利用贝叶斯优化和漫游车-地形仿真协同设计漫游车车轮与控制

Huzaifa Mustafa Unjhawala、Khizar Shaikh、Luning Bakke、Radu Serban、Dan Negrut*

威斯康星大学麦迪逊分校机械工程系，美国威斯康星州麦迪逊市，邮编 53706 *通讯作者：Dan Negrut（negrut@wisc.edu）

关键词：贝叶斯优化、漫游车车轮设计、连续介质地面力学、闭环仿真、协同设计、光滑粒子流体动力学、可变形地形

尽管仿真对于优化机器人系统至关重要，但对可变形地形进行建模的高昂成本，长期以来阻碍了仿真在涉及越野自主移动的全车设计研究中的应用。例如，离散元法（DEM）仿真通常仅限于单轮测试，因此难以得出有关车轮-车辆-控制器整体交互作用的结论，也妨碍了系统设计与系统控制的联合优化。本文提出一种贝叶斯优化框架，利用可变形地形上的高保真全车闭环仿真，协同设计漫游车车轮几何形状和转向控制器参数。借助用于地面力学的连续介质表示模型（CRM）所具备的计算效率和可扩展性，我们在复杂程度各异的轨迹上评估候选方案，同时牵引固定载荷。优化器采用多目标构式调整车轮参数（半径、宽度和凸棱特征）及转向PID增益，在行驶速度、轨迹跟踪误差和能耗之间寻求平衡。我们比较了两种优化策略——车轮与控制器参数的同步协同优化，以及将机械设计与控制设计解耦的序贯方法——并分析了它们在性能和计算成本方面的权衡。这些优化任务涵盖3,000次全车仿真，仅用五至九天便告完成；而采用该团队此前的基于离散元法的方法时，这一过程过去需要数月。最后，我们报告了一项初步硬件研究，结果表明，经仿真优化的车轮设计在实体漫游车上仍能保持相对性能趋势。综上，这些结果表明，可扩展的高保真仿真能够支持可变形地形上越野车辆的车轮设计与控制实用协同优化，无需依赖计算成本高得难以承受的离散元法研究。本研究使用的仿真基础设施（脚本和模型）已在公共代码库中开源，以支持可复现性研究和后续研究。

arXiv:2602.01535v1 [cs.RO] 2 Feb 2026

1 引言

仿真能够以较低的成本和风险开展“虚拟”实验，已成为机器人系统工程中的重要工具 [1]。对于移动机器人和漫游车而言，仿真使工程师能够在实体硬件遭受损坏之前，评估控制策略、探究失效模式，并评估机器人在严苛环境中的性能。这一能力对于越野车辆和行星探测车尤为重要，因为车轮—地形相互作用具有高度非线性，难以通过实验研究。在这类情况下，仿真提供了一种系统的方法，用于研究那些在实验室测试中难以复现或复现后容易产生误导的物理现象。例如，近期一项研究表明，“重力偏置”实验可能会显著高估漫游车的通行能力，并据此主张采用基于仿真的方法评估移动性能 [2]。因此，基于物理的仿真已成为机器人学中控制开发、算法基准测试和系统验证的标准手段 [1, 3]。

尽管仿真已广泛应用于控制和验证，但将其作为漫游车车轮设计工具的应用仍相对有限，尤其是在涉及可变形地形时。这主要是因为准确模拟颗粒介质的计算成本很高，致使大多数基于仿真的车轮优化研究只能采用简化的单车轮设置。

1.1 相关研究

仿真驱动的漫游车车轮设计中少数值得关注的案例之一，是德国航空航天中心（DLR）的 Stubbig 和 Lichtenheldt 所开展的工作 [4],：他们将贝叶斯优化（BO）应用于 MMX（火卫一）探测车任务的单轮离散元法（DEM）仿真。在这项研究中，车轮几何形状由四个变量参数化，即凸棱高度、凸棱数量、人字形角度和轮辋曲率；并在三种行驶场景下评估每个候选方案：前向运动、倒车运动，以及在 10° 坡面上上坡行驶。性能以总行驶距离衡量，并以基准车轮设计进行归一化。最终优化得到的车轮，其仿真行驶距离较先前原型提高了约 64%。然而，由于离散元法的计算成本较高，优化仅限于在自由滑移、固定角速度条件下进行单轮测试。车轮被限制为保持直立且不能侧向移动，因此无法体现转向效应，也无法与其他车轮耦合以捕捉载荷转移效应。贝叶斯优化过程包含 115 次迭代，每次仿真在 Nvidia V100 GPU 上约需 20 小时，总计算时间约为 96 天。

在 [5] 针对 MGRU3 火星车也采用了类似方法，利用贝叶斯优化通过基于离散元法的仿真改进车轮几何形状。这项研究采用 DEME 求解器 [6]，重点考察单轮性能指标，例如坡面牵引力，以及一个与转向相关的量，其定义为 $S_t = \frac{F_y}{mg}$，表示车轮偏转 5°时单位重量所受的侧向力。与 DLR 研究一样，车轮被限制为只能前向运动，无法在平面内自由运动；角速度由外部设定，而非由控制器控制。研究评估了约 1744 次仿真，每次在 Nvidia A100 GPU 上耗时约 30 分钟，总计算时间约为 36 天。

1.2 文献中的空白

总的来说，这些研究表明，基于离散元法的现代仿真能够系统地探索漫游车车轮设计空间，突破纯经验方法所能实现的范围。然而，这些研究也凸显了若干长期存在的局限。由于依赖孤立的单轮测试，这些方法忽略了车辆级动力学、车轮间耦合，以及车轮几何形状与闭环控制之间的相互作用。对运动施加固定约束并由外部强制驱动，也进一步限制了它们对转向等真实机动行为的捕捉能力。此外，尽管 GPU 加速的离散元法求解器不断进步，这些研究的计算成本仍然很高，优化任务需要超过一个月的实际运行时间。

1.3 贡献

我们提出了一种面向漫游车车轮设计与控制的全车闭环优化框架，并采用基于连续体的地面力学仿真器 Chrono::CRM [7, 8] 作为仿真后端。该框架将车轮几何形状、转向控制器增益和车辆动力学纳入贝叶斯优化循环，从而能够在闭环运行条件下评估车辆级牵引力、转向行为和能效。本研究的贡献如下：

- 我们提出了一种优化框架，可在可变形地形上的全车闭环仿真中，同时优化漫游车车轮几何形状（半径、宽度、凸棱特征和方向）以及转向PID增益。
- 我们构建了一个多目标代价函数，综合权衡机动完成时间、轨迹跟踪误差和能耗。
- 我们比较了两种优化策略：同时协同优化车轮和控制器参数，以及将机械设计与控制设计解耦的序贯方法，并分析了二者的权衡。
- 我们通过载荷牵引测试进行了初步实验验证，结果表明，仿真中的相对性能排名在实体漫游车上依然成立。
- 我们完成了包含 3,000 次全车仿真的优化任务，耗时五至九天，具体取决于所采用的策略；相比之下，先前基于离散元法的研究需要一个月甚至更长时间。

1.4 组织结构

第 2 节介绍车辆与地形模型、车轮参数化以及贝叶斯优化设置。第 3 节展示优化结果、敏感性分析和实验验证。第 4 节总结研究发现，第 5 节讨论未来工作。复现结果所需的代码和说明见 https://github.com/uwsbel/sbel-reproducibility/tree/master/2025/WheelOpt。

2 方法论

本节介绍用于同时协同设计漫游车车轮几何形状与转向控制策略的仿真框架和优化方法。所有物理和虚拟实验均使用自主研究测试平台（ART） [9, 10], 这款 1/6 比例的漫游车平台开展，其轴距为 0.47 m，轮距为 0.34 m，见图 1。该比例与 MMX 漫游车 [11]相近。车辆采用 Chrono::Vehicle [12],进行仿真，并与使用 Chrono::CRM [7]建模的可变形地形耦合；详情见第 2.1 节。

使用自适应实验平台（Ax） [13] 及其 BoTorch 后端 [14]，对车轮几何形状和转向PID增益进行贝叶斯优化。总体框架概述见第 2.3 节，优化设置详见第 2.2 节。

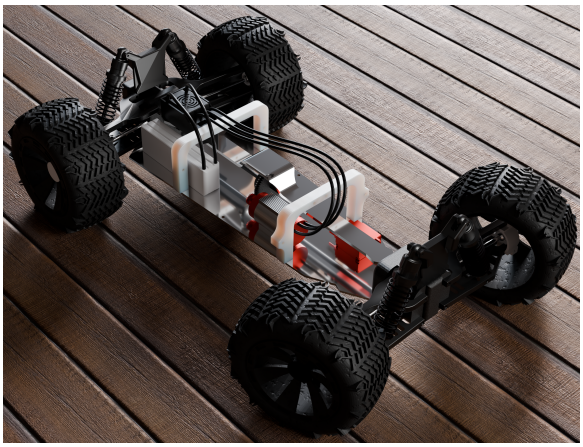


图1：本研究使用的ART车辆。该平台的轴距为0.47 m，轮距为0.34 m。

2.1 车辆与地形建模

2.1.1 ART 与 Chrono::Vehicle

ART 的前后轴均采用双叉臂独立悬架、摇臂式转向机构，以及带中央差速器的全轮驱动配置。

该车辆通过数字孪生模型进行仿真，该模型称为 dART，基于 Project Chrono 框架中的 Chrono::Vehicle 模块实现 [15] 。该模块提供基于物理的车辆动力学建模，包括动力传动系统、悬架、转向系统和驾驶员控制装置。dART 模型在悬架几何结构、转向机构和传动系统架构方面与实体平台相匹配，并已在先前的工作中通过实验进行校准和验证 [10, 16, 17]。

2.1.2 使用 Chrono::CRM 进行地形建模

Chrono::CRM 将离散颗粒材料建模为连续体，并将轮土相互作用视为流固耦合（FSI）问题。这种连续体公式既能捕捉颗粒介质的整体力学响应，又具备计算效率；若采用离散元方法，计算成本则会高得难以承受。此处概述其数学公式；完整细节和验证结果见 [7]。

颗粒介质的动力学遵循质量守恒和动量守恒定律。以拉格朗日形式表示，密度 ρ 和速度 $\mathbf{u}$ 按 [7]演化：

$$\frac{d\rho}{dt} = -\rho\nabla\cdot\mathbf{u}, \tag{1}$$

$$\frac{d\mathbf{u}}{dt} = \frac{\nabla\cdot\boldsymbol{\sigma}}{\rho} + \mathbf{f}_b, \tag{2}$$

其中， $\boldsymbol{\sigma}$ 为柯西应力张量，$\mathbf{f}_b$ 表示单位质量所受的体力。由于仅凭守恒定律无法确定应力张量，因此需要本构关系来闭合方程组。

为确保刚体旋转下的参考系无关性,应力演化采用 Jaumann客观率表示 ：

$$\overset{\triangle}{\boldsymbol{\sigma}} = \frac{d\boldsymbol{\sigma}}{dt} - \dot{\boldsymbol{\phi}}\cdot\boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{\sigma}\cdot\dot{\boldsymbol{\phi}}, \tag{3}$$

其中， $\dot{\boldsymbol{\phi}} = \frac{1}{2}(\nabla\mathbf{u} - (\nabla\mathbf{u})^{\mathrm{T}})$为旋转率张量。Jaumann率通过涉及体积模量 K 和剪切模量 G的线性亚弹性关系与应变率相关联。为捕捉颗粒介质中的不可逆变形，该公式采用小应变率弹塑性分解：

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \underbrace{\frac{1}{2}(\nabla\mathbf{u} + \nabla\mathbf{u}^{\intercal})}_{\text{total strain rate}} - \underbrace{\frac{1}{\sqrt{2}}\dot{\lambda}\frac{\boldsymbol{\tau}}{\bar{\tau}}}_{\text{plastic strain rate}}, \tag{4}$$

其中，塑性流动由基于 $\mu(I)$ 的流变关系 [18] 控制，该关系用于模拟密集颗粒流特有的率相关摩擦行为。这里， $\bar{\tau} = \sqrt{\frac{1}{2}\boldsymbol{\tau}:\boldsymbol{\tau}}$ 为等效剪切应力， $\dot{\lambda}$ 为塑性剪切应变率。

控制方程采用光滑粒子流体动力学（SPH）进行空间离散。每个粒子 i 携带密度 ρ_i、速度 $\mathbf{u}_i$ 和应力 $\boldsymbol{\sigma}_i$，这些量按照式（1）–（4）的离散形式演化，即对邻近粒子求和，并以 SPH核函数 W_{ij} 及其梯度作为权重。由此得到的半离散系统通过以下方式积分：

采用两阶段龙格–库塔（RK2）格式进行时间积分。Chrono::CRM 在图形处理器（GPU）上并行执行这些计算，为每个粒子分配一个线程。以接近实时的速度仿真全车与地形的相互作用，对于本研究至关重要，因为优化需要进行数千次闭环仿真。更多实现细节见 [7]。

2.1.3 车辆–地形相互作用建模

车辆多体系统与 Chrono::CRM 地形模型通过 Chrono::FSI [19] 实现的显式力–位移协同仿真框架进行耦合。Chrono::FSI 管理多体车辆动力学与可变形地形仿真之间的数据交换，使固相与颗粒相之间能够进行双向相互作用。具体而言，车辆系统在位置与速度层面传递完整状态信息，而 CRM 地形模型则返回作用于与土壤接触的车辆部件上的合成接触力与力矩。除处理数据交换外，Chrono::FSI 还控制协同仿真元步长，该步长定义两个子系统之间的同步频率。车辆与地形动力学借助非阻塞并行线程并行推进，使两相能够同时演化。协同仿真框架的示意图见图 2。在本研究中，元步长设置为等于车辆多体系统的时间步长。

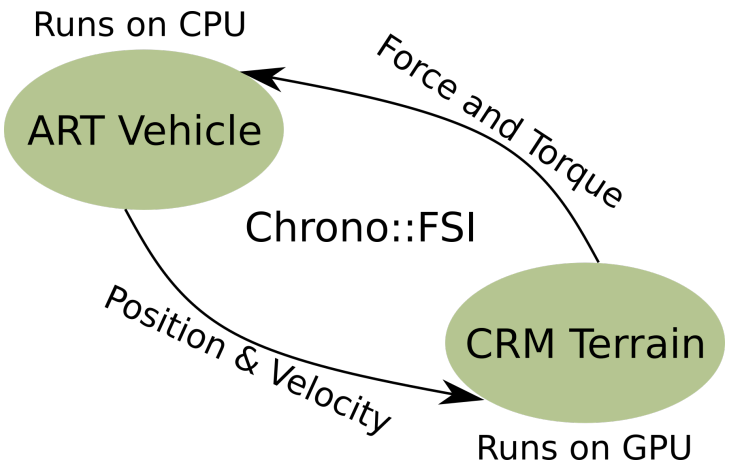


图 2：协同仿真框架示意图。车辆多体系统在每个时间步与基于SPH的地形交换状态和力信息，两个子系统并行推进。CRM从ART接收车轮的位置；ART从CRM接收作用于车轮的力。

基于粒子的CRM地形与车辆固体之间的相互作用通过边界条件施加（BCE）标记 [7] 实现。这些标记以初始均匀间距 d_0 分多层分布在固体表面上，该间距与用于表示地形的SPH粒子间距一致。随着车辆随时间运动，BCE标记与其关联的固体刚性地一同移动，并作为特殊的SPH粒子，其运动学状态由固体运动规定。

尽管每个BCE标记的位置完全由其所附着的固体决定，但SPH标记也包含速度和应力等状态变量，这些变量通过对周围土壤粒子进行外推获得。Chrono::CRM支持多种用于此目的的外推方案，包括$Adami$ 和$Holmes$方法 [7]。在本研究中，所有仿真均采用$Adami$ 方法。外推得到的状态信息仅用于计算土壤对固体施加的接触力，以及在车辆–地形界面施加无滑移边界条件。更多实现细节见 [7]。

在本文的语境中，与地形发生相互作用的主要固体是dART的车轮。该相互作用模型使车轮几何形状能够直接表示为BCE标记的点云，并在所有方向上以间距d_0 均匀分布。这种表示特别适合设计优化，因为它允许由贝叶斯优化框架生成的任意车轮几何形状在同一车辆–地形相互作用模型中得到一致评估。优化过程产生的车轮几何形状示例如图3所示。

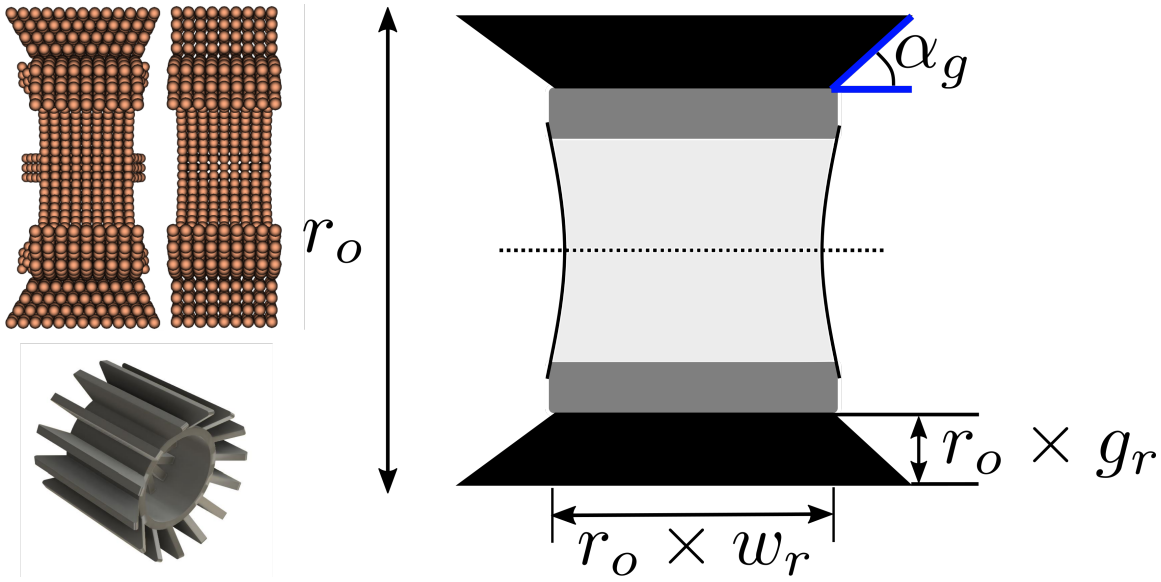


图 3：左侧和上方：优化过程中生成的两种车轮设计的 BCE标记表示。左侧和下方：车轮 CAD模型的等轴测视图。右侧：贝叶斯优化所用的几何参数化（见第 2.2 节）。

Chrono::CRM已针对与月球车机动性相关的实验基准进行了验证，包括低重力条件下的牵引力与滑移研究 [2, 20], ，以及球体成坑试验和圆锥贯入试验 [7]。这些验证表明，连续体公式能够捕捉关键的地面力学行为，例如牵引杆拉力、滑移-下沉耦合以及凸棱诱发的剪切破坏，这些行为支配着漫游车在可变形地形上的性能。虽然离散元法能够显式解析颗粒级相互作用，但其计算成本过高，无法在本文所考虑的尺度上进行全车闭环优化。连续体方法以大幅降低的成本，牺牲微观尺度颗粒细节以换取宏观保真度；对于设计优化而言，关键在于CRM能够正确对候选方案进行排序，我们在第3.1节中通过实验验证了这一特性。

同样重要的是，近期的算法和图形处理器级优化使 Chrono::CRM 能够以接近实时的速度，在可变形地形上仿真全尺寸车辆 [7]。这种物理保真度与计算可扩展性的结合，使 Chrono::CRM 非常适用于本研究的优化工作，因为该工作需要进行数千次闭环仿真。

2.2 贝叶斯优化框架

2.2.1 参数化

车轮几何形状通过五个变量进行参数化：外半径（r_o）、宽度比（w_r）、凸棱比（g_r）、凸棱数量（n_g）和凸棱角度（α_g）。车轮外半径是指包括凸棱在内的车轮半径。宽度比定义为车轮宽度与外半径之比，而凸棱比表示凸棱高度与外半径之比。凸棱角度控制凸棱相对于车轮圆周的方向。设计边界根据车辆几何形状和制造约束设定：$r_o \in [0.05, 0.14]$ 米、$w_r \in [0.7, 1.4]$、$g_r \in [0.0, 0.3]$、$n_g \in [2, 16]$和 $\alpha_g \in [45, 135]°$。

选择这种参数化方式，是为了兼顾表达能力与可制造性。与先前工作中采用的更复杂参数化方法相比， [5, 4], 所选的设计空间能够表达多种车轮几何形状，同时仍便于实际制造。具体而言，允许凸棱通过 α_g 向外呈扇形展开，可以增大有效接触宽度，而不必增加车轮基部宽度。

除车轮几何形状外，转向控制采用 PID控制器实现，其增益为 $K_{p,\ s} \in [0, 15]$、$K_{i,\ s} \in [0, 5]$ 和 $K_{d,\ s} \in [0, 5]$。优化中仅包含转向增益，油门PID增益则保持固定。目标前进速度设得足够高（3 m/s），使油门控制器在可变形地形上接近饱和运行，实际上无论增益值如何，都会指令输出最大可用扭矩。在此条件下，油门增益对通过性能的影响微乎其微，性能主要受车轮-地形牵引力限制。此选择还能降低设计空间的维度，在不牺牲性能的前提下提高样本效率。因此，完整的设计向量定义为

$$\mathbf{x} = [r_o, w_r, g_r, n_g, \alpha_g, K_{p,s}, K_{i,s}, K_{d,s}]^\top \in \mathbb{R}^8. \tag{5}$$

2.2.2 所提框架

优化设计向量 $\mathbf{x}$ 需要反复评估一个计算开销巨大的黑箱目标函数，该函数通过高保真闭环车辆–地形仿真隐式定义。为在有限的仿真预算内高效探索这一设计空间，我们采用一种具有高样本效率的无梯度贝叶斯优化框架。

令 $f(\mathbf{x}) = \mathcal{J}(\mathcal{F}(\mathbf{x}))$ 表示标量目标函数，其中 $\mathcal{F}$ 表示 Chrono 仿真，$\mathcal{J}$ 将仿真结果映射为性能指标。该目标函数旨在联合衡量机动动作期间的行驶速度、路径跟踪精度和能耗。

目标函数： 对于给定设计 $\mathbf{x}$，仿真器会生成一条轨迹，并据此计算出一个无量纲的复合代价：

$$\mathcal{J}(\mathcal{F}(\mathbf{x})) = w_s\, r_t + w_t\, e_n + w_p\, p_n, \tag{6}$$

其中 w_s、w_t 和 w_p 为非负权重，且满足 $w_s + w_t + w_p = 1$。$\mathcal{J}$ 的值越低，表示性能越好。每一项均以参考值归一化，并乘以统一因子 10，使三个目标的量级具有可比性。

时间项 r_t 会惩罚缓慢的行驶 相对于基于目标速度 $v_{\text{target}} = 5\text{m/s}$ 的理想完成时间的偏差 ：

$$r_t = 10\,\frac{t_{\text{elapsed}}}{L_{\text{path}}/v_{\text{target}}}.$$

跟踪项 e_n 通过水平面内的均方根横向偏差 e_{rms} 捕捉路径跟随精度，该偏差计算为到由贝塞尔路径点定义的路径折线插值的最近距离。该误差通过理想参考值 $e_{\text{ideal}} = 0.01\text{m}$ 进行归一化，

$$e_n = 10\,\frac{e_{\text{rms}}}{e_{\text{ideal}}}.$$

能效通过平均机械功率 $P_{\text{avg}} = \tau_m\,\omega_m$进行量化，该功率在初始 0.5 s 瞬态过程之后计算，并通过参考功率 $P_{\text{ideal}} = 20\text{W}$ 进行归一化，

$$p_n = 10\,\frac{P_{\text{avg}}}{P_{\text{ideal}}}.$$

代理模型、初始化与采集： 目标函数 $f(\mathbf{x})$ 使用高斯过程代理模型进行建模，并采用缩放的 Matérn-$5/2$ 核，由 BoTorch [14]实现。整数参数 n_g 在优化过程中被视为连续参数，并在仿真评估时四舍五入为最近的整数。优化过程首先使用 Sobol 序列生成初始空间填充设计，以确保设计空间得到广泛覆盖，并获得条件良好的核矩阵。完成初始化阶段后，通过最大化 Log Noisy Expected Improvement（LogNoisyEI）采集函数，依次选择候选方案；该函数在存在噪声的情况下兼顾探索与利用，同时提高数值稳定性。

每次迭代中，都会通过完整的闭环 Chrono::CRM 仿真评估选定的设计向量，并将所得目标值纳入高斯过程代理模型。重复此过程，直至用完分配的仿真预算。目标权重的选择将在第 3 节讨论。

2.3 总体框架

图 4 总结了完整的优化工作流程。该过程首先通过 Sobol 初始化广泛覆盖设计空间，随后转为采集函数引导采样。每次迭代中，都会通过闭环 Chrono::CRM 仿真评估选定的设计，并利用结果更新高斯过程代理模型，再选择下一个候选方案。

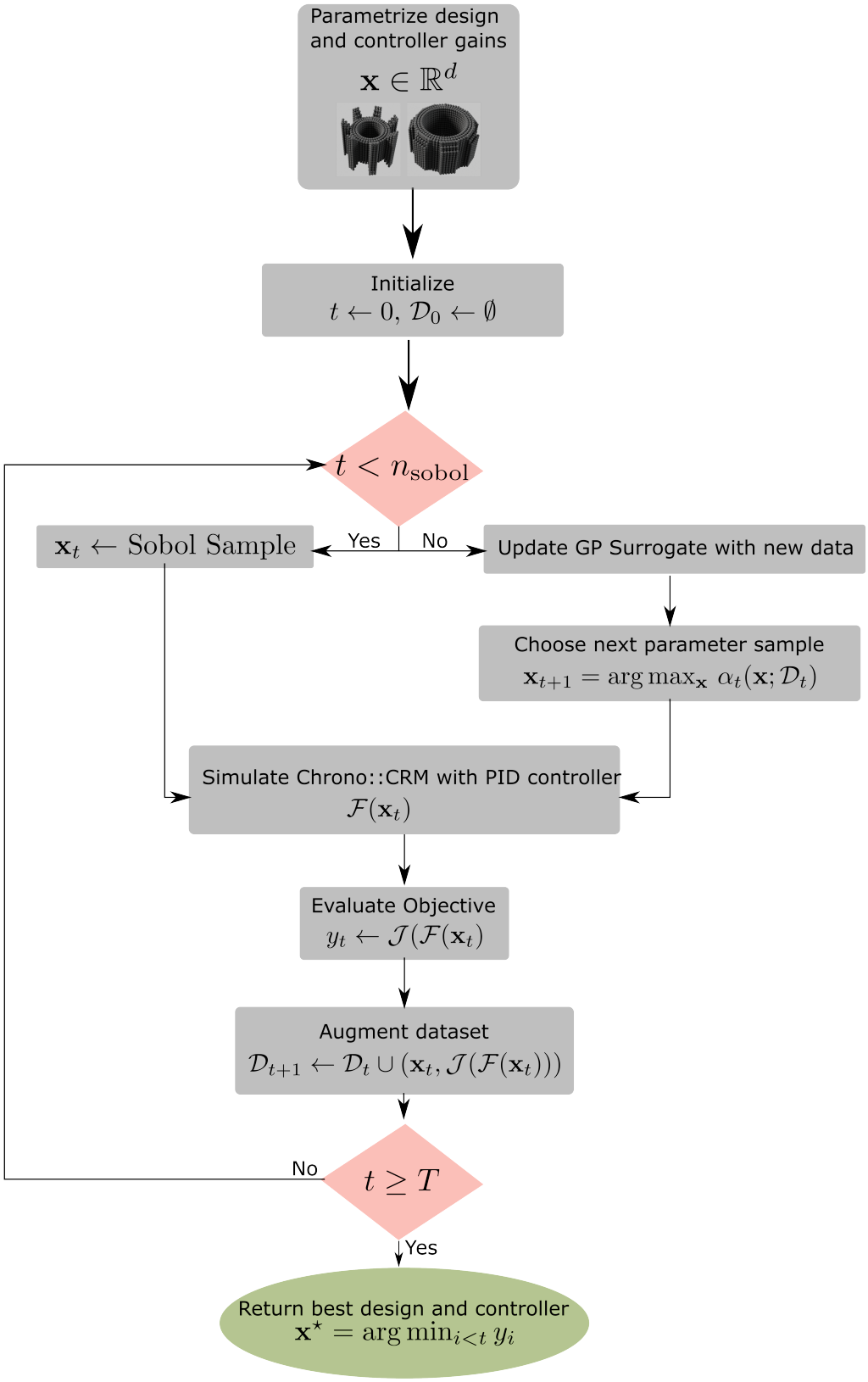


图 4：优化工作流程。该循环在 Sobol采样（初始化期间）与基于采集函数的选择之间交替进行，并通过 Chrono::CRM 仿真评估每个候选方案。经过总计 T 次评估后，流程终止，并返回目标值最低的设计方案。

3 结果

3.1 仅车轮优化

作为初步研究，我们仅优化车轮几何形状，同时保持控制参数不变。这为引入耦合控制设计前提供了基准。设计向量仅包含第 2.2 节定义的五个车轮参数：

$$\mathbf{x} = [r_o, w_r, g_r, n_g, \alpha_g]^\top \in \mathbb{R}^5.$$

使用直线牵引测试评估性能。

3.1.1 设置

牵引测试模拟车辆在可变形地形上行驶并拖曳恒定载荷的情形，代表高牵引杆载荷需求的场景。地形由一块 5 m $\times$ 1m $\times$ 0.1m 的松散沙地组成（$\rho = 1700\,\mathrm{kg/m^3}$, $\mu_s = \mu_2 = 0.6$，黏聚力为零）。车辆以 70% 油门直线行驶，同时在后部施加恒定的 25 N 水平力，以模拟牵引杆载荷（图 5）。

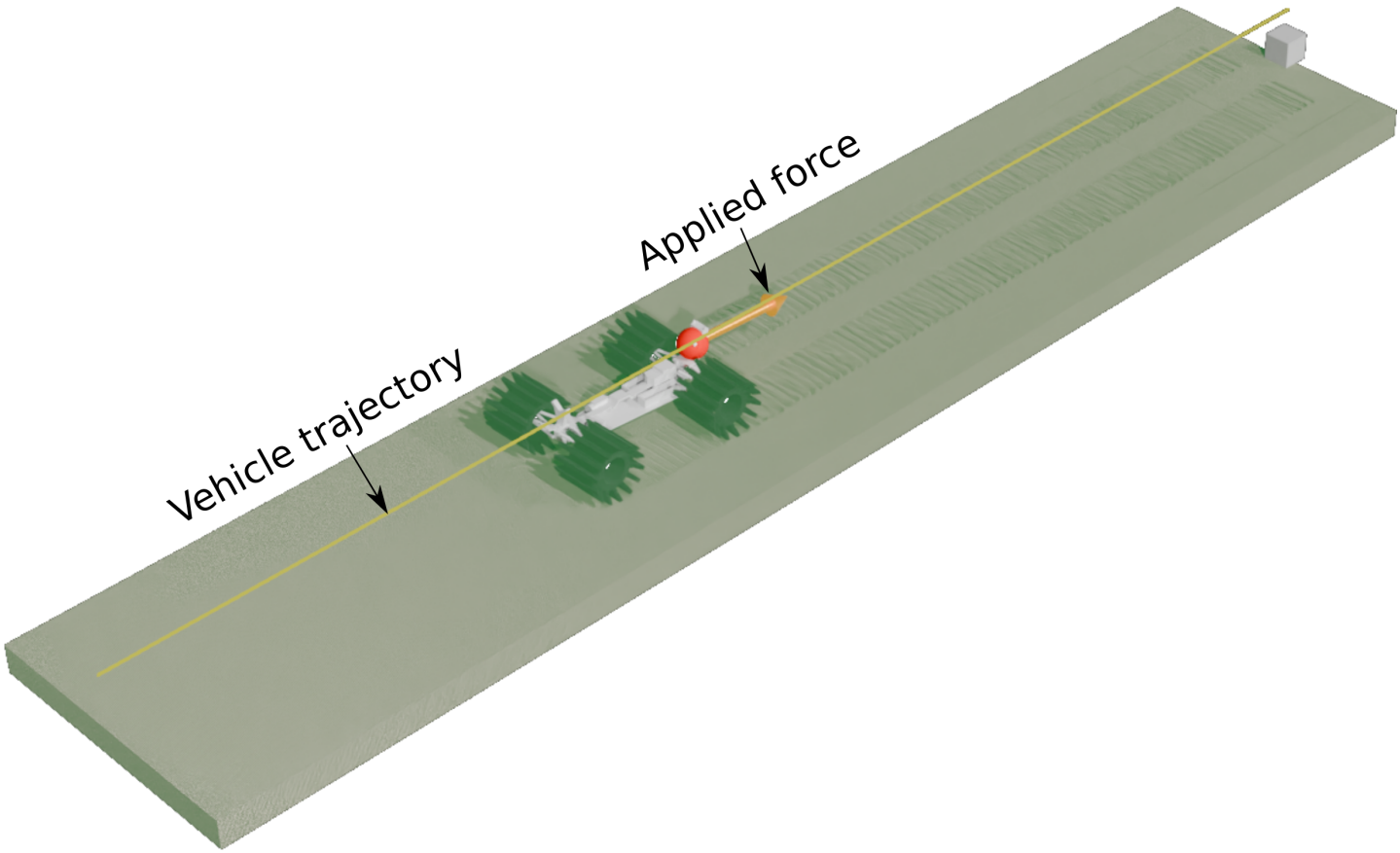


图5：牵引测试配置。黄色：车辆轨迹；橙色箭头：施加的阻力方向；红点：力的施加点；灰色块：固定锚点。

地形和车轮几何形状采用光滑粒子流体动力学（SPH）离散，粒子间距为0.5 cm，时间步长为 2×10^{-4} s（基于库朗数），核半径为粒子间距的1.2倍 [7]。仅优化行驶速度（$w_s = 1.0$, $w_t = w_p = 0$）。优化过程先使用 $n_{\mathrm{sobol}} = 1200$ 个Sobol样本，再通过对数噪声期望改进进行800次采集，总计$T = 2000$ 次评估。

3.1.2 敏感性分析

我们使用 Sobol 指数进行全局敏感性分析，以评估参数的重要性。由于直接在高保真模型上计算的成本过高，我们在全部 2000 个设计上训练代理模型，并通过采用 40,000 个样本的 Saltelli方案估算一阶（S_1）和总阶（S_T）指数（表 1）。在三种候选方案代理模型——高斯

过程、XGBoost 和随机森林——中，随机森林在五折交叉验证（$R^2 = 0.93$）下取得了最高的预测准确度，因此本研究报告的所有敏感性分析均采用随机森林。

表 1：仅车轮优化（牵引测试）的敏感性指数。 S_1：主效应； S_T：主效应加交互作用；PDP摆幅：个体条件期望分析得出的边际效应幅度。

参数	S_1	S_T	PDP摆幅（%）
r_o	0.773	0.868	18.65
w_r	0.067	0.175	6.35
n_g	0.060	0.079	1.57
g_r	0.051	0.162	1.31
α_g	0.022	0.026	1.7

外半径 r_o 是目标函数方差的主要贡献因素，占主效应的约 77%，纳入交互作用后则接近 87%。这表明，整体车轮尺寸主要决定了牵引测试中的性能。次要贡献来自宽度比 w_r 和凸耳相关参数（n_g、 g_r）；总阶指数表明存在不可忽视的交互作用，尤其是 w_r 和 g_r。相比之下，在所考察的设计范围内，凸棱角度 α_g 的影响极小。

虽然 Sobol指数通过方差贡献量化了参数的重要性，但并未体现各参数影响的方向。为考察各个参数如何影响目标函数，我们使用个体条件期望（ICE）图（图 6）分析代理模型。这些图显示了在其他所有参数均固定为观测值时，单独改变某一参数所预测的目标函数值；相应的偏依赖图（PDP）则表示所有条件点上的平均趋势。与 Sobol 分析结果一致，外半径 r_o的边际效应最强，最优值明显位于约 0.09 m 至 0.12 m 的范围内；换言之，越大不一定越好。车轮宽度表现出较弱但一致的偏好，即倾向于较大的值；而凸棱高度、数量和角度的影响相对较小，这也得到表 1 所列 PDP 摆幅数值的印证。

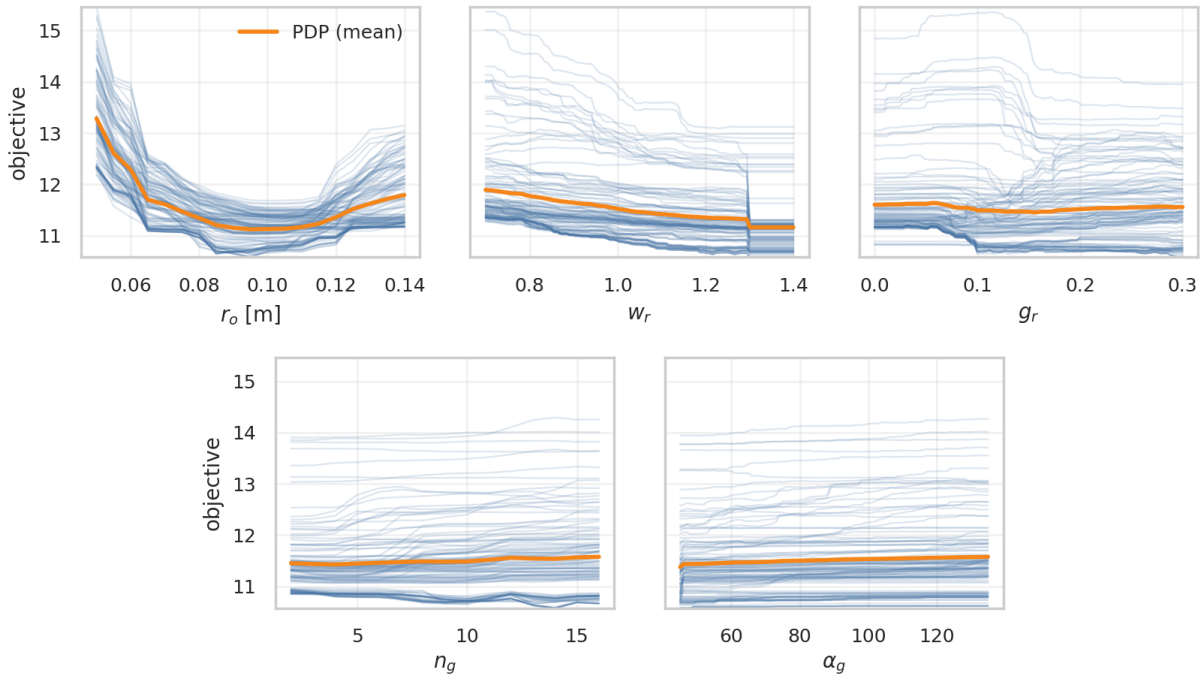


图6：车轮参数的ICE图（牵引测试）。每条曲线代表一个条件点；粗线为偏依赖图（平均趋势）。基于120个条件点，每次扫描100个网格位置。

3.1.3 实验验证

为评估仿真优化设计向实体硬件的迁移能力，我们从贝叶斯优化结果中选取三个车轮：性能最佳的车轮、排名第100的车轮和排名第1000的车轮。这些车轮的几何规格

列于表2。我们根据优化参数提取相应的CAD模型，并使用3D打印机制造。

表2：用于实验验证的车轮规格。

Rank	r_o (cm)	w_r	g_r	n_g	α_g (deg)
1	9.5	1.3	0.3	14	45
100	8	0.81	0.06	12	113
1000	5	0.7	0.1	4	112

使用ART车辆在室外松散沙地上牵引拖车进行物理验证。拖车配有橡胶车轮，总质量为3 kg。图7展示了仿真与实物测试装置的对比。与施加恒定水平牵引杆力25 N的仿真不同，物理实验采用了未经校准的牵引配置，土壤性质也仅为近似值。因此，仿真与实验的绝对通过时间预计不会一致。本测试旨在评估仿真预测的相对性能趋势是否能在物理测试中得到保留。

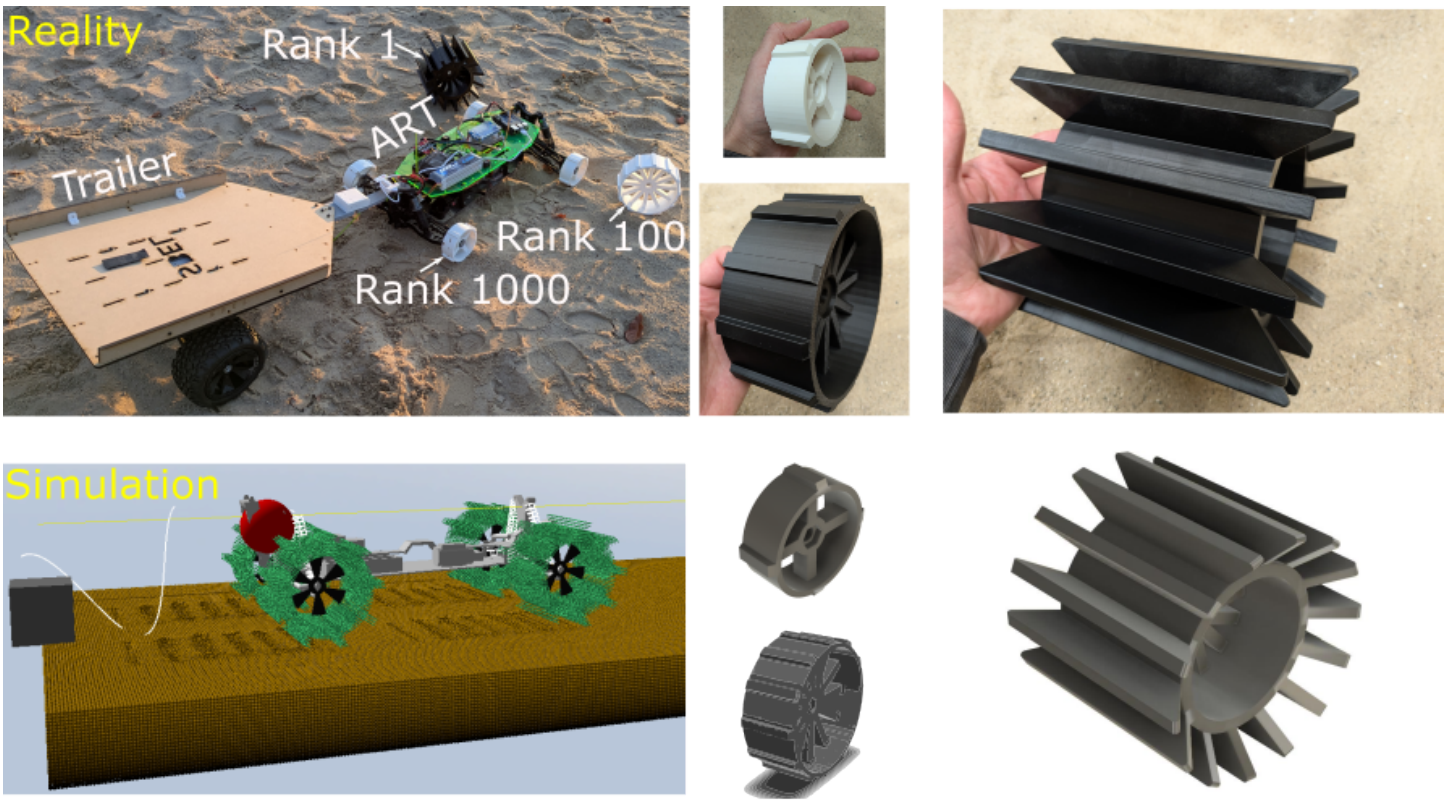


图7：实验验证设置：装有3D打印车轮的实物ART车辆（上）及其对应的仿真配置（下）。图中还特写展示了虚拟测试和物理测试所用的三个车轮。

表3显示，尽管实际通过时间长于仿真结果，但性能排名保持不变：仿真最优车轮在硬件测试中表现最佳，其次是排名第100和第1000的设计。尽管不同环境下的材料性质有所差异，仿真的价值在于其预测能力；它成功识别出性能最高的实体设计，验证了优化的定性准确性。

表3：仿真　　与物理通过时间的对比。尽管绝对时间存在差异，排名仍得以保持　　.

Rank	仿真时间（秒）	物理时间（秒）
1	2.31	8.0
100	2.63	10.3
1000	3.20	15.0

3.2 车轮与控制器优化的协同设计

第二项研究将框架扩展为同时优化车轮几何形状和转向PID增益。设计向量现包含八个参数:

$$\mathbf{x} = [r_o, w_r, g_r, n_g, \alpha_g, K_{p,s}, K_{i,s}, K_{d,s}]^\top \in \mathbb{R}^8.$$

由于无法从直线运动中识别转向增益，因此我们采用正弦路径跟踪测试，在评估牵引力和跟踪性能的同时激励横向动力学。

3.2.1 设置

正弦曲线测试要求车辆在可变形地形上沿正弦轨迹行驶，同时承受恒定阻力负载，从而将车轮—地形相互作用与转向控制性能耦合起来。地形配置与牵引测试相同，由一块深度为 0.10 m、尺寸为 5.0 m $\times$ 1.0m 的地形区域组成；该区域建模为松散沙地，采用第 3.1 节所述的相同材料参数。

参考轨迹定义为一条贝塞尔曲线，该曲线插值于从正弦函数采样得到的航路点；正弦函数的横向振幅为 0.2 m，在整个地形长度内包含两个完整周期。路径跟踪驾驶器使用转向 PID 控制器引导车辆沿该轨迹行驶，前视距离为 0.5 m；与此同时，独立的 PID 速度控制器调节油门，以保持 3 m/s 的目标前进速度。与牵引测试一样，在车辆后部施加 25 N 的恒定水平载荷。随着车辆转动，该力也随之转动，以连接至锚点（灰色框）。正弦测试配置示意图见图 8。

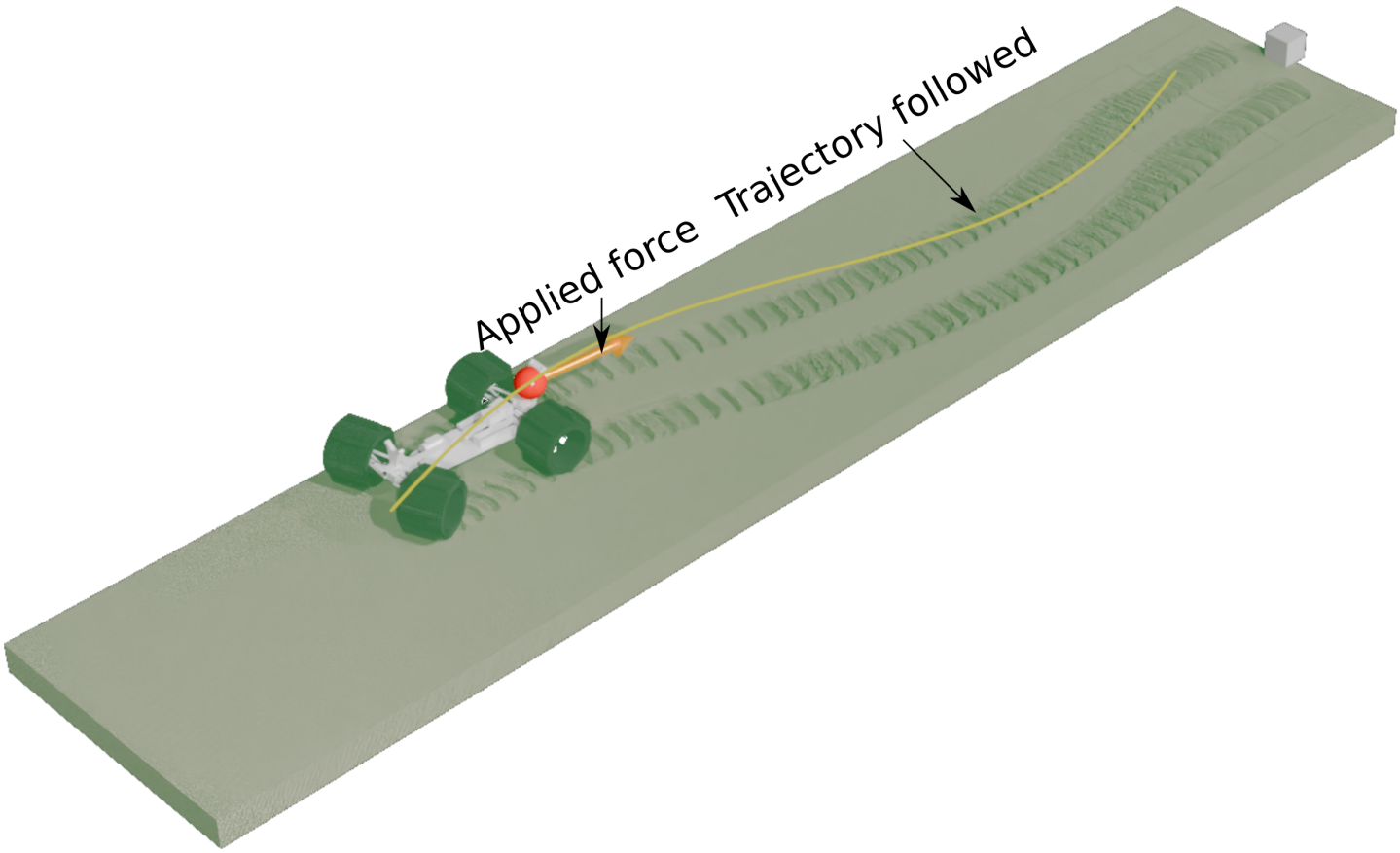


图 8：正弦测试配置。视觉元素遵循与图中相同的惯例。 5.

SPH 参数与第 3.1 节中的参数一致。性能指标包括均方根横向偏差、通过时间和平均机械功率。

3.2.2 优化策略

我们比　　较两种策略在相同计算预算（总计 $T = 3000$ 次仿真）下的表现:

(i) **联合优化（同步协同设计）：** 在第一种策略中，在单个贝叶斯优化循环中同时优化车轮几何形状和转向 PID 控制器增益。目标函数权重

设为 $w_s = 0.4$、$w_t = 0.2$ 和 $w_p = 0.4$，使行驶速度和能耗获得同等权重，同时为路径跟踪精度赋予较小但非零的权重。优化以 $n_{\text{sobol}} = 1800$ 个 Sobol样本初始化，随后使用对数噪声期望改进采集函数选取 1200 个样本，最终共评估 $T = 3000$ 个设计方案。

(ii) 循环优化（顺序解耦设计）： 在第二种策略中，分两个阶段依次优化车轮几何形状和转向控制器增益。首先，在正弦测试中优化车轮几何形状，同时将转向PID增益固定为 $K_{p,\,s} = 5.5$, $K_{i,\,s} = 0$ 和 $K_{d,\,s} = 1$。在此阶段，目标函数权重设为 $w_s = 0.5$、$w_t = 0$ 和 $w_p = 0.5$，仅关注速度和能效。此车轮单独优化阶段使用 $n_{\text{sobol}} = 1200$ 个 Sobol样本，随后使用 800 个贝叶斯优化样本，总计进行 $T = 2000$ 次评估。

在第二阶段，固定第一阶段优化得到的车轮几何形状，并使用相同的正弦测试优化转向PID增益。此处，目标函数权重设为 $w_s = 0$、$w_t = 1$ 和 $w_p = 0$，以单独考察路径跟踪性能。此阶段使用 $n_{\text{sobol}} = 600$ 个初始样本和 400 个贝叶斯优化样本，新增 $T = 1000$ 次评估。两个阶段合计，循环优化共使用 $T = 3000$ 次仿真，与联合优化策略的计算预算相同。

3.2.3 敏感性分析

我们分别进行 敏感性分析，以考察每种策略下参数的可辨识性 y.

联合优化 表4和图9展示了联合情形下的敏感性结果（随机森林代理模型 $R^2 = 0.926$）。外半径再次占据主导，贡献了 82% 的一阶方差和 88% 的总方差，影响甚至强于牵引测试。转向增益的贡献极小：$K_{d,\,s}$ 仅占方差的 2.4%，而$K_{p,\,s}$ 和 $K_{i,\,s}$ 的影响可以忽略不计。这是因为跟踪误差仅占目标函数的 20%，因而限制了转向参数的影响。

表 4：联合优化的敏感性指数（正弦测试）。

参数	S_1	S_T	PDP摆幅（%）
r_o	0.828	0.884	50.96
w_r	0.049	0.090	9.54
$K_{d,s}$	0.024	0.044	14.42
g_r	0.022	0.042	7.94
n_g	0.008	0.023	8.13
α_g	0.005	0.006	2.09
$K_{p,s}$	0.003	0.007	1.74
$K_{i,s}$	0.001	0.001	0.31

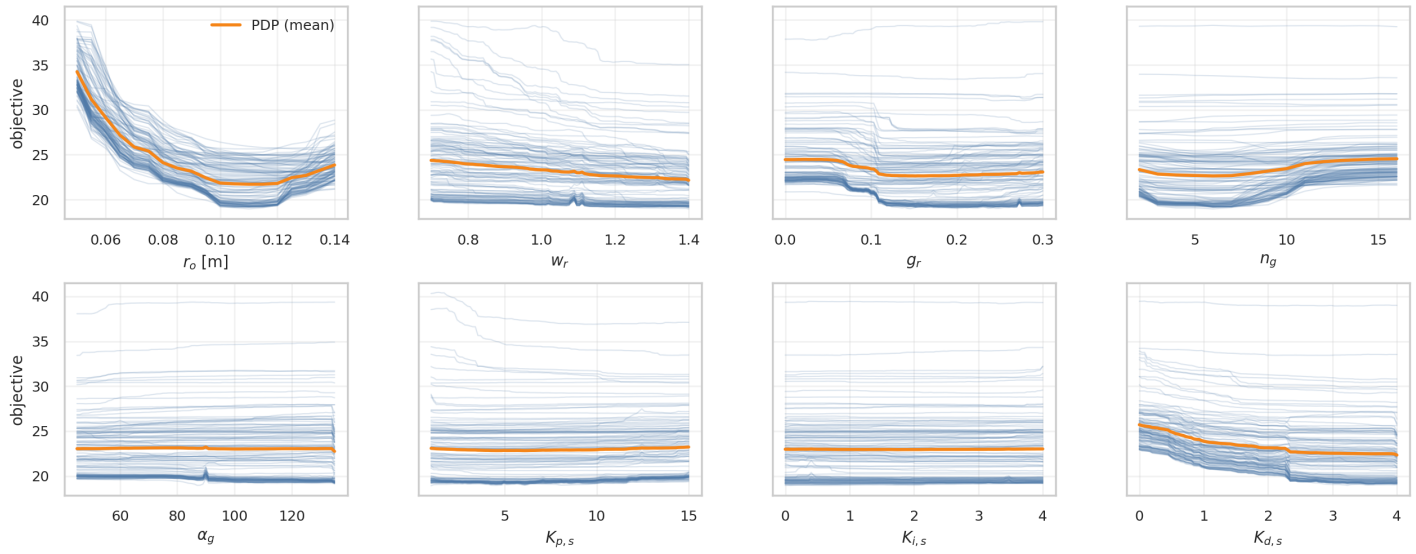


图9：联合优化的 ICE图。平坦的 PID曲线反映了控制器可辨识性的减弱。

循环优化：车轮阶段 在第1阶段，车轮几何形状在控制器增益固定的情况下进行优化（随机森林代 $R^2 = 0.947$）。结果（表5、图10）与联合情形相似： r_o 占主导地位， $S_1 = 0.825$。

表5：循环优化第1阶段的敏感性指数（仅车轮，PID固定）

参数	S_1	S_T	PDP摆幅（%）
r_o	0.825	0.899	52.06
w_r	0.056	0.096	10.46
n_g	0.019	0.028	5.56
g_r	0.013	0.066	7.91
α_g	0.004	0.005	0.86

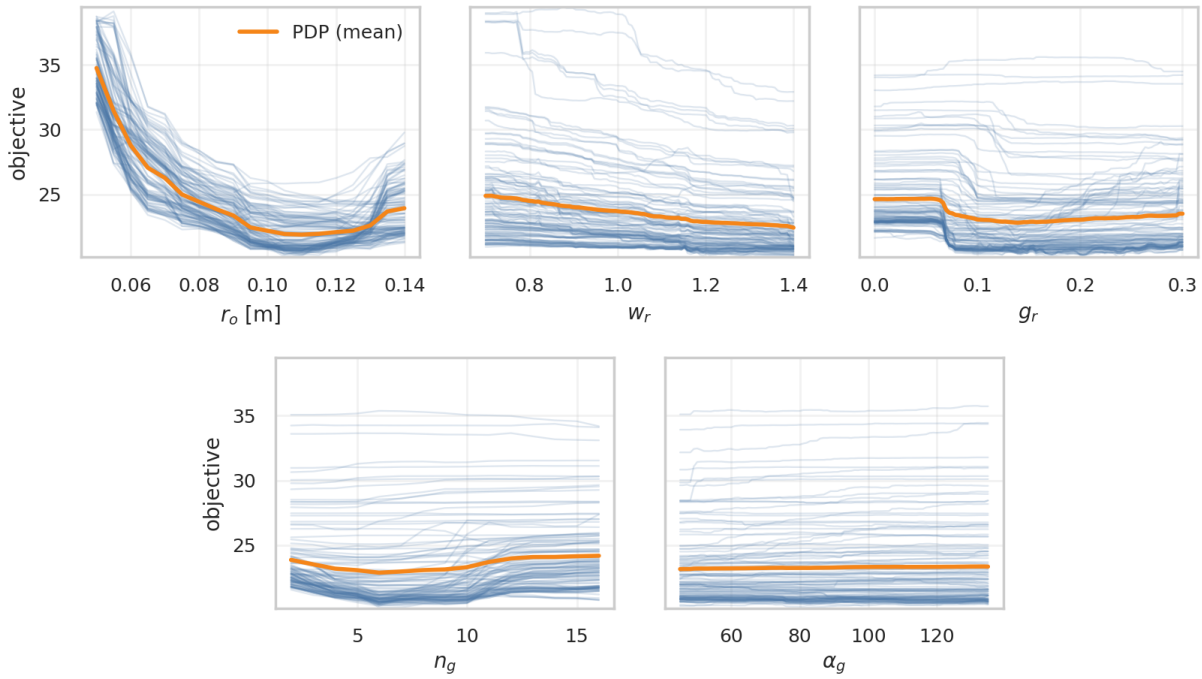


图10：循环优化第1阶段的ICE图（车轮参数）。

循环优化：控制器阶段 在第2阶段，车轮几何形状固定，仅使用以跟踪为重点的目标（$w_t = 1$）优化PID增益。随机森林代理模型达到 $R^2 = 0.929$。结果（表6、图11）表明，$K_{d,s}$现在占一阶方差的91%，表明当目标单独隔离跟踪性能时，控制器可辨识性很强。

表6：循环优化第2阶段的敏感性指数（仅PID，车轮固定）

参数	S_1	S_T	PDP摆幅 (%)
$K_{d,s}$	0.910	0.975	72.66
$K_{p,s}$	0.016	0.039	11.79
$K_{i,s}$	0.005	0.032	2.67

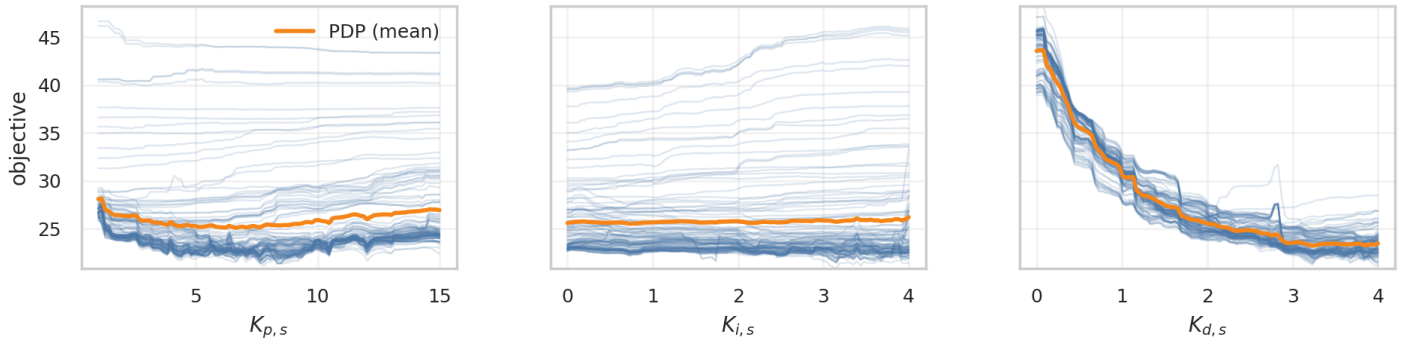


图11：循环优化第2阶段（PID参数）的 ICE图。

比较与解释 两种优化策略在处理参数可辨识性的方式上有所不同。在联合优化中，车轮几何形状主导复合目标函数，从而抑制了转向增益的影响。当所有参数在单一目标中竞争时，优化器自然倾向于全局效应最大的参数，在本例中即为车轮半径。循环优化策略通过使每个阶段与直接影响相应目标分量的参数对齐来避免这一问题，从而使车轮与控制器的灵敏度都能得到分辨。

从实际应用的角度来看，联合优化能够捕捉机械设计与控制之间的耦合效应，而序贯优化则具有更好的可解释性。还可以通过使用调优后的控制器增益重新优化车轮几何形状，迭代闭环流程。我们将在第5节中对此进行更详细的讨论。

3.2.4 性能比较

表7列出了采用联合优化和循环优化方法得到的优化车轮几何形状及转向 PID 控制器增益。表8比较了正弦曲线测试中相应的通过时间、平均功耗和均方根跟踪误差。

表7：优化后的车轮几何形状和控制器增益。

方法	r_o (cm)	w_r	g_r	n_g	α_g (deg)	$K_{p,s}$	$K_{i,s}$	$K_{d,s}$
联合	10.5	1.4	0.21	7	135	6.11	4.0	4.0
闭环	11	1.4	0.24	9	135	12.1	2.2	3.82

表8：正弦测试中的性能。

方法	时间 (s)	功率 (W)	均方根误差 (m)
联合	2.39	205.38	0.068
循环（默认控制器）	2.40	207.47	0.082
循环（优化后的控制器）	2.41	206.01	0.072

两种优化策略收敛到相似的车轮几何形状。具体而言，两种方案的外半径、宽度比和凸棱角度几乎相同，这表明，对于正弦测试而言，无论控制器增益是联合优化还是按顺序优化，最优车轮设计基本不受影响。其余车轮参数的差异较小，不会对整体性能产生显著影响。

相比之下，两种方法得到的优化后转向控制器增益有所不同，这反映了优化过程中控制器调参方式的差异。在联合情形下，转向增益是在速度和能耗等相互竞争的目标下选定的；而在循环优化方法中，控制器增益则以单独优化的方式，针对以跟踪为重点的目标进行优化。

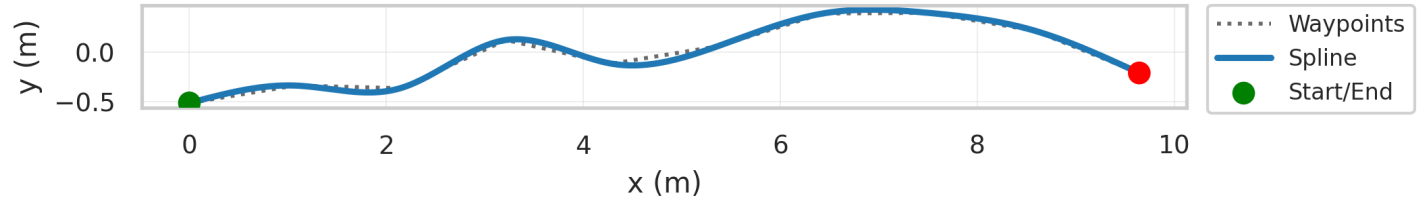
尽管控制器增益存在这些差异，但所有情况下的通过时间和功耗几乎相同。均方根跟踪误差则有所不同：联合优化的跟踪误差最低（0.068 m），而循环优化方法在第二阶段优化控制器后，跟踪误差从 0.082 m 降至 0.072 m。总体而言，两种方法的性能相当，但由于转向控制纳入优化的方式不同，跟踪行为略有差异。

3.3 对未见轨迹的泛化

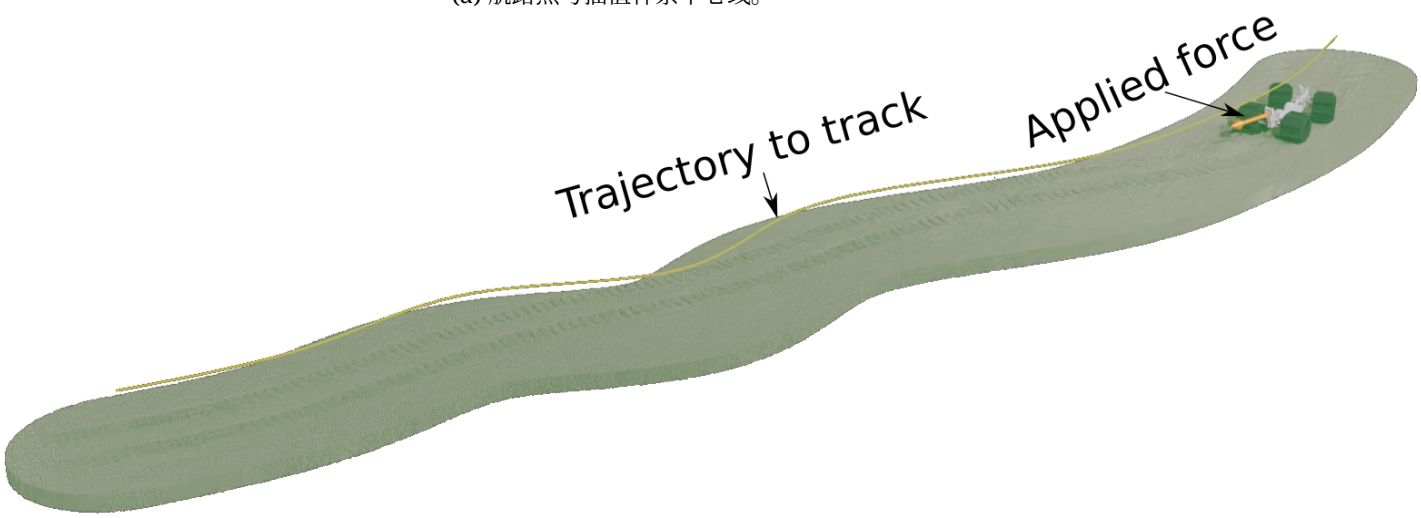
为评估优化设计能否推广到训练轨迹之外，我们在一条此前未见过的赛车场轨迹上评估其性能。

3.3.1 赛道设置

通过十个控制航点拟合样条曲线生成随机赛车场轨迹，并重新缩放至总长度10 m，最小转弯半径为0.6 m。可变形地形填充中心线周围宽1.2 m的走廊，采用与先前测试相同的材料参数。路径跟踪控制器使用与正弦测试相同的前视距离（0.5 m）和阻力负载（25 N）（图12）。



(a) 航路点与插值样条中心线。



(b) 仿真配置。视觉约定遵循图5。

图 12：用于泛化测试的赛车场轨迹配置。轨迹通过对十个随机布置的航路点拟合样条曲线生成，并重新缩放至总长度 10 m，最小转弯半径为 0.6 m。可变形地形覆盖中心线周围宽度为 1.2 m 的通道。

3.3.2 结果

表 9 总结了赛车场轨迹上的性能。正弦测试中的性能排名得以保持：联合优化和闭环（使用优化后的控制器）达到相同的通过时间（3.95 s），而使用默认控制器的闭环方法耗时更长（4.02 s）。

表 9：赛车场轨迹性能（未见过的轨迹）。

方法	时间（s）	均方根误差（m）	功率（W）
联合	3.95	0.080	242.05
循环（默认控制器）	4.02	0.140	240.35
循环（优化后的控制器）	3.95	0.093	247.47

最显著的差异体现在跟踪精度上。均方根误差从0.068–0.082 m（正弦测试）增加到0.080–0.140 m（赛车场轨迹），反映出该轨迹要求更高。采用默认控制器的循环优化方法表现出最差的跟踪效果（0.140 m），但优化控制器可将误差降低34%，至0.093 m。联合优化取得了最低的

误差（0.080 m）。这也表明，两种优化策略所产生的设计均能够在训练分布之外的轨迹上实现精确的路径跟踪。

3.4 计算成本分析

3.4.1 仅车轮优化

图 13 展示了拉伸测试优化中每个样本的计算时间分布。时间分为三类：（i）仅 CRM 仿真，即评估单个车轮设计；（ii）Sobol样本，运行仿真并产生少量日志记录和数据管理开销；（iii）贝叶斯优化样本，运行仿真，并在每次评估后重新训练高斯过程代理模型。仅 CRM 仿真平均需要约 114 秒。Sobol样本平均需要约 131 秒，反映出仿真本身之外的开销极小。贝叶斯优化样本平均需要约 310 秒；额外耗时是由于每次获得新的观测值后，都要针对不断增长的数据集重新拟合高斯过程代理模型。1200 个 Sobol样本总计耗时约 44 小时（1.8 天），800 个贝叶斯优化样本总计耗时约 69 小时（2.9 天），优化总耗时约为 113 小时（4.7 天）。

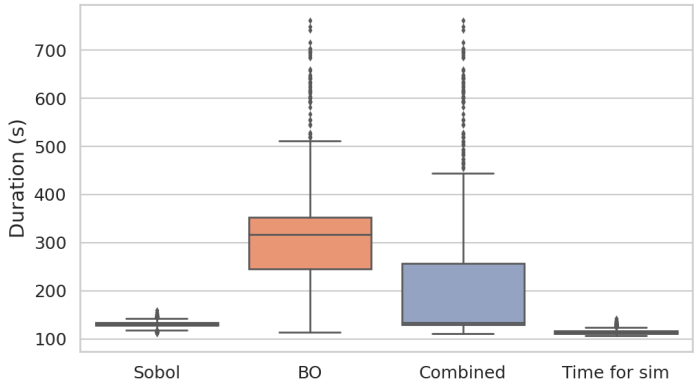
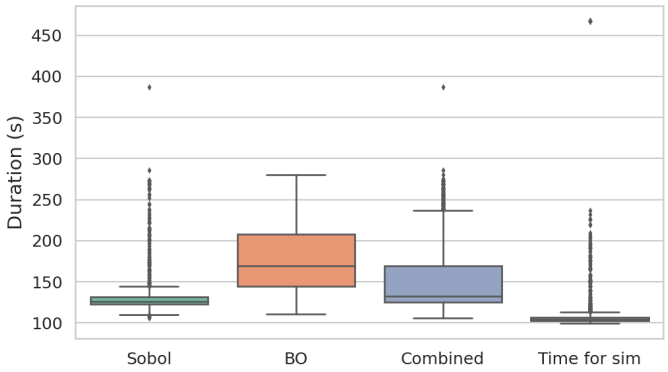


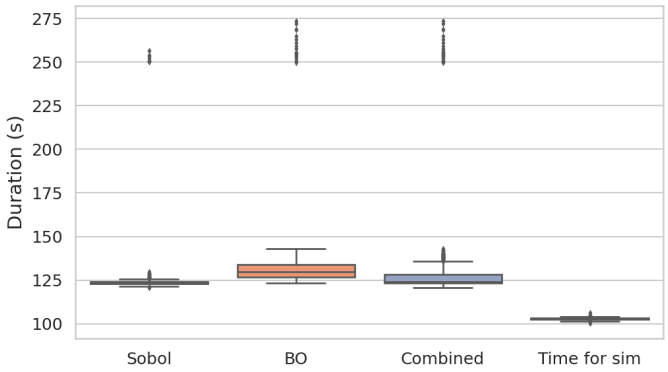
图 13：牵引测试中每个样本的计算时间。

3.4.2 循环优化

图 14 显示了循环优化两个阶段中每个样本计算时间的分布。阶段 1（车轮优化）中，1200 个 Sobol样本的总耗时约为 45 小时（1.9 天），800 个贝叶斯优化样本的总耗时约为 39 小时（1.6 天）。阶段 2（控制器优化）中，600 个 Sobol样本的总耗时约为 20 小时（0.8 天），400 个贝叶斯优化样本的总耗时约为 14 小时（0.6 天）。循环优化的总计算成本约为 118 小时（4.9 天）。



（a）阶段 1（车轮优化）



（b）阶段 2（控制器优化）

图 14：循环优化中每个样本的计算时间。

3.4.3 联合优化

图15展示了联合优化中每个样本计算时间的分布。单独进行 CRM 仿真平均约需 100 秒。然而，由于每次评估后都需要重新训练高斯过程代理模型，

贝叶斯优化样本平均约需 400 秒。由于联合优化在八维设计空间中进行，拟合和查询 GP 代理模型的成本更高，因此这一开销高于仅车轮情形。对于联合优化，1800 个 Sobol 样本的总耗时约为 65 小时（2.7 天），1200 个贝叶斯优化样本的总耗时约为 147 小时（6.15 天），合计 212 小时（8.8 天）。

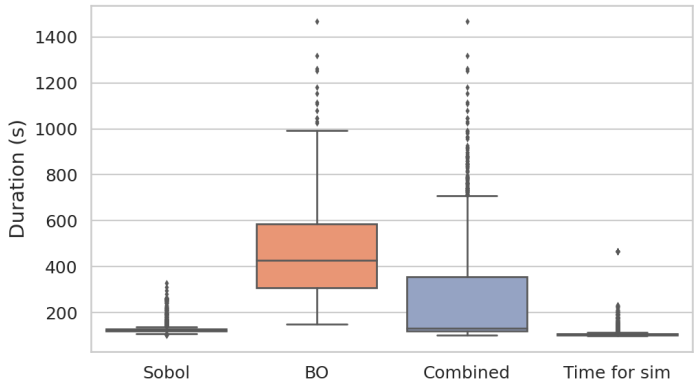


图15：联合优化的单样本计算时间。

3.5 总结

联合优化在正弦测试（均方根误差为 0.068 m，而非 0.072 m）和赛车场轨迹（0.080 m，而非 0.093 m）上的跟踪精度略高，但所需时间为 212 小时，而循环优化方法需要 118 小时。循环优化可将计算时间缩短 44%，同时实现相近的通过时间和功耗，跟踪误差仅略有增加。对于计算资源有限或需要快速进行设计迭代的应用，循环优化策略是联合优化的一种高效替代方案。

4 结论

本研究提出了一种面向漫游车车轮设计与转向控制的全车闭环协同优化框架，该框架依托基于连续介质的地面力学仿真器 Chrono::CRM 的计算效率实现。不同于受限于规定运动下单轮测试的既有离散元法方法，所提框架通过真实闭环运行下的完整车辆—地形仿真，评估候选车轮几何形状和控制器增益，从而捕捉机械设计、控制行为与可变形地形相互作用之间的耦合关系。基于方差的敏感性分析始终表明，车轮外半径是影响最大的设计参数，在所有测试场景中约占目标函数方差的 77–88%；相比之下，履齿几何形状和方向的影响较小。研究发现，增大车轮半径可在一定范围内改善性能，但超过这一范围后，进一步增大半径反而会损害性能。使用 3D打印车轮开展的初步实验验证表明，尽管地形参数未经校准且载荷配置存在差异，仿真预测的相对性能排名仍能在实体硬件测试中得到保持。研究比较了两种优化策略：同时联合优化车轮和控制器参数，以及将机械设计与控制设计解耦的顺序循环优化方法。两种策略均收敛到相似的车轮几何形状，并取得了相当的通过时间和能耗，不过联合优化在训练轨迹上的跟踪误差略低。然而，循环优化方法将总计算时间缩短了约 44%，并恢复了转向控制器增益的参数可辨识性；在复合目标函数中与车轮几何形状竞争时，这些增益原本会被掩盖。在此前未见的赛车场轨迹上进行评估后确认，优化设计能够泛化至训练分布之外；虽然跟踪误差有所上升，但性能排序仍保持一致。从计算角度看，该框架在 4–9 天内完成了 3,000 次全车可变形地形仿真，具体耗时取决于优化策略；与离散元法通常需要数周或数月相比，计算时间大幅减少。结果表明，将基于连续介质的地面力学仿真与贝叶斯优化相结合，为系统地探索车辆层面的漫游车车轮设计空间提供了一条切实可行的途径。联合优化与顺序优化策略之间的选择，体现了捕捉设计—控制耦合与提高计算效率及可解释性之间的权衡。

5 未来工作

本研究提出的框架仍有若干拓展方向。循环优化策略的一种自然延伸是迭代执行序贯过程：针对给定的车轮几何形状优化控制器增益后，可在更新后的控制器下重新优化车轮几何形状，并反复交替这一过程直至收敛。这种迭代方案或可在保留序贯方法计算效率和可解释性的同时，重新获得联合优化的部分耦合优势。另一条途径是扩展车轮参数化范围，纳入更复杂的履齿几何形状，例如人字形花纹或曲线轮廓；既有基于离散元法的研究表明，这些形状会影响侧向牵引力和转向响应。本文所开展的实验验证使用了未经校准的地形参数；未来工作应结合贝叶斯推断开展系统的地形校准 [21, 22]，以提高仿真与物理测试之间的定量一致性，并更严格地评估仿真到现实迁移保真度。将优化扩展至低重力条件（与月球和火星任务相关），将有助于直接评估行星表面条件下的车轮设计；已有研究表明，重力偏置实验可能产生误导性结果。除上述拓展外，多保真度贝叶斯优化的最新进展也为进一步降低计算成本提供了有前景的途径。通过利用较低光滑粒子流体动力学分辨率下的代理评估或简化地形模型，多保真度方案可加速设计空间探索，同时将高保真度仿真留用于最优解附近的细化搜索。此外，在优化过程中对摩擦系数、黏聚力和体积密度等地形参数进行域随机化，可望得到能够适应多种土壤条件、而非针对单一地形配置调优的车轮设计。这些方向共同致力于提升仿真驱动的漫游车车轮设计的效率、通用性和物理保真度。

参考文献

[1] H. Choi、C. Crump、C. Duriez、A. Elmquist、G. Hager、D. Han、F. Hearl、J. Hodgins、A. Jain、F. Leve、C. Li、F. Meier、D. Negrut、L. Righetti、A. Rodriguez、J. Tan、J. Trinkle，《美国国家科学院院刊》2021，118，1。[2] W. Hu、P. Li、A. Rogg、A. Schepelmann、S. Chandler、K. Kamrin、D. Negrut，《现场机器人学杂志》2025，42，7 3772。[3] C. K. Liu、D. Negrut，《控制、机器人与自主系统年度评论》2021，4，第4卷，2021，35。[4] L. Stubbig、R. Lichtenheldt，2021。[5] R. Zhang，博士论文，https://uwmadison.box.com/s/606t8ppn48kpp5y53c6wp5tftjm27sfb，威斯康星大学麦迪逊分校，2023。[6] R. Zhang、B. Tagliafierro、C. V. Heuvel、S. Sabarwal、L. Bakke、Y. Yue、X. Wei、R. Serban、D. Negrut，《计算机物理通讯》2024，300 109196。[7] H. Unjhawala、L. Bakke、H. Zhang、M. Taylor、G. Arivoli、R. Serban、D. Negrut，《一种用于多功能、可扩展和快速地面力学仿真的基于物理的连续体模型》，2025，URL https://arxiv.org/abs/2507.05643。[8] W. Hu、M. Rakhsha、L. Yang、K. Kamrin、D. Negrut，《计算机方法在应用力学与工程中的应用》2021，385 114022。[9] A. Elmquist、A. Young、T. Hansen、S. Ashokkumar、S. Caldararu、A. Dashora、I. Mahajan、H. Zhang、L. Fang、H. Shen、X. Xu、R. Serban、D. Negrut，《ART/ATK：用于评估和缓解机器人与自动驾驶车辆工程中仿真到现实差距的研究平台》，2022，URL https://arxiv.org/pdf/2211.04886.pdf。[10] I. Mahajan、H. Unjhawala、H. Zhang、Z. Zhou、A. Young、A. Ruiz、S. Caldararu、N. Batagoda、S. Ashokkumar、D. Ne- grut，arXiv预印本 arXiv:2403.11000，2024。[11] H.-J. Sedlmayr、S. Barthelmes、R. Bayer、W. Bertleff、M. Bihler、F. Buse、M. Chalon、D. Franke、F. Ginner、V. Lan- gofer、R. Lichtenheldt、T. Obermeier、A. Pignède、J. Reill、J. Skibbe、S. Tardivel，《2020年IEEE航空航天会议论文集》。2020，1–10。[12] R. Serban、M. Taylor、D. Negrut、A. Tasora，《国际车辆性能杂志》2019，5，1 18。[13] M. Olson、E. Santorella、L. C. Tiao、S. Cakmak、M. Garrard、S. Daulton、Z. J. Lin、S. Ament、B. Beckerman、E. Onofrey、P. Igusti、C. Lara、B. Letham、C. Cardoso、S. S. Shen、A. C. Lin、M. Grange、E. Kashtelyan、D. Eriks- son、M. Balandat、E. Bakshy，《AutoML 2025 ABCD赛道论文集》。2025。[14] M. Balandat、B. Karrer、D. R. Jiang、S. Daulton、B. Letham、A. G. Wilson、E. Bakshy，《神经信息处理系统进展》第33卷。2020，URL http://arxiv.org/abs/1910.06403。

[15] A. Tasora、R. Serban、H. Mazhar、A. Pazouki、D. Melanz、J. Fleischmann、M. Taylor、H. Sugiyama、D. Negrut，载于T. Kozubek、R. Blaheta、J. Šístek、M. Rozložník、M. Čermák（编辑），科学与工程中的高性能计算。施普林格国际出版，Cham，ISBN 978-3-319-40361-8，**2016** 19–491。[16] A. Elmquist、A. Young、T. Hansen、S. Ashokkumar、S. Caldararu、A. Dashora、I. Mahajan、H. Zhang、L. Fang、H. Shen、X. Xu、R. Serban、D. Negrut，*arXiv*预印本 *arXiv:2211.04886* **2022**。[17] H. Unjhawala、T. Hansen、H. Zhang、S. Caldraru、S. Chatterjee、L. Bakke、J. Wu、R. Serban、D. Negrut，*IEEE Access***2024**，*12* 33000。[18] S. Dunatunga、K. Kamrin，《力学与固体物理学杂志》**2017**，*100* 45。[19] R. Serban、L. Bakke、H. Unjhawala、D. Negrut **2025**。[20] A. Schepelmann、C. M. Creager、M. P. Proctor、K. A. Johnson、J. R. Breckenridge、A. Elmland、P. N. Ghezeljeh、H. A. Oravec，《面向地表移动应用的轮胎-地面接触建模方法综述》，NASA技术备忘录 NASA/TM-20250006958，美国国家航空航天局（NASA），克利夫兰，俄亥俄州，**2025**，URL https://ntrs.nasa.gov/citations/20250006958，NASA格伦研究中心。[21] W. Hu、P. Li、H. M. Unjhawala、R. Serban、D. Negrut，《现场机器人学杂志》**2024**，*41*。[22] H. M. Unjhawala、R. Zhang、W. Hu、J. Wu、R. Serban、D. Negrut，《计算与非线性动力学杂志》**2023**，*18*，6 061004。