产业内知识溢出下的知识积累：基于企业成本最小化的竞争博弈与纳什均衡

Vasilios Kanellopoulos

伯明翰大学

历史与文化学院

Edgbaston，伯明翰 B15 2TT

英国

*通讯作者：Vasilios Kanellopoulos，电子邮箱：kanellopbill@gmail.com

摘要：本文考察一种竞争博弈，其关键变量是特定地区企业的研发努力（例如研发支出）和累积知识。累积知识中最重要的组成部分是知识溢出。由于假设这些企业在同一行业内运营（即属于同类企业），且竞争者提供相似产品，因此本文将此类溢出视为行业内溢出。本研究基于企业成本最小化确定了一个纳什均衡。该均衡是在假设所研究的企业理性行事，并主要致力于实现最优结果——具体而言，即通过降低总成本来实现——的基础上推导得出的。

关键词：企业、研发努力、累积知识、知识溢出、竞争博弈、成本最小化

JEL分类：O3、D2、C7

1. 引言

本文考察一种竞争博弈，其关键变量是位于某国特定地区的企业的研发努力（例如研发支出）和累积知识。累积知识中最重要的组成部分是知识溢出。本研究基于企业成本最小化，识别出一个纳什均衡。该均衡是在以下假设下推导得出的：所考察的企业均理性行事，且主要关注实现最优结果，具体而言，即尽可能降低总成本。因此，本研究通过企业的成本最小化决策对竞争进行建模，并纳入其研发努力和累积知识，其中包括行业内部的知识溢出。

文献中有大量研究关注企业为争夺市场份额而展开的品牌竞争（Bischi 等人，2000；Monahan，1987；Monahan 和 Sobel，1994）。相较之下，其他研究则强调企业在高科技产品生产和研发活动方面的竞争，其中研发活动以研发支出为代表。这类竞争称为竞争性研发（Reinganum，1981，1982）。在此背景下，企业旨在通过率先推出创新或获取专利，在竞争中扩大市场份额和／或取得相对于竞争对手的竞争优势（另见 Bischi 和 Lamantia，2004）。

根据 Baniak and Dubina（2012）的观点，Dasgupta 和 Stiglitz（1980a、1980b）提出了一个用于探讨市场结构与研发支出之间关系的一般模型 [1]。Dasgupta 和 Stiglitz（1980b：267）指出：“如果企业倾向于

[1] Baniak and Dubina（2012）指出，创新竞争问题的经典表述如下：竞争企业需要决定研发投入多少，同时还要决定采用哪些研究策略（另见 Dasgupta 和 Stiglitz，1980b）。

相互模仿对方的研究策略，那么研发支出中的很大一部分可能本质上是重复性的，因而造成社会浪费。如果企业从事风险过高的项目，可能会导致技术进步速度过快以及产业集中度过高。这反过来又可能意味着生产效率的大幅损失。”此外，Dasgupta 和 Stiglitz（1980a）强调了研发竞争相对于当前产品市场竞争的价值。具体而言，他们发现，与垄断相比，当前产品市场中的竞争会降低创新水平，而研发竞争则会使创新水平超过社会最优水平。相比之下，Cellini 和 Lambertini（2004）发现，在开环均衡[2]，下，大量企业有助于实现更高程度的产品差异化，而这反过来又需要更高的研发投资。这一发现与 Arrow（Arrow，1962）的假说一致，即竞争越激烈，研发的均衡水平和最优水平越高（另见 Cellini 和 Lambertini，2002、2004）。然而，在闭环均衡下，大量企业会导致较低程度的产品差异化，从而只需较少的研发投资（Cellini 和 Lambertini，2004）。这一结果与 Schumpeter（Schumpeter，1942）的观点一致，即竞争越激烈，研发的最优水平越低（Cellini 和 Lambertini，2004）。最后，Spence（1984：101）指出：“在许多市场中，企业通过投入资源来降低成本，从而展开跨期竞争。”这些支出主要包括研发和新产品开发（Spence，1984）。在这一背景下，降低成本的研发价值的关键决定因素是企业利润和收入（另见 Spence，1984）。

[2] 在博弈论中，开环模型是指参与者无法观察对手行动的模型；与之相对，闭环模型中所有过去的行动都是共同知识。

企业的研发与知识竞争涉及若干重要方面。某些行业，如制药业和／或软件业，研发成本高昂，并会产生大量发明和专利（Bischi 和 Lamantia，2004）。这些成本往往超过标准生产成本，因此发明会通过专利加以保护（参见 Bischi 和 Lamantia，2004）。另一个重要考量是知识溢出效应。在此背景下，企业试图利用竞争者知识的公共品特征，即非排他性和非竞争性，从中获益。Cohen and Levinthal（1989，1990）提出的吸收能力概念在此尤为重要。根据 Brinkerink（2018：295）的说法，“Cohen and Levinthal（1989，1990）认为，企业投资于研发，以培养所需的吸收能力，从而获取、吸收并利用企业边界之外可获得的知识投入。”此外，考察企业间溢出效应的不对称性和异质性，有助于分析公共知识与私人知识之间不同平衡关系所产生的影响（另见 Bischi 和 Lamantia，2004）。

本文为有关创新与研发[3]的企业竞争文献提供了新的信息和见解。具体而言，这是首项通过企业的成本最小化决策来建模竞争的研究，同时纳入了研发努力、累积知识以及产业内知识溢出。在这一框架中，研发努力、伴随知识溢出的累积知识是竞争的基本变量。在相关文献中，一些研究通过利润最大化来建模竞争（Bischi 和 Lamantia，2004；Dasgupta 和

[3] 这方面的例证是，Baniak and Dubina（2012）指出，在组织间互动层面，创新博弈论模型的作用是确定最优的竞争与合作策略，尤其是确定最优研发支出。

Stiglitz，1980a，1980b；Spence，1984年），而另一些研究则最大化价值函数（参见 Reinganum，1982）。

此外，本研究假设企业在同一行业（类似的经营单位）内运营，且竞争者提供相似产品或服务。因此，特定地区内竞争企业之间的知识溢出局限于该行业；换言之，这是行业内溢出（Todo等人，2011年；Yao，2006年）。这一假设还使我们能够假定，所考察的企业均可使用相同的技术，并面临相同的既定投入品价格。由此，我们通过纳入参数来处理企业的成本最小化问题。相比之下，先前研究并未考虑技术使用机会均等且投入品价格相同这一假设。相反，这些研究关注第ith家企业的决策（其中 $i = 1$，2，...，n），并最大化第 ith家企业的利润函数（Bischi 和 Lamantia，2004；Spence，1984），从而假设企业可以使用不同的技术，并面临不同的投入品价格。

本研究的另一个创新之处在于，采用了复杂且要求较高的非线性总成本函数来求解企业成本最小化问题。此前的大多数研究在这方面依赖线性成本函数和／或简单的非线性成本函数。在此，我们采用更为复杂且要求更高的数学方法、代数方法和技术，以求得最优投入品（研发努力和累积知识）价格。本研究最后一项创新贡献，是尝试从经济学角度解释通过数学计算得出的累积知识纳什均衡价格的负值。鉴于产业内知识溢出是累积知识最重要的组成部分，我们着重关注知识的公共品属性，其满足以下条件：

非排他性和非竞争性。由于受考察企业未加以利用的新知识部分会溢出到其他企业，我们将这部分视为该企业对竞争企业的补贴。为阐明这一点，我们构建了一个模型，说明供应商向买方补贴投入品成本（知识溢出），这主要是因为

本文其余部分安排如下：第二节介绍模型。首先考察存在产业内知识溢出时的知识积累，以及企业在溢出效应方面存在不对称性（异质性）的情形。随后构建竞争博弈，并基于企业成本最小化推导纳什均衡。最后，对累积知识的纳什均衡价格为负值这一现象作出经济学解释。最后一节重点讨论结论、研究的若干局限以及未来研究方向。

2. 模型

2.1 产业内知识溢出下的知识积累：企业间溢出效应的不对称性（异质性） 情形 我们假设市场由n 家企业组成，其中$i = 1$、2、… . .、 n。这些企业位于某个国家的r_{th} 地区，并在同一行业（例如商业服务）[4]内经营。换言之，竞争者提供相似的产品或服务。我们还假设这些企业生产该地区的全部产出，且它们之间存在显著的研发（知识）溢出效应。因此，知识溢出主要发生在行业内（Bernstein 和 Nadiri，1989；Todo等人，2011；Yao，2006）。首先，

[4] 例如，美国北加利福尼亚的硅谷就是这样一个地区。硅谷是全球高科技与创新中心。

我们令 x_i（t）表示企业 i的研发努力（例如研发支出）。根据Spence（1984），企业i 在时期t 的累积知识为（另见Bischi 和 Lamantia，2004）：

$$k_i(t) = x_i(t) + \sum_{j \neq i} \theta_{ij} x_j(t), \quad (1)$$

在方程 (1) 中，$\sum_{j \neq i} \theta_{ij} x_j(t)$ 是企业 j 在时间 t所付出的研发努力乘以企业 j 向企业 $i(\theta_{ij})$ 溢出的知识之和。因此，$\theta_{ij} \in [0,1]$表示企业 j 向企业 i的知识溢出。当 $\theta_{ij} = 0$时，不存在知识溢出。换言之，企业 j 的知识不会转移给企业i。这种情况出现在企业 j 保护其知识产权（例如专利），并避免知识在竞争者之间溢出时。当 $\theta_{ij} = 1 \ \forall \ i \neq j$时，企业 j 产生的所有知识都会被企业 i吸收。当 $0 < \theta_{ij} < 1$时，溢出效应并不完全（Spence，1984）。尽管 Spence（1984）设定 $\theta_{ij} = \theta$，意味着知识溢出恒定（企业间在溢出方面同质），但我们允许并考虑方程 (1) 中企业间在知识溢出方面的不对称性和异质性。在这种情况下，Bischi 和 Lamantia（2004：326）指出：“有些企业比其他企业更善于免费获取竞争者溢出的知识；或者，有些企业可能比其他企业更善于避免自己通过努力获得的知识扩散出去。”

2.2 基于企业成本最小化的竞争博弈与纳什均衡

在此背景下，i_{th} 企业在t 时期的利润由以下方程给出（参见 Bischi 和 Lamantia，2004 年）[5]：

[5] Bischi 等人（2000）采用了一种市场份额吸引模型，该模型被广告从业者和模型构建者广泛使用。这类模型基于这样的假设：市场份额的唯一决定因素是顾客对各个备选方案的吸引力。更多

$$\pi_{\iota}(t) = \frac{a_i x_i(t)}{a_i x_i(t) + \sum_{j \neq i} a_j x_j(t)} - C_i(t), \tag{2}$$

其中，$\pi_{\iota}(t)$表示i_{th}企业[6]在t时期的利润，其中$i = 1$、2、……、n。此外，$x_i(t)$表示i_{th}企业在t时的研发努力，$\sum \quad a_j x_j(_{j \neq i} \quad t$)表示j_{th}企业在t时的研发努力总和，$a_i \geq 0$表示i_{th}企业的研发努力系数，$a_j \geq 0$表示j_{th}企业的系数，$C_i(t)$表示i_{th}企业在t时的总成本。此外，我们假设总成本$C_i(t)$是i_{th}企业的研发努力以及企业i在t时期的累积知识的函数。换言之：

$$C_i(t) = C_i(x_i(t), k_i(t)), \tag{3}$$

此外，当 $k_i(t)$ 固定时，$C_i(x_i(t),\ k_i(t))$ 是 $x_i(t)$ 的递增函数。另一方面，当 $x_i(t)$ 固定时，$C_i(x_i(t),\ k_i(t))$ 是 $k_i(t)$ 的递减函数。在第一种情况下，我们有：

$$\frac{\partial C_i(t)}{\partial x_i(t)} \geq 0, \tag{4}$$

在第二种情况下，我们有：

$$\frac{\partial C_i(t)}{\partial k_i(t)} \leq 0, \tag{5}$$

形式上，时期 t 中品牌 i ($i = 1,2, \ldots, n$) 的市场份额 s_{it}，是其吸引力 A_{it} 相对于所有品牌总吸引力的比例（另见 Monahan, 1987；Hilbert 和 Wilkinson, 1994）：

$$s_{it} = \frac{A_{it}}{\sum_{j=1}^{n} A_{jt}}$$

由此，Bischi 和 Lamantia（2004）认为，企业 i 的收入与其自身努力 x_i 成正比，与所有竞争企业的总效应成反比。此处，企业 i 的利润函数写作：

$$\pi_i = B \frac{a_i x_i}{\sum_{j=1}^{n} a_j x_j} - C_i(x_i)$$

其中，B 表示市场的固定销售潜力，项 $s_i = \frac{a_i x_i}{\sum_{j=1}^{n} a_j x_j}$ 表示品牌 i 的市场份额，权重 $a_i > 0$ 的取值取决于衡量努力所用的单位，而 $C_i(x_i)$ 是取决于努力 x_i 的总成本。[6] Spence（1984）还提到了企业 i_{th} 利润的另一种表达方式。他将其描述为企业 i 扣除研发支出前的收益。

不等式 (4) 表明，企业 i 的研发努力是一项投资，会立即产生负面影响，因为这会增加其总成本（参见 Bischi 和 Lamantia，2004）。另一方面，不等式 (5) 表明，企业 i 的累积知识会降低其总成本。这种有益影响主要是因为竞争者之间的研发溢出效应降低了企业 i[7]的总成本。

因此，总成本函数可写为如下形式（另见 Bischi 和 Lamantia，2004）　　：

$$C_i\big(x_i(t), k_i(t)\big) = \frac{a_i x_i(t)+\beta_i}{\gamma_i k_i(t)+\zeta_i}, \tag{6}$$

这里，总成本与当前努力 $x_i(t)$ 成正比，与$k_i(t)$ 成反比。这样，总成本函数满足方程（3）以及不等式（4）和（5）所述的假设。此外，Bischi 和 La mantia（2004）还考虑了另一种总成本函数形式，该形式同样满足上述条件：

$$C_i\big(x_i(t), k_i(t)\big) = \frac{x_i(t)}{1+\gamma_i k_i(t)}, \tag{7}$$

将方程（6）纳入考虑后，i_{th} 企业在时间 t 的利润函数可写为：

$$\pi_i(t) = \frac{a_i x_i(t)}{a_i x_i(t)+\sum_{j\neq i} a_j x_j(t)} - \frac{a_i x_i(t)+\beta_i}{\gamma_i k_i(t)+\zeta_i}, \tag{8}$$

考虑方程 (7) 时，利润函数变为[8]：

[7] 鉴于 Audretsch 和 Belitski（2022）指出，知识溢出源于一个事实：某一地区和行业的企业无法完全占有自己创造的新知识，这些知识会溢出到其他企业。Bernstein（1988）发现，行业内溢出和行业间溢出都会降低平均生产成本。更具体而言，行业间溢出对单位成本的降低幅度大于行业内溢出（另见 Bernstein，1988）。[8]本文余下部分将采用方程（7）所述的总成本函数。

$$\pi_i(t) = \frac{a_i x_i(t)}{a_i x_i(t) + \sum_{j \neq i} a_j x_j(t)} - \frac{x_i(t)}{1 + \gamma_i k_i(t)}, \tag{9}$$

其中，参数 $\gamma_i \geq 0$ $(i = 1,2, \ldots, n)$ 被视为衡量知识存量及相关技术在降低进一步创新成本方面的使用效率（参见 Bischi 和 Lamantia，2004）。

在这一阶段，我们假设所考察的企业（$i = 1,2, \ldots, n$）会理性行事，并以降低成本为目标[9]。此外，我们假设所有所考察的企业（$i = 1,2, \ldots, n$）都能使用相同的技术，并面临相同的既定投入品价格（Baumol and Fischer, 1978；另见 Hatch, 1979）。这在很大程度上是因为这些企业在同一行业内经营。在这种情况下，Baumol 和 Fischer（1978: 441）指出："所有企业在生产任何产出向量y 时，都具有相同的总成本函数$C(y)$。"

这里，我们考虑以下生产函数：

$$Q(t) = f(x(t), k(t)), \tag{10}$$

其中，$Q(t)$ 是创新或专利的产出，$x(t)$ 是研发努力，$k(t)$ 是累积知识。相应地，总成本可写为：

$$C(t) = \frac{px(t)}{1 + \gamma r k(t)}, \tag{11}$$

[9] 根据 Mohajan（2022），企业会理性地决定使用各种原材料，以最大限度地降低生产成本。换言之，企业会理性地选择效率最高的投入品组合，以尽可能低的成本生产所需产出。这就是成本最小化问题；用数学术语来说，它是一个约束优化问题。企业希望以尽可能低的成本生产一定水平的产出，但同时受到其技术可能性的限制，而这些可能性由生产函数概括。

在方程 (11) 中，我们加入了投入品的价格[10]。具体而言，$p > 0$ 是研发努力的价格率，$r > 0$ 是累积知识的价格率；研发努力的成本等于研发努力的价格率乘以研发努力的数量（$px(t)$），累积知识的成本等于累积知识的价格率乘以累积知识（$rk(t)$）。

接下来，我们用数学方式将成本最小化问题表述如下：我们的目标是在满足产出目标的前提下，使总成本最小化。换言之：

$$min \frac{px(t)}{1+\gamma rk(t)}, \tag{12}$$

约束条件为

$$Q(t) = f(x(t), k(t)), \tag{13}$$

为求解上述问题，我们引入拉格朗日函数：

$$\Lambda(x(t), k(t), \lambda) = \frac{px(t)}{1+\gamma rk(t)} - \lambda(f\big(x(t), k(t)\big) - Q(t)), \tag{14}$$

其中，λ 是拉格朗日乘数。拉格朗日函数也可以写成：

$$\Lambda(x(t), k(t), \lambda) = \frac{px(t)}{1+\gamma rk(t)} - \lambda f\big(x(t), k(t)\big) + \lambda Q(t), \tag{15}$$

那么，内部解的一阶条件如下：

$$\frac{\partial \Lambda}{\partial x(t)} = \frac{p*1}{1+\gamma rk(t)} - \lambda \frac{\partial f\big(x(t), k(t)\big)}{\partial x(t)} = 0, \tag{16}$$

or

$$\frac{\partial \Lambda}{\partial x(t)} = \frac{p}{1+\gamma rk(t)} - \frac{\lambda \partial f\big(x(t), k(t)\big)}{\partial x(t)} = 0, \tag{17}$$

[10] Griliches（1958）指出，研究和研发溢出效应都有其价格，因此会产生研究成本。更具体地说，他指出，研究需要投入一定数额的资金。他（1958：431）接着写道："其要旨在于，尽管十分困难，但仍有可能进行某种形式的成本与收益计算，而且也应该进行这种计算。从概念上讲，科研资金管理者所作的决策是最难作出和评估的经济决策之一，但从根本上说，它们与其他任何类型的企业家决策并没有太大区别。"

or $$\frac{p}{1+\gamma r k(t)} = \frac{\lambda \partial f\left(x(t),k(t)\right)}{\partial x(t)}, \quad (18)$$

or $$p * \partial x(t) = \left(1+\gamma r k(t)\right) * \lambda \partial f\left(x(t),k(t)\right), \quad (19)$$

or $$p^* = \frac{\left(1+\gamma r k(t)\right) * \lambda \partial f\left(x(t),k(t)\right)}{\partial x(t)}, \quad (20)$$

此外,

$$\frac{\partial \Lambda}{\partial \lambda} = -1 * f\left(x(t),k(t)\right) + 1 * Q(t) = 0, \quad (21)$$

or $$\frac{\partial \Lambda}{\partial \lambda} = -f\left(x(t),k(t)\right) + Q(t) = 0, \quad (22)$$

or $$Q(t) - f\left(x(t),k(t)\right) = 0, \quad (23)$$

or $$Q^*(t) = f\left(x(t),k(t)\right), \quad (24)$$

反过来,

$$\frac{\partial \Lambda}{\partial k(t)} = px(t)(-1)(1+\gamma r k(t))^{-2}\gamma r - \lambda \frac{\partial f\left(x(t),k(t)\right)}{\partial k(t)} = 0, \quad (25)$$

or $$-px(t)(1+\gamma r k(t))^{-2}\gamma r - \frac{\lambda \partial f\left(x(t),k(t)\right)}{\partial k(t)} = 0, \quad (26)$$

or $$-px(t)\gamma r \frac{1}{(1+\gamma r k(t))^2} - \frac{\lambda \partial f\left(x(t),k(t)\right)}{\partial k(t)} = 0, \quad (27)$$

or $$\frac{-px(t)\gamma r}{(1+\gamma r k(t))^2} - \frac{\lambda \partial f\left(x(t),k(t)\right)}{\partial k(t)} = 0, \quad (28)$$

or $$\frac{-px(t)\gamma r}{(1+\gamma r k(t))^2} = \frac{\lambda \partial f\left(x(t),k(t)\right)}{\partial k(t)}, \quad (29)$$

or $$-px(t)\gamma r * \partial k(t) = \lambda \partial f\left(x(t),k(t)\right) * (1+\gamma r k(t))^2, \quad (30)$$

将方程 (30) 的两边除以 γr ，得到：

$$\frac{-px(t)\gamma r*\partial k(t)}{\gamma r}=\frac{\lambda\partial f\left(x(t),k(t)\right)*(1+\gamma rk(t))^2}{\gamma r}, \tag{31}$$

or $$-px(t)*\partial k(t)=\frac{\lambda\partial f\left(x(t),k(t)\right)*(1+\gamma rk(t))^2}{\gamma r}, \tag{32}$$

这里，我们将方程 (32) 的两边同时除以 $\lambda\partial f(x(t),\ k(t))$，得到：

$$\frac{-px(t)*\partial k(t)}{\lambda\partial f\left(x(t),k(t)\right)}=\frac{(1+\gamma rk(t))^2}{\gamma r}, \tag{33}$$

or $$\frac{-px(t)*\partial k(t)}{\lambda\partial f\left(x(t),k(t)\right)}=\frac{(1+2\gamma rk(t)+\left(\gamma rk(t)\right)^2)}{\gamma r}, \tag{34}$$

or $$\frac{-px(t)*\partial k(t)}{\lambda\partial f\left(x(t),k(t)\right)}=\frac{1}{\gamma r}+\frac{2\gamma rk(t)}{\gamma r}+\frac{\left(\gamma rk(t)\right)^2}{\gamma r}, \tag{35}$$

or $$\frac{-px(t)*\partial k(t)}{\lambda\partial f\left(x(t),k(t)\right)}=\frac{1}{\gamma r}+2k(t)+\frac{\gamma^2r^2(k(t))^2}{\gamma r}, \tag{36}$$

or $$\frac{-px(t)*\partial k(t)}{\lambda\partial f\left(x(t),k(t)\right)}=\frac{1}{\gamma r}+2k(t)+\gamma r(k(t))^2, \tag{37}$$

or $$\frac{-px(t)*\partial k(t)}{\lambda\partial f\left(x(t),k(t)\right)}=\frac{1}{\gamma r}+\ \gamma r(k(t))^2+2k(t), \tag{38}$$

or $$\frac{-px(t)*\partial k(t)}{\lambda\partial f\left(x(t),k(t)\right)}-2k(t)=\frac{1}{\gamma r}+\ \gamma r(k(t))^2, \tag{39}$$

or $$\frac{-px(t)*\partial k(t)}{\lambda\partial f\left(x(t),k(t)\right)}-2k(t)=(\gamma r)^{-1}+\gamma r(k(t))^2, \tag{40}$$

or $$\gamma r(k(t))^2+(\gamma r)^{-1}=\frac{-px(t)*\partial k(t)}{\lambda\partial f\left(x(t),k(t)\right)}-2k(t), \tag{41}$$

or $$\gamma r(k(t))^2+(\gamma r)^{-1}=\frac{-px(t)*\partial k(t)-2k(t)*\lambda\partial f\left(x(t),k(t)\right)}{\lambda\partial f\left(x(t),k(t)\right)}, \tag{42}$$

or $$\gamma r(k(t))^2 = \frac{-px(t)*\partial k(t)-2k(t)*\lambda\partial f(x(t),k(t))}{\lambda\partial f(x(t),k(t))} - (\gamma r)^{-1}, \quad (43)$$

or $$\gamma r(k(t))^2 = \frac{-px(t)*\partial k(t)-2k(t)*\lambda\partial f(x(t),k(t))}{\lambda\partial f(x(t),k(t))} - \frac{1}{\gamma r}, \quad (44)$$

or $$\gamma r(k(t))^2 = \frac{\gamma r[(-px(t)*\partial k(t))-2k(t)*\lambda\partial f(x(t),k(t))]}{\gamma r\lambda\partial f(x(t),k(t))} - \frac{\lambda\partial f(x(t),k(t))}{\gamma r\lambda\partial f(x(t),k(t))}, \quad (45)$$

or $$\gamma r(k(t))^2 = \frac{\gamma r[(-px(t)*\partial k(t))-2k(t)*\lambda\partial f(x(t),k(t))]-\lambda\partial f(x(t),k(t))}{\gamma r\lambda\partial f(x(t),k(t))}, \quad (46)$$

or $$\gamma r = \frac{\frac{\gamma r[(-px(t)*\partial k(t))-2k(t)*\lambda\partial f(x(t),k(t))]-\lambda\partial f(x(t),k(t))}{\gamma r\lambda\partial f(x(t),k(t))}}{(k(t))^2}, \quad (47)$$

or $$\gamma r = \frac{\gamma r[(-px(t)*\partial k(t))-2k(t)*\lambda\partial f(x(t),k(t))]-\lambda\partial f(x(t),k(t))}{(k(t))^2\gamma r\lambda\partial f(x(t),k(t))}, \quad (48)$$

or $$\gamma r = \frac{\gamma r[(-px(t)*\partial k(t))-2k(t)*\lambda\partial f(x(t),k(t))]}{(k(t))^2\gamma r\lambda\partial f(x(t),k(t))} - \frac{\lambda\partial f(x(t),k(t))}{(k(t))^2\gamma r\lambda\partial f(x(t),k(t))}, \quad (49)$$

or $$\gamma r = \frac{[(-px(t)*\partial k(t))-2k(t)*\lambda\partial f(x(t),k(t))]}{(k(t))^2\lambda\partial f(x(t),k(t))} - \frac{\lambda\partial f(x(t),k(t))}{(k(t))^2\gamma r\lambda\partial f(x(t),k(t))}, \quad (50)$$

or $$\gamma r + \frac{\lambda\partial f(x(t),k(t))}{(k(t))^2\gamma r\lambda\partial f(x(t),k(t))} = \frac{[(-px(t)*\partial k(t))-2k(t)*\lambda\partial f(x(t),k(t))]}{(k(t))^2\lambda\partial f(x(t),k(t))}, \quad (51)$$

or $$\gamma r + \frac{1}{(k(t))^2\gamma r} = \frac{[(-px(t)*\partial k(t))-2k(t)*\lambda\partial f(x(t),k(t))]}{(k(t))^2\lambda\partial f(x(t),k(t))}, \quad (52)$$

or $$\frac{((k(t))^2\gamma^2r^2)+1}{(k(t))^2\gamma r} = \frac{[(-px(t)*\partial k(t))-2k(t)*\lambda\partial f(x(t),k(t))]}{(k(t))^2\lambda\partial f(x(t),k(t))}, \quad (53)$$

or $$((k(t))^2\gamma r)*\left[\left(-px(t)*\partial k(t)\right)-2k(t)*\lambda\partial f\left(x(t),k(t)\right)\right] =$$

$$\left[\left(k(t)\right)^2\lambda\partial f\left(x(t),k(t)\right)\right]*[((k(t))^2\gamma^2r^2)+1], \quad (54)$$

or $$\gamma r*\left[\left(-px(t)*\partial k(t)\right)-2k(t)*\lambda\partial f\left(x(t),k(t)\right)\right] =$$

$$\lambda\partial f\left(x(t),k(t)\right)[((k(t))^2\gamma^2r^2)+1], \quad (55)$$

or $$\gamma r * \left[\left(-px(t) * \partial k(t)\right) - 2k(t) * \lambda \partial f\left(x(t), k(t)\right)\right] =$$

$$\lambda \partial f\left(x(t), k(t)\right)((k(t))^2 \gamma^2 r^2) + \lambda \partial f\left(x(t), k(t)\right), \quad (56)$$

or $$\gamma r * \left[\left(-px(t) * \partial k(t)\right) - 2k(t) * \lambda \partial f\left(x(t), k(t)\right)\right] -$$

$$\lambda \partial f\left(x(t), k(t)\right)((k(t))^2 \gamma^2 r^2) = \lambda \partial f\left(x(t), k(t)\right), \quad (57)$$

or $$\left\{\gamma r\left(-px(t) * \partial k(t)\right) - \gamma r 2k(t) * \lambda \partial f\left(x(t), k(t)\right) -\right.$$

$$\left.\lambda \partial f\left(x(t), k(t)\right)((k(t))^2 \gamma^2 r^2)\right\} = \lambda \partial f\left(x(t), k(t)\right), \quad (58)$$

or $$\gamma r\{\left(-px(t) * \partial k(t)\right) - (2k(t) * \lambda \partial f\left(x(t), k(t)\right)) -$$

$$(\lambda \partial f\left(x(t), k(t)\right)((k(t))^2 \gamma r)\} = \lambda \partial f\left(x(t), k(t)\right), \quad (59)$$

将方程 (59) 两边除以 γr ，得到:

$$\left\{\left(-px(t) * \partial k(t)\right) - \left(2k(t) * \lambda \partial f\left(x(t), k(t)\right)\right) - \left(\lambda \partial f\left(x(t), k(t)\right)((k(t))^2 \gamma r\right)\right\} =$$

$$\frac{\lambda \partial f\left(x(t), k(t)\right)}{\gamma r}, \quad (60)$$

or $$[\left(-px(t) * \partial k(t)\right) - \left(2k(t) * \lambda \partial f\left(x(t), k(t)\right)\right)] = \lambda \partial f\left(x(t), k(t)\right)((k(t))^2 \gamma r +$$

$$\frac{\lambda \partial f\left(x(t), k(t)\right)}{\gamma r}, \quad (61)$$

or $$\left[\left(-px(t) * \partial k(t)\right) - \left(2k(t) * \lambda \partial f\left(x(t), k(t)\right)\right)\right] = \lambda \partial f\left(x(t), k(t)\right)((k(t))^2 \gamma r +$$

$$(\lambda \partial f\left(x(t), k(t)\right))(\gamma r)^{-1}, \quad (62)$$

or $$\left[\left(-px(t) * \partial k(t)\right) - \left(2k(t) * \lambda \partial f\left(x(t), k(t)\right)\right)\right] =$$

$$\gamma r[\lambda \partial f\left(x(t), k(t)\right)((k(t))^2 + (\lambda \partial f\left(x(t), k(t)\right))(\gamma r)^{-2}], \quad (63)$$

这里，我们将方程 (63) 的两边除以 γr ，得到:

$$\frac{\left[\left(-px(t)*\partial k(t)\right)-\left(2k(t)*\lambda\partial f\left(x(t),k(t)\right)\right)\right]}{\gamma r}=[\lambda\partial f\left(x(t),k(t)\right)((k(t))^2+$$

$$(\lambda\partial f(x(t),\ k(t)))(\gamma r)^{-2}], \tag{64}$$

or $$\frac{\left[\left(-px(t)*\partial k(t)\right)-\left(2k(t)*\lambda\partial f\left(x(t),k(t)\right)\right)\right]}{\gamma r}=[\lambda\partial f\left(x(t),k(t)\right)((k(t))^2+$$

$$\lambda\partial f(x(t),\ k(t)))(\gamma r)^{-2}], \tag{65}$$

or $$\left[\left(-px(t)*\partial k(t)\right)-\left(2k(t)*\lambda\partial f\left(x(t),k(t)\right)\right)\right]\frac{1}{\gamma r}=$$

$$[\lambda\partial f\left(x(t),k(t)\right)((k(t))^2+\lambda\partial f\left(x(t),k(t)\right)(\gamma r)^{-2}], \tag{66}$$

这里，项 γr 也可以表示如下：$\gamma r=\frac{\gamma^2r^2}{\gamma r}$

因此，方程（66）也可以写成：

$$\left[\left(-px(t)*\partial k(t)\right)-\left(2k(t)*\lambda\partial f\left(x(t),k(t)\right)\right)\right]\frac{\frac{1}{1}}{\frac{\gamma^2r^2}{\gamma r}}=$$

$$[\lambda\partial f\left(x(t),k(t)\right)((k(t))^2+\lambda\partial f\left(x(t),k(t)\right)(\gamma r)^{-2}], \tag{67}$$

or $$\left[\left(-px(t)*\partial k(t)\right)-\left(2k(t)*\lambda\partial f\left(x(t),k(t)\right)\right)\right]\frac{\gamma r}{\gamma^2r^2}=$$

$$[\lambda\partial f\left(x(t),k(t)\right)((k(t))^2+\lambda\partial f\left(x(t),k(t)\right)(\gamma r)^{-2}], \tag{68}$$

or $$\left[\left(-px(t)*\partial k(t)\right)-\left(2k(t)*\lambda\partial f\left(x(t),k(t)\right)\right)\right]\ \gamma r\frac{1}{\gamma^2r^2}=$$

$$[\lambda\partial f\left(x(t),k(t)\right)((k(t))^2+\lambda\partial f\left(x(t),k(t)\right)(\gamma r)^{-2}], \tag{69}$$

or $$\left[\left(-px(t)*\partial k(t)\right)-\left(2k(t)*\lambda\partial f\left(x(t),k(t)\right)\right)\right]\gamma r\frac{1}{(\gamma r)^2}=$$

$$[\lambda\partial f\left(x(t),k(t)\right)((k(t))^2+\lambda\partial f\left(x(t),k(t)\right)(\gamma r)^{-2}], \tag{70}$$

or $$\left[\left(-px(t)*\partial k(t)\right)-\left(2k(t)*\lambda\partial f\left(x(t),k(t)\right)\right)\right]\gamma r(\gamma r)^{-2}=$$

$$[\lambda\partial f\left(x(t),k(t)\right)((k(t))^2+\lambda\partial f\left(x(t),k(t)\right)(\gamma r)^{-2}], \quad (71)$$

or $$\frac{\gamma r}{1}(\gamma r)^{-2}\left[\left(-px(t)*\partial k(t)\right)-\left(2k(t)*\lambda\partial f\left(x(t),k(t)\right)\right)\right]=$$

$$[\lambda\partial f\left(x(t),k(t)\right)((k(t))^2+\lambda\partial f\left(x(t),k(t)\right)(\gamma r)^{-2}], \quad (72)$$

or $$\frac{\gamma r}{1}(\gamma r)^{-2}\left[\left(-px(t)*\partial k(t)\right)-\left(2k(t)*\lambda\partial f\left(x(t),k(t)\right)\right)\right]=$$

$$\lambda\partial f\left(x(t),k(t)\right)((k(t))^2+\lambda\partial f\left(x(t),k(t)\right)(\gamma r)^{-2}, \quad (73)$$

or $$\frac{\gamma r}{1}(\gamma r)^{-2}\left[\left(-px(t)*\partial k(t)\right)-\left(2k(t)*\lambda\partial f\left(x(t),k(t)\right)\right)\right]-$$

$$\lambda\partial f\left(x(t),k(t)\right)(\gamma r)^{-2}=\lambda\partial f\left(x(t),k(t)\right)((k(t))^2, \quad (74)$$

or $$\frac{\gamma r}{1}(\gamma r)^{-2}\{\left(-px(t)*\partial k(t)\right)-\left(2k(t)*\lambda\partial f\left(x(t),k(t)\right)\right)-$$

$$\lambda\partial f\left(x(t),k(t)\right)\}=\lambda\partial f\left(x(t),k(t)\right)((k(t))^2, \quad (75)$$

or $$\frac{\gamma r}{1}(\gamma r)^{-2}=\frac{\lambda\partial f\left(x(t),k(t)\right)((k(t))^2}{\{\left(-px(t)*\partial k(t)\right)-\left(2k(t)*\lambda\partial f\left(x(t),k(t)\right)\right)-\lambda\partial f\left(x(t),k(t)\right)\}}, \quad (76)$$

or $$(\gamma r)^{-1}=\frac{\lambda\partial f\left(x(t),k(t)\right)((k(t))^2}{\{\left(-px(t)*\partial k(t)\right)-\left(2k(t)*\lambda\partial f\left(x(t),k(t)\right)\right)-\lambda\partial f\left(x(t),k(t)\right)\}}, \quad (77)$$

or $$\frac{1}{\gamma r}=\frac{\lambda\partial f\left(x(t),k(t)\right)((k(t))^2}{\{\left(-px(t)*\partial k(t)\right)-\left(2k(t)*\lambda\partial f\left(x(t),k(t)\right)\right)-\lambda\partial f\left(x(t),k(t)\right)\}}, \quad (78)$$

or $$\gamma r*\lambda\partial f\left(x(t),k(t)\right)((k(t))^2=\{\left(-px(t)*\partial k(t)\right)-\left(2k(t)*\right.$$

$$\left.\lambda\partial f\left(x(t),k(t)\right)\right)-\lambda\partial f\left(x(t),k(t)\right)\}, \quad (79)$$

or $$\gamma r=\frac{\{\left(-px(t)*\partial k(t)\right)-\left(2k(t)*\lambda\partial f\left(x(t),k(t)\right)\right)-\lambda\partial f\left(x(t),k(t)\right)\}}{\lambda\partial f\left(x(t),k(t)\right)((k(t))^2}, \quad (80)$$

or $$r = \frac{\frac{\{(-px(t)*\partial k(t))-\left(2k(t)*\lambda\partial f(x(t),k(t))\right)-\lambda\partial f(x(t),k(t))\}}{\lambda\partial f(x(t),k(t))((k(t))^2}}{\gamma}, \quad (81)$$

or $$r^* = \frac{\{(-px(t)*\partial k(t))-\left(2k(t)*\lambda\partial f(x(t),k(t))\right)-\lambda\partial f(x(t),k(t))\}}{\gamma\lambda\partial f(x(t),k(t))((k(t))^2}, \quad (82)$$

因此，r^*, p^* 和 $Q^*(t)$ 是最优值。这些值构成纳什均衡，并由企业成本最小化推导得出。此外，这些值也体现了以下假设：所研究的企业均可使用相同的技术，且面对相同的给定投入品价格。

2.3 纳什均衡下累积知识价格为负值的经济学解释：构建知识溢出效应成本的补贴模型

上一小节所呈现的研究结果主要关注方程（82）所述累积知识的纳什均衡价格为负值这一现象[11]。这一结果并不意外。首先，知识具有非排他性和非竞争性，这是公共品的特征（参见 Pereira de Almeida 等人，2021）[12]。知识溢出是指一个实体的知识在无意间使其他实体受益，这种现象通常具有非排他性，也就是说，很难或无法阻止其他人从中受益。反过来，非竞争性意味着一个实体对知识的使用不会减少其他人获取该知识的机会。纳什

[11] 82 方程（）也可以改写为：

[12] $r^* = \frac{-\{(px(t)*\partial k(t))+\left(2k(t)*\lambda\partial f(x(t),k(t))\right)+\lambda\partial f(x(t),k(t))\}}{\gamma\lambda\partial f}$ 2021 (0,0)((0)Pereira de Almeida 等人（）强调，知识也具有某些私人物品的特征。

方程（82）所述均衡中，这一累积知识价格的负值可以解释为与公共品相关的补贴，而知识正是这种公共品[13]。

此外，累积知识最重要的要素是知识溢出。正如 Zuo 和 Lin（2022：2）所指出的："企业研发的收益很容易溢出到竞争者那里（Haskel 和 Westlake 2018）；因此，进行投资的企业无法充分获取其研发投资的潜在回报。"因此，2022）。新知识中未被利用的部分可以被视为一家企业对其他企业的补贴[14]。因为该企业既不为其提供的产品定价，也不向其他企业提出任何购买要求。这

为了阐明这一点，我们将样本中的 企业划分为若干部分。具体而言，我们假设这些企业中有–是投入品的供应商——在本例中，即知识溢出的供应商——其–权和知识产权（如专利）。知识溢出可以自由发生，毫无疑问，如前文所述，–供应商

[13] 有人认为，研发补贴是一种投入驱动型政策，旨在支持企业的创新能力、降低研发成本、提高市场成功率并增加利润率（见 Zuo 和 Lin，2022）。

[14] 在纵向关联市场中，有一些研究考察了企业如何利用负投入品价格，为其他企业的产品提供

用。

提供无限量的知识溢出，并由– 买方完全吸收。因此，买方获取了供应商提供的全部溢出效应。为便于分析，我们假设所供应的知识溢出数量趋于无穷大

$$P = 9 + \frac{a}{Q_s} = 9 + \frac{a}{\infty} = 9 + 0 = 9, \tag{83}$$

$\forall\, a$ R，并且已知 和 ，其中 是供给量， 是需求量。

方程（83）中所述的价格，是供应商供应投入品时的价格。这个价格同时构成了从– 供应商向– 买方提供的补贴。换言之，供应商为买方购买的每单位投入品

（知识溢出）具有公共品特征，买方无需承担投入成本。相反，他们受益于供应商因投入品的公共属性而提供的补贴。

因此，i_{th} 企业的利润函数可表示为[16]:

$$\pi_i(t) = \frac{a_i x_i(t)}{a_i x_i(t) + \sum_{j \neq i} a_j x_j(t)} - \frac{p_i x_i(t)}{\gamma_i r_i k_i(t)}, \tag{84}$$

or

$$\pi_i(t) = \frac{a_i x_i(t)}{a_i x_i(t) + \sum_{j \neq i} a_j x_j(t)} + \frac{p_i x_i(t)}{\gamma_i r_i k_i(t)}, \tag{85}$$

---

15 在这里，我们可以设想完全弹性供给的情形（图中的一条水平线）：供应商以相同价格供应无限数量的投入品，买方也以该价格需求无限数量的投入品。16 在这里，我们通过去掉方程（85）分母中的单位，采用了更简单的总成本函数形式。在这种情况下，经过适当的数学计算，我们还发现，在纳什均衡中，投入品（累积知识）的价格为负值。

给定 $r_i^* < 0$ （纳什均衡中累积知识价格的负值）。

方程（85）表明，鉴于投入品具有公共品特征（知识溢出），买方无需支付投入成本。相反，供应商代表买方补贴这笔成本。这种解释也说明了一般利润函数中总成本函数为何带有正号：这是因为在纳什均衡中，累积知识的价格为负值。相比之下，利润函数中的总成本函数应带有负号（考察总成本函数时通常也是如此），这反映出买方和需求方应支付投入成本[17]。

3. 结论

本文考察了一种竞争博弈，其主要变量是企业的研发努力，以研发支出和累积知识表示。累积知识中最重要的部分是知识溢出。由于企业在同一行业内经营，且竞争者提供相似产品，因此假定这些溢出效应发生在行业内。假定这些企业理性行事并追求最优结果后，我们进而讨论成本最小化问题及其解，由此得出该博弈的纳什均衡。

当前研究具有创新性，为现有文献贡献了新的知识。现有文献主要着眼于界定企业在创新和研发方面的最优竞争与合作策略，因而 致力于确定最优研发努力和支出。更具体地说，本文通过企业的成本

[17] 情况确实如此，而这会在投入品为私有时发生。

最小化决策来建立竞争模型，据我们所知，这是首项如此开展研究的工作。尽管有些研究通过企业利润最大化的努力决策（利润最大化问题）来建立竞争模型，另一些则通过最大化价值函数来建模，但本研究假设所考察的企业拥有相同的技术，并面临相同的给定投入品价格。在此基础上，我们着手求解企业成本最小化问题。相比之下，大多数研究认为企业拥有不同的技术，且面临不同的投入品价格，因此分析第 ith 家企业的决策，并聚焦于利润最大化。

此外，本研究采用复杂的非线性总成本函数来求解成本最小化问题，并运用复杂且具有挑战性的数学方法（例如拉格朗日函数）以及代数方法和技术，以确定最优解和纳什均衡。最后，我们建立了知识溢出成本的补贴模型，表明供应商会为买方补贴投入品（知识溢出）的成本。

当前研究的一个局限可能在于这一（极端）假设：知识溢出的供给量（供应商以补贴形式提供给买方）趋于无穷大，因此供给完全富有弹性。然而，与此同时，我们也应承认，每天都有大量知识在全球范围内转移。正如ACS等（2013）能够以相当低或可忽略不计的成本进行远距离传播。由于所支付的成本低或可忽略不计，这相当于企业向其他企业提供补贴。此外，隐性知识（未编码的知识）的成本也很低，因为它通过个人接触和面对面交流进行转移。

当前研究的另一个局限是缺乏实证研究和实践，这可能使我们难以对企业间在创新和研发方面的竞争性质得出更可靠的结论。若能获取不同行业的企业研发支出数据以及研发人员成本，并采用适当的计量经济学方法，我们便能更准确地了解研发努力和知识溢出，因为总成本取决于这些变量。另一方面，结合公共研发（高等教育和政府研发）与私人研发，也有助于揭示企业与公共部门在溢出效应方面的不对称性和异质性。当前研究并未将这一参数纳入所提出的模型。

未来研究可以继续探索企业间围绕研发展开竞争的数学建模。在这方面，学者可以重点关注企业的利润最大化，并通过利润最大化过程推导出最优研发人员数量（这是研发支出之外的另一个研发方面）。在这一过程中，未来研究还可以采用企业通过产品创新获得的营业额（参见 Kanellopoulos and Tsekouras, 2023），而非市场份额吸引模型，以衡量企业的收入。未来研究还可关注的另一个方面（尤其是在研究企业围绕创新和研发展开的竞争时），是采用创新效率，而非以研发支出和／或研发人员数量表示的研发努力。如此一来，创新过程和创新博弈论模型便会将知识资源的有效利用及其向理想创新产出的转化纳入考量（Cruz-Cazares et al., 2013; Xu et al., 2025）。总而言之，为了探索未来研究的潜力，学者还可以研究模型的构建，以解释研发补贴的潜力，包括政府向企业提供的补贴以及企业之间相互提供的补贴。这样的

方法将再次证实，知识和研发具有公共品特征——这是未来所有分析都应考虑的一个方面。

参考文献

Acs Z.、D. Audretsch 和 E. Lehmann（2013），《创业知识溢出理论》，《小企业经济学》，41(4)，757-774。

Alipranti M.、C. Milliou 和 E. Petrakis（2014），《纵向关联市场中的价格竞争与数量竞争》，《经济学快报》，124(1)，122-126。

Arrow K.（1962），《发明的经济福利与资源配置》，载于 R. Nelson（编），《发明活动的速度与方向：经济与社会因素》。普林斯顿大学出版社：普林斯顿，第609-626页。

Audretsch D. 和 M. Belitski（2022），《创新的知识溢出》，《产业与公司变革》，31(6)，1329-1357。

Baniak A. 和 I. Dubina（2012），《创新分析与博弈论：综述》，《创新：管理、政策与实践》，14(1)，178-191。

Basak D. 和 A. Mukherjee（2017），《纵向关联市场中的价格竞争与数量竞争再探》，《经济学快报》，153，12-14。

Baumol W. 和 D. Fischer（1979），《成本最小化企业数量与产业结构的确定》，《经济学季刊》，92(3)，439-468。

Bernstein J. (1988),《生产成本、产业内与产业间研发溢出：加拿大证据》，《加拿大经济学杂志》，21(2), 324-347。

Bernstein J. and I. Nadiri (1989),《研究与开发及行业内溢出：动态对偶的实证应用》，《经济研究评论》，56(2), 249-267。

Bischi J. I.（2000），《市场份额吸引模型中的全局分岔分析》，经济动态与控制杂志，24(5-7)，855-879。

Bischi J. I. 和 F. Lamantia（2004），《一场涉及知识积累与溢出效应的竞争博弈》，国际博弈论评论，6(3)，323-341。

Brinkerink J.（2018），《广泛搜索、深度搜索与家族企业和非家族企业研发的吸收能力绩效》，家族企业评论，31(3)，295-317。

Cellini R. 和 L. Lambertini（2002），《采用微分博弈方法研究产品差异化投资》，经济动态与控制杂志，27(1)，51-62。

Cellini R. 和 L. Lambertini（2004），《产品差异化投资的私人和社会激励》，国际博弈论评论，6(4)，493-508。

Cohen W. 和 D. Levinthal（1989），《创新与学习：研发的两面》，《经济学杂志》，99(397)，569-596。

Cohen W. 和 D. Levinthal（1990），《吸收能力：关于学习与创新的新视角》，《行政科学季刊》，35(1)，128-152。

Cruz-Cazares C.、C. Bayona-Saez 和 T. Garcia-Marco（2013），《无法准确衡量，就无法妥善管理：技术创新效率》，《研究政策》，42(6-7), 1239-1250。

Dasgupta P. 和 J. Stiglitz（1980a），《不确定性、产业结构与研发速度》，《贝尔经济学杂志》，11(1)，1-128。

Dasgupta P. 和 J. Stiglitz（1980b）。《产业结构与创新活动的性质》，《经济学杂志》，90(358)，266-293。

Griliches Z.（1958），《研究成本与社会回报：杂交玉米及相关创新》，《政治经济学杂志》，66(5)，419-431。

Haskel J. 和 S. Westlake（2018），《无资本的资本主义：无形经济的崛起》。普林斯顿大学出版社：普林斯顿。

Hatch J.（1979），《成本最小化企业数量与竞争约束》，《经济学快报》，4(4)，379-384。

Hilbert B. 和 I. Wilkinson（1994），《混沌理论与营销系统动力学》，《营销科学学会杂志》，22(3)，218-233。

Kanellopoulos V. 和 K. Tsekouras（2023），《基准比较背景下的创新效率与企业绩效》，《管理与决策经济学》，44(1)，137-151。

Lee T. 和 L. Wilde（1980），《市场结构与创新：重新表述》，《经济学季刊》，94(2)，429-436。

Loury G.（1979），《市场结构与创新》，《经济学季刊》，93(3)，395-410。

Mohajan H.（2022），《经济政策下运营中的企业的成本最小化分析》，MPRA论文第114951号。

Monahan G.（1987），《市场份额吸引模型中的均衡结构》，《管理科学》，33(2)，228-243。

Monahan G. 和 M. Sobel（1994），《随机动态市场份额吸引模型》，《博弈与经济行为》，6(1)，130-149。

Pereira de Almeida B.、E. Goncalves、A. Suriane da Silva 和 R. Coelho Reis（2021），《地区对知识溢出效应的内部化：一种基于自引专利的测度》，《区域科学年刊》，66(2)，309-330。

Reinganum J.（1981），《创新动态博弈》，《经济理论杂志》，25(1)，21-41。

Reinganum J.（1982），《研发动态博弈：专利保护与竞争行为》，《计量经济学》，50(3)，671-688。

Schumpeter J.（1942年），《资本主义、社会主义与民主》。Harper：纽约 .

Spence M.（1984年），《成本降低、竞争与行业绩效》，《计量经济学》，52(1)，101-122。

Todo Y.、W. Zhang 和 L. A. Zhou（2011年），《研究与开发领域外国直接投资带来的产业内知识溢出：中国“硅谷”的证据》，《发展经济学评论》，15(3)，569-585。

Xu Y.、J. Ji、Y. Qiao 和 J. Huang（2025年），“数字化转型如何以及何时促进技术创新绩效？——基于中国高新技术企业的研究”，《Technovation》，146，103294。

Yao V. W.（2006年），“行业内溢出效应与创新：企业层面的计量经济分析”，《创新经济学与新技术》，15（2），119-135。

Zuo Z. 和 Z. Lin（2022），《政府研发补贴与企业创新绩效：会计信息质量的调节作用》，《创新与知识期刊》，7(2)，100176。