ 关于 $\mathbf{W}_{b,\,u,\,k}$ 的偏导数与零矩阵 $\mathbf{0}_{N_t\times N_s}$ 进行比较，可得到最优的 $\mathbf{W}_{b,\,u,\,k}$，进而推导出每个基站预编码矩阵的以下闭式表达式：

$$\mathbf{W}_{b,u,k}^{\mathrm{opt}}(\lambda) = \left(\mathbf{E}_{b,u,k}+\lambda\mathbf{I}_{N_t}\right)^{-1}\mathbf{J}_{b,u,k}, \tag{14}$$

其中使用了以下矩阵定义：

$$\mathbf{E}_{b,u,k} \triangleq \frac{\rho^t}{\ln(2)}\widetilde{\mathbf{H}}_{b,u,k}^{\mathrm{H}}\mathbf{N}_{u,k}\widetilde{\mathbf{H}}_{b,u,k}+\frac{\tau}{2}\mathbf{I}_{N_t}, \tag{15}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{J}_{b,u,k} &\triangleq \frac{\rho^t}{\ln(2)}\widetilde{\mathbf{H}}_{b,u,k}^{\mathrm{H}}\left(\mathbf{M}_{u,k}-\mathbf{N}_{u,k}\mathbf{R}_{u,k}\right)\\ &\quad+\frac{\rho^t}{2}\mathbf{\Pi}_{\mathbf{W}_{b,u,k}}^t+\frac{1-\rho^t}{2}\mathbf{D}_{\mathbf{W}_{b,u,k}}^t+\frac{\tau}{2}\mathbf{W}_{b,u,k}^t.\end{aligned} \tag{16}$$

显然，$\mathbf{W}_{b\,u\,,,k}^{\mathrm{opt}}$ 取决于 λ。为了获得其最优值，只需考虑斯莱特条件 [33]，然后执行类似于 [22] 及其中所引用文献的方法进行二分搜索。

B. 每个第 b个基站的*BDRIS*相位配置优化

每个第 b个基站需要求解的关于$\tilde{}$电容矩阵$\mathbf{C}_b$以及最终的无源波束成形矩阵$\mathbf{\Phi}_{r,k}$的简化优化问题$\mathcal{OP}_{\mathcal{D},\,b}$ 表示如下：

$$\begin{aligned}\mathcal{OP}_{\widetilde{\mathbf{C}}_b}:\ \max_{\widetilde{\mathbf{C}}_b}\quad & h(\widetilde{\mathbf{C}}_b) \triangleq \rho^t < \mathbf{\Gamma}_{\widetilde{\mathbf{C}}_b}^t+\mathbf{\Pi}_{\widetilde{\mathbf{C}}_b}^t, \widetilde{\mathbf{C}}_b-\widetilde{\mathbf{C}}_b^t >\\ &+(1-\rho^t) < \mathbf{D}_{\widetilde{\mathbf{C}}_b}^t, \widetilde{\mathbf{C}}_b-\widetilde{\mathbf{C}}_b^t >\\ &-\frac{\tau}{2}\left\|\widetilde{\mathbf{C}}_b-\widetilde{\mathbf{C}}_b^t\right\|_{\mathrm{F}}^2\\ \text{s.t.}\quad & \mathbf{C}_{b,r,g}=\mathbf{C}_{b,r,g}^{\mathrm{T}}\forall g\in\mathcal{G},\\ & C_{\min}\le[\mathbf{C}_{b,r,g}]_{n,n'}\le C_{\max}\ \ \forall n,n'\in\mathcal{N}.\end{aligned}$$

容易推知，上述问题关于$\mathbf{C}_b$是凹的，因为其目标函数是凹函数，且约束集是两个凸集的交集。此外，为了在已部署的基站之间实现共识，我们采用一阶动态方法 [34]，通过局部信息交换来跟踪平均梯度。具体而言，如 [35],所提出的，令平均梯度表示为 $\nabla\mathcal{R}\left(\tilde{}\mathbf{C}_b^t;\ \boldsymbol{\eta}_b^t\right) \triangleq \frac{1}{B}\nabla_{\widetilde{\mathbf{C}}_b}\mathcal{R}\left(\tilde{}\mathbf{C}_b^t;\ \boldsymbol{\eta}_b^t\right)$，其中 $\mathcal{R}\left(\tilde{}\mathbf{C}_b;\ \boldsymbol{\eta}_b^t\right) \triangleq \sum_{u=1}^{U}\mathcal{R}_u\left(\tilde{}\mathbf{C}_b;\ \boldsymbol{\eta}_b^t\right)$。此外，令$\mathbf{Y}_{\widetilde{\mathbf{C}}_b}^t$为每个 b号基站的局部辅助变量，其作用是

渐近跟踪 $\nabla\mathcal{R}\left(\widetilde{\mathbf{C}}_b^t;\ \boldsymbol{\eta}_b^t\right)$。然后，根据 [36], 中的动态平均一致性方法，可依据以下更新规则实现梯度跟踪：

$$\begin{aligned}\mathbf{Y}_{\widetilde{\mathbf{C}}_b}^t = &\sum_{i\in\mathcal{N}_b^t}[\mathbf{V}_{\text{net}}^t]_{b,i}\mathbf{Y}_{\widetilde{\mathbf{C}}_i}^{t-1} + \nabla_{\widetilde{\mathbf{C}}_b}\overline{\mathcal{R}}\left(\widetilde{\mathbf{C}}_b^t;\boldsymbol{\eta}_b^t\right)\\ &- \nabla_{\widetilde{\mathbf{C}}_b}\overline{\mathcal{R}}\left(\widetilde{\mathbf{C}}_b^{t-1};\boldsymbol{\eta}_b^{t-1}\right)\end{aligned} \tag{17}$$

其中 $\mathbf{Y}_{\widetilde{\mathbf{C}}_b}^0 = \nabla_{\widetilde{\mathbf{C}}_b}\overline{\mathcal{R}}\left(\widetilde{\mathbf{C}}_b^0;\ \boldsymbol{\eta}_b^0\right)$。此外，矩阵 $\mathbf{V}_{\text{net}}^t \in \mathbb{R}^{B\times B}$ 的各元素表示连通网络图 $\mathcal{G}=(\mathcal{V},\ \mathcal{E})$的权重（可能随时间变化），其中$\mathcal{V}\equiv\mathcal{B}$ 和 $\mathcal{E}$ 是所考虑网络拓扑的边集。假设 $\mathbf{V}_{\text{net}}\mathbf{1}_B = \mathbf{1}_B$ 和 $\mathbf{1}_B^{\mathrm{T}}\mathbf{V}_{\text{net}}^{\mathrm{T}} = \mathbf{1}_B^{\mathrm{T}}$，即 $\mathbf{V}_{\text{net}}$ 必须满足双随机性，才能实现共识。此外，$\mathcal{N}_b^t$ 表示每个 b基站的邻居。因此，给定 $\mathbf{Y}_{\widetilde{\mathbf{C}}_b}^t$后，每个 b基站都可以在本地计算其定价矩阵 $\boldsymbol{\Pi}_{\widetilde{\mathbf{C}}_b}^t$ 以及矩阵 $\mathbf{D}_{\widetilde{\mathbf{C}}_b}^t$，如下所示：

$$\boldsymbol{\Pi}_{\widetilde{\mathbf{C}}_b}^t = B\mathbf{Y}_{\widetilde{\mathbf{C}}_b}^t - \nabla_{\widetilde{\mathbf{C}}_b}\overline{\mathcal{R}}\left(\widetilde{\mathbf{C}}_b^t;\boldsymbol{\eta}_b^t\right), \tag{18}$$

$$\mathbf{D}_{\widetilde{\mathbf{C}}_b}^t = (1-\rho^t)\mathbf{D}_{\widetilde{\mathbf{C}}_b}^{t-1} + \rho^t B\mathbf{Y}_{\widetilde{\mathbf{C}}_b}^t. \tag{19}$$

显然，要继续求解 $\mathcal{OP}_{\widetilde{\mathbf{C}}_b}$，只需推导 $\mathcal{R}$ 关于 $\mathbf{C}_b$的梯度，具体见以下定理。

定理1. 设有以下矩阵定义：

$$\boldsymbol{\Delta}_{b,r,q,k,g} \triangleq \mathbf{W}_{b,q,k}^{\mathrm{H}}\mathbf{F}_{b,r,k,g}^{\mathrm{H}}\mathbf{Q}_{p,b,r,g}, \tag{20}$$

$$\boldsymbol{\Xi}_{b,r,u,k,g} \triangleq \mathbf{G}_{r,u,k,g}^{*}\mathbf{Q}_{p,b,r,g}, \tag{21}$$

$$\mathbf{X}_{r,k,g} \triangleq \mathbf{A}_{r,k,g} + \psi_0\mathbf{I}_{\tilde{M}}, \tag{22}$$

其中使用了以下子矩阵 $\forall g\in\mathcal{G}$：

$$\mathbf{F}_{b,r,k,g} \triangleq [\mathbf{F}_{b,r,k}]_{(1+(g-1)\tilde{M}):g\tilde{M},:}, \tag{23}$$

$$\mathbf{G}_{r,u,k,g} \triangleq [\mathbf{G}_{r,u,k}]_{:,(1+(g-1)\tilde{M}):g\tilde{M}}, \tag{24}$$

$$\mathbf{Q}_{p,b,r,g} \triangleq \left[\mathbf{Q}_{p,b,r}\right]_{(1+(g-1)\tilde{M}):g\tilde{M},(1+(g-1)\tilde{M}):g\tilde{M}}, \tag{25}$$

和$\mathbf{A}_{r,k,g}$ 由(4)给出。于是，梯度$\nabla_{\widetilde{\mathbf{C}}_b}\mathcal{R}$ 可表示如下：

$$\nabla_{\widetilde{\mathbf{C}}_b}\overline{\mathcal{R}} = \bigoplus_{r=1}^{R}\nabla_{\mathbf{C}_{b,r}}\overline{\mathcal{R}} \tag{26}$$

其中 $\nabla_{\mathbf{C}_b}\mathcal{R} = \sum_{u=1}^{U}\sum_{k=1}^{K}\nabla_{\mathbf{C}_{b,r,g}}\mathcal{R}_{u,k}$ 以及 $\nabla_{\mathbf{C}_{b,r,g}}\mathcal{R} = \bigoplus_{g=1}^{G}\nabla_{\mathbf{C}_{b,r,g}}\mathcal{R}$，其中每个加项为：

$$\nabla_{\mathbf{C}_{b,r,g}}\mathcal{R}_{u,k} = \frac{-4\psi_0}{\ln(2)}\,\mathrm{unvec}\left(\Re\left\{\boldsymbol{\Lambda}_{b,r,k,g}^{\mathrm{H}}\,\mathrm{vec}\left(\boldsymbol{\Theta}_{b,r,u,k,g}\right)\right\}\right). \tag{27}$$

对于后一个表达式，有：

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\Theta}_{b,r,u,k,g} \triangleq\ &\mathbf{X}_{r,k,g}^{-\mathrm{H}}\boldsymbol{\Xi}_{b,r,u,k,g}^{\mathrm{T}}\mathbf{P}_{u,k}^{-1}\mathbf{S}_{u,u,k}\mathbf{K}_{u,k}^{-1}\\ &\times\left(\boldsymbol{\Delta}_{b,r,u,k,g} - \mathbf{S}_{u,u,k}^{\mathrm{H}}\mathbf{P}_{u,k}^{-1}\sum_{\substack{q=1,\\ q\neq u}}^{U}\mathbf{S}_{u,q,k}\boldsymbol{\Delta}_{b,r,q,k,g}\right)\mathbf{X}_{r,k,g}^{-*},\end{aligned} \tag{28}$$

而 $\boldsymbol{\Lambda}_{b,r,k,g}\in\mathbb{C}^{\tilde{M}^2\times\tilde{M}^2}$ 是一个稀疏矩阵，其非零元素为 $\mathbf{A}_{r,k,g}$ 相对于$\mathrm{vec}(\mathbf{C}_{b,r,g})$中各元素的偏导数。特别地，有：

$$[\boldsymbol{\Lambda}_{b,r,k,g}]_{i,j} = \begin{cases}\frac{\beta}{(\beta\delta[\mathbf{C}_{b,r,g}]_{n,n'}+1)^2}, & \begin{matrix}i=(n'-1)\tilde{M}+n,\\ j=(\tilde{m}-1)\tilde{M}+n,\\ n=n',\ \forall\tilde{m}=1:\tilde{M}\end{matrix}\\ \frac{-\beta}{(\beta\delta[\mathbf{C}_{b,r,g}]_{n,n'}+1)^2}, & \begin{matrix}i=(n'-1)\tilde{M}+n,\\ j=(n'-1)\tilde{M}+n,\\ n\neq n'\end{matrix}\\ 0, & otherwise\end{cases} \tag{29}$$

where $\beta\triangleq\jmath\kappa f_k$, $\delta\triangleq R_0+\jmath\kappa f_k L_2$, *and* $i,j=1,2,\ldots,\tilde{M}^2$.

证明：证明见附录B ■

。根据先前推导出的梯度矩阵 $\boldsymbol{\Gamma}_{\widetilde{\mathbf{C}}_b}^t$, $\boldsymbol{\Pi}_{\widetilde{\mathbf{C}}_b}^t$ 以及目标函数中出现的$\mathbf{D}_{\widetilde{\mathbf{C}}_b}^t$ 可直接计算。因此，经过简单的代数运算并利用恒等式 $\mathrm{Tr}(\mathbf{A}) = \mathrm{Tr}(\mathbf{A}^{\mathrm{T}})$，以及条件 $\widetilde{\mathbf{C}}_b^t = \widetilde{\mathbf{C}}_b^{t\,\mathrm{T}}$，可以得到 $h(\widetilde{\mathbf{C}}^{-\frac{\tau}{2}}) = \left(\begin{smallmatrix}t\\ b\end{smallmatrix}\right) + \left(\begin{smallmatrix}t-1\\ b\end{smallmatrix}\right)$)

Tr_CCTr U, cC，其中：

$$\mathbf{U}_{\widetilde{\mathbf{C}}_b}^t \triangleq \tau\widetilde{\mathbf{C}}_b^t + \rho^t\left(\boldsymbol{\Gamma}_{\widetilde{\mathbf{C}}_b}^t + \boldsymbol{\Pi}_{\widetilde{\mathbf{C}}_b}^t\right) + (1-\rho^t)\mathbf{D}_{\widetilde{\mathbf{C}}_b}^t. \tag{30}$$

接下来，根据$\widetilde{\mathbf{C}}_b$的块对角结构，以及每个 r阶 BDRIS 和每个 g组在可分别处理的意义上相互独立这一事实，$h(\mathbf{C}_b)$可以化简为以下表达式：

$$\tilde{h}(\mathbf{C}_{b,r,g}) = \sum_{g=1}^{G}\mathrm{Tr}\left(\left(-\frac{\tau}{2}\mathbf{C}_{b,r,g} + \mathbf{U}_{\mathbf{C}_{b,r,g}}^t\right)^{\mathrm{T}}\mathbf{C}_{b,r,g}\right), \tag{31}$$

其中，我们用到了以下性质：$(\bigoplus_{j=1}^{J}\mathrm{A}j)^{\mathrm{T}} = \bigoplus_{j=1}^{J}\mathrm{A}j^{\mathrm{T}}$以及 $\mathrm{Tr}(\bigoplus_{j=1}^{J}\mathrm{A}j) = \sum_{j=1}^{J}\mathrm{Tr}(\mathrm{A}j)$ [37]。因此，只需推导 $\mathrm{C}_{b\,r,,g}^{\mathrm{opt}}\ \forall r\in\mathcal{R},\forall g\in\mathcal{G}$，然后构造 $\widetilde{\mathrm{C}}_b^{\mathrm{opt}}$。为此，一种候选解是考虑无约束解，利用最优性一阶条件可得 $\mathrm{C}_{b,r,g}^{\star} = \frac{1}{\tau}\mathrm{U}_{\mathbf{C}_{b,r,g}}^t$。然而，我们注意到，右侧的矩阵 $\mathrm{U}_{\mathbf{C}_{b,r,g}}^t$并不可行。即使它满足盒约束，也不满足对称约束（即 $\mathrm{C}_{b,r,g}^{\star} \neq \mathrm{C}_{b\,r}^{\star\,\mathrm{T}},,,g$），观察式 (27)–(29) 后即可看出这一点。尽管设计矩阵 $\mathrm{C}_{b,r,g}$ 的约束集是凸的（如前所述），但将 $\mathrm{C}_{b,r,g}^{\star}$投影到该约束集并非易事，因为不存在精确的闭式表达式。为解决这一难题，同时保证得到强收敛点 $\mathrm{C}_{b\,r,,g}^{\mathrm{opt}}$ [38]，我们提出一种基于简化版 Dykstra算法 [39],的迭代交替投影过程，其步骤概述于算法 1 中。在步骤 3 和步骤 5 中，我们分别使用映射 $\mathcal{P}_{\mathcal{S}}(\cdot)$和 $\mathcal{P}_{\mathcal{B}}(\cdot)$，将其作为对称约束集和盒约束集上的投影算子，作用于输入矩阵。具体而言，$\mathcal{P}_{\mathcal{S}}(\mathrm{A}) = \frac{1}{2}(\mathrm{A}+\mathrm{A}^{\mathrm{T}})$, 而$\mathcal{P}_{\mathcal{B}}(\mathrm{A}) = \max(\min([\mathrm{A}]_{i,j}, C_{\max}),\ C_{\min})\ \forall i,j=1,2,\ldots,N$，其中 $\mathrm{A}\in\mathbb{R}^{N\times N}$为任意方阵。因此，算法 1 的输出即为满足 $\mathcal{OP}_{\widetilde{\mathbf{C}}_b}$的期望可行解。

C. 每个 b基站的 *RIS* 置换矩阵优化

包含置换矩阵 $\widetilde{\mathbf{Q}}_{p,\ b,\ r}\ \forall r\in\mathcal{R}$ 的设计问题，其中包含$\mathbf{Q}_{p,\ b}$ 可以证明（与

Algorithm 1 Proposed Dykstra's-based Solution for $\mathbf{C}_{b,r,g}$

Input: $\ell = 0$, $\mathbf{C}_{b,r,g}^{(0)} = \mathbf{C}_{b,r,g}^{\star}$, $\mathbf{V}^{(0)} = \mathbf{B}^{(0)} = \mathbf{0}_{\tilde{M}\times\tilde{M}}$, and algorithmic threshold $\epsilon > 0$.
for $\ell = 0, 1, \ldots$
  Compute $\mathbf{A}^{(\ell)} = \mathcal{P}_{\mathcal{S}}\left(\mathbf{C}_{b,r,g}^{(\ell)} + \mathbf{V}^{(\ell)}\right)$.
  Compute $\mathbf{V}^{(\ell+1)} = \mathbf{C}_{b,r,g}^{(\ell)} + \mathbf{V}^{(\ell)} - \mathbf{A}^{(\ell)}$.
  Compute $\mathbf{C}_{b,r,g}^{(\ell+1)} = \mathcal{P}_{\mathcal{B}}\left(\mathbf{A}^{(\ell)} + \mathbf{B}^{(\ell)}\right)$.
  Compute $\mathbf{B}^{(\ell+1)} = \mathbf{A}^{(\ell)} + \mathbf{B}^{(\ell)} - \mathbf{C}_{b,r,g}^{(\ell+1)}$.
  if $\left\|\mathbf{C}_{b,r,g}^{(\ell+1)} - \mathbf{C}_{b,r,g}^{(\ell)}\right\|_{\mathrm{F}} \le \epsilon$
    $\mathbf{C}_{b,r,g}^{\mathrm{opt}} = \mathbf{C}_{b,r,g}^{(\ell+1)}$ and **break**;
  end if
end for
Output: $\mathbf{C}_{b,r,g}^{\mathrm{opt}}$.

的情况类似），该问题可简化为以下优化子问题：

$$\mathcal{OP}_{\tilde{\mathbf{Q}}_{p,b}}: \max_{\mathbf{Q}_{p,b,r}\in\mathcal{Q}} \quad g(\mathbf{Q}_{p,b,r}) \triangleq \mathrm{Tr}\left(\mathbf{U}_{\mathbf{Q}_{p,b,r}}^{t,\mathrm{T}}\mathbf{Q}_{p,b,r}\right) - \frac{\tau}{2}\left\|\mathbf{Q}_{p,b,r} - \mathbf{Q}_{p,b,r}^{t}\right\|_{\mathrm{F}}^{2},$$

其中 $\mathbf{U}_{\mathbf{Q}_{p,b,r}}^{t} \triangleq \rho^{t}\left(\mathbf{\Gamma}_{\mathbf{Q}_{p,b,r}}^{t} + \mathbf{\Pi}_{\mathbf{Q}_{p,b,r}}^{t}\right) + (1-\rho^{t})\mathbf{D}_{\mathbf{Q}_{p,b,r}}^{t}$。为求解 $\mathcal{OP}$-$\mathbf{Q}_{p,b}$，我们首先需要推导矩阵 $\mathbf{\Gamma}_{\mathbf{Q}_{p,b,r}}^{t}$, $\mathbf{\Pi}_{\mathbf{Q}_{p,b,r}}^{t}$ 和 $\mathbf{D}_{\mathbf{Q}_{p,b,r}}^{t}$，其表达式取决于下文推导的梯度 $\nabla_{\mathbf{Q}_{p,b,r}}\mathcal{R}_{u,k}$。

推论1。$\mathcal{R}_{u,k}$ 关于矩阵 $\mathbf{Q}_{p,b,r}$ 的梯度由以下解析表达式给出：

$$\nabla_{\mathbf{Q}_{p,b,r}}\mathcal{R}_{u,k} = \frac{2}{\ln(2)}\Re\left\{\mathbf{\Phi}_{r,k}\mathbf{Q}_{p,b,r}^{\mathrm{T}} \times \left(\mathbf{\Sigma}_{b,r,u,k} + \mathbf{\Sigma}_{b,r,u,k}^{\mathrm{T}} - \sum_{\substack{q=1,\\ q\neq u}}^{U}\left(\mathbf{\Psi}_{b,r,u,q,k} + \mathbf{\Psi}_{b,r,u,q,k}^{\mathrm{T}}\right)\right)\right\}, \tag{32}$$

其中使用了以下矩阵定义：

$$\mathbf{\Sigma}_{b,r,u,k} \triangleq \mathbf{F}_{b,r,k}\mathbf{W}_{b,u,k}\mathbf{K}_{u,k}^{-1}\mathbf{S}_{u,u,k}^{\mathrm{H}}\mathbf{P}_{u,k}^{-1}\mathbf{G}_{r,u,k}, \tag{33}$$

$$\mathbf{\Psi}_{b,r,u,q,k} \triangleq \mathbf{F}_{b,r,k}\mathbf{W}_{b,q,k}\mathbf{S}_{u,q,k}^{\mathrm{H}}\mathbf{P}_{u,k}^{-1} \times \mathbf{S}_{u,u,k}\mathbf{K}_{u,k}^{-1}\mathbf{S}_{u,u,k}^{\mathrm{H}}\mathbf{P}_{u,k}^{-1}\mathbf{G}_{r,u,k}. \tag{34}$$

证明：由于篇幅所限，省略详细证明；证明过程与利用附录B 中信道$\mathbf{H}_{b,u,k}$的表达式（1 ）44证明定理相似。■

基于上述梯度推导，我们可以计算目标函数 $g(\mathbf{Q}_{p,b,r})$ 中矩阵 $\mathbf{U}_{\mathbf{Q}_{p,b,r}}^{t}$ 所包含矩阵的表达式，如下：

$$\mathbf{\Gamma}_{\mathbf{Q}_{p,b,r}}^{t} = \sum_{u=1}^{U}\sum_{k=1}^{K}\nabla_{\mathbf{Q}_{p,b,r}}\mathcal{R}_{u,k}\left(\mathbf{Q}_{p,b,r}^{t};\boldsymbol{\eta}_{b}^{t}\right), \tag{35}$$

$$\mathbf{\Pi}_{\mathbf{Q}_{p,b,r}}^{t} = B\mathbf{Y}_{\mathbf{Q}_{p,b,r}}^{t} - \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{Q}_{p,b,r}}^{t}, \tag{36}$$

$$\mathbf{D}_{\mathbf{Q}_{p,b,r}}^{t} = (1-\rho^{t})\mathbf{D}_{\mathbf{Q}_{p,b,r}}^{t-1} + \rho^{t}B\mathbf{Y}_{\mathbf{Q}_{p,b,r}}^{t}, \tag{37}$$

其中$\mathbf{Y}_{\mathbf{Q}_{p,b,r}}^{t}$ 的表达式与（17）类似，如下所示：

$$\mathbf{Y}_{\mathbf{Q}_{p,b,r}}^{t} = \sum_{i\in\mathcal{N}_{b}^{t}}[\mathbf{V}_{\mathrm{net}}]_{b,i}\mathbf{Y}_{\mathbf{Q}_{p,i,r}}^{t-1} + \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{Q}_{p,b,r}}^{t} - \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{Q}_{p,b,r}}^{t-1}. \tag{38}$$

因此，要解决 $\mathcal{OP}_{\tilde{\mathbf{Q}}_{p,b}}$，只需展开范数，这表明该问题可等价地改写如下：

$$\mathcal{OP}_{\tilde{\mathbf{Q}}_{p,b}}: \max_{\mathbf{Q}_{p,b,r}\in\mathcal{Q}} \mathrm{Tr}\left(\widetilde{\mathbf{U}}_{\mathbf{Q}_{p,b,r}}^{t,\mathrm{T}}\mathbf{Q}_{p,b,r}\right)$$

其中 $\widetilde{\mathbf{U}}_{\mathbf{Q}_{p,b,r}}^{t} \triangleq \tau\mathbf{Q}_{p,b,r}^{t} + \mathbf{U}_{\mathbf{Q}_{p,b,r}}^{t}$，二次项 $\mathrm{Tr}(\mathbf{Q}_{p,b,r}^{\mathrm{T}}\mathbf{Q}_{p,b,r})$ 被视为常数 M，因为根据定义，$\mathbf{Q}_{p,b,r}$ 是置换矩阵。该简化版本的 $\mathcal{OP}_{\tilde{\mathbf{Q}}_{p,b}}$ 属于线性指派问题（LSAPs），其最优解可通过线性规划技术或稀疏矩阵策略的排列 [40] 高效求得。

D. 总体分散式协作求解

根据前面各小节，最佳响应映射 $\hat{\mathbf{X}}_{b}^{t}$ 可通过求解 $\mathcal{OP}$-$\mathbf{W}_{b}$，$\mathcal{OP}$-$\mathbf{C}_{b}$ 和 $\mathcal{OP}$-$\mathbf{Q}_{p,b}$ 获得。随后，对每个变量应用更新规则 $(1-\alpha^{t})\mathbf{X}_{b}^{t} + \alpha^{t}\hat{\mathbf{X}}_{b}^{t}$，即可最终得到 $\mathcal{OP}$ 的解，其中 α^{t} 表示算法迭代 t 次时变化的步长。然而，对于 BDRIS 的设计参数 C 和 Q，还需要进行一致性更新，以促使各基站渐近达成一致。具体而言，每个基站按照基于共识的步骤更新其 BDRIS变量，该步骤表示为 $\mathbf{X}_{b}^{t+1} = \sum_{i\in\mathcal{N}_{b}^{t}}[\mathbf{V}_{\mathrm{net}}^{t}]_{b,i}\check{\mathbf{X}}_{i}^{t+1}$，其中 $\mathbf{X}_{b}$ 是电容或置换矩阵设计参数，$\mathbf{X}_{b}$ 表示采用步长 α^{t} 执行更新规则后的结果点。此外，$\mathcal{N}_{b}^{t} \triangleq \{i|(i,b) \in \mathcal{E}^{t}\}\cup\{b\}$ 表示算法步骤 t 中第 b 个基站的邻域，该邻域也包含该基站。此时需要注意，针对 BDRIS变量 $\mathbf{Q}_{p,b}$ 的最后两条更新规则会破坏该设计参数的可行性，即很可能有 $\check{\mathbf{Q}}_{p,b}^{t+1} \notin \mathcal{Q}$。为解决这一问题并获得满足共识的可行 $\check{\mathbf{Q}}_{p,b}^{t+1}$，我们进一步求解以下投影问题：

$$\mathcal{OP}_{\mathbf{Q}_{p,b,r}}^{\mathrm{Proj}}: \tilde{\mathbf{Q}}_{p,b,r}^{t+1} = \arg\min_{\mathbf{Q}_{p,b,r}\in\mathcal{Q}}\left\|\mathbf{Q}_{p,b,r} - \check{\mathbf{Q}}_{p,b,r}^{t+1}\right\|_{\mathrm{F}}^{2},$$

其中 $\check{\mathbf{Q}}_{p,b,r}^{t+1}$ 表示按照上述更新规则得到的不可行变量。可以证明，$\mathcal{OP}_{\mathbf{Q}_{p,b,r}}^{\mathrm{Proj}}$ 可归结为线性和指派问题，能够像 $\mathcal{OP}_{\tilde{\mathbf{Q}}_{p,b}}$ 一样高效求解。整体分布式协作求解方案 $\mathcal{OP}$ 称为基于共识的随机分布式逐次凹近似（CSD-SCA），总结于算法2。

E. 收敛性与复杂度分析

首先定义算法2的输出序列 $\mathbf{x}^{t^{\star}} \triangleq \mathrm{vec}\left(\left\{\mathbf{X}^{t^{\star}}\right\}\right)$，并令 $\mathbf{x}^{t^{\star}}$ RIS $\in \mathbb{R}^{Bd\times 1}$ 为收集所有输出BDRIS变量的向量，即 $\check{\mathbf{C}}^{t^{\star}}$ 和 $\check{\mathbf{Q}}_{p}^{t^{\star}}$，其中

算法2所提出的CSD-SCA设计求解 $\mathcal{OP}$1: **输入：** $t=0$, $\{\alpha^t\}>0$, $\{\rho^t\}>0$, $\tau>0$, $\epsilon>0$, B, 可行的 $\widetilde{\mathbf{W}}_0$, $\widetilde{\mathbf{C}}_0$, $\widetilde{\mathbf{Q}}_p^0$, $\mathcal{R}^0=\sum_{u=1}^U \mathcal{R}_u(\widetilde{\mathbf{W}}_0,\widetilde{\mathbf{C}}_0,\widetilde{\mathbf{Q}}_p^0;\boldsymbol{\eta}_b^0)$, $\mathbf{Y}^0_{\widetilde{\mathbf{C}}_b}=\nabla_{\widetilde{\mathbf{C}}_b}\mathcal{R}(\widetilde{\mathbf{C}}_b^0;\boldsymbol{\eta}_b^0)$, $\mathbf{\Pi}^0_{\widetilde{\mathbf{C}}_b}=(B-1)\mathbf{Y}^0_{\widetilde{\mathbf{C}}_b}$, 以及 $\mathbf{D}^0_{\widetilde{\mathbf{C}}_b}=B\mathbf{Y}^0_{\widetilde{\mathbf{C}}_b}$, 还有 $\mathbf{Y}^0_{\widetilde{\mathbf{Q}}_{p,b}}=\nabla_{\widetilde{\mathbf{Q}}_{p,b}}\mathcal{R}(\widetilde{\mathbf{Q}}^0_{p,b};\boldsymbol{\eta}_b^0)$, $\mathbf{\Pi}^0_{\widetilde{\mathbf{Q}}_{p,b}}=(B-1)\mathbf{Y}^0_{\widetilde{\mathbf{Q}}_{p,b}}$ 和 $\mathbf{D}^0_{\widetilde{\mathbf{Q}}_{p,b}}=B\mathbf{Y}^0_{\widetilde{\mathbf{Q}}_{p,b}}$ $\forall b\in\mathcal{B}$. 2: 对于 $t=0,1,\ldots$ 3: 使用 (2)、(3) 和 (4) 计算 $\widetilde{\mathbf{\Phi}}_{r,k}^t(\widetilde{\mathbf{C}}_b^t,\widetilde{\mathbf{Q}}_{p,b}^t)$ $\forall r,k,b$。 4: (S.1) SCA优化： 5: 对于 $b=1,2,\ldots,B$6: 根据 (12) 计算 $\mathbf{\Pi}^t_{\mathbf{W}_{b,u,k}}$，并结合 (12) 和 (13) 计算 $\mathbf{D}^t_{\mathbf{W}_{b,u,k}}$。 7: 根据 (14) 和二分法计算 $\hat{\mathbf{W}}_{b,u,k}^t=\arg\max_{\mathbf{W}_{b,u,k}} f(\mathbf{W}_{b,u,k})\forall u,k$。 8: 根据定理1计算 $\mathbf{\Gamma}^t_{\widetilde{\mathbf{C}}_b}$。 9: 根据 $\mathbf{C}_b$算法 1，使用 (30) 中给出的 $\frac{1}{\tau}\mathbf{U}^t_{\widetilde{\mathbf{C}}_b}$ 作为输入，获得 $\hat{\mathbf{C}}_b^t=\arg\max_{\widetilde{\mathbf{C}}_b} h(\widetilde{\mathbf{C}}_b)$。 10: 根据 (35) 计算 $\mathbf{\Gamma}^t_{\mathbf{Q}_{p,b}}$。 11: 通过数值求解线性和指派问题 $\mathcal{OP}$-$\mathbf{Q}_{p,b}$，计算 $\hat{\mathbf{Q}}_{p,b,r}^t=\arg\max_{\mathbf{Q}_{p,b,r}} g(\mathbf{Q}_{p,b,r})$。 12: 获得 $\mathbf{W}_{b,u,k}^{t+1}=(1-\alpha^t)\mathbf{W}_{b,u,k}^t+\alpha^t\hat{\mathbf{W}}_{b,u,k}^t$, $\breve{\mathbf{C}}_b^{t+1}=(1-\alpha^t)\widetilde{\mathbf{C}}_b^t+\alpha^t\hat{\mathbf{C}}_b^t$, 以及 $\breve{\mathbf{Q}}_{p,b}^{t+1}=(1-\alpha^t)\widetilde{\mathbf{Q}}_{p,b}^t+\alpha^t\hat{\mathbf{Q}}_{p,b}^t$。 13: 结束循环 14: 随机信道集 $\boldsymbol{\eta}^{t+1}$ 已实现。 15: (S.2) BDRISs的一致性更新：16 $b=1,2,\ldots,B$: 对于 , , , : 获得 $\mathbf{C}_b^{t+1}=\sum_{i\in\mathcal{N}_b^t}[\mathbf{V}_{\text{net}}^t]_{b,i}\breve{\mathbf{C}}_i^{t+1}$。 17: 18: 根据 (17) 和 (18) 分别计算 $\mathbf{Y}^{t+1}_{\widetilde{\mathbf{C}}_b}$ 和 $\mathbf{\Pi}^{t+1}_{\widetilde{\mathbf{C}}^b}$。 19: 计算 $\breve{\mathbf{Q}}_p^{t+1}$, $_b=\sum_{i\in\mathcal{N}_b^t}[\mathbf{V}_{\text{net}}^t]_{b,i}\breve{\mathbf{Q}}_{p\,i}^{t+1}$, 。 20: 通过数值求解线性和指派问题 $\mathcal{OP}^{\text{Proj}}\mathbf{Q}_{p,b}$，获得 $\widetilde{\mathbf{Q}}_{p\,b}^{t+1}$。 21: 使用 (36) 和 (38) 分别计算 $\mathbf{\Pi}^{t+1}\mathbf{Q}_{p,b,r}$ 和 $\mathbf{Y}^{t+1}\mathbf{Q}_{p,b,r}$ $\forall r\in\mathcal{R}$。 22: 结束循环 23: (S.3) 梯度平均： 24: 对于 $b=1,2,\ldots,B$25: 根据 (11) 计算 $\mathbf{D}^{t+1}\mathbf{W}_{b,u,k}$ $\forall u,k$。 26: 根据 (19) 和 (37) 分别计算 $\mathbf{D}^{t+1}_{\widetilde{\mathbf{C}}_b}$ 和 $\mathbf{D}^{t+1}\mathbf{Q}_{p,b,r}$ $\forall r\in\mathcal{R}$。 27: 结束循环 28: 如果 $\left|\left(\mathcal{R}^{(t+1)}-\mathcal{R}^{(t)}\right)/\mathcal{R}^{(t+1)}\right|\le\epsilon$，则退出； 29: 结束 if 30: 结束循环 31: 输出：$\mathbf{X}^{t^\star}=\left[\widetilde{\mathbf{W}}_{t^\star},\widetilde{\mathbf{C}}_{t^\star},\widetilde{\mathbf{Q}}_p^{t^\star}\right]^{\mathrm{T}}$,T。

$t^\star$ 表示算法迭代次数，即Algorithm 2终止时的迭代次数， d 表示每个 b号基站处BDRIS变量拼接向量的维度。另设$\bar{\mathbf{x}}^{t^\star}{}_{\text{RIS}}\triangleq\frac{1}{B}(\mathbf{1}_B^{\mathrm{T}}\otimes\mathbf{I}_d)\mathbf{x}^{t^\star}{}_{\text{RIS}}\in\mathbb{R}^{d\times1}$ 为BDRIS参数的平均向量。于是，我们有以下定理。

定理2。 假设：*i)* 信道实现 $\{\boldsymbol{\eta}^t\}_{t=0}^{t^\star}$有界、相互独立且同分布；*ii)* 图 $\mathcal{G}$ 连通；*iii)* 权重矩阵 $\mathbf{V}_{\text{net}}^t$ 满足双随机性：$\mathbf{V}_{\text{net}}^t\mathbf{1}_B=\mathbf{V}^t{}_{,\text{net}}\mathbf{1}_B=\mathbf{1}_B$。此外，若序列 $\{\alpha^t\}$, $\{\rho^t\}$ 的选取满足以下条件： $\gamma^t\in(0,1]$ $\forall t$, $\sum_{t=0}^{\infty}\gamma^t<\infty$, $\sum_{t=0}^{\infty}(\gamma^t)^2<\infty$（其中 γ^t 等于 α^t 或 ρ^t），且$\lim_{t\to\infty}\alpha^t/\rho^t=0$, 则所提出的 *CSD-SCA* 算法具有以下两个性质：

1) 收敛：序列 $\{\mathbf{x}^{t^\star}\}$的每个极限点几乎必然是 $\mathcal{OP}$ 的一个驻点解。*2)* 共识：序列 $\{\mathbf{x}^{t^\star}{}_{\text{RIS}}\}$ 与 $\{\bar{\mathbf{x}}^{t^\star}{}_{\text{RIS}}\}$ 之间的一致性误差渐近趋于零，即 $\left\|\mathbf{x}^{t^\star}{}_{\text{RIS}}-(\mathbf{1}_B\otimes\mathbf{I}_d)\bar{\mathbf{x}}^{t^\star}{}_{\text{RIS}}\right\|\xrightarrow[t^\star\to\infty]{}0$。

证明：证明结合了 [22, 定理 2], [32,定理 1], 和 [35,定理 3],中的证明，因此受篇幅限制，此处省略。■

根据算法2的主要步骤，对其计算复杂度进行如下分析。在步骤 3 中，计算级联信道需要对导纳矩阵求逆，所需计算量为 $\mathcal{O}(BRKG\tilde{M}^3)$。与步骤 6 相关的定价矩阵和累加矩阵的计算复杂度为 $\mathcal{O}(2UKN_r^3)$，而步骤 7 的计算开销为 $\mathcal{O}(UKN_t^3)$。步骤 8 中，由于式 (27) 中的乘法运算，最坏情况下的复杂度为 $\mathcal{O}(RG\tilde{M}^2)$；而步骤 9 中调用的算法 1 的计算开销可以忽略。此外，步骤 10 由于式 (33) 和式 (34) 中的矩阵求逆，最坏情况下的复杂度为 $\mathcal{OP}$ $(2N_s^3N_r^3)$；根据 [22]及其中引用的文献，线性和指派问题$\mathcal{OP}$-$\mathbf{Q}_{p,b}$的求解在最坏情况下的复杂度为 $\mathcal{O}(RM(\mu+M\log M))$。因此，SCA优化算法步骤（即步骤 5–13）的整体计算复杂度等于 $\mathcal{O}\left(B\left(2UKN_r^3+UKN_t^3+RG\tilde{M}^2+2N_s^3N_r^3+RM(\mu+M\log M)\right)\right)$。类似地，可推得一致性更新（步骤 16–22）和梯度平均（步骤 24–27）的计算复杂度分别为 $\mathcal{O}(B(N_s^3N_r^3+RM(\mu+\log M)))$ 和$\mathcal{O}(BN_s^3N_r^3)$。综上，所提出的分布式协同设计求解 $\mathcal{OP}$ 的整体复杂度可由以下表达式表示：

$$\mathrm{CC}_{\mathcal{OP}}=\mathcal{O}\left(T_{\max}B\left(RKG\tilde{M}^3+2UKN_r^3+UKN_t^3+RG\tilde{M}^2+4N_s^3N_r^3+2RM(\mu+M\log M)\right)\right),\tag{39}$$

其中 $T_{\max}$ 表示算法收敛前的总迭代次数。

F. $\mathbf{V}_{\text{net}}^t$的自适应权重

矩阵 $\mathbf{V}_{\text{net}}^t$ 的选择在算法2的共识行为中发挥着至关重要的作用，尤其是在增大时共识误差的演化方面。本文提出了一种启发式但高效的方法，用于确定以下取值

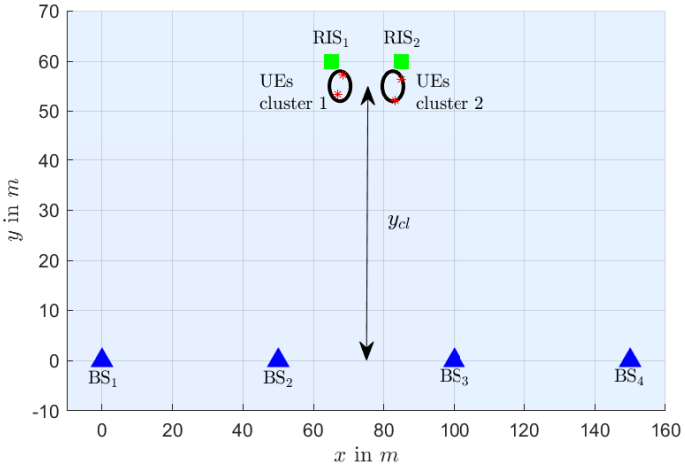

图1. 所模拟的三维无蜂窝MIMO系统的 xy平面，其中包括 $B = 4$ 个基站和 $R = 2$ 个共享BDRIS。每个节点的坐标包含沿相应轴的距离 x、 y和 z。用户设备的位置从两个簇中随机选取，每个簇包含 $U = 4$ 个用户设备，设置为 $y_{cl} = 57.5\,m$。

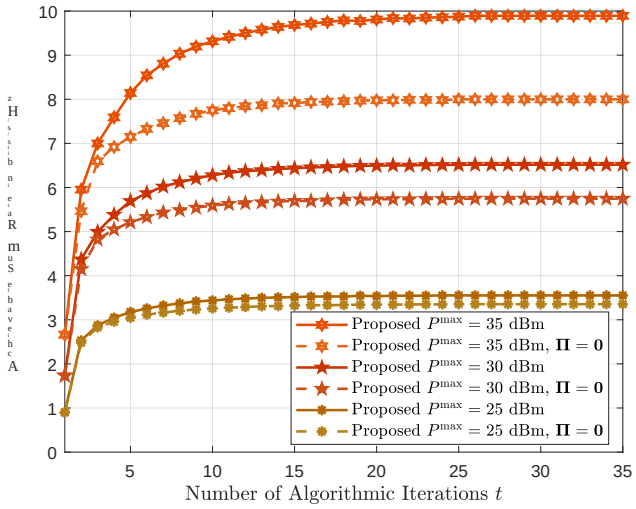

图2. 采用算法2 时，不同发射功率水平下可达和速率的收敛行为 $P^{\max}$，其中每个部署的BDRIS均包含$M = 64$ 个单元。

$\mathbf{V}_{\text{net}}^{t}$ ，该方法可应用于每次算法迭代 t；该方法会考虑算法2的步骤14中的新信道实现$\boldsymbol{\eta}^{t+1}$ 。具体而言，只需首先构建有向图 $\mathcal{G}$的邻接矩阵；随后，可根据 Metropolis-Hastings 或均匀权重（见 [35]及其中的参考文献）获得 $\mathbf{V}_{\text{net}}^{t}$。为获得邻接矩阵（其维度为 $B \times B$），我们首先形成所有级联信道 $\mathbf{H}_{b,u,k}$，并在所有 K 单元连接上对其进行平均，以构建矩阵 $\mathbf{H}_{b,u}$。然后，在合理假设 $U \geq B$ B 下，我们从 U 个 $\mathbf{H}_{b,u}$ 中随机选择索引，并测量信道增益 $\|\mathbf{H}_{b,\bar{b}}\|_{\text{F}}$ 及 $b \in \mathcal{B}$，将其存储在矩阵 $\boldsymbol{\Omega}_{\widehat{\mathbf{H}}} \in \mathbb{R}^{B\times B}$ 中。接下来，我们计算阈值 $\mathcal{H}_{\text{thr}} \triangleq \frac{1}{2}(\max(\boldsymbol{\Omega}_{\widehat{\mathbf{H}}}) - \min(\boldsymbol{\Omega}_{\widehat{\mathbf{H}}}))$，从而通过以下过程计算邻接关系：如果 $[\boldsymbol{\Omega}_{\widehat{\mathbf{H}}}]_{b,\bar{b}} \geq \mathcal{H}_{\text{thr}}$，则将邻接矩阵的相应元素设为 1；否则保持为 0。

IV. 数值结果与讨论

本节展示了第III节提出的鲁棒分布式协作设计的和速率性能评估结果。我们针对各种场景进行了仿真，采用算法2来设计所考虑的宽带无小区多输入多输出通信系统中多个基站的预编码矩阵，以及多个BDRIS的可调电容和置换矩阵。

A. 仿真设置

一个三维（3D）笛卡尔坐标系用于放置系统节点，其xy平面如图1所示。因此，每个节点的坐标均由三元组(x, y, z)给出，每个分量表示节点在相应坐标轴上的位置。如图所示，我们假设存在 $B = 4$个基站，每个 b基站位于$(50(b-1)\,m, 0\,m, 5\,m)$ 并配备 $N_t = 2$ 根天线，同时为 $U = 4$个用户设备提供服务，每个用户设备拥有 $N_r = 2$ 个天线单元。用户设备被划分为两组，并随机分布在两个独立的圆形群组中，每组半径相同，均为 $2\,m$。如图1所示，这两个圆形簇沿着与基站部署线相距 $y_{cl} = 57.5\,m$ 的位置，分布在y轴上；左侧簇的 x 坐标设为 $67.5\,m$ ，另一簇则设为 $82.5\,m$ 。无小区系统还包含 $R = 2$ 个BDRIS，其坐标固定为(65, 60, 6) m （BDRIS_1）和(85, 60, 6) m （BDRIS_2,），两者的单元数量均为 $M = 64$ ，且$G = 4$。所有无线链路均建模为具有距离相关路径损耗的宽带瑞利衰落信道，路径损耗建模为$\text{PL}_{i,j} = \text{PL}_0(d_{i,j}/d_0)^{-\alpha_{i,j}}$，其中$\text{PL}_0 = -30$ dB，$d_{i,j}$ 表示任意两个节点之间的距离 i，j （其中$(i, j) \in$ {基站、用户设备、可重构智能表面}），且 $d_0 = 1\,m$。路径损耗指数设为$\alpha_{\text{BS,UE}} = 3.8$,$\alpha_{\text{BS,RIS}} = 2.4$和$\alpha_{\text{RIS,UE}} = 2.2$。为在鲁棒框架中为每个 b基站生成含噪信道样本（即 $\boldsymbol{\eta}_b^t$），我们采用 [4, 式（53）] 所述模型，据此：$\hat{g} = g + e$，其中 g 为实际估计的信道增益，且 $e \sim \mathcal{CN}(0, \sigma_e^2)$，其中 $\sigma_e^2 \triangleq \delta|g|^2$和 $\delta = 0.2$。

在接下来的性能结果中，我们将所有用户设备的发射功率设置为 $P\text{max}_b = P^{\max}\ \forall b \in \mathcal{B}$，噪声方差设置为 $\sigma_{u,k}^2 = \sigma^2 = -80$ dBm。此外，载波频率设置为 $f_c = 2.4$ GHz，带宽设置为 BW $= 300$ MHz，并设置 $K = 32$ 个单元连接（除非另有说明）；每个 k 阶单元连接的中心频率定义为 $f_k \triangleq f_c + (k - \frac{K+1}{2})\,\text{BW}_K$ $\forall k = 1, 2, \ldots\ldots, K$。每个 BDRIS 的电路元件设置如下：$L_1 = 2.5$ 皮法、$L_2 = 0.7$ 皮法、$R_0 = 1$ 欧姆、$\psi_0 = \frac{1}{50}$ 西门子、$C_{\min} = 0.2$ 皮法和 $C_{\max} = 3$ 皮法。最后，我们采用了以下算法参数：$\tau = 10^{-2}$ 和 $\epsilon = 10^{-3}$（收敛阈值）；对于步长 ρ^t 和 α^t，我们采用了更新规则 $\alpha^t = 1/(t+2)^{0.61}$ 和 $\rho^t = 1/(t+2)^{0.6}$，这些规则满足定理2的要求。所有平均性能指标均基于对所有相关无线信道进行的100次独立实现获得

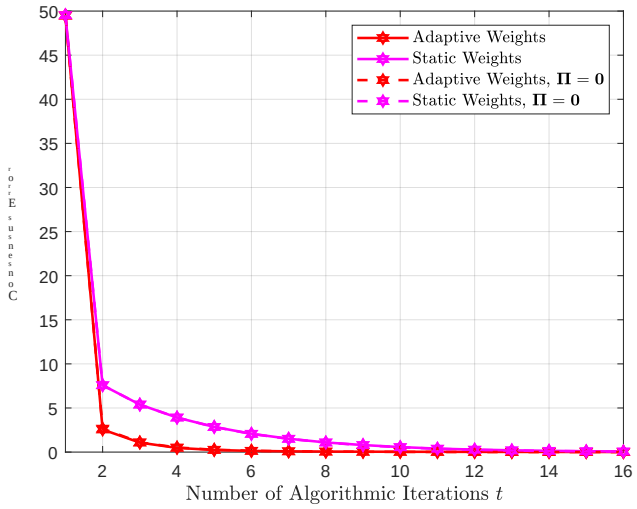

图3. BDRIS参数的一致性误差 $\tilde{\mathbf{C}}$ 和 $\tilde{\mathbf{Q}}_p$ 与算法 2中迭代次数的关系，针对网络图矩阵 $\mathbf{V}_{\text{net}}$，$P^{\max}=35$ dBm，$M=64$，以及每个超表面的单元数。

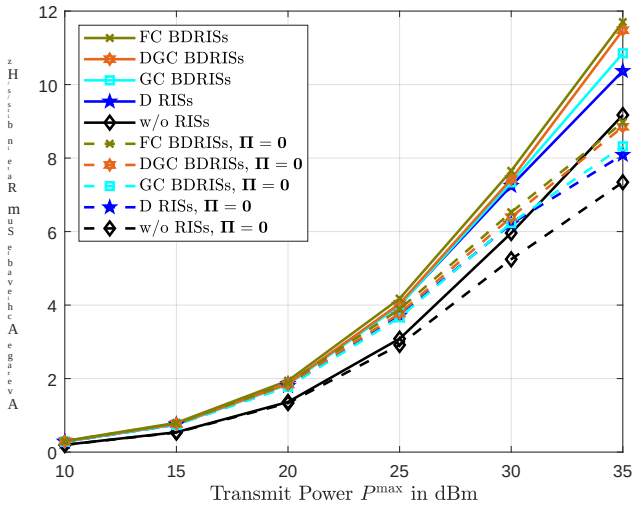

图 4. 在不同架构下，每个基站的发射功率为 $P^{\max}$ 时，采用含有 $M=64$ 个单元的 $R=2$ 个 BDRIS 的平均可达和速率性能。

涉及的无线信道。

B. 算法2的行为

我们首先考察所提出的稳健去中心化协作方法的收敛性，该方法总结于算法 2，并针对每个基站不同的最大发射功率$P^{\max}$ 进行分析。我们考虑了已部署基站之间的协作和非协作（$\mathbf{\Pi}=\mathbf{0}$；详情见 [22] ）两种情况。从图 2 可以看出，在协作场景中，随着发射功率增加，达到收敛所需的迭代次数也会增加；当 $T_{\max}\approx 25$ 时，最多需要 $P^{\max}=35$ dBm 时，收敛则在 $T_{\max}=10$ 次迭代内实现；而当 $P^{\max}=25$dBm 时，所有非协作方案均在 $T_{\max}=15$ 次迭代内收敛，但随着 $P^{\max}$ 增加，其和速率性能较低。因此，所提出的具有最小协作开销的去中心化协作方法能够在相对较少的算法迭代内收敛。

接下来，我们根据定理2 中所述的测量一致性误差，研究算法2在网络图权重的两种不同情形下的性能$\mathbf{V}_{\text{net}}$。具体而言，在图3中，我们根据第三节III-F所详述的拟议启发式方法，针对静态权重（即$\mathbf{V}_{\text{net}}^t=\mathbf{V}_{\text{net}}\ \forall t=1、2、\cdots\cdots、T_{\max}$）和自适应权重，描绘了所提出设计的一致性误差。可以看出，在最初的几次迭代中，一致性误差足够大，这是因为所有涉及 BDRIS 的设计变量在各基站之间均被初始化为不同值。然而，在采用自适应权重的拟议方法时，一致性误差迅速消失，并在5 次迭代后趋于零；而当$\mathbf{V}_{\text{net}}$ 保持不变时，一致性误差在12 次迭代内下降至接近零。这种行为在合作和非协作情形下均保持不变，表明一致性能够在各基站之间迅速实现，尤其是对于所提出的关于$\mathbf{V}_{\text{net}}^t$演化的方法。更重要的是，我们发现，选择自适应权重而非静态权重并不会改变和速率性能，因为两种情形下的可达和速率均保持不变。

C. 和速率性能评估

为进行比较，我们采用算法2评估了平均可达和速率，考虑了四种BDRIS架构，它们均由第II-B节提出的DGC构成。具体而言，我们进行了以下仿真：i) 全连接BDRIS架构，其中 $G=1$和$\mathbf{Q}_p$ 固定为$\mathbf{Q}_p=\mathbf{I}_M$，其性能可作为上界；ii) 当$\mathbf{Q}_p=\mathbf{I}_M$时常见的组连接（GC）架构；以及 iii) 单连接架构（即采用常见的对角响应矩阵），令 $G=M$ 和$\mathbf{Q}_p=\mathbf{I}_M$，以下分别称为“FC BDRIS”、“GC BDRIS”和“D RIS”。所提出的设计称为“DGC BDRIS”。为进行此比较，我们设置了 $\tau_{\text{FC}}=10^{-2}$、$\tau_{\text{GC}}=4\times10^{-2}$和 $\tau_{\text{D}}=5\times10^{-2}$。图4展示了在协作和非协作情形下，每个基站的发射功率$P^{\max}$ 变化时的可达和速率性能 $\mathcal{R}$ 。对于图中所有方案，显然，随着 $P^{\max}$ 增加，和速率呈非递减趋势。此外，协作方案优于相应的非协作方案，尤其是在 $P^{\max}$ 大于25 dBm时，即处于高信干噪比（SINR）区间时。此外可以看出，正如预期，“FC BDRIS”情形的性能优于所有其他架构，而采用“DGC BDRIS”架构时，所提出方案的性能与前者非常接近；当 $P^{\max}\geq 30$ dBm时，其性能高于“GC BDRIS”和“D RIS”架构。

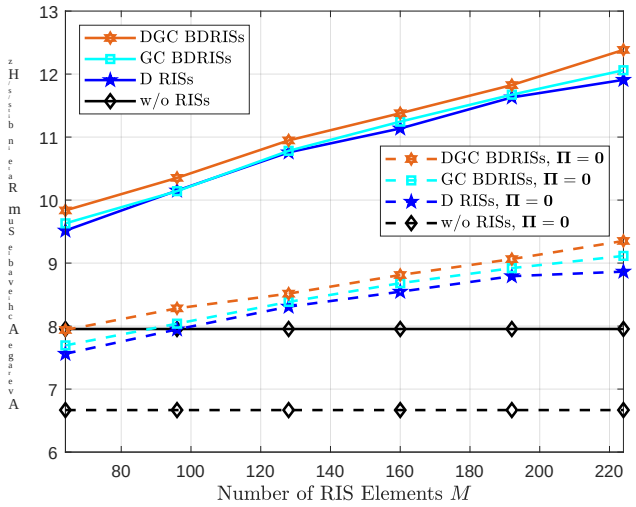

图5. 在考虑发射功率为 $P^{\max} = 30$ dBm和不同超表面架构的情况下，平均可达和速率随每个BDRIS上的单元数 M 变化。

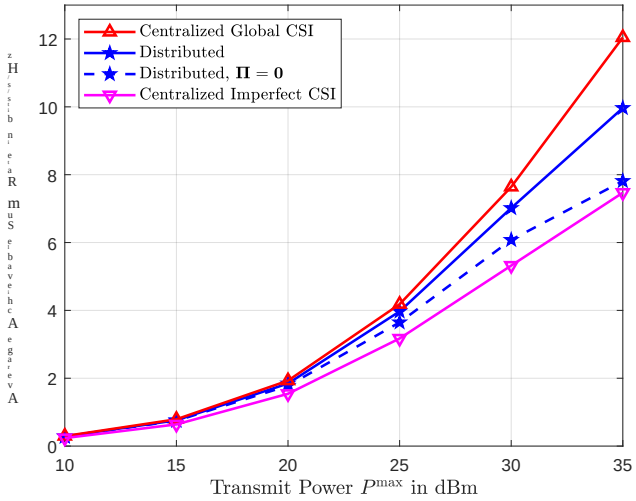

图6. 在考虑配备 $M = 64$ 个单元的BDRIS以及全局和不完美信道状态信息两种情况时，平均可达和速率性能随发射功率 $P^{\max}$变化。

图5 展示了BDRIS规模变化对平均可达和速率的影响，并比较了其单元之间不同的互连架构；不过，由于增大 M 时复杂度过高，图中省略了“全连接可重构智能表面”架构。对于该图，我们考虑了 $G = 8$ 个组（适用于两种GC架构）、K =16 个单元连接，以及 $P^{\max} = 30$ dBm。正如预期，随着 M增大，所有研究方案的和速率性能均有所提升，因为它们都呈非递减趋势。事实上，这一趋势在协作场景（即$\mathbf{\Pi} \neq \mathbf{0}$）和所有考虑的架构中更加明显，因为可以看到，其性能提升斜率大于相应非协作情形下的斜率。具体而言，基站间协作时，“DGC BDRIS”的性能提升率估计为1.6%；而相应的非协作方案则明显较低，为0.88%，适用于 M 所覆盖的整个范围。其余两种架构（即“GC BDRIS”和“D RIS”）也呈现相同趋势：如图所示，它们的速率相对于所提出的“DGC BDRIS”架构平行上升。

最后，我们将鲁棒分散式协同设计方法与近期文献中的集中式方案进行比较。此处需要指出的是，据作者所知，近期尚无研究探讨无小区多输入多输出系统中多个BDRIS 的情形。因此，我们将所提出的分布式方法与近期的一项研究进行了比较 [7], ；该研究采用单流宽带传输模型，并针对“D RIS”提出了一种集中式设计方案。为公平比较这一集中式算法，我们也考虑了单流传输；在这种情况下，其目标函数与 [7]中的设计指标相同。此外，该研究假设中央处理单元能够获得所有通信链路的完美信道状态信息，仅在性能评估中考虑不完美信道状态信息认知，并采用与本文相同的模型，即$\hat{g} = g + e$，以验证其所提出方法的鲁棒性

算法。在图6中，我们展示了两种集中式方案的平均可达和速率：i）“集中式全局信道状态信息”，其性能显然构成上界；以及ii）“集中式不完美信道状态信息”，该方案采用$\hat{g}$ 并将 $\delta = 0.2$固定，同时还展示了针对两种 $\mathbf{\Pi} \neq \mathbf{0}$ 和 $\mathbf{\Pi} = \mathbf{0}$ 情形的“D RIS”方案，分别称为“分布式”和“分布式， $\mathbf{\Pi} = \mathbf{0}$”。如图所示，当 $P^{\max} \geq 20$ dBm 时，所提出的分散式设计优于“集中式不完美信道状态信息”方案，尤其是在基站之间进行协作时。此外，当 $P^{\max} = 25$ dBm 时，所提出的分散式协作方案的性能非常接近集中式上界；而在高 SINR 区域，即$P \geq 30$ dBm 时，两者之间存在差距，最大差值为2比特/秒/赫兹。显然，与系统设计过程中未考虑不完美信道状态信息的集中式设计相比，所提出的算法具有更强的鲁棒性。

V. 结论

本文研究了一个无小区系统，其中多个多天线基站在多个共享 BDRIS 的辅助下，向多个多天线用户设备进行正交频分复用传输，并提出了一种新颖的去中心化协作波束成形框架，旨在信道状态信息可用性不完美的情况下最大化和速率。我们考虑了超材料响应由频率相关特性决定的情形，并为每个部署的 BDRIS 提出了一种宽带DGC架构。所考虑的联合设计目标包括多个基站的数字预编码器，以及多个 BDRIS 的可调电容和置换矩阵。此外，所提出的算法方法考虑到多个已部署基站共享 BDRIS 这一事实，在整个系统设计过程中纳入了固有的基于共识的更新，同时仅需进行最少的协作消息交换。我们广泛的性能评估结果表明——

所研究的 BDRIS架构比传统的对角架构和分组连接架构具有更高的和速率性能，而其性能接近全连接 BDRIS。此外，结果表明，所提出的基于共识的去中心化算法即使在非合作波束成形的情况下，也能够在信道状态信息不完美时取得优于基准集中式方案的和速率性能；而当中央处理单元协调波束成形时，其性能则接近完美信道状态信息设计。

附录A 引理1 的证明

引理1

首先注意到 $\mathcal{R}_{u,\,k}$ 在应用矩阵求逆引理并使用矩阵 $\mathbf{T}_{u,\,k}$ 和$\mathbf{L}_{u,\,k}$的定义后，可以等价地改写为：

$$\mathcal{R}_{u,k}(\mathbf{S}_{u,u,k},\mathbf{T}_{u,k}) = -\log_2\left|\mathbf{I}_{N_s} - \mathbf{S}_{u,u,k}^{\mathrm{H}}\mathbf{T}_{u,k}^{-1}\mathbf{S}_{u,u,k}\right|, \quad (40)$$

然后，根据 [41，引理 3]，$\mathcal{R}_{u,k}$ 关于{西门子$_{u,u,k}$,T$_{u,k}$} 是凸函数，可由其在矩阵 S$_{u,u,k}$ 和 T$_{u,k}$˘处的一阶˘泰勒展开 ($\mathcal{R}_{u,k}$) 给出下界。因此，为了得到下界函数$\mathcal{R}_{u,k}$，只需计算梯度 $\nabla_{\mathbf{S}_{u,u,k}}\mathcal{R}_{u,k}$，$\nabla_{\mathbf{S}^{*}_{u,u,k}}$和 $\nabla_{\mathbf{T}_{u,k}}\mathcal{R}_{u,k}$。为此，我们使用微分法则 d$\mathcal{R}_{u,}$ ln(2) Tr(L$_{u}^{-1}$ k, dL$_{u,k}$)，应用该法则可得以下梯度矩阵：

$$\nabla_{\mathbf{S}_{u,u,k}}\mathcal{R}_{u,k} = \frac{1}{\ln(2)}\mathbf{T}_{u,k}^{-\mathrm{T}}\mathbf{S}_{u,u,k}^{*}\mathbf{L}_{u,k}^{-\mathrm{T}}, \quad (41)$$

$$\nabla_{\mathbf{S}^{*}_{u,u,k}}\mathcal{R}_{u,k} = \frac{1}{\ln(2)}\mathbf{T}_{u,k}^{-1}\mathbf{S}_{u,u,k}\mathbf{L}_{u,k}^{-1}, \quad (42)$$

$$\nabla_{\mathbf{T}_{u,k}}\mathcal{R}_{u,k} = -\frac{1}{\ln(2)}\mathbf{T}_{u,k}^{-\mathrm{T}}\mathbf{S}_{u,u,k}^{*}\mathbf{L}_{u,k}^{-\mathrm{T}}\mathbf{S}_{u,u,k}^{\mathrm{T}}\mathbf{T}_{u,k}^{-\mathrm{T}}. \quad (43)$$

在后一个推导中使用了微分法则 d$\mathbf{Z}^{-1}$ =$\mathbf{Z}^{-1}$(d$\mathbf{Z}$)$\mathbf{Z}^{-1}$。接下来，只需将推导出的梯度矩阵适当地代入泰勒公式，使$\mathbf{W}_{b,\,u,\,k}$ 出现；经过一些简单的代数运算，并利用迹的循环性质以及恒等式 $\Re\{\mathbf{X}\} = \frac{1}{2}(\mathbf{X} + \mathbf{X}^{*})$（适用于任意复矩阵 $\mathbf{X}$），即可得到所需的替代函数$\mathcal{R}_{u,\,k}$表达式。至此，证明完成。

附录B 定理1的证明

为证明该定理，只需推导 $\mathcal{R}_{u,k}$ 关于电容器矩阵 $\mathbf{C}_b$ 的 g 组的梯度 $_{,r}$，其在（27）中的表达式（$\nabla_{\mathbf{C}_{b,r,g}}\mathcal{R}_{u,k}$）可通过首先注意到信道矩阵 $\mathbf{H}_{b,u,k}$ 可等价地表示如下而获得：

$$\widetilde{\mathbf{H}}_{b,u,k} = \mathbf{H}_{b,u,k} + \sum_{r=1}^{R}\mathbf{G}_{r,u,k}\mathbf{Q}_{p,b,r}\mathbf{\Phi}_{r,k}\mathbf{Q}_{p,b,r}^{\mathrm{T}}\mathbf{F}_{b,r,k} \quad (44)$$

$$= \mathbf{H}_{b,u,k} + \sum_{r=1}^{R}\sum_{g=1}^{G}\mathbf{G}_{r,u,k,g}\mathbf{Q}_{p,b,r,g}\mathbf{\Phi}_{r,k,g}\mathbf{Q}_{p,b,r,g}^{\mathrm{T}}\mathbf{F}_{b,r,k,g},$$

其中使用了(23)–(25)中的定义。然后，我们还注意到$\mathbf{C}_{b,\,r,\,g}$ 通过，$_{k,\,g}$ 被封装在$\mathbf{\Phi}_r$中式(3)和式(4)中表示的矩阵函数，这意味着只需正确应用函数$\mathcal{R}_{u,k}$的链式法则即可继续推导。然而，在速率表达式$\mathcal{R}_{u,\,k}$ 中（例如，见式(8)的˜ k项），H$_{b,u,k}$ 同时出现在矩阵S$_{u,\,u,k}$ 和P$_{u}^{-1}$ $_{k}$ 中，也出现在S$_{u,u,k}^{\mathrm{H}}$中。为简洁起见并避免重复，我们重点推导与S$_{u,u,k}$ 相关的部分，以及与P$_{u}^{-1}$ $_{k}$ 相关的部分。我们还采用 [42, 定义3.1]，中引入的记号 $\mathcal{D}_{\mathbf{Z}}$F，用于表示矩阵函数F(Z, Z*)：$\mathbb{C}^{I\times J}\times\mathbb{C}^{I\times J}\to\mathbb{C}^{Q\times P}$ 关于矩阵变量 Z $\in\mathbb{C}^{I\times J}$的雅可比矩阵。由此可推得 $\nabla_{\mathbf{Z}}\mathrm{F} = (\mathcal{D}_{\mathbf{Z}^{*}}\mathrm{F})^{\mathrm{T}}\in\mathbb{C}^{IJ\times QP}$。

利用微分法则 dln(|Z|) = Tr(Z^{-1}dZ) 以及恒等式 Tr(A^{T}B) = vec^{T}(A) vec(B)，可得到以下雅可比矩阵：

$$\mathcal{D}_{\mathbf{S}_{u,u,k}}\mathcal{R}_{u,k} = \frac{1}{\ln(2)}\,\mathrm{vec}^{\mathrm{T}}\left(\mathbf{P}_{u,k}^{-\mathrm{T}}\mathbf{S}_{u,u,k}^{*}\mathbf{K}_{u,k}^{-\mathrm{T}}\right). \quad (45)$$

接下来，我们计算 $\mathcal{D}_{\mathbf{\Phi}_{r,}}$ $_{k\,g}$ $_{u\,u\,k}$ $_{u\,u\,k}$ = $_{,}$S$_{,,}$注意到 ˜S$_{,,}$H$_{b,u,k}$W$_{b,u,k}$ +R$_{u,k}$，后一个矩阵与 C$_{b,r,g}$ 无关，并在引理 1.可证明如下：

$$\mathcal{D}_{\mathbf{\Phi}_{r,k,g}}\mathbf{S}_{u,u,k} = \mathbf{\Delta}_{b,r,u,k,g}^{*}\otimes\mathbf{\Xi}_{b,r,u,k,g}^{*}, \quad (46)$$

˜其可通过展开矩阵 $\mathbf{H}_{b,u,k}$，如上所述，并利用性质 vec(ABC) = ($\mathbf{C}^{\mathrm{T}}\otimes\mathbf{A}$)vec($\mathbf{B}$) 以及矩阵定义（20）和（21）推导得到。

为继续推导 $\mathcal{D}_{\mathbf{A}_{r,k,g}}\mathbf{\Phi}_{r,k,g}$, $\mathbf{\Phi}_{r,k,g} = \mathrm{X}_{r}^{-1}{}_{k}$, $_{,g}$(X$_{r,k,g}$ − 2A$_{r,k,g}$) 的导数，根据（3）可得，其中 X$_{r,k,g}$ 在（22）中定义。于是可推导出以下结果：

$$\begin{aligned}\mathrm{d}\mathbf{\Phi}_{r,k,g} &= (\mathrm{d}\mathbf{X}_{r,k,g}^{-1})(\mathbf{X}_{r,k,g} - 2\mathbf{A}_{r,k,g}) - \mathbf{X}_{r,k,g}^{-1}(\mathrm{d}\mathbf{A}_{r,k,g})\\ &\overset{(a)}{=} -\mathbf{X}_{r,k,g}^{-1}(\mathrm{d}\mathbf{A}_{r,k,g})\mathbf{X}_{r,k,g}^{-1}(\mathbf{X}_{r,k,g} - 2\mathbf{A}_{r,k,g})\\ &\quad - \mathbf{X}_{r,k,g}^{-1}(\mathrm{d}\mathbf{A}_{r,k,g}),\end{aligned}$$

其中 (a) 由 [42, 命题 3.8] 得出，并且由于 d$\mathbf{X}_{r、\,k、\,g}$ = d$\mathbf{A}_{r、\,k、\,g}$这一事实。上述微分也可以用向量化形式表示如下：

$$\mathrm{d}\,\mathrm{vec}(\mathbf{\Phi}_{r,k,g}) = -2\psi_0\left(\mathbf{X}_{r,k,g}^{-1}\otimes\mathbf{X}_{r,k,g}^{-1}\right)\mathrm{d}\,\mathrm{vec}(\mathbf{A}_{r,k,g}), \quad (47)$$

其中我们再次使用了 vec(ABC) 的性质，以及 $\mathbf{X}_{r、\,k、\,g}$ = $\mathbf{X}_{r、\,k、\,g}^{\mathrm{T}}$ 这一事实；由于导纳矩阵 $\mathbf{A}_{r、\,k、\,g}$的可行性，该事实成立。然后，根据 [42, 表 3.2]，可以得出：

$$\mathcal{D}_{\mathbf{A}_{r,k,g}}\mathbf{\Phi}_{r,k,g} = -2\psi_0\left(\mathbf{X}_{r,k,g}^{-1}\otimes\mathbf{X}_{r,k,g}^{-1}\right). \quad (48)$$

为计算 $\mathcal{D}_{\mathbf{C}_{b,r,g}}A_{r,k,g}$，注意到，由于式（4），矩阵 A$_{r,k,g}$ 中的每个对角元素至少取决于 C$_{b,r,g}$中的一个元素，而非对角元素仅受相应矩阵中的单个元素影响。因此，只需逐项计算偏导数 $^{\partial}$vec(A$_{r,k,g}$) $_{\partial}$vec(C$_{b,r,g}$)^{T}，即可得到表达式（29）。由此，根据链式法则，$\mathcal{D}_{\mathbf{C}_{b,r,g}}\mathcal{R}_{u,k}$ 等于式（45）、（46）和（48）中的各项与 $\mathcal{D}_{\mathbf{C}_{b,r,g}}A_{r,k,g}$的乘积。同理，经过 S$_{u,u,k}^{\mathrm{H}}$的导数 $\mathcal{D}_{\mathbf{C}_{b,r,g}}\mathcal{R}_{u,k}$ 也可轻易求得，并且可以观察到，后两个项之间具有对称性，即前者是后者的共轭。这是因为 $\mathcal{R}_{u,k}$

以及 $\mathbf{C}_{b,r,g}$ 都是实数实体。此外，根据 $\mathbf{P}_{u,k} = \sum_{q=1,q\neq u}^{U} \mathbf{S}_{u,q,k}\mathbf{S}_{u,q,k}^{\mathrm{H}} + \sigma_{u,k}^2 \mathbf{I}_{N_r}$ 的定义，对 $\mathbf{C}_{b,r,g}$ 的依赖关系可通过矩阵 $\mathbf{S}_{u,q,k}$ 和 $\mathbf{S}_{u,q,k}^{\mathrm{H}}$ 表示。由此可得以下推导：

$$\mathrm{d}\mathcal{R}_{u,k} = \frac{-1}{\ln(2)} \operatorname{Tr}\left(\mathbf{K}_{u,k}^{-1}\mathbf{S}_{u,u,k}^{\mathrm{H}}\mathbf{P}_{u,k}^{-1}(\mathrm{d}\mathbf{P}_{u,k})\mathbf{P}_{u,k}^{-1}\mathbf{S}_{u,u,k}\right), \tag{49}$$

其中，利用复矩阵微分的线性与乘法性质，可得：

$$\mathrm{d}\mathbf{P}_{u,k} = \sum_{\substack{q=1,\\ q\neq u}}^{U} \left((\mathrm{d}\mathbf{S}_{u,q,k})\mathbf{S}_{u,q,k}^{\mathrm{H}} + \mathbf{S}_{u,q,k}(\mathrm{d}\mathbf{S}_{u,q,k}^{\mathrm{H}})\right). \tag{50}$$

因此，只需将 (50) 代入 (49)，并对 $\mathbf{S}_{u,q,k}$ 和 $\mathbf{S}_{u,q,k}^{\mathrm{H}}$ 重复前面的推导，即可得到其余导数。最后，综合以上结果，并经过一些直接的代数运算（因篇幅所限，此处省略），再利用混合乘积性质 $(\mathbf{A}\otimes\mathbf{C})(\mathbf{B}\otimes\mathbf{D}) = (\mathbf{AB})\otimes(\mathbf{CD})$，即可得到式 (28) 中定义的矩阵 $\boldsymbol{\Theta}_{b,r,u,k,g}$；证明完毕。

参考文献

[1] E. Basar 等人，“面向6G的可重构智能表面：新兴硬件架构、应用与开放挑战”，IEEE Veh. Technol. Mag.，第19卷，第3期，第27–47页，2024年。[2] H. Q. Ngo 等人，“无小区大规模多输入多输出与小小区的比较”，IEEE Trans. Wireless Commun.，第16卷，第3期，第1834–1850页，2017年。[3] S. Elhoushy 等人，“无小区大规模多输入多输出：综述”，IEEE Commun. Surveys Tuts.，第24卷，第1期，第492–523页，2021年。[4] Z. Zhang 和 L. Dai，“宽带可重构智能表面辅助无小区网络的联合预编码框架”，IEEE Trans. Signal Process.，第69卷，第4085–4101页，2021年。[5] X. Ma 等人，“多可重构智能表面辅助通信系统的协作波束成形设计”，IEEE Trans. Wireless Commun.，第21卷，第12期，第10 949–10 963页，2022年。[6] B. Al-Nahhas 等人，“多RIS辅助无小区大规模多输入多输出的性能：RIS越多就一定越好吗？”，IEEE Trans. Commun.，第72卷，第7期，第4319–4332页，2024年。[7] Y. Wang 等人，“宽带智能反射面辅助无小区网络的高效联合预编码设计”，IEEE Trans. Commun.，2025年，提前出版。[8] S. Huang 等人，“智能反射面增强型无小区网络的分布式波束成形设计”，IEEE Wireless Commun. Lett.，第10卷，第3期，第673–677页，2020年。[9] W. Xu 等人，“RIS辅助无小区网络的基于算法展开的分布式优化”，IEEE Internet Things J.，第11卷，第1期，第944–957页，2023年。[10] P. Ni 等人，“RIS辅助无小区网络的部分分布式波束成形设计”，IEEE Trans. Veh. Technol.，第71卷，第12期，第13 377–13 381页，2022年。[11] O. Maraqa 等人，“超对角RIS辅助无线通信系统：最新进展与未来研究方向”，arXiv预印本：2503.08826，2025年。[12] H. Li 等人，“可重构智能表面2.0：超越对角相移矩阵”，IEEE Commun. Mag.，第62卷，第3期，第102–108页，2023年。[13] S. Shen 等人，“利用散射参数网络分析对可重构智能表面进行建模与架构设计”，IEEE Trans. Wireless Commun.，第21卷，第2期，第1229–1243页，2021年。[14] H. Li 等人，“超对角可重构智能表面教程：建模、架构、系统设计与优化及应用”，arXiv预印本：2505.16504，2025年。[15] I. Santamaria 等人，“利用超对角RIS实现多输入多输出容量最大化”，载于 IEEE SPAWC 会议论文集，意大利卢卡，2024年，第936–940页。[16] Y. Zhou 等人，“利用超对角RIS优化功耗、能效与和速率——统一方法”，IEEE Trans. Wireless Commun.，第23卷，第7期，第7423–7438页，2023年。[17] T. D. Hua 等人，“利用超对角可重构智能表面的无小区大规模多输入多输出同时无线信息与功率传输”，IEEE Trans. Commun.，提前出版，2025年。[18] Y. Li 等人，“超对角RIS辅助无小区大规模多输入多输出系统的波束成形设计”，arXiv预印本：2503.07189，2025年。[19] K. D. Katsanos、P. D. Lorenzo 和 G. C. Alexandropoulos，“多RIS赋能多址接入：分布式和速率最大化方法”，IEEE信号处理专题精选期刊，第18卷，第7期，第1324–1338页，2024年。[20] K. D. Katsanos 和 G. C. Alexandropoulos，“面向宽带无小区多RIS多输入单输出系统的基于共识的鲁棒分布式波束成形”，载于 IEEE Asilomar 信号、系统与计算会议论文集，美国太平洋格罗夫，2025年。[21] G. C. Alexandropoulos 等人，“RIS赋能的智能无线环境：部署场景、网络架构、带宽与影响范围”，EURASIP无线通信与网络期刊，第2023卷，文章103，2023年。[22] K. D. Katsanos 等人，“多RIS赋能多址接入：分布式和速率最大化方法”，IEEE信号处理专题精选期刊，第18卷，第7期，第1324–1338页，2024年。[23] Z. Gao 等人，“多RIS辅助多小区无线网络：结合选择策略的联合波束成形设计”，IEEE Internet Things J.，第12卷，第14期，第27 943–27 956页，2025年。[24] B. Lim 和 M. Vu，“多RIS多小区网络中用于用户关联与波束成形设计的分布式图学习”，IEEE Trans. Wireless Commun.，第24卷，第7期，第6118–6134页，2025年。[25] M. Jian 等人，“面向无线通信的可重构智能表面：硬件设计、信道模型与估计技术概述”，Intell. Conv. Netw.，第3卷，第1期，第1–32页，2022年。[26] H. Zhang 等人，“利用混合可重构智能超表面进行信道估计”，IEEE Trans. Commun.，第71卷，第4期，第2441–2456页，2023年。[27] A. L. Swindlehurst 等人，“利用可重构智能表面进行信道估计——通用框架”，Proc. IEEE，第1–27页，2022年。[28] H. Li 等人，“具有混合透射与反射模式的超对角可重构智能表面的动态分组策略”，IEEE Trans. Veh. Technol.，第72卷，第12期，第16 748–16 753页，2023年。[29] M. Nerini 等人，“超对角可重构智能表面的静态分组策略设计”，IEEE通信快报，第28卷，第7期，第1708–1712页，2024年。[30] ——，“可重构智能表面多端口网络分析的通用框架”，IEEE Trans. Wireless Commun.，第23卷，第10期，第14 575–14 590页，2024年。[31] K. D. Katsanos 等人，“可重构智能表面干扰广播信道：协作式和速率最大化方法”，载于 IEEE SPAWC 会议论文集，意大利卢卡，2024年。[32] Y. Yang 等人，“非凸随机多智能体优化问题的并行分解方法”，IEEE Trans. Signal Process.，第64卷，第11期，第2949–2964页，2016年。[33] S. Boyd 和 L. Vandenberghe，《凸优化》。剑桥大学出版社，2004年。[34] R. Xin 等人，“采用一阶方法的去中心化优化通用框架”，Proc. IEEE，第108卷，第11期，第1869–1889页，2020年。[35] P. Di Lorenzo 和 G. Scutari，“NEXT：网络内非凸优化”，IEEE信号与信息处理网络汇刊，第2卷，第2期，第120–136页，2016年。[36] M. Zhu 和 S. Mart´ınez，“离散时间动态平均共识”，Automatica，第46卷，第2期，第322–329页，2010年。[37] X.-D. Zhang，《矩阵分析与应用》。剑桥大学出版社，2017年。[38] H. Bauschke，《希尔伯特空间中的凸分析与单调算子理论》。施普林格出版社，2011年。[39] J. Dattorro，《凸优化与欧几里得距离几何》。Meboo Publishing，2010年。[40] I. S. Duff 和 J. Koster，“关于将稀疏矩阵中的大元素置换到对角线上的算法”，SIAM J. Matrix Analysis Appl.，第22卷，第4期，第973–996页，2001年。[41] Z. Wang 等人，“通过主化—最小化设计用于多输入多输出信道估计的峰均比约束序列”，IEEE Trans. Signal Process.，第64卷，第23期，第6132–6144页，2016年。[42] A. Hjørungnes，《复值矩阵导数：及其在信号处理与通信中的应用》。剑桥大学出版社，2011年。