快速带电弹丸碰撞中的正电子素解离与氢电离：一项比较研究

B. Najjari[1]，S. F. Zhang[1,3]，X. Ma[1,3] 和 A. B. Voitkiv[2]

[1] 中国科学院近代物理研究所，兰州 *730000*，中国[2] 杜塞尔多夫海因里希·海涅大学理论物理研究所 *I*¨，杜塞尔多夫¨大学街 *1* 号，*40225* 杜塞尔多夫¨，德国[3] 中国科学院大学，北京 *100049*，中国（日期：2026年2月3日）

arXiv:2602.01349v1 [physics.atom-ph] 1 Feb 2026

摘要

我们对弱微扰碰撞区间内入射核引起的正电子素解离和原子氢电离进行了比较研究，$Z_p e_0^2/\hbar \ll v < c$（$v$ 为碰撞速度，Z_p 为弹丸原子序数，e_0 为元电荷，c 为光速）。在此区间内，与这两种原子系统发生碰撞的主要差异仅在于其带正电组分的质量。我们已证明，相应的质量效应会显著影响靶碎片谱和总截面。这种影响体现为：i）正电子素的结合能显著较小，因此使系统解离所需的动量转移也较小；ii）在与正电子素碰撞时，入射粒子与电子和正电子之间的非弹性散射产生强烈的相长干涉，从而也提高了解离的可能性；iii）氢核质量较大，因而起“被动”作用，阻止氢电离通过入射粒子与原子核之间的相互作用发生。

PACS 编号:

I. 引言

正电子素（Ps）是一种纯粹的轻子原子，由电子及其反粒子正电子组成，两者通过吸引性的库仑力束缚在一起。Ps 并不稳定，因为电子和正电子可以发生湮灭。Ps 的寿命取决于其态。Ps 基态中的湮灭取决于其自旋态：单重态 1s（$^1S_0$）态（仲正电子素）的寿命为 $\tau_{para} \approx 1.244 \times 10^{-10}$ s [1], ，主要衰变为两个伽马光子；而三重态 1s（$^3S_1$）态（正正电子素）的寿命为 $\tau_{ortho} \approx 1.42 \times 10^{-7}$ s [2]-[3]（其中衰变为三个光子是主要的湮灭通道）。

这些寿命比 Ps(1s) 中典型的轨道周期 $\tau_{orb} \sim 10^{-16}$ s 大几个数量级。因此，在时间尺度远短于其寿命的过程中，正电子素实际上可以被视为一种稳定系统，能够参与与物质的相互作用，包括与生物介质的相互作用（例如见 [4]-[5]）、与星际气体的相互作用（例如 [6]-[7]）以及与地球大气层的相互作用 [8]。

正电子素束的出现，使得对能量范围为 $\lesssim 400$ 电子伏特的正电子素与原子之间的碰撞进行实验研究成为可能 [9]。实验技术的最新进展 [10]-[12]使得制备冷正电子素气体成为可能，为开展正电子素精确实验铺平了道路。

关于正电子素束与原子碰撞时发生的电离和激发，已有不少实验和理论研究 [9], [13]–[19]。此外，理论上也研究了正电子素与光子碰撞时发生解离的不同方面（通过康普顿散射和光电离） [20]–[23]。然而，据我们所知，快速带电弹丸引发的正电子素解离尚未经过实验或理论研究；这些弹丸的速度远高于正电子素中典型的轨道速度。

因此，在本文中，我们将在弱微扰条件 $Z_p e_0^2/\hbar v \ll 1$ 下，从理论上探讨快速带电原子核引起的正电子素解离，其中 $Z_p e_0$ 为入射粒子电荷（Z_p 为原子序数，e_0 为元电荷），v 为碰撞速度。我们还将把这一过程与相同入射粒子引起的基本原子系统——氢原子——的电离进行比较。

氢原子由于相对简单，是一个原子“测试”系统；对于该系统，基本碰撞过程的计算最容易进行，相应的物理效应和特征也以最简单明了的方式表现出来，因而更易于理解。

与氢原子一样，正电子素中只有两个原子粒子。不过，与前者相比，后者有两个显著特征：i）正电子素的组成粒子质量相等；ii）正电子素不稳定，会发生湮灭。

对于本研究而言，特征 ii）并不重要，因为在弱微扰条件下，只有当有效碰撞时间不超过正电子素的典型跃迁时间时，快速带电弹丸才能有效地使正电子素解离。后者与正电子素的典型轨道周期同量级，因此比正电子素的寿命短几个数量级，湮灭不会直接影响解离过程。

相比之下，第i)点非常重要，因为碰撞动力学可能显著依赖于所涉粒子的质量。在快碰撞中，$v \gg e_0^2/\hbar$，

典型的动量转移比入射弹丸原子核的动量小若干个数量级。因此，解离/电离截面不依赖于入射粒子的质量。此外，在弱微扰情形下，入射粒子-靶相互作用可在微扰理论的一阶范围内处理，这意味着电荷符号效应实际上不存在（例如，正电子素解离中发射的电子与正电子能谱之间实质上没有差别）。

因此，在此类碰撞中，正电子素解离与氢电离之间唯一的主要区别，在于它们带正电的组分具有截然不同的质量；而本研究的主要目标是探究这一差异——即靶质量效应——对解离/电离过程的影响。

本文结构安排如下。下一节将推导高能带电弹丸轰击二体系统时的跃迁振幅和解离截面。第三节将给出数值结果并进行讨论。第四节总结主要结论。

II. 一般性考虑

考虑一个由两个分别标记为 1 和 2 的点粒子组成的原子系统。我们分别用 e_1 和 m_1 表示粒子 1 的电荷和质量，并令 $\boldsymbol{r}_1$ 表示该粒子相对于原点的坐标；我们假定原点在实验室参考系 [24] 中静止。此外，我们用 e_2（$e_1\ e_2 < 0$）、m_2 和 $\boldsymbol{r}_2$ 表示粒子 2 的对应物理量。设该二体系统与原子序数为 Z_p 的弹离子相互作用，弹离子以速度 $\boldsymbol{v} = (0, 0, v)$ 沿 z 轴入射到该系统上。

我们假设二体系统的初始速度远小于入射粒子速度 v，且后者足够高，$v \gg Z_p v_0$ 其中 $v_0 = e_0^2/\hbar$，因此碰撞发生在微弱扰动的区域内。这也意味着，入射粒子速度远高于粒子 1 和 2 在其初始束缚态中的典型轨道速度（$\sim v_0$）。在我们的讨论中，入射粒子速度的上限受光速 c 限制。因此，碰撞速度处于范围 $Z_p e_0^2/\hbar \ll v < c$ 内。

我们首先对电离/解离问题作如下说明。首先，即使相对论性入射粒子与氢和正电子素这类轻靶发生碰撞，绝大多数靶碎片的能量仍是非相对论的 [25], [26]因此，我们将对双体靶系统采用非相对论描述。其次，由于在所讨论的碰撞中，动量转移与入射粒子动量相比微不足道，入射粒子的偏转角始终极小。这使我们能够从碰撞的半经典图像入手，其中入射粒子在实验室系中被经典地描述为沿直线轨迹$\boldsymbol{\mathcal{R}}(t) = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{v}t$运动，其中 $\boldsymbol{b} = (b_x; b_y; 0)$ 是入射粒子的横向坐标（相对于原点），$\boldsymbol{v} = (0; 0; v)$ 是入射粒子速度，而 t 表示时间。将半经典近似应用于离子与普通原子的碰撞时，两个重粒子（离子和原子核）都以经典方式描述（例如参见[27], [28]）。然而，对于与正电子素的碰撞，由于不存在靶核，这种方法并不适用；在我们的研究中，双体原子系统（正电子素和氢）的粒子将以量子力学方式处理。

与入射粒子场相互作用的二体系统的薛定谔方程为

$$i\frac{\partial \Psi}{\partial t} = \hat{H}\Psi, \tag{1}$$

其中，半经典总哈密顿量 $\hat{H} = \hat{H}(t)$ 由描述未受扰动的靶的部分 $\hat{H}_0$ 和相互作用部分 $W(t)$ 组成。

未受扰动的靶的哈密顿量为

$$\hat{H}_0 = \frac{\hat{\mathbf{p}}_1^2}{2m_1} + \frac{\hat{\mathbf{p}}_2^2}{2m_2} + \frac{e_1 e_2}{r_{12}}, \tag{2}$$

其中$\hat{\mathbf{p}}_j = -i\hbar\boldsymbol{\nabla}_{\boldsymbol{r}_j}$ 是第j个原子粒子的动量算符，且$\mathbf{r}_{12} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$。

靶与入射粒子的相互作用为

$$\hat{W} = \hat{W}_I + \hat{W}_{II}, \tag{3}$$

其中

$$\hat{W}_I = \sum_{j=1}^{2}\left(e_j\Phi_j - \frac{e_j}{2m_j c}\left(\hat{\boldsymbol{p}}_j\cdot\boldsymbol{A}_j + \boldsymbol{A}_j\cdot\hat{\boldsymbol{p}}_j\right)\right), \tag{4}$$

and

$$\hat{W}_{II} = \sum_{j=1}^{2}\frac{e_j^2}{2m_j c^2}\boldsymbol{A}_j^2. \tag{5}$$

此处，Φ_j 和$\mathbf{A}j$ 分别为入射粒子场在第j个原子粒子位置处的标量势和矢量势。在相互作用(3)中，我们忽略了粒子1和2的自旋与入射粒子磁场 $\boldsymbol{B} = \boldsymbol{\nabla}\times\boldsymbol{A}$ 的耦合，因为入射粒子-靶相互作用的这一部分相对而言非常弱，在考虑正电子素和氢等轻粒子系统的解离/电离时可以放心地略去。

入射粒子的场可用李纳-维谢尔势描述，其形式为（例如参见 [27],[29]）

$$\begin{aligned}\Phi_j &= \frac{\gamma\ Z_p e_0}{\sqrt{(\boldsymbol{r}_{\perp,j} - \boldsymbol{b})^2 + \gamma^2(z_j - vt)^2}}\\ \boldsymbol{A}_j &= \frac{\boldsymbol{v}}{c}\Phi_j,\end{aligned} \tag{6}$$

其中， $\gamma = 1/\sqrt{1-v^2/c^2}$ 是入射粒子的洛伦兹因子， Z_p 是入射粒子的原子序数， $e_0 > 0$ 是元电荷（质子/正电子的电荷）。

通过引入质心 $\boldsymbol{R}$ 和相对坐标 $\boldsymbol{r}$ ，根据

$$\begin{aligned} \boldsymbol{R} &= \frac{m_1\,\boldsymbol{r}_1 + m_2\,\boldsymbol{r}_2}{m_t} \\ \boldsymbol{r} &= \boldsymbol{r}_1 - \boldsymbol{r}_2, \end{aligned} \tag{7}$$

其中， $m_t = m_1 + m_2$ 是二体原子系统的总质量，初态和末态表示为

$$\psi_i(\boldsymbol{R},\boldsymbol{r},t) = \frac{e^{i\boldsymbol{P}_i\cdot\boldsymbol{R}/\hbar}}{\sqrt{V_a}}\,\varphi_i(\boldsymbol{r})\,e^{-iE_it/\hbar}, \tag{8}$$

and

$$\psi_f(\boldsymbol{R},\boldsymbol{r},t) = \frac{e^{i\boldsymbol{P}_f\cdot\boldsymbol{R}/\hbar}}{\sqrt{V_a}}\,\varphi_f(\boldsymbol{r})\,e^{-iE_ft/\hbar}, \tag{9}$$

这里， $\boldsymbol{P}_i$ 和 $E_i = \boldsymbol{P}_i^2/2m_t + \varepsilon_i$ 分别是二体系统的初始总动量和能量， φ_i（$\boldsymbol{r}$）是该系统的初始内部态，其内部运动的对应能量为 ε_i 。此外， $\boldsymbol{P}_f$、 $E_f = \boldsymbol{P}_f^2/2m_t + \varepsilon_f$、 φ_f（$\boldsymbol{r}$）和 ε_f的含义与上述量相似，但指的是二体系统的末态。

在入射粒子-靶相互作用的一阶微扰理论下，半经典跃迁振幅表示为

$$a_{fi}(\boldsymbol{b}) = -\frac{i}{\hbar}\int_{-\infty}^{+\infty}dt\int d^3\boldsymbol{R}\int d^3\boldsymbol{r}\,\psi_f^*\,\hat{W}_I\,\psi_i. \tag{10}$$

需要注意的是，由于我们在入射粒子-靶相互作用的一阶微扰理论下处理碰撞，因此必须省略项 W_{II} ，因为将其纳入一阶振幅并不自洽，会导致截面在相对论碰撞能量 [30]下表现出非物理行为。

经过漫长（但相当直接的）计算，我们得到振幅 (10)：

$$a_{fi}(\boldsymbol{b}) = -\frac{i}{\hbar v}\,\frac{8\pi^2\,Z_pe_0}{V_a\,k'^2}\,e^{-i\,\boldsymbol{k}_\perp\cdot\boldsymbol{b}}\,\delta(k_\parallel-\omega/v)\,(I-J) \tag{11}$$

此处，

$$\begin{aligned} I &= I_1 + I_2 \\ I_1 &= e_1\,\langle\varphi_f|e^{i\nu_1\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}}|\varphi_i\rangle \\ I_2 &= e_2\,\langle\varphi_f|e^{-i\nu_2\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}}|\varphi_i\rangle, \end{aligned} \tag{12}$$

and

$$\begin{aligned} J &= J_1 + J_2 \\ J_1 &= e_1\,\frac{\boldsymbol{v}}{c^2}\cdot\left\{\frac{\boldsymbol{P}_i+\boldsymbol{P}_f}{2m_t}\langle\varphi_f|e^{i\nu_1\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}}|\varphi_i\rangle\right. \\ &\quad\left.+\frac{1}{2m_1}\langle\varphi_f|\hat{\boldsymbol{p}}_{\boldsymbol{r}}\,e^{i\nu_1\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}}+e^{i\nu_1\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}}\hat{\boldsymbol{p}}_{\boldsymbol{r}}|\varphi_i\rangle\right\} \\ J_2 &= e_2\,\frac{\boldsymbol{v}}{c^2}\cdot\left\{\frac{\boldsymbol{P}_i+\boldsymbol{P}_f}{2m_t}\langle\varphi_f|e^{-i\nu_2\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}}|\varphi_i\rangle\right. \\ &\quad\left.-\frac{1}{2m_2}\langle\varphi_f|\hat{\boldsymbol{p}}_{\boldsymbol{r}}\,e^{-i\nu_2\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}}+e^{-i\nu_2\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}}\hat{\boldsymbol{p}}_{\boldsymbol{r}}|\varphi_i\rangle\right\}, \end{aligned} \tag{13}$$

其中 $\nu_j = \mu/m_j$ ($j = 1,\ 2$) 是约化质量； $\hbar\boldsymbol{k} = \boldsymbol{P}_f - \boldsymbol{P}_i$ 和 $\hbar\omega = E_f - E_i$ 分别是碰撞中传递给二体系统的动量和能量（在实验室参考系中观察）； $\boldsymbol{k} = (\boldsymbol{k}_\perp,\ k_\parallel)$，其中 $\boldsymbol{k}_\perp\cdot\boldsymbol{v} = 0$、 $k_\parallel = \boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{v}/v$ 和 $\boldsymbol{k}' = (-\boldsymbol{k}_\perp,\ -k_\parallel/\gamma)$。

量 I 和 J 的结构表明，入射粒子在粒子 1 和粒子 2 上发生非弹性散射所产生的二体系统跃迁贡献会相干叠加（在振幅层面上）。这意味着，截面可能受到这两条反应路径之间干涉效应的影响。

正如我们已经提到的，“标准”半经典近似（其中不仅离子，原子核也以经典方式描述） [27], [28], 不能用于与正电子素的碰撞，因为正电子素的两个粒子都很轻，且质量相同。因此，我们对碰撞的处理结合了入射粒子运动的经典描述和靶的完全量子描述。

这种“中间”处理方法的一个结果是，振幅 (11) 与完全量子处理中得到的振幅有某些相似之处；在完全量子处理中，靶和入射粒子都被视为量子对象。特别是，由于我们用平面波描述靶的质心运动（平面波以相同权重遍布整个相互作用空间），概率 $|a_{fi}(\boldsymbol{b})|^2$ 不依赖于空间 [31]。采用平面波的完全量子处理中也会出现类似情况，而人们早已知道如何处理这种情况（参见例如 [32]）。

我们首先对振幅 (11) 取模平方，并将项 $\big(\delta(k_\parallel-\omega/v)\big)^2$ 改写为

$$\begin{aligned} (\delta(k_\parallel-\omega/v)^2 &= \delta(k_\parallel-\omega/v)\,\delta(k_\parallel-\omega/v) \\ &= \delta(k_\parallel-\omega/v)\frac{1}{2\pi}\lim_{L_\parallel\to\infty}\int_{-L_\parallel/2}^{+L_\parallel/2}dz\,e^{i(k_\parallel-\omega/v)z} \\ &= \lim_{L_\parallel\to\infty}\delta(k_\parallel-\omega/v)\frac{L_\parallel}{2\pi}, \end{aligned} \tag{14}$$

其中 $L_\parallel$ 是相互作用的纵向尺寸

体积，从而得到

$$|a_{fi}|^2 = \frac{32\pi^3}{\hbar^2 v^2}\,\frac{Z_p^2 e_0^2}{V_a^2\,k'^4}\,|I-J|^2\,L_\parallel\,\delta(k_\parallel-\omega/v). \quad (15)$$

将 $|a_{fi}|^2$ 对 $d^2\boldsymbol{b}=2\pi\,b\,db$ 从 $b_{min}=0$积分到 b_{max} ，得到

$$\int d^2\boldsymbol{b}\,|a_{fi}|^2 = \frac{32\pi^3}{\hbar^2 v^2}\,\frac{Z_p^2 e_0^2}{V_a^2\,k'^4}\,|I-J|^2\,V\,\delta(k_\parallel-\omega/v), \quad (16)$$

其中 $V=\pi\,b_{max}^2\,L_\parallel$ 为相互作用体积。将式（16）的右端除以 $n_a\,V$（其中 $n_a=1/V_a$ 为靶密度），即可得到每个靶原子的跃迁概率。再考虑靶原子的末态数目，$\frac{V_a d^3\boldsymbol{P}_f}{(2\pi\hbar)^3}\,\frac{V_r d^3\boldsymbol{p}}{(2\pi\hbar)^3}$，其中 $\boldsymbol{P}_f$ 为靶的末态总动量， $\boldsymbol{p}$ 和 V_r 分别为靶碎片相对运动的动量和归一化体积，最终得到截面 [33]

$$\frac{d\sigma}{d^3\boldsymbol{P}_f\,d^3\boldsymbol{p}} = \frac{4\,Z_p^2 e_0^2}{v^2}\,\delta\!\left(P_{f,z}-P_{i,z}-\frac{E_f-E_i}{v}\right) \times \frac{|I-J|^2}{\left((\boldsymbol{P}_{f,\perp}-\boldsymbol{P}_{i,\perp})^2+\frac{(E_f-E_i)^2}{v^2\gamma^2}\right)^2}. \quad (17)$$

值得注意的是，采用完全量子处理也能得到截面（17）。在这种处理中，不仅靶的质心运动，入射粒子也都用平面波描述；同时还考虑到碰撞中的动量转移远小于入射粒子动量。

上述截面也可改写为分别对粒子1和粒子2的动量 $\boldsymbol{p}_1$ 和 $\boldsymbol{p}_2$ 求微分的截面，其表达式为

$$\frac{d\sigma}{d^3\boldsymbol{p}_1\,d^3\boldsymbol{p}_2} = \frac{4\,Z_p^2 e_0^2}{v^2}\,\delta\!\left(p_{1,z}+p_{2,z}-P_{i,z}-\frac{E_f-E_i}{v}\right) \times \frac{|I-J|^2}{\left((\boldsymbol{p}_{1,\perp}+\boldsymbol{p}_{2,\perp}-\boldsymbol{P}_{i,\perp})^2+\frac{(E_f-E_i)^2}{v^2\gamma^2}\right)^2}, \quad (18)$$

其中 $E_f=\frac{p_1^2}{2m_1}+\frac{p_2^2}{2m_2}$，而由式（12）—（13）给出的量 I 和 J，必须改写为关于 $\boldsymbol{p}_1$ 和 $\boldsymbol{p}_2$ 的表达式。

前文已经提到，入射粒子与二体系统中粒子1和粒子2的非弹性散射在振幅层面上相加，这可能导致截面中出现干涉效应。对(11)-(13)式的考察表明，当粒子1和粒子2具有相等质量$m_1=m_2$，并且它们电荷的绝对值相同时 $|e_1|=|e_2|$，干涉效应达到最大。正电子素的解离恰好属于这种情况。

上述两个条件还意味着，在碰撞的弱微扰区中，电子偶素碎片——电子和正电子——的能谱是相同的。为明确起见，在讨论正电子素的解离时，我们将谈论电子能谱（这也更便于与氢的电子发射进行比较）。

与正电子素不同，氢原子由质量相差超过三个数量级的粒子组成。这会带来两个后果。首先，即使在弱微扰区，氢碎片——电子和原子核——的能谱通常也会不同。其次，氢电离中的干涉效应小到可以忽略，因为入射粒子与氢核的散射实际上不会导致电离。事实上，正如式（12）—（13）所示，入射粒子与氢核相互作用引起的电离，需要的动量转移大约比入射粒子与电子相互作用引起电离所需的动量转移大三个数量级。然而，具有如此巨大动量转移的碰撞对原子截面的贡献可以忽略不计。

III. 数值结果与讨论

在讨论数值结果之前，有必要说明两点。

首先，在弱微扰范围内，截面对入射粒子电荷的依赖关系很简单，即 $\sim Z_p^2$。因此，下文给出的截面结果均除以 Z_p^2。

其次，自然界中存在三种氢同位素：氕 ^{1}H、氘 ^{2}H（或 D）和氚 ^{3}H（或 T）。它们的约化质量 $\mu=m_1m_2/m_t$ 实际上都与电子质量 m_e 相同，因此快速入射粒子引起的这些同位素电离过程非常相似。尤其是，这些过程中发射出的电子谱基本相同。此外，靶核的角谱和动量谱实际上也相同。鉴于上述情况，下文为明确起见，将讨论 ^{1}H（=H）的电离。

A. 靶碎片的能量分布

在图1和图2中，我们分别给出了3 MeV/u和1 GeV/u入射粒子引起Ps(1s)解离以及H(1s)电离时发射电子的能谱。还需注意，这些碰撞能量分别对应于碰撞速度 $v\approx 11$ a.u.和 $v\approx 120$a.u.，并且在1 GeV/u时，相应的碰撞洛伦兹因子 $\gamma\approx 2.08$ 已显著超过1。

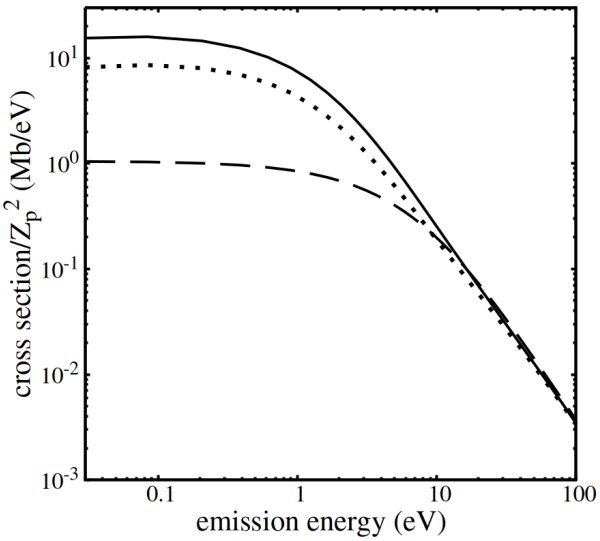


图 1：3 MeV/u 入射粒子引起 Ps(1s) 解离和 H(1s) 电离时发射电子的能谱（碰撞速度为 ≈ 11 a.u.）。实线和点线：分别为计算入射粒子与电子、正电子散射时计入和忽略干涉所得的 Ps(1s) 碰撞发射结果。虚线：H(1s) 碰撞中的电子发射。

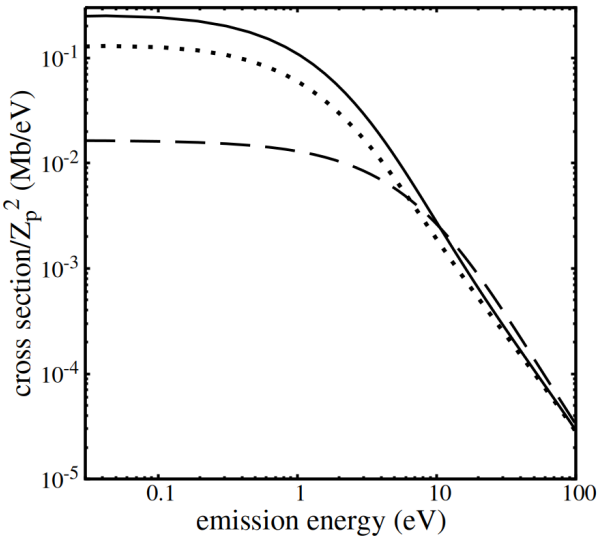


图 2：与图 1 相同，但入射粒子为 1 GeV/u（碰撞速度为 $\approx$ 120 a.u.，碰撞洛伦兹因子为 $\gamma \approx 2.08$）。

从图中可以清楚地看到两个主要特征。首先，与正电子素碰撞时能谱低能部分的强度远高于与氢碰撞时的强度。其次，通过比较计入与忽略入射粒子在电子和正电子，我们可以得出结论：在低发射能量下，这些散射通道之间存在强烈的相长干涉。

对 3 MeV/u 和 1 GeV/u 能谱的比较还表明，在较高碰撞能量下，发射能谱的低能部分（相对而言）显著增强。这反映出，随着碰撞能量升高，快速入射粒子引起的解离/电离过程中，所谓的软碰撞——即动量转移（非常）小的碰撞——所占的主导地位不断增强。

进一步考察图 1 和图 2 中的能谱，可以得出以下观察结果。

首先，在较低能量范围（低于几电子伏特）内，入射粒子分别与电子和正电子发生散射所产生的干涉，使正电子素解离的截面几乎增加了一倍。若将忽略干涉所得到的截面除以 2，则相当于得到入射粒子仅与正电子素中的一个粒子（电子或正电子）发生散射时对截面的贡献。然而，即使是这样降低后的截面，仍显著大于氢电离的截面。由于在后一过程中，只有入射粒子与电子的散射产生贡献（质子因其极大的质量而处于“被动”状态，[34]），因此，将这一剩余差异归因于正电子素较小的结合能是合理的。

其次，具有较高能量的靶反应碎片源于具有较大动量转移的碰撞，这会减弱干涉效应在正电子素解离中的作用。此外，由于较大的发射能量是由吸收入射粒子场中较高频率的分量所引起的，氢较大的结合能此时反而成为有利因素（这类似于在光子能量足够时，结合得越紧的电子具有越大的光吸收截面）。然而，氢较大的结合能所带来的影响，在很大程度上被正电子素拥有两个活性粒子的优势所抵消。因此，较大发射能量（$\gtrsim 10$ 电子伏特）的范围对正电子素解离与氢电离之间总截面的差异贡献很小。

B. 靶碎片的角分布

图3和图4分别显示了碰撞能量为3 MeV/u和1 GeV/u时靶碎片的角分布，以截面 $d\sigma \sin\theta d\theta$ 表示，其中 θ 是从入射粒子运动方向 $\boldsymbol{v}$起算的极发射角。

可以看出，在3 MeV/u碰撞能量下，发射电子的角分布具有明显的前后不对称，其中大多数电子沿前向半球运动。

这种不对称性的根本原因是动量纵向分量 $\hbar k_{\|} > 0$ 为正，

碰撞中传递给靶的动量 $\hbar\boldsymbol{k}$ 。我们还注意到，氢的电子发射所表现出的不对称性更为明显，这是因为：i）氢的结合能高于正电子素；ii）电离过程完全由入射粒子与氢原子电子之间的相互作用驱动（因此，传递给整个靶的动量是经由电子传递的）。与此同时，质子的角分布不对称性要弱得多，因为质子仅“间接”参与电离过程。

与正电子素发生碰撞时，靶碎片角分布的不对称性不如氢中发射电子的角谱明显，因为由于结合能较低，与正电子素碰撞时 $\hbar k_{\|}$ 的数值较小。不过，这种不对称性仍强于质子角谱中的不对称性，因为正电子素中的两个粒子都“直接”参与了解离过程。此外，在正电子素解离过程中，电子和正电子散射之间的相长干涉显著增强了所有发射角度下靶碎片的角谱。

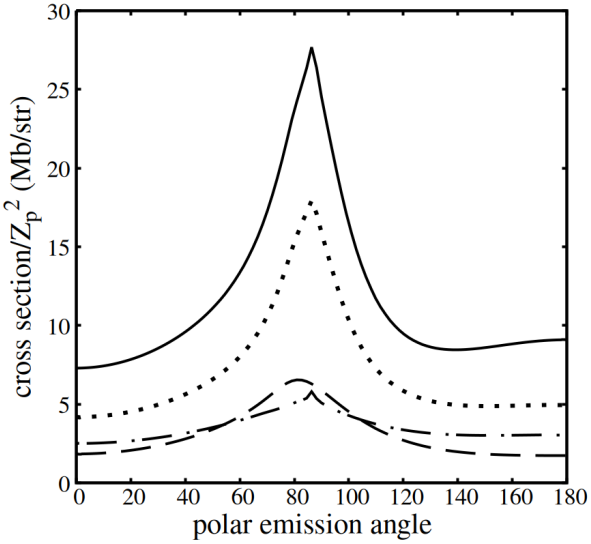


图 3：3 MeV/u 入射粒子碰撞 Ps(1s) 引发的解离和 H(1s) 引发的电离过程中，靶碎片的角谱。实线和点线：碰撞 Ps(1s) 时的电子发射，分别为在入射粒子对电子和正电子的散射中计入和忽略干涉的计算结果。虚线和点划线：碰撞 H(1s) 时的电子发射和质子发射。

在 1 GeV/u 的碰撞中，角分布中的不对称性变得弱得多，因为动量转移的纵向分量 $\hbar k_{\|} \sim 1/v$ 现在小得多。在如此高的碰撞能量下，解离和电离过程在很大程度上由动量转移极小的碰撞主导。因此，正电子素解离中的干涉效应变得更强一些，而在氢的电离过程中

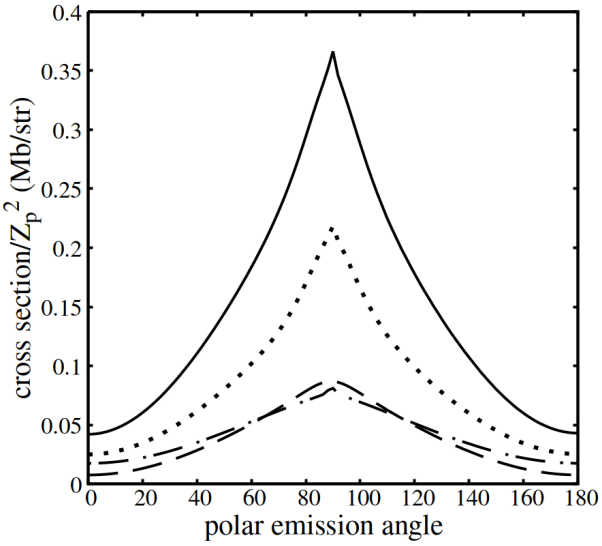


图 4：与图 3 相同，但碰撞能量为 1 GeV/u。

电子和质子的角分布之间的差异减小了。

为完成本小节，我们指出，在 Ps 和氢的碰撞中，发射电子的角分布在各自极大值附近存在定性差异：Ps 解离时，该分布呈狭窄的尖 cusp 状，而氢电离时则相当平滑。这种差异可追溯到库仑连续态函数的奇异性 $\sim 1/\sqrt{v_{12}}$；当反应碎片的相对速度 v_{12} 趋于零时，便会出现这种奇异性。在氢电离中，电子-质子相对速度实际上与电子速度相等，因此电子角分布中波函数的奇异性会被电子动量 $\sim p_e$ （它来自发射电子的动量空间：$d^3\boldsymbol{p}_e = m_e p_e d\varepsilon_e d\Omega_e$）抵消。然而，Ps 解离时不会发生这种抵消，因为此时电子（或正电子）的速度与电子-正电子相对速度存在显著差异。

此外，氢电离过程中质子的角分布也呈现出类似尖 cusp 的形状，因为质子速度与质子—电子相对速度存在显著差异，因此截面中连续态波函数的奇异性不会被质子动量抵消。

C. 靶碎片的纵向和横向动量分布

对靶碎片的纵向 $\frac{d\sigma}{dp_{\|}}$ 和横向 $\frac{d\sigma}{dp_{\perp}}$ 动量分布进行研究，为探究

碰撞动力学提供了另一个视角。（这里，$p_{\parallel} = \boldsymbol{p} \cdot \boldsymbol{v}/v$ 和 $p_{\perp} = \sqrt{p^2 - p_{\parallel}^2}$ 分别是碎片动量 $\boldsymbol{p}$ 的纵向和横向分量。）这些分布见图 5–8，对应的入射能量为 3 MeV/u 和 1 GeV/u。

纵向动量分布基本上“印证”了角分布中观察到的特征，并进一步凸显了这些特征。具体而言，在较低碰撞能量（3 MeV/u）下的碰撞中：i）与 H(1s) 发生碰撞时，电子发射存在相当显著的前后不对称；ii）质子的这种不对称性弱得多，这反映出入射粒子与质子之间的相互作用不会导致电离；iii）Ps(1s) 解离过程中靶碎片的这种不对称性也显著较弱，这与该系统较小的结合能有关，因而与正电子素发生碰撞时的纵向动量转移值也较小。我们还注意到，氢电离过程中靶碎片的纵向分布较宽，这与氢原子较宽的康普顿轮廓有关。

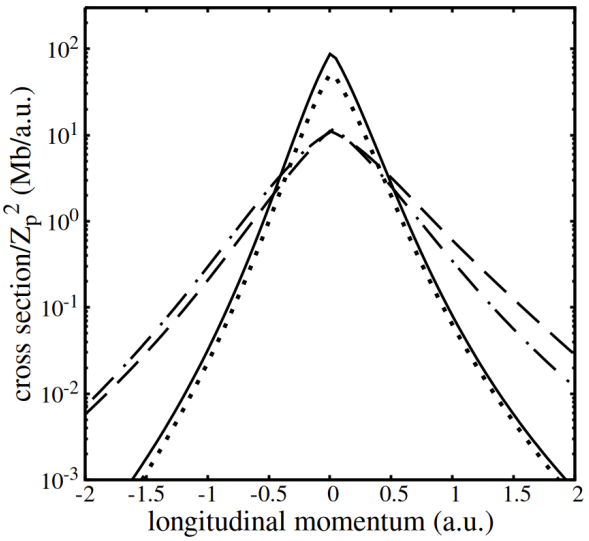


图5：3 MeV/u 入射粒子引起的 Ps(1s) 解离和 H(1s) 电离过程中靶碎片的纵向动量谱。实线和点线分别表示在计算入射粒子对电子和正电子的散射时，计入和忽略干涉所得的 Ps(1s) 碰撞发射结果。虚线和点划线分别表示 H(1s) 碰撞中的电子和质子发射。

在能量高得多（1 GeV/u）的碰撞中，碰撞中的纵向动量转移与 $1/v$ 成正比，其值已远小于 3 MeV/u 时的动量转移。因此，纵向动量谱变得几乎对称。

我们还注意到，所有纵向动量分布在 $p_{\parallel}$ =0 处都有一个尖锐（尖 cusp 状）的极大值。这是快碰撞中原子电离的一个众所周知的特征（例如参见 [26]）。其起源在于，当靶碎片相对速度为零时，它们相对运动的库仑波函数存在奇异性。与角分布不同，即使是重原子发射电子时，这种奇异性也不会被抵消。

图 7–8 展示了入射粒子在相同碰撞能量下靶碎片的横向动量分布。观察这些图可以发现，上文讨论的正电子素解离和氢电离的主要特征，在横向动量分布中也清晰可见。具体而言，我们观察到，正电子素在其碎片动量较小时解离会产生强烈的相长干涉；随着动量增大，这种干涉最终消失。此外，这些图还清楚显示，在氢电离过程中，质子所起的作用较为被动，因此与电子相比，该粒子的动量谱显著更窄。我们还观察到，与氢电离中的电子相比，正电子素解离会使正电子素碎片在低动量处形成强得多的峰值。最后，图 7–8 表明，在较高碰撞能量下发生的碰撞中，发射的低动量（低能量）部分相对增强。

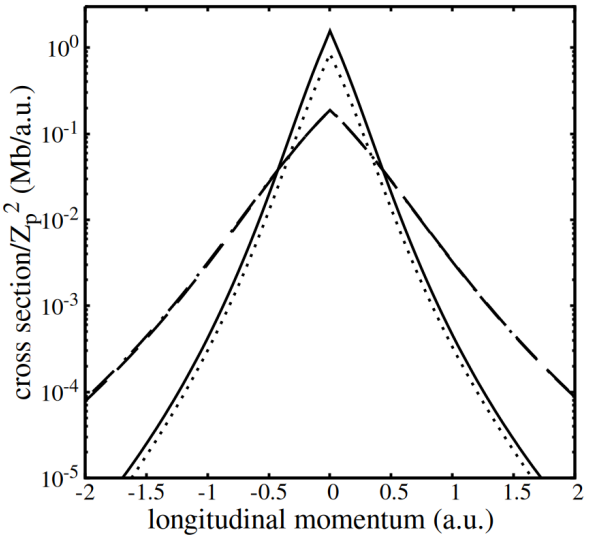


图6：与图5相同，但碰撞能量为 1 GeV/u。

D. 总解离/电离截面

正电子素解离和氢电离的总截面，可通过对其截面 (17)-(18)进行（多维）数值积分而得到。

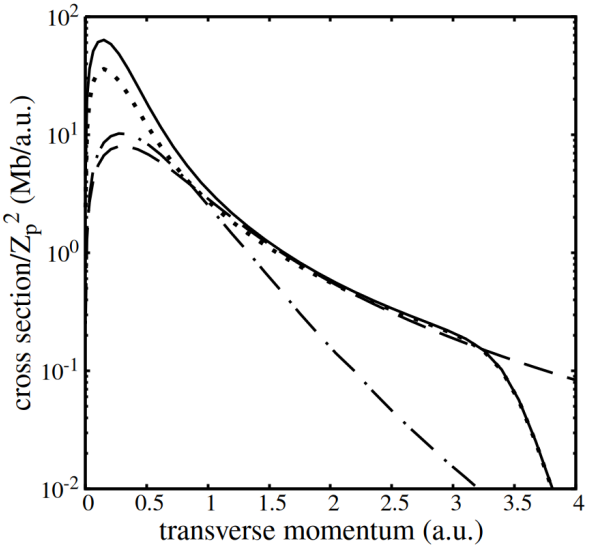


图7：3 MeV/u入射粒子引起的Ps(1s)解离和H(1s)电离中靶碎片的横动量谱。实线和点线：分别计入和忽略入射粒子在电子与正电子上散射的干涉时，计算得到的与Ps(1s)碰撞中的发射。虚线和点划线：分别为与H(1s)碰撞中的电子发射和质子发射。

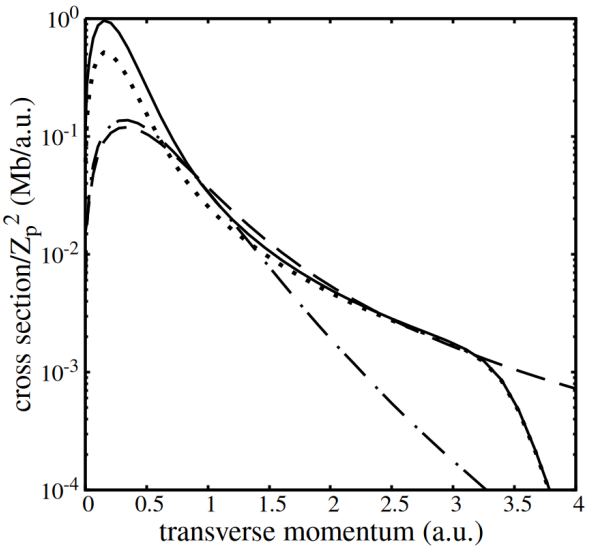


图8：与图7相同，但碰撞能量为1 GeV/u。

然而，众所周知，对于高能碰撞中发生的单电离，可以推导出总电离截面的简单（但准确）公式。

早在很久以前，H. Bethe [35] 就利用入射粒子-靶相互作用的一阶微扰理论（即所谓的 Bethe-Born 近似，[35]，[36]）推导出了氢从基态电离的总截面。该截面以原子单位表示（$\hbar = m_e = e_0 = 1$），写作

$$\sigma_{\rm H} = 7.11\,\frac{Z_p^2}{v^2}\left(\ln(9.1\,v) + \ln\gamma - \frac{v^2}{2c^2}\right). \qquad (19)$$

对于与正电子素的碰撞，类似的考虑（在本研究中进行）给出了从基态离解的总截面

$$\sigma_{\rm Ps} = 28.45\,\frac{Z_p^2}{v^2}\left(\ln(5.6\,v) + \ln\gamma - \frac{v^2}{2c^2}\right). \qquad (20)$$

（公式(20)也以原子单位书写。）

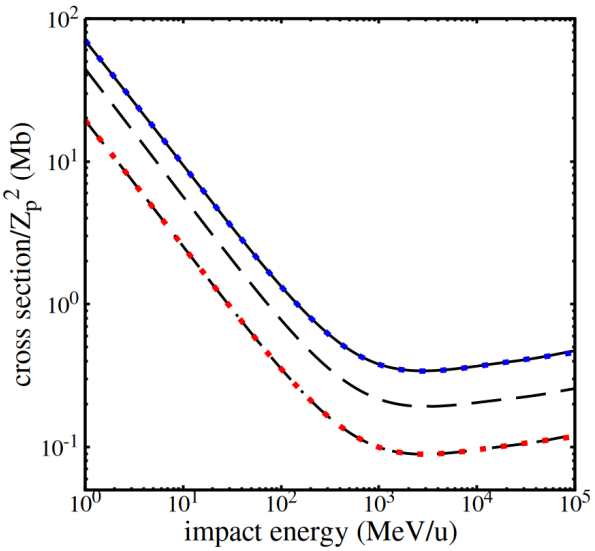


图9：Ps(1s)解离和H(1s)电离的总截面随碰撞能量的变化。实线和虚线：分别计入和忽略入射粒子在电子与正电子上非弹性散射中的干涉效应时计算得到的Ps(1s)解离。点划线：H(1s)的电离。蓝色和红色点分别为利用式(19)和式(20)对H(1s)电离和Ps(1s)解离的计算结果。

图 9 展示了 H(1s) 碰撞电离和 Ps(1s) 解离的总截面结果。这些结果是通过以下两种方法得到的：i）对截面 (17)（或 (18)）进行数值积分；ii）使用表达式 (19) 和 (20)。由这些结果可知，Ps 解离截面约为 H 电离截面的 4 倍。图中还可以看到，公式 (19) 和 (20) 得出的结果均与总截面的数值计算结果高度吻合。

1 GeV/u（$v/c \approx 0.88$，$\gamma \approx 2.08$）的碰撞能量（这是前述小节中考虑的两种碰撞能量之一）从形式上说已属于

相对论区域。然而，即使在这一碰撞能量下，氢和正电子素这类束缚如此微弱的系统发生解离/电离时，相对论效应仍然非常有限 [37]。

从截面（19）和（20）的结构中很容易看出这一点，其中相对论效应由括号中的第二项和第三项描述。由这些表达式可知，若要使这些效应显著影响截面，碰撞洛伦兹因子 γ 必须与碰撞速度（以原子单位计）相差不大。图 9 展示了这一点：只有当碰撞能量高于 10 GeV/u 时，入射粒子的电磁场因相对论效应而变得平坦，从而导致截面显著增大。

IV. 结论

我们介绍了弱微扰条件下快速入射核引起的正电子素解离与原子氢电离的比较研究结果，$Z_p e_0^2/\hbar \ll v < c$；在此条件下，入射粒子与靶之间的相互作用可用微扰理论的一阶近似处理，原子碰撞的物理过程也相对简单。在这一碰撞条件下，截面依赖于入射粒子电荷的 $(Z_p e_0)^2$，，而电荷效应（符号）不存在；这尤其意味着，正电子素解离过程中电子和正电子的能谱完全相同。此外，截面与入射粒子的质量无关。

因此，与这两种基本二体原子系统发生碰撞时，唯一主要的差异在于其带正电组分的质量截然不同。因此，我们的研究主要关注相应的质量效应对解离/电离过程的影响。

我们已经证明，质量效应表现为：i）入射粒子与电子和正电子之间的非弹性散射产生整体上更强的相长干涉，从而提高正电子素解离的几率；ii）正电子素的结合能显著较小，因此使解离该体系所需的动量转移更小，进而也增大截面；iii）氢原子核由于质量极大，在碰撞中起“被动”作用，阻止了入射粒子与原子核相互作用而导致氢电离。

我们详细考察了靶碎片的能量谱、角分布和动量谱，以及总截面。研究尤其表明，与氢和正电子素发生碰撞时发射的电子谱存在显著差异，而且正电子素解离的可能性约为氢电离的四倍。

我们还得到了一个计算正电子素解离总截面的简明公式，其结果与数值计算高度吻合。

最后我们指出，在快碰撞中，动量转移远小于入射粒子的动量，此时截面取决于入射粒子速度，但实际上与入射粒子的质量无关。因此，本研究的结果也可直接用于快速电子（或正电子）引发的解离/电离过程。

五、致谢

我们感谢中国国家重点研发计划（项目编号：2022YFA1602500）、中国科学院院长国际奖学金计划、西部之光—西部交叉团队项目（项目编号：xbzgzdsys202406）以及兰州国家重离子研究设施实验室（HIRFL）的支持。A.B.V. 感谢近代物理研究所的热情接待。

[1]S. G. Karshenboim, 《国际现代物理学杂志》**A 19**, 3879–3896（2003）: arXiv:hep-ph/0310099。[2] G. S. Adkins、R. N. Fell、J. Sapirstein, 《物理评论快报》**84**, 5086–5089（2000）: arXiv:hep-ph/0003028。[3] Y. Kataoka、S. Asai、T. Kobayashi, 《正电子素湮灭率的 O(2) 修正首次检验》。《物理快报》**B 671**, 219–223（2009）; arXiv:0809.1594。[4] C. Champion 和 C. Le Loirec, 《医学与生物学物理》**52**, 6605（2007）。[5] G. Garcia 和 M. C. Fuss（编者）, *Radiation Dam-age in Biomolecular Systems*, （Springer Science, Business Media BV）（2012）。[6] N. Guessoum、P. Jean 和 W. Gillard, 《皇家天文学会月刊》**402**, 1171（2010）。[7] G. Weidenspointner、C. R. Shrader、J. Kndlseder、P. Jean, V. Lonjou, N. Guessoum, R. Diehl, W. Gillard 和 M. J. Harris, 《天文学与天体物理学》**450**, 1013 (2006). [8] M. S. Briggs 等, 《地球物理研究快报》**38**, L02808 (2011). [9] G. Laricchia 和 H. R. J. Walters, 《新物理学评论》**35**, N 6, 305 (2012). [10] D. B. Cassidy, P. Crivelli, T. H. Hisakado, L. Liszkay, V. E. Meligne, P. Perez, H. W. K. Tom 和 A. P. Mills, Phys. Rev. **A 81**, 012715 (2010). [11] K. Shu, Y. Tajima, R. Uozumi, N. Miyamoto, S. Shi- raishi, T. Kobayashi, A. Ishida, K. Yamada, R. W. Gladen, T. Namba, S. Asai, K. Wada, I. Mochizuki, T. Hyodo, K. Ito, K. Michishio, B. E. O'Rourke, N. Oshima, K. Yoshioka1, 《自然》**633**, 793 (2024). [12] L. T. Gl¨oggler, 《物理评论快报》**132**, 083402 (2024). [13] H. Ray, NIM **B 192**, 191 (2002).

[14] C. Starrett, Mary T. McAlinden 和 H. R. J. Walters, Phys. Rev. **A 72**, 012508 (2005). [15] S. Armitage, D.E. Leslie, J. Beale, G. Laricchia, NIM **B 247**, 98 (2006). [16] H. Ray, 《欧洲物理快报》**73**, 21 (2006). [17] C. Starrett 和 H.R.J. Walters, Journal of Electron Spec- troscopy and Related Phenomena **161**, 194 (2007). [18] S J Brawley 和 G Laricchia, 《物理学杂志：会议系列》**199**, 012001 2010( ). [19] D. Ghosh, S. Mukhopadhyay 和 C. Sinha, 《欧洲物理杂志D辑》67: 85 (2013) [20] Z. Kaliman, K. Pisk 和 R. H. Pratt, Phys. Rev. **A 83**, 053406 2011( ). [21] Z Kaliman 和 K Pisk, J. Phys. **B 46** 235002 (2013). [22] D. Dai 和 L. Fu, Phys. Rev. **A 107**, 043118 (2023). [23] B. Najjari, C. Pedain, C. M¨uller 和 A. B. Voitkiv, Phys. Rev. **A 111**, 023109 (2025)[24] 由于我们将用平面波描述靶的质心运动，因此原点的确切位置并不重要（它应位于相互作用体积内）。 [25] R. Moshammer, W. Schmitt, J. Ullrich, H. Kollmus, A. Cassimi, R. D¨orner, O. Jagutzki, R. Mann, R. E. Olson 等, Phys. Rev. Lett. **79**, 3621 (1997). [26] A. B. Voitkiv, B. Najjari, R. Moshammer 和 J. Ullrich, Phys. Rev. **A 65**, 032707 (2002); A. B. Voitkiv 和 B. Najjari, J. Phys. **B 37**, 4831 (2004). [27] J. Eichler 和 W. E. Meyerhof, *Relativistic Atomic Collisions* ，（圣迭戈：学术出版社，1995）。[28] J. Eichler, *Lectures on Ion-Atom collisions*（爱思唯尔，纽约，2005）。[29] J.D. Jackson, *Classical Electrodynamics*, 第3版，（威利出版社，纽约，1999）。[30] A. B. Voitkiv, 《物理学杂志》**B 40**，2885（2007）。[31] 由于靶的质心运动由平面波描述，因此在我们的处理方法中，矢量 $\boldsymbol{b}$ 并不具有其在半经典近似的常见形式（例如见 [27], [28]）中所代表的入射粒子-靶碰撞参数的含义。[32] J. D. Bjorker 和 S. D. Drell, *Relativistic Quantum Mechanics* 1964 （麦格劳-希尔图书公司，纽约，）。[33] 在推导式（17）时，我们选择了 $V_r = (2\pi\hbar)^3$。[34] 考察表达式（12）和（13）可知，通过弹丸-质子相互作用使氢电离，需要数百原子单位量级的动量转移。然而，这种动量转移下的碰撞对氢电离几乎没有影响。[35] H. Bethe, 《物理年鉴》（莱比锡）**5**，325（1930）。[36] M. Inokuti, 《现代物理评论》**43**，297（1971）；《现代物理评论》**50**，23（1978）。[37] 只有忽略相对论与非相对论情况下碰撞速度对碰撞能量的依赖关系之间的“平凡”差异时，该能量下的相对论效应才仍然十分微弱。