基于 L 矩的视距/非视距信道表征，采用用于到达角低功耗蓝牙恒定音调扩展测量的四参数 Kappa 分布

Hamed Talebian, Aamir Mahmood, *IEEE* 高级会员 Mikael Gidlund, *IEEE* 会士

arXiv:2602.01229v1 [cs.IT] 1 Feb 2026

摘要—**低功耗蓝牙（BLE）恒音调扩展（CTE）传输可提供同相与正交（IQ）样本，其经验统计特性受传播环境显著影响；尤其是视距（LOS）与非视距（NLOS）条件下的分布存在明显差异。在非视距环境中，多径引起的失真通常会降低到达角（AoA）估计精度。现有低功耗蓝牙测向数据集很少提供严格控制的 IQ 级配对视距/非视距测量及严谨的统计验证；而常用的平坦衰落模型可能无法充分描述具有重尾功率分布的复杂室内环境。为解决这些局限，我们使用商用现成模块开展了配对几何条件下的低功耗蓝牙到达角测量活动，在匹配的锚点–标签条件下采集了 132,000 个带标签的 CTE 数据包。通过结合单变量和多变量标准的稳健预处理阶段，剔除了异常 CTE。针对由 IQ 推导的功率特征进行的逐特征假设检验证实，视距/非视距具有很强的可分性。所有均值差异在 $\alpha \leq 0.01$ 水平均具有统计显著性，且调整后的 $\mathbf{P} \leq 10^{-6}$；此外，92% 的逐特征方差差异具有显著性。我们进一步计算 L 矩比（LMR），并在 L 矩比图（LMRD）中进行分析，结果表明，与视距子集相比，非视距子集具有明显更重的尾部和更强的不对称性。根据 L 矩比拟合的 Kappa 族分布显著改善了双评分 L 矩拟合优度（GoF）。具体而言，对于非视距，$\mathbf{D}_{\mathrm{NLOS}} = 3.20 \times 10^{-4}$，这是 LMRD 中最小的差异，且标准化 L 峰度偏差接近零（$\mathbf{Z}_{\mathrm{NLOS}} = 1.18 \times 10^{-2}$）。作为一种实践应用，我们对 L 矩统计量进行自监督聚类，获得了比乘积矩更具可分性的表示。据我们所知，这是首次将 L 矩分析应用于低功耗蓝牙到达角恒定音扩展测量，得到了紧凑稳健的描述量，可用于到达角预处理、视距/非视距检测，以及重尾传播环境下的真实仿真。**

索引词—**到达角（AoA）估计、低功耗蓝牙、恒音调扩展（CTE）、无线信道建模、非视距（NLOS）传播、稳健统计建模。**

I. 引言

Bluetooth 低功耗蓝牙（BLE）测向平台推动了轻量级感知技术在室内工业、医疗保健和物流环境中的大规模部署，这得益于商用硬件的广泛普及和低功耗运行。在此类系统中，恒音调扩展（CTE）期间采集的同相与正交（IQ）样本受到传播环境的显著影响。在视距（LOS）条件下，主导的直达分量通常会带来更稳定的信号统计特性；而非视距（NLOS）条件则会引入遮挡、散射和丰富多径，并通过阴影衰落和相位相关叠加改变IQ分布。这些信道引起的效应直接体现在IQ层面，可能严重影响下游处理；因此，基于CTE IQ测量可靠地检测视距/非视距是实现稳健运行的一项关键功能。作为一种实用的机器学习辅助解决方案，视距/非视距分类可作为辅助推理阶段集成到系统中，以便对预处理和建模进行条件化。因此，对传播状态参数进行人工智能辅助估计——尤其是视距/非视距分类——能够实现基于传播环境的预处理以及逼真的信道建模/仿真，从而提升复杂室内环境中的稳健性 [1]。

近年来出现了若干低功耗蓝牙到达角数据集和工具。MATLAB教程和 [2], 等工具主要关注典型信道损伤（加性高斯白噪声、载波相位偏移（CFO）补偿等），以及通过使用合成IQ数据和基础处理模块进行仿真时这些损伤对到达角处理链的影响。使用商用接收机开展的室内测量活动（例如，[3]–[5]）报告了实际部署场景下的到达角估计性能，尤其关注定位误差和基于相位的到达角估计。互补的仿真框架 [6]可在可配置的阵列几何结构和信道模型下生成合成IQ数据，旨在分析克拉美–罗下界。这些研究有助于评估到达角估计算法和端到端定位性能，并推动了低功耗蓝牙测向的实验工作。

然而，从IQ级视距/非视距信道建模的角度来看，现有的低功耗蓝牙 AoA数据集和模型存在若干局限。首先，视距和非视距测量通常未在严格匹配的锚点—标签位置几何条件下配对；障碍物和遮挡只是场景中的偶然因素，而非经过系统配置，以生成具有相同空间配置且带类别标签的视距/非视距实现。因此，很难区分传播条件的影响与几何条件变化的影响。其次，大多数分析和仿真框架依赖加性高斯白噪声或简单的平坦衰落假设，例如瑞利或莱斯模型；在复杂室内环境中，由IQ推导的功率的幅度统计特性可能呈偏斜分布和重尾特征，因此这些假设可能并不适用。第三，尽管系统级研究通常假定存在视距/非视距分离，但在BLE AoA的IQ级数据中，仍缺乏经过严格统计验证的视距/非视距标签，尤其是适用于机器学习（ML）的大规模数据集。

与此同时，来自无线信道测量和其他领域的越来越多的证据表明，重尾和离群值会严重影响经典的基于乘积矩的统计量。在室内和工业无线电信道中，偶发的强多径分量和深衰落会导致经验幅度分布呈现显著的偏度和峰度，而这些特征难以由轻尾高斯模型充分描述。

H. Talebian、A. Mahmood 和 M. Gidlund 任职于瑞典松兹瓦尔 851 70 中瑞典大学计算机与电气工程系（电子邮件：hamed.talebian@miun.se）

在此类情况下，普通的高阶矩可能具有较大的抽样方差，甚至有限矩是否存在都值得怀疑。L矩 [7]提供了一种稳健的替代方法，因为它们是次序统计量的线性函数，对极端值不太敏感，并且能够产生无量纲的比值，例如 L-偏度和 L-峰度，从而比传统矩更可靠地概括分布形状和尾部行为。在 L偏度–L峰度图/L 矩比图（LMRD）中绘制时，经验L矩比（LMRs）会形成若干簇，这些簇可以与灵活的参数分布族相匹配，例如四参数 Kappa 分布 [8]，该分布将多个广义极值模型和重尾模型涵盖为其特例。尽管L矩已成功应用于水文学和网络流量建模（例如， [9]–[12]），但据我们所知，将其用于无线电信道的物理层表征，尤其是用于低功耗蓝牙到达角恒定音调扩展测量的视距/非视距信道分离，尚未得到探索。

这些观测促使我们提出以下问题。为设计稳健的蓝牙低功耗到达角系统以及数据驱动的视距/非视距检测器，我们需要：（i）一份在相同几何条件下紧密配对的视距/非视距IQ采集数据集，并由真实的蓝牙低功耗到达角硬件采集；（ii）能够在IQ导出特征层面严格验证视距/非视距可分性的统计流程；以及（iii）能够刻画室内蓝牙低功耗功率统计中重尾与非对称行为、并超越经典瑞利／莱斯假设的IQ级视距/非视距信道表征。

在本研究中，我们通过将受控的蓝牙低功耗到达角测量活动与基于L矩的统计建模框架相结合，来弥补这些不足。我们在真实室内环境中使用现成的蓝牙低功耗到达角平台，提供一组CTE 数据包，其中包含在严格配对的视距/非视距条件下、针对相同锚点–标签位置与朝向采集的IQ样本。一套稳健的预处理流程采用单变量与多变量相结合的异常值检测方法，剔除异常的CTE 数据包。随后，针对视距与非视距子集的一阶矩和二阶矩相等性，逐特征实施统计假设检验，以在完整的64维IQ导出功率特征空间中验证视距/非视距可分性。在这一经过验证的数据集基础上，我们估计每个特征的L矩比，分析LMRD中的视距与非视距簇，并在L矩比域中拟合四参数Kappa族分布。随后，将拟合得到的Kappa 模型与标准衰落分布在基于L矩的拟合优度（GoF）方面进行比较，并特别关注重尾非视距情形及其对到达角预处理和基于机器学习的视距/非视距分类的影响。就此而言，我们的主要贡献如下：

- 用于视距/非视距信道分类的成对低功耗蓝牙*IQ*数据集：我们设计并开展了一项低功耗蓝牙到达角恒定音调扩展测量活动，在严格相同的锚点–标签位置和朝向下记录视距与非视距采集数据，从而获得一个大规模、带类别标签的IQ数据集，适用于机器学习和信道表征。
- 视距/非视距分离的 *IQ* 级统计验证：我们制定稳健的异常值剔除规则并应用对 64 个由 IQ 导出的功率特征逐项进行 Welch 检验和莱文检验，结果表明，在整个天线–样本网格中，视距/非视距在均值以及大多数特征的方差上均存在显著且广泛的差异。
- 基于*L*矩的信道表征与*Kappa*族建模：我们估计各项特征的L矩比，展示了LMRD中清晰的视距/非视距簇，并表明，与传统的瑞利/莱斯衰落分布相比，Kappa族概率分布的基于L矩的拟合优度显著更高；这一优势在重尾行为占主导的非视距信道中尤为明显。
- 对机器学习辅助到达角估计和机器学习预处理的启示：我们认为，所得的L矩/Kappa描述符可构成紧凑、稳健的特征，用于视距/非视距检测和逼真的低功耗蓝牙到达角信道仿真；它们还可集成到到达角预处理链和机器学习模型中，以提升重尾信道条件下的稳健性。作为示例，我们在DBSCAN框架下比较了采用传统乘积矩与L矩比的聚类性能。该比较凸显了基于L矩的表示在聚类能力和稳定性方面的优势，证明了L矩比分析对下游机器学习任务的有效性。

本文结构如下。第二节介绍统计框架，包括同相与正交-功率特征定义、异常值检测方法、针对一阶矩的假设检验，以及 L矩/Kappa 建模工具。第三节详细介绍实验设置、硬件平台、室内测量环境，以及用于生成成对视距/非视距恒音调扩展数据的测量活动。第四节展示实验结果，包括示例分析、假设检验结果，以及拟合 Kappa 分布后的 LMRD。最后，结论部分总结主要发现，并概述未来的研究方向。

II. 统计框架

本研究选择统计工具的主要标准，是其能否验证实验设置是否能够可靠地捕获两个不同的数据集类别，即视距和非视距。由于经典假设检验程序对离群值较为敏感，我们首先介绍三种互补的异常值检测方法，以确保数据完整性。随后，我们回顾适当的假设检验技术，用于评估两类数据在一阶矩方面的差异。最后，采用 L矩分析来验证视距和非视距数据子集的经验分布特征，并识别拟合效果最佳的分布模型。

在蓝牙5.1测向的背景下，IQ样本指低功耗蓝牙接收基带信号的同相（I）和正交（Q）分量（参见 [13]），由接收机在恒音调扩展（CTE）处理期间随时间采集。恒音调扩展是一种新方法，可在协议数据单元（PDU）字段之后的普通蓝牙数据包中请求并发送短时连续波（CW）信号 [14]。它包含一系列持续调制的未白化“1”，其中每个“1”都包含IQ样本。这些样本保留了入射射频波的幅度和相位信息，

从而能够计算各天线单元之间的相对相位差，以实现蓝牙低功耗到达角定位。根据天线布局和切换模式，可在一次恒定音调扩展测量中生成一系列不重复的IQ样本。本文将每个IQ样本的绝对值视为一个特征，并将标量功率特征定义为

$$X_j^{(n)} = \left|I_j^{(n)} + jQ_j^{(n)}\right|^2 = \left|(I_j^n)^2 + j(Q_j^n)^2\right|. \quad (1)$$

将 (1) 中的 $10\log_{10}(.)$ 映射后，可得到分贝尺度下的功率值。收集得到一个 k 维列向量，其特征为 $\mathbf{X}^{(n)} = (\mathbf{X}_1^{(n)}, \cdots, \mathbf{X}_k^{(n)})$。对于每个同相与正交采样索引 $j \in \{1, \cdots, k\}$，集合 $\{X_j^{(n)}\}_{n=1}^N$ 收集视距和非视距测量值的 N 个 CTE 数据包，从而为该天线—采样索引对构建用于假设检验和 L-矩估计的单变量观测。

A. 异常值检测器

采用三种异常值检测器，因为它们对恒定音调扩展同相正交功率数据中的不同类型异常具有敏感性。四分位距规则是一种简单的单变量滤波器，可独立标记每个特征中远超四分位数界限的观测值，但它可能对偏度和重尾敏感。如 [15, p.56] 所示，$X_j^{(n)}$ 是离群值，当 $X_j \notin [\,q_1 - k\,\mathrm{IQR}\;\; q_3 + k\,\mathrm{IQR}\,]$ 且 $\mathrm{IQR} = q_3 - q_1$ 时，k 系数设为 1.5，以检测轻度离群值。该规则可捕捉测量活动期间引入的偶发异常（例如，由移动障碍物导致传播环境突然发生时间变化、同址短距离无线设备产生的瞬态干扰、短暂的硬件故障或同步故障等），这些异常未必反映视距与非视距子集数据集之间系统性或具有物理意义的差异。

此外，基于中位数绝对偏差的方法是一种单变量但更稳健且不依赖分布的尺度估计量，因为它使用中位数和尺度不变偏差度量，因此即使边缘分布为非高斯分布，也能检测极端偏差。MAD 定义如下:

$$\mathrm{MAD}_j = \mathrm{median}\big(|X_j^{(n)} - \tilde{X}_j|\big)$$
$$z_j^{(n)} = \frac{\alpha\left(X_j^{(n)} - \tilde{X}_j\right)}{\mathrm{MAD_j}}. \quad (2)$$

在方程 (2) 中，$\tilde{X}_j$ =median($\{X_j^{(n)}\}_{n=1}^N$)、α的尺度因子以及阈值 (τ) 的设定决定了如何标记离群值。

相比之下，基于最小协方差行列式（MCD）的异常值检测明确采用多变量方法。它根据协方差结构，测量每个 k 维观测值（列）向量与稳健估计的联合中心之间的距离，因此即使没有任何单个特征值在各自维度上特别极端，也能识别出特征值组合异常的点。该方法通过最小化适当函数的权重来近似均值和协方差矩阵，然后计算马氏距离 [16]，其定义如下:

$$d_j^2 = (\mathbf{X}^{(n)} - \hat{\mu}_{\mathrm{MCD}})^\top \hat{\Sigma}_{\mathrm{MCD}}^{-1} (\mathbf{X}^{(n)} - \hat{\mu}_{\mathrm{MCD}}). \quad (3)$$

MCD统计量估计器会选择一个子集大小（基于数据集统计量）进行最小化，该大小对应较高的崩溃点，同时保持数据包数量与IQ特征数量之间的适宜比例。因此，所得的稳健统计量估计和马氏距离可视为联合特征空间的稳定概括。在椭圆对称假设下，如果某个观测值的 d_j^2 大于具有 p 个自由度且分位数可接受的卡方分布阈值，则该观测值为离群值。

四分位距规则主要标记由单个物理测量值中的随机波动所导致的离群值，而 MAD规则更擅长识别那些导致边缘（逐特征）分布出现重尾的观测值。此外，若将每个视距和非视距标签视为来自联合经验分布的实现值，则 MCD 尤为适用，因为它能够捕捉相对于稳健中心和协方差结构的多变量偏差。因此，组合应用这三种规则时，保留下来的观测值主要代表各子集的中心统计趋势，从而得到更干净的视距和非视距数据集，更适合后续分析，但代价是 CTE测量值数量大幅减少。

B. 普通矩的统计检验

对于每个列特征向量$\mathbf{X^{(n)}}_{\mathbf{j}}$，观测值按类别条件分组，其样本均值为 X_j^m，方差为$(S_j^m)^2$ 和 $m \in M = \{0, 1\}$，分别对应视距子集和非视距子集。为检验类别间均值差是否相等，Welch 非等方差 t–统计量(t_j)及自由度（DoF）(ν_j) [17,秒。10.2]定义如下

$$t_j = \frac{\bar{X}_j^1 - \bar{X}_j^0}{\sqrt{\frac{(S_j^1)^2}{N_j^1} + \frac{(S_j^0)^2}{N_j^0}}} \quad \nu_j = \frac{\left(\frac{(S_j^1)^2}{N_j^1} + \frac{(S_j^0)^2}{N_j^0}\right)^2}{\frac{(\frac{(S_j^1)2}{N_j^1})^2}{N_j^1 - 1} + \frac{(\frac{(S_j^0)^2}{N_j^0})^2}{N_j^0 - 1}}. \quad (4)$$

在零假设 H_0 : $\bar{X_j}^0 = \bar{X_j}^1$下，将双侧$p$–数值与t分布进行比较。因此，同时实施K次假设检验，以拒绝或接受均值等效性。若被拒绝，则视距子集与非视距子集之间的均值数值差异具有统计显著性，并可确认它们来自不同的分布。类似地，将Levene检验 [18] 应用于IQ绝对值，通过构造绝对偏差来评估方差齐性，如 $Z_j^n = \left|X_j^{(n,m)} - T_j^m\right|$ 其中 T_j^m为 M中每一类的组中心（例如均值），随后计算类似方差分析的统计量，计算方式为

$$W = \frac{(N-2)N_j^{(n),0}(\bar{Z_j}^{(n),0}) + N_j^{(n),1}(\bar{Z_j}^{(n),1})}{\sum_{j=1}^{N_j}\left(Z_j^{(n),0} - \bar{Z_j}^{(n),0}\right)^2 + \sum_{j=1}^{N_j}\left(Z_j^{(n),1} - \bar{Z_j}^{(n),1}\right)^2}. \quad (5)$$

在方程 (5) 中，$\bar{Z}^{(n)}{}_{,\,j}{}^{\,m}$ 是 Z_j的总体均值，而 N_j是每组（视距/非视距）的观测值数量。将方差相等的零假设 H_0 : $(\sigma_j^0)^2 = (\sigma_j^1)^2$,与 F 分布进行比较；若$W > F_{1-\alpha;N-2}$（等价地，相关的 $p \le \alpha$）在 α 水平上，则拒绝该假设。此外，使用 Benjamini–Hochberg 错误发现率（BH-FDR）程序 [19] 作为并行假设检验的校正指标，以控制所有被拒绝假设中错误拒绝所占比例的期望值。给定 m p值，并按 $p_{(1)} \le \cdots \le p_{(m)}$排序后，BH-FDR 拒绝所有

满足 $p_{(k)} \le \frac{k}{m} q$的最大索引 k 之前的假设，其中 q 是目标 BH-FDR 水平。一阶矩不等式检验依赖于观测值的渐近正态性。在我们的情形中，每个 IQ 派生特征统计量都是根据每个类别数千个 CTE 数据包估计得出的；因此，即使底层边缘功率分布为非高斯分布，中心极限定理仍能保证检验统计量可由渐近分布很好地近似。综合来看，这些检验指出了哪些特征的视距样本和非视距样本在集中趋势和离散程度上均具有统计显著性，从而证实这两个类别对应不同的底层传播条件，并证明采用类别特定建模和分类是合理的。

C. L 矩统计

L 矩分析是一种基于 L矩描述、估计和检验概率分布的框架。L矩是次序统计量的线性组合的期望，而非一阶统计量的整数次幂。形式上，对于任何均值有限的随机变量（r.v.），第 (r) 阶 L矩 (λ_r)均存在，并能唯一刻画其底层分布 [8]。由于 L矩与数据呈线性关系，与传统矩相比，它们对抽样变异和离群值的敏感度显著较低；对于高阶普通矩可能不存在或难以准确估计的重尾分布，L矩仍能保持良好的性质。这种稳健性使 L 矩分析对于极值和小样本建模尤为重要，能够实现更可靠的参数估计、分位数估计和拟合优度（GoF）检验。

1) L 矩定义

设 X 为一个实值随机变量（r.v.），其累积分布函数（CDF）为 $F(x) = P_r[X \le x] = u$，其（左连续）分位数函数定义为 $Q(u) = \inf\{x : u \le F(x)\}$，且 $u \in (0, 1)$。严格递增累积分布函数的特殊情形为 $Q(u) = F^{-1}(x)$，且 $F(Q(u)) = u$。第 (r) 阶 L矩，记作 λ_r，表示样本次序统计量特定线性组合的期望，其定义如下

$$\begin{aligned}\lambda_r &= \frac{1}{r}\sum_{k=0}^{r-1}(-1)^k \binom{r-1}{k} \mathbb{E}[X_{r-k:r}] \\ &= \int_0^1 Q(u)\, P^*_{r-1}(u)\, du \quad r \in \mathbb{Z}_{\ge 1}.\end{aligned} \tag{6}$$

等价地，在方程(6)中，λ_r 可表示为分位数积分形式，其中 $Q(u)$表示潜在分布的分位数函数，而 $P^*_r(u) = P_r(2v-1)$是单位区间 [7]上次数为 r 的第(r)个归一化平移勒让德多项式。变换 $u = 2v - 1$ 将原本在 $[-1, 1]$ 上正交的标准勒让德多项式 $P_r(u)$重新缩放至概率域 $u \in (0,1)$，从而保持其正交性，并可直接应用于 L 矩理论。可以证明，方程(6)具有如下离散形式：

$$\lambda_{r+1} = \sum_{k=0}^{r} p^*_{r,k}\alpha_k = \sum_{k=0}^{r} p^*_{r,k}\beta_k. \tag{7}$$

在方程(7)中，$\alpha_k = \int_0^1 Q(u)(1-u)^r\, du$和$\beta_k = \int_0^1 Q(u)\, u^r\, du$的多项式是随机变量的概率加权矩，可解释为潜在分布 $Q(u)$的分位数函数与等价多项式 [8]、$p^*_{r,\,k}$加权后的积分，其定义如下：

$$P^*_r(u) = \sum_{k=0}^{r} p^*_{r,k} u^k = \sum_{k=0}^{r} \frac{(-1)^{r-k}(r+k)!}{(k!)^2\,(r-k)!}\, u^k. \tag{8}$$

方程 (8) 中使用的唯一正交移位勒让德多项式具有显式形式，可为所有 L矩核提供闭式系数，并在已知分位数函数 $Q(u)$ 时，便于对 λ_r 进行解析评估。这个显式基确保 L 矩在包括重尾分布在内的广泛分布中保持正交性、线性和数值稳定性。 $\lambda_r \in \{1, 2, 3, 4\}$ 的前四个 L矩分别发挥着类似于位置、尺度、偏度和峰度的作用。单个极端观测值只能通过有界权重影响 λ_r ；相比之下，对于传统高阶矩，数值较大的离群值会被提升到高次幂，从而主导估计。因此，在重尾情况下以及存在污染时，L矩的抽样方差和偏差更小。

2) L 矩比

为获得分布形状的无尺度度量，L 矩比（LMRs）定义为

$$\tau_2 = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \qquad \tau_3 = \frac{\lambda_3}{\lambda_2} \qquad \tau_4 = \frac{\lambda_4}{\lambda_2}. \tag{9}$$

这些比率使用分布的线性泛函而非多项式泛函，将变异系数（CV）、偏度和峰度的概念加以推广，从而得到对离群值和重尾具有显著更强稳健性的估计量。无量纲比率 (τ_3, τ_4) 能够在比传统矩比广泛得多的一类分布中，稳定地衡量偏度和峰度，且不受尺度影响。在温和条件下即可存在，且对极端值的敏感性较低；这正是 L矩分析特别适用于对重尾和极值现象建模的关键原因。

理论 L矩是为分析常见理论概率分布而定义的，但在实际应用中，必须根据有限数量的观测值/测量值对其进行估计。给定一个样本 $x_{1:n}$ 及其次序统计量 $x_{(1)} \le \cdots \le x_{(n)}$，标准的概率加权矩（PWM）估计量（参见附录 A）定义如式（15）所示。随后，通过式（6）、（7）和（18）以类似方式生成 L矩及其比率；为清楚起见，将变量名从 λ_r 改为 ℓ_r （参见附录B）。 ℓ_r 是 λ_r 的无偏估计量，适用于中到大样本量，正如 [8] 中针对 $n \ge 1000$所述。对于 LMRD 中的视距/非视距分离，CTE测量值足以使抽样变异可以忽略不计；对于重尾分布，L矩和 L矩比估计量收敛迅速。

*3）Kappa*族经验分布

鉴于视距子集与非视距子集的特征分布具有轻度异质性，确定单一精确的经验母分布并非我们的主要目标。相反，目标是获得一个分布模型，该模型

能够为经验数据提供最接近的实用近似。尽管若干分布族都可能拟合这些观测值，但有意义的刻画需要考察经验分布的下尾、上尾以及整体形状。因此，恰当的方法是 Kappa 分布族。

令（κ, h）表示两个形状参数，（ξ, α）表示位置和尺度参数，其中 $\alpha > 0$。变换后的变量 $t(x)$ 及其对应的累积分布函数和概率密度函数定义如下（Kappa L 矩请参见附录D）

$$\begin{aligned} t(x) =& 1 - \frac{\kappa(x-\xi)}{\alpha} \\ F(x) =& \begin{cases} \exp\left[-t(x)^{1/\kappa}\right] & h \approx 0 \\ \left(1 - h\left(t(x)^{1/\kappa}\right)\right)^{1/h} & \text{otherwise} \end{cases} \\ f(x) =& \frac{1}{\alpha}\, t(x)^{1/\kappa - 1}\, F(x)^{1-h}. \end{aligned} \tag{10}$$

方程 (10) 推广了几种重要的三参数模型。用于极值建模的特殊分布包括广义极值分布（GEV）（$h = 0$）、广义逻辑分布（GLO）（$h = -1$）和广义帕累托分布（GPA）（$h = +1$）。额外的形状参数使 Kappa 多了一个自由度，可以独立于偏度和尺度控制尾部行为。在 LMRD 中，这意味着 Kappa 族在（τ_3, τ_4）平面上覆盖更广的区域，并且能够近似三参数子族中任何一种都无法涵盖的更多组合。因此，当候选模型通过匹配 L 矩进行拟合时，Kappa分布往往能够更接近经验点。与限制更严格的三参数模型相比，这种灵活性的提升通常能使模型对特定数据集获得更好的经验拟合优度。

4) 拟合优度（*GoF*）研究

预计 Kappa 分布能够获得更好的拟合优度，但必须比较相关统计量，以评估其严谨性并避免过拟合。通常使用 Z 分数和统计距离度量，定义如下：

$$\begin{aligned} D^{\text{dist}} &= \sqrt{(\tau_3^{\text{dist}} - \tau_3^{\text{sample}})^2 + (\tau_4^{\text{dist}} - \tau_4^{\text{sample}})^2} \\ Z^{\text{dist}} &= \sigma_{\tau_4}^{-1}(\tau_4^{\text{dist}} - \tau_4^{\text{sample}}). \end{aligned} \tag{11}$$

τ_3^{sample}和 $\tau_{\text{样本}\,4}$从观测值中提取，只要样本数量足够，它们就是无偏估计量（其他选项见 [20] ）。在这种情况下， σ_{τ_4} 也可用作总体的标准差，其自由度为 1，但需进行自助法或 L-峰度偏差因子补偿等修正。由于 Z 值基本上服从高斯分布，一个简单的接受/拒绝经验法则是：$|Z^{\text{dist}}| \le 1.54$ 给定 95% 置信区间 [8, p.83]。$|D^{\text{dist}}|$ 量化了理论 L矩比与经验 L矩比之间的几何分离度；根据定义，越接近越好。因此，联合评估 $|Z^{\text{dist}}|$和 $|D^{\text{dist}}|$，能够对相互竞争的分布模型作出可靠的接受或拒绝决策。由于 L-峰度（τ_4）主要对极端值敏感，因此它反映了分布对重尾行为的刻画能力。相比之下，D 分数通过计算经验点与最近理论分布点之间的欧几里得距离，联合评估τ_3 和 τ_4 在 LMRD 中，从而量化整体形状一致性。

5) 小结

利用 L 矩和 Kappa 分布，可对从 IQ 样本中获得的经验功率分布进行稳健且灵活的统计描述。在非视距条件下，室内多径和遮挡效应会产生重尾、偏斜且受离群值污染的数据；对于这类数据，传统的（集中趋势）矩和高斯/瑞利型模型可能不稳定或产生误导。L 矩提供了与尺度无关的变异性、偏度和峰度度量，即使在重尾情况下也能保持定义良好，因此适合用于比较 LMRD 中的视距和非视距场景。此外，还采用四参数 Kappa 分布作为灵活的母模型，其 L 矩比覆盖 LMRD 的广阔区域，并能贴合不同传播条件下的经验值（τ_3， τ_4），从而支持更准确的拟合优度评估、参数建模以及用于视距/非视距判别的下游机器学习。

D. 带噪声的基于密度的应用空间聚类（*DBSCAN*）

DBSCAN 是一种无监督的基于密度的聚类方法，它利用局部邻域基数 [21]将数据集 $\mathcal{X} = \{x_i\}_{i=1}^{N} \subset \mathbb{R}^d$ 划分为若干簇和一个噪声集。对于预先定义的半径 $\varepsilon > 0$，点 x 的 ε-邻域定义为

$$N_\varepsilon(x) := \{y \in \mathcal{X} : \ \|y - x\| \le \varepsilon\}. \tag{12}$$

当 $|N_\varepsilon(x)|$ 大于或等于预先定义的最小点数时，该点被指定为核心点，这表明 x 位于特征空间中密度足够高的区域。该邻域计数准则构成了后续簇扩展机制的基础：簇通过汇集由以核心点为起点、彼此重叠的 ε-邻域链所连接的点而不断扩展；而不满足密度支持条件的点则保留为边界样本或被判定为噪声。为了比较常规三阶和四阶矩与 L 矩比，采用平均轮廓系数 [22]作为内部聚类有效性指标，其定义为

$$\text{Sil.} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} S_i = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n} \frac{b(i) - a(i)}{\max\{a(i),\, b(i)\}}. \tag{13}$$

公式（13）量化每个样本与其所属簇的匹配程度，以及与最近的其他簇的匹配程度。对于 LMRD 中的每个点 i，它将簇内距离均值 $a(i)$ 与到最近其他簇的最小簇间距离均值 $b(i)$ 进行比较。鉴于该算法能够随机、自动地查找并生成簇，本文采用 DBSCAN 来展示 L 矩分析在机器学习任务中的实用性。

III. 实验框架

本节介绍进行数据采集的室内实验室传播环境，随后说明测量活动方案。

A. 实验设置

实验设置采用 u-blox XPLR-AOA-3 开发套件 [23], 这是一套全面的低功耗蓝牙到达角定位解决方案，专为室内定位应用而设计。该

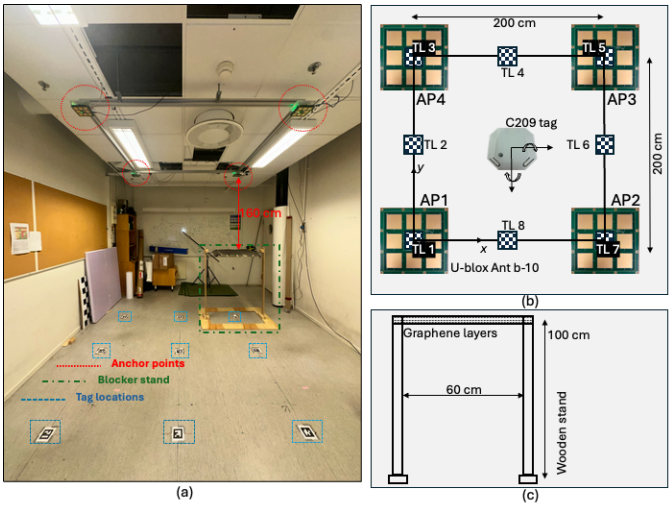


图1：实验设置。(a) 室内定位实验室 (b) 包含标签位置（TL）和锚点（AP）的感兴趣区域（AoI） (c) 视距阻挡支架。

系统由用作锚点的 ANT-B10 天线板和作为移动信号源的 C209 蓝牙标签组成。每台 ANT-B10 均集成了一个八单元贴片平面天线阵列和一个 NINA-B411 蓝牙低功耗 5.1 模块，可实现高分辨率到达角估计。这些锚点通过以太网物理层和交换机连接。用于实验数据采集的 u-blox 设备如图 1-(b) 所示，同相与正交样本在此生成并采集。实验在一个尺寸为 630×385cm 的矩形室内环境中进行，该环境部分配备了典型的办公设备，以引入真实的多径条件，并作为室内厂房的原型尺寸，如图 1-(a) 所示。如图所示，在一次非视距恒音扩展测量事件中，阻挡支架被放置在地面上的标签与锚点之间，以遮挡视距传播路径；支架顶部堆叠了 60×60 cm 厚的石墨烯涂层纸，以确保视距受阻。遮挡物置于锚点与标签之间，在载波频率 [24, 下完全遮挡六个菲涅耳区（见第 4.7 节）。1],不过，在非视距实验中，墙壁或办公物品产生的镜面反射仍可能到达接收机（见附录 E）。

数据采集在四种测量场景下进行，使用单个锚点，该锚点配备八个双极化天线单元，安装高度为 260 cm，且与地面平行排列，这属于典型的吊顶安装高度配置。四个锚点安装在感兴趣区域的四角，该区域为边长为 176×176 cm 的二维正方形，但每次测量事件中仅有一个锚点处于激活状态，其余锚点均未激活。这样可以确保每次接收到的 CTE 数据包均对应于一个处于激活状态的锚点，同时保持视距和非视距场景下的物理阵列布局不变。标签部署在室内预先设定的八个位置，如图 1-(b) 中的标签位置 $\in \{1, \cdots, 8\}$ 所示。为获得仅包含非视距信号记录的情况，每次将无线电阻挡物放置在发射器与接收天线之间。阻挡物尺寸经过了合理选择以模拟真实的室内部署环境，同时使阻挡物能够形成明显的视距和非视距实验。阻挡物尺寸如图 1-(c) 所示。在三个空间方向和三种朝向下对发射天线（标签）进行测试。初始方向如图 1-(b) 所示，另一个方向则是沿 xy 轴旋转 90°。每个方向均测试三种朝向（0°、45° 和 90°），共形成九种测量配置。尽管这种实验设置增加了数据采集与分析所需的资源，但也提高了数据集的多样性，有利于后续基于机器学习的分析。

B. 测量活动

测量活动使用一对发射器–接收器进行，在每次测量事件期间，两台设备均保持固定位置。系统记录数据，并在采集到 $N = 1000$ 个 CTE 数据包后自动停止。每个 TL 位置的视距和非视距数据均使用相同的硬件配置依次采集；对于非视距恒音调扩展测量，唯一引入的变量是遮挡物。视距/非视距配对及文件标签根据受控的物理设置确定，随后通过统计验证加以佐证。数据采集脚本记录并执行测量顺序和实验参数，因此每次事件均先完整采集视距数据集，随后立即采集相应的非视距数据集。两次运行之间通常仅间隔几分钟，且测量活动均在同一个工作周内开展，以尽量减少室内传播环境中的非受控变化。该流程有助于在重复采集期间保持场景准静态；若发生突发干扰（例如人体运动），则重复测量，以保持环境一致性。每次测量事件均系统地改变一组受控参数，以确保采集的数据集具有多样性。发射天线位置在三个离散位置之间调整，分别记为 $D \in \{1, 2, 3\}$。此外，发射天线方向以 $45°$ 为增量旋转，从而得到 $\theta \in \{0°, 45°, 90°\}$。标签位置在 AoI 中的已知点之间切换，表示为$P \in \{x, y\}$。为涵盖视距和非视距条件，使用布尔算子 $M \in \{0, 1\}$ 指示是否存在物理遮挡物。测量还扩展到四个不同的接入点（锚点），标记为锚点 $\in \{1, 2, 3, 4\}$，以确保在一次测量活动中遍历整个 AoI。对于每种配置，均根据方程（1）在 CTE 层面采集同相与正交数据，其中 $\mathbf{X}^{(n)} = (\mathbf{X}_1^{(n)}, \cdots, \mathbf{X}_{64}^{(n)})$，并依据 AoA [25,p 的交换和定时标准。 25], 以及我们所选用的低功耗蓝牙硬件。最后，将数据文件随机划分为训练、验证和测试数据集，以避免后续基于机器学习的建模与评估中发生意外的数据泄漏。由于视距和非视距标签对应的 IQ 样本数完全相同，训练数据集总体上不会偏向任一标签。然而，随机化会导致选入训练数据集的特定 IQ 样本比例略有差异，如表 I 所示。因此，本文中的统计分析完全基于

随机训练数据集。

表 I 数据集总体统计

item	数值	描述
接收器位置	12	P
每个事件的样本数	1000	N
每个 AP 的数据包数	54 K	$P \times M \times D \times \theta \times N$
数据包	216 K	$AP \times P \times M \times D \times \theta \times N$
IQ 虚部值	15,552 K	$IQ \times AP \times P \times M \times D \times \theta \times N$
数据文件	216	$AP \times M \times \theta \times D \times P$
训练样本	132 K	66+66 (数据文件)
验证样本	42 K	21+21 (数据文件)
测试样本	42 K	21+21 (数据文件)
视距样本	65 K	$\approx 49\%$
非视距样本	67 K	$\approx 51\%$
恒定音调扩展长度	64	IQ样本数（$\mathbf{X}^{(\mathbf{n})}$）
时隙时长	1	μ 秒。
切换时长	1	μ 秒。
发射功率	0	dBm

IV. 实验结果

本节介绍一个逐步分析流程，旨在验证所采集的视距和非视距条件下的低功耗蓝牙恒定音调扩展测量值在 IQ 绝对功率层面具有明确的统计特征。首先，通过计算训练 CTE 数据包各列的均值，提取每个类别的均值和代表性样本。其次，鉴于数据集的均值分析对离群值较为敏感，为支持对按类平均值进行严谨的假设检验，依据预先设定的过滤规则剔除离群值。随后，针对各项特征进行假设检验，以确保一阶矩差异具有统计显著性。第三，开展基于 L 矩的分析，以表征测量活动期间按视距/非视距标签划分的 IQ 功率特征的高阶分布属性。随后，将每个标签对应的自助法均值云拟合到经验 Kappa 分布曲线上，结果表明，基于 Kappa 分布的建模比理论方法更有效。最后，展示并分析 L 矩比图中的拟合优度（GoF）指标。

A. 算术均值与样本比较

作为初步分析，计算训练CTE数据包逐列的普通功率均值；在计算均值后进行毫瓦到分贝尺度变换，并基于 delta方法计算方差。delta方法是用于近似随机向量 [26,p. 25] 的泰勒展开。如图2所示，普通（乘积矩）均值在视距与非视距之间往往相距很近，有时非视距功率均值甚至高于视距均值。这种现象在物理上与多径传播相符：信号副本以有利的相对相位叠加时，可能产生相长干涉，从而提高平均接收功率，尽管不存在直射路径。对于每个类别，随后通过计算每个接收信号向量$\mathbf{u} \in \mathbb{R}^{1\times 64}$ 与相应逐列均值向量之间的欧几里得距离，确定中心点。选择总距离最小的索引，作为该类别中最具代表性的样本。与均值数值距离最近的单个行索引所对应的结果如图3所示，其中给出了视距和非视距各一个代表样本。如图3所示，视距和非视距类别的最大接收信号功率

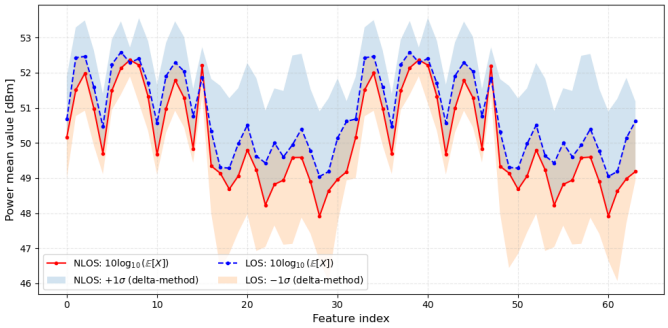


图2：原始特征功率矩

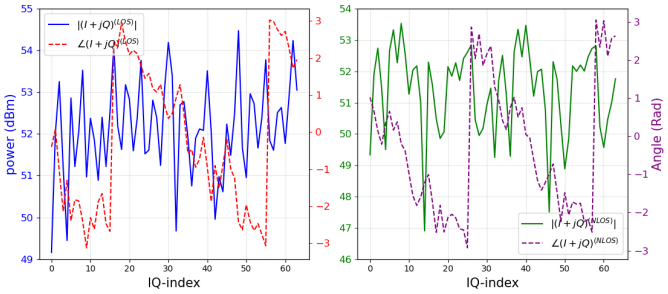


图3：基于均值的样本示例。

彼此接近，但视距代表样本的变化范围小于非视距代表样本。非视距情况下观测到的功率较低、突变更明显，这与石墨烯层作为遮挡体和反射体所引入的传播衰减和扩散效应相符，尤其是因为整个测量过程中其他所有实验参数均保持不变。相比之下，非视距代表样本的相位轨迹显得更不规则、变化缺乏结构性，表明在非视距（NLOS）条件下多径色散增加且相位相干性降低。这些观测值共同表明，视距/非视距子集具有判别性特征。

B. 异常值检测与剔除

由于所采用的统计检验依赖于按类平均值和方差值，如 II-B 节所述，因此异常值检测与剔除至关重要。为此，II-A 节提出了三条过滤规则。MAD 的设计参数根据 [27]、$\alpha = 1.4826$ 和 $\tau = 1.28$ 选取；这些参数基于多次低功耗蓝牙接收信号强度指示仿真实验得出，应视为针对该环境调优的参数，而非精确的高斯一致性因子。考虑到观测值和特征的数量，异常值检测中近似计算所用的支持比例和卡方值分别设为 h – subset $= 0.62$ 和 $\chi^2 = 0.95$。结果如表 II 所示。将多个异常值检测器结合应用于训练数据集后，原有的 132,000 个样本中筛选出 12,007 个样本，形成一个精炼后的数据集。如前所述，每个异常值检测器都针对不同的标准来指示异常行为。对于

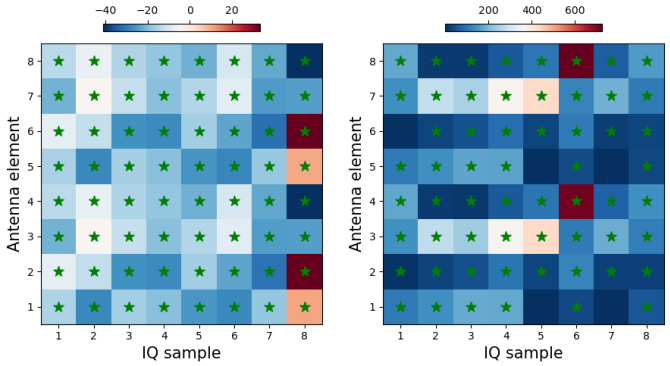
表 II 使用不同异常值检测器时恒定音调扩展的缩减率

IQR	MAD	MCD	并集	交集
32.6	89.9	56.6	90.9	30.6

后续分析，所有决策规则均采用保守的实现方式，以便在所得子集中保留最接近集中趋势的观测值，尽管这会减小整体样本量。之后，为剩余的 CTE 数据包分配视距和非视距标签。如果在这些严苛条件下，仍能观测到视距与非视距的统计特征之间存在统计显著差异，这便有力地证明该实验仍具有足够丰富性，能够区分视距/非视距。

C. 统计假设检验

随后将第 II-B 节中所述的统计分析应用于清洗后的数据集，并提取视距与非视距样本之间由此得到的均值和方差差异。



(a) Welch t统计量。　(b) Levene F统计量。

图 4：矩相等的统计检验（$\alpha \leq 0.01$）。

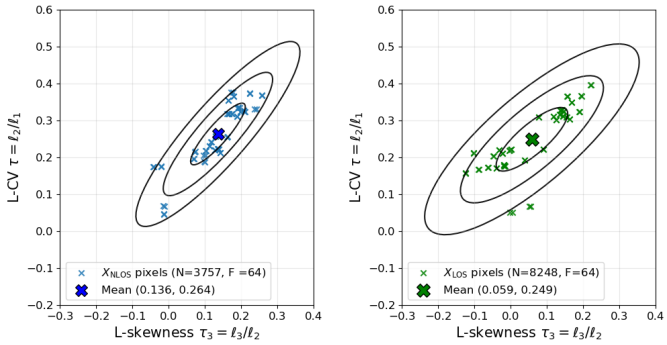
根据 BLE 到达角接收器的天线布局，将 64 维特征空间重塑为一幅 8×8 像素图像，以便直观解读均值差异和方差差异的统计假设检验结果。如图 4 所示，所有t统计量均超过 $\alpha \leq 0.01$阈值内的理论对应值，这表明以 99 % 的置信度，所有天线–样本索引对上的类别间均值差异均具有统计显著性，因此可以拒绝均值相等的零假设。根据 BH-FDR 程序，对所有成对比较进行控制后，调整后的 p值小于$1e^{-6}$，显示出极佳的视距/非视距可分性。此外，BH-FDR 确认，细微调整不会改变统计显著性。图中以星号标记显著条目，直观地突显了这一点。对于 t 统计量表现最佳的 IQ-天线对，视距与非视距场景的接收功率均值差异约为 40 mW；而表现最差的 IQ-天线对仍有约 5 mW 的差异。此外，t 统计量符号交替变化，证实了天线–样本间存在相长/相消多径效应。对方差差异进行类似分析发现，除五个天线-IQ-样本对外，大多数特征对也呈现出具有统计显著性的差异。最差情况对应于第六个天线单元获取的第一个 IQ 样本，其 p值为 0.65。在这些不显著的数值中，最佳情况对应于第一个天线单元获取的第五个 IQ 样本，其 p 值为 0.015。仅在五个不显著的 IQ- 天线对中，有一个非视距接收功率均值高于视距对应值其余四个不显著的 IQ-天线对则并非如此。可以看到，同一天线单元上的其他 IQ 样本仍具有显著的p值，反之亦然。同样，BH-FDR 控制证实视距/非视距场景具有高度可分性（最差的显著调整后 p值约为 10^{-3}）。因此，鉴于几乎所有维度上的类别间预期差异均具有统计显著性，结果显然表明，这两类对应着不同的底层物理传播机制和分布特征。

D. L 矩分析

确认数据集适用于 L 矩分析至关重要。这需要确保所有观测值都忠实地反映测量量，并且来自同一潜在分布；这一点应通过初步筛查步骤加以确认。筛查包括识别与组均值明显不一致的位置，并使用 L矩比评估这种不一致性。在采用参数模型 [8] 之前，可以将此分析视为快速检查，用于诊断尺度无关变异性、不对称性、尾部厚重程度以及潜在的离群值／异质性；也可以将其作为异常值剔除的初始步骤。接下来，我们通过绘制经验点（τ_3，τ_4）与候选分布族的理论分布，使用 LMRD；由于许多分布在 L MRD 中占据不同区域，这一步能够高效地进行模型筛查和选择，从而通过目视和分析排除不相容的模型。缩小候选范围后，我们通过求解非线性最小化方程，使理论比率与样本估计值相等，从而拟合灵活的分布族，例如 Kappa分布，并获得参数估计值。最后，我们通过拟合优度诊断验证拟合模型，以量化差异是否与抽样变异一致。跳过任何一步，都可能导致为不相容的 L矩比拟合过度灵活的模型、掩盖异质性／离群值、产生识别不充分的参数，并最终接受一个数值上能够解释数据、但在结构上并不适用的模型。

1) 不一致性分析

单个特征列的前两个 L矩比（L-CV、L-偏度）可视为三维特征空间中的点；对于视距和非视距实验，这些点在所有特征上形成一个点云。如果某列对应的点远离该点云的中心，则将其标记为不一致；距离通过马氏度量计算，该度量考虑了 L 矩比之间的相关性（参见式 (3)）。实际计算中，马氏距离是在 L-偏度与 L-CV 平面内计算的。首先，基于所有特征列估计 L-偏度–CV 均值向量；其次，图中的不一致性椭圆是等值线，表示各特征列与该中心点之间马氏距离相等。因此，启发式方法旨在识别 L 矩特征显著偏离总体模式的特征（列）。如图 5 所示，不一致的特征列位于第二个同心椭圆之外，该椭圆表示针对 L矩比进行相关性调整后的置信边界。非视距的 L-偏度值呈现右偏模式，表明与视距 L-偏度相比，相应的经验分布趋于具有更重的上尾。此外，



(a) 非视距　　(b) 视距

图 5：视距和非视距特征集的不一致性图。

拟合椭圆的短轴与长轴之比在视距类别中更大，这意味着视距 L矩对的各向同性更强，且聚集得更紧密。因此，在二维 L矩空间中，变异性在各个方向上的分布更均匀，沿某一主导主方向的拉伸不那么明显。相较之下，非视距椭圆更为细长，表明 L 矩比之间存在更强的各向异性和相关性，且沿一个主轴的离散程度显著更大。从物理角度看，这与视距传播在特征空间中更均匀、稳定相符，而非视距传播则因复杂的遮挡效应而表现出更不均匀、具有方向结构的变异性。根据不一致性分析，将 L 矩坐标落在第二个同心椭圆之外的列特征视为特征维度上的离群值，随后从数据集中移除。对视距和非视距测量值应用这一准则后，得到规模更小且更均匀的特征集：视距保留 64 个列特征中的 40 个，非视距保留 42 个。被移除的特征分属多个切换实例中的同相与正交轴和天线单元轴，这表明每个子集中都有多个偏差来源被排除。因此，执行这一移除操作可满足后续分析的一致性要求。从物理角度看，所采用的 8 单元平面天线阵列存在互耦，并会在天线 – 样本 IQ 特征网格上产生空间相关性。因此，按特征（边缘）进行离群值过滤是一种保守的预处理步骤：它在不利用底层跨特征依赖关系的情况下抑制各特征的极端值，同时保留完整的 8 单元结构，以供后续多变量分析使用。

2) L-偏度–L-峰度自助法

为确保视距/非视距数据集的 L-偏度–L-峰度特征在统计上具有可比性，采用非参数自助法方案。反复抽取由 120 个子样本组成的区块，并计算 τ_3 和 τ_4 对应的均值。这些自助法平均值在图 6 中以红色和蓝色云团表示，与原始的逐列估计相比，其变异性显著降低，形成彼此非常接近的均值的均值簇，这正如内部同质的数据集所预期的那样样本。随后对该区域进行放大查看，以便

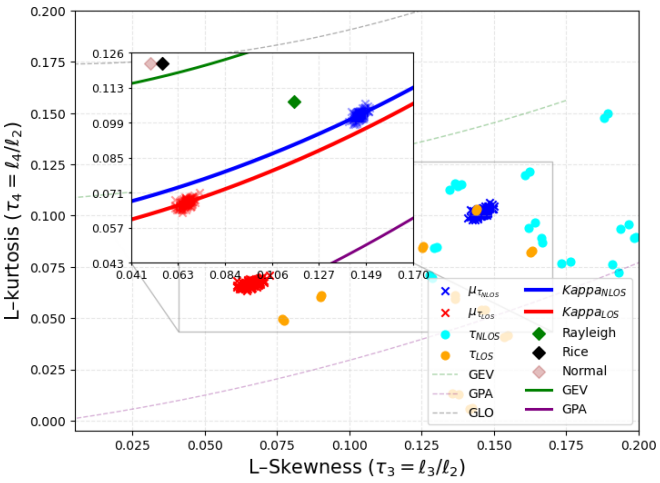


图 6：视距和非视距 L矩比图（LMRD）。

以便进一步区分。非视距峰度云团明显位于视距云团上方，表明信道出现极端衰落的频率更高，因而尾部更重。此外，视距和非视距均呈现正偏度，说明存在系统性的不对称性；这表明莱斯分布等理论模型在实际中并非现实的近似 [1]

3) Kappa 分布识别

为了确定视距和非视距数据集的最优 Kappa 形状参数（κ，h），我们基于 LMRD 定义最小二乘目标函数（见 [28]），并通过数值优化求解。该目标函数用于评估 Kappa分布模型所隐含的 L-偏度和 L-峰度与目标自助法均值之间的差异，其定义为

$$J(\kappa,h) = \left(\tau_3^{\text{model}}(k,h) - \tau_3^{\text{ref}}\right)^2 + \left(\tau_4^{\text{model}}(k,h) - \tau_4^{\text{ref}}\right)^2. \quad (14)$$

在隐式约束 $|k| < 0.99$ 和 $|h| < 0.99$下，以确保 Kappa 形式有效，分别对视距和非视距数据集最小化 J（k，h），初始值设为 (0.1，0.1)，并采用有界拟牛顿搜索，得到最优参数（κ^*，h^*）$^{\text{NLOS}}$ = (0.2，0.44) 和（κ^*，h^*）$^{\text{LOS}}$ = (0.42，0.51)。获得最优参数后，利用相应的 L-矩方程重建两种传播条件下的 Kappa 曲线。如图 6 所示，所得曲线与自助法（τ_3，τ_4）簇高度精确地相交，验证了拟合的形状因子。尽管视距和非视距的平均（τ_3，τ_4）数值看起来接近，但将其与 LMRD 中的理论分布曲线进行比较，并纳入拟合的 Kappa 分布族形状参数后，可以看出它们形成了可区分的分组。这种分离表明，尽管常规集中趋势相似，视距和非视距的底层生成机制在高阶 L-矩结构上仍存在差异

[1]有关如何提取瑞利、莱斯和双参数正态分布的 L 矩比，请参阅附录 C。理论上的双参数分布在 LMRD 中对应一个点，因为其 L 矩比仅取决于单一分布形状。此外，所有分布对应的 L 矩分析本质上均具有尺度不变性。

如图2所示。此外，非视距自助法样本云从 Kappa 分布向广义极值（GEV）轨迹倾斜；后者是 Kappa 族的特例（h $= 0$）。而视距簇则更靠近广义帕累托（GPA）曲线，这与预期相符；后者是 Kappa分布的特例（h $= 1$）。从物理角度看，非视距子集中较高的 L-峰度和更重的尾部，与丰富多径传播环境相一致；在这种环境下，相长与相消干涉会产生深衰落和偶发的强接收功率峰值。这些效应自然体现为偏斜的重尾分布，而轻尾高斯或瑞利理论模型难以准确表征这类分布。相比之下，视距子集的 L-峰度较低，但仍呈现轻微的非高斯特征，反映出占主导地位的直射路径与较弱的反射或散射路径叠加。

4）拟合优度统计量

为研究拟合优度，采用每条理论 LMRD 曲线上的最近点更为合适，因为这能确保几何一致性，即所选的 (τ_3, τ_4) 对应于曲线上一个可行的参数值，而不是组合来自不同索引的 L-偏度和 L-峰度；后者可能产生无法达到的“混合”点，并人为地降低拟合优度距离。在这种恰当的二维投影下，GPA族通常不再具有表面上的优势，因为其曲线在经验质心附近相对陡峭，且参数耦合性很强；因此，分布轨迹上的最近可行点在欧几里得 (τ_3, τ_4) 距离上更远，尤其会降低观测到的 GPA 拟合优度。根据 II-C4节，对候选分布进行此项修改后计算 Z 分数和 D分数，并汇总于表III。正如预期，Kappa族提供了

表 I 拟合优度指标：Z统计量和欧几里得距离。

	Z_{NLOS}	D_{NLOS}	Z_{LOS}	D_{LOS}
$\mathrm{Kappa}_{\mathrm{NLOS}}$	0.011809	0.000320	–	–
$\mathrm{Kappa}_{\mathrm{LOS}}$	–	–	0.000177	0.000171
瑞利	0.245754	0.030598	1.409236	0.063921
GEV	1.745148	0.038999	1.753490	0.051161
GPA	2.020198	0.047646	1.556611	0.047049
GLO	4.424334	0.099222	3.892981	0.112401
Rice	1.094312	0.147427	2.033890	0.087712
Norm	1.096798	0.147787	2.035721	0.088014

当每个类别都使用各自拟合的参数进行建模时，Kappa $_{\mathrm{NLOS}}$ 与经验信道统计最接近的L矩匹配。具体而言，$\mathrm{Kappa}_{\mathrm{NLOS}}$ 的L矩比距离（LMRD）差异最小，且标准化L峰度偏差接近于零，而$\mathrm{Kappa}_{\mathrm{LOS}}$）对视距（LOS）的拟合更加精确。相比之下，经典平坦衰落基准和常见极值分布族的欧几里得偏移大出数个数量级，D也显著更大，表明其尾部行为和/或不对称性存在系统性失配。总体而言，结果表明，传播条件化Kappa建模能够捕捉非视距（NLOS）统计中的重尾特征。此外，与平坦衰落信道的传统分布相比，它对更集中的视距情形的拟合显著更好。

*E. DBSCAN*聚类

为展示L矩作为机器学习任务特征描述符的实用性，我们通过划分

测量值为10个区块，并为每个区块计算普通（乘积）矩和基于L矩的统计量，生成自助法重复样本。给定64个IQ样本，可生成一个640×4 的样本特征矩阵，其中行是自助法IQ特征，列是普通整数阶矩。随后，对所得特征矩阵进行标准化，并将其作为DBSCAN聚类算法的输入。聚类结果如图7所示。正如预期，L矩比产生了两个分离良好的簇，与底层的视距（LOS）和非视距（NLOS）场景一致；而普通阶矩则主要聚合为单个簇。采用基于轮廓系数的DBSCAN内部验证

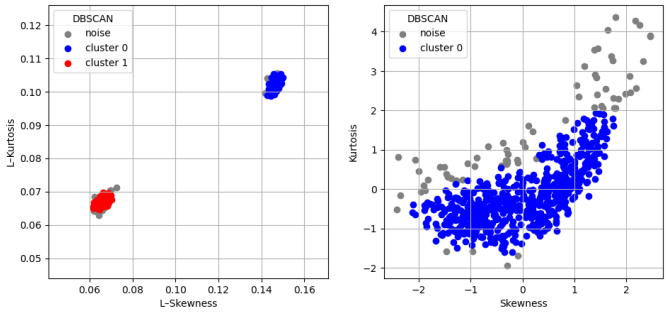


图7：DBSCAN簇

得分（在非噪声点上计算），L矩特征空间（τ_3，τ_4）产生了两个非平凡簇，且噪声点数为零（$\mathrm{N}_{\mathrm{LOS}} = 368$，$\mathrm{N}_{NLOS} = 272$），噪声比例为零，并且存在可测量但较小的分离度，其值为（Sil. =0。018））。相比之下，基于普通乘积矩特征进行聚类时，最终只检测到一个簇（N $= 570$），同时有 10.94% 的样本被归为噪声，因此轮廓系数无法定义，因为计算轮廓系数至少需要两个簇。因此，在采用相同的 DBSCAN 选择策略时，L 矩统计量揭示了数据中的多簇结构，而普通矩无法恢复这种结构，这表明 L矩表示对潜在分布异质性的敏感度更高。这些结果表明，L矩描述符在所形成的特征空间中具有更好的几何可分性，这有利于下游机器学习分类。具体而言，由于 L 矩是次序统计量的线性泛函，与乘积矩相比，其对离群值和重尾行为的敏感度较低，因此在受多径影响的非高斯测量条件下具有更强的鲁棒性。因此，观察到的 DBSCAN 分离现象支持如下解释：与普通矩相比，L矩特征为机器学习任务提供了信息量更大、判别性更强的输入。

F. 小结

所提出的方法为低功耗蓝牙恒音调扩展同相与正交测量中的视距/非视距可分性提供了连贯的统计验证。示例观测值表明，视距接收功率范围更高，相位行为也更平滑；而非视距观测则呈现出更强的衰减和更不规则的相位波动，说明多径会导致性能下降。针对重塑后的天线–样本网格进行的逐特征假设检验证实，在几乎所有维度上，视距和非视距在均值和方差方面均存在显著差异，

大多数假设经调整后所得的 p值实际上为零，从而证实二者的一阶和二阶统计量存在差异。对自助法配对样本进行 L 矩比差异（ LMRD ）分析和 Kappa 族拟合后，视距与非视距在 LMRD 上形成明显分离的簇，且具有不同的最优形状参数，表明其高阶分布特性存在系统性差异。这些结果还表明，与标准瑞利／莱斯假设相比，基于 Kappa 的建模能更好地刻画尾部行为和不对称性。

V. 讨论

根据当前的观测和结果，我们重点阐述其对系统设计和机器学习驱动处理的局限性及更广泛影响，如下所示。

- 从工程角度来看，观测到的非视距功率重尾统计特性表明，经典的高斯或瑞利假设通常不足以用于到达角视距/非视距信道建模。Kappa族模型提供了更切合实际的压力测试框架，而L矩比则在(τ_3， τ_4)空间中提供了有意义的几何表示。这种几何特征与分布形状差异直接相关，因此特别适用于依赖距离度量的无监督机器学习方法，例如聚类或异常检测。

- 结果表明，基于L矩的特征提供了紧凑的低维描述符，与传统乘积矩或原始接收信号强度指示统计量相比，它们对离群值和重尾行为更加稳健。将这些特征纳入显式的视距／非视距分类器，并与基线特征集进行基准比较，是一个普遍适用的下一步。这类比较将阐明通过基于L矩的预处理，在监督学习和无监督学习中能够获得哪些实际收益。

- 我们的实验聚焦于平坦衰落多径效应占主导的统计平稳条件。尽管该设置能够捕捉基本的分布特性，但并不能充分反映涉及移动物体或用户的真实室内场景。将框架扩展到动态环境，对于评估L矩描述符在实际部署中常见的时变多径和间歇性阴影衰落效应下的稳健性至关重要。

- 当前分析仅限于单一室内环境、一个低功耗蓝牙到达角平台，以及固定的天线阵列几何结构和标签高度。因此，所提取的Kappa参数和L矩比位置本质上取决于特定环境与硬件配置。尽管这并不削弱统计框架的有效性，但它促使未来在不同房间、建筑材料和阵列布局中开展测量活动，以评估所观察到的L矩/Kappa关系的普适性与可迁移性。

VI. 结论

本文提出了一套专门的实验与统计框架，用于表征视距和非视距传播条件下的低功耗蓝牙到达角测量值。在受控的室内环境中，研究收集了一个大规模的基于恒音调扩展的数据集，并通过稳健离群值检测对数据集进行了系统性筛选。后续假设检验证实，视距与非视距类别之间的一阶和二阶乘积矩存在统计学上的显著差异；而 L 矩分析则通过 L-偏度和 L-峰度，对分布进行了稳健表征。通过拟合灵活的 Kappa 模型，研究表明其能够准确捕捉底层信道行为，并且根据拟合优度指标，该模型总体上具有最佳吻合度。我们提出的新型 LMRD/Kappa 描述符从真实的视距/非视距信道中提取紧凑而稳健的特征，可用于改进信道表征，并为机器学习任务提供一种可行且优于传统乘积矩表示的选择。

附录 A L-矩估计

要从数据 $\{x_{1:n}, \cdots, x_{n:n}\}$ 估计 L矩，首先要使用概率加权矩（概率加权矩）的无偏估计量。阶数为 r 的概率加权矩估计量与概率加权矩的标准定义一致，其表达式为

$$\widehat{\beta}_r = \frac{1}{n}\binom{n-1}{r}^{-1} \sum_{j=r+1}^{n} \binom{j-1}{r} x_{(j:n)}. \tag{15}$$

比较式 (7) 和 (15) 可知，可以提取出 ℓ_r 的 L矩估计量

$$\ell_r = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} w_{j:n}^{(r)} x_{j:n}. \tag{16}$$

权重 $w_j^{(r)}{}_{:\,n} = (-1)^{r-1} P_{r-1}(j-1,\ n-1)$ 与关于 j 的 $r-1$ 次多项式相似，这与通过式 (6) 和 (7) 中的概率加权矩定义的离散勒让德多项式类似。

APPENDIX B
L–MOMENT RATIO DERIVATIVES

利用式 (8) 可直接得到 L-矩系数:

$$\begin{aligned} P_0^*(u) &= 1, \\ P_1^*(u) &= 2u - 1, \\ P_2^*(u) &= 6u^2 - 6u + 1, \\ P_3^*(u) &= 20u^3 - 30u^2 + 12u - 1. \end{aligned} \tag{17}$$

利用式（6）和式（7）可得前四个 L矩:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \int_0^1 Q(u)\,1\,du = \beta_0 \\ \lambda_2 &= \int_0^1 Q(u)\,(2u-1)\,du = 2\beta_1 - \beta_0 \\ \lambda_3 &= \int_0^1 Q(u)\,(6u^2 - 6u + 1)\,du \\ &= 6\beta_2 - 6\beta_1 + \beta_0 \\ \lambda_4 &= \int_0^1 Q(u)\,(20u^3 - 30u^2 + 12u - 1)\,du \\ &= 20\beta_3 - 30\beta_2 + 12\beta_1 - \beta_0. \end{aligned} \tag{18}$$

最后，L-CV、L-偏度和 L-峰度分别为：

$$\tau_1 = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}, \quad \tau_r = \frac{\lambda_{2r+1}}{\lambda_{2r}},\ r \geq 1, \quad \rho_r = \frac{\lambda_{2r}}{\lambda_r},\ r \geq 2. \tag{19}$$

（参见 [29] 以了解广义高阶L矩估计量）。

附录C 特定分布的L矩

双参数正态分布的L矩：令 $Z \sim \mathcal{N}(0,\ 1)$和 $X = \mu + \sigma Z$。根据L矩在位置尺度变换下的线性性质，$\lambda_1(X) = \mu + \sigma\lambda_1(Z)$和 $\lambda_r(X) = \sigma\lambda_r(Z)$。因此，对于标准正态分布 $Z \sim \mathcal{N}(0,\ 1)$，其累积分布函数为 $\Phi(z)$，$\varphi(z)$的概率密度函数为，令 $u = \Phi(z)$，则 $du = \varphi(z)dz$。然后，定义L矩

$$\lambda_r = \int_0^1 Q(u)\, P^*_{r-1}(u)\, du = \int_{-\infty}^{\infty} z\, P^*_{r-1}\left(\Phi(z)\right) \varphi(z) dz.$$
$$\lambda_1 = 0 \quad \lambda_2 = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \quad \lambda_3 = 0 \quad \lambda_4 \approx 0.0691706. \tag{20}$$

瑞利分布的L矩：令 $X \sim$Rayleigh(σ)。累积分布函数和分位数函数可通过求解 $u = F(x)$得到，定义为

$$F(x) = 1 - \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) \qquad x \geq 0$$
$$Q(u) = \sigma\sqrt{-2\ln(1-u)} \qquad 0 < u < 1. \tag{21}$$

根据（7），引入变量变换 $t = -\ln(1-u)$，即$u = 1 - e^{-t}$ 和 $du = e^{-t}\, dt$，利用 $(1 - e^{-t})^r$ 的二项式展开和伽马积分，得到 β 函数的闭式解。代入（18），得到最终数值：

$$\beta_r = \sigma\sqrt{\frac{\pi}{2}} \sum_{k=0}^{r} (-1)^k \binom{r}{k} (k+1)^{-3/2}$$
$$\lambda_1 \approx 1.25\,\sigma \quad \lambda_2 \approx 0.38\,\sigma \quad \lambda_3 \approx 0.042\,\sigma \quad \lambda_4 \approx 0.039\,\sigma. \tag{22}$$

莱斯分布的L矩：令 $X \sim$ Rice(ν, σ)，其概率密度函数和累积分布函数分别为 $f(x)$ 和 $F(x)$。给定变量替换 $u = F(x)$ $Q(u) = x$，$du = f(x)\ dx$，则第 (r) 阶 L 矩的分位数形式定义如式 (6) 所示。代入后得到式 (23)，该式没有闭式解，但可以通过数值方法求解。对于对应于莱斯K因子 $K = v^2/2\sigma^2 = 128$ 或强视距功率为$K = 21.1$ dB 的 $v = 8$ 和 $\sigma = 0.5$，数值计算得到的 L 矩如下：

$$\lambda_r = \int_0^{\infty} x\, P^*_{r-1}\big(F(x)\big)\, f(x)\, dx \qquad r \geq 1$$
$$\lambda_1 = \approx 8.016 \quad \lambda_2 \approx 0.281 \quad \lambda_3 \approx 0 \quad \lambda_4 \approx 0.0345. \tag{23}$$

附录D KAPPA分布及其L矩

Kappa分布在 (II-C3) 中给出。对于 $u \in (0,1)$，分位数函数 $Q(u)$ 为

$$A(u;h) = \begin{cases} -\ln u, & h \to 0 \\ \dfrac{1-u^h}{h}, & h \neq 0. \end{cases}$$
$$Q(u) = \begin{cases} \xi - \alpha \ln A(u;h), & k \to 0 \\ \xi + \dfrac{\alpha}{\kappa}\left(1 - A(u;h)^{\kappa}\right) & \text{otherwise.} \end{cases} \tag{24}$$

通过配置 Kappa族中的形状参数（κ, h），可以构造出若干重要的三参数分布。由于$Q(u)$具有闭式解，因此可以使用 (6) 和 (8) 进行数值L矩计算，也可以针对预定义分布（即，已知 κ 和 h 的形状参数）使用 (7) 求得理论解。第二种方法将 $\beta_r \in \mathbb{Z} \geq 0$ 表示为 Kappa 形状参数的函数，如下所示：

$$\beta_r = \frac{\xi}{r+1} + \frac{\alpha}{\kappa}\left[\frac{1}{r+1} - \frac{1}{h^{\kappa+1}}\,\beta\left(\frac{r+1}{h},\ \kappa+1\right)\right]. \tag{25}$$

利用贝塔函数，可将矩表示为形状因子的函数，定义如下

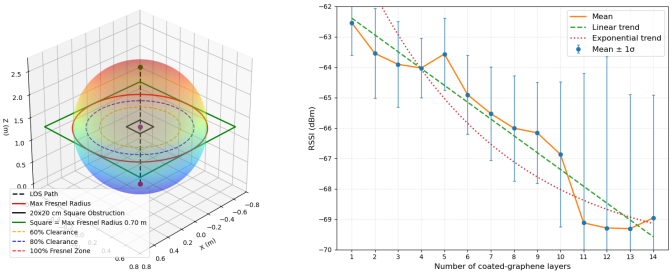
$$\begin{aligned}
\lambda_1 &= \beta_0 = \xi + \frac{\alpha}{\kappa}\left(1 - \beta_1\right) \\
\lambda_2 &= 2\beta_1 - \beta_0 = \frac{\alpha}{\kappa}\left(\beta_1 - \beta_2\right) \\
\lambda_3 &= 6\beta_2 - 6\beta_1 + \beta_0 = \frac{\alpha}{\kappa}\left(\beta_1 - 3\beta_2 + 2\beta_3\right) \\
\lambda_4 &= 20\beta_3 - 30\beta_2 + 12\beta_1 - \beta_0 \\
&= \frac{\alpha}{\kappa}\left(\beta_1 - 6\beta_2 + 12\beta_3 - 7\beta_4\right).
\end{aligned} \tag{26}$$

Appendix E
Fresnel Zone Extraction

对于发射器与障碍物之间的距离为 d_1 、障碍物与接收机之间的距离为 d_2 的链路，障碍物位置处第 (n) 个菲涅耳区的半径定义为

$$r_n = \sqrt{\frac{n\lambda d_1 d_2}{d_1 + d_2}}. \tag{27}$$

为估计能够阻挡视距信号的石墨烯涂层阻挡架的地理尺寸，进行了基于菲涅耳区的仿真。发射频率配置为 $f = 2.4$ GHz，这是蓝牙低功耗设备的典型载波频率。给定光速 $C = 3 \times 10^8$m/s，相应波长可计算为 $\lambda = c/f = 12.5$ cm，大约比一对发射器与接收机之间的距离小 $1/20$，从而证实了远场中的平面波前假设。在



(a) 六个菲涅耳区　(b) 石墨烯层接收信号强度指示降低

图8：石墨烯诱导的非视距仿真。

方程 (27) 表明，半径为 20 cm 的遮挡物足以阻挡第一菲涅耳区。假设遮挡物必须至少侵入两个以上的菲涅耳区，$n = 6$，且发射器与接收机之间的距离为 260 cm，那么边长约为 70 cm 的方形物体便足以阻挡视距信号。为说明

石墨烯涂层的衰减（隔绝）能力，我们通过逐步增加涂层层数开展了接收信号强度指示测量活动，并在每次测量事件中采集 100 个恒音调扩展数据包，如图 8 所示。结果显示，接收信号强度指示从约 -60 分贝毫瓦明显降至 -70 分贝毫瓦。结合自由空间路径损耗模型与单刀刃绕射障碍物损耗的链路预算仿真 [30,第 4 节。1] 得出接收机处的接收功率约为 ≈ -72 分贝毫瓦（绕射损耗为 23.64 dB），与测得的接收信号强度指示水平一致。这种一致性支持了这一物理解释：石墨烯涂层遮挡物有效抑制了主要视距分量，并导致非视距传播条件，此时绕射成为主要的传输机制。此外，实验还显示，涂层层数越多，变异性越大。这种现象符合多径主导状态的特征：反射分量叠加后产生交替的相长干涉和相消干涉，随着直达分量受到越来越强的抑制，接收信号强度指示的波动也随之增大。

参考文献

[1] G. Pan、Y. Gao、Y. Gao、W. Yu、Z. Zhong、X. Yang、X. Guo 和 S. Xu，“人工智能驱动的无线定位：基础、标准、最新进展与挑战”，*IEEE Communications Surveys & Tutorials*，2025。[2] MathWorks，“用于追踪节点位置的蓝牙低功耗测向”，2023。 [在线]。可访问：https://www.mathworks.com/help/bluetooth/ug/bluetooth-le-node-tracking-using-direction-finding.html [3] S. G. Leitch、Q. Z. Ahmed、B. Van Herbruggen、M. Baert、J. Fontaine、E. De Poorter、A. Shahid 和 P. I. Lazaridis，“用于室内定位的同相与正交采样低功耗蓝牙数据集”，*arXiv* 预印本，卷 arXiv:2412.01767，2024。 [在线]。可访问：https://arxiv.org/abs/2412 01767 。G. Maus、[4] H. Porner、R. Schlenke、R. Ahrens、S. Janicke、P. Bolz 和 E. D¨urholt，“基于蓝牙5.1到达角的室内定位”，数据集，伍珀塔尔大学，2021。 [在线]。可访问：https://dx.doi.org/10 21227 2 4 3 77 。/ j h- w N. [5] Paulino，“使用8单元均匀圆形天线阵列和基于蓝牙低功耗5.1的Nordic nRF52811接收机获取的相位样本数据集”，数据集，2022。 [在线]。可访问：https://dx.doi.org/10 21227 92 365 。/ ba-e N. I. [6] Piazzese、M. Perrone 和 D. P. Pau，“使用非均匀矩形阵列进行蓝牙5.1到达方向测向的数据集”，*Data in Brief*，卷39，页107576，2021。 [在线]。可访问：https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2352340921008519 [7] J. R. Hosking，“L矩：利用次序统计量的线性组合分析和估计分布”，*Journal of the Royal Statistical Society Series B:Statistical Methodology*，卷52，第1期，页105–124，1990。[8] J. R. M. Hosking 和 J. R. Wallis，区域频率分析。剑桥大学出版社，1997。[9] J. Galeano-Brajones、G. Villacr´es、C. Rattaro、J. Carmona-Murillo 和 M. I. Chidean，“利用L矩表征4G和5G网络中的流量行为”，载于*2025 IEEE International Mediterranean Conferenceon Communications andNetworking (MeditCom)*，2025，页1–6。[10] J. A. O. Aparicio、D. C. Polo、J. Carmona-Murillo 和 M. I. Chidean，“使用L矩比率图分析5G网络中视频流服务的比特率”，载于*IEEE EUROCON 2023 - 20thInternational Conference on S mart Technologies*，2023，页440–444。[11] S. Dey、S. M. T. Zahid、S. Dey、K. M. A. Rahaman 和 A. K. M. S. Islam，“使用L矩对孟加拉国东北部无测站流域不同重现期的峰值流量进行估算的区域洪水频率分析”，*Water*，卷17，第12期，2025。 [ ] 2073 4441 17 12 1771 在线。可访问：[12] https://www.mdpi.com/ - / / / J. R. Torres-Martın、Y. Carrion-Garcıa、J. M. Velarde-Gestera、I. Mora- Jim´enez 和 M. I. Chidean，“应用L矩统计理论分析果园中的真实传感器数据”，载于计算智能与数据科学创新视角国际会议。施普林格，2025，页310–322。

[13] Z. Hajiakhondi-Meybodi、M. Salimibeni、A. Mohammadi 和 K. N. Plataniotis，“瑞利衰落环境下基于低功耗蓝牙的到达角估计”，载于2020 IEEE系统、人和控制论国际会议（SMC），2020，页3395–3400。[14] SIG，“蓝牙核心规范 v5.1”，特别兴趣小组，技术报告，2019，访问日期：2025-11-26。 [在线]。可访问：https: // www.bluetooth.com/specifications/specs/core-specification-5-1/ [15] Y. Dodge，《简明统计学百科全书》。施普林格科学与商业媒体，2008。[16] M. Hubert、M. Debruyne 和 P. J. Rousseeuw，“最小协方差行列式及其扩展”，Wiley Interdisciplinary Reviews: Computational Statistics，卷10，第3期，页e1421，2018。[17] J. L. Devore、K. N. Berk 和 M. A. Carlton，《应用数理统计学》。施普林格，2021。[18] Y. Zhou、Y. Zhu 和 W. K. Wong，“ 临床试验方差齐性的统计检验及建议 ”，Contemporary Clinical Trials Communications，卷33，页101119，2023。[19] Y. Benjamini 和 Y. Hochberg，“控制错误发现率：一种实用且有效的多重检验方法”，Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological)，卷57，第1期，页289–300，1995。[20] J. Silva Lomba 和 M. I. Fraga Alves，“用于极值分析中自动阈值选择的L矩”，Stochastic Environmental Research and Risk Assessment，卷34，第3期，页465–491，2020。[21] K. Khan、S. U. Rehman、K. Aziz、S. Fong 和 S. Sarasvady，“DBSCAN：过去、现在与未来”，载于第五届数字信息与网络技术应用国际会议（ICADIWT 2014）。IEEE，2014，页232–238。[22] M. Kundu、R. Kanjilal 和 I. Uysal，“无线传感器网络中基于KDE部署的智能聚类与自适应能源管理”，Sensors，卷25，第8期，2025。 [在线]。可访问：https://www.mdpi.com/1424 8220 25 8 2588 - / / / u-blox AG，[23] *3* XPLR-AOA- 产品摘要：蓝牙®测向探索套件和参考设计，2024，目标规格。 [在线]。可访问：https://content.u-blox.com/sites/default/files/documents/XPLR-AOA-3 ProductSummary UBX-22007210.pdf [24] T. S. Rappaport，《无线通信：原理与实践》，第2版，Prentice Hall通信工程与新兴技术丛书。新泽西州上萨德尔河：Prentice Hall PTR，2002。[25] SIG，“蓝牙测向：技术概述”，2021，在线提供：https://www.bluetooth.com/wp-content/uploads/Files/developer/ RDF Technical Overview.pdf。[26] A. W. Van der Vaart，《渐近统计学》。剑桥大学出版社，2000，卷3。[27] A. S. Yaro、F. Maly 和 P. Prazak，“使用适用于室内定位的Z分数法和 S_n 尺度估计量检测时间序列接收信号强度观测值中的离群值”，Applied Sciences，卷13，第6期，页3900，2023。[28] M. S. u. R. Khan、Z. Hussain、S. Sher、M. Amjad、F. Baig、I. Ahmad 和 H. Ullah，“极值分析中四参数Kappa分布的L矩、最大似然和最大间距乘积方法的比较分析”，Scientific Reports，卷15，第1期，页164，2025。[29] L. Alvarez、C. Chiann 和 P. Morettin，“含有多个L矩的参数模型推断”，arXiv 预印本 arXiv:2210.04146，2022。[30] 国际电信联盟，无线电通信部门（ITU-R），“ITU-R P.526-16建议书：绕射传播”，国际电信联盟（ITU），技术报告 ITU-R P.526-16，2025年11月，访问日期：2026-01-27。 [在线]。可访问：https://www.itu.int/dms pubrec/itu-r/rec/p/R-REC-P.526-16-202511-I!!PDF-E.pdf

–