arXiv:2601.15332v1 [econ.TH] 20 Jan 2026

两两比较胜过一次性呈现：序贯选择呈现带来的行为收益

Dipankar Das

果阿管理学院助理教授

电子邮箱：dipankar@gim.ac.in；dipankar3das@gmail.com

2026年1月23日

摘要

本文提出了序贯理性假说，认为与同时展示多个选项相比，以序贯的两两比较方式呈现产品，能让消费者更好地做出效用最大化决策。尽管这种方式的认知成本高于一次性展示，但在当前的数字市场中，产品种类繁多，并常按评论评分、价格和是否为付费产品等信息列出，因此消费者往往会做出不一致的选择。本文表明，按序准备列表有助于做出更理性的选择，因为消费者会试图尽量降低认知成本，否则可能做出非理性决策。如果面对两种商品时，消费者的决定始终相同，那么这就是一致偏好。平台采用这种方法，在一次性展示列表而非序贯呈现的同时，降低认知成本。为说明序贯呈现如何减少认知过载并避免情境依赖性错误，我们构建了一个有界注意力模型，并扩展随机注意力模型中的单调注意力规则，以提出序贯理性假说。我们通过一项针对常见消费品的理论设计检验这些假说。该理论模型有助于数字市场法律、行为经济学、营销学和数字平台设计领域的政策制定者考量选择架构如何改善消费者选择并鼓励理性决策。

关键词：序贯理性假说、随机注意力模型、有限注意力、选择理论、单调性、选择架构、数字市场。

1 引言

消费者经常在数字市场中面对决策环境：产品种类繁多，数字界面上还会同步呈现多个选项。另一方面，经典经济模型预设了完全理性和稳定偏好，这意味着主体能够同时处理和评估所有备选项，从而选出效用最大化的选项。实证证据一再表明，人类认知能力是有限的。正如Simon Simon（1955年）、Kahneman Kahneman（2003年）和 Gabaix Gabaix（2014年）的奠基性研究所揭示的那样，决策者往往受到信息和注意力约束的影响，因此会偏离完全理性。

推荐系统经济学的最新进展凸显了选择架构对数字市场中消费者行为的影响Jannach等人 (2010年)；del Carmen Rodríguez-Hernández等人 (2016年)；De Biasio等人 (2024年)。推荐系统旨在引导消费者应对信息复杂性，但它们往往同步呈现备选项，这可能导致认知过载并降低决策质量。在此背景下，本文提出序贯理性假说，认为依次成对呈现选项，能够使选择环境的结构与认知处理能力相匹配，从而系统性地提升决策质量。

通过一个简单的数值示例，可以解释序贯理性假说 。设想一位消费者在三种简单饮品中做选择：咖啡 (A)、茶 (B) 和果汁 (D)。每个选项都有一个反映消费者真实偏好的效用值：

产品	**真实效用**
咖啡 (A)	$u(A) = 8$
茶 (B)	$u(B) = 6$
果汁 (D)	$u(D) = 7$

设想在标准选择情境中，向消费者同时展示全部三种产品，即 $\{A, B, D\}$，并要求其选择最偏好的选项。在完全注意力模型下，假设消费者完全理性，则其会比较全部三个选项，并选择咖啡 (A)，即效用最大的选项。

然而，在有限注意力下，消费者可能只比较其中一部分，例如茶（B）和果汁（D），从而无意间忽略咖啡。如果基于这种局部比较选择果汁，那么这一决策并非最优：

$$C(A,\ B,\ D) = D \text{（因注意力遗漏导致的非理性选择）} \tag{1}$$

现在考虑一种序贯选择结构。第1步，消费者必须在咖啡（A）和茶（B）之间做出选择。由于 $u(A) > u(B)$，且比较的焦点明确，因此消费者选择了咖啡：

$$C(A, B) = A \tag{2}$$

在第2步，消费者必须在此前选出的咖啡（A）和果汁（D）之间做出选择。同样，由于 $u(A) > u(D)$，因此选择咖啡：

$$C(C(A, B), D) = A \tag{3}$$

最终选择的是咖啡（A），即效用最大化产品。

序贯理性假说的理论动机来自有关有限理性、基于列表的选择模型和有限注意力框架的文献 Cattaneo 等人（2020）；Masatlioglu 等人（2012）；Rubinstein 和 Salant（2006）。经典显示偏好理论假设消费者会考虑所有备选项，而实证研究表明，注意力往往局限于一个子集，即所谓的考虑集 Hauser 和 Wernerfelt（1990）；Goeree（2008）；Van Nierop 等人（2010）；Honka 等人（2017）；Reutskaja 等人（2011）。Rubinstein and Salant Rubinstein 和 Salant（2006）为列表选择提供了公理化基础，并强调顺序效应如何塑造偏好的形成。然而，这类模型仍是静态的，无法捕捉动态序贯注意力转移。我们的假说针对这一缺口，提出一个认知约束下的二元比较递归模型，并确立逐步呈现能够提升效用最大化结果的条件。

核心理论见解是，当消费者一次比较两个选项时，他们能够避免注意力过载，承担认知成本，并更有可能做出一致、理性的决策。这里的认知成本是信息处理的加权总和，见 Bettman 等人（1990）；Dhar 等人（2000）。这一点已经过数学检验，理论也有逻辑上的表述。这种顺序提供充当认知过滤器，逐步保留较优的备选项，从而降低认知过载并提升决策水平。顺序提供充当认知过滤器，逐步保留较优的备选项。形式上，当注意力有限时，以下结论成立。

$$\Pr(C(C(A, B)\ D) = \arg\max\{u(A)\ u(B)\ u(D)\}) > \Pr(C(A, B, D) = \arg\max\{u(A)\ u(B)\ u(D)\}) \tag{4}$$

数字市场中选项的视觉呈现会显著影响消费者的决策。基于下方亚马逊推荐界面的图示（图1），我们通过简单的逻辑，从序贯理性假说（SRH）的视角解释用户行为。该假说提出，序贯二元呈现能够缓解注意力过载，并在有限理性下促进效用最大化决策，使我们清醒地认识到数字

界面对消费者行为的影响。

亚马逊推荐系统采用网格式布局，备选项既横向排列在各行中，也纵向排列在可滚动的列中。该网格包含广告、促销标签（例如“每日特惠”）、品牌标签（例如“亚马逊之选”）和价格折扣，这些因素都会造成认知干扰，与内在效用无关。

从行为角度来看，可能会出现以下美化效应：(i) 横向排列的选项迫使用户同时比较多个视觉上相似的产品；(ii) 纵向堆叠的行需要滚动浏览，从而导致注意力在时间上碎片化；(iii) 显著的设计线索（例如折扣标签、星级评分、评论数量）会使注意力偏离与效用相关的属性；(iv) 缺乏结构化的比较逻辑会增加决策疲劳，并降低用户选出效用最大化选项的概率。

这些因素与有限注意力模型的预测相符：用户无法充分处理所有备选项，反而会受到框架效应和显著性的影响（Kahneman，2003年；Gabaix，2014年；Bordalo 等，2013年）。

我们构建了一个选择理论模型，其中有限注意力和认知可行性阈值决定选择路径。通过一系列定理、引理、推论和命题，并辅以说明性反例，我们表明，例如，当注意力有限时，$C(C(A、B)\ D) \neq C(A、B、D)$。这一差异背离了标准理性选择理论，并为成对序贯选择提供了理论依据。

本研究融合行为理论、形式化建模和实验设计，弥合了认知局限与经济理性之间的鸿沟。对于数字平台和政策制定者而言，我们的研究结果表明，推荐流程和信息披露的最优设计应通过分阶段进行比较来适应有限理性。这有望带来更有效的推荐系统和更好的消费者决策。对于经济学理论家而言，序贯理性假说将认知现实纳入决策理论，在完全理性与无结构的启发式方法之间开辟了一条折中路径。从平台的角度看，选择架构的策略是降低认知成本，并将列表设计成一次性呈现或同步呈现的形式，从而使消费者倾向于购买专门定制或定向推荐的产品。这是可能的，因为目前尚无明确定义的数字市场法律。

本文结构如下：首先回顾文献，接着介绍模型部分，探讨序贯选择与理性结果的概率，并呈现主要理论结果。随后，文章对支持序贯理性假设的理论论据展开详细讨论，这是本文的关键内容。最后一节总结结论、政策含义与局限性。

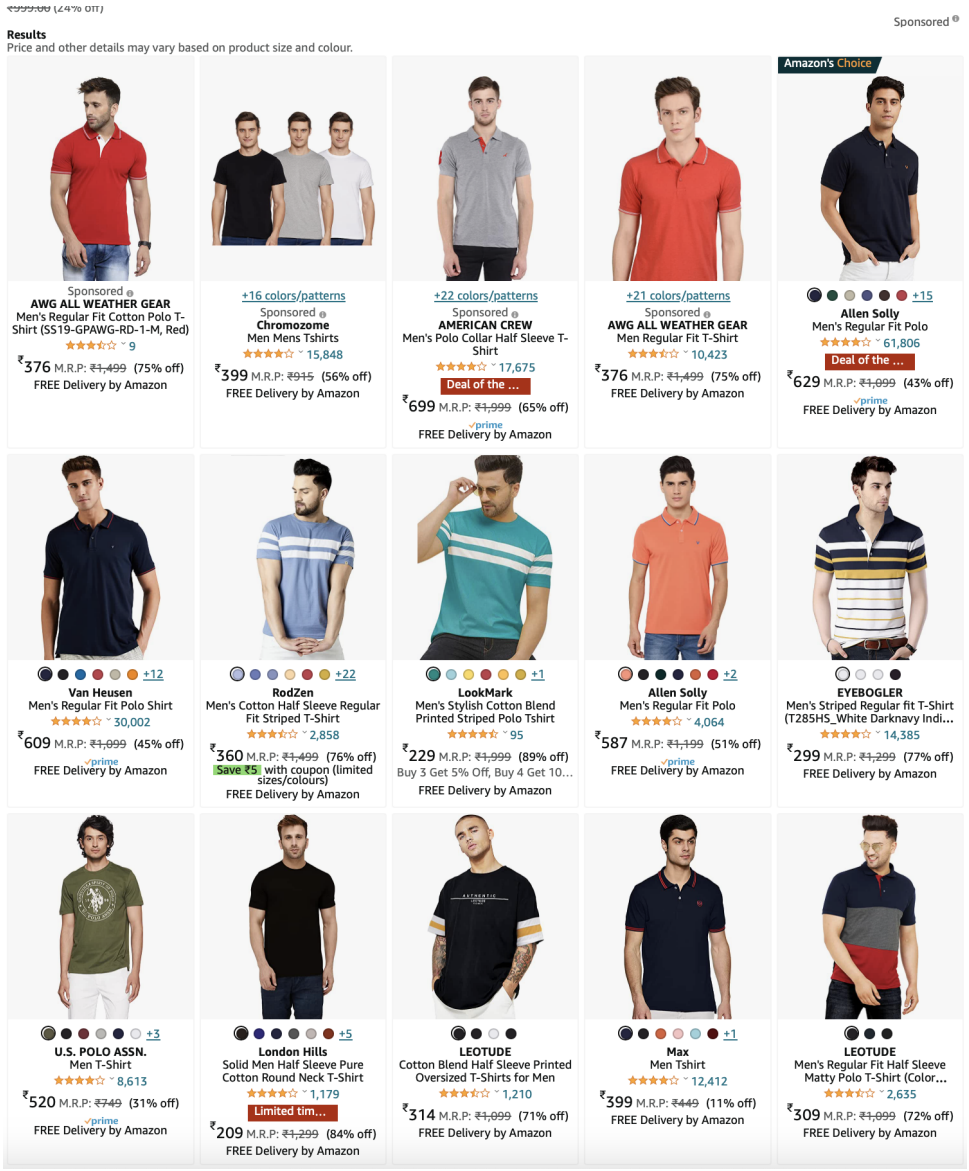


图1：SRH模型下的序贯二元比较。注：$\mu(\{A, C\}) = 0.4$ 表示在二元情境下选择 A 而非 C 的概率。

2 文献综述

本节回顾了为序贯理性假设的发展提供依据的理论与实验研究成果。相关文献分为两个小节：理论基础与实验见解。研究动机源于数字市场中选择架构的影响，尤其是在推荐系统塑造消费者决策、而消费者又受到认知局限制约的情境下。

推荐系统（RS）在计算与经济决策环境中发挥着核心作用，旨在帮助用户在信息丰富的环境中做出决策（Jannach等人，2010年）。一类特

定的推荐系统——经济推荐系统（ECRS）——将定价与利润优化纳入推荐机制（De Biasio等人，2024年），有效地将推荐转变为影响市场的经济工具。本文关注的核心问题并非推荐系统本身的算法设计，而是在有限理性条件下，如何向消费者呈现推荐——按顺序（成对）呈现，还是同步呈现——以优化决策质量。

2.1 理论研究

既有研究，如 Simon Simon（1955年）、Kahneman Kahneman（2003年）和 Gabaix Gabaix（2014年），承认有限理性和稀疏信息处理。同时，Tversky and Simonson Tversky and Simonson（1993年）证明，情境和局部比较可能导致价值最大化被违背。然而，这些模型并未正式刻画由注意力驱动的序贯二元比较如何演化，也未解释偏好反转如何从结构化决策树中内生地产生；序贯理性假说模型通过在认知约束下引入一种理性但非同步的决策逻辑，填补了这一空白。

选择涉及两类不确定性：一类是当前行动未来后果的不确定性，另一类是对这些后果的未来偏好的不确定性（March，1978年；Savage，1972年）。我们的研究关注第二类不确定性。如果备选项列表是按顺序逐对提供的，这类不确定性便可以降至最低。参照列表选择模型，可以说，主体面前并没有一组完整的元素；相反，这些元素会以某种顺序逐一浮现于脑海中（Rubinstein and Salant，2006年）。本文的引言直接建立在 Rubinstein and Salant 的列表选择基础模型之上，进一步拓展了其核心观点，即呈现顺序会影响决策。该论文刻画了基于列表的呈现方式如何影响理性，尤其是在“分区独立性”等公理下的情形；而本文提出序贯理性假说，并提供一个形式化与实验框架，用以检验逐对顺序提供能否通过缓解有限注意力约束，提升效用最大化行为。Rubinstein and Salant 提供了公理化和表征框架，说明选择行为可能受到列表结构影响（从而违反标准理性公理），但并未进一步建立动态或序贯注意力过程的模型。本文引言通过提出序贯理性假说，并设计形式化模型与实验方案，填补这一空白，以检验通过逐步比较降低认知负荷是否能够改善决策结果。因此，研究空白在于将关于列表选择非理性的理论洞见，转化为有关注意力敏感型序贯选择的可实验检验预测。显示偏好理论（RP）假定，决策者在充分考虑所有可能备选项后，会选择其中最佳的选项。一系列实证研究

表明，显示偏好理论并不总是与观察到的选择相符；相反，证据显示，决策者的选择受到其个体注意力跨度的限制（Hauser 和 Wernerfelt，1990年；Goeree（2008）；Van Nierop 等人（2010）；Honka 等人（2017）；Reutskaja 等人（2011）；Masatlioglu 等人（2012））。经典显示偏好理论以完全注意力为基础，而另一种称为有限注意力模型的理论则假定，决策者会从所有可能备选项的一个子集中选择最佳选项，这个子集称为考虑集（Masatlioglu 等人（2012）；Lleras 等人（2017）；Dean 等人（2017）；Masatlioglu and Nakajima（2013））。McFadden 的随机效用框架（Tversky，1972年）以及后续的显示偏好方法（例如 Manzini & Mariotti、Iyengar 和 Lepper（2000）；Caplin and Dean（2015））等经典模型，假定选择是在所有选项同时可见的完整菜单中作出的，且通常采用理性疏忽或随机偏好机制。序贯理性假说模型指出了一个研究空白：主体会以递归方式进行受注意力约束的二元比较；决策路径——而不仅仅是结果——会受到认知努力和子集暴露的影响，而同步模型或依赖菜单的模型并未考虑这一机制。每当决策者面对同一组可选备选项时，她每次都会关注同一子组选项。已有研究提出随机注意力模型（RAM），它不对考虑集的形成作任何特定的参数化（随机）假设，而是考虑一大类非参数随机注意力规则（Cattaneo 等人，2020）。尽管 Masatlioglu and Suleymanov（2021）的论文深入探讨了产品网络中的消费者决策——其中每种产品（例如电影）都是一个节点，推荐构成连接——但该研究采用的模型是，消费者依据这些连接所决定的暴露路径遍历图。关键在于，该研究假定决策者的偏好稳定且不受影响，同时承认稀疏网络结构可能妨碍备选项被完全发现。然而，该研究没有考虑有限注意力如何与此类结构相互作用，也未探讨消费者是否会因认知约束而只能依次比较可见选项对。相比之下，本文提出的序贯理性假说明确将决策过程建模为一系列递归的二元比较，其中注意力以随机方式分配至不同子集，从而产生依赖路径且信息不完全的结果。该框架不仅解释了注意力约束如何扭曲最终选择，也使序贯与同时暴露形式之间的比较具备经验可证伪性，并可进行福利比较。因此，本文填补了一个关键空白：阐明认知约束和序贯注意力如何影响稀疏的、由推荐驱动的环境中的选择，并在网络遍历之外，进一步从结构上刻画消费者有限的决策逻辑。现状偏差，即选择现状选项的倾向，在较大的选择集中更为普遍（Iyengar 和 Lepper，2000年）。另一篇论文也证明了这一点，该研究利用了决策者对该选项的注意力。这一假设自然会产生预-

……认为，在注意力相对稀缺的较大选择集中，现状偏差会更为普遍（Masatlioglu and Ok, 2005；Dean 等人，2017）。已有充分证据表明，决策者往往无法考虑所有可用选项。相反，他们会将注意力限制在备选项的一个子集上，然后对这个缩减后的集合进行更详细的分析（Lleras 等人，2017）。决策者（DM）会依据某种排序关注排名前 N 的元素。尽管这一原则简单且直观，即决策者总是选择排序最高的选项，但实验证据表明，这一原则常常遭到违背（Huber 等（1982）；Simonson and Tversky（1992））。另一篇文章还发现，决策是基于一种依赖情境的选择模型作出的（Tversky and Simonson，1993）。这意味着，决策者并非试图寻找可获得的最大替代方案，而只是尝试找到一个满意替代方案，也就是一个“足够好”的选项（Caplin 等人，2011，?）。然而，一篇研究投资时机如何影响企业所选择质量水平的文章发现，在序贯质量选择下，总利润更高，这表明序贯质量选择能够带来协调收益；这一见解在质量选择模型中常被忽视（Aoki and Prusa，1997）。Weitzman（1979）提出的最优搜索模型，以及 Ursu 等人（2025）的进一步扩展，也支持这一观点；该模型认为，消费者会进行序贯搜索，其目标是最大化扣除总成本后的期望效用。平均而言，决策者停止搜索得太早，而搜索不足的倾向可能（部分）由学习过程解释（Sonnemans，1998；Jolivet and Turon, 2018）。

2.2 实验文献

序贯理性以经济理性的基础框架为根基，要求在决策的每个阶段都保持理性，而不仅仅关注结果。在经典决策理论中，正如 Savage（1972年）所作的形式化阐述以及 Kreps 和 Wilson（1982年）进一步将其付诸实践的那样，如果一种策略在每个决策节点上，对于每一种可能的信念都能使期望效用最大化，那么该策略就被视为具有序贯理性。这一原则已广泛应用于扩展式博弈，其中决策主体不仅必须进行全局优化，还必须在每个子博弈中进行条件优化。Herbert Simon 的有限理性理论 Simon（1955年）提出了限制决策主体追求理想化优化能力的认知约束，由此推动了后续模型的发展，例如将心理偏差融入选择行为的前景理论 Kahneman（1979年）。Kahneman Kahneman（2003年）以及 Tversky Tversky 和 Si-monson（1993年）进一步表明，在序贯决策情境中，情境、启发式方法和框架效应会系统性地扭曲理性评估。Gabaix Gabaix（2014年）通过稀疏性模型对这些扭曲进行了形式化处理，而 Bordalo 等人（2013年）则纳入了显著性效应，指出注意力会扭曲评估顺序。

Chung 和 Ely Chung 和 Ely（2007年）重新审视了占优策略机制下的序贯理性，

并指出，当决策主体持有有限前瞻信念时，即便是占优策略也可能被系统性地误用。Busemeyer 和 Townsend Busemeyer 和 Townsend（1993年）提出了决策场理论，将其作为一种动态认知替代方案，并表明信念和偏好会在决策过程中不断演变，往往偏离序贯理性所假定的一致性。Ariely 的 Ariely 和 Jones（2008年）实验展示了序贯情境中可预见的非理性行为，例如沉没成本谬误和诱饵效应，表明子博弈完美性遭到了系统性违背。

支持所提出的序贯理性假说的一个有力论据是，决策者会使用有成本的比较决策辅助工具，例如价格和质量比较网站及应用程序（Roth，2020年）。如今，许多消费者选择决策都可以被描述为“轻点即查”的决策：在这类情境中，消费者可以使用有成本的比较决策辅助工具来指导自己的选择，甚至让工具代为决策。这支持了这样一种观点：平台生成产品列表的方式会让消费者难以进行比较。因此，他们会额外付费使用这项辅助服务。现在来看看围绕若干子主题的相关文献。

2.3 有限理性与有限注意力

在许多决策主体需要在不确定性下做出决策的情境中，信息获取是有成本的（涉及金钱、时间或心理成本）；因此，决策主体可能会理性地选择不完全了解现有选项。这一思想构成了理性忽视理论的基础，而这一概念在不确定性下的决策中具有重要意义。它已成为对有限理性行为进行建模的关键范式（Sims，2003年；Fosgerau 等人，2020年）。Rozenkowska（2023年）对相关文献进行了系统研究。

2.4 有限考虑与随机注意力

考虑集规模的分布是最终决策中的一个重要考量因素（Hauser 和 Wernerfelt，1990年）。理性消费者的考虑集体现了决策成本与从更大品牌集合中进行选择所带来的增量收益之间的权衡。如果评估某个品牌能够减少感知效用中的偏差和不确定性，那么为将某品牌纳入考虑集而对其进行评估的决策，与考虑一个已经评估过的品牌的决策有所不同。评估后决定是否纳入某个品牌，需要权衡每个消费场合预期的增量收益，以及与之相关的预期增量决策成本。将品牌加入考虑集的决策是一种序贯抽样策略。品牌按照预先评估所确定的特定顺序接受评估。决策成本越高，考虑集就越小。决策成本具有可加性。也就是说，评估 n 个品牌的成本，是评估每个品牌所需决策成本的总和。所提出的

克拉伊比奇和兰格尔（2011年）的模型支持这一观点，并假设大脑会计算一个相对决策价值信号，该信号随时间按照马尔可夫高斯过程演变，直至作出选择。

2.5 顺序评估与同步评估

典型的消费者同样受到时间限制，无法花费大量时间进行每一次选择。为解决这一决策问题，消费者需要在极端时间压力和选择过载的条件下，对可行项目集合进行动态搜索。实验结果表明，当呈现大量项目时，受试者能够加快搜索过程。一次试验中看到的项目平均数量会随集合规模的增大而增加。初始搜索过程在价值方面大致是随机的；并不是价值较高的项目更有可能被看到 Reutskaja 等人（2011）。

2.6 困扰同步菜单的情境效应

向选择集添加一个备选项，可能会提高选择支配该备选项的项目的概率 Huber 等（1982）。正则性是大多数选择模型的最低条件。它表示，对于集合 A 中的任意项目 X——其中 A 又是集合 B 的子集——从 A 中选择 X 的概率不得低于从 B 中选择 X 的概率。如果这一不等式成立，就不能通过添加其他项目来提高选择某一项目的概率。本文运用这一概念对单调性公理进行形式化。Palmeira（2010）所称的零比较效应，是一项出人意料的发现：即使增加某个选项的不期望属性，或从零开始增加其期望属性会使该选项在客观上变得不那么有吸引力，仍可能影响其吸引力；这一发现有助于加深对消费者选择的理解。认识到这一效应，可以启发研究人员和专业人士更好地解读消费者决策过程。研究表明，零比较效应只会在存在两个选项时出现；当有更多选项可供选择时，消费者能够进行更有意义的属性权衡，从而减少对相对感知的依赖，并减弱这一效应 Mao（2021）。这一限制促使人们进一步探索和理解消费者决策情境。

2.7 选择过载与品类复杂性

希克定律（或希克–海曼定律）指出，向一个人提供的选择越多，他做出决定所需的时间就越长 [1]。另一方面，选择更多必然比选择更少更能带来内在动机。Iyengar 和 Lepper（2000）。这两种说法表明，面对大量选项时，选择过程应当是循序渐进的。一项研究揭示，信息过载

[1]https://www.interaction-design.org/literature/topics/hick-s-law?srsltid=AfmBOorpWedcNeBszR1gC3YNNhqxXp9W4Kaf5-pf569Ntam1GnZUlPE1

会对感知价值和感知有效性产生负面影响，但会正面影响感知风险 Hu et al. (2023)。一篇论文认为，减少选择过载时，每个标签下的选项数量比标签数量更重要。作者将每个标签下的选项数量称为“类别比率”。类别比率表示为 ()品类规模/类别标签)。论文发现，只有当类别比率处于所提出的最优范围内时，少量标签才有益。使用最优类别比率进行分类时，无信息标签也能减少选择过载 Sharma and Nair (2023)。文中还进行了详细的系统性文献综述。论文发现，在数字化和在线购买时代，限制选项可能已不再是有效的解决方案 Jacob et al. (2024); Singh and Basu (2023)。这支持了我们的假设：与其限制选项，不如按顺序提供选项。

2.8 支持序贯理性假说的应用营销学文献

由于处理能力有限，消费者往往缺乏明确且既有的偏好，而是根据任务要求采用不同策略来建构偏好。消费者决策依赖于建构式加工，这通常意味着选择具有权变性 Bettman et al. (1998)。这支持序贯选择过程。有人提出，在从更大的品类中进行选择时，拥有可用理想点的消费者，对所选选项的偏好可能强于没有可用理想属性组合的消费者 Chernev (2003)。从大型品类中找到理想点非常困难。成对选择降低了这一难度。信息经济学文献指出，电子市场中的搜索成本实际上已降至零，因为消费者可以免费使用强大的搜索工具，轻松查找和比较互联网上的产品及购物信息。然而，在本研究中，我们提出一个研究模型，认为用户完成搜索任务必须投入时间和精力，因此搜索成本会显著降低，同时搜索成本与搜索绩效之间也存在权衡 Kumar et al. (2004)。这也说明，如果提供的品类很大，理性选择就需要付出成本。当消费者反复购买某种产品时，他们便会专注于该产品 Moe (2003)。搜索成本或评估成本的存在，可能导致消费者在备选项过多或过少时不进行搜索，也不作选择 Kuksov and Villas-Boas (2010)。一些文献指出，选项过多可能不利于选择，造成选择过载和信息过载 Chernev et al. (2015)。研究表明，即便消费者完成了购买，与从较小品类中选购相比，从较大品类中选购同一商品也可能带来较低的满意度 Diehl and Poynor (2010)。这表明，平衡的做法是提供成对选项。

2.9 研究空白：

尽管在有界理性和注意力建模方面取得了进展，现有框架仍未将序贯理性与认知上可行的决策路径结合起来。序贯理性假说填补了这一空白：它在保持博弈论一致性的同时，将偏好筛选和注意力约束纳入递归决策结构。与纯随机模型或网络遍历模型不同，SRH 能够在数字化和传统选择环境中进行可证伪的实证检验和福利比较。

本文的核心贡献在于提出一种新的行为机制——序贯成对提供——以改善有限注意力下的理性选择。尽管行为经济学和决策科学中的若干理论探讨了情境依赖、有限理性和认知过载，但将序贯决策结构与形式化概率选择理论相结合仍鲜有研究。

3 模型

我们基于随机注意力模型（RAM）框架，提出一个“有限注意力下的序贯理性”模型。我们的目标是以形式化方式刻画决策主体因注意力约束而通过序贯二元比较、而非同步进行多备选项选择，从有限集合的备选项中进行选择的行为。该模型建立在明确界定的偏好结构、单调随机注意力规则和递归选择机制之上。

3.1 随机注意力理论与序贯理性

前文提出的序贯理性框架，可以借助 Cattaneo 等人（2020年）提出的随机注意力模型 （RAM）形式化地加以严格奠基。随机注意力模型假定，消费者从可用备选项集合中形成随机考虑集，并在注意到的子集上作出效用最大化选择。这种方法放宽了完全注意力的经典假设，也能够解释实证中观察到的正则性违背现象。

设决策者（DM）在有限备选项集合 X 上具有严格偏好序 $\succ$，并由效用函数 u 表示：$X \to \mathbb{R}$，使得当且仅当 $u(x) \geq u(y)$ 时，$x \succ y$。假设该偏好序具有传递性和完备性。

在总体选择集 X 中，每个元素代表一种不同的产品。选择规则定义为映射π：$\mathcal{X} \times \mathcal{X} \to [0,1]$，其中 $\pi(x \mid S)$ 表示从集合 $S \subseteq X$ 中选择产品 x 的概率，并且对于所有非空 S，$\sum_{x \in S} \pi(x \mid S) = 1$。

RAM 下的随机选择行为源于潜在注意力规则 μ： $\mathcal{X} \times \mathcal{X} \to [0,1]$,

其中，当呈现选择集 S时，形成考虑集 $T \subseteq S$ 的概率为 $\mu(T \mid S)$。RAM 施加的一项重要限制是单调注意力，定义如下。以下定义改编自（Cattaneo 等人（2020））。

定义1（选择规则）在选择规则下，其定义为映射 π： $\mathcal{X} \times \mathcal{X} \to [0,1]$，使得$\pi(x \mid S)$ 表示产品 x 从集合 $S \subseteq X$ 中被选中的概率，该概率为正且介于 $0 < \pi < 1$之间，并且 $\sum_{x \in S} \pi(x \mid S) = 1$ 对所有非空的 S成立。然而，如果决策者什么都不选择，则 $\pi = 0$。

定义2（潜在注意力规则）潜在注意力规则 μ： $\mathcal{X} \times \mathcal{X} \to [0,1]$，其中 $\mu(T \mid S)$ 是当选择集 S 被呈现时形成考虑集 $T \subseteq S$ 的概率。

定义3（单调注意力）给定选择规则与潜在注意力规则，单调注意力表明

$$\mu(T \mid S) \leq \mu(T \mid S \backslash \{a\}) \quad \textit{for all } a \in S \backslash T.$$

定义3中的这一条件确保，从 S 中移除一个未被考虑的备选项会弱增加对 T的注意力概率。这一单调注意力性质是支持序贯理性的关键，并在本文后半部分加以展开。

定义 4（认知成本）单调注意力的定义表明，当决策者从对象数组中选择一个子集时，认知成本会发挥作用。从S中选择子集 T 时，预计从$(T \; mid S \backslash \{a\})$中选择的认知成本会更低。理性要求承担一定的成本。平台作为关键参与者，可以利用这一点，例如，设计市场，使消费者面临较低的认知成本。然而，这可能导致消费者在选择对象时做出非理性决策。

定义 5（单调注意力下的修正选择规则）具有严格偏好 $\succ$ 的主体，在潜在考虑集及由此实现的／入围的考虑集中，会选择其中最偏好的元素。因此，

$$\pi(x \mid S) = \sum_{T \subseteq S} \mathbf{1}\{x = \max_{\succ} T\} \cdot \mu(T \mid S), \tag{5}$$

其中， $\mathbf{1}\{\cdot\}$ 是示性函数，$\max_{\succ} T$是 T中由 $\succ$确定的极大元素。

3.2 注意力结构

3.2.1 预备知识

令 X 为一个有限替代方案集合， $\succ$ 为 X上的严格偏好关系。令 $\mathcal{C}$ 表示选择规则 C 的空间：$\mathcal{P}(X) \to \Delta(X)$，其中 $\mathcal{P}(X)$ 是 X 的幂集去除空集所得的集合，并且

$\Delta(X)$ 是定义在 X上的概率分布集合。

令 C^{SEQ} 表示基于二叉树结构的选择函数：对于 $S \subseteq X$、$|S| > 2$，递归地定义结果如下：

$$C^{\text{SEQ}}(S) = C(x, C^{\text{SEQ}}(S \setminus \{x\}))$$

对于任意 $x \in S$（平局时的处理仅为记号约定，不影响概率随机注意力模型）。

与随机注意力模型一致，决策者不会同步评估选择集 $S \subseteq X$中的所有元素。相反，决策者依据注意力规则 $\mu(T \mid S)$抽取一个子集 $T \subseteq S$，该规则表示面对 T时考虑 T的概率。我们假设：

- **单调性：** 对于任意 $T \subseteq S \subseteq X$和 $a \in S \setminus T$，均有 $\mu(T \mid S) \leq \mu(T \mid S \setminus \{a\})$。
- **非退化性：** 对于所有非空的 S，$\sum_{T \subseteq S,\ T \neq \emptyset} \mu(T \mid S) = 1$。

The 决策者从注意集合中选择最偏好的元素：$C(T) = \arg\max_{x \in T} u(x)$。

3.3 序贯选择过程

给定 $S = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$和一个二元选择规则 C：$\mathcal{X} \times \mathcal{X} \to \mathcal{X}$，递归地定义 C^{seq}如下：

$$\text{Base case:} \quad C^{\text{SEQ}}(x_i, x_{i+1}) = C(x_i, x_{i+1}).$$

$$\text{Recursion:} \quad C^{\text{SEQ}}(x_1, \ldots, x_n) = C\big(x_1,\ C^{\text{SEQ}}(x_2, \ldots, x_n)\big), \quad n \geq 3.$$

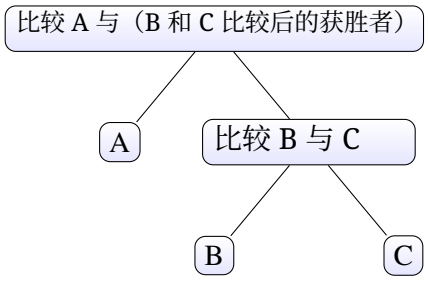
Or,

$$C^{\text{SEQ}}(x_i, x_{i+1}) = C(x_i, x_{i+1}),$$

$$C^{\text{SEQ}}(x_1, \ldots, x_n) = C^{\text{SEQ}}\big(C(x_1, x_2), x_3, \ldots, x_n\big), \quad n \geq 3.$$

这一过程构成一棵二叉树，其输出是随机结果，由随机注意力模型在两两比较中施加的注意力约束所驱动。图2a以图示方式对此进行了说明，并将该模型与同步随机注意力模型进行了比较。

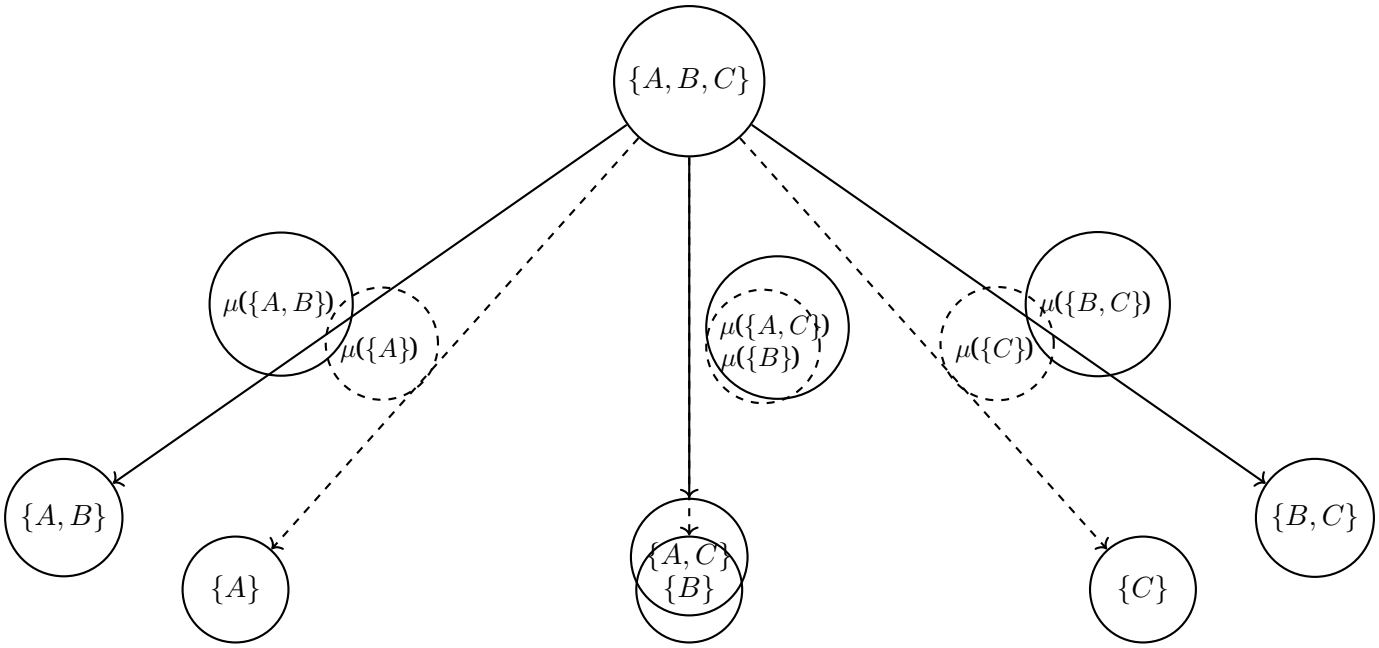
3.3.1 序贯选择与同步选择模型的比较



（a）序贯选择树

$$C^{\text{SEQ}}(A,B,C) = C(A, C(B,C))$$

解读： 决策者首先比较 B 和 C（C 获胜的概率大于 0.50），然后比较 A 和 C。由于 A 的效用更高，A 更有可能赢得最后一轮。这种结构突显了路径依赖，并降低了认知负荷。



(b) 同时RAM选择:
$\pi(x|\{A,B,C\}) = \sum_{T\subseteq\{A,B,C\}} \mu(T) \cdot \mathbf{1}_{x=\max(T)}$

解释： 决策者可能以 $\mu(T)$ 的概率关注任意子集。若高排名选项受到关注，就会被选中；但如果排名最高的选项被排除，最终选择可能不是最优的。例如，如果只考虑 $\{B,C\}$，就会选择 C，尽管 A 更好。

图 2：序贯与同时选择模型的比较

3.4 有限注意力下序贯理性的公理化刻画

为在坚实的理论基础上确立序贯理性，我们现在给出公理化刻画。如果某一选择规则在有限注意力下满足一组特定的行为公理，我们就称其具有序贯理性。这些公理确保主体在进行二元比较时始终遵循传递偏好，并将注意力约束纳入选择结构。

3.4.1 公理

（A1）二元一致性：若 $x \succ y$，则 $C(\{x,y\}) = x$ 的概率至少为 $p > 0.5$.

（A2）序贯传递性：对于所有 x，y，$z \in X$，若 $C(x, y) = x$ 且 $C(x, z) = x$，则 $C(C(x, y) z) = x$。

（A3）注意力单调性：对于任意满足 $x \in T$ 的 $T \subseteq S$，注意力权重 $\mu(T|S)$ 满足：

$$\mu(T|S) \leq \mu(T|S \setminus \{a\}) \quad \forall a \in S \setminus T.$$

（A4）认知简约性：对于任意 S，$T \subseteq X$，若 $|T| < |S|$ 且 $x \in T \cap S$，则：

$$\pi(x|T) \geq \pi(x|S).$$

这反映了菜单规模增大所带来的有限注意力成本。

3.4.2 有限理性算子

我们将有限理性算子形式化为 $C_\alpha(S)$，使其满足：

$$\Pr(C_\alpha(S) = \arg\max_{x \in S} u(x)) = \Phi(|S|, \alpha) \tag{6}$$

其中，$\alpha \in [0,1]$ 表示注意力忠实度，Φ 是关于 $|S|$ 的严格递减函数，适用于 $\alpha < 1$。其递减特性源于公理 A3 和 A4。

4 序贯选择与理性结果的概率

我们假设，序贯选择结构可以通过降低认知负荷并增强注意力聚焦，提高理性（效用最大化）结果的概率。为将这一假设形式化，我们采用概率注意力模型。

令 $p \in (0, 1)$ 表示决策者（DM）成功注意到比较中任意给定项目的概率。该参数体现了有限认知能力，并假设每个项目的取值恒定。我们定义两种选择架构：

- **同时提供：** 消费者直接从 $S = \{A, B, D\}$ 中进行选择。
- **顺序两两提供/顺序提供：** 消费者首先从 $\{A, B\}$中选择，然后将选择结果与 D进行比较。

我们对两种情形下由此产生的选择概率进行解析比较，采用以下核心概率不等式：

$$\Pr(C_\alpha(C_\alpha(A,B),\ D) = \arg\max\{u(A),\ u(B),\ u(D)\}) > \Pr(C_\alpha(A,B,D) = \arg\max\{u(A),\ u(B),\ u(D)\}) \tag{7}$$

4.1 同时提供

考虑同时提供的选择集 $\{A, B, D\}$ 。决策者必须在一次评估中关注全部三个项目。关注全部三个项目的概率为

$$P_{\text{SIM}} = p^3, \tag{8}$$

当 $p < 1$时，该值会随着集合规模迅速下降，反映了累积的注意力负担。

4.2 顺序提供

在顺序架构下，决策者分两个阶段逐对比较各项：

1. 第1步：比较 $\{A, B\}$。
2. 第2步：将第1步的获胜者与 D进行比较。

在每一步中，决策者只需关注两项，成功概率为

$$P_{\text{seq-step}} = p^2. \tag{9}$$

假设各阶段之间相互独立，关注所有相关项目的总概率为

$$P_{\text{SEQ-total}} = (p^2)^2 = p^4. \tag{10}$$

注释 1 解释：尽管在代数上 $p^4 < p^3$ ，这一表述并未纳入两两比较中认知负荷降低所带来的实证优势。实证证据表明，二元情境下的 p 实际上高于三元情境，因此顺序架构在实践中更为准确。这些优势源于：

1. 每个决策点的注意力需求较低。

2. 二元比较的准确性更高。

3. 降低注意力分配不当的风险。

设定。 令 $p_k \in (0,1]$ 表示必须联合处理 k 个项目时的有效的单项注意力 （或可靠性）参数。根据实证结果，二元比较中认知负荷的降低意味着 $p_2 > p_3$。此处，2 和 3 表示需要从中进行选择的对象数量。

固定 p代数。 如果对所有元数（即选项数量）都施加单一的 p，则 n

$$P_{\mathrm{SIM}} = p^3, \qquad P_{\mathrm{SEQ}} = (p^2)^2 = p^4,$$

a且由于 $p \in (0,1)$，可得 $p^4 < p^3$，因此同时架构似乎更优。

异质 p 元数。 允许有效参数随元数变化：

$$P_{\mathrm{SIM}} = p_3^3, \qquad P_{\mathrm{SEQ}} = (p_2^2)^2 = p_2^4.$$

当且仅当以下条件成立时，顺序架构的准确性（弱）更高：

$$p_2^4 \;\geq\; p_3^3 \quad\Longleftrightarrow\quad p_2 \;\geq\; p_3^{3/4}. \tag{$\star$}$$

命题 1（二元优势阈值）如果有效二元参数满足 $p_2 \geq p_3^{3/4}$，那么$P_{\mathrm{SEQ}} \geq P_{\mathrm{SIM}}$。特别是，任何适度的提升 $p_2/p_3 \geq p_3^{-1/4}$ 都足以满足条件。

证明： 由 $P_{\mathrm{SEQ}} = p_2^4$ 和 $P_{\mathrm{SIM}} = p_3^3$可立即得出。由于两边均为正数，取对数后不等式仍成立：$4 \log\, p_2 \geq 3 \log\, p_3 \iff p_2 \geq p_3^{3/4}$。□

注 2（解读经验性主张）条件$(\star)$ 形式化了这一点：尽管对于常见的 p而言，经验上更高的二元有效性（$p_2 > p_3$ 源于认知负荷的降低）可能会推翻代数比较结果。从三元比较转向二元比较时，即使 p 仅小幅增加，也可能让顺序架构在实践中更加准确。这一点得到了注意力单调性和认知简约性公理（*A3* 和 *A4*）的直接支持。

示例。如果 $p_3 = 0.70$，那么 $p_3^{3/4} \approx 0.761$。任何二元有效性 $p_2 \geq 0.761$ 都会得出 $p_2^4 \geq p_3^3$，即顺序准确率超过同步准确率。

4.3 理论结果

现在，我们将在注意力受限的条件下，形式化顺序结果与同步结果之间的差异。

假设1（注意力与准确度随集合基数变化）对于每个 $k \geq 2$，令 $\alpha_k \in (0,1]$ 表示在单个阶段评估一个包含 k 个选项的集合时，注意到单个项目的成功概率。在一个阶段内，对不同项目的注意彼此独立。令 $\beta_k \in (0,1]$ 表示在已注意到所有

个项目的条件下，所选项目是真实效用在这些项目中最大者的条件概率 k。在不同阶段之间，注意事件与选择事件相互独立。

定义6（架构与成功）给定一个 k 元阶段，将其阶段成功定义为以下事件：*(i)* 该阶段要求的所有项目都受到注意；*(ii)* 该阶段的输出是这些项目中真实效用最高的项目。对于多阶段架构，将整体成功定义为每个阶段都成功，且最终输出等于原始选择集中的全局最大效用项。

引理 1（强化设定公式）在假设*1*下，对于对三个项目 $\{A, B, D\}$ 的同步评估，

$$S_{\mathrm{SIM}} \;=\; \alpha_3^3\,\beta_3.$$

对于依次比较 $\{A, B\}$、再将获胜者与 D 比较的两阶段顺序架构，

$$S_{\mathrm{SEQ}} \;=\; (\alpha_2^2\beta_2)^2 \;=\; \alpha_2^4\,\beta_2^2.$$

证明：对于包含三个项目的同步阶段，阶段内独立性给出 $\mathbb{P}$(注意到全部三个项目) $=\alpha_3^3$。在完全注意的条件下，选择正确项目的概率为 β_3，因此 $S_{\mathrm{SIM}} = \alpha_3^3\beta_3$。

在顺序架构中，每个阶段都是二元的。根据阶段内独立性，单个二元阶段成功的概率为 $\alpha_2^2\beta_2$。根据阶段间独立性，整体成功率是两个阶段成功率的乘积，即 $S_{\mathrm{SEQ}} = (\alpha_2^2\beta_2)^2 = \alpha_2^4\beta_2^2$。□

定理 1（顺序架构何时优于同时架构）在假设*1*下，当且仅当满足以下条件时，顺序架构最终选择正确的概率不低于同时架构：

$$\alpha_2^4\,\beta_2^2 \;\geq\; \alpha_3^3\,\beta_3.$$

等价地，

$$\frac{\alpha_2}{\alpha_3^{3/4}} \cdot \frac{\beta_2^{1/2}}{\beta_3^{1/2}} \;\geq\; 1.$$

证明：根据引理 1，$S_{\mathrm{SEQ}} \geq S_{\mathrm{SIM}}$ 与 $\alpha_2^4\beta_2^2 \geq \alpha_3^3\beta_3$等价。由于所有项均为正数，分别取四次方根和平方根，得到乘法形式。这些变换保持顺序，因此该等价性是精确的。

□

推论 1（可解释的充分条件）以下各项均蕴含 $S_{\mathrm{SIm}} \geq S_{\mathrm{sim}}$。

1. 纯注意力优势： 如果 $\beta_2 = \beta_3$ 且 $\alpha_2 \geq \alpha_3^{3/4}$，则顺序架构占优。*2.* 纯准确率优势： 如果 $\alpha_2 = \alpha_3$ 且 $\beta_2 \geq \beta_3^{1/2}$，则顺序架构占优。*3.* 单调受限注意力加轻微准确率提升： 如果 $\alpha_2 \geq \alpha_3$ 且 $\beta_2 \geq \beta_3^{1/2}$。如果注意力随集合规模增大而下降，使得 $\alpha_2 \geq \alpha_3$，那么满足 $\beta_2 \geq \beta_3^{1/2}$ 的适度准确率提升即可保证顺序架构占优。

证明： 将各项所述等式/不等式代入定理 1 的条件，并利用幂函数在 $(0,1]$上的单调性。

1. **纯注意力优势：** 如果 $\beta_2 = \beta_3$ 和 $\alpha_2 \geq \alpha_3^{3/4}$，则顺序架构占优。这些结论源于注意力单调性公理和认知简约公理。

2. **纯准确率优势：** 如果 $\alpha_2 = \alpha_3$ 和 $\beta_2 \geq \beta_3^{1/2}$，则顺序架构占优。这些结论源于二元一致性公理和顺序传递性公理。

3. **单调受限注意力加轻微准确率提升：** 如果 $\alpha_2 \geq \alpha_3$ 和 $\beta_2 \geq \beta_3^{1/2}$。如果注意力随集合规模增大而下降，使得 $\alpha_2 \geq \alpha_3$，那么满足 $\beta_2 \geq \beta_3^{1/2}$ 的适度准确率提升将保证顺序架构占优。这些结论源于注意力单调性公理的支配性。

□

定理 2（可选推广： n 个选项，二元淘汰赛） 考虑 $n \geq 3$ 个选项。同时进行的单阶段评估具有成功概率

$$S_{\mathrm{SIM}}(n) \;=\; \alpha_n^{\,n}\,\beta_n.$$

一个包含 $n-1$ 个两两比较阶段的二元淘汰赛，其成功概率为

$$S_{\mathrm{SEQ}}(n) \;=\; \left(\alpha_2^2\beta_2\right)^{n-1} \;=\; \alpha_2^{\,2(n-1)}\,\beta_2^{\,n-1}.$$

因此，当且仅当以下条件成立时，二元淘汰赛弱优于同步阶段

$$\alpha_2^{\,2(n-1)}\,\beta_2^{\,n-1} \;\geq\; \alpha_n^{\,n}\,\beta_n.$$

证明： 对于同时情形， n 项目之间的独立性给出 $\mathbb{P}(\text{全部参加}) = \alpha_n^n$，而条件正确率为 β_n，因此得到 $S_{\mathrm{SIM}}(n) = \alpha_n^n \beta_n$。

在淘汰赛中，由于阶段内独立，每个 $n-1$ 二元阶段成功的概率为 $\alpha_2^2\beta_2$。根据各阶段之间的独立性，将 $n-1$ 各阶段的概率相乘，得到 $S_{\mathrm{SEQ}}(n) = (\alpha_2^2\beta_2)^{n-1}$。通过直接比较即可得出优越性条件，其等价性证明与定理 1 和推论 1 中的论证相同。□

定理 3（序贯选择优越性）设 A、B、D 是三个备选项，其真实效用为 $u(A)\ u(B)\ u(D)$，并设 C 是一个有界理性选择函数。若二元比较中正确选择的概率为 q，三元比较中正确选择的概率为 r，且 $q > r^{1/2}$，则

$$\Pr(C(C(A,\ B)\ D) = \arg\max\{u(A)\ u(B)\ u(D)\}) > \Pr(C(A,\ B,\ D) = \arg\max\{u(A)\ u(B)\ u(D)\})。$$

(11)

P顶部： 在同时情形下，选择效用最高的选项的概率为 r：

$$\Pr(C(A,B,D) = \arg\max\{u(A), u(B), u(D)\}) = r. \tag{12}$$

在序贯情形下，决策者在第1步正确选择的概率为 q，在第2步再次正确选择的概率为 q，且二者相互独立：

$$\Pr(C(C(A,B),D) = \arg\max\{u(A), u(B), u(D)\}) = q^2. \tag{13}$$

如果 $q > r^{1/2}$，那么 $q^2 > r$，即可证明该结论。这是因为注意力单调性公理。例如，若 $q = 0.95$ 且 $r = 0.70$，则 $q^2 = 0.9025 > r = 0.70$，这证实在所述条件下，顺序架构会提高理性选择的概率。

□

5 序贯理性假说的理论支持 sis

序贯理性假说指出，在有限注意力下，与同时呈现多个选项相比，以序贯两两比较的方式呈现选项时，决策者（DM）更有可能选择效用最大化的替代方案。我们在随机注意力模型（RAM）框架内正式确立这一结论。

5.1 随机注意力模型框架内的序贯选择

设 X 为一个有限替代方案集合，$u: X \to \mathbb{R}$ 为严格效用排序，且 $\mu(\cdot|S)$为随机注意力模型的注意力规则，规定关注子集 $T \subseteq S$的概率。给定集合 $S \subseteq X$，$x \in S$ 的随机注意力模型选择概率为：

$$\pi(x \mid S) = \sum_{T \subseteq S : x = \max_{\succ} T} \mu(T|S),$$

其中，$\max_{\succ} T$表示 T中关于 $\succ$的极大元素。与随机注意力模型一致的二元选择规则 $C(\cdot)$满足：

$$C(x,y) = \arg\max_{\succ}\{z \in \{x,y\} \cap T\}, \quad \text{with } T \sim \mu(\cdot|\{x,y\}).$$

也就是说，二元选择是根据 μ关注一个或两个选项，并选择其中效用最高的选项。

5.2 序贯选择算子

令 $C: X \times X \to X$ 为一个与RAM一致的二元选择规则。序贯选择算子 C^{SEQ}递归地将 C 扩展到任意有序元组 $(x_1, \ldots, x_n)$，如下所示：

$$\text{Base case:} \qquad C^{\mathrm{SEQ}}(x_i, x_j) = C(x_i, x_j), \quad \forall\, x_i, x_j \in X,\ i \neq j, \tag{14}$$

$$\text{Recursion:} \qquad C^{\mathrm{SEQ}}(x_1, \ldots, x_n) = C\big(x_1,\, C^{\mathrm{SEQ}}(x_2, \ldots, x_n)\big), \quad n \geq 3. \tag{15}$$

在操作上， C^{SEQ} 会形成一场右结合二元锦标赛：决策者一次比较两个项目，每次决策均由随机注意力模型的注意力机制支配，直至只剩下一个备选项。对于任意 $S \subseteq X$，我们将同步选择规则表示为 $C^{\mathrm{SIM}}(S)$。

5.3 主要结果

引理2（单调性与成对保留）设 μ 为单调注意力规则， $\succ$表示由 u所诱导的严格偏好序。那么，对于任意 x、 $y \in X$，若 $x \succ y$，

$$\pi(x \mid \{x, y\}) \;\geq\; \pi(x \mid S), \quad \forall S \supseteq \{x, y\}.$$

证明：单调性意味着，从 S 中移除无关选项会弱增加注意 $\{x, y\}$的概率。在随机注意力模型中，选择由注意集合中的极大元素决定。单独比较 x 和 y，可以消除来自 $S \setminus \{x, y\}$ 的竞争；这些选项可能会吸引注意力，也可能导致选择错误。因此， π（$x \mid \{x, y\}$）是 π（$x \mid S$）的弱上界。定理 3 为此提供了支持。□

定理4（有限注意力下的序贯优势）设 $X = \{A, B, D\}$ 满足 $A \succ D \succ B$，且 C（$\cdot$）与随机注意力模型一致并具有单调注意力。那么：

$$\Pr\big(C^{\mathrm{SEQ}}(A, B, D) = A\big) \;>\; \Pr\big(C^{\mathrm{SIM}}(\{A, B, D\}) = A\big).$$

证明： 令 $q = \Pr(C(A,\ B) = A)$ 和 $r = \Pr(C(A,\ D) = A)$。由（15）可得，

$$\Pr\left(C^{\mathrm{SEQ}}(A, B, D) = A\right) = q \cdot r.$$

在同时情形下，$\Pr(C^{\mathrm{SIM}}(\{A, B, D\}) = A)$ 是对考虑集的注意力加权和，其中一些考虑集不包含 A。由于 μ是单调的，且 $\mu(T|S)$ 随 $|T|$ 递减，因此 $\Pr(C^{\mathrm{SIM}}(\{A, B, D\}) = A) < q \cdot r$。定理 3 支持这一结论。□

定理5（序贯注意力提升正确选择率） 令 μ 关于 μ（$T|S$） 在 $|T|$ 上递减，且令 u 为真实效用函数。则对于所有互不相同的 x、 y、 $z \in X$，

$$\mathbb{E}\big[\mathbf{1}\{C^{\mathrm{SEQ}}(x, y, z) = \arg\max\{u(x)\ u(y)\ u(z)\}\}\big] \;>\; \mathbb{E}\big[\mathbf{1}\{C^{\mathrm{SIM}}(\{x, y, z\}) = \arg\max\{u(x)\ u(y)\ u(z)\}\}\big].$$

证明： 在二元集合中， $\mu(T|S)$ 高于在三元集合中的情况。序贯结构执行两个二元阶段，每个阶段的准确度都高于一次三元评估。相比之下，同时选择会将注意力分散到全部三个选项上，从而增加忽略效用最大化选项的可能性。

□

命题 2（序贯选择分歧）设 X 为有限选择集，$u:\ X \to \mathbb{R}$ 为效用函数，C_α 为忠实度为 $\alpha < 1$、且忠实度随集合规模增大而下降的有限注意力选择规则。那么存在一个三元组 $\{A, B, D\} \subset X$，使得

$$C_\alpha\big(C_\alpha(A, B), D\big) \neq C_\alpha(A, B, D) \tag{16}$$

以严格大于零的概率。

证明： 该证明可由引理 1 和定理 1–3 直接推出。 □

5.4 扩展：菜单设计、认知成本与可检验性

推论 2（序贯菜单设计提升最优选择）设 $S = \{x_1, \ldots, x_n\}$ 满足 $u(x_1) > u(x_2) > \cdots > u(x_n)$，并设 $C(\cdot)$ 与随机注意力模型一致。则：

$$\Pr\big(C^{\mathrm{SEQ}}(S) = x_1\big) \ > \ \Pr\big(C^{\mathrm{SIM}}(S) = x_1\big).$$

证明： 在锦标赛阶段中递归应用定理 4。在每个阶段，保留 x_1 的概率都严格高于同时情形，因此最终选择概率也更高。

□

命题 3（序贯选择降低预期认知成本）设 $\phi:\ \mathbb{N} \to \mathbb{R}_+$ 为评估一个集合所需的注意力成本，该成本严格递增且为凸函数。对于 $n = 2^k$ 个备选项，在 k个二元阶段中进行评估：

$$\sum_{t=1}^{k} \phi(2) \ < \ \phi(2^k).$$

证明： 注意力成本函数是递增且凸的，因为它遵循单调性公理。现在考虑凸函数的詹森不等式 Hunter 和 Lange （ 2004 ）； Opara （ 2016 ）。詹森不等式指出，对于凸函数 ϕ:

$$\phi\left(\frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_k}{k}\right) \ \leq \ \frac{\phi(x_1) + \phi(x_2) + \cdots + \phi(x_k)}{k},$$

若 ϕ 为严格凸函数且并非所有 x_i 都相等，则不等式严格成立。

在我们的设定中，假设 $n = 2^k$，并比较一次评估所有 n 个项目与分多个序贯二元阶段进行评估的情况。序贯方法意味着每个阶段评估 2 个项目（对于所有 t而言），因此每阶段的成本为 ϕ(2)。

一次性方法意味着一次评估 2^k 个项目，成本为 $\phi(2^k)$。

如果我们考虑一次性选择情形下每个阶段的平均项目数：

$$\text{Average size} \ = \ \frac{2^k + 0 + 0 + \cdots}{k} \quad \text{(conceptually, all work concentrated in one stage).}$$

凸性告诉我们，将“负荷”集中在一个阶段的成本，高于将其均匀分散到多个包含较小集合的阶段中。

形式上，对于所有 $x_t = 2$:

$$\frac{\phi(2) + \phi(2) + \cdots + \phi(2)}{k} \;=\; \phi(2),$$

而凸性意味着:

$$\phi\!\left(\frac{2 + \cdots + 2}{k}\right) = \phi(2) \;<\; \frac{\phi(2^k) + 0 + \cdots + 0}{k}.$$

将两边乘以 k，得到:

$$k \cdot \phi(2) \;<\; \phi(2^k).$$

因此，根据凸性，詹森不等式意味着 $k \cdot \phi(2) < \phi(2^k)$。因此，将任务分解为二元步骤，所需的注意力总成本严格低于同时评估所有项目的成本。□

可检验预测 1（可证伪性） 对于 $X = \{x_1, x_2, x_3\}$，令 $x^* = \arg\max_{x \in X} u(x)$。在序贯理性假说和与*RAM*一致的单调注意力下:

$$\pi(x^* \mid \text{SEQ}) \;>\; \pi(x^* \mid \text{SIM}).$$

在效用保持不变的情况下进行受控实验，但结果却反转了这一不等式，即构成证伪。

命题4（序贯选择与同时选择的等价性） 令 $C(\cdot)$ 为一个具有注意力规则 μ 和严格偏好序 $\succ$、与随机注意力模型一致的选择规则。对于所有有限的 $S \subseteq X$，序贯选择算子与同时选择算子一致，

$$C^{\text{SEQ}}(S) = C^{\text{SIM}}(S),$$

当且仅当:

(*i*) （完全注意力） $\mu(S \mid S) = 1$ 对于所有具有 $S \subseteq X$ 的 $|S| \geq 2$，即决策者始终关注整个提供集合；并且

(*ii*) （传递性最大化） C 以确定性方式选择任何注意集合中按 $\succ$ 排序的极大元素 *y*.

证明: （$\Rightarrow$）假设对于所有 S，$C^{\text{SEQ}}(S) = C^{\text{SIM}}(S)$。如果对于某个 S，$\mu(S|S) < 1$，则存在一个子集 $T \subset S$，使得 $\mu(T|S) > 0$。在序贯评估下，此类子集可能会在中间比较中被排除；而在同时选择中，它们仍然是可能的，从而产生不一致——矛盾。因此，对于所有 S，$\mu(S|S) = 1$。

如果在完全注意力发生时，C 不会确定性地选择 $\succ$-极大元素，那么序贯两两淘汰的结果可能不同于直接同时最大化，从而违反

等价性。因此， C 必须是传递的，并且实现效用最大化。

(⇐) 若 $\mu(S|S)$ 对所有 S 都成立，且 C 始终返回 $\succ$-极大元素，则序贯程序和同步程序从 S 中选出同一个 $\succ$-极大元素的概率均为 1。因此，对所有 S，$C^{\mathrm{SEQ}}(S) = C^{\mathrm{SIM}}(S)$。□

推论3（注意摩擦下的严格序贯优势）假设 $C(\cdot)$ 与注意力规则 μ 和严格偏好序 $\succ$ 相一致于随机注意力模型。如果以下任一条件成立：

(a)（不完全注意力）存在 $S \subseteq X$，满足 $|S| \geq 2$，使得 $\mu(S|S) < 1$；或 ***(b)***（非确定性最大化）在完全注意力的条件下，C 以概率 *1* 选出 $\succ$-极大元素这一点不成立，

那么存在一个有限集合 $S^\star \subseteq X$（特别地，存在某个效用各不相同的三元组 $\{x, y, z\}$），使得

$$\Pr\big(C^{\mathrm{SEQ}}(S^\star) = \arg\max_{\succ} S^\star\big) \;>\; \Pr\big(C^{\mathrm{SIM}}(S^\star) = \arg\max_{\succ} S^\star\big)\,.$$

证明：若 (a) 成立，则某些非最大化考虑集 $T \subset S$ 在同时架构中获得了正的注意力。在序贯（二元）分解下，相同的注意力总量会重新分配到规模更小的比较中；此时（根据 μ 的单调性和规模敏感性），每个阶段正确保留 $\succ$-极大元素的概率，都严格高于一次性评估多个元素时的概率。因此，对于某个三元组 $S^\star$，这会带来严格提升（参见定理4中的论证）。

如果 (b) 成立，那么即使在完全注意力下，同步程序也可能以正概率发生误选。与随机注意力模型一致的 C 二元淘汰赛每次比较两个选项；根据成对保留（引理2）和放大论证（定理5），组合两个更可靠的二元步骤，对于某个三元组 $S^\star$，严格提高选出 $\succ$极大元素的概率。

无论哪种情况，命题4中的等价性都不成立，并且存在 $S^\star$ 使得所述严格不等式成立。□

6 随机注意力模型的数值示例

为了补充支持序贯理性假说（SRH）的理论结果，我们在随机注意力模型（RAM）框架内给出一个具体示例。设定中，一位消费者在三种饮品中进行选择：咖啡（A）、茶（B）和果汁（D），其真实效用排序为

$$A \succ D \succ B.$$

给定注意力规则 $\mu(T|S)$，并在单调注意力下计算由此隐含的选择概率 $\pi(x|S)$。

6.1 指定注意规则

令 $X = \{A, B, D\}$ 表示通用选择集，并令 $\mu(T|S)$ 表示提供 S 时关注$T \subseteq S$ 的概率。注意力规则见表1。

表1：指定注意规则 $\mu(T|S)$

选择集 S	**考虑集** T	$\mu(T\|S)$
$\{A, B, D\}$	$\{A, B\}$	0.3
	$\{B, D\}$	0.4
	$\{A, D\}$	0.2
	$\{A, B, D\}$	0.1
$\{A, B\}$	$\{A\}$	0.1
	$\{B\}$	0.1
	$\{A, B\}$	0.8
$\{A, D\}$	$\{A\}$	0.1
	$\{D\}$	0.1
	$\{A, D\}$	0.8
$\{B, D\}$	$\{B\}$	0.2
	$\{D\}$	0.2
	$\{B, D\}$	0.6

单调性成立：对于任意 $T \subseteq S$，从 $S \setminus T$ 中移除一个元素会弱增加 $\mu(T|S)$。例如，

$$\mu(\{A, D\} \mid \{A, B, D\}) = 0.2 \ < \ \mu(\{A, D\} \mid \{A, D\}) = 0.8.$$

6.2 随机注意力模型下的选择概率

给定严格偏好序 $A \succ D \succ B$，主体会从任意注意集合 T 中选择 $\succ$-极大元素。对于 $x \in S$，RAM选择概率为

$$\pi(x|S) = \sum_{T \subseteq S : x = \max_{\succ} T} \mu(T|S).$$

对于同时选择集 $\{A, B, D\}$:

$$\begin{aligned}\pi(A \mid \{A,B,D\}) &= \mu(\{A,B\} \mid \{A,B,D\}) + \mu(\{A,D\} \mid \{A,B,D\}) + \mu(\{A,B,D\} \mid \{A,B,D\}) \\ &= 0.3 + 0.2 + 0.1 = 0.6, \\ \pi(D \mid \{A,B,D\}) &= \mu(\{B,D\} \mid \{A,B,D\}) = 0.4, \\ \pi(B \mid \{A,B,D\}) &= 0.\end{aligned}$$

对于相关的二元集合:

$$\begin{aligned}\pi(A \mid \{A,B\}) &= \mu(\{A,B\}) + \mu(\{A\}) = 0.8 + 0.1 = 0.9, \\ \pi(A \mid \{A,D\}) &= \mu(\{A,D\}) + \mu(\{A\}) = 0.8 + 0.1 = 0.9, \\ \pi(D \mid \{A,D\}) &= \mu(\{D\}) = 0.1.\end{aligned}$$

6.3 顺序与同步结果

在同时架构下:

$$\Pr\left(C^{\mathrm{SIM}}(\{A,B,D\}) = A\right) = 0.6.$$

在排序为 (A, B, D) 的顺序架构下:

$$\Pr\left(C^{\mathrm{SEQ}}(A,B,D) = A\right) = \pi(A \mid \{A,B\}) \cdot \pi(A \mid \{A,D\}) = 0.9 \times 0.9 = 0.81.$$

因此:

$$\Pr\left(C^{\mathrm{SEQ}}(A,B,D) = A\right) = 0.81 \ > \ 0.6 = \Pr\left(C^{\mathrm{SIM}}(\{A,B,D\}) = A\right).$$

注 3 此例量化了 *SRH*机制：序贯成对比较通过将注意力集中于规模较小、便于认知处理的集合，提高了选择效用最大化的替代方案的可能性。在此，随机注意力模型明确刻画了较大集合中注意力的稀释，以及高效用项目在序贯淘汰阶段中的保留。

7 结论、适用性、政策含义与局限性

文献指出，由于认知成本或搜索成本，品类集合过于庞大或过小，都不利于决策者。庞大的品类集合虽然能带来心理满足，但也会产生大量额外成本，例如搜索成本或认知成本。这凸显了面对庞大品类集合时决策成本的重要性。另一方面，品类集合过少则几乎不会产生福利效应。为了弥合这一差距，序贯理性假说最适合用于平台选择架构。本文具有重要意义，

因为它指出了当前平台或数字市场用来控制消费者选择的一种选择架构。之所以如此，是因为目前尚无明确的数字市场法律。本文确立了序贯理性假说这一概念，并证明，如果消费者按顺序选择某个对象，那么其作出偏颇决策的可能性就很低。

7.0.1 政策与平台设计的启示

这一解读对数字平台架构具有重要启示。序贯呈现能够最大限度地降低认知负荷，并增强注意力连贯性。推荐系统应采用二元序列或决策树来组织备选项，以改善福利结果。有意加强消费者保护的政策制定者，可以通过激励或监管来推动采用注意力友好型界面，例如以清晰、有序的方式呈现选项，或限制一次呈现的选择数量。序贯理性假说从理论上解释了为何在有限理性普遍存在的数字市场中，两两比较优于同时呈现。这一认识有助于指导数字平台和政策的设计，从而制定更有效的策略来影响消费者行为。

7.0.2 局限性

由于缺乏合适的数据，该假说目前仅在理论上得到确立。这是本文唯一的局限性。不过，如果资金充足，未来研究的潜在收益值得期待。该理论将通过实验设计进行检验，为理解数字市场中的消费者行为开辟新的研究方向。

数学附录：Lean4形式化

本文中呈现的所有数学定义、结果和证明，均已使用*Lean4* 证明助手完成形式化并经过机械验证。如有需要，读者可向作者索取包含完整形式化开发内容的补充 Lean4源文件，联系邮箱为 *dipankar3das@gmail.com*。为方便审稿人和读者，也可将该形式化内容直接复制到官方 Lean在线环境 https://live.lean-lang.org/ 中运行。

参考文献

Aoki, R. and Prusa, T. J.（1997）。内生质量下的序贯选择与同时选择。《国际产业组织杂志》，15(1):103–121。

Ariely, D. and Jones, S.（2008）。《可预见的非理性》。哈珀柯林斯，纽约。Bettman, J. R., Johnson, E. J., and Payne, J. W.（1990）。选择中认知努力的构成分析。组织行为与人类决策过程，45(1):111–139。Bettman, J. R., Luce, M. F., and Payne, J. W.（1998）。建构性消费者选择过程。《消费者研究杂志》，25(3):187–217。Bordalo, P., Gennaioli, N., and Shleifer, A.（2013）。显著性与消费者选择。《政治经济学杂志》，121(5):803–843。Busemeyer, J. R. and Townsend, J. T.（1993）。决策场理论：在不确定环境下研究决策的动态认知方法。《心理学评论》，100(3):432。Caplin, A. and Dean, M.（2015）。显示性偏好、理性疏忽与有成本的信息获取。《美国经济评论》，105(7):2183–2203。Caplin, A., Dean, M., and Martin, D.（2011）。搜索与满意化。《美国经济评论》，101(7):2899–2922。Cattaneo, M. D., Ma, X., Masatlioglu, Y., and Suleymanov, E.（2020）。随机注意力模型。《政治经济学杂志》，128(7):2796–2836。Chernev, A.（2003）。何以多即是少、少即是多：理想点可用性与品类组合在消费者选择中的作用。《消费者研究杂志》，30(2):170–183。Chernev, A., Böckenholt, U., and Goodman, J.（2015）。选择过载：概念综述与荟萃分析。《消费者心理学杂志》，25(2):333–358。Chung, K.-S. and Ely, J. C.（2007）。占优策略机制的基础。《经济研究评论》，74(2):447–476。De Biasio, A., Navarin, N., and Jannach, D.（2024）。经济推荐系统——系统综述。《电子商务研究与应用》，63:101352。Dean, M., Kıbrıs, Ö., and Masatlioglu, Y.（2017）。有限注意力与现状偏差。《经济理论杂志》，169:93–127。del Carmen Rodríguez-Hernández, M., Ilarri, S., Trillo-Lado, R., and Guerra, F.（2016）。迈向基于关键词的拉式推荐系统。载于企业信息系统国际会议，第2卷，第207–214页。SCITEPRESS。

Dhar, R., Nowlis, S. M., 和 Sherman, S. J.（2000年）。努力尝试还是几乎不尝试：选择中情境效应的分析。《消费者心理学杂志》，9(4):189–200。Diehl, K. 和 Poynor, C.（2010年）。极高的期望？！品类规模、预期与满意度。《营销研究杂志》，47(2):312–322。Fosgerau, M.、Melo、De Palma 和 Shum, M.（2020年）。离散选择与理性疏忽：一般等价性结果。《国际经济评论》，61(4):1569–1589。Gabaix, X.（2014年）。有限理性的基于稀疏性的模型。《经济学季刊》，129(4):1661–1710。Goeree, M. S.（2008年）。美国个人电脑行业中的有限信息与广告。《计量经济学》，76(5):1017–1074。Hauser, J. R. 和 Wernerfelt, B.（1990年）。考虑集的评估成本模型。《消费者研究杂志》，16(4):393–408。Honka, E.、Hortaçsu, A. 和 Vitorino, M. A.（2017年）。广告、消费者认知与选择：来自美国银行业的证据。《兰德经济学杂志》，48(3):611–646。Hu, X.、Wang, S.、Zhou, R.、Tong, Y. 和 Xu, L.（2023年）。剖析信息过载对电动汽车购买意愿的影响。《消费者行为杂志》，22(2):468–482。Huber, J.、Payne, J. W. 和 Puto, C.（1982年）。加入非对称支配选项：对正则性和相似性假说的违背。《消费者研究杂志》，9(1):90–98。Hunter, D. R. 和 Lange, K.（2004年）。MM算法教程。《美国统计学家》，58(1):30– 37。Iyengar, S. S. 和 Lepper, M. R.（2000年）。选择何以令人失去动力：人会不会对美好事物贪求过多？《人格与社会心理学杂志》，79(6):995。Jacob, B. M.、Thomas, S. 和 Joseph, J.（2024年）。选择过载研究二十余年：概述与研究议程。《国际消费者研究杂志》，48(2):e13029。Jannach, D.、Zanker, M.、Felfernig, A. 和 Friedrich, G.（2010年）。推荐系统：导论。剑桥大学出版社。Jolivet, G. 和 Turon, H.（2018年）。互联网中的消费者搜索成本与偏好。《经济研究评论》，86(3):1258–1300。

Kahneman, D.（2003年）。有限理性的地图：行为经济学的心理学。《美国经济评论》，93(5):1449–1475。Kahneman, T.（1979年）。D. kahneman，a. tversky。前景理论：风险下决策的分析，第263–291页。Krajbich, I. 和 Rangel, A.（2011年）。多选项漂移扩散模型预测基于价值的决策中视觉注视与选择之间的关系。美国国家科学院院刊，108(33):13852–13857。Kreps, D. M. 和 Wilson, R.（1982年）。序贯均衡。《计量经济学：计量经济学会杂志》，第863–894页。Kuksov, D. 和 Villas-Boas, J. M.（2010年）。备选项增多何以导致选择减少。《营销科学》，29(3):507–524。Kumar, N.、Lang, K. R. 和 Peng, Q.（2004年）。在线购物环境中的消费者搜索行为。《电子服务期刊》，3(3):87–102。Lleras, J. S.、Masatlioglu, Y.、Nakajima, D. 和 Ozbay, E. Y.（2017年）。多即是少：有限考虑。《经济理论杂志》，170:70–85。Mao, W.（2021年）。选择集大小与消费者对具有“零”属性值选项的偏好。《消费者行为杂志》，20(3):626–634。March, J. G.（1978年）。有限理性、模糊性与选择设计。《贝尔经济学杂志》，第587–608页。Masatlioglu, Y. 和 Nakajima, D.（2013年）。迭代搜索选择。《理论经济学》，8(3):701– 728。Masatlioglu, Y.、Nakajima, D. 和 Ozbay, E. Y.（2012年）。显露注意力。《美国经济评论》，102(5):2183–2205。Masatlioglu, Y. 和 Ok, E. A.（2005年）。具有现状偏差的理性选择。《经济理论杂志》，121(1):1–29。Masatlioglu, Y. 和 Suleymanov, E.（2021年）。产品网络中的决策。《经济理论》，71(1):185–209。Moe, W. W.（2003年）。购买、搜索还是浏览：利用店内导航点击流区分在线购物者。《消费者心理学杂志》，13(1-2):29–39。

Opara, A. I.（2016年）。缺失数据分析中的多重插补技术：使用共轭先验的贝叶斯方法。博士论文，拉各斯大学（尼日利亚）。Palmeira, M. M.（2010年）。零比较效应。《消费者研究杂志》，38(1)：16–26。Reutskaja, E.、Nagel, R.、Camerer, C. F. 和 Rangel, A.（2011年）。时间压力下消费者选择中的搜索动态：一项眼动追踪研究。《美国经济评论》，101(2)：900–926。Roth, Y.（2020年）。多选项选择中的检查决策与对默认选项的有限敏感性。《行为决策杂志》，33(5)：643–656。

Rozenkowska, K.（2023年）。消费者行为研究中的计划行为理论：系统性文献综述。《国际消费者研究杂志》，47(6)：2670–2700。

Rubinstein, A. 和 Salant, Y.（2006年）。列表选择模型。《理论经济学》，1(1):3–17。
Savage, L. J.（1972年）。统计学基础。Courier Corporation。

Sharma, A. 和 Nair, S. K.（2023年）。类别比率：寻找减少选择过载的最优方案。《消费者行为杂志》，22(4):880–890。

Simon, H. A.（1955年）。理性选择的行为模型。《经济学季刊》，第99–118页。

Simonson, I. 和 Tversky, A.（1992年）。情境中的选择：权衡对比与极端选项厌恶。《营销研究杂志》，29(3):281–295。

Sims, C. A.（2003年）。理性疏忽的影响。《货币经济学杂志》，50(3):665– 690。

Singh, K. 和 Basu, R.（2023年）。在线消费者购物行为：综述与研究议程。《国际消费者研究杂志》，47(3):815–851。Sonnemans, J.（1998年）。搜索策略。《经济行为与组织杂志》，35(3):309–332。Tversky, A.（1972年）。按属性排除：一种选择理论。《心理学评论》，79(4):281。Tversky, A. 和 Simonson, I.（1993年）。情境依赖偏好。《管理科学》，39(10):1179–1189。Ursu, R.、Seiler, S. 和 Honka, E.（2025年）。序贯搜索模型：实证研究的框架。《定量营销与经济学》，23(1):165–213。

Van Nierop, E.、Bronnenberg, B.、Paap, R.、Wedel, M. 和 Franses, P. H.（2010年）。从家庭面板数据中提取未观测考虑集合。《营销研究杂志》，47(1):63–74。Weitzman, M. L.（1979年）。为寻找最佳备选项而进行的最优搜索。《计量经济学》，47(3):641–654。