arXiv:2602.01085v1 [cs.RO] 1 Feb 2026

根据形状估计可变形线性物体的力相互作用

Qi Jing Chen[1], Shilin Shan[1],Timothy Bretl[2],和 Quang-Cuong Pham[3]

摘要—本文提出了一种分析方法，仅利用可变形线状物体（DLOs）的观测形状来检测和估计作用于其上的外力。在许多机器人-线缆交互任务中，接触并不发生在末端执行器处，而是发生在机器人本体沿线的其他位置。这类场景常见于机器人间接操控线缆（例如通过推动）或线缆充当环境中的被动障碍物时。准确识别这些交互对于安全、高效的轨迹规划至关重要，有助于防止线缆损伤、避免受限的机器人运动并降低潜在风险。现有方法通常依赖昂贵的外部力-扭矩传感器，或假设接触发生在末端执行器处，才能实现准确的力估计。我们的方法利用深度相机获取的导线形状信息，并假设导线处于或接近静态平衡状态，无需额外的先验知识即可估计外力的位置和大小。该方法通过利用推导出的一致性条件，并根据沿导线的力-力矩平衡求解线性方程组来实现。我们通过仿真验证了该方法，其表现出很高的准确性；同时还通过真实世界实验进行了验证，在选定的交互场景中实现了准确估计。

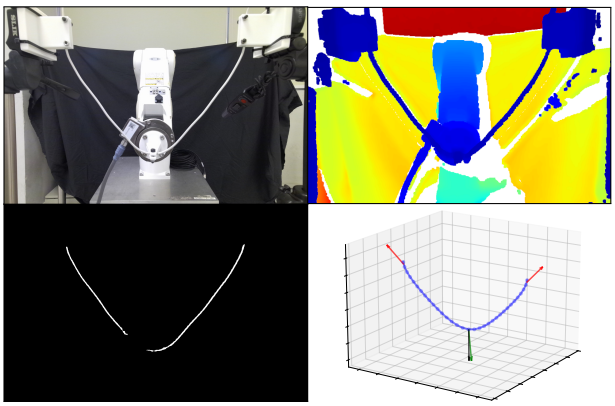


图 1. 力估计流程概览。从左上到右下依次为：实验的真实图像、深度信息、导线分割掩码，以及带有实际力和估计力的最终平滑导线形状（箭头：红色——估计的端部夹持力，黑色——实际力，绿色——估计的外力）。

I. 引言

机器人与线缆交互时的力反馈可用于轨迹规划，或在发生碰撞时实施安全条件 [1]–[5]。在许多此类场景中，机器人并不会直接抓握或操纵线缆，例如机械臂轻推线缆使其就位。另一些情况下，线缆仅作为被动元件或环境中的障碍物，机器人必须绕行。对于机械臂这种常用于操作线缆的机器人操作器，力传感器通常安装在末端执行器上。这样便可轻松记录末端执行器夹爪与线缆之间的交互力。问题在于，机器人与线缆的交互并非发生在末端执行器处，而是在机械臂沿线的其他位置发生。必须考虑这些交互，因为它们可能导致机器人的运动受到限制，甚至引发危险。线缆中的张力过大可能导致环境中的线缆断裂。了解这些交互力有助于机器人根据对线缆如何响应其即时动作的预期来规划轨迹。

因此，我们提出一种基于导线形状估计其所受力的算法。接下来我们将重新——

我们将导线视为弹性杆。本文基于力与力矩平衡方程推导出一组一致性条件，用于判断处于静态平衡的弹性杆各区段是否属于同一未受扰动区段，即这些区段之间不存在外部相互作用力。根据区段分类，以及基于离散弹性杆（DER）模型对弹性杆内部刚度力矩的了解 [6]，，可以求解作用于杆上的外力方向和大小。由于该问题具有不确定性，算法可以选择假设外力矩为零并求解力的位置，或者假设力作用于每个区段的中点并求解由此产生的外力矩。若要同时求得施加的力矩和力的位置，可在真实图像中检测导线上的碰撞点，并通过视觉识别其位置，但本文不讨论此方法。我们发现，本文方法与现有的基于本体感知的力和碰撞估计算法 [7]–[9]密切相关。然而，以往工作主要将这些方法应用于机械臂，在机械臂上准确定位接触力并估计其大小仍然具有挑战性。相比之下，我们将这一思路应用于导线，在类似的估计框架中利用弹性杆的内力矩作为本体感知的替代信息。导线固有的离散化特性有助于更准确地进行力定位和估计。

*Github 仓库：https://github.com/qj25/ds2f（视频：https://youtu.be/_jDbKWxA19w）[1]新加坡南洋理工大学机械与航空航天工程学院，[2]伊利诺伊大学厄巴纳-香槟分校，[3]Eureka Robotics，新加坡

论文的贡献与结构

本文的贡献有两方面。首先，我们提出一组新颖的一致性条件，用于估计处于静态平衡的弹性杆上外部交互的位置（第 IV-A 节）。此外，我们还说明了必要的假设，以确保该问题不会欠定。

其次，利用交互位置，可以通过一组线性方程求解力和力矩参数。这组方程是根据每个离散杆段的力-力矩平衡关系推导得出的（第 IV-B 节）。由于问题本身的特点，可以选择求解外力矩，或者求解力的精确施加位置；前者需要假设力施加在离散杆段的质心处，后者则需要假设该离散杆段上没有外力矩作用。

II. 相关工作

可变形线状物体（DLO）的机器人操作日益重视力感知与控制，以克服物体属性未知和视觉遮挡等局限。在复杂或非结构化环境中运行的机器人，需要具备复杂的能力，才能安全地与周围环境交互，尤其要能够检测物理接触并理解交互力。

A. 可变形线性物体操作的力控制

奠基性研究探讨了力信号的特征，以检测可变形线性物体与刚性障碍物之间的接触状态转换 [1]。研究表明，Kirchhoff弹性杆所有静态平衡构型构成一个有限维光滑流形，该流形可通过弹性杆基部的力矩和力显式参数化 [10]，且其自由构型空间是路径连通的 [11]。这大大简化了可变形线状物体操作规划中夹爪路径的构建，并使之成为可能。其他方法则主要利用力/力矩传感来估计可变形线性物体形状或接触信息，例如，通过带重力补偿的离散化 Kirchhoff 弹性杆模型，实现弹性杆实时三维形状估计 [3], [12]；或使可变形线性物体保持张紧，以进行接触推断和基元执行[4]。另有一种方法从示范中学习基于力的操作技能，用于可变阻抗控制，从而能够执行收紧绳结等任务，尽管准确捕捉力曲线仍面临挑战 [2]。此外，基于回归器的模型自适应为未知的可变形线性物体变形参数提供在线自适应律，从而无需视觉反馈，即可在准静态场景中实现用于开环形状控制的基于模型的力控制 [5]。

B. 接触检测与力估计

一种直接的力感知解决方案是使用外部传感器，例如分布式触觉“机器人皮肤”传感器，检测机器人身体各处的接触强度和位置，并驱使机器人穿过障碍物 [13], [14]。然而，集成如此广泛且精准的感知设备通常成本高昂 [15]。为此，研究发现可以利用机器人的本体感知传感器进行接触检测 [16]–[18]。使用本体感知传感器检测碰撞时面临的两个主要问题是系统动力学建模误差，以及本体感知传感器产生的噪声 [19]。这些问题会影响外部关节力矩估算的准确性，并可能导致接触检测出现假阳性。

较简单的机器人模型通常也能成功进行力估计 [20]，其中一些模型将视觉信息用作工具 [21]。由于难以对整个机械臂的非线性动力学进行建模，因此人们采用了结合电机信号的基于模型的卡尔曼滤波器 [7]、扩展卡尔曼滤波器力矩融合方法 [8]，以及基于学习的无模型神经网络方法 [9]。如果对机器人结构进行修改并影响其动力学，这些方法就需要重新进行精确校准 [22], [23]。尽管这些研究在估计外力的方向、大小和位置方面取得了一些成效，但由于问题本身欠定，仍需额外假设，例如只有一个外部接触点 [24]，或接触是依次施加的 [25]。如何处理多个接触仍是亟待关注的问题。接触可检测性这一思路已得到深入探讨 [26]，研究发现，通过小幅运动可以最有效地排除虚假的接触位置。研究人员还利用视觉和深度感知，采用 GPU 并行处理算法，有效确定机械臂上的接触点并做出相应反应 [27]。

III. 问题定义

下文中，我们交替使用“弹性杆”和“导线”这两个术语。我们将离散化杆中相邻节点之间的离散区段定义为一个杆段。区段则定义为具有一个或多个共同属性的一组连续杆段。我们将离散化弹性杆的杆段分为两种区段类型（s-type）：未受扰动（UD）和受扰动（D）。UD段定义为一组连续的离散杆段，且未对其施加任何外部扰动。D段定义为至少有一个扰动施加于其中一个或多个杆段的区段。弹性杆被离散化为 $n = n_{\text{UD}} + n_{\text{D}}$ 个杆段，其中 $n_{\text{s-type}}$ 为s-type杆段的总数（s-type包括UD或D）。$N = N_{\text{UD}} + N_{\text{D}}$ 为区段总数，$N_{\text{s-type}}$ 为s-type区段的数量。离散化杆中的每条边定义为$\mathbf{e}^i = \mathbf{x}^{i+1} - \mathbf{x}_i$，其中$\mathbf{x}_i$ 是第 i –个杆段的笛卡尔坐标。每个D段都有一组外部力-力矩，$\{\mathbf{f}^j, \boldsymbol{\tau}^j\}$，其中$0 \leq j < N_{\text{D}}$。理论上，只要满足以下条件，我们的方法就应能够检测弹性杆上的所有力扰动：

- 弹性杆处于静态平衡状态或进行足够缓慢的准静态运动。这构成了我们方法的基础，并使我们能够推导出所需的方程。
- 杆必须进行充分离散化，以确保每两个连续的外部扰动区段之间至少有 3 个离散的未受扰动杆段

。这样可以确保形成必要且充分的条件来对杆段进行分类。

- 识别出的 3 段未受扰动杆段必须彼此不平行，以确保问题不存在欠定情况。直观地说，完全绷紧的导线在外力变化时，其形状不会发生明显改变，因此很难甚至不可能通过观察推断出力分布。

- 杆的行为与所采用的弹性杆理论高度一致，从而确保力的分类与估计准确。

A. 弹性杆理论

在估计外力和力矩之前，需要先提供一个准确的弹性杆模型，以计算系统中的内部力矩。对于我们的工作，我们选择采用离散弹性杆（DER）理论 [6]，该理论已作为插件在 MuJoCo [28] 中实现。此外，我们通过一个简单的参数辨识流程 [29]来估计导线的材料属性。

IV. 公式推导

离散化杆的第 i 段上的总力矩为

$$\boldsymbol{\tau}_{total} - c\boldsymbol{\omega} = \mathbf{I}\boldsymbol{\alpha} \tag{1}$$

其中，$\mathbf{I}$ 是截面二次惯性矩，$\boldsymbol{\alpha}$ 是角加速度向量，$c\boldsymbol{\omega}$ 是阻尼力矩，$\boldsymbol{\tau}_{total}$ 是系统的总力矩。当杆处于静态平衡时，$\boldsymbol{\alpha} = 0,\ c\boldsymbol{\omega} = 0$。

$$\boldsymbol{\tau}_{total} = \left(\mathbf{e}^i \times \mathbf{F}^i\right) + \left(\mathbf{a}^i \times \mathbf{f_c}^i\right) + \boldsymbol{\tau_c}^i + \mathbf{c}^i = 0, \tag{2}$$

其中，$\mathbf{F}^i = \sum_{j \in G_i} \mathbf{f}^j$，使得 G_i 是第 i段之后所有属于D段的外力集合（即包含索引为 $> i$的段的D段）。这意味着，如果 k 和 l 属于同一个UD段，则$\mathbf{F}^k = \mathbf{F}^l$。$\mathbf{f_c}^i$ 和 $\boldsymbol{\tau_c}^i$ 分别是作用于第 i 段的外力和力矩；如果 i 属于UD段，则它们均为$\mathbf{0}$。$\mathbf{a}^i = \mathbf{p}_i - \mathbf{x}_i = r\mathbf{e}^i$，其中$\mathbf{p}_i$ 是$\mathbf{f_c}^i$的作用点，且$r \in [0,1] \subset \mathbb{R}$。$\mathbf{c}^i$ 是相邻段施加于第i段的刚度力矩（不要与未加粗的 c混淆）。请注意，只需将$\mathbf{F}_R$ 作用一侧的重力力矩效应加到$\mathbf{c}^i$ 中，即可轻松纳入重力的影响：添加 $\left((n-i-0.5)\,\mathbf{e}^i\right) \times \mathbf{wpp}$，其中$\mathbf{wpp}$是描述离散化导线每段重量的三维向量。

A. 扰动位置识别

假设两段 i 和 $i+1$ 属于同一个UD段，则下列方程必须一致。

$$\mathbf{e}^i \times \mathbf{F}^i = -\mathbf{c}^i \tag{3}$$

$$\mathbf{e}^{i+1} \times \mathbf{F}^{i+1} = -\mathbf{c}^{i+1} \tag{4}$$

已知$\mathbf{F}^i = \mathbf{F}^{i+1}$，我们得到第一个一致性条件（条件A），该条件指出$\mathbf{e}^i \cdot \mathbf{c}^{i+1} + \mathbf{e}^{i+1} \cdot \mathbf{c}^i = 0$。这是得出这些相邻片段属于同一UD段。为检验充分性，我们考察片段 i 属于相邻扰动段的情况。

$$\mathbf{e}^i \times \mathbf{F}^i + \mathbf{a}^i \times \mathbf{f_c}^i + \boldsymbol{\tau_c}^i = -\mathbf{c}^i \tag{5}$$

$$\mathbf{e}^{i+1} \times \mathbf{F}^{i+1} = -\mathbf{c}^{i+1} \tag{6}$$

根据三重向量积法则，可得

$$\mathbf{f_c}^i \cdot \left(\mathbf{e}^{i+1} \times \mathbf{a}^i\right) + \mathbf{e}^{i+1} \cdot \boldsymbol{\tau_c}^i = -\left(\mathbf{e}^i \cdot \mathbf{c}^{i+1} + \mathbf{e}^{i+1} \cdot \mathbf{c}^i\right). \tag{7}$$

已知右侧 $= 0$ 和$\mathbf{e}^{i+1} \times \mathbf{a}^i \neq 0$（线性无关条件），可知一致性条件可在两种情况下成立。第一种是$\mathbf{f_c}^i = 0$，这证实了两段 i 和 $i+1$ 属于同一个UD段。第二种是$\mathbf{f_c}^i \cdot \left(\mathbf{e}^{i+1} \times \mathbf{a}^i\right) = 0$。由于$\mathbf{a}^i \parallel \mathbf{e}^i$，这意味着即使两段属于不同区段，只要$\mathbf{f_c}^i$ 位于$\mathbf{e}^i$ 和$\mathbf{e}^{i+1}$张成的平面内，且 $\boldsymbol{\tau_c}^i \perp \mathbf{e}^{i+1}$，条件A也可以成立。因此，条件A不是充分条件。

要建立两段属于同一个UD段的充分条件，我们必须检查3个相邻段的一致性。

$$\text{Given } \mathbf{A}_i = \begin{bmatrix} [\mathbf{e}^i]_\times & [\mathbf{e}^{i+1}]_\times & [\mathbf{e}^{i+2}]_\times \end{bmatrix}^T \tag{8}$$

$$\text{and } \mathbf{C}_i = -\begin{bmatrix} \mathbf{c}^i & \mathbf{c}^{i+1} & \mathbf{c}^{i+2} \end{bmatrix}^T, \tag{9}$$

其中 $[\mathbf{e}]_\times$ 是 3 维向量 $\mathbf{e}$.的反对称矩阵。

根据人工设定的阈值判断上述方程的一致性，即为我们称作条件B的第二个一致性条件——这是判定这些线缆段属于同一 UD段的必要且充分条件。我们通过最小二乘法求解 $\mathbf{F}^* = \text{argmin} \|\mathbf{AF} - \mathbf{C}\|_2^2$。$\mathbf{F}$

$$\mathbf{F}^* = \mathbf{A}^+\mathbf{C} \tag{10}$$

其中$\mathbf{A}^+ = \mathbf{V}\boldsymbol{\Sigma}^+\mathbf{U}^T$ 是通过对$\mathbf{A}$ 进行奇异值分解（SVD）得到的$\mathbf{A} = \mathbf{U}\boldsymbol{\Sigma}\mathbf{V}^T$的伪逆。

B. 估计外部扰动

将离散化导线段划分为 D段和 UD段后，我们求解外部扰动。

1) 估计外力：值得注意的是，仅凭一个 UD段无法求解力$\mathbf{e}^i \times \mathbf{F}^i = [\mathbf{e}^i]_\times \cdot \mathbf{F}^i = -\mathbf{c}^i$，因为 3 维向量的反对称矩阵的秩最大为 2，从而导致问题欠定。因此，至少需要 2 段。求解和分类过程是结合进行的，$\mathbf{F}_R$ 计算为该 UD段中所有$\mathbf{F}^*$ 的平均值。

由于导线由交替的D段和UD段组成，区段 D_j 上的力可以计算为

$$\mathbf{f}^j = \mathbf{F}_R^k - \mathbf{F}_R^l + \mathbf{f}_g \tag{11}$$

使得 k 和 l 属于相邻的 UD 段，并由 Dj分隔，$k < l$，且 $\mathbf{f}_g^j = n_{\mathrm{D}_j} \times \mathbf{wpp}$ 是重力产生的力的贡献。

2) 估计外部扭矩或力的位置：对此有三种可能的解决方案。首先，我们可以使用给定 D段的已知力的施加位置来计算其力矩。

$$\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{D}_j} = \left(\mathbf{e}_{\mathrm{D}}^j \times \mathbf{F}_{\mathrm{D}}^j\right) + \left(\mathbf{a}_{\mathrm{D}}^j \times \mathbf{f}^j\right) + \mathbf{c}_{\mathrm{D}}^j + \boldsymbol{\tau}^j, \qquad (12)$$

使得$\mathbf{e}^j{}_{\mathrm{D}} = \mathbf{x}_k - \mathbf{x}_l$，其中 k 和 l 是区段Dj 两端的部件 $k > l$。$\mathbf{a}^j{}_{\mathrm{D}} = \mathbf{p}^j - \mathbf{x}_l$，其中$\mathbf{p}^j$ 是外力$\mathbf{f}^j$的作用点。$\mathbf{c}^j{}_{\mathrm{D}}$是由紧邻区段D$j$ 的UD部件施加在D上的刚度力矩j（可将重力的贡献加入该项）。假设处于静态平衡 $\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{D}_j} = 0$，现在即可求解 $\boldsymbol{\tau}^j$。

其次，我们可以假设作用于D段的力矩为0（$\boldsymbol{\tau}^j = 0$），并在静态平衡的假设下，计算外力在D段上的精确作用点（$\mathbf{p}^j$）。

第三，假设力施加在D段的质心处。不计算力矩。我们的真实世界实验结果采用了这一最终解法，因为我们的工作范围仅限于力预测。估计力矩需要从RGB-D数据中捕获内部扭转——这是该领域仍未解决的挑战。

V. 仿真实验

一根导线在沿其长度方向相距 50 cm 的两点处被夹具夹住。两个夹具在水平方向上相距 30cm，多余的导线则自然垂下。假设已完全掌握导线刚度值。仿真环境采用改进的 DER模型 [29] 来模拟弯曲和扭转行为，并计算内部刚度力矩。算法仅以仿真中的导线姿态作为输入，预测由此产生的外部交互。通过调用 API 可以获取导线的扭转情况，而真实实验中无法做到这一点。由于根据形状进行力估计的速度相对较快，因此可以实时运行。用户通过交互式仿真查看器输入外力。仿真实验视频请见 https://youtu. be/_jDbKWxA19w。结果绘于图 2 中。正如准静态平衡假设所预期的那样，导线运动幅度较小时，力估计效果更好。从理论上讲，当导线发生大幅运动时，力估计将变得不可行（当必须预测过多感知到的外力时，问题实际上会变成欠定问题）。尽管如此，我们通过目视观察发现，力估计仍能够

即使导线发生显著运动，也能保持良好效果。

VI. 物理实验

A. 实验装置

实验装置与仿真实验一致。Denso VS-060 机械臂的末端执行器上安装了力-扭矩传感器和定制的导线夹具附件。机械臂先在导线中点处操作导线，然后在沿导线长度方向距其中点 7cm 处进行操作

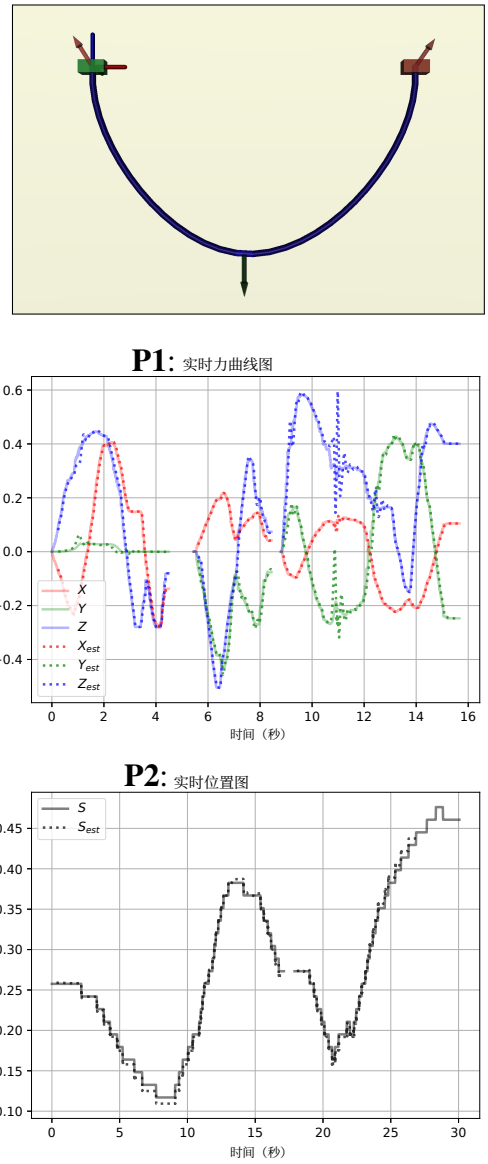


图 2. 力估计的仿真实验。上图显示了通过交互式用户可视化窗口对导线施加力时的屏幕截图。图中显示了实际力（黑色）和估计力（绿色），二者重叠。进行了两项仿真实验：**P1**展示了在导线长度中心处施加扰动时，对不同力的大小和方向进行力估计的结果。**P2** 展示了改变力的作用点时对力的位置进行估计的结果。实线和虚线分别表示实际数据和估计数据。实验视频见：https://youtu.be/_jDbKWxA19w。

。实际力读数由力-扭矩传感器记录，并使用切比雪夫滤波器进行滤波。由于无法从视觉和深度信息中捕捉内部扭转，我们的结果假设杆处于零扭转构型，仅关注力预测，而不进行力矩估计。尽管夹爪运动会对导线产生外部力矩，但这不会影响力预测，因为处理流程中的力预测和力矩估计部分彼此独立。最终结果仍是对夹爪施加于导线的外力进行预测。

导线形状是通过此前介绍的处理流程获得的——

该流程利用了 GROUNDED-SAM（一种零样本图像分割框架）。我们发现它易于实现且准确，但缺点是计算时间较长（在 NVIDIA GeForce RTX 3060 Ti GPU 上，整个检测处理流程每处理一帧 720p 图像需 8 秒）。导线经平滑处理后离散为 60 段，再插值为 30 个离散段以供后续处理。对于可变形线性物体平滑，我们在平滑导致的节点位移误差（p_{smooth}）与杆的弹性势能降低量（E_{decrease}）之间进行了权衡。只要 $J_i > J_{i-1}$ 其中 i 为时间步，且 $J = E_{\text{decrease}} - m_p * p_{\text{smooth}}$，平滑就会继续。在本研究中，我们使用 MuJoCo 中实现的 DER 模型进行时间步进，并加入了一个可提供杆的势能的插件状态。我们使用相同的模型计算杆的内部力矩。

B. 结果

实验分为两个主要部分。实验的坐标系如图3中的图表所示。第一部分（**A**）中，导线在其平衡位置处的中心点（距左端沿导线长度方向25cm处）夹持在机器人末端执行器上，并通过纯平移运动移动到6个不同位置（方向保持不变）。图3显示了相对于中性位置的位置位移。选择这些位置是为了增加多样性，并选择了合适的距离，以尽可能满足离散段非平行的条件（避免出现欠定问题）。实验**A** 的实际力向量和估计力向量如图3所示。每幅图中的向量均按比例显示，以便相互比较，但不同图之间的比例尺并不一致。

第二部分（**B**）中，导线在其平衡位置处沿导线长度方向偏离中心7 cm处（距左端沿导线长度方向18cm处）夹持在机器人末端执行器上，并通过纯平移运动移动到4个不同位置。实验**B**的实际力向量和估计力向量如图4所示。表I列出了两项实验（**A** 和**B**）的总体定量结果，对比了实际（$\mathbf{F}_{\text{act}}$）力和估计（$\mathbf{F}_{\text{est}}$）力。为了评估估计力 $\mathbf{F}_{\text{est}}$ 相对于实际力$\mathbf{F}_{\text{act}}$的准确度，我们计算了若干误差指标。为评估方向精度，我们计算了两个向量之间的角度差。相对 *L2* 误差将 L2 误差除以实际力的大小进行归一化，得到 $\frac{\|\mathbf{F}_{\text{est}} - \mathbf{F}_{\text{act}}\|_2}{\|\mathbf{F}_{\text{act}}\|_2 + \varepsilon}$，其中 ε 是为避免除以零而添加的小常数。最后，为评估估计作用点的空间精度，我们计算了估计接触点与实际接触点之间的位置差，即 $\|\mathbf{p}_{\text{est}} - \mathbf{p}_{\text{act}}\|_2$，其中$\mathbf{p}$ 是力的作用位置。

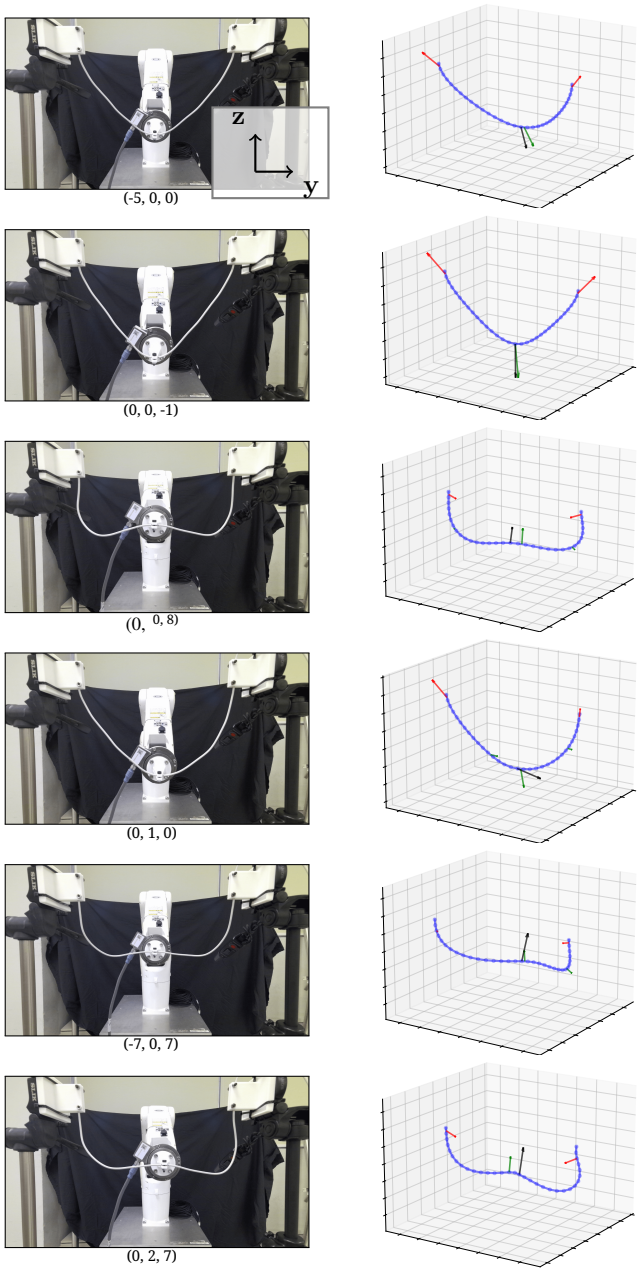


图 3. 实验**A** 中力估计的可视化结果：导线两端均被夹持，并在中心处连接到机器人末端执行器。机器人末端执行器装有力-扭矩传感器，并移动到 6 个不同位置。左列显示真实实验图像（第一张图中标出了坐标轴）以及抓持点的笛卡尔位移（下方）；右列显示平滑导线形状，以及实际力向量和估计力向量（箭头：红色——估计的端部夹持力，黑色——实际力，绿色——估计的外力）。请注意，本文未分析端部夹持力的准确性。

C. 讨论

在场景 **A4**、**A5**、**B1** 和**B4**中，检测到了额外的错误力。在我们的分析中，我们只将最大的力与感测到的实际力进行了比较。

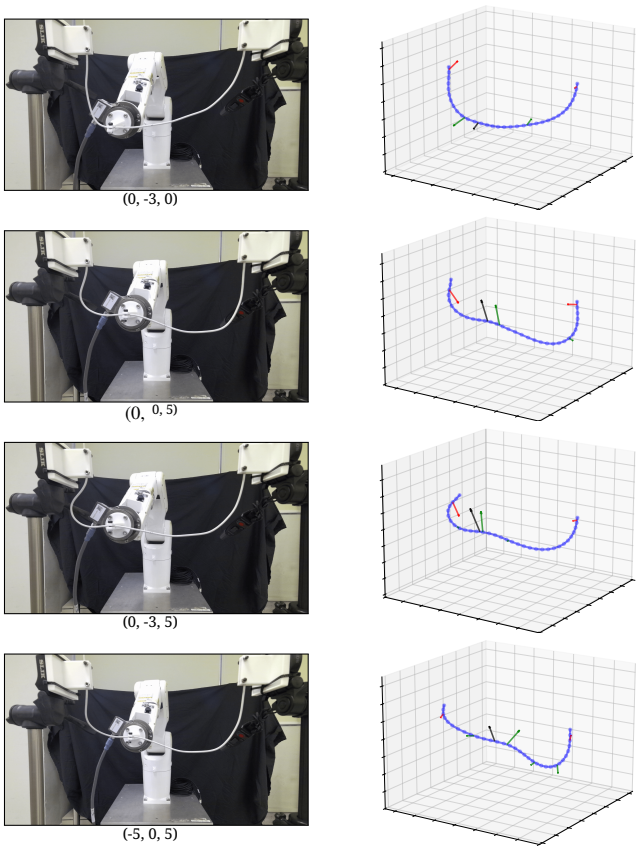


图4. 实验**B** 的力估计可视化结果，其中导线两端被夹持，并在沿导线长度方向距其中心7cm的偏移处连接到机器人末端执行器。

表I 力估计的定量结果比较

实验	相对L2误差 (N)	角度差 (°)	位置差 (mm)
A1	0.2521	0.2225	8.242
A2	0.1364	0.1176	0.0006
A3	0.1522	0.1452	24.93
A4	0.8009	0.8887	8.278
A5	0.6218	0.2091	8.422
A6	0.4223	0.0367	32.31
B1	1.0491	1.1323	33.45
B2	0.1281	0.1103	33.32
B3	0.4021	0.4133	7.494
B4	0.9419	0.9235	30.67

相对 *L2* 误差和角度差在单方向线缆位移的情况下通常较低，**B1**除外。与**A4**、**A6**和**B4**的情况一样，我们发现，该方法不易检测到 x-方向上的位移和力，导致相对 L2 误差和角度差相对较大。对于**A4** 和**B4**这两种情况，算法似乎对力进行了分解，并识别出额外的力扰动（其他绿色箭头），这些扰动包含 x-方向的分量，但我们在分析中未将其纳入考虑。

有趣的是，这些难以检测的力，是那些几乎沿着导线切向作用的力。这或许说明，当前状态下的算法不适合准确确定切向力，因为计算出的切向力对离散化线缆段的位置和方向误差以及线缆物理属性十分敏感。我们推测，这些误差可能主要由两个原因造成：导线并非具有纯弹性变形特性，以及使用深度相机确定导线位置时存在误差。后者可以通过提升检测能力来解决。前者则是一个更复杂的问题，可能会直接影响我们的结果，因为算法可能会误判导线中存在实际上并不存在的内部扭矩，因此需要进一步深入研究可变形线状物体中塑性变形的建模。

对力的施加位置的估计均低于40mm，并且实验**A**的结果优于**B**。这可能是因为导线**A** 中点处的位移产生了更多变形，而算法对此较为敏感。

VII. 结论

在本研究中，我们提出了一种根据可变形线性物体的观测形状估计其所受外力的算法。通过从静态力-力矩平衡方程中推导一致性条件，我们识别出了杆上未发生外部交互的未受扰动区段。利用这一分类结果以及DER公式中的内部刚度力矩模型，我们求解了外力的方向和大小。在机器人-线材交互过程中，通过将估计的外力与物理传感器获取的真实值读数进行比较，实验结果验证了该方法的有效性。

A. 局限性与未来工作

在我们的实验中，我们假设线缆表现为纯弹性，这并不能准确描述其真实行为。正如从线缆在大变形恢复过程中有时出现的未受扰动的折弯可以看出的那样，真实线缆会发生塑性变形。尽管在对视觉检测到的可变形线性物体进行平滑处理时，这一特性会被部分隐藏，但它确实会影响我们结果的准确性。以往针对这类线缆进行操作的研究使用了学习技术 [31], [32] ，或利用已知的物理属性直接对塑性进行建模 [33]。

使用 Azure Kinect 的飞行时间红外深度传感器进行导线检测容易产生显著噪声，尤其是在导线与其他物体接触或被其他物体遮挡的区域。这种噪声会对形状估计和力估计的精度产生不利影响。所提出的方法将从更高分辨率、更低噪声的导线检测方法中显著受益。这仍是可变形线性物体感知领域中一个活跃的研究方向 [30], [34]–[36]。

参考文献

[1]A. Schlechter与D. Henrich，“操作可变形线性物体：用于检测接触状态转换的力信号特征”，2001年。

[2] A. X. Lee、H. Lu、A. Gupta、S. Levine与P. Abbeel，“从多次演示中学习可变形物体的基于力的操作”，载于2015年IEEE国际机器人与自动化会议（ICRA）。IEEE，2015年，第177–184页。[3] N. Nakagawa与H. Mochiyama，“利用具备力感知的机器人机械臂对弹性杆进行实时形状估计”，载于2018年IEEE/RSJ智能机器人与系统国际会议（IROS）。IEEE，2018年，第8067–8073页。[4] F. S¨uberkr¨ub、R. Laezza与Y. Karayiannidis，“感受张力：利用力信息在带固定装置的环境中操作可变形线性物体”，载于2022年IEEE/RSJ智能机器人与系统国际会议（IROS）。IEEE，2022年，第11216–11222页。[5] H. Zhong、Z. Xu、G. Ma、M. Yu与X. Li，“用于以力控制塑形可变形线性物体的基于回归器的模型自适应”，载于2023年IEEE国际机器人会议与仿生学（ROBIO）。IEEE，2023年，第1–7页。[6] M. Bergou、M. Wardetzky、S. Robinson、B. Audoly与E. Grinspun，“离散弹性杆”，载于ACM SIGGRAPH 2008论文集，2008年，第1–12页。[7] A. Wahrburg、J. B¨os、K. D. Listmann、F. Dai、B. Matthias与H. Ding，“面向机器人机械臂的笛卡尔接触力与力矩的基于电机电流的估计及其在力控制中的应用”，IEEE自动化科学与工程汇刊，第15卷，第2期，第879–886页，2017年。[8] G. Wang、Z. Wang、B. Huang、Y. Gan与F. Min，“面向机器人机械臂的基于EKF力矩融合的主动柔顺控制”，IEEE机器人与自动化快报，第8卷，第5期，第2668–2675页，2023年。[9] S. Shan与Q.-C. Pham，“无力/力矩传感器的精细机器人操作”，IEEE机器人与自动化快报，第9卷，第2期，第1206–1213页，2023年。[10] T. Bretl与Z. McCarthy，“基于平衡构型几何分析的Kirchhoff弹性杆准静态操作”，《国际机器人研究杂志》，第33卷，第1期，第48–68页，2014年。[11] A. Borum与T. Bretl，“Kirchhoff弹性杆的自由构型空间是道路连通的”，载于2015年IEEE国际机器人与自动化会议（ICRA）。IEEE，2015年，第2958–2964页。[12] R. Takano、H. Mochiyama与N. Takesue，“基于力/力矩传感器的Kirchhoff弹性杆实时形状估计”，载于2017年IEEE机器人与自动化国际会议（ICRA）。IEEE，2017年，第2508–2515页。[13] J. L. Novak与J. T. Feddema，“用于全臂避障的电容式接近传感器”，桑迪亚国家实验室，阿尔伯克基，新墨西哥州（美国），技术报告，1991年。[14] A. Albini、F. Grella、P. Maiolino与G. Cannata，“利用分布式触觉传感器驱动机械臂穿越障碍物”，IEEE机器人与自动化快报，第6卷，第3期，第4361–4368页，2021年。[15] K. Nuelle、M.-J. Schulz、S. Aden、A. Dick、B. Munske、J. Gaa、J. Kotlarski与T. Ortmaier，“移动机器人中的力感知低成本机械臂”，载于2017年第三届控制、自动化与机器人国际会议（ICCAR）。IEEE，2017年，第196–201页。[16] A. De Luca与R. Mattone，“无传感器机器人碰撞检测与混合力/运动控制”，载于2005年IEEE国际机器人与自动化会议论文集。IEEE，2005年，第999–1004页。[17] S. Haddadin、A. Albu-Schaffer、A. De Luca与G. Hirzinger，“碰撞检测与响应：对安全物理人机交互的一项贡献”，载于2008年IEEE/RSJ智能机器人与系统国际会议。IEEE，2008年，第3356–3363页。[18] C.-N. Cho、J.-H. Kim、S.-D. Lee与J.-B. Song，“利用残差观测器在七自由度服务机器人手臂上进行碰撞检测与响应”，《机械科学与技术杂志》，第26卷，第4期，第1197–1203页，2012年。[19] S. Haddadin、A. De Luca与A. Albu-Sch¨affer，“机器人碰撞：关于检测、隔离与识别的综述”，IEEE机器人学汇刊，第33卷，第6期，第1292–1312页，2017年。[20] L. D. Phong、J. Choi与S. Kang，“利用关节力矩传感器对机器人机械臂进行外力估计”，载于2012年IEEE机器人与自动化国际会议，2012年，第4507–4512页。[21] D.-H. Lee、W. Hwang与S.-C. Lim，“在无力/力矩传感器的情况下利用摄像机与电流进行交互力估计”，IEEE传感器杂志，第18卷，第21期，第8863–8872页，2018年。[22] C. Gaz与A. De Luca，“基于已辨识机器人动力学系数的负载估计——及其在碰撞检测中的应用”，载于*2017*年*IEEE/RSJ*智能机器人与系统国际会议（*IROS*）。IEEE，2017年，第3033–3040页。[23] S. Shan和Q.-C. Pham，“利用模型预训练实现无传感器接触估计的快速负载校准”，*IEEE*机器人与自动化快报，2024年。[24] L. Han、W. Xu、B. Li和P. Kang，“基于动量观测器、无需力/力矩传感的双臂机器人碰撞检测与协调柔顺控制”，*IEEE/ASME*机电一体化汇刊，第24卷，第5期，第2261–2272页，2019年。[25] L. Manuelli和R. Tedrake，“使用本体感知传感器定位外部接触：接触粒子滤波器”，载于*2016*年*IEEE/RSJ*智能机器人与系统国际会议（*IROS*）。IEEE，2016年，第5062–5069页。[26] T. Pang、J. Umenberger和R. Tedrake，“从串联机械臂的关节力矩测量中识别外部接触及其局限性”，载于*2021*年*IEEE*机器人与自动化国际会议（*ICRA*）。IEEE，2021年，第6476–6482页。[27] E. Magrini和A. De Luca，“冗余机器人中的人机共存与接触处理”，载于*2017*年*IEEE/RSJ*智能机器人与系统国际会议（*IROS*）。IEEE，2017年，第4611–4617页。[28] E. Todorov、T. Erez和Y. Tassa，“MuJoCo：用于基于模型控制的物理引擎”，载于*2012*年*IEEE/RSJ*智能机器人与系统国际会议。IEEE，2012年，第5026–5033页。[29] Q. J. Chen、T. Bretl和Q.-C. Pham，“使用广义坐标中的离散弹性杆对可变形线性物体进行精确仿真和参数辨识”，2025年。 [在线]。可访问：https://arxiv.org/abs/2310 00911 。[30] S. Zhaole、H. Zhou、L. Nanbo、L. Chen、J. Zhu和R. B. Fisher，“三维可变形线性物体的鲁棒感知流程：从分割到重建”，*IEEE*机器人与自动化快报，第9卷，第1期，第843–850页，2023年。[31] R. Laezza和Y. Karayiannidis，“学习可变形弹塑性线性物体的形状控制”，载于*2021*年*IEEE*机器人与自动化国际会议（*ICRA*）。IEEE，2021年，第4438–4444页。[32] C. Matl和R. Bajcsy，“利用弹性手和基于模型的强化学习塑造可变形弹塑性物体”，载于*2021*年*IEEE/RSJ*智能机器人与系统国际会议（*IROS*）。IEEE，2021年，第3955–3962页。[33] D. Terzopoulos和K. Fleischer，“可变形模型”，*The Visual Computer*，第4卷，第6期，第306–331页，1988年。[34] A. Caporali、K. Galassi、B. L. ˇZagar、R. Zanella、G. Palli和A. C. Knoll，“RT-DLO：可变形线性物体实时实例分割”，*IEEE*工业信息学汇刊，第19卷，第11期，第11 333–11 342页，2023年。[35] J. Xiang、H. Dinkel、H. Zhao、N. Gao、B. Coltin、T. Smith和T. Bretl，“TrackDLO：利用运动连贯性跟踪遮挡下的可变形线性物体”，*IEEE*机器人与自动化快报，第8卷，第10期，第6179–6186页，2023年。[36] K. Lv、M. Yu、Y. Pu、X. Jiang、G. Huang和X. Li，“学习从单帧遮挡点云估计可变形线性物体的三维状态”，*arXiv*预印本*arXiv:2210.01433*，2022年。