arXiv:2601.13229v1 [cond-mat.mes-hall] 19 Jan 2026

一种由电流控制磁性器件之间相互作用实现的功能可逆概率计算架构

Shreyes Nallan[1*]、Jian-Gang Zhu[1]

[1]数据存储系统中心，卡内基梅隆大学，美国宾夕法尼亚州匹兹堡 15213。

*通讯作者。电子邮箱：shreyes@cmu.edu

摘要

概率计算机以相互作用的随机变量网络取代逻辑门，构建能够从输出反向推导输入的双向系统。这类架构可高效生成随机样本、实现新型算法，并自然地解决质因数分解等经典难题。我们提出了这类网络的一种新型物理实现：铁磁圆盘的磁化翻转过程由电流脉冲触发，受外部磁场偏置，并由环境热噪声随机化。我们展示了这些磁性单元之间依赖几何形状的磁静力相互作用，能够使系统表现出模拟确定性逻辑门的行为。此外，通过串联多个“逻辑门”，我们实现了精度很高的双向一位全加器，为具有可逆信息流的复杂多逻辑门逻辑函数提供了概念验证。这种模拟磁性概率计算机方法在速度、可调性和能效方面优于其他实现方案，从而为实际解决经典难题开辟了一条强有力的新途径。

近年来，越来越多的文献探讨了利用随机性创建一种称为“概率计算”的新型计算框架 [1, 2, 3, 4, 5]。概率计算机由一组相互作用的随机变量构成，这些变量经过排列和连接，形成动态且可逆的状态网络。这些架构有望模拟量子过程，并运行高效、快速的算法，以实现整数分解及解决其他经典计算难题 [6, 7, 8]。实际上，它们至少能够实现量子计算的部分潜力 [9, 10, 11, 12] ，而无需专用硬件和极低温环境；这类硬件和环境成本高昂且效率低下 [13, 14]。

此类概率网络已用于生成任意统计分布的随机样本，以应用于密码学和机器学习应用 [15, 16, 17, 18, 19]；实现贝叶斯网络的推理 [20, 21, 22, 23]；构建所谓的伊辛机，以迭代求解经典上难以解决的问题 [24, 25, 26]；以及实现可逆计算 [27, 28, 2]。在这项工作中，我们聚焦于最后一点——概率计算机由随机比特之间的相互作用构成，因而具有双向信息流，这一特性使可逆计算成为可能。举例来说，传统计算架构可以轻松地将两个数相乘并输出结果，却无法从结果出发，反推出产生该结果的输入数。这一事实构成了现代密码学的基础。然而，如果用概率架构实现完全相同的乘法电路，那么反向计算——找出一个大数的质因数——就会和正向计算一样容易 [5, 29, 30]。

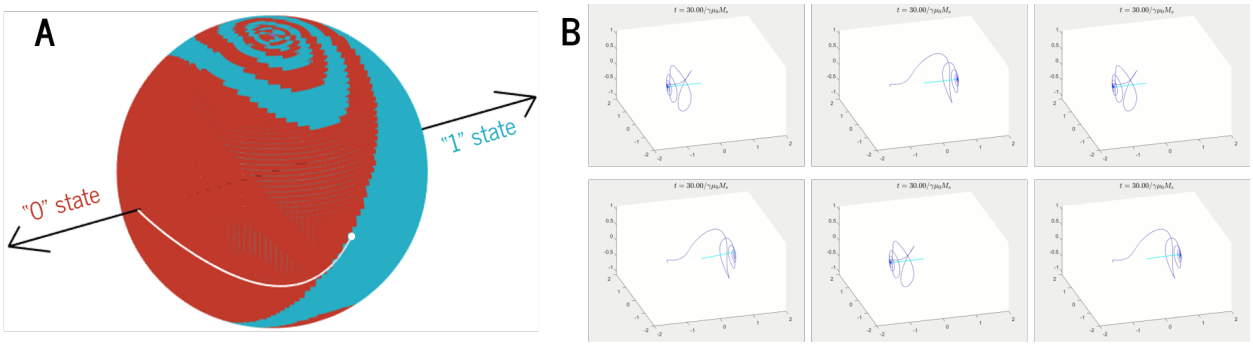

图 1：**SOT-MRAM 单元中的概率开关动力学。(A)** 在我们的器件中，从红色区域出发的磁化 $\hat{m}$ 会阻尼至指向左侧的“0”态；从蓝色区域出发的磁化 $\hat{m}$ 则会进动至指向右侧的“1”态。幅值为 η 、角度为 β 的自旋脉冲会使 $\hat{m}$ 沿预设轨迹运动。白色所示路径对应较大的 η 和 $\beta = 90°$；它会将 $\hat{m}$ 送至两个区域之间的精确边界。**(B)** 此情形下随时间分辨的磁化轨迹：SOT-MRAM 单元的最终状态是由环境热涨落决定的随机变量。

目前，概率计算领域的大多数研究都通过数字逻辑生成的伪随机比特序列来模拟随机性的核心要素 [31, 32, 33, 34, 35, 36], ，但这种方法速度慢，而且在器件面积和功耗方面效率极低 [3, 4, 37]。另一种方法是采用简单、高效、可在环境温度下工作的真随机源：热能与磁性单元切换过程之间的相互作用。即使是利用磁性切换的已提出架构，也只用磁体生成异步且无偏置的随机比特流，其他所有运算仍由数字逻辑完成 [1, 2, 38, 39]。其他实现方式则受限于缺乏试验间独立性、概率可调性或天然的基于物理的相互作用 [40, 41, 28, 29, 42]。在这项工作中，我们探讨一种新颖的方法：一种完全模拟的概率计算架构，它由自旋轨道转矩磁阻式随机存取存储器（SOT-MRAM）单元之间的相互作用实现，这些单元由面内单轴磁晶各向异性稳定。

SOT-MRAM 概率比特

自旋轨道转矩磁性随机存取存储器（SOT-MRAM）是自旋电子学领域一项新兴技术 [43, 44, 45, 46]。一个 SOT-MRAM 器件由两个关键层构成：重金属底层和铁磁顶层。从最基本的层面来看，此类器件从底层获取电流，在重金属/铁磁体界面将其转换为自旋流，并利用这些自旋流写入磁体的状态。信息存储在顶层磁矩的方向中：我们将某一特定方向定义为“0”态，与之完全相反的方向定义为“1”态 [47, 48]。通常，SOT-MRAM器件可采用面内或面外构型[49, 50, 51, 52]。

SOT-MRAM 单元特别适合满足概率比特的要求。它们具有由各向异性易轴形成的两种稳定态，可分别作为概率计算机中的“0”和“1”。通过外部输出——由电流脉冲产生的自旋转移力矩——可以按需重新生成这种状态。所需的另外两个要素，即随机性和单元间相互作用，分别由环境热噪声引起的磁化涨落和铁磁圆盘产生的磁静力杂散场提供。与电流驱动的

各向异性驱动现象相比，后两种效应通常较弱；但如下文所述，可以对系统进行调控，使它们发挥重要作用。

我们希望面内杂散场介导的相互作用既可以为正（使磁体趋向于相同状态），也可以为负（使磁体趋向于相反状态）。为此，我们需要一种铁磁器件，其稳定态位于薄膜平面内的 $\pm\hat{}x$。解决这一问题的典型方法是采用依赖几何形状的形状各向异性 [48, 51, 53], ，但实现这一效果所需的椭圆长宽比会对逻辑网络的面密度造成根本性限制。这对我们的计算框架尤其不利，因为该框架需要最大的几何排列自由度才能正常工作。因此，我们采用具有面内磁晶各向异性的 SOT-MRAM器件，这种各向异性通过自旋霍尔异质结处的外延晶格匹配实现；此类器件的制造与行为已在先前的研究中得到详尽论述 [54, 55, 56]。

该系统中的切换过程由内部力与外部输入之间的相互作用所支配：内部力体现在由各向异性和退磁有效场形成的能量景观中，外部输入则是来自输入电流脉冲的自旋转移力矩。能量景观由各向异性能垒 K 表征；自旋注入脉冲则由其幅值 η、持续时间 τ 和面内极化角 β （相对于易轴）表征。顶层的磁化轨迹大致可分为两个阶段：电流驱动阶段，此时自旋转移力矩主导磁化动力学，并沿着唯一的“切换路径”驱动 $\hat{}m$ ；以及场驱动阶段，此时电流脉冲结束后有效场接管，并使 $\hat{}m$ 衰减至稳定面内态。

图 1A 显示了由场驱动瞬态动力学产生的切换区域。如果电流脉冲关闭时磁化指向红色区域，最终将发生进动并阻尼回到“0”态，对应于 $\hat{}m = -\hat{}x$；反之，如果指向蓝色区域内的某个位置，有效场将使器件进入“1”态，对应于 $\hat{}m = +\hat{}x$。

我们将沿面内难轴施加自旋注入脉冲，也就是说，自旋极化角为 β =90°。这将迫使顶层磁化沿图 1A 中以白色标出的切换路径旋转。对于所有超过某一阈值的脉冲持续时间，$\hat{}m$都会被直接驱动至红色和蓝色切换区域之间的边界线，也就是说，恰好处于两个可能平衡态之间的位置。电流脉冲关闭时，各向异性和退磁有效场相互抵消，使随机热涨落——通常比这两个因素小几个数量级——决定磁化的最终状态。这会产生非确定性切换轨迹，如图 1B 所示；$\hat{}m$以相同的概率进入“0”态或“1”态。每隔任意时钟周期周期性地施加自旋转移脉冲，会产生本质上随机且独立分布的 50/50 比特流。

沿易轴方向施加外部场会使该概率发生偏移，为系统增加一个可调节的控制手段。如图2A所示，所得概率特性相对于易轴场呈S形： $p = \sigma(B_x/B_0)$。

B_0（S形缩放因子）取决于以下系统参数：铁磁体的磁饱和与磁导率；各向异性能垒的相对强度；以及热能与单位体积磁自能之比。

沿面内易轴施加持续自旋转矩，会在磁化概率中产生类似的S形偏移，只是使用了不同的缩放因子 η_0。自旋转矩偏置为独立调节每个自旋轨道转矩磁阻随机存取存储器器件的概率提供了一条局部路径。

在两个切换区域的边界上，各向异性和退磁场完全相互抵消，

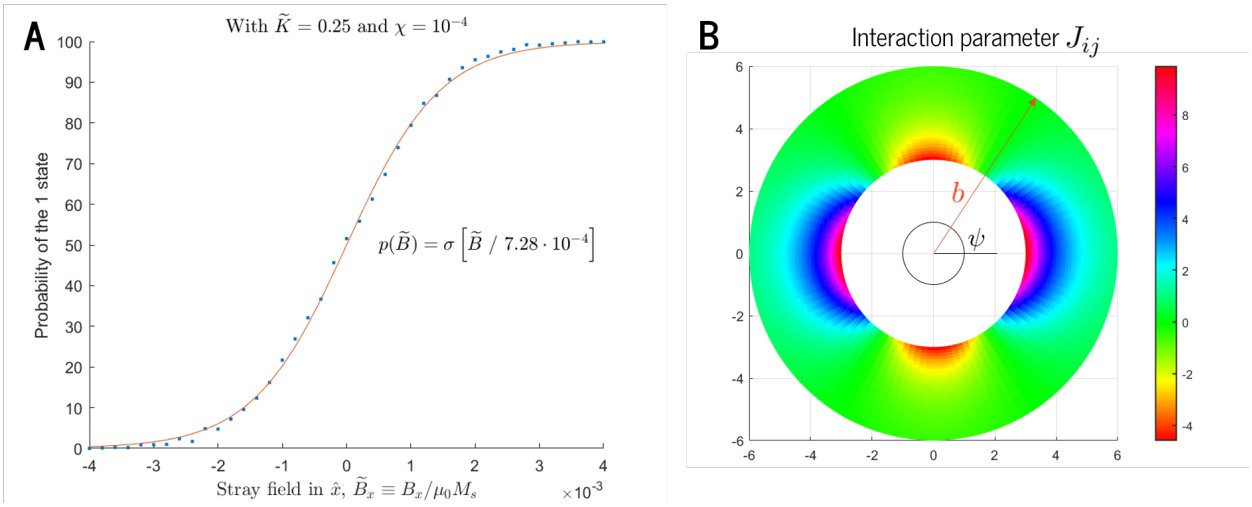

图2：**切换与相互作用参数。(A)** 磁化降至“1”态的概率是关于 x 方向外部场的 sigmoid 函数。缩放因子取决于器件的温度和各向异性常数。**(B)** 磁体之间的相互作用参数 J_{ij} （即 sigmoid 函数的输入）取决于元胞间距离矢量 $(x_j - x_i)\,\hat{\mathbf{x}} + (y_j - y_i)\,\hat{\mathbf{y}}$，此处以极坐标 b 和 ψ 表示。注意，沿易轴方向的 J_{ij} 为正，背离易轴方向的 J_{ij} $90°$ 为负。

因此，即使很小的外部场也能改变磁性层的切换概率。具体而言，来自其他邻近磁性单元的杂散场可以提供所需的偏置，这意味着我们可以将一个磁体的概率与另一个磁体的状态关联起来。如果两个磁体之间的距离矢量沿面内易轴方向，杂散场相互作用往往会使两个磁体指向同一方向；反之，如果磁性单元之间的距离矢量沿面内硬轴方向，杂散场则会使两个磁化状态彼此相反。如图2B所示，我们可以计算磁体 m_i 和 m_j 之间的无量纲相互作用参数，

$$J_{ij} = \frac{\zeta}{4\widetilde{B}_0((x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2)^{3/2}}\left[\left(2 + \frac{3}{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2}\right)\frac{(x_j - x_i)^2}{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} - \left(1 + \frac{3}{4((x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2)^2}\right)\frac{(y_j - y_i)^2}{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2}\right] \quad (1)$$

其中 $(x_i,\ y_i)$ 是概率比特 i 的空间坐标。

仿真设置与方法

使用无量纲化的 Landau-Lifshitz-Gilbert方程（包含 Slonczewski修正，以描述自旋转移力矩 [57]）模拟概率比特磁矩的时间分辨轨迹 $\hat{m}_i$:

$$\frac{d\hat{m}_i}{d\widetilde{t}} = -\frac{1}{1+\alpha^2}\left(\hat{m}_i \times \left[\widetilde{\mathbf{B}} + \alpha\hat{m}_i \times \widetilde{\mathbf{B}} - \alpha\widetilde{\eta}\hat{p} - \widetilde{\eta}\hat{p} \times \hat{m}_i\right]\right) \quad (2)$$

with $\widetilde{\mathbf{B}} \equiv \vec{B}/\mu_0 M_s$、 $\widetilde{\eta} = \eta/\gamma\mu_0 M_s$ 和 $\widetilde{t} = t \cdot \gamma\mu_0 M_s$。有效场 $\vec{B}$ 包含四项 s:

$$\vec{B} = \frac{2K}{M_s}(\hat{m} \cdot \hat{k})\hat{k} - \mu_0 M_s(\hat{m} \cdot \hat{z})\hat{z} + \vec{B}_{\text{therm}} + \vec{B}_{\text{ext}} \tag{3}$$

前两项分别是各向异性有效场和退磁有效场。第三项是随机热场，通过对涨落耗散分析[58, 59] 的结果进行离散化得到，该场是一个方差为

$$\sigma_B = \mu_0 M_s \sqrt{\frac{\alpha\chi}{\delta}} \tag{4}$$

其中， α是吉尔伯特阻尼， $\delta = \Delta t \cdot \gamma\mu_0 M_s$是模拟时间步长，而 $\chi \equiv$($k_B T/V$)/($\frac{1}{2}\mu_0 M_s$)是一个热参数，用于表征系统中热能与磁能之间的平衡。

第四项是磁体 i所受全部外部杂散场的总和。单个铁磁圆盘产生的杂散场通过偶极子叠加积分求得；在每个时间步，将其他所有概率比特产生的场相加，从而求得每个概率比特位置处的外部场。

在 MATLAB 中对 LLG 方程进行数值求解，以获得每个概率比特周期内的所有磁化轨迹。除非另有说明，否则始终假设自旋注入输入为矩形脉冲，其幅值在 $0 \le t < \tau$ 内为 η，其他时间幅值为 0。

概率逻辑门

如果单个磁体同时受到多个单元间相互作用的影响，其切换概率为

$$p_i = \sigma\left[\sum_{j\neq i}(\widetilde{\mathbf{B}}_{\text{ext}}(\vec{r}_j, m_j) \cdot \hat{\mathbf{x}}) \; + \; h_i\right] = \sigma\left[\sum_{j\neq i} J_{ij} m_j + h_i\right] \tag{5}$$

其中， $m_j = \pm 1$ 是另一个磁体的状态， J_{ij} 根据公式 1 计算得出， h_i 是在磁体 i 的切换周期内施加的（无量纲化）本征自旋转矩偏置。不同的相互作用参数——与不同的圆盘排列相关——将导致每个比特的条件概率发生变化，从而改变整个系统状态的联合概率分布。具体而言，我们可以排列我们的 J_{ij}和 h_i，使比特网络以任意高的概率精度呈现确定性逻辑门的行为。

例如，考虑图3A所示的磁体排列。它由三个比特ABC组成，这些比特分别受到持续自旋转矩偏置 $h_A = h_B = q/2$ 和 $h_C = -q$的内在偏置，并通过几何定位形成相互作用参数 $J_{AB} = -q/2$ 和 $J_{AC} = J_{BC} = q$。根据方程5，这些参数产生条件概率。当 $A = 1$ 和 $B = 1$时， C 转变为“1”状态的概率很高（对于 $q = 4$为>98%）；对于所有其他 AB 取值，其为“1”的概率较低（对于 $q = 4$为<2%），因此为“0”的概率较高。由此，我们复现了确定性行为 $C = AB$。当我们在一个时钟周期内重新生成这一比特排列，依次触发 A、 B和 C 发生切换时，我们发现系统有 >95%的时间处于“正确”的与门状态 $ABC = 000$、010、100和111；“错误”或非与门状态001、011、101和110合计获得 <5%的概率质量。此外，我们还可以加入额外偏置 h_C 来固定输出状态并反转逻辑门的流向：如图3B所示，如果将 C 设为0，就会迫使 AB 处于与该输出相关的三个可能输入状态：00、01和10。反之，如果将 C 设为1，则会将全部概率质量转移到 $AB = 11$ 状态。类似的三比特

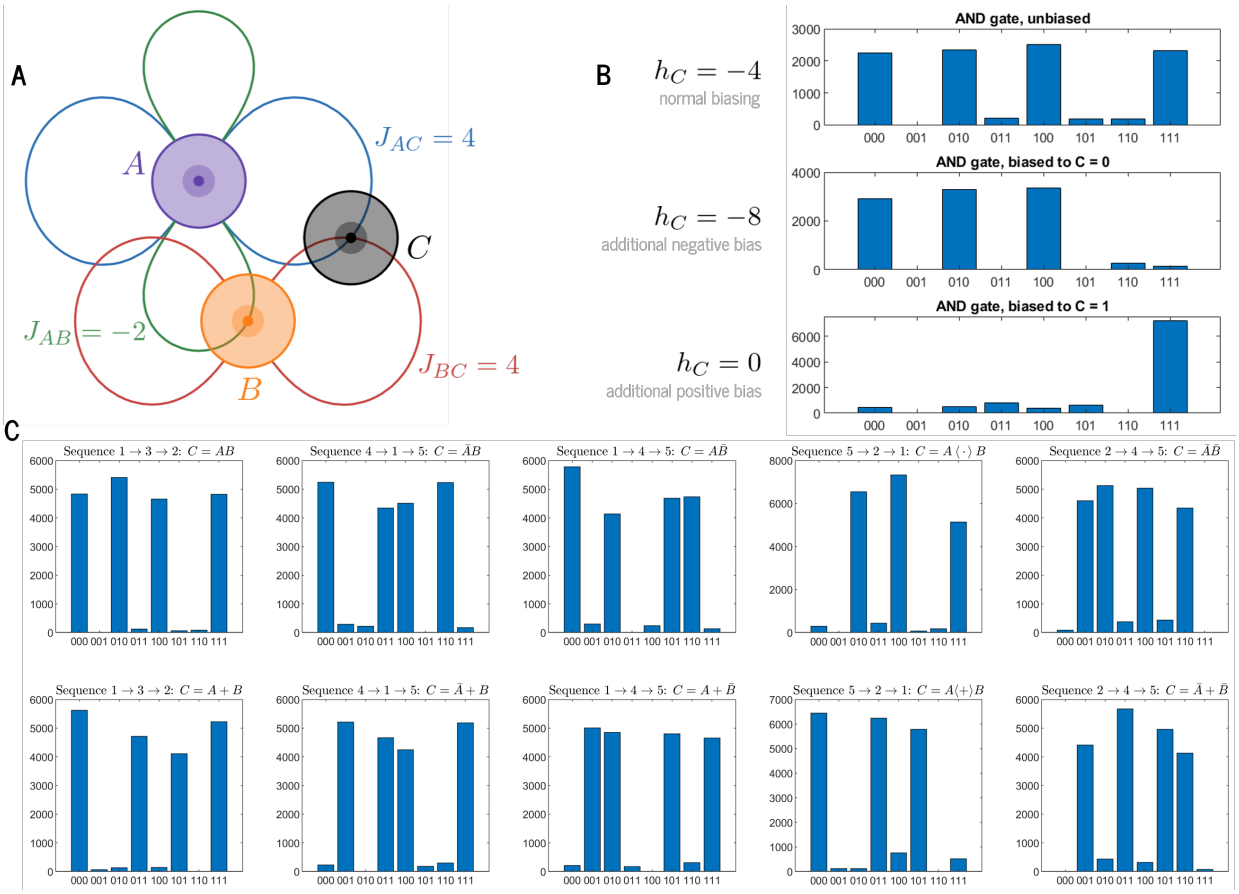

图3：逻辑门网络。（**A**）对应概率与门的三比特几何排列。（**B**）与门的循环运行。系统自然会落入符合确定性真值表的 ABC 状态：000、010、100 和 111。通过额外偏置固定输出 C，会将影响反向传播至输入状态 AB：设置 $C = 1$ 会将 $AB = 11$ 状态单独隔离出来，而设置 $C = 0$则会使系统进入另外三种 AB 可能状态。（**C**）利用可重构逻辑门（由五比特几何排列构成）可实现的全部 10 种双输入单输出概率逻辑函数。同一个逻辑门可按需重新配置为与门、或门、与非门等。

排列可以　　排列还可以产生或门、与非门和或非门（图S1，补充手稿 1）。

乍看之下，杂散场介导的逻辑运算似乎是一种繁琐而不可靠的方法。然而，我们采用使磁场产生建设性干涉的策略，并能分别对每个概率比特施加 h_i 偏置，从而抵消任何额外或不平衡的磁场，这有助于我们制定校准策略，大幅减轻潜在问题。正如补充手稿2所述，我们的逻辑门能够耐受器件错位（任意方向上达到半径的一半，某些方向上甚至达到整个圆盘半径）、高达 ±30%的各向异性常数变化，以及 150 K 至 600 K 的温度变化。在所有情况下，这些逻辑门的错误率均低于 10%。

由五个磁性单元组成的排列（图S1，补充信息1）可通过改变圆盘对变量 A、B 和 C 的分配方式，原位重构为具有两个输入和一个输出的任意逻辑函数 原位。根据激活的比特组，我们会得到不同的相互作用参数 J_{ij}，从而得到不同的联合概率分布；通过改变单元固有偏置组，还可以进一步控制该分布。不同的参数组合能够实现

10种不同的逻辑函数，包括完整的布尔原语集（表 S1，补充手稿 1）。异或和同或函数不可线性分离，因此无法通过这种方法生成；但我们可以分别创建经过修改的“避态”或门和与门，以避免出现任何相悖的系统状态。图 3C 显示了全部10种联合概率分布。这种通用型可重构逻辑门可以按需控制，以模拟任意三位确定性逻辑函数的行为。

门间通信

几何门构型存在两个局限。首先，它只能对二进制输入构造线性可分函数，因此无法实现异或函数，而异或函数是许多算术运算的基础。其次，由于杂散场的 r^{-3} 型衰减对可用于单元间相互作用的空间施加了根本限制，它无法为每个磁体提供大约超过四次相互作用。为了在双向概率框架下创建更复杂的逻辑函数，我们必须开发一种将各个门区域连接起来，并将一个门的输出馈入另一个门输入的方法。

状态传输的一种选择是采用全磁方法实现门间通信。这可以通过由强杂散场相互连接的磁性单元链来实现。链一端的位翻转会触发最近邻磁体沿相同方向翻转，而该磁体又会触发其最近邻磁体，如此依次传递，直至状态沿整条链传播到底端。磁性“管道”可以沿面内硬轴或易轴布置；通常，通过构造由水平和垂直线段组成的阶梯状图案，我们可以沿任意面内方向传播状态。传输速度取决于元胞间距离矢量以及铁磁体内部的各向异性能垒强度。此外，我们还可以通过外部电流脉冲输入触发传播的开始，并控制状态流动的方向。从能效和实现全模拟架构的角度来看，这种磁传输机制颇具吸引力；但它对几何结构的敏感性、复杂的控制基础设施，以及面对材料和器件变化时的脆弱性，使其以当前形式应用时不太实际。

两个不同概率门单元之间的状态传输不必完全依靠磁性。相反，通过基于 CMOS 的电子电路可以更高效地实现这一过程。将铁磁层用作磁隧道结（MTJ）结构中的自由层，即可感测源磁盘的磁态。在这种情况下，MTJ 的参考层应由合成反铁磁体进行磁通补偿，使其不受杂散场影响。这样，便可通过 CMOS 电路感测自由层的磁态；此前已有研究提出了实现这种测量的快速、高效方法 [60, 61]。MTJ 产生的信号（无论是数字信号还是模拟信号）都可以传输并放大，从而驱动电荷电流，以设定目标概率比特的磁化状态。在这种模式下，目标概率比特——即传输信号的目的端——可以构成自旋轨道转矩磁隧道结器件的自由层。值得注意的是，以这种方式实现的概率计算架构并不等同于此前文献中提出的完全由 CMOS 实现的架构；在这里，CMOS 电路仅用于门之间的复制操作，而不用于门内的位间相互作用和计算，因此大幅降低了这种机制所需的面积、能耗和控制开销。

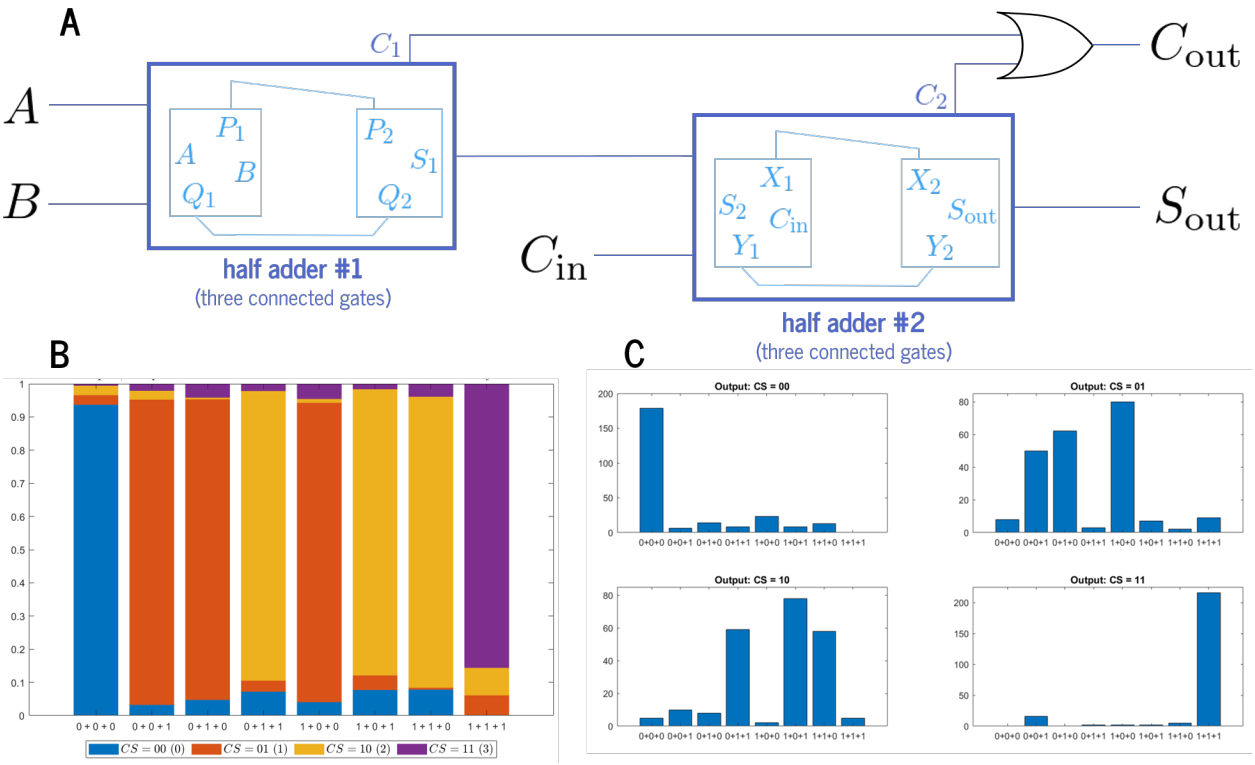

图4：**一位全加器**。（**A**）电路示意图由两个相连的半加器和七个概率门区域组成。（**B**）正向传播：我们以~ 90%的准确率计算出正确的两位加法和 $C_{\text{out}}S_{\text{out}}$ 。（**C**）反向传播：使用相同的架构，我们可以固定输出，并反向推导出输入 A、 B和 C_{in}。例如，设定 $C_{\text{out}}S_{\text{out}} = 11$ （即3）会使我们回溯到正确的输入计算： $1 + 1 + 1$。

大规模双向网络

现在，我们介绍一种用于大规模可逆计算的概念验证装置。我们将三个逻辑¯ ¯操作串联起来，每个操作都有各自的门区域，以生成异或函数： $A \oplus B = AB + \overline{A}\overline{B}$。我们将异或与一个概率与门耦合，构成半加器，最后再将两个半加器串联起来，构成一位全加器。包含七个相连概率门区域的完整概率电路示意图见图4A。

在正向传播中，我们设定输入 A、 B和 C_{in}，并计算它们的两位二进制和 $C_{\text{out}}S_{\text{out}}$。我们错开时钟周期，先计算中间状态，然后通过通信链路沿正向传递这些状态。该操作的结果如图4B所示；对于八种可能的输入状态中的每一种，我们都能以较高的概率准确率（~90%）恢复正确的两位加法和输出。如有需要，进一步的纠错步骤可以提高这一计算的准确率，但这超出了本文所述工作的范围。

与传统算术单元不同，我们可以原位切换信息流的方向——也就是说，我们也可以设定输出，并反向推导出产生这些输出的输入。使用相同的几何结构和架构，只需反转通信器单元中的传输方向，并采用不同的比特循环顺序，就能自然地实现这一点。例如，若设定 $C_{\text{out}}S_{\text{out}} = 00$，几乎所有概率质量都会被推入产生该输出的唯一状态 $A + B + C = 0 + 0 + 0$。固定 $C_{\text{out}}S_{\text{out}} = 01$ 后，

会有三种可能性，输出状态 10 也是如此； $C_{\mathrm{out}}S_{\mathrm{out}} = 11$ 反向传播至最后剩余的状态 $A + B + C = 1 + 1 + 1$。

这些结果证明，我们的自旋电子学框架能够以很高的概率准确度双向计算非基本逻辑函数，这是构建全磁性概率计算机的基础。我们还可以将此处展示的逻辑网络进一步级联并加以改造，从而构建多位加法器、乘法器及其他此类功能单元。最终，我们可以构建一种双向乘法器，用于解决质因数分解问题。目前，后续这些步骤超出了本研究的范围，但在理论上并不存在实现此类大规模相互作用的障碍。

分析与结论

我们提出了一种新颖的概率计算框架，并展示了由 SOT-MRAM器件构成的级联网络如何运行，以实现涉及多个二进制变量的复杂逻辑函数。借助我们构建的单元间相互作用，我们可以在这些相连机制的一侧固定输入，并在另一侧计算输出；同时，也可以在另一侧固定输出，并反向推导出产生这些输出的输入。值得注意的是，我们不需要任何特殊处理——无需额外的数字计算，也没有计算开销——概率比特便能以所需方式彼此相互作用。由于其物理位置以及磁静力杂散场对几何结构的依赖性，它们能够自然地实现这种相互作用。若要选择不同的逻辑函数，只需按不同的周期性序列激活不同的 SOT-MRAM 单元；若要改变信息流的方向，只需调整门间通道的控制参数。因此，由可重构门区域组成的互连网络能够双向实现任意逻辑函数。这些计算可以在全模拟环境中进行，也可能完全通过磁性方法实现（若采用磁性门间通信器）。

许多现有的概率计算实现依赖伪随机比特序列来模拟随机性，因此在根本上受限于数字电路的时间、空间和能耗约束。其他物理实现，无论采用光学、电阻式还是磁性概率比特，都没有可用于调节或相互作用其概率的物理控制手段，因此必须将这些计算交由独立的数字逻辑控制电路处理。我们在此提出的框架将随机性和相互作用这两项关键属性“融入”模拟门网络，为这一领域提供了一种前景广阔的新方案。我们展示了该框架在双向计算方面的潜力，重点介绍了质因数分解所需的基本布尔运算和算术运算；同时，我们也设想它可用于概率计算的其他潜在场景，包括从任意统计分布生成真正的随机变量，以应用于密码学和机器学习应用，以及在伊辛机型框架中实现新颖的计算算法。

致谢

我们感谢 K. Y. Camsari、A. D. Kent、P. Khalili Amiri 和 P. Talatchian 在这一领域进行的有益交流。

资助： 所有作者均获卡内基梅隆大学数据存储系统中心资助。

参考文献

[1] K. Y. Camsari、R. Faria、B. M. Sutton 和 S. Datta，“用于可逆逻辑的随机 p 位”，*PhysicalReview X*，第 7 卷，第 3 期，页码 031014，2017 年。[2] W. A. Borders、A. Z. Pervaiz、S. Fukami、K. Y. Camsari、H. Ohno 和 S. Datta，“使用随机磁性隧道结进行整数分解”，*Nature*，第 573 卷，第 7774 期，第 390–393 页，2019 年。[3] S. Chowdhury、A. Grimaldi、N. A. Aadit、S. Niazi、M. Mohseni、S. Kanai、H. Ohno、S. Fukami、L. Theog- arajan、G. Finocchio、S. Datta 和 K. Y. Camsari，“基于 p 位的概率计算全栈视角：器件、架构与算法”，*IEEE Journal on Exploratory Solid-State ComputationalDevices and Circuits*，第 9 卷，第 1 期，第 1–11 页，2023 年。[4] B. R. Zink、Y. Lv 和 J.-P. Wang，“随机计算用磁性隧道结综述”，*IEEE Journal on Exploratory Solid-State Computational Devices and Circuits*，第 8 卷，第 2 期，第 173–184 页，2022 年。[5] G. Finocchio、M. Di Ventra、K. Y. Camsari、K. Everschor-Sitte、P. Khalili Amiri 和 Z. Zeng，“自旋电子学在非常规计算中的前景”，《磁学与磁性材料杂志》，第 521 卷，页码 167506，2021 年。[6]J. Kaiser 和 S. Datta，“基于 p 位的概率计算”，*Applied Physics Letters*，第 119 卷，页码 150503，2021 年 10 月。[7] K. Camsari 和 S. Datta，“关于两种主要计算体系的对话：设想你在一次航班上与一位工程师谈论一种横跨经典计算与量子计算的方案”，*IEEE Spectrum*，第 58 卷，第 4 期，第 30–35 页，2021 年。[8] N. Mohseni、P. L. McMahon 和 T. Byrnes，“作为组合优化问题硬件求解器的伊辛机”，*Nature Reviews Physics*，第 4 卷，第 6 期，第 363–379 页，2022 年。[9] S. Chowdhury、S. Datta 和 K. Y. Camsari，“量子启发算法的概率方法”，载于*2019 IEEE* 国际电子器件会议 *(IEDM)*，第 37.5.1–37.5.4 页，2019 年。[10] K. Y. Camsari、S. Chowdhury 和 S. Datta，“利用室温 p-位可扩展地模拟无符号问题哈密顿量”，《物理评论：应用》，第 12 卷，页码 034061，2019 年 9 月。[11] S. Chowdhury、K. Y. Camsari 和 S. Datta，“概率计算机加速量子蒙特卡罗”，*Communications Physics*，第 6 卷，第 1 期，页码 85，2023 年。[12] R. Hamerly、T. Inagaki、P. L. McMahon、D. Venturelli、A. Marandi、T. Onodera、E. Ng、C. Lan- grock、K. Inaba、T. Honjo、K. Enbutsu、T. Umeki、R. Kasahara、S. Utsunomiya、S. Kako、K. ichi Kawarabayashi、R. L. Byer、M. M. Fejer、H. Mabuchi、D. Englund、E. Rieffel、H. Takesue 和 Y. Ya- mamoto，“相干伊辛机与量子退火机性能差异的实验研究”，*Science Advances*，第 5 卷，第 5 期，页码 eaau0823，2019 年。[13] D. E. Nikonov，“随机磁电路可与量子计算相媲美”，*Nature*，第 573 卷，第 351–352 页，2019 年。[14]D. S. Holmes、A. L. Ripple 和 M. A. Manheimer，“节能超导计算——功率预算与需求”，*IEEE Transactions on Applied Superconductivity*，第 23 卷，第 3 期，页码 1701610–1701610，2013 年。[15] J. C. Lagarias，“伪随机数”，*Statistical Science*，第 8 卷，第 1 期，第 31–39 页，1993 年。[16] M. Stipˇcevi´c 和 C̦. K. Ko̦c，真随机数生成器，第 275–315 页。瑞士 Cham：Springer International Publishing，2014 年。[17] T. J. Hamilton、S. Afshar、A. van Schaik 和 J. Tapson，“随机电子学：集成电路的神经启发式设计范式”，*Proceedings of the IEEE*，第 102 卷，第 5 期，第 843–859 页，2014 年。

[18] W. Maass, 《噪声作为脉冲神经元网络中计算与学习的资源》, 《*IEEE*学报》, 第102卷, 第5期, 第860–880页, 2014年。[19] Z. Fu、Y. Tang、X. Zhao、K. Lu、Y. Dong、A. Shukla、Z. Zhu和Y. Yang, 《自旋电子真随机数生成器概述》, 《物理前沿》, 第9卷（2021年）, 2021年。[20] V. Mansinghka和E. Jonas, 《利用有意设计为随机的数字部件构建快速贝叶斯计算机》, *arXiv*预印本 *arXiv:1402.4914*, 2014年。[21] R. Faria、J. Kaiser、K. Y. Camsari和S. Datta, 《自主贝叶斯网络的硬件设计》, 《计算神经科学前沿》, 第15卷（2021年）, 2021年。[22] R. Faria、K. Y. Camsari和S. Datta, 《利用嵌入式随机磁阻式随机存取存储器实现贝叶斯网络》, 《*AIP*进展》, 第8卷, 文章编号045101, 2018年4月。[23] Y. Shim、S. Chen、A. Sengupta和K. Roy, 《作为贝叶斯推断元件的随机自旋轨道转矩器件》, 《科学报告》, 第7卷, 第1期, 文章编号14101, 2017年。[24] A. Lucas, 《众多NP问题的伊辛表述》, 《物理前沿》, 第2卷（2014年）, 2014年。[25] S. Patel、L. Chen、P. Canoza和S. Salahuddin, 《基于现场可编程门阵列加速的受限玻尔兹曼机求解伊辛模型优化问题》, *arXiv*预印本 *arXiv:2008.04436*, 2020年。[26] A. Sharma、M. Burns、A. Hahn和M. Huang, 《增强电子伊辛机以有效求解布尔可满足性问题》, 《科学报告》, 第13卷, 第1期, 文章编号22858, 2023年。[27] Y. Lv、R. P. Bloom和J.-P. Wang, 《利用磁性隧道结对概率自旋逻辑进行实验验证》, *IEEE Magnetics Letters*, 第10卷, 第1–5页, 2019年。[28] Y. Shao、C. Duffee、E. Raimondo、N. Davila、V. Lopez-Dominguez、J. A. Katine、G. Finocchio和P. K. Amiri, 《磁性隧道结中基于电压控制动力学的概率计算》, 《纳米技术》, 第34卷, 第49期, 文章编号495203, 2023年。[29] C. Duffee、J. Athas、Y. Shao、N. D. Melendez、E. Raimondo、J. A. Katine、K. Y. Camsari、G. Finocchio和P. Khalili Amiri, 《一种基于集成电路的概率计算机, 以电压控制磁性隧道结作为熵源》, *Nature Electronics*, 第1–10页, 2025年。[30] F. L. Traversa和M. Di Ventra, 《利用数字忆算机在多项式时间内求解质因数分解和NP完全问题》, 《混沌：非线性科学跨学科期刊》, 第27卷, 文章编号023107, 2017年2月。[31] S. Patel、L. Chen、P. Canoza和S. Salahuddin, 《基于现场可编程门阵列加速的受限玻尔兹曼机求解伊辛模型优化问题》, *arXiv*预印本 *arXiv:2008.04436*, 2020年。[32] M. Baity-Jesi、R. A. Ba˜nos、A. Cruz、L. A. Fernandez、J. M. Gil-Narvi´on、A. Gordillo-Guerrero、D. Iniguez、A. Maiorano、F. Mantovani、E. Marinari、等, 《Janus II：新一代面向应用的自旋系统模拟计算机》, 《计算物理通讯》, 第185卷, 第2期, 第550–559页, 2014年。[33] B. Sutton、R. Faria、L. A. Ghantasala、R. Jaiswal、K. Y. Camsari和S. Datta, 《每秒拍次翻转的自主概率协处理》, 《*IEEE*开放期刊》, 第8卷, 第157238–157252页, 2020年。[34] M. Aramon、G. Rosenberg、E. Valiante、T. Miyazawa、H. Tamura和H. G. Katzgraber, 《利用数字退火器求解二次无约束问题的物理启发式优化》, 《物理前沿》, 第7卷（2019年）, 2019年。[35] T. Takemoto、M. Hayashi、C. Yoshimura和M. Yamaoka, 《2.6 一款基于存内处理方法、用于求解大规模组合优化问题的 $2\times$ 30k 自旋多芯片可扩展退火处理器》, 发表于*2019*年*IEEE*国际固态电路会议（*ISSCC*）, 第52–54页

, IEEE, 2019。

[36] K. Yamamoto, K. Ando, N. Mertig, T. Takemoto, M. Yamaoka, H. Teramoto, A. Sakai, S. Takamaeda- Yamazaki, and M. Motomura，“7.3 statica：一款具有近存储器全自旋同时更新架构的512自旋、0.25m权重全数字退火处理器，用于具有完整自旋-自旋相互作用的组合优化”，发表于*2020*年*IEEE*国际固态电路会议 - *(ISSCC)*，第138–140页，2020年。[37] D. Vodenicarevic, N. Locatelli, A. Mizrahi, J. S. Friedman, A. F. Vincent, M. Romera, A. Fukushima, K. Yakushiji, H. Kubota, S. Yuasa, S. Tiwari, J. Grollier, and D. Querlioz，“用于非常规计算的超顺磁隧道结低能耗真随机数生成”，《物理评论应用》，第8卷，页码054045，2017年11月。[38] K. Hayakawa, S. Kanai, T. Funatsu, J. Igarashi, B. Jinnai, W. A. Borders, H. Ohno, and S. Fukami，“面内磁性隧道结中的纳秒级随机电报噪声”，《物理评论快报》，第126卷，页码117202，2021年3月。[39] C. Safranski, J. Kaiser, P. Trouilloud, P. Hashemi, G. Hu, and J. Z. Sun，“随机磁性隧道结纳秒级运行的演示”，*Nano letters*，第21卷，第5期，第2040–2045页，2021年。[40] L. Rehm, C. Capriata, S. Misra, J. Smith, M. Pinarbasi, B. Malm, and A. Kent，“基于垂直磁性隧道结的随机磁驱动随机换能器件”，《物理评论应用》，第19卷，页码024035，2023年2月。[41] A. Dubovski, T. Criss, A. S. E. Valli, L. Rehm, A. D. Kent, and A. Haas，“利用现场可编程门阵列驱动的磁隧道结生成一万亿个真随机比特”，*IEEE MagneticsLetters*，第15卷，第1–4页，2024年。[42] J. Z. Sun，“双向选通写入脉冲下与存储器兼容的垂直磁性隧道结：一种高速生成真随机数比特的方法”，*Journal of AppliedPhysics*，第135卷，页码163904，2024年4月。[43] L. Liu, C.-F. Pai, Y. Li, H. W. Tseng, D. C. Ralph, and R. A. Buhrman，“利用钽的巨自旋霍尔效应实现自旋转矩翻转”，*Science*，第336卷，第6081期，第555–558页，2012年。[44] Y. Liu and G. Yu，“MRAM进一步接近核心”，*Nature Electronics*，第2卷，第12期，第555–556页，2019年。[45] S.-W. Lee andK.-J.Lee，“新兴的三端磁存储器件”，*Proceedings of the IEEE*，第104卷，第10期，第1831–1843页，2016年。[46] J. Sinova, S. O. Valenzuela, J. Wunderlich, C. H. Back, and T. Jungwirth，“自旋霍尔效应”，*Rev. Mod.Phys.*，第87卷，第1213–1260页，2015年10月。[47] D. Apalkov, A. Khvalkovskiy, S. Watts, V. Nikitin, X. Tang, D. Lottis, K. Moon, X. Luo, E. Chen, A. Ong, A. Driskill-Smith, and M. Krounbi，“自旋转移矩磁阻随机存取存储器（STT-MRAM）”，*J. Emerg. Technol. Comput. Syst.*，第9卷，2013年5月。[48] Q. Shao, P. Li, L. Liu, H. Yang, S. Fukami, A. Razavi, H. Wu, K. Wang, F. Freimuth, Y. Mokrousov, M. D. Stiles, S. Emori, A. Hoffmann, J. ˚Akerman, K. Roy, J.-P. Wang, S.-H. Yang, K. Garello, and W. Zhang，“自旋轨道转矩路线图”，*IEEE Transactions on Magnetics*，第57卷，第7期，第1–39页，2021年。[49] L. Liu, O. J. Lee, T. J. Gudmundsen, D. C. Ralph, and R. A. Buhrman，“利用自旋霍尔效应产生的自旋转矩实现垂直磁化磁层的电流诱导翻转”，《物理评论快报》，第109卷，页码096602，2012年8月。[50] I. M. Miron, K. Garello, G. Gaudin, P.-J. Zermatten, M. V. Costache, S. Auffret, S. Bandiera, B. Rodmacq, A. Schuhl, and P. Gambardella，“面内电流注入诱导的单铁磁层垂直翻转”，*Nature*，第476卷，第7359期，第189–193页，2011年。[51] S. Fukami, T. Anekawa, C. Zhang, and H. Ohno，“具有共线磁易轴和电流构型的自旋轨道转矩翻转方案”，*nature nanotechnology*，第11卷，第7期，第621–625页，2016年。

[52] S. Fukami、T. Anekawa、A. Ohkawara、C. Zhang 和 H. Ohno，《一种亚纳秒三端自旋轨道转矩诱导开关器件》，发表于*2016*年*IEEE*超大规模集成电路技术研讨会，第 1–2 页，2016 年。[53] Y. Takahashi、Y. Takeuchi、C. Zhang、B. Jinnai、S. Fukami 和 H. Ohno，《采用差分平面霍尔电阻测量的、具有不同易轴方向的面内磁化椭圆纳米点阵列的自旋轨道转矩诱导开关》，*Applied Physics Letters*，第 114 卷，第 012410 页，2019 年 1 月。[54]S. Nallan 和 J.-G. Zhu，《单轴面内磁晶各向异性实现的自旋霍尔开关》，*IEEE Transactions on Magnetics*，第 59 卷，第 11 期，第 1–5 页，2023 年。[55] S. Nallan 和 J.-G. Zhu，《热场对面内磁晶各向异性稳定器件中自旋霍尔开关的影响》，发表于*2024*年*IEEE*国际磁学会议 - *INTERMAG*短篇论文，第 1–2 页，2024 年。[56] S. Nallan 和 J.-G. Zhu，《调控瞬态自旋轨道转矩磁阻式随机存取存储器开关动力学，以提升效率并实现概率开关》，《科学报告》，第 15 卷，第 1 期，第 38182 页，2025 年。[57] J. Slonczewski，《电流驱动的磁性多层膜激发》，《磁学与磁性材料杂志》，第 159 卷，第 1 期，第 L1–L7 页，1996 年。[58] W. F. Brown，《单畴粒子的热涨落》，《物理评论》，第 130 卷，第 1677–1686 页，1963 年 6 月。[59] J.-G. Zhu，《自旋阀磁头中的热磁噪声及其频谱》，*Journal of Applied Physics*，第 91 卷，第 7273–7275 页，2002 年 5 月。[60] W. Zhao、C. Chappert、V. Javerliac 和 J.-P. Noziere，《用于磁隧道结/互补金属氧化物半导体混合逻辑电路的高速、高稳定性、低功耗感测放大器》，*IEEE Transactions on Magnetics*，第 45 卷，第 10 期，第 3784–3787 页，2009 年。[61] A. K. Shukla、S. Dhull、A. Nisar、S. Soni、N. Bindal 和 B. K. Kaushik，《一种具有多节点翻转容错能力的新型抗辐射自旋轨道转矩磁阻随机存取存储器读出电路》，《*IEEE*开放纳米技术期刊》，第 3 卷，第 78–84 页，2022 年。