arXiv:2601.18066v1 [physics.soc-ph] 26 Jan 2026

中部美洲比例设计与天文学二元性：历法学和建筑学中与 ϕ 和 π 相一致的有理逼近

Gabriel K. Kruell[1], Oliver L´opez-Corona[2], Sergio Mendoza[3*]、Pablo Padilla[4], Elvia Ram´ırez-Carrillo[5], Sarah´ı Silva[31]墨西哥国立自治大学，历史研究所，大学城，04510，墨西哥城，墨西哥。[2]墨西哥国立自治大学，墨西哥研究人员（IxM）–Secihti，IIMAS–UNAM，大学城，04510，墨西哥城，墨西哥。[3]墨西哥国立自治大学，天文学研究所，大学城，04510，墨西哥城，墨西哥。[4]墨西哥国立自治大学，应用数学与系统研究所，大学城，04510，墨西哥城，墨西哥。[5]墨西哥国立自治大学，理学院，大学城，04510，墨西哥城，墨西哥。

摘要

要理解古代中部美洲社会如何将数学思想融入历法设计和纪念性建筑，需要采用能够承认其独特认识论框架的方法。尽管缺乏关于 π 或黄金比例 ϕ等概念的明确文本证据，但中部美洲历法、图像学和仪式建筑中蕴含的数字模式，揭示出一个建立在简单整数比基础上的、连贯的比例推理体系。在此我们表明，数字5和8在金星、太阳历法关系中居于核心地位，并广泛体现于中部美洲宇宙观之中——它们生成的有理近似值，能够在已知施工公差范围内再现与十边形布局相关的几何关系。通过对Guachimontones的鬣蜥结构进行高分辨率测量，我们证明其

比例符合整数比，这些整数比既与历法系统中发现的比例一致，也符合正十边形的实用几何特征，而无需了解无理常数。这些发现表明，中美洲建造者采用了稳定的比例模块，使天文周期、宇宙观象征和建筑设计彼此协调。这不应被解读为数学不够精 sophisticated；相反，物质遗存揭示出一种独特的数学传统，其中数、度量与宇宙观是相互强化的文化知识要素。

1 引言

中美洲历法与建筑传统长期以来因其精妙而广受认可，但其中的数学内涵却常常通过源自西方认识论的假设来解读。尤其是，人们历来明确或含蓄地声称，中美洲并不存在诸如 π 或黄金比例 ϕ 这样的概念，因为它们没有以明确的书面形式出现。这种观点与日益增多的考古学、考古天文学和图像学证据形成鲜明对比；这些证据表明，中美洲文化发展出了高度系统化的数学意识，其表达方式并非抽象论著，而是将数、比例、宇宙观与实体设计融为一体。

这一思想传统的一个核心特征，是数字5和8反复成对出现，深深植根于太阳与金星象征（图 1）以及支配地球—金星会合周期的天文关系之中。等式

$$365 \times 8 = 584 \times 5,$$

揭示了连接太阳年与金星会合周期的基本周期性。将这类关系表示为无量纲形式时，自然会得到简单的整数比，例如8:5；这一比例也见于中美洲图像学和历法数字象征之中。

这些整数还与斐波那契数列相呼应，其比值 $8/5$ =1.6 与黄金比例 $\phi = 1.618\ldots$ 的差距不到 1.1%。关于中美洲建筑技术的考古研究表明，其比例精度一贯保持在 1–3% 以内，因此，这些简单的比例在考古学上是合理的设计选择。因此，无须假设古代建造者使用了无理常数：有理整数比足以在建筑公差范围内，再现圆形或十边形设计中与 π 和 ϕ 相关的几何关系。

Guachimontones 的环形仪式建筑为我们提供了一个引人入胜的案例研究。它属于 Teuchitl´an 传统的仪式建筑群，位于墨西哥西部（今哈利斯科州 Teuchitl´an）。对鬣蜥建筑进行的高分辨率正射影像分析显示，其比例符合由有理比例模数支配的十边形布局，而这些模数与历法系统中出现的模数相兼容。这些观察结果表明，这一数学传统以比例推理为基础，其中

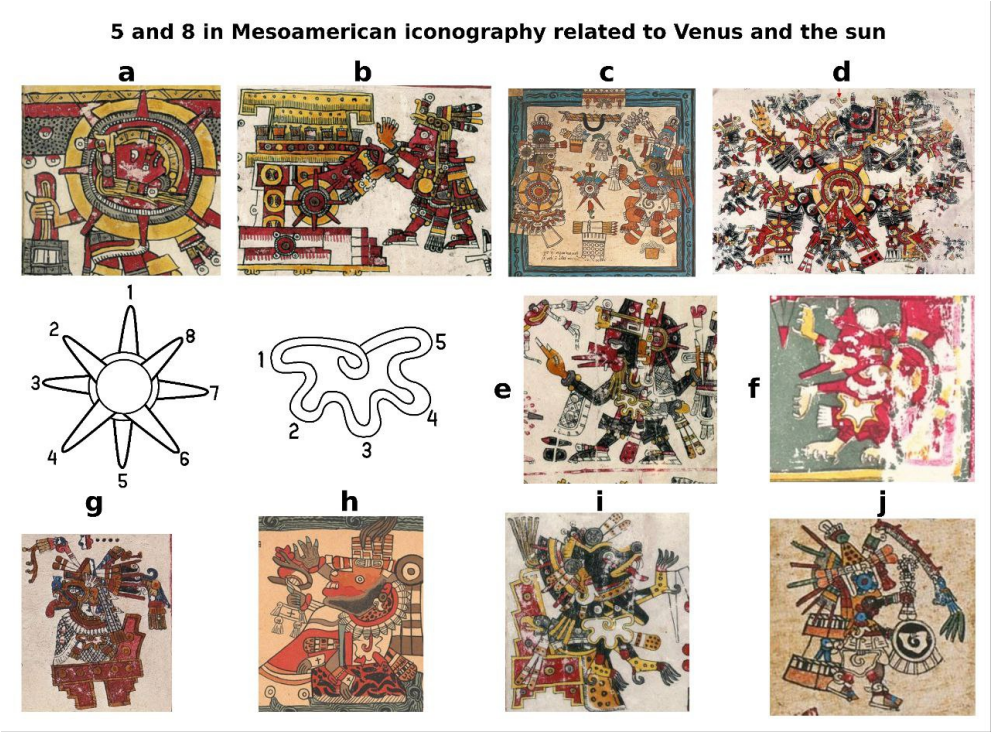

图 1 中部美洲抄本中涉及数字 5 和 8 的太阳与金星象征。这些数字象征图案出现在 Tonatiuh、Quetzalcoatl 和 Xolotl 的描绘中，并常将五瓣金星象形符号与八射线太阳圆盘结合起来。这些图案反复出现，凸显了具有文化意义的二元性；这种二元性也体现在历法设计和天文关系中。

数、度量与宇宙秩序彼此紧密相连。在这一框架中，建筑几何学、天文周期和象征性数字学构成了一个连贯的知识系统，无须明确提出现代数学常数。

2 比例设计与中部美洲十边形建筑的数学结构

古代中美洲的纪念性建筑建造依靠绳索、木杆和重复三角测量，而非书面的数学论著，却始终展现出令人瞩目的几何规则性。对墨西哥中部和玛雅地区建筑朝向的研究表明，许多建筑的方向与预定的天文方位或基本方位之间的偏差在 $0.5°$–$1°$ 以内[1–4]。在仪式中心常见的空间尺度上，这种角度偏差对应的平面误差仅为几个百分点。这些结果表明，持续

只要建筑规划经过审慎设计且富有象征意义，使用简单的测量工具也能实现精确的线性比例，误差通常可控制在 1–3%。

在这一考古背景下，诸如 $3/2$、 $4/3$或$8/5$ 这样的有理整数比，自然成为理解建筑模数的候选方案。它们易于用绳索构造，在迭代布局程序中稳定可靠，并且在已知公差范围内，所形成的几何形状与无理常数（如 ϕ 或 π）生成的形状难以区分。这对于比值 $8/5 = 1.6$尤为重要：它通过出现在太阳—金星历法关系中，在中美洲具有突出的文化地位

$$365 \times 8 = 584 \times 5 = 2920,$$

；从数学角度看，它也是黄金比例 $\phi \approx 1.618$ 的一个斐波那契近似值，且近似程度很高（相对误差为 $\approx 1.1\%$）。这一范围内的比值能够自然地再现正十边形的基本几何关系，其中外接圆半径 R 与边长 a 之间的关系为

$$\frac{R}{a} = \phi,$$

因此，无需借助无理数的概念，也能在考古测量公差范围内形成近似十边形的布局。

2.1 Guachimontones 的鬣蜥结构

Los Guachimontones 仪式建筑群属于墨西哥西部的特乌奇特兰′传统，是评估这些观点的一个典型案例。遗址由围绕中央圆锥形金字塔的同心圆形平台组成，文献记载的主要圆形平台直径约为 50 至 120 米 [5–7]。鬣蜥建筑（图2.1）是保存最完好的次级建筑群之一。

我们以等高线间隔为 1 米的高分辨率正射影像作为几何参照，测得距离为 $AC \approx BD \approx 38$ 米和 $AE \approx 24$ 米。这些数据得出的经验比值为

$$\frac{AC}{AE} = \frac{38}{24} = 1.583\ldots,$$

该数值与有理数近似值 $8/5 = 1.6$ 及数学上的黄金比例 $\phi \approx 1.618$ 相差均在 $\sim 2\%$ 以内。鉴于其他中美洲纪念性建筑的建造精度已有文献记载，如此幅度的偏差完全符合基于简单整数模数进行有意比例设计的情况。

2.2 通过蒙特卡洛模拟进行不确定性量化

为评估该比值对测量不确定性的敏感性，我们进行了蒙特卡洛误差传播分析。由于正射影像以 1m 的间隔提供地形等值线，我们对每个测量长度采用 $\pm 1\,\mathrm{m}$ 的保守不确定性。在缺乏完整的大地测量误差模型的情况下，我们将这些不确定性视为相互独立的高斯分布误差，这是一种标准假设。

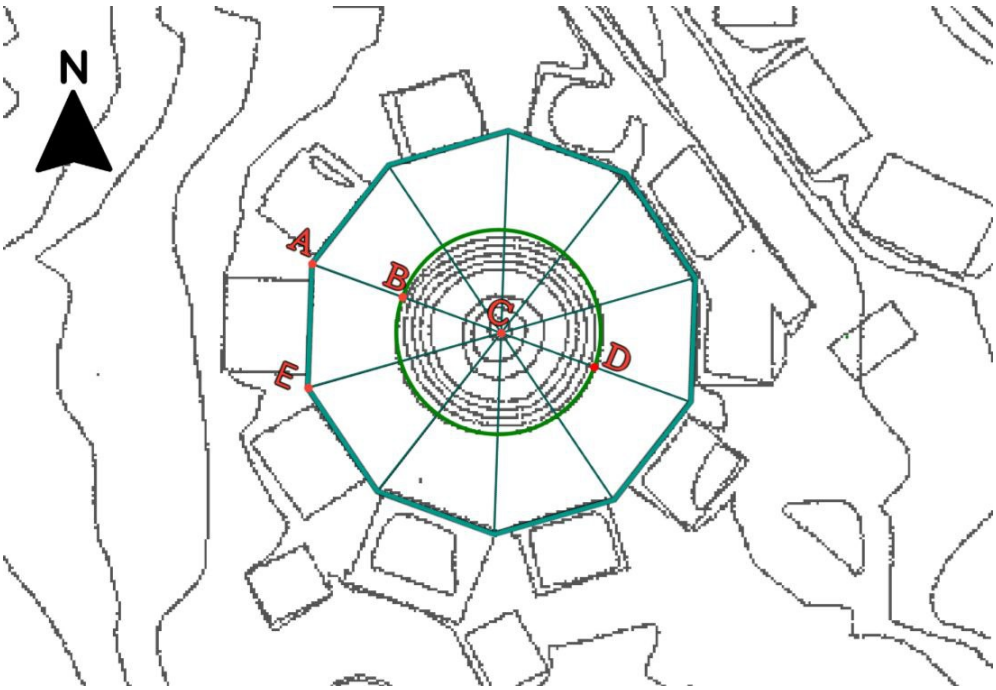

图 2 *Recinto Ceremonial de Gyachimontones* 该图展示了位于墨西哥哈利斯科州特乌奇特兰“ ”的鬣蜥建筑数字正射影像。该正射影像取自 [8], , 并附有间隔为 1 米的地形等高线。图中叠加了一个拟合效果最佳的正十边形，以及一个用于界定中央圆形结构的最佳绿色圆。长度 $AC \approx BD \approx 38m$ 和 $AE \approx 24m$。换言之：
$AC/AE \approx BD/AE \approx 38/24 = 19/12 = 1.58333 \approx 1.6 \approx 8/5 \approx \phi$，黄金比例。

我们通过抽样生成了 $n = 100{,}000$ 个实现值

$$AC \sim \mathcal{N}(38, 1^2), \qquad BD \sim \mathcal{N}(38, 1^2), \qquad AE \sim \mathcal{N}(24, 1^2),$$

并计算每次迭代的平均比率

$$r_{\text{avg}} = \frac{1}{2}\left(\frac{AC}{AE} + \frac{BD}{AE}\right).$$

所得分布的均值为 $r_{\text{avg}} = 1.586$，标准差为 $\sigma \approx 0.072$，95%置信区间为 $[1.452, 1.736]$。均值与 ϕ 相差约 2%，且在现实的测量不确定性范围内，该区间与有理数比率 $8/5$ 完全相容。如果正射影像的几何分辨率允许更小的不确定性（例如，基于像素尺度分析得出的 ± 0.35米），置信区间将按比例缩小（至约 ± 0.05），从而进一步稳定推断比例，而无需进行额外的现场测量。

2.3 启示

这些结果支持这样的解释：鬣蜥复合体是一种通过植根于中部美洲宇宙观的简单比例模块建成的近十边形结构。重要的是，观测比率与源自斐波那契数列的有理数值相吻合，并不要求使用无理常数，也不要求明确了解欧几里得十边形公式。相反，这表明，在历法计时、仪式象征和图像二元性中已具有根本意义的文化性整数 5 和 8，能够生成建筑几何形态，而现代数学认为这些形态与 ϕ相关的比例关系相一致，且完全处于有充分文献记录的施工公差范围内。

3 结果

对鬣蜥建筑的比例分析表明，其可测量的几何形态与中美洲历法设计中的整数比相吻合，尤其是与金星—太阳周期相关的数对 (5，8)。该比值

$$AC/AE \approx 1.583$$

在考古测量精度范围内与有理数值 $8/5 = 1.6$ 相符，并形成与近正十边形相一致的几何构型。

此外，诸如 $5/8$ 和 $8/5$ 这样的近似值，使建筑布局与支配365天太阳年和金星584天会合周期的历法关系相协调。这些发现表明，建筑结构和历法结构可能由共同的比例模块而非抽象常数支配，进一步印证了这样一种观点：中部美洲数学是一套融合象征、宇宙观与实用知识，并通过比例和度量加以整合的体系。

4 讨论与总结

这一双历法系统不能被简化为单纯的时间追踪系统；中部美洲历法传统展现了天文学、比例推理与宇宙观象征的精妙融合。由于缺乏明确的数学论著，人们常将此解读为缺少先进的数学概念。然而，本文呈现的证据表明事实恰恰相反：中美洲文化发展出了独特的数学传统，以简单且具有文化意义的整数比为基础，构建了时间计量与纪念性建筑。

我们对 Guachimontones 的鬣蜥建筑进行的分析表明，其比例与金星—太阳历法系统中的有理比例模数相符。这些比例在已知施工公差范围内，再现了现代数学与正十边形及常数 π 和 ϕ 联系起来的几何形状，但这并不意味着当时的人们曾将这些常数抽象地概念化。相反，这些建筑表达似乎反映了一种将数、宇宙观与物质实践紧密联系在一起的世界观。

从方法论角度看，此处识别出的比例对应关系，最好理解为建造实践中自然形成的结果，而非抽象几何形式体系的产物。基于整数的模数、迭代布局和径向分段，将建筑平面图限制在一组有限的稳定比例之内。因此，在现实的施工公差范围内，近十边形构型可由简单的比例规则自然产生，无需明确计算几何常数。

这表明有必要更全面地重新审视古代中美洲的数学思想。中美洲知识体系似乎并非西方数学框架的近似形式，而是遵循自身的内在逻辑——在这一逻辑中，测量、天体周期和象征性二元性共同构成了一种连贯且植根于文化的数学本体论。认识到这一独特传统，不仅能丰富我们对古代科学知识的理解，也凸显了人类社会构想并将数学秩序具象化的多种方式。

致谢。本研究得到了 IxM Secihti 奖学金项目的支持。

作者贡献。所有作者均参与了稿件的概念构思、数值分析和撰写。所有作者均讨论了研究结果、修订了文本，并批准了最终版本。

通信。有关通信及材料索取事宜，请联系 Sergio Mendoza（电子邮件：sergio@astro.unam.mx）和 OliverL´opez-Corona（电子邮件：oliver.lopez@iimas.unam.mx）。

数据可用性。支持本研究所述分析的数据集，可在提出合理请求后向通讯作者获取。

代码可用性。 本研究分析所用的代码可根据合理请求向通讯作者索取。

利益冲突。 作者声明不存在任何经济或非经济利益冲突。

参考文献

[1] Aveni, A.F., Gibbs, S.L.：关于墨西哥中部前哥伦布时期建筑的朝向。《美国古代》**41**(4), 510–517 (1976) https://doi.org/10.2307/279127

[2] Aveni, A.F., Hartung, H.：《玛雅建筑布局的精确性》。《纽约科学院年刊》**385**(1), 63–80 (1982)https://doi.org/10.1111/j.1749-6632.1982.tb34259.x[3] ˇ Sprajc, I.：《中美洲建筑与景观的天文学对应关系》。载于：Ruggles, C.L.N.（编）《考古天文学与民族天文学手册》，第715–728页。施普林格，纽约（2015）。https://doi.org/10.1007/978-1-4614-6141-8 56

[4] Gonz´alez-Garc´ıa, A.C., ˇSprajc, I.: 《玛雅低地建筑朝向的天文学意义：一种统计方法》。《考古科学杂志：报告》9, 191–202（2016） https://doi.org/10.1016/j.jasrep.2016.07.020[5] Weigand, P.C., Beekman, C.S.: 《特乌奇特兰传统：哈利斯科高地类国家社会的兴起》。载于：Townsend, R.F.（编）《古代墨西哥西部：未知往昔的艺术与考古学》，第35–52页。芝加哥艺术博物馆，芝加哥（1998）[6] Weigand, P.C., L´opez, R.E.: 《Los Guachimontones考古遗址指南》，第61页。哈利斯科州政府文化秘书处，瓜达拉哈拉（2004）[7] Espinoza, V.Y.H.: 《哈利斯科州墨西哥Los Guachimontones的建成环境与中间层级社会空间单元的发展》。《拉丁美洲古代》32(2), 295–314（2021） https://doi.org/10.1017/laq.2021.10[8] Weigand, P.C.: 《墨西哥西部的特乌奇特兰传统：在哈利斯科州特乌奇特兰Los Guachimontones的发掘》。载于：Beekman, C., Esparza, R.（编）《特乌奇特兰传统》，第29–62页。米却肯学院、哈利斯科州文化秘书处，萨莫拉，米却肯州（2008）