arXiv:2601.15866v1 [physics.atom-ph] 22 Jan 2026

里德伯原子链中反铁磁二聚体的动力学

Feng-Yuan Kuang[1], Lin Li[1], 和 Weibin Li[2]
[1]国家引力实验室、教育部基本物理量测量重点实验室、湖北省引力与量子物理重点实验室、PGMF、量子科学与工程研究所、华中科技大学物理学院，中国武汉 430074[2]物理与天文学学院、量子非平衡系统数学与理论物理中心，诺丁汉大学，英国诺丁汉 NG7 2RD（日期：2026年1月23日）

我们研究了在激光失谐补偿最近邻（NN）相互作用的条件下，里德伯原子链中反铁磁二聚体的动力学。利用有效PXQ模型，我们证明相关希尔伯特空间可分解为彼此不连通且二聚体数守恒的子空间。我们对这些子空间进行了分类，并确定了张成这些子空间的计算基态。通过结合解析映射与数值模拟，我们比较了PXQ模型与完整里德伯原子链的动力学。偏差归因于两个因素：激光导致的受限希尔伯特子空间泄漏，以及超出最近邻范围的长程相互作用的影响。我们的结果表明，增强最近邻相互作用强度可以减轻子空间泄漏。尽管这会同时增强长程相互作用的影响，二聚体数仍然守恒。我们的研究为利用里德伯原子量子模拟器探索反铁磁二聚体的动力学开辟了可能性。

一、引言

强相互作用的里德伯原子为探究受限量子动力学提供了一个多功能平台 [1–12]。里德伯阻塞对里德伯原子激发施加局域约束，从而产生了 PXP哈密顿量 [13–15], 。尽管该哈密顿量是非可积的，却在原本混沌的谱中嵌有一小组非热本征态 [3, 16, 17]。这便产生了所谓的量子多体疤痕。相关的动力学特征使 PXP 模型成为弱本征态热化假说（ETH） [18–21]在受限多体系统中发生 [22–31]违背的典型实例。除里德伯原子体系之外，遍历性破缺动力学 [3, 16, 32–38] 还可以在其他系统中进行探究，例如超导量子比特处理器 [39] 和超冷原子 [40–42]。一个共同特征是，动力学约束 [43–45] 以及涌现守恒律 [46–48] 极大地降低了动力学连通性 [49, 50]。

在推导里德伯原子链中的PXP 模型时，激光与基态和里德伯态之间的跃迁共振（或近共振） [1, 3–9, 40, 51]。当激光失谐不可忽略时，激光失谐、拉比频率和强相互作用之间的竞争会带来有趣的现象。例如，一种特别有趣的情形是所谓的反阻塞区域：对于间距为 [52–60]的原子，失谐会补偿里德伯原子间的相互作用。反阻塞机制已被用于提高双光子里德伯激发概率 [52–55], 、构建快速量子门 [56, 59], 并增强相互作用效应 [57, 58, 60–63]。近期实验控制方面的进展，使人们能够在更一般的情形下研究受限模型。这使得人们能够观测到PXP 模型之外具有簇状相互作用的独特连通性和非常规克雷洛夫热化[64–71]。另一种引人入胜的区域出现在激光失谐等于最近邻相互作用强度时 [73–75]。在这种情况下，多体动力学由有效PXQ模型支配；此模型中，只有当某个原子的两个相邻原子分别处于基态和里德伯态时，该原子才能改变其电子态。

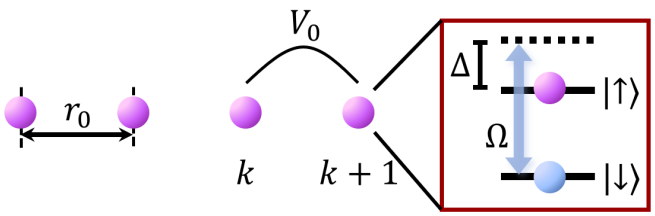

图 1. 一维里德伯原子链。相邻原子之间的距离为 r_0。原子从基态 $|\downarrow\rangle$ 跃迁至里德伯态 $|\uparrow\rangle$，拉比频率为 Ω，失谐为 Δ。在里德伯态下，原子通过范德瓦耳斯相互作用发生相互作用。V_0 是最近邻相互作用项。

本研究考察了强相互作用里德伯原子链中反铁磁二聚体的性质与动力学。当最近邻相互作用补偿失谐时，动力学可由PXQ模型近似描述。通过分析PXQ哈密顿量的连通性结构，我们系统地刻画了这一约束下出现的碎片化子空间。我们表明，在该模型中，反铁磁二聚体的数量是一个守恒量。此前对单激发子空间的研究——

中曾对此进行研究 [73, 74], , 我们表明，涅尔态子空间呈现出性质迥异的连通性模式和动力学行为。基于这些例子，我们确立了希尔伯特子空间的一般结构与对称性，并证实PXQ模型可映射为海森堡XX模型。我们表明，研究里德伯原子链中的二聚体动力学时需要谨慎。尽管增强相互作用有助于在推导有效PXQ模型时抑制快速旋转项，但相互作用的长程尾部会变得不可忽略。尽管存在这种偏离，我们仍表明，可以在里德伯原子链中探测到非平庸动力学现象，例如反铁磁二聚体的守恒。

本文其余部分安排如下。第 II 节介绍 PXQ 哈密顿量，它由单光子共振和强相互作用条件下的里德伯原子哈密顿量推导而来。随后概述 PXQ 模型的约束。第III节分析 PXQ 模型的性质，重点讨论其连通性结构、独特的耦合对称性以及子空间的分类。第 IV节探讨代表性子空间的动力学，并比较 PXQ 模型与里德伯原子哈密顿量的动力学。长程相互作用的尾部会导致系统偏离 PXQ 模型。不过，在里德伯原子的动力学演化中仍能发现二聚体的特征。最后，我们在第 V节总结全文。

II. 有效二聚体哈密顿量

我们考虑一条具有开放边界的一维链，其中包含 L 个里德伯原子，如图 1所示。相邻两个原子之间的间距为 r_0。原子由基态 $|\downarrow\rangle$ 跃迁至里德伯态 $|\uparrow\rangle$，这一过程由失谐激光驱动，其拉比频率为Ω，失谐为 Δ。在里德伯态下，原子之间通过范德华（vdW）相互作用强烈耦合，其形式为$V_{jk} = C_\alpha/|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_k|^6$ [76–78], , 其中 C_6 和 $\mathbf{r}_j$ 分别表示色散系数和第 j个原子的位置。原子链的哈密顿量为:

$$\hat{H}_0 = \sum_k \left[\frac{\Omega}{2}\hat{\sigma}_k^x - \Delta \hat{Q}_k + \sum_{j>k} V_{jk}\hat{Q}_j\hat{Q}_k \right],$$

其中，$\hat{\sigma}_k^x = |\uparrow_k\rangle\langle\downarrow_k| + |\downarrow_k\rangle\langle\uparrow_k|$ 描述第 k个原子的状态 $|\downarrow_k\rangle$ 与 $|\uparrow_k\rangle$ 之间的跃迁。$Q_k = |\uparrow_k\rangle\langle\uparrow_k|$ 和$\hat{P}_k = |\downarrow_k\rangle\langle\downarrow_k|$ 分别是里德堡态和基态的投影算符。

PXQ模型在强相互作用区获得，其特征是最近邻（NN）相互作用为 $V_0 = C_6/r_0^6 \gg \Omega$。当失谐等于最近邻相互作用 $\Delta = V_0$ 时，系统的动力学

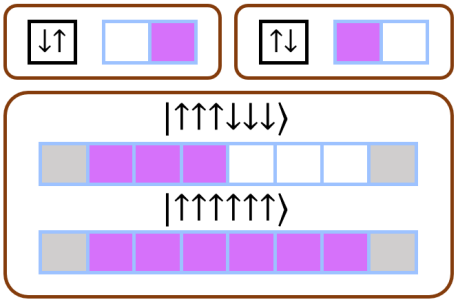

图 2. 链的二聚体构型与边界。我们用 $N_{\rm cl} = 1$ 和 $L = 6$表示二聚体。边界之外的原子处于基态（灰色位置）。这确保 $|\downarrow\uparrow\rangle$ 二聚体和 $|\uparrow\downarrow\rangle$ 二聚体的数量相等。任意两个相邻二聚体之间都必须隔着一段连续的激发态原子。

可由有效哈密顿量描述（见附录 A），

$$\hat{H}_{\rm e} \approx \hat{H}_{\rm PXQ} + \sum_{|j-k|>1} V_{jk}\hat{Q}_j\hat{Q}_k,$$

其中，PXQ哈密顿量为:

$$\hat{H}_{\rm PXQ} = \frac{\Omega}{2}\sum_{j=1}^{L}\left(\hat{P}_{j-1}\hat{\sigma}_j^x\hat{Q}_{j+1} + \hat{Q}_{j-1}\hat{\sigma}_j^x\hat{P}_{j+1}\right), \quad (1)$$

和$\hat{N}_{\rm cl} = \sum_k \hat{Q}_k\hat{P}_{k+1}$。算符$\hat{N}_{\rm cl}$ 用于统计链上具有反铁磁构型 $|\uparrow\downarrow\rangle$ $\hat{}$的二聚体数。可以证明 $[\hat{N}_{\rm cl}, \hat{H}_{\rm e}] = 0$$\hat{}$$\hat{}$ $\hat{}$并且 $[\hat{N}_{\rm cl}, \hat{H}_{\rm PXQ}] = 0$。换言之，$\hat{N}_{\rm cl}$ 是一个守恒量，因此我们可以利用这两个哈密顿量研究反铁磁二聚体的性质。长程相互作用，例如次近邻（NNN）相互作用以及间隔 $|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_k| \geq 2r_0$的其他项，由于范德华相互作用随距离迅速衰减，其强度远小于最近邻相互作用。若忽略哈密顿$\hat{}$量 $\hat{H}_{\rm e}$中的最后一项，动力学便主要由$\hat{}H_{\rm PXQ}$决定。下文将讨论$\hat{}$哈密顿量 $\hat{H}_{\rm PXQ}$中的二聚体性质。长程相互作用对PXQ模型的影响将在第IV节讨论。

III. PXQ模型的性质

$\hat{}$A. 使用 $\hat{N}_{\rm cl}$进行子空间分解

在 PXQ 哈密顿量中，三位点算符耦合的状态会守恒二聚体的数量。例如，这些算符允许耦合过程 $|\uparrow\uparrow\downarrow\rangle \leftrightarrow |\uparrow\downarrow\downarrow\rangle$ 和 $|\downarrow\uparrow\uparrow\rangle \leftrightarrow |\downarrow\downarrow\uparrow\rangle$，而像 $|\uparrow\downarrow\uparrow\rangle \leftrightarrow |\uparrow\uparrow\uparrow\rangle$ 这样的过程则被禁止。每个允许的过程都会改变二聚体的位置，但不会改变其总数。在链的边缘处，哈密顿量

ˆ ˆ变为ˆ$\sigma_1^x Q_2$和 Q_{N-1}ˆσ_N^x。这些项可以这样理解：假设存在一个虚拟格点，其中原子处于基态（图2）。

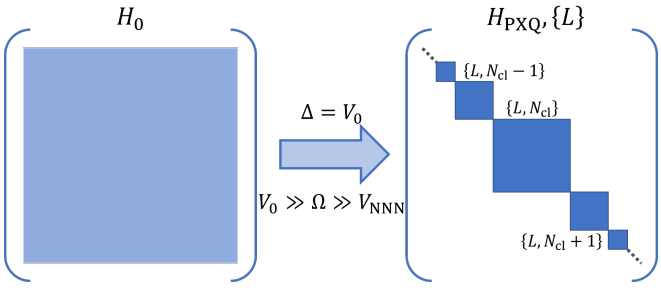

图 3. 哈密顿量分块对角结构的示意图。在条件 $\Delta = V_0$ 和 ˆ $V_0 \gg \Omega \gg V_{\mathrm{NNN}}$下，哈密顿量 H_0 可由 PXQ哈密顿量有效描述。由于反铁磁二聚体数守恒，PXQ哈密顿量呈分块对角形式。

反铁磁二聚体的数量取决于系统尺寸ˆ L ($L > 2$)。由于算符 N_{cl} 是守恒量，我们根据二聚体数量 [47],对希尔伯特空间进行分块分解

$$\mathcal{H}_{\{L\}} = \bigoplus_{N_{\mathrm{cl}}=0}^{[(L+1)/2]} \mathcal{H}_{\{L,N_{\mathrm{cl}}\}}$$

其中 $[\cdot]$是向下取整函数，而 $N_{\mathrm{cl}} = 0,\ 1,\ \cdots$是ˆ算符 N_{cl}的本征值。哈密顿量可写成分块对角形式（图 3），其中每个块（子空间）都具有固定数量的二聚体。在这些子空间中，二聚体的最大数量为 $[(L+1)/2]$，这对应于 N_{cl}可能达到的最大值。尽管希尔伯特空间呈分块对角形式，但这并不意味着希尔伯特空间碎片化，因为后者要求子空间数量随L [47]呈指数增长。此处子空间数量随 L线性增加，而整个希尔伯特空间的维数则呈指数增长。

在希尔伯特空间的每个区块内，不同的基态彼此耦合，但这既不会合并二聚体，也不会产生新的二聚体 [74]。计算基态属于$\mathcal{H}_{\{L,N_{\mathrm{cl}}\}}$ 当链包含 N_{cl} 簇连续的 $|\uparrow\rangle$ 自旋，且每个簇的左右边缘均由二聚体界定时 $\downarrow\uparrow$ 和 $\uparrow\downarrow$，如图2所示。若定ˆ □ ˆ义自旋算符为交换算符 P和 Q，即˜ ˆˆ$N_{\mathrm{cl}} = \sum_k P_k Q_{k+1}$，则构型数量与ˆ相同 N_{cl}。这意味着 $\mathcal{H}_{\{L,N_{\mathrm{cl}}\}}$的维数可化为从 $2N_{\mathrm{cl}}$ 个可能的二聚体位置中选取簇边界的方式数 $L+1$，从而得到构型总数 $N_{\mathrm{cl}}^L = C_{L+1}^{2N_{\mathrm{cl}}}$。将由不同二聚体数量形成的所有子空间求和，可得希尔伯特空间的总维数 2^L 。

二聚体的数目守恒表明，PXQ模型在热力学极限下是可积的。为明确说明这一点，我们注意到在 Kramers–Wannier 变换下 [74],

$$\begin{aligned}
\hat{\sigma}_k^x &= \hat{\mu}_k^x \hat{\mu}_{k+1}^x, \\
\hat{\sigma}_k^y &= (-1)^{k+1} \left(\prod_{l=1}^{k-1} \hat{\mu}_l^z \right) \hat{\mu}_k^y \hat{\mu}_{k+1}^x, \\
\hat{\sigma}_k^z &= (-1)^{k+1} \left(\prod_{l=1}^{k} \hat{\mu}_l^z \right),
\end{aligned}$$

PXQ哈密顿量可以映射为自旋-1/2XX模型，形式如下:

$$\hat{H}_{\mathrm{PXQ}} \longrightarrow \hat{H}_{XX} = \frac{\Omega}{2} \sum_{k=1}^{L} \left(\hat{\mu}_k^x \hat{\mu}_{k+1}^x + \hat{\mu}_k^y \hat{\mu}_{k+1}^y \right),$$

在新的双自旋基 $\{|0\rangle, |1\rangle\}$ 下表示为$|\uparrow\uparrow\rangle$， $|\downarrow\downarrow\rangle \to |0\rangle$ 和 $|\uparrow\downarrow\rangle$， $|\downarrow\uparrow\rangle \to |1\rangle$ [79, 80]。自旋XX链是研究低维量子磁性的典范模型之一 [81–83]。作为一个可积模型，它可以通过Jordan-Wigner变换精确求解，该变换将“有效自旋”映射为自由费米子。

B. 子空间的耦合图

给定一个子空间，我们可以绘制耦合图，展示二聚体如何在基态之间移动。具有 $N_{\mathrm{cl}} = 1$ 的扇区已得到广泛研究 [73–75]„ 其本征值和本征态均可解析求得 [75]。对于该子空间，通过分析三位点算符作用于左右团簇边界的方式，我们得到一个具有帕斯卡三角形结构的耦合图 [73]。在图 4中，我们展示了 $L = 4$ 和 $L = 5$对应的耦合图。对于任意一对相邻基态，二聚体都会移动一个位点。在每种情况下，该图编码了基态（顶点）和允许的跃迁（边）。顶点数等于子空间的维数 $C_{L+1}^{2N_{\mathrm{cl}}}$，而边数则对应于该子空间哈密顿量中的非零矩阵元。

对于不同的 L，可以发现 $C_{L+1}^{2N_{\mathrm{cl}}} = C_{L+1}^{L+1-2N_{\mathrm{cl}}}$。当 L 为奇数 $L = 2K - 1$ （K 为整数）时， $2N_{\mathrm{cl}}$ 和 $L + 1 - 2N_{\mathrm{cl}}$ 均为偶数。因此，子空间 $\mathcal{H}_{\{L,N_{\mathrm{cl}}\}}$ 和 $\mathcal{H}_{\{L,(L+1)/2-N_{\mathrm{cl}}\}}$具有相同的耦合结构，即含有 N_{cl} 个和 $K - N_{\mathrm{cl}}$ 个二聚体的子空间具有相同的内部结构。利用哈密顿量 ˆH_{XX}也可以得到这一结论。若交换基态 $0 \leftrightarrow 1$ 中的自旋态 $|\cdots 0110010 \cdots\rangle \longrightarrow |\cdots 1001101 \cdots\rangle$，哈密顿量 ˆ H_{XX} 保持不变。在图 4(b) 和 (c) 中，我们用 $L = 5$ 和 $K = 2$展示了这一对称性。 $N_{\mathrm{cl}} = 1$和 $N_{\mathrm{cl}} = 2$ 子空间具有相同的耦合图。

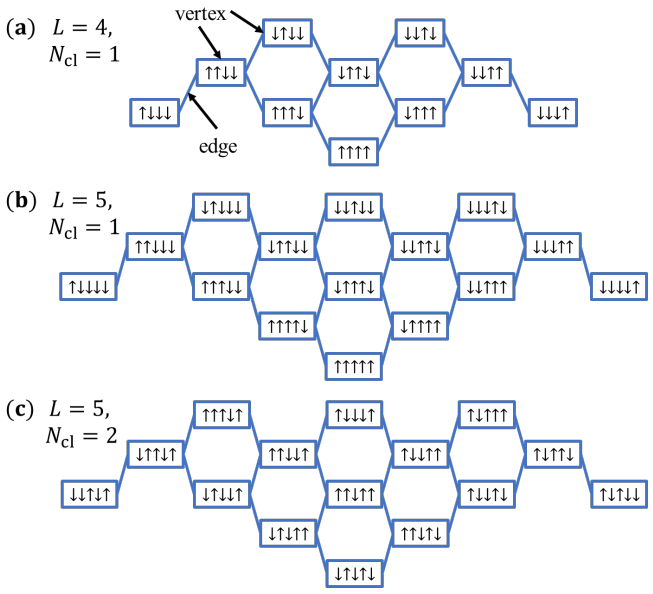

图 4. $N_{\rm cl}=1$ 在 $L=4$（a）和 $L=5$（b）子空间中的耦合图，以及 $N_{\rm cl}=2$ 在 $L=5$（c）子空间中的耦合图。在图中，每个基态构成一个顶点，而连接相邻基态的耦合构成一条边。

现在我们讨论最大二聚体空间的性质。当 $N=2K$ 为偶数时，二聚体的最大数量为 $N_{\rm cl}=K$。该子空间对应于 $\mathbb{Z}_2$ 构型。只有链的一端在动力学上活跃，因此形成一条包含 $L+1$ 个耦合态的线性链。我们用 $L=4$ 和 $L=6$ 展示了这一点，见图5。耦合图表明，$\mathbb{Z}_2$ 模式由惰性畴构成，其内部保持静止；只有当构型 $|\uparrow\uparrow\downarrow\rangle$ 或 $|\downarrow\downarrow\uparrow\rangle$ 出现时，才会在畴边界发生动力学演化。由此产生的动力学与单簇情形下边界的运动十分相似。对于奇数 L，链的两端具有相同的自旋态，形成构型 $|\uparrow\downarrow\uparrow\rangle$ 和 $|\downarrow\uparrow\downarrow\rangle$。由于这对应于 PXQ 哈密顿量的一个单重态，相应的基态也是一个冻结态。我们在图5(b) 中展示了一个 $L=5$ 示例。

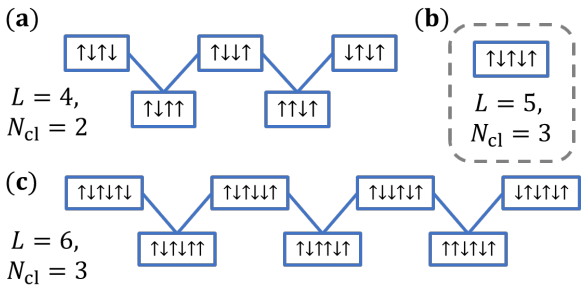

图 5. 基态的耦合图。对于给定的 L，$N_{\rm cl}$ 的最大值为 $=[(L+1)/2]$。对于 $L=4$（a）、5（b）和 6（c），相应的值分别为 2、3 和 3。

IV. PXQ模型与里德伯原子阵列中的二聚体动力学

PXQ模型为一维里德伯原子链提供了有效描述。当失谐与最近邻相互作用 $\Delta=V_0$ 相匹配，且能标层级 $V_0\gg\Omega\gg V_{\rm NNN}$ 得到满足时，这一近似是成立的。在此参数范围内，系统哈密顿量呈现块对角结构，其中二聚体的数量 $N_{\rm cl}$ 守恒。由于模型具有可积性，其表现出多种非平凡的动力学现象，包括非热行为以及二聚体密度守恒。然而，在推导PXQ模型时，快速旋转项和较长程（相比最近邻）相互作用被忽略了。尽管二体相互作用的对角性质阻止了基态之间的混合，但纳入长程相互作用会引入依赖于状态的能量偏移。尤其重要的是，快速旋转项会在不同的希尔伯特子空间之间诱导耦合，从而破坏二聚体守恒。当使用里德伯原子链探测二聚体性质时，这些微扰可能导致实际动力学显著偏离理想化动力学。本节将探讨这些项所发挥的作用，并确定能够将底层动力学近似映射到PXQ模型的参数范围。

A. 单二聚体子空间

我们通过从初态 $|\psi_0\rangle$ 出发求解薛定谔方程，得到随时间变化的态 $|\psi(t)\rangle$ $=\exp\left(-i\hat{}Ht\right)|\psi_0\rangle$，其中哈密顿量 $\hat{}\hat{}\hat{}\hat{}H$ 选为 H_0、H_e 或 $H_{\rm PXQ}$。通过比较这三个哈密顿量的动力学，我们确定了近似哈密顿量 H_e 和 $H_{\rm PXQ}$ 的动力学能够描述二聚体动力学的参数范围。我们考虑由基态 $|\psi_0\rangle=|\uparrow\downarrow\downarrow\cdots\rangle$ 给出的初态，其中包含一个位于链左边的二聚体。

在数值求得态 $|\psi(t)\rangle$ 后，我们计算期望值 $\langle N_{\rm cl}\rangle=\langle\psi(t)|N_{\rm cl}|\psi(t)\rangle$。链长为 $L=10$ 的链中 $\langle N_{\rm cl}\rangle$ 的动力学演化如图 6(a) 所示。对于哈密顿量 $H_{\rm PXQ}$ 和 $H_{\rm e}$，$\langle N_{\rm cl}\rangle_{\rm PXQ}=\langle N_{\rm cl}\rangle_{\rm e}=1$，因为二聚体数守恒。这里，$\langle N_{\rm cl}\rangle_{\rm PXQ}$ 和 $\langle N_{\rm cl}\rangle_{\rm e}$ 分别是利用 $H_{\rm PXQ}$ 和 $H_{\rm e}$ 得到的期望值。这与哈密顿量 H_0 形成对比，在该哈密顿量下，$\langle N_{\rm cl}\rangle_0$ 随时间变化并取决于参数。对于不同的 V_0，我们发现 $\langle N_{\rm cl}\rangle_0$ 在较晚时刻围绕一个稳态值波动。随着 V_0 增大，稳态值逐渐减小并趋近于 1。为展示这一趋势，我们计算时间平均值 $\langle N_{\rm cl}\rangle_0=\int_0^{t_f}\langle N_{\rm cl}\rangle_0 dt$，并将其与 $\langle N_{\rm cl}\rangle_{\rm PXQ}$ 进行比较。差值 $\delta\langle N_{\rm cl}\rangle_0=$

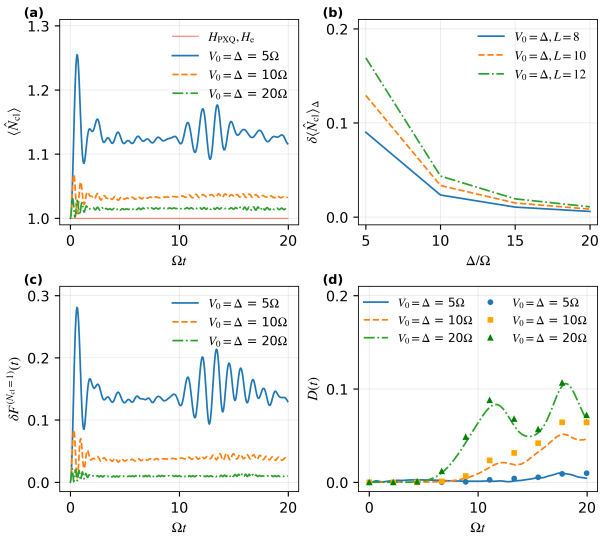

图 6. 单二聚体子空间中的动力学。(a) 不同 V_0 对应的 $\langle \hat{N}_{\rm cl} \rangle$。(b) 相对于 PXQ 哈密顿量的偏差 $\delta\langle \hat{N}_{\rm cl}\rangle_0$。(c) 从单二聚体子空间泄漏出的希尔伯特空间部分。(d) 平均里德伯布居差 $D(t)$。使用哈密顿量 $\hat{H}_0$（线条）和 $\hat{H}_e$（标签）进行的模拟得到了几乎相同的数据，表明偏差是由长程相互作用造成的。在所有面板中，我们比较了由哈密顿量 $\hat{H}_0$ 驱动的初态 $|\psi_0\rangle = |\uparrow\downarrow\downarrow\cdots\rangle$ 的动力学与由 $\hat{H}_{\rm PXQ}$ 得到的动力学。在 (a)、(c) 和 (d) 中，$L = 10$。

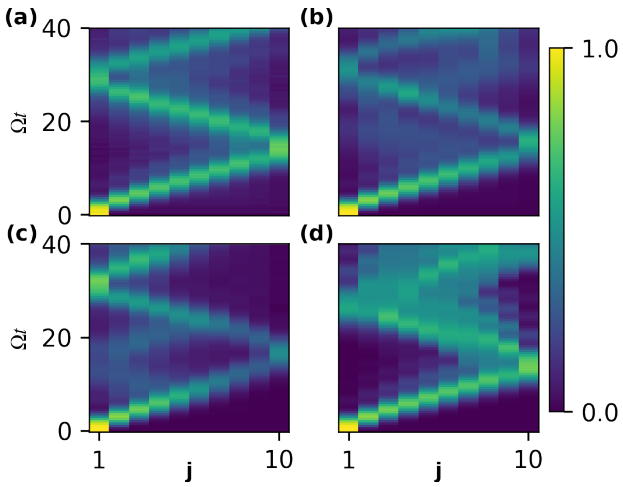

图 7. 初态为 $|\psi_0\rangle = |\uparrow\downarrow\downarrow\cdots\rangle$ 时布居 $\langle \hat{Q}_j \rangle$ 的动力学。我们展示了哈密顿量 $\hat{H}_0$ 下，$V_0 = 5\Omega$（a）、10Ω（b）和 20Ω（c）对应的 $\langle \hat{Q}_j \rangle$ 模拟结果。(d) 面板中的数据使用 $\hat{H}_{\rm PXQ}$ 得到。在所有模拟中，$L = 10$。

$\overline{\langle \hat{N}_{\rm cl}\rangle_0} - \langle \hat{N}_{\rm cl}\rangle_{\rm PXQ}$ 如图 6（b）所示。随着 V_0 增大，$\hat{\delta}\langle N_{\rm cl}\rangle_0$ 迅速减小。这一趋势在很大程度上与链长 L 无关。这是因为随着 V_0 增大，在推导有效哈密顿量时被忽略的快速旋转项（附录 A）变得不那么重要，因此动力学

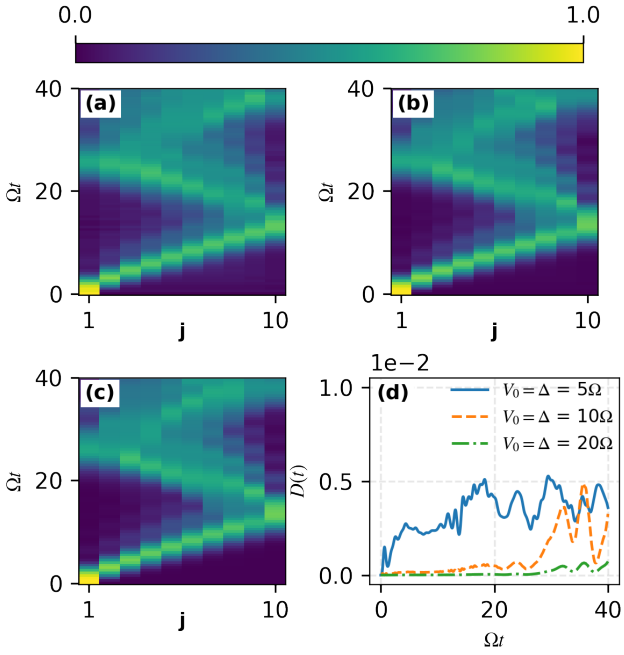

图 8. 在 5 10 20 $V_0 = \Delta =$ Ω(a)、Ω(b) 和 Ω(c) 下，边缘单激发初态的逐点激发占据数随时间的演化。面板 (d) 显示了对于系统尺寸为 $L = 10$ 的系统，仅包含最近邻相互作用的哈密顿量 $\hat{H}_0$ 与 PXQ哈密顿量之间的偏差$D(t)$。

主要局限于 $N_{\rm cl}$ 定义良好的子空间中。在图6(c) 中，我们展示了从 $N_{\rm cl} = 1$子空间的态泄漏，$\delta F = 1 - |\langle \psi(t)|\hat{I}_1|\psi(t)\rangle_{N_{\rm cl}=1}|^2$，其中 $\hat{I}_1$ 是单二聚体子空间中的恒等算符。随着 V_0 增大，态泄漏会减小，这与图6(a)-(b) 中所示的数据一致。

尽管快速旋转项在 $V_0 \gg \Omega$时作用微弱，但长程相互作用（超出最近邻相互作用的部分）也会增强。这意味着，$\hat{}$在 $H_{\rm e}$ 中的长程相互作用项会对动力学产生不可忽略的影响。图7展示了$\hat{}$里德伯态 $\langle Q_j \rangle$ 的分布随时间的变化，体现了二聚体沿链输运的过程。当$V_0 = 5\Omega$时，二聚体沿链跃迁，并在边界处反射，如图7（a）所示。在传播过程中，分布逐渐展宽。增大 $V_0 = 10$ 和 $V_0 = 15$ 后，长程相互作用的影响会进一步增强。此时，分布$\hat{}$ $\langle Q_j \rangle$ 不仅会展宽，还会分裂成多个峰（图7（b）—（c））。动力学的整体轮廓与PXQ模型所得结果相似，如图7（d）所示。然而，当 V_0 变大时，可以观察到明显差异。

$\hat{}$为量化其与 $H_{\rm PXQ}$ 的偏差，我们计算总布居差如下：

$$D(t) = \frac{1}{L}\left(\sum_{i=1}^{L} |\langle \hat{Q}_i\rangle - \langle \hat{Q}_i\rangle_{\rm PXQ}|^2\right).$$

如图 6（d）所示。一般而言，相互作用越强，该差异越大。我们注意到，这一差异主要由长程相互作用引起。由哈密顿量 H_0 和 H_e 得到的数据几乎相同。为进一步验证这一点，我们使用 ˆ模拟动力学 H_0，并且仅保留最近邻相互作用。如图 8（a）—（c）所示，图 7（d）中不同面板之间的差异很小，尽管模拟中包含了快速旋转项。在没有长程相互作用时，最近邻相互作用越强，PXQ哈密顿量与ˆH_0之间的一致性越好。总布居数的差异现在降低了一个数量级以上，如图 8（d）所示。当 V_0 较大时，PXQ模型能够有效地描述这种动力学。通过使用微波场 [84]耦合多个里德伯态，可以调制范德华相互作用的分布。这可能减弱长程尾部的强度，从而将其对二聚体动力学的影响降至最低。

B. 最大二聚体子空间

在本节中，我们研究具有最大二聚体数目的子空间中的动力学 $[(L+1)/2]+1$。当 L 为奇数时，只有一个 $\mathbb{Z}_2$ 基态$|\uparrow\downarrow\uparrow\cdots\uparrow\rangle$，其中两个里德堡原子位于两个边界处。如第IIIB节所述，该子空间中的动力学被冻结。当 $L=2K$ 为偶数时，该链所支持的最大二聚体数目为 $N_{\rm cl}=K$。我们研究初态为 $|\uparrow\downarrow\uparrow\cdots\downarrow\rangle$时原子的动力学。

如图 9(a) 所示，图中展示了不同 V_0下 $\langle N_{\rm cl}\rangle$ 的动力学。随着 V_0 增加，$\langle N_{\rm cl}\rangle$ 增加并趋近于 5。这表明快速振荡项在动力学中的重要性降低了。这一趋势随 L 呈现出良好的标度关系。尽管当 L 较大时偏差会增加，但如图 9(b) 所示，总体趋势是偏差随着 V_0增大而减小。增大 V_0 会使动力学涉及的基态大部分局限于最大二聚体子空间中（图 9(c)），这表明随着 V_0 增大，态泄漏变得不那么严重。由于初态包含更多里德堡原子，可以预期长程相互作用会产生更强的影响。在图 9(d) 中，我们展示了使用 H_0 和 $H_{\rm PXQ}$从模拟中得到的里德伯布居数之差。对于 $V_0=5\Omega$ 和 $V_0=10\Omega$，在图 6(d) 所示的时间尺度上，该差异相对较小。当 $V_0=20\Omega$ 时，这一差异变得明显，但与单二聚体情形相比，其数量级仍然相同。

在考虑 PXP 哈密顿量中的输运时，在右边缘产生的激发会以恒定速度沿链传播，到达相对边界时发生反射，如图 10(a) 所示。此处的动力学可由自由费米子准确描述 [81–83]。与 ˆ H_0相比，只要 V_0 不太强，这一图像基本成立（图 10(b)）。进而

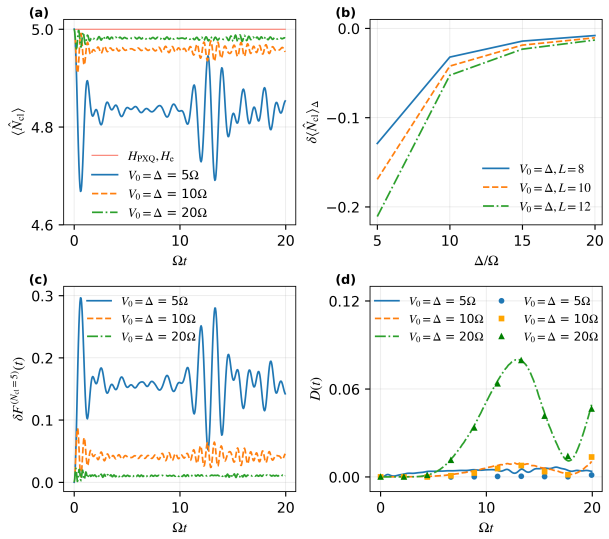

图 9. 最大二聚体子空间中的动力学。(a)⟨ ˆ$N_{\rm cl}$⟩ 在不同 V_0下的结果。(b)相对于 PXQ 哈密顿量的偏差 $\delta\langle\hat{N}_{\rm cl}\rangle_0$。(c)希尔伯特空间偏离单二聚体子空间的程度。(d)平均里德伯布居差$D(t)$。采用哈密顿量ˆ H_0 （曲线）和ˆ H_e （标签）进行的模拟结果几乎相同，这表明偏差是由更远程相互作用导致的。所有面板中，我们比较由哈密顿量ˆ H_0 驱动的初态 $|\psi_0\rangle=|\uparrow\downarrow\uparrow\cdots\downarrow\rangle$ 的动力学与由ˆ $H_{\rm PXQ}$驱动时的动力学。在 (a)、(c) 和 (d) 中，$L=10$。

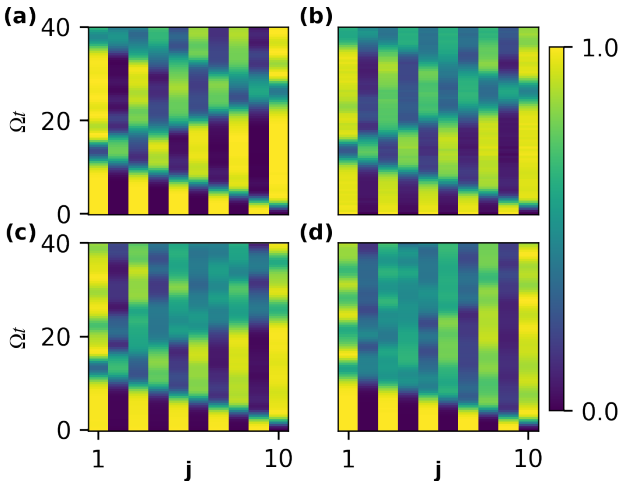

图 10. 初态为$|\psi_0\rangle=|\uparrow\downarrow\uparrow\cdots\downarrow\rangle$时布居 ⟨ˆ$Q_j$⟩ 的动力学。(a) 图中的数据采用ˆ $H_{\rm PXQ}$ 得到。我们展示了使用哈密顿量ˆ H_0、分别取 $V_0=5\Omega$ (b)、10Ω (c) 和 20Ω (d) 的模拟结果。在所有模拟中，$L=10$。

随着最近邻相互作用（以及长程相互作用）的增强，动力学之间的差异便会显现出来，如图 10(c)-(d) 所示。由于ˆ长程相互作用，无法将 H_e 映射到 XX 哈密顿量。换言之，无法找到一个简单的色散关系来描述

激发传播。长程相互作用在动力学上引入了更多频率分量，这些分量与由ˆ最近邻相互作用产生的分量发生相消干涉。尽管 $\langle Q\rangle$ 的可见度随 V_0增大而降低，但我们强调，在强相互作用区内，PXQ模型和 H_0 (H_e)中的二聚体数目是守恒的。

V. 结论

我们从一维里德伯原子链出发，在强相互作用和单光子共振条件下推导出了有效模型。该有效模型守恒反铁磁二聚体的数目 $N_{\rm cl}$。忽略长程相互作用后，有效模型可化简为 PXQ 哈密顿量。我们分析了 PXQ 模型的子空间结构，表明这些子空间可以系统地划分为不同的组。我们证明，PXQ 模型能够描述里德伯原子链的动力学，并通过数值模拟验证了二聚体数目的守恒。长程相互作用和快速旋转项会导致模型偏离 PXQ 模型。通过调节里德伯原子的参数，可以控制这些偏差。未来的研究方向包括将本研究拓展至更高维晶格，探究其对量子信息应用的意义，研究相互作用和激光耦合如何破坏对称性，以及在使用里德堡原子阵列进行二聚体动力学量子模拟时，探索耗散效应（即有限的里德伯态寿命）。

致谢–W. L. 感谢 Juan Garrahan 和 Tianyi Yan 进行有益的讨论。F. K. 和 L. L. 感谢中国国家重点研发计划（项目编号：2021YFA1402003）、中国科学技术部国家科技重大专项（项目编号：2023ZD0300901）、中国国家自然科学基金（项目编号：12374329、U21A6006 和 12404580）以及上海市科学技术委员会（项目编号：25LZ2601002）的资助。W. L. 感谢英国工程与自然科学研究委员会通过项目编号 EP/W015641/1 和 EP/W524402/1 提供的资助。支持本研究结论的数据已公开[85]。

附录 A：有效哈密顿量的推导

原始哈密顿量为

$$\hat{H}_0 = -\Delta\sum_{i=1}^{L}\hat{Q}_i + \frac{\Omega}{2}\sum_{i=1}^{L}\hat{\sigma}_i^x + \sum_{i=1}^{L}\sum_{j=i+1}^{L}V_{ij}\hat{Q}_i\hat{Q}_j,$$

其中 V_{ij} 表示长程相互作用。

对于 $V_0 = \Delta \gg \Omega$，并使用幺正算符

$$\hat{U} = \exp\left[it\left(\sum_{j=1}^{L-1}V_0\hat{Q}_j\hat{Q}_{j+1} - V_0\sum_{i=1}^{L}\hat{Q}_i\right)\right],$$

我们得到相互作用绘景中的哈密顿量，

$$\begin{aligned}\hat{H}' &= \hat{U}\cdot\left(\frac{\Omega}{2}\sum_{i=1}^{L}\hat{\sigma}_i^x + \sum_{i=1}\sum_{j=i+2}V_{ij}\hat{Q}_i\hat{Q}_j\right)\cdot\hat{U}^\dagger \\ &= \frac{\Omega}{2}\left\{\sum_{i=1}^{L}\hat{\sigma}_i^+\left[(\hat{Q}_{i-1}\hat{P}_{i+1} + \hat{P}_{i-1}\hat{Q}_{i+1})\right.\right. \\ &\quad \left.\left. + e^{-iV_0t}\hat{P}_{i-1}\hat{P}_{i+1} + e^{iV_0t}\hat{Q}_{i-1}\hat{Q}_{i+1}\right] + h.c.\right\} \\ &\quad + \sum_{i=1}\sum_{j=i+2}V_{ij}\hat{Q}_i\hat{Q}_j.\end{aligned}$$

当 $V_0 = \Delta \gg \Omega$ 时，含时项变得高度振荡，因此可以忽略。这将得到有效哈密顿量，

$$\hat{H}_{\rm e} \approx \hat{H}_{PXQ} + \sum_{i=1}\sum_{j=i+2}V_{ij}\hat{Q}_i\hat{Q}_j.$$

当长程相互作用不重要时，可以忽略此项，从而得到PXQ哈密顿量 ˆ$H_{\rm PXQ}$。

附录 B：Kramers-Wannier 变换

首先，我们要求一个满足以下构型映射的变换 $|\uparrow\uparrow\rangle$，$|\downarrow\downarrow\rangle \to |0\rangle$,$|\uparrow\downarrow\rangle$,$|\downarrow\uparrow\rangle \to |1\rangle$，这意味着相邻的自旋对在相同的情况下被投影到状态 $|0\rangle$，在不相同的情况下被投影到状态 $|1\rangle$。这类似于 XOR 计算器。我们定义 ˆμ^x,$_y$,^{z} 是基底 $\{|0\rangle, |1\rangle\}$ 中的泡利矩阵，而 ˆσ^x,$_y$,^{z} 是基底 $\{|\downarrow\rangle, |\uparrow\rangle\}$ 中的泡利矩阵。因此，ˆ Q_j^μ =ˆQ_{j-1}^σˆP_j^σ +ˆ P_{j-1}^σˆQ_j^σ，ˆˆ其中 P 和 Q 分别表示基态和激发态的布居数算符，下标 μ 或 σ 表示不同的基底集合，上标 j 表示相应的晶格位点位置（例如，ˆ Q_j^μ 表示 j 第 $|1\rangle$ 个位点上 $|1\rangle$ 的布居数算符）。并且我们有 ˆ $Q^{\mu(\sigma)}$ =$(\mathbb{I} + \mu^z(\sigma^z))/2$，ˆ$P^{\mu(\sigma)} = (\mathbb{I} - \mu^z(\sigma^z))/2$。

利用上述关系，我们得到：

$$\hat{\mu}_j^z = -\hat{\sigma}_j^z\hat{\sigma}_{j-1}^z.$$

关键在于，边界条件需要进行细致分析，因此必须回到PXQ模型。具有开放边界条件的PXQ模型包含 2-ˆˆ 位点算符 ˆ$\sigma_1^x Q_2$ and Q_{L-1}ˆσ_L^x，这意味着在第 0 个位点和第（$L+1$）个位点存在虚拟固定基态原子。若将系统中的两个虚拟原子纳入考虑，

该变换恰恰是要将一个长度为（$L+2$）的系统映射到一个长度为（$L+1$）的系统。在这些假设下，我们可以得到 $\hat{}\mu_1^z = -\hat{}\sigma_1^z\hat{}\sigma_0^z = \hat{}\sigma_1^z$。若计算从 1 到 k 的累积乘积，则可得到逆关系，

$$\hat{\sigma}_k^z = (-1)^{k+1}\prod_{l=1}^{k}\hat{\mu}_l^z.$$

PXQ模型具有耦合项 $|\uparrow\uparrow\downarrow\rangle \leftrightarrow |\uparrow\downarrow\downarrow\rangle$ 和$|\downarrow\downarrow\uparrow\rangle \leftrightarrow |\downarrow\uparrow\uparrow\rangle$。这些跃迁可以用“集体”自旋算符$\hat{}\sigma_k^x$来描述。在基底 $\{|0\rangle, |1\rangle\}$ 中，这些耦合项可以表示为 $|01\rangle \leftrightarrow |10\rangle$。由此得到以下关系，

$$\hat{\sigma}_k^x = \hat{\mu}_k^x\hat{\mu}_{k+1}^x.$$

右侧还描述了跃迁 $|00\rangle \leftrightarrow|11\rangle$，这些跃迁在 PXQ哈密顿量中并不存在。这类跃迁会被 $\hat{}\mu_k^y\ \hat{}\mu_{k+1}^y$. 抵消。一旦得到 $\hat{}\sigma_k^x$ 和 $\hat{}\sigma_k^z$ 的变换，利用泡利矩阵的对易关系，我们便得到

变换，

$$\hat{\sigma}_k^y = (-1)^{k+1}\prod_{l=1}^{k-1}\hat{\mu}_l^z\hat{\mu}_k^y\hat{\mu}_{k+1}^x.$$

接着，我们计算$\hat{}\mu_k^x$的逆变换。我们计算$\hat{}\sigma_k^x$ 从 1 到 $(j-1)$ 的累积乘积，得到，

$$\hat{\mu}_j^x = \hat{\mu}_1^x\prod_{l=1}^{j-1}\hat{\sigma}_l^x.$$

利用泡利矩阵的对易关系，我们得到

$$\hat{\mu}_j^y = -\hat{\mu}_1^x\prod_{l=1}^{j-2}\hat{\sigma}_l^x\hat{\sigma}_{j-1}^y\hat{\sigma}_j^z.$$

由此可得逆 Kramers-Wannier 变换，

$$\begin{aligned}
\hat{\mu}_j^x &= \hat{\mu}_1^x\prod_{l=1}^{j-1}\hat{\sigma}_l^x,\\
\hat{\mu}_j^y &= -\hat{\mu}_1^x\prod_{l=1}^{j-2}\hat{\sigma}_l^x\hat{\sigma}_{j-1}^y\hat{\sigma}_j^z,\\
\hat{\mu}_j^z &= -\hat{\sigma}_j^z\hat{\sigma}_{j-1}^z, \quad \hat{\mu}_1^z = \hat{\sigma}_1^z.
\end{aligned}$$

[1] I. Lesanovsky，《多体自旋相互作用与稠密里德堡晶格气体的基态》，《物理评论快报》106，025301 (2011)。[2] H. Bernien，S. Schwartz，A. Keesling，H. Levine，A. O mran，H. Pichler，S. Choi，A. S. Zibrov，M. Endres，M. Greiner 等，《在 51 原子量子模拟器上探测多体动力学》，《自然》551，579 (2017)。[3] S. Choi，C. J. Turner，H. Pichler，W. W. Ho，A. A. Michailidis，Z. Papić，M. Serbyn，M. D. Lukin 和 D. A. Abanin，《涌现的 SU(2) 动力学与完美量子多体疤痕》，《物理评论快报》122，220603 (2019)。[4] V. Khemani，C. R. Laumann 和 A. Chandran，《里德伯阻塞链动力学中的可积性特征》，《物理评论B》99，161101 (2019)。[5] C.-J. Lin，A. Chandran 和 O. I. Motrunich，《微扰下精确量子多体疤痕态的缓慢热化》，《物理评论研究》2，033044 (2020)。[6] V. Karle，M. Serbyn 和 A. A. Michailidis，《局域哈密顿量零空间产生的面积律纠缠本征态》，《物理评论快报》127，060602 (2021)。[7] F. M. Surace，M. Votto，E. G. Lazo，A. Silva，M. Dalmonte 和 G. Giudici，《受约束量子链中的精确多体疤痕态及其稳定性》，《物理评论B》103，104302 (2021)。[8] R. Verresen，M. D. Lukin 和 A. Vishwanath，《基于里德伯阻塞对环面码拓扑序的预测》，《物理评论 X》 11,031005 (2021).

[9] A. Motrunich, 《任意维度 pxp 及相关模型中的体积纠缠精确疤痕态》，《物理评论快报》134，050403（2025）。[10] A. Kerschbaumer、M. Ljubotina、M. Serbyn 和 J.-Y. Desaules，《里德堡模拟器中超越 pxp 模型的量子多体疤痕》，《物理评论快报》134，160401 2025（）。[11] L. Corcoran、M. de Leeuw 和 B. Pozsgay，《里德堡原子链上的可积模型》，《SciPost 物理》18，139（2025）。[12] J. Soto-Garcia 和 N. Chepiga，《里德堡原子双腿梯形系统中量子相与相变的数值研究》，《物理评论研究》7，013215（2025）。[13] P. Fendley、K. Sengupta 和 S. Sachdev，《一维硬玻色子模型中相互竞争的密度波序》，《物理评论B》69，075106（2004）。[14] I. Lesanovsky 和 H. Katsura，《里德堡气体中的相互作用斐波那契任意子》，《物理评论A》86，041601（2012）。[15] K. Omiya 和 M. Müller，《源于隐藏投影算符嵌入的二分里德堡阵列中的量子多体疤痕》，《物理评论A》107，023318（2023）。[16] C. J. Turner、A. A. Michailidis、D. A. Abanin、M. Serbyn 和 Z. Papić，《里德堡原子链中的量子疤痕本征态：纠缠、热化破缺及对微扰的稳定性》，《物理评论B》98，155134

（2018）。[17] C. J. Turner、A. A. Michailidis、D. A. Abanin、M. Serbyn 和 Z. Papić，《量子多体疤痕导致的弱遍历性破缺》，《自然·物理》14，745（2018）。[18] J. M. Deutsch，《封闭系统中的量子统计力学》，《物理评论A》43，2046（1991）。[19] M. Srednicki，《混沌与量子热化》，《物理评论E》50，888（1994）。[20] L. D'Alessio、Y. Kafri、A. Polkovnikov 和 M. Rigol，《从量子混沌与本征态热化到统计力学和热力学》，《物理学进展》65，239（2016）。[21] J. M. Deutsch，《本征态热化假说》，《物理学进展报告》81，082001（2018）。[22] W. W. Ho、S. Choi、H. Pichler 和 M. D. Lukin，《受限模型中的周期轨道、纠缠与量子多体疤痕：矩阵乘积态方法》，《物理评论快报》122，040603（2019）。[23] T. Iadecola、M. Schecter 和 S. Xu，《源于磁振子凝聚的量子多体疤痕》，《物理评论B》100，184312（2019）。[24] C.-J. Lin 和 O. I. Motrunich，《里德堡阻塞原子链中的精确量子多体疤痕态》，《物理评论快报》122，173401（2019）。[25] A. A. Michailidis、C. J. Turner、Z. Papić、D. A. Abanin 和 M. Serbyn，《混合相空间导致的缓慢量子热化与多体复现》，《物理评论 X》10，011055 2020（）。[26] F. M. Surace、P. P. Mazza、G. Giudici、A. Lerose、A. Gambassi 和 M. Dalmonte，《里德堡原子量子模拟器中的晶格规范理论与弦动力学》，《物理评论 X》10，021041（2020）。[27] C. J. Turner、J.-Y. Desaules、K. Bull 和 Z. Papić，《超冷里德堡原子中多体疤痕的对应原理》，《物理评论 X》11，021021（2021）。[28] P.-G. Rozon、M. J. Gullans 和 K. Agarwal，《从弗洛凯自动机构造量子多体疤痕哈密顿量》，《物理评论B》106，184304（2022）。[29] T. Szołdra、P. Sierant、M. Lewenstein 和 J. Zakrzewski，《解耦子空间的无监督检测：多体疤痕及其他现象》，《物理评论B》105，224205（2022）。[30] B. Windt 和 H. Pichler，《压缩量子多体疤痕》，《物理评论快报》128，090606（2022）。[31] G. Giudici、F. M. Surace 和 H. Pichler，《通过弗洛凯动力学揭示 pxp 多体疤痕》，《物理评论快报》133，190404（2024）。[32] R. Nandkishore 和 D. A. Huse，《量子统计力学中的多体局域化与热化》，《凝聚态物理年度评论》6，15（2015）。[33] D. A. Abanin、E. Altman、I. Bloch 和 M. Serbyn，《综述：多体局域化、热化与纠缠》，《现代物理评论》91，021001（2019）。[34] A. M. Alhambra、A. Anshu 和 H. Wilming，《复现意味着量子多体疤痕》，《物理评论B》101，205107 2020（）。[35] M. Serbyn、D. A. Abanin 和 Z. Papić，《量子多体疤痕与弱遍历性破缺》，《自然·物理》17，675（2021）。[36] I. Mondragon-Shem、M. G. Vavilov 和 I. Martin，《无序存在下量子多体疤痕的命运》，《PRX量子》2，030349（2021）。[37] S. Moudgalya、B. A. Bernevig 和 N. Regnault，《量子多体疤痕与希尔伯特空间碎片化：一篇关于精确结果的综述，《物理学进展报告》85，086501（2022）。[38] A. Chandran、T. Iadecola、V. Khemani 和 R. Moessner，《量子多体疤痕：一种准粒子视角》，《凝聚态物理年度评论》14，443（2023）。[39] Y.-Y. Wang、Y.-H. Shi、Z.-H. Sun、C.-T. Chen、Z.-A. Wang、K. Zhao、H.-T. Liu、W.-G. Ma、Z. Wang、H. Li、J.-C. Zhang、Y. Liu、C.-L. Deng、T.-M. Li、Y. He、Z.-H. Liu、Z.-Y. Peng、X. Song、G. Xue、H. Yu、K. Huang、Z. Xiang、D. Zheng、K. Xu 和 H. Fan，《在超导处理器上探索希尔伯特空间碎片化》，《PRX量子》6，010325（2025）。[40] G.-X. Su、H. Sun、A. Hudomal、J.-Y. Desaules、Z.-Y. Zhou、B. Yang、J. C. Halimeh、Z.-S. Yuan、Z. Papić 和 J.-W. Pan，《在玻色-哈伯德量子模拟器中观测多体疤痕》，《物理评论研究》5，023010（2023）。[41] D. Adler、D. Wei、M. Will、K. Srakaew、S. Agrawal、P. Weckesser、R. Moessner、F. Pollmann、I. Bloch 和 J. Zeiher，《观测二维系统中的希尔伯特空间碎片化与分形子激发》，《自然》636，80（2024）。[42] K. Honda、Y. Takasu、S. Goto、H. Kazuta、M. Kunimi、I. Danshita 和 Y. Takahashi，《在强相互作用玻色-哈伯德链中观测由希尔伯特空间碎片化导致的慢弛豫》，《科学进展》11，eadv3255（2025）。[43] N. Shiraishi 和 T. Mori，《系统构造本征态热化假说的反例》，《物理评论快报》119，030601（2017）。[44] T. Iadecola 和 M. Schecter，《具有涌现动力学约束和有限纠缠复现的量子多体疤痕态》，《物理评论B》101，024306（2020）。[45] F. Yang、M. Magoni 和 H. Pichler，《从希尔伯特空间碎片化构造量子多体疤痕》（2025）。[46] V. Khemani、M. Hermele 和 R. Nandkishore，《从希尔伯特空间碎裂到局域化：从理论到物理实现》，《物理评论B》101，174204（2020）。[47] P. Sala、T. Rakovszky、R. Verresen、M. Knap 和 F. Pollmann，《偶极矩守恒哈密顿量中由希尔伯特空间碎片化导致的遍历性破缺》，《物理评论 X》10，011047（2020）。[48] S. Moudgalya 和 O. I. Motrunich，《希尔伯特空间碎片化与交换子代数》，《物理评论 X》12，011050（2022）。[49] M. Magoni、C. Nill 和 I. Lesanovsky，《促进型里德堡晶格中的相干自旋-声子散射》，《物理评论快报》132，133401（2024）。[50] F. Yang、H. Yarloo、H.-C. Zhang、K. Mølmer 和 A. E. B. Nielsen，《利用强相互作用里德伯原子探测希尔伯特空间碎片化》，《物理评论B》111，144313（2025）。[51] M. Ljubotina、J.-Y. Desaules、M. Serbyn 和 Z. Papić，《动力学约束模型中的超扩散能量输运》，《物理评论 X》13，011033（2023）。[52] C. Ates、T. Pohl、T. Pattard 和 J. M. Rost，《超冷晶格气体中里德堡激发的反阻塞》，《物理评论快报》98，023002（2007）。[53] T. Pohl 和 P. R. Berman，《打破偶极阻塞：少原子系统中的近共振偶极相互作用》，《物理评论快报》102，013004（2009）。[54] J. Qian、Y. Qian、M. Ke、X.-L. Feng、C. H. Oh 和 Y. Wang，《零面积相位跳变脉冲导致的偶极阻塞破缺》，《物理评论A》80，053413（2009）。

[55] T. Amthor、C. Giese、C. S. Hofmann 和 M. Weidemüller，《超冷里德堡气体中反阻塞的证据》，《物理评论快报》104，013001（2010）。[56] S.-L. Su、Y. Gao、E. Liang 和 S. Zhang，《快速里德堡反阻塞区间及其在量子逻辑门中的应用》，《物理评论A》95，022319（2017）。[57] Y. Zhao、B. Liu、Y. Ji、S. Tang 和 X. Shao，《通过里德伯原子的基态反阻塞稳健地产生纠缠态》，《科学报告》7，16489（2017）。[58] D. Kara、A. Bhowmick 和 A. K. Mohapatra，《里德堡相互作用诱导热原子蒸气中的增强激发》，《科学报告》8，5256（2018）。[59] S.-L. Su 和 W. Li，《偶极-偶极相互作用驱动的两个里德伯原子反阻塞》，《物理评论A》104，033716（2021）。[60] L. Zhao、M. D. K. Lee、M. M. Aliyu 和 H. Loh，《Floquet 定制的里德堡相互作用》，《自然-通讯》14，7128（2023）。[61] W. Li、C. Ates 和 I. Lesanovsky，《从光学晶格或微型阱激发里德伯原子时的非绝热运动效应与耗散阻塞》，《物理评论快报》110，213005（2013）。[62] M. Marcuzzi、J. Minář、D. Barredo、S. de Léséleuc、H. Labuhn、T. Lahaye、A. Browaeys、E. Levi 和 I. Lesanovsky，《具有位置无序的里德堡晶格气体中的促进动力学与局域化现象》，《物理评论快报》118，063606（2017）。[63] F. Liu、Z.-C. Yang、P. Bienias、T. Iadecola 和 A. V. Gorshkov，《反阻塞二维里德堡原子阵列中的局域化与临界性》，《物理评论快报》128，013603（2022）。[64] J.-Y. Desaules、A. Hudomal、D. Banerjee、A. Sen、Z. Papić 和 J. C. Halimeh，《截断施温格模型中显著的量子多体疤痕》，《物理评论B》107，205112（2023）。[65] D. Bluvstein、S. J. Evered、A. A. Geim、S. H. Li、H. Zhou、T. Manovitz、S. Ebadi、M. Cain、M. Kalinowski、D. Hangleiter、J. P. Bonilla Ataides、N. Maskara、I. Cong、X. Gao、P. Sales Rodriguez、T. Karolyshyn、G. Semeghini、M. J. Gullans、M. Greiner、V. Vuletić 和 M. D. Lukin，《基于可重构原子阵列的逻辑量子处理器》，《自然》626，58（2024）。[66] N.-C. Chiu、E. C. Trapp、J. Guo、M. H. Abobeih、L. M. Stewart、S. Hollerith、P. L. Stroganov、M. Kalinowski、A. A. Geim、S. J. Evered、S. H. Li、X. Lyu、L. M. Peters、D. Bluvstein、T. T. Wang、M. Greiner、V. Vuletić 和 M. D. Lukin，《相干 3,000 量子比特系统的连续运行》，《自然》646，1075（2025）。[67] H. Gao、L. S. Martin、L. B. Hughes、N. T. Leitao、P. Put、H. Zhou、N. U. Koyluoglu、S. A. Meynell、A. C. B. Jayich、H. Park 和 M. D. Lukin，《通过非对称多体回波在固态传感器中实现信号放大》，《自然》646，68（2025）。[68] G. Morettini、L. Capizzi、M. Fagotti 和 L. Mazza，《具有量子多体疤痕塔的系统中的输运》，《物理评论B》112，134314（2025）。[69] J.-L. Ma、Z. Guo、Y. Gao、Z. Papić 和 L. Ying，《含噪量子多体疤痕中的刘维尔谱跃迁》，《物理评论快报》135，180401（2025年）。[70] A. Pizzi、L.-H. Kwan、B. Evrard、C. B. Dag 和 J. Knolle，《多体自旋系统中的真正量子疤痕》，《自然-通讯》16，6722（2025年）。[71] H. Wang、X. Li 和 C. Li，《里德伯原子梯子中的三临界基布尔–祖雷克标度》，《自然-通讯》16，10584（2025年）。[72] L. Zhao、P. R. Datla、W. Tian、M. M. Aliyu 和 H. Loh，《观测到受限于希尔伯特空间片段的量子热化以及

$$F_{2k}$$

15, 疤 011035 2025 痕》，《物理评论 X》（）。[73] M. Marcuzzi、J. c. v. Minář、D. Barredo、S. de Léséleuc、H. Labuhn、T. Lahaye、A. Browaeys、E. Levi 和 I. Lesanovsky，《位置无序里德伯晶格气体中的促进动力学与局域化现象》，《物理评论快报》118，063606（2017）。[74] M. Ostmann、M. Marcuzzi、J. P. Garrahan 和 I. Lesanovsky，《具有促进约束和无序相互作用的自旋链中的局域化》，《物理评论A》99，060101（2019）。[75] B. van Voorden、M. Marcuzzi、K. Schoutens 和 J. c. v. Minář，《无序增强希尔伯特超立方体中的量子多体疤痕》，《物理评论B》103，L220301（2021）。[76] M. Saffman、T. G. Walker 和 K. Mølmer，《里德伯原子量子信息》，《现代物理评论》82，2313（2010）。[77] C. S. Adams、J. D. Pritchard 和 J. P. Shaffer，《里德伯原子量子技术》，《物理学杂志 B：原子、分子与光学物理》53，012002（2019）。[78] X.-Q. Shao、S.-L. Su、L. Li、R. Nath、J.-H. Wu 和 W. Li，《里德伯超原子：用于量子信息处理与量子光学的人工量子系统》，《应用物理评论》11，031320（2024）。[79] F. Yang、S. Yang 和 L. You，《利用合成自旋交换相互作用实现里德伯激子的量子输运》，《物理评论快报》123，063001（2019）。[80] K. Kim、F. Yang、K. Mølmer 和 J. Ahn，《在里德伯原子阵列中实现极强各向异性海森堡磁体》，《物理评论 X》14，011025（2024）。[81] E. Lieb、T. Schultz 和 D. Mattis，《反铁磁链的两个可解模型》，《物理学年鉴》16，407（1961）。[82] S. Katsura，《各向异性线性海森堡模型的统计力学》，《物理评论》127，1508（1962）。[83] E. Barouch、B. M. McCoy 和 M. Dresden，《XY 模型的统计力学 I》，《物理评论A》2，1075（1970）。[84] M. Marcuzzi、E. Levi、W. Li、J. P. Garrahan、B. Olmos 和 I. Lesanovsky，《耗散冷原子气体动力学中的非平衡普适性》，《新物理学杂志》17，072003（2015）。[85] F.-Y. Kuang、L. Li 和 W. Li，《“里德伯原子链中反铁磁二聚体的动力学”的原始与处理后模拟数据》，Zenodo 10.5281/zenodo.18315046（2026年）。