弥合估计遗憾与真实遗憾之间的差距：迈向基于深度学习的机制设计中的可靠遗憾估计

Shuyuan You[1] , **Zhiqiang Zhuang**[2] , **Kewen Wang**[1] 和 **Zhe Wang**[11]
Griffith University[2]黔南民族师范学院
shuyuan.you@griffithuni.edu.au,Zoldlady@gmail.com,
k.wang@griffith.edu.au, zhe.wang@griffith.edu.au

arXiv:2601.13489v1 [cs.GT] 20 Jan 2026

摘要

RegretNet、ALGnet、Re-gretFormer 和 CITransNet 等近期研究进展采用深度学习，通过放宽激励相容性（IC）并利用事后遗憾衡量其违反程度，来近似求解最优多物品拍卖。然而，这些遗憾估计的真实准确性仍不明确。精确计算遗憾在计算上难以处理，而当前模型依赖基于梯度的优化器，其结果高度依赖超参数的选择。通过大量实验，我们发现现有方法会系统性地低估实际遗憾（在一些模型中，真实遗憾比报告的遗憾高出数百倍），从而夸大了有关激励相容性和收入的结论。为解决这一问题，我们推导出遗憾下界，并提出一种高效的逐物品遗憾近似方法。在此基础上，我们提出一种引导式细化流程，显著提高遗憾估计准确性，同时降低计算成本。我们的方法为评估基于深度学习的拍卖机制中的激励相容性提供了更可靠的基础，并强调有必要重新审视该领域以往的性能结论。

1 引言

最优拍卖设计是算法博弈论中的核心问题，具有重要的实际意义，应用包括频谱分配 [Cramton, 2013] 以及在线广告 [Liu 等人, 2021]。虽然 Myerson [Myerson, 1981] 刻画了单物品设置下的最优拍卖，但对于多个不同物品，问题则变得复杂得多。尽管已有大量研究[Alaei 等人, 2012年;Babaioff 等人, 2020年; Cai 和 Zhao, 2017年; Hart 和 Nisan, 2017年; Pavlov, 2011年; Wang 和 Tang, 2014年; Yao, 2017], 即使只有两个物品和两名竞标者，精确的最优机制仍然未知。

鉴于这一理论上的难处理性，近期研究转向了基于深度学习的方法。一个具有代表性的例子是 RegretNet [D¨utting等人, 2019], 该方法使用神经网络对拍卖机制进行参数化。由于训练依赖反向传播和梯度下降，因此直接强制实现激励相容性（IC）颇具挑战。相反，这些模型放宽了激励相容性约束，并通过事后遗憾来量化违反程度。事后遗憾定义为投标者通过偏离真实报告所能获得的最大效用增益。这些基于学习的方法比传统方法实现了更高的收入[Palfrey, 1983], 同时将遗憾维持在极低水平。

然而，一个关键但尚未得到充分探讨的问题仍然存在：这些模型能否准确估计激励相容性的违背程度，即遗憾？准确估计遗憾是基于深度学习的机制设计的基础，因为它关系到所报告的收入表现是否可信。当遗憾优化过程未能找出带来最大效用增益的虚报时，得到的遗憾估计可能会远低于实际遗憾。这样一来，某个机制可能看起来实现了高收入，但这类结论在理论上站不住脚，在实践中也不可靠。

从理论角度看，在固定其他竞标者报告的情况下，计算某个竞标者的最优事后遗憾，需要在整个组合估值空间中进行搜索。这项任务受维度灾难影响，计算量随物品数量呈指数级增长，使得精确计算难以实现。因此，现有模型依赖基于梯度的优化来近似求得最优虚报。然而，这类近似对超参数高度敏感，包括随机初始化次数、梯度步数和学习率。这种敏感性带来了两个根本性局限：

估计不准确：现有模型缺乏严格评估，无法判断基于梯度的近似是否会收敛到接近真实遗憾的值。由于损失景观高度非凸，遗憾计算对超参数选择极为敏感。因此，次优配置可能导致系统性低估遗憾，造成激励相容性的假象。尽管近期工作（如 RegretFormer [Ivanov 等,2022] ）引入了诊断性一致性检查，但这些标准对于恢复真实遗憾虽属必要，却并不充分。

计算效率低下：我们的实证分析表明，增加随机初始化的次数和梯度步数可以提高估计准确性，但代价是产生难以承受的计算开销。在大规模设置中，

获得收敛的遗憾估计可能需要数百小时，远超训练机制本身所需的时间。这一效率瓶颈凸显了对更高效遗憾评估方法的迫切需求。

为应对遗憾低估这一关键挑战，我们构建了一个具有坚实理论基础且计算高效的评估框架。首先，我们推导出最优遗憾的数学下界，并引入逐项遗憾这一新型代理指标。该方法将棘手的联合优化问题分解为相互独立的分量子问题，使计算复杂度从指数级 $O(Q^m)$ 降至线性级 $O(m)$。

更重要的是，我们不止于简单的离散化，还提出了逐项引导梯度细化策略。与依赖随机初始化的传统方法不同，我们的方法利用离散的逐项解构建结构化的初始点集合，以进行基于梯度的优化。这一设计衔接了离散网格搜索与连续优化，显著提升了优化器收敛到更接近全局最优解的能力。我们的框架具有两大优势：

改进遗憾估计：我们的方法利用逐项解引导优化器转向对应高遗憾的区域。这缓解了随机初始化常见的失效模式，即优化器陷入较差的局部最优解，并使其即使在复杂的高维拍卖场景中也能可靠地估计遗憾。

数量级的效率提升：结构化初始化显著降低了样本复杂度。在大规模设置中，穷举或随机搜索方法可能需要数千次随机重启和数百小时的计算，而我们的方法仅需数十次经过策略性选择的初始化，就能在几小时内实现更优的收敛。这种计算开销的降低，使得对深度拍卖机制进行实用且可扩展的遗憾评估成为可能。

相关工作

RegretNet [D¨utting 等人， 2019] 是首个利用神经网络近似近乎最优拍卖的模型。此后，多项研究对这些模型进行了扩展和改进。ALGnet [Rahme 等人，2021b] 将学习过程重新表述为拍卖师与虚报者之间的双人博弈。Feng 等人 [Feng 等人， 2018] 解决了私人预算约束问题，而 Kuo 等人 [Kuo 等人， 2020] 则引入了公平性。Peri 等人 [Peri 等人， 2021] 将人类偏好纳入拍卖设计。Rahme 等人 [Rahme 等人，2021a] 开发了置换等变机制，Curry 等人 [Curry 等人， 2022] 则重新审视了仿射极大化拍卖。其他值得关注的贡献包括 Shen 等人 [Shen 等人， 2019], D¨utting 等人 [D¨utting 等人， 2019], 以及 Duan 等人 [Duan 等人， 2022], 他们分别针对拍卖设计中的策略真实性、准确性和上下文信息集成等具体方面进行了研究。You 等人 [You 等人， 2023] 提出了两种改进 ALGnet 的方法：采用离散分布采样，并使用细粒度支付网络，从而取得了最先进的实验结果。Wang 等人 [Wang 等人， 2024] 将单竞标者 RochetNet 的基于菜单的方法扩展到了多竞标者场景。Huo 等人 [Huo 等人， 2025] 提出了一种新的拍卖机制，以处理价值相关性。

2 预备知识

我们考虑这样一种情形：有 n 个竞标者，由集合 $N = \{1, \ldots, n\}$ 表示；有 m 件物品可供拍卖，由集合 $M = \{1, \ldots, m\}$ 表示。每位竞标者 i 都有一个估值函数 v_i: $2^M \to \mathbb{R}_{\geq 0}$。我们关注加性估值函数，即竞标者 i 对物品集合 $S \subseteq M$ 的估值等于其中每件物品估值之和。形式化地，对于所有 $S \subseteq M$， $v_i(S) = \sum_{j \in S} v_i(j)$，其中 v_i 独立地从定义在可能估值函数 V_i 上的分布 F_i 中抽取。我们将所有可能的估值剖面集合记为 $V = \prod_{i=1}^{n} V_i$，而 $v = (v_1, \ldots, v_n) \in V$ 是估值剖面。

尽管拍卖人知道分布 $F = (F_1, \ldots..., F_n)$，但竞标者的实际估值 v 是未知的。竞标者会报告自己的出价，但这些出价未必真实；拍卖机制则决定物品分配给哪些竞标者，以及相应的支付。拍卖机制 (g, p) 由分配规则 $g_i \colon V \to 2^M$ 和支付规则 $p_i \colon V \to \mathbb{R}_{\geq 0}$组成。给定出价配置 $b = (b_1, \ldots..., b_n) \in V$，拍卖机制会计算出分配 $g(b)$和支付 $p(b)$。我们将不包含竞标者 i 的估值配置 v 记为 v_{-i}，出价配置 b_{-i} 也类似。除竞标者 i 以外所有竞标者可能的估值配置集合记为 $V_{-i} = \prod_{j \neq i} V_j$。

竞标者的效用记为 $u_i(v_i, b) = v_i(g_i(b)) - p_i(b)$，由其估值 v_i 和出价配置 b决定。该效用函数体现了竞标者对物品的估值与其为获得这些物品必须支付的价格之间的权衡。如果无论其他竞标者报告什么，如实报告都是每位竞标者的最优策略，那么该拍卖就具有占优策略激励相容性（DSIC）。形式上，这意味着对于所有竞标者 i、所有估值 $v_i \in V_i$、所有出价 $b_i \in V_i$以及其他竞标者的所有出价 $b_{-i} \in V_{-i}$， $u_i(v_i, (v_i, b_{-i})) \geq u_i(v_i, (b_i, b_{-i}))$ 均成立。另一方面，如果每位竞标者获得的效用都非负，则称该拍卖满足个体理性（IR），即 $u_i(v_i, (v_i, b_{-i})) \geq 0$。这保证每位竞标者都能从参与拍卖中获益，而不会遭受损失。

DSIC拍卖的设计目标是让每个竞标者都拥有如实报告真实估值的占优策略，而估值剖面 v 上的收入为 $\sum_i p_i(v)$。我们的目标是找出一种满足 DSIC 和个体理性并使收入最大化的拍卖机制。对于 DSIC，我们使用事后遗憾来衡量对 DSIC 的违反程度，定义如下：

$$Rgt_i = \max_{v_i' \in V_i} u_i\left(v_i, (v_i', v_{-i})\right) - u_i\left(v_i, (v_i, v_{-i})\right) \qquad (1)$$

3 基于深度学习的机制中遗憾低估的实证分析

本节对当前深度拍卖机制中采用的遗憾估计协议的可靠性进行系统性实证研究。我们首先

模型	γ	L	R
RegretNet	0.1	1000	2000
ALGnet	0.001	300	300
RegretFormer	0.1	1	1000
CITransNet	0.001	100	200

表 1：不同基线模型的超参数配置

	超参数来源		
模型	RegretNet	ALGnet	RegretFormer
RegretNet	**1.62**	0.40	1.55
ALGnet	**4.78**	1.56	3.89
RegretFormer	10.59	**144.02**	5.17

表2：不同超参数集合下遗憾（$\times 10^{-3}$）的交叉评估（3×10 设置）

刻画了四种领先模型所用超参数配置的显著异质性：RegretNet、ALGnet、RegretFormer 和 CITransNet。随后，通过严格的交叉验证和细粒度敏感性分析，我们证明，标准评估协议无法系统性地检测出显著的激励相容性违反，在高维场景中尤为如此。为确保比较公平且可复现，所有实验均采用相应模型的官方实现，并首先依据其原始超参数配置评估模型性能。

3.1 超参数异质性与交叉验证

我们首先将用于估计遗憾的基于梯度的虚报优化器的工作流程形式化。对于每个估值配置文件 v_i，优化器会初始化 L 个随机候选虚报向量 $b_i \in V_i$。对于每个候选项 $b_i^{(l)}$，其中$l \in \{1, \ldots, L\}$，我们执行 R步投影梯度上升，以最大化竞标者效用：

$$b_i^{(l)} \leftarrow b_i^{(l)} + \gamma \nabla_{b_i} u_i(v_i, (b_i^{(l)}, v_{-i})),$$

其中 γ 是学习率。选择最终效用最高的候选项作为近似最优虚报。

评估缺乏共识。如表 1 所示，这项评估没有标准化流程。这些模型采用的超参数配置差异显著。例如，RegretNet 使用计算开销较大的设置（$L = 1000$, $R = 2000$），而 RegretFormer 采用极简配置，仅使用一次初始化（$L = 1$）和适中的步数；ALGnet 则采用非常小的学习率（$\gamma = 0.001$）。

超参数交叉评估。为探究这些针对模型的超参数是否足以检测激励相容性违反，我们在 3×10 设置下进行了交叉评估实验。我们将 RegretNet、ALGnet 和 RegretFormer 的超参数组应用于每个模型（由于 CITransNet 的估值分布不同，此处不纳入）。表 2 显示，默认超参数会系统性地低估违反程度。具体而言，相比其原生配置（1.56×10^{-3}），RegretNet 的高强度设置在 ALGnet 中检测到的遗憾显著更高（4.78×10^{-3}）。最值得注意的是，RegretFormer 表现出极端的脆弱性：使用 ALGnet 更精细的学习率进行评估时，检测到的遗憾从 5.17×10^{-3} 飙升至 144.02×10^{-3}——增长了 28 倍。这证明，次优的评估设置可能完全掩盖灾难性的机制失效。

3.2 超参数敏感性与收敛分析

这项交叉验证表明，现有机制所报告的 IC 属性高度依赖于评估优化器的具体选择，而这些选择往往并非最优。若缺乏严格、统一且高强度的评估标准，整个领域就可能严重低估激励相容性违反的程度。

为进一步探究遗憾低估的机制，我们针对 ALGnet 优化器进行了细致的敏感性分析，具体考察随机初始化次数（L）和梯度下降迭代次数（R）。表3详细展示了在不同配置下计算出的遗憾和运行时间的变化，揭示了评估保真度与计算成本之间的关键权衡，并明确凸显了默认超参数设置的不足。

对迭代步数的敏感性（R）。当 L 固定为 300（ALGnet 的默认值）时，3×10 设置下检测到的遗憾单调上升，直到经过 $R \approx 1000$ 后才趋于稳定。具体而言，将 R 从 100 增加到 2000，会使遗憾增加 33 倍（从 0.14×10^{-3} 增至 4.67×10^{-3}）。因此，默认设置 $R = 300$ 仅达到收敛值的 $\sim$ 33%（1.56×10^{-3} 对比 4.67×10^{-3}），造成激励相容性的误导性假象。

初始化的影响（L）。扩大随机样本池（L）可以进一步改进搜索效果。将 L 从 300 增至 1000，会使收敛后的遗憾从 4.67×10^{-3} 增至 4.78×10^{-3}。这种敏感性证实了损失景观具有非凸特性，采样数量有限时无法找到真正的全局最大值。

收敛的高昂代价。要获得这些准确的估计，需要耗费大量计算资源。在 5×10 设置下，收敛到真实遗憾（5.24×10^{-3}）需要 216.9 小时。相比之下，配置（$L = 300$, $R = 100$）只需 3 小时即可完成，但得出的估计值 0.15×10^{-3} 微不足道，对真实违规程度的低估幅度约为 35 倍。

这些实验有力地证明，标准的基于梯度的评估对于大规模拍卖而言在计算上效率低下。要获得可靠的遗憾估计，要么必须投入数百小时，要么采用更高效的搜索策略，例如本文提出的逐项引导式细化。

设置	L	R	遗憾（10^{-3}）	运行时间（小时）	设置	L	R	遗憾（10^{-3}）	运行时间（小时）
3×10	300	100	0.14	0.6	5×10	300	100	0.15	3.0
		300	1.56	2.0			300	2.61	9.1
		500	3.89	3.1			500	4.81	15.2
		1000	4.63	6.3			1000	5.10	31.3
		1500	4.66	9.6			1500	5.15	47.3
		2000	4.67	13.9			2000	5.16	62.7
	500	100	0.17	1.1		500	100	0.22	5.1
		300	1.86	3.4			300	3.02	15.5
		500	4.11	5.6			500	4.90	26.1
		1000	4.67	11.3			1000	5.12	54.3
		1500	4.68	16.2			1500	5.16	77.5
		2000	4.69	22.1			2000	5.16	104.4
	1000	100	0.17	1.1		1000	100	0.38	5.1
		300	2.59	6.7			300	3.65	10.9
		500	4.46	11.2			500	5.05	54.2
		1000	4.77	23.3			1000	5.22	110.8
		1500	4.78	32.5			1500	5.23	161.9
		2000	4.78	47.6			2000	5.24	216.9

表3：在 ALGnet 上使用不同超参数计算遗憾

4 方法

本章提出了一个用于准确估计基于深度学习的拍卖机制中事后遗憾的系统性框架，旨在解决这一关键问题：由于非凸损失景观的影响，标准的基于梯度的评估器会系统性地低估激励相容性违反。我们首先推导出一个理论下界，并引入逐物品遗憾这一计算高效的替代指标，其规模随物品数量线性增长。在此基础上，我们提出逐项引导梯度细化策略。该混合优化方法利用结构化初始化，有效跳出局部最优解并收敛至真正的全局最大值。

4.1 遗憾的数学下界

为了计算公式1中定义的任意竞标者的遗憾，我们必须评估所有可能的估值剖面 V。采样精度是指计算遗憾时对出价空间进行离散化的精细程度。例如，如果采样精度为10^{-3}，且出价范围为 $[0, 1]$,，则该区间会被划分为 1,000 个等间距的采样点，相邻点间隔为 0.001。令 Q 表示离散化出价空间中每个竞标者针对每件物品的采样点数量。

命题1。 计算所有竞标者的最优遗憾的时间复杂度为 $O(n \cdot Q^m)$，其中 n 是竞标者数量，m 是物品数量。

证明见附录A1。

This indicates that the computational complexity grows exponentially with the number of items, making the exact calculation of optimal regret intractable. To address this, we seek a scalable approximation of Equation 1 that is both computationally efficient and not too sensitive to the hyperparameters.

我们不使用基于梯度的优化器，而是从公式1入手，并将遗憾分解到各个物品上。我们定义竞标者 i 对物品 j 的遗憾如下：

$$Rgt_{i,j} = \max_{b_{i,j} \in V_{i,j}} u_i(v_i, (b_{i,j}, v_{i,-j}, v_{-i})) - u_i(v_i, (v_i, v_{-i}))$$

其中 $Rgt_{i,j}$ 表示竞标者 i 针对物品 j的遗憾，而 $v_{i,-j}$ 指的是不包含竞标者 i对物品 j估值的估值剖面。这种分解简化了计算，同时保留了遗憾估计的准确性。

计算物品级遗憾后，我们定义整体遗憾的一个下界，针对竞标者 i 如下：

$$Lower\ bound = \max_{j \in M} Rgt_{i,j}.$$

定理1. 对于任意竞标者 $i \in N$，以下不等式成立：

$$Rgt_i \geq \max_{j \in M} Rgt_{i,j},$$

其中，Rgt_i 是竞标者 i的事后遗憾，$Rgt_{i,j}$ 是竞标者 i在物品 j 上的遗憾。

证明见附录A2。

因此，我们提出了一种简洁高效的方法，用于计算最优遗憾的下界。该方法为实际验证基于梯度的方法在不同超参数 L和 R 下产生的遗憾值是否合理提供了一种可行途径。如果基于梯度的优化器计算出的遗憾低于我们的理论下界，这可能表明优化器未能找到有效或有代表性的虚报。

值得注意的是，这个下界往往能够很好地逼近真实的最优遗憾。由于许多模型都经过训练，以将遗憾降至零，因此虚报的组合结构会变得更简单。在这种情况下，忽略物品级交互只会引入微小误差。

下界的紧致性与松弛性当竞标者 i 的最优虚报只改变一个坐标时，这个不等式就会变为等式。例如，当竞标者只想要一件物品时，就会出现这种情况，因为只有一件物品能够实质性地提高竞标者 i 的效用。

如果竞标者希望获得多物品，最优虚报可能涉及多个坐标同时偏离。在这种情况下，每次单物品偏离带来的收益都很小，使得下界小于 Rgt_i。此外，随着竞标者希望获得的物品数量增加，下界与 Rgt_i 之间的差异会更加显著。换言之，竞标者寻求的物品越多，下界就越偏离真实遗憾。

4.2 逐项遗憾

为了解决随着期望获得的物品数量增加，下界与真实遗憾之间的偏差也随之增大的问题，我们引入逐物品遗憾作为一种替代近似方法，它对每个竞标者在所有物品上的遗憾值求和。定义如下:

$$\text{Item-wise } Rgt_i = \sum_{j \in M} Rgt_{i,j}$$

由于计算每个 $Rgt_{i,\ j}$ 的时间复杂度为Q，因此，计算单个竞标者的逐项遗憾的总时间复杂度为 $Q \cdot m$。由此，所有竞标者的总时间复杂度为 $O(n \cdot Q \cdot m)$:

命题 2. 计算所有竞标者的逐物品遗憾的时间复杂度为 O（$n \cdot Q \cdot m$），其中 n 是竞标者的数量，m 是物品的数量。

证明见附录 A3。

该方法不同于计算真实最优遗憾，因为它对各个物品分别求取最佳虚报后再求和，而不是对所有物品进行联合优化。因此，逐物品遗憾可能略大于最优遗憾。不过，它有一个上界，绝不会超过最优遗憾的 m倍，其中 m是物品的数量。

命题 3. 如果 $Rgt_{i,\ j} \geq 0$ 对所有 $j \in M$均成立，那么

$$\textit{Item-wise } Rgt_i = \sum_{j \in M} Rgt_{i,j} \ \leq \ m \cdot \max_{j \in M} Rgt_{i,j} \ \leq \ m \cdot Rgt_i.$$

证明见附录 A4。

虽然逐项遗憾 Rgt_i 易于计算，但它并非 Rgt_i的严格上界。由于基于神经网络的拍卖模型是黑箱且高度非凸，可能出现一些病态情况，使逐项遗憾 Rgt_i大幅低估真实遗憾。只有当学习型机制严重违反激励相容性、导致强烈的跨物品交互时，才会出现这种极端偏差。然而在实践中，跨物品交互较弱时，逐项遗憾 Rgt_i 通常接近 Rgt_i，因而可作为有用的经验性替代指标。此外，由于大多数学习型机制仍近似满足激励相容性，我们的方法通常能得出非常接近最优遗憾的估计值。

4.3 逐项引导梯度细化

逐物品遗憾提供了一种计算效率较高的方法。但它依赖于离散化出价空间，因此不可避免地存在两个局限：（1）离散化间隙，即真实的连续最优值位于网格点之间；（2）独立性假设，可能会忽略复杂的多物品协同效应。相比之下，标准的基于梯度的方法在连续空间中运行，但需要进行大量随机重启（例如，$N \geq 1000$）才能收敛到接近真实遗憾的值。

为弥合这一差距，我们提出一种混合优化策略，利用逐物品结果为基于梯度的优化器构造结构化、高质量的初始化组合。我们为每位竞标者 i 构造一个大小为 $K = 1 + m + 3 * k$ 的初始化集合 $\mathcal{B}_{init}$。令 v_i 表示真实估值，$b_i = (b_{i,\ 1},\ .....,\ b_{i,\ m})$ 表示通过离散网格搜索确定的最优逐物品虚报向量。集合 $\mathcal{B}_{init}$ 由以下五个策略组件组成:

1.组合候选（1 个候选）： 我们通过直接汇总针对每个单独物品确定的最优虚报，构造候选项 b_i。该向量为联合策略提供了有力的启发式方案，专门用于捕捉估值景观中的多物品协同效应。

2. 单物品候选（m 个候选）： 这些候选项基于离散网格搜索过程中确定的逐物品遗憾进行设计。具体而言，对于每个物品 j，我们构造一个专用的初始化向量：该向量针对该物品采用最优虚报 $b_{i,\ j}$，同时其他维度均如实报价:

$$b^{(j)} = (\hat{b}_{i,j}, v_{i,-j}), \quad \forall j \in \{1, \ldots, m\}.$$

这一设计确保将每个物品的局部最优策略所作出的具体贡献明确纳入初始化集合，并与逐项遗憾的计算直接对应。

3. 扰动组合候选项（k 候选项）： 为解决独立计算逐物品遗憾可能带来的局限性，我们对组合候选（b_i）施加高斯扰动，以生成候选项。我们向这个联合向量注入噪声，以探索其局部邻域:

$$b^{(refine)} = \hat{b}_i + \epsilon, \quad \text{where } \epsilon \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2_{opt} I).$$

4.扰动真实候选项（k 个候选项）： 学习型机制通常在真实估值附近表现出不稳定性。我们纳入通过扰动真实档案生成的候选项:

$$b^{(local)} = v_i + \epsilon, \quad \text{where } \epsilon \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2_{truth} I).$$

5. 全局随机候选（k 个候选）： 为确保在启发式先验可能失效的病态损失景观中仍具备鲁棒性，我们保留少量均匀随机初始化 $b^{(rand)} \sim U[0,1]^m$ 作为安全机制。

表 4：不同模型的 k 和高斯噪声（σ）的超参数设置

模型	k	高斯噪声（σ）
RegretNet	0	0
ALGnet	0	0
RegretFormer	80	0.6

这种结构化初始化大幅降低了样本需求。在实验中，它只需要少量初始化，而标准方法则需要数千次随机初始化。

5 实验

在本节中，我们对所提出的逐项引导梯度细化框架进行了全面的实证评估。实验旨在验证两项核心主张：准确近似真实最优遗憾，以及高效降低计算开销。我们在 ALGnet 基准测试上验证了该方法，结果表明，其保真度与近最优遗憾相当，同时相较基线实现了数量级的加速。随后，我们将该框架用于重新评估三种领先的深度拍卖模型：RegretNet、ALGnet、RegretFormer 和 CITransNet。研究结果揭示了这些模型可靠性各异：RegretNet 仍然稳健，而我们在 ALGnet 和 CITransNet 中检测到中度遗憾低估，并在 RegretFormer 中发现了灾难性的隐蔽违规。

为确保比较公平，我们保留了所有模型的原始超参数配置，并着重进行重新评估。我们报告了 10,000 个测试样本的平均结果。对于 RegretNet、ALGnet 和 RegretFormer，我们考察 n 个竞标者、 m 个物品的加性设置，其中估值从 $U[0,1]$ 中独立同分布采样，记为 $n \times m$。至于 CITransNet，其估值更为复杂；相关结果见附录B。对 ALGnet 的评估表明，我们的方法适用于竞标者估值的所有分布。采样精度设为 10^{-3}，这意味着每个竞标者针对每件物品的出价空间均匀划分为10^3 个采样值。根据先前研究[You 等人，2023], 将采样精度提高到这一水平以上，并不会带来更高的遗憾值，却会显著增加计算时间。

5.1 超参数选择及其依据

本节详细说明引导式改进策略的超参数选择，如表 4 所示。具体而言，我们定义了高斯噪声尺度 σ 和组大小 k，并将其分配给三个随机初始化集合：扰动组合候选、扰动真实候选和全局随机候选。

值得注意的是，对于 RegretNet 和 ALGnet，优化器仅依靠确定性先验——即单个组合候选和 m 个单物品候选（其中 m表示物品数量）——便能实现稳健收敛。因此，我们为这些模型设置 $k = 0$。与此形成鲜明对比的是，RegretFormer 需要更大的候选池（$k = 80$）才能收敛。这种差异是因为 RegretFormer 严重违反激励相容性，导致虚报空间高度复杂。因此，多样化的随机初始化对于防止优化器陷入局部最优解，并确保检测到接近真实值的遗憾，必不可少。

设置	指标	遗憾 ($\times 10^{-3}$)	时间（小时）
1×2	原始	0.27	0.11
	最优	0.28	10.5
	下界	0.23	0.003
	逐项	0.36	0.003
	Ours	**0.28**	**0.012**
2×2	原始	0.71	0.85
	最优	0.72	25.5
	下界	0.59	0.005
	逐项	0.77	0.005
	Ours	**0.71**	**0.025**
5×2	原始	0.38	4.9
	最优	0.39	86.0
	下界	0.32	0.03
	逐项	0.39	0.03
	Ours	**0.38**	**0.15**
3×10	原始	1.56	2.0
	近似最优	4.72	4.26
	下界	2.17	0.09
	逐项	6.28	0.09
	Ours	**4.73**	**0.27**
5×10	原始	2.48	9.2
	近似最优	5.24	216.9
	下界	2.49	0.57
	逐项	5.50	0.57
	Ours	**5.25**	**1.19**

表 5：ALGnet 上遗憾指标与运行时间的比较

5.2 在 ALGnet 上验证我们的方法

为评估我们提出的框架的有效性和效率，我们在 ALGnet 模型上进行了全面评估。结果汇总于表 5。我们比较了五种不同的指标：（1）原始：由模型原始参数计算出的遗憾。（2）最优／近似最优：在小规模设置下通过穷举搜索计算出的真实值，或在大规模设置下通过在高强度设置（1,000 次随机初始化和 2,000 次迭代）下收敛的基于梯度的优化器计算出的真实值。（3）下界：在第 4.1 节提出。（4）逐项：在第 4.2 节提出。（5）我们的方法：在第 4.3 节提出的逐项引导梯度细化方法。

在可以通过穷举搜索计算真实最优遗憾的小规模设置（1×2、 2×2和 5×2）中，我们的框架展现出卓越的精度和效率。下界和逐项遗憾始终将真实的最优遗憾夹在中间；例如，在 2×2 设置中，最优值（0.72×10^{-3}）被紧密地夹在下界（1×2）与

设置	模型	R_{max}	遗憾 $(\times 10^{-3})$ (原始)	遗憾 $(\times 10^{-3})$ (我们的方法)	收入
1×2	RegretNet	-	0.23	**0.23**	**0.553**
	ALGnet	-	0.27	**0.28**	**0.545**
	RegretFormer	1×10^{-3}	1.21	**1.71**	**0.575**
		1×10^{-4}	0.09	**0.21**	**0.555**
2×2	RegretNet	-	0.26	**0.26**	**0.878**
	ALGnet	-	0.71	**0.72**	**0.880**
	RegretFormer	1×10^{-3}	0.59	**21.65**	**0.902**
		1×10^{-4}	0.04	**18.31**	**0.862**
2×5	RegretFormer	1×10^{-3}	1.54	**42.55**	**2.46**
3×10	RegretNet	-	1.62	**1.62**	**5.54**
	ALGnet	-	1.56	**4.73**	**5.55**
	RegretFormer	1×10^{-3}	5.17	**365.80**	**6.18**
5×10	RegretNet	-	4.72	**5.25**	**6.76**
	ALGnet	-	2.48	**5.19**	**6.74**

表6：评估 RegretNet、ALGnet 和 RegretFormer 上的遗憾

逐项代理（0.77×10^{-3}）之间。我们提出的方法（**我们的方法**）得出的估计值几乎与真实值完全一致（例如，在 2×2中，0.71×10^{-3}与 0.72×10^{-3} ）。此外，这种高保真度仅需极低的计算成本：在 5×2情况下，我们的方法仅需0.15小时，而穷举搜索需要86小时，速度提升近三个数量级。

在高维设置（$3 \times 10, 5 \times 10$）中，由于真实最优值难以计算，我们采用通过密集梯度搜索（1,000 次初始化，2,000 次迭代）得出的"近似最优"基准。与此标准相比，我们的方法展现出更强的稳健性和效率。首先，我们揭示了标准基线的失效：在 3×10 情况下，原始优化器报告的遗憾（1.56×10^{-3}）竟低于我们的理论下界（2.17×10^{-3}），这从数学上证明它甚至未能发现基本的单物品违规。其次，就效率而言，在 5×10 中获得基准结果需要 216.9 小时。相比之下，我们的方法仅用 1.19 小时便得到了可比的估计值（5.25×10^{-3}）。借助逐项先验，我们的框架实现了 $\sim 200\times$ 倍加速，将严谨验证从耗时一周的任务变成了数小时内即可完成的工作。

5.3 重新评估最先进模型

我们应用所提出的评估框架，重新检验了三种领先的深度拍卖机制的激励相容性：RegretNet、ALGnet 和 RegretFormer。表6对比了它们在原始超参数配置下报告的遗憾与我们的引导式改进策略检测到的数值。

结果揭示了模型鲁棒性存在显著差异。RegretNet 表现出很高的稳定性：在所有设置下，我们的方法得出的遗憾估计都与其原始报告几乎完全一致（例如，1.62×10^{-3} 与 1.62×10^{-3} 在 3×10中），这证实了其详尽的评估流程能够有效地捕捉真实违规程度。然而，ALGnet 在高维设置下表现出中度低估；例如，在 3×10 案例中，我们的方法检测到的遗憾为4.73×10^{-3}，约为报告值 1.56×10^{-3}的三倍。

最重要的是，我们的评估揭示了 RegretFormer 中灾难性的隐蔽违规。尽管该模型在默认设置下声称能实现高收入和低遗憾（例如，5.17×10^{-3} in 3×10），我们的方法却发现其遗憾高达365.80×10^{-3}——增加了 40 多倍。这种模式在不同设置下都一致存在（例如，1.54×10^{-3} vs. 42.55×10^{-3} in 2×5），这表明 RegretFormer 报告的高收入很可能是以牺牲激励相容性为代价实现的，而其原始且不充分的评估协议完全掩盖了这一缺陷。这些发现凸显了高强度评估框架对于确保学习型机制可靠性的必要性。

6 结论

本文首先对现有的基于深度学习的拍卖模型进行系统评估，包括 Regret-Net、ALGnet、RegretFormer 和 CITransNet。我们的实验发现，若干模型报告的遗憾往往低于实际遗憾，在多物品场景中尤为明显。这种低估表明，部分报告的收入可能来自未被检测到的激励相容性违规。受此发现启发，为解决这一问题，我们推导出遗憾下界，并提出一种高效的逐物品遗憾近似方法。在此基础上，我们提出一种引导式细化过程，可显著提升遗憾估计准确性，同时降低计算成本。这些方法能够以大幅降低的计算成本，更准确地评估遗憾。总体而言，我们的工作不仅揭示了当前实践的主要局限，还为评估基于深度学习的拍卖机制的激励属性提供了严谨而实用的工具。

参考文献

[Alaei等， 2012] Saeed Alaei、Hu Fu、Nima Haghpanah、Jason D. Hartline 和 Azarakhsh Malekian。《通过多智能体到单智能体归约实现贝叶斯最优拍卖》。载于第*13*届 *ACM* 电子商务会议论文集，*EC 2012*，西班牙瓦伦西亚，*2012*年*6*月*4*日至*8*日，第17页，2012年。

[Babaioff等， 2020] Moshe Babaioff、Nicole Immorlica、Brendan Lucier 和 S Matthew Weinberg。面向可加性买方的简单且近似最优机制。*ACM*学报（*JACM*），67(4):1–40，2020年。

[Cai 和 Zhao， 2017] Yang Cai 和 Mingfei Zhao。通过对偶性为次可加性买方设计简单机制。载于第*49*届 *ACM SIGACT* 计算理论年度研讨会论文集，第170–183页，2017年。

[Cramton， 2013] Peter Cramton。频谱拍卖设计。《工业组织评论》，42:161–190，2013年。

[Curry等， 2022] Michael Curry、Tuomas Sandholm 和 John Dickerson。随机化仿射极大化拍卖的可微经济学。*arXiv* 预印本 *arXiv:2202.02872*，2022年。

[Duan等，2022] Zhijian Duan、Jingwu Tang、Yutong Yin、Zhe Feng、Xiang Yan、Manzil Zaheer 和 Xiaotie Deng。用于拍卖设计的上下文集成式 Transformer 神经网络。发表于国际机器学习会议，第 5609–5626 页。PMLR，2022。

[D¨utting等, 2019] Paul D¨utting、Zhe Feng、Harikrishna Narasimhan、David Parkes 和 Sai SrivatsaRavindranath。通过深度学习实现最优拍卖。发表于国际机器学习会议，第 1706–1715 页，2019年。

[Feng等, 2018] Zhe Feng、Harikrishna Narasimhan 和 David C Parkes。面向预算约束下收入最优拍卖的深度学习。发表于第 *17* 届自主代理与多智能体系统国际会议论文集，第 354–362 页，2018。

[Hart 和 Nisan， 2017] Sergiu Hart 和 Noam Nisan。《多物品近似收入最大化》。经济理论杂志，172:313–347，2017年。

[Huo等， 2025] Da Huo、Zhenzhe Zheng 和 Fan Wu。学习相关价值分布下的最优拍卖。载于*AAAI*人工智能会议论文集，第 39 卷，第 13944–13952 页，2025年。[

Ivanov等， 2022] Dmitry Ivanov、Iskander Safiulin、Igor Filippov 和 Ksenia Balabaeva。通过注意力机制实现更优的拍卖。载于*NeurIPS*，2022年。

[Kuo等， 2020] Kevin Kuo、Anthony Ostuni、Elizabeth Horishny、Michael J Curry、Samuel Dooley、Ping-yeh Chiang、TomGoldstein 和 John PDickerson。Proportionnet：利用深度学习平衡拍卖设计中的公平性与收入。*arXiv* 预印本 *arXiv:2010.06398*，2020年。

[Liu等， 2021] Xiangyu Liu、Chuan Yu、Zhilin Zhang、Zhenzhe Zheng、Yu Rong、Hongtao Lv、Da Huo、Yiqing Wang、Dagui Chen、Jian Xu 等。神经拍卖：面向电子商务广告的拍卖机制端到端学习。载于第 *27*届 *ACM SIGKDD* 知识发现与数据挖掘会议论文集，第3354–3364页，2021年。

[Myerson， 1981] RogerB Myerson。最优拍卖设计。运筹学数学，6(1):58–73，1981年。

[Palfrey， 1983] Thomas R Palfrey。具有不完全信息的多产品垄断者的捆绑决策。《计量经济学》：计量经济学会期刊，第463–483页，1983年。[Pavlov， 2011] Gregory Pavlov。出售两种商品的最优机制。《*BE*理论经济学期刊》，11(1)，2011年。[Peri 等， 2021] Neehar Peri、Michael Curry、Samuel Doo- ley 和 John Dickerson。Preferencenet：利用深度学习在拍卖设计中编码人类偏好。神经信息处理系统大会进展，34:17532–17542，2021年。

[Rahme 等，2021a] Jad Rahme、Samy Jelassi、Joan Bruna 和 S Matthew Weinberg。一种用于拍卖设计的置换等变神经网络架构。发表于人工智能促进协会人工智能大会论文集，第35卷，第5664–5672页，2021年。

[Rahme等人，2021b] Jad Rahme、Samy Jelassi 和 S. Matthew Weinberg。拍卖学习作为双人博弈。在第九届国际学习表征会议（*ICLR 2021*），线上会议，奥地利，*2021*年*5*月*3*日至*7*日，2021年。[Shen等人， 2019] Weiran Shen、Pingzhong Tang 和 Song Zuo。通过神经网络实现自动化机制设计。在第*18*届国际自主智能体与多智能体系统会议论文集，第 215–223 页，2019年。[Wang 和 Tang， 2014] Zihe Wang 和 Pingzhong Tang。具有简单菜单的最优机制。在第十五届 *ACM*经济学与计算会议论文集，第 227–240 页，2014年。[Wang等人， 2024] Tonghan Wang、Yanchen Jiang 和 David C Parkes。Gemnet：通过深度学习实现基于菜单且策略无关的多竞标者拍卖。*arXiv* 预印本 *arXiv:2406.07428*，2024年。[Yao， 2017] Andrew Chi-Chih Yao。占优策略与贝叶斯多物品拍卖：最大收入的确定与比较。在*2017*年 *ACM*经济学与计算会议论文集，第 3–20 页，2017年。[You等人， 2023] Shuyuan You、Zhiqiang Zhuang、Haiying Wu、Kewen Wang 和 Zhe Wang。改进深度学习驱动的拍卖设计。在国际神经信息处理会议，第 556–569 页。施普林格，2023年。

技术附录

6.1 命题1的证明

命题 4。 计算所有竞标者的最优遗憾的时间复杂度为 $O(n \cdot Q^m)$，其中 n 是竞标者的数量， m 是物品的数量。

证明。 对于每个竞标者 i，计算遗憾需要考虑所有 m个物品的所有可能替代出价，同时固定其他竞标者的出价。由于我们将每件物品的估值离散为 Q 个等间距的点，因此，m个物品的估值可能组合数为$Q \times Q \times \cdots \times Q = Q^m$。

因此，对于单个竞标者，需要进行 Q^m 次评估。考虑所有 n 个竞标者，评估总次数为 $n \cdot Q^m$。因此，计算所有竞标者最优遗憾的时间复杂度为 $O(n \cdot Q^m)$。 □

6.2 定理1的证明

定理 2。 对于任意竞标者 $i \in N$，以下不等式成立：

$$Rgt_i \geq \max_{j \in M} Rgt_{i,j},$$

其中， Rgt_i 是竞标者 i的事后遗憾，而$Rgt_{i,\ j}$ 是竞标者 i 在物品 j上的遗憾。

证明。 根据定义，竞标者 i的总体事后遗憾为：

$$Rgt_i = \max_{b_i \in V_i} u_i(v_i, (b_i, v_{-i})) - u_i(v_i, (v_i, v_{-i})).$$

我们将完整的虚报 b_i 分解为两部分：$b_{i,\ j}$ 表示物品 j的虚报，$b_{i,\ -j}$ 表示除 j之外所有物品的虚报。因此， b_i =($b_{i,\ j}$, $b_{i,\ -j}$)。于是

$$Rgt_i = \max_{(b_{i,j}, b_{i,-j}) \in V_i} (u_i(v_i, ((b_{i,j}, b_{i,-j}), v_{-i})) - u_i(v_i, (v_i, v_{-i}))). \tag{2}$$

令 $j^* =$ 为$\arg\max_{j \in M} Rgt_{i,\ j}$，并令$b'_{i,\ j^*} \in V_{i,\ j^*}$ 表示物品 j^*的最优虚报，即：

$$b'_{i,j^*} = \arg \max_{b_{i,j} \in V_{i,j}} (u_i(v_i, (b_{i,j}, v_{i,-j})v_{-i}) - u_i(v_i, (v_i, v_{-i}))).$$

其中$v_{i,\ -j}$ 指排除竞标者i对物品 j的估值后的估值剖面

我们构造一个受限虚报向量，其中物品 j^* 的价值设为 $b'_{i,\ j^*}$，而所有其他物品均保持如实报价。因此，我们有：

$$Rgt_i \geq \max_{b_{i,-j^*} \in V_{i,-j^*}} u_i(v_i, ((b'_{i,j^*}, b_{i,-j^*}), v_{-i})) - u_i(v_i, (v_i, v_{-i})) \tag{3}$$

该不等式成立，是因为我们限制了优化域。而且我们有：

$$Rgt_i \geq u_i(v_i, ((b'_{i,j^*}, v_{i,-j^*}), v_{-i})) - u_i(v_i, (v_i, v_{-i})).$$

该不等式成立，是因为我们还为 $b_{i,-j^*}$取了一个特定值（不一定是最优值），即真实值 $v_{i,-j^*}$。

由于只有 b'_{ij^*} 被虚报，其他所有值均如实报价。因此：

$$\begin{aligned} Rgt_i &\geq u_i(v_i, (b'_{ij^*}, v_{-ij^*})) - u_i(v_i, (v_i, v_{-i})) \\ &= \max_{j \in M} Rgt_{i,j} = Lower\ bound. \end{aligned}$$

证明至此完成。 □

6.3 命题2的证明

命题 5。 计算所有竞标者的逐物品遗憾的时间复杂度为 O（$n \cdot Q \cdot m$），其中 n 表示竞标者数量， m表示物品数量。

证明。 对于每个竞标者 i，逐物品遗憾定义为所有 m 物品的遗憾之和，即逐项 $Rgt_i = \sum_{j \in M}^{M} Rgt_{i,j}$ 如方程(4.2)所示。

计算单个物品的 $Rgt_{i,j}$ j 需要评估该物品的Q 种可能出价值。由于共有 m 个物品，计算单个竞标者的逐物品遗憾需要$Q \cdot m$ 次评估。

考虑所有 n 个竞标者后，评估次数总计为 $n \cdot Q \cdot m$。因此，计算所有竞标者逐物品遗憾的时间复杂度为 $O(n \cdot Q \cdot m)$。 □

6.4 命题3的证明

命题 6. 若 $Rgt_{i,j} \geq 0$ 对所有 $j \in M$均成立，则

$$\textit{Item-wise}\ Rgt_i = \sum_{j \in M} Rgt_{i,j} \leq m \cdot \max_{j \in M} Rgt_{i,j} \leq m \cdot Rgt_i.$$

证明。 对于任意竞标者 i 和物品 $j \in M$，根据定理 2，我们可以得出：仅虚报物品j 的偏离空间是定义 Rgt_i的完整偏离空间的子集。因此，

$$\max_{j \in M} Rgt_{i,j} \leq Rgt_i.$$

根据非负数 a_j满足的不等式 $\sum_{j=1}^{m} a_j \leq m \cdot \max_j a_j$，可得

$$\text{Item-wise}\ Rgt_i = \sum_{j=1}^{m} Rgt_{i,j} \leq m \cdot \max_{j \in M} Rgt_{i,j} \leq m \cdot Rgt_i.$$

因此，逐物品遗憾至多为最优遗憾的 m 倍。在极端情况下，如果每种单项虚报产生的遗憾都与联合虚报产生的遗憾相同，则等号成立；但通常该上界是严格的。 □

7 CITransNet 的结果

由于 CITransNet 模型引入了额外的上下文信息，竞标者对物品的估值分布与前三个模型中使用的分布不同。因此，我们在本节中单独展示其结果。

为确保公平性，我们使用两种复杂设置进行测试：（D）2 个竞标者，拥有 $X = \{1, 2, \ldots, 10\}$ 和 5 件物品，拥有 $Y = \{1, 2, \ldots, 10\}$。所有上下文均从均匀分布中抽样， v_{ij} 则根据正态分布 $v_{ij} \sim$抽取

$$\mathcal{N}\left(\frac{(x_i + y_j) \bmod 10 + 1}{11}, 0.05\right) \text{truncated to } [0, 1].$$

（E）3 个竞标者和 10 件物品。离散上下文及其对应估值的抽取方式与设置 D 类似。

表 7 报告了 CITransNet 在两种复杂拍卖设置下的测试遗憾。我们观察到，CITransNet 报告的遗憾显著低于我们的方法计算出的遗憾。例如，在设置 (D) 中，CITransNet 得出的遗憾为 0.11，而我们的遗憾为 0.69；在设置 (E) 中，报告的遗憾为 0.24，而我们的结果为 4.82。

表 7：CITransNet 上的测试遗憾

设置	**方法**	**遗憾**（$\times 10^{-3}$）
(D)	CITransNet	0.11
	Ours	0.69
(E)	CITransNet	0.24
	Ours	4.82

这种持续低估表明，CITransNet 中的虚报优化过程并未完全收敛。主要原因在于其超参数配置——具体而言，梯度步数和初始化虚报集的数量设置得过少。因此，优化过程过早终止，未能达到遗憾景观的局部或全局最优解。随着竞标者和物品数量的增加，这一问题愈发严重，因为虚报搜索空间呈指数级扩大，优化也变得更具挑战性。

总而言之，虽然 CITransNet 融入了上下文信息并展现出强大的表征能力，但由于虚报优化不足，其报告的遗憾显著低估了真实的激励相容性（IC）违约程度。随着问题规模增大，收敛速度变得慢到难以接受，这进一步加剧了这种低估。相比之下，我们的方法有效克服了这些局限，并能准确评估真实遗憾。