arXiv:2602.01632v1 [cs.RO] 2 Feb 2026

一种用于上身人形机器人遥操作的闭式形式几何重定向求解器

Chuizheng Kong†、Yunho Cho†、Wonsuhk Jung†、Idris Wibowo*†、Parth Shinde*‖、Sundhar Vinodh-Sangeetha*‡、Long Kiu Chung§、Zhenyang Chen†、Andrew Mattei§、Advaith Nidumukkala§Alexander Elias**、Danfei Xu†¶、Taylor Higgins††和Shreyas Kousik†§

* 表示贡献相同

† 机器人与智能机器研究所

‡ 航空航天工程学院 § Woodruff 机械工程学院

¶ 交互计算学院 佐治亚理工学院，佐治亚州亚特兰大 30332‖ 高通，加利福尼亚州圣迭戈 92121

** Standard Bots，纽约州格伦科夫 11542

†† 机械与航空航天工程系 佛罗里达农工大学—佛罗里达州立大学，佛罗里达州塔拉哈西 32130

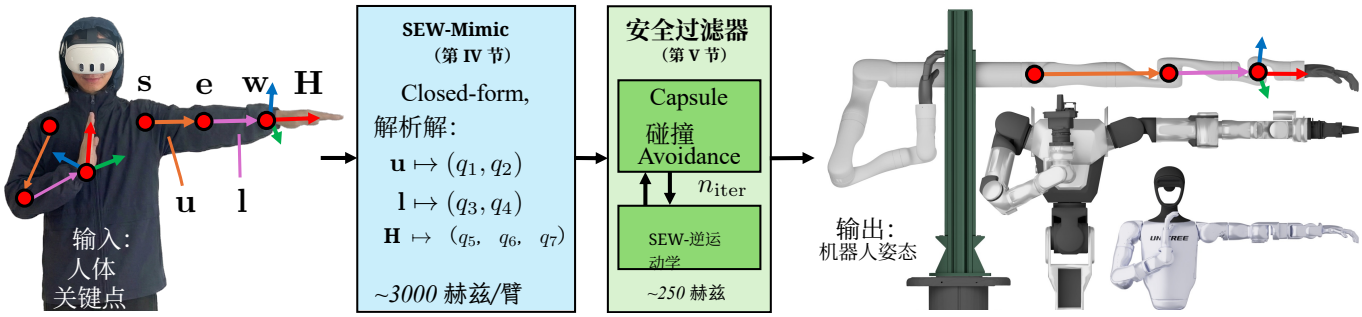


图 1：我们提出 SEW-Mimic，用于以解析方式将人体肩部、肘部和腕部（SEW）关键点重定向为机器人机械臂的关节角。我们的核心见解是将肢体和手/工具的方向误差作为姿态相似度指标，因为这样便能得到与尺度无关、且经证明为最优的闭式重定向解，如图所示，该方法适用于 Kinova Gen3、Rainbow RB-Y1 和 Unitree G1 平台（按比例显示）。由于 SEW-Mimic 计算速度快，我们将其用作逆运动学（IK）求解器，并纳入安全过滤器，以防止双臂遥操作时发生自碰撞。

摘要——将人体运动重定向为机器人姿态，是遥操作双手人形机器人手臂的一种实用方法，但现有方法可能并非最优且速度较慢，常常导致不理想的运动或延迟。这是因为这些方法致力于使机器人末端执行器与人手的位置和朝向相匹配，同时也可能将机器人的工作空间限制在人类工作空间的范围内。为此，本文将重定向重新定义为方向对齐问题，从而实现一种具有最优性保证的闭式形式几何解算法。其核心思想是，使机器人手臂与人类上臂和前臂的朝向对齐，这些朝向由肩部、肘部和腕部（SEW）关键点确定；因此，该方法被称为 SEW-Mimic。该方法在标准商用 CPU 上可实现快速推理（3 kHz），为下游应用留下计算开销；本文给出的一个示例是用于避免双手自碰撞的安全过滤器。该方法适用于大多数 7 自由度机械臂和人形机器人，并且不受输入关键点来源的限制。实验表明，SEW-Mimic 在计算时间和准确性方面优于其他重定向方法。先导用户研究表明，该方法能够提升遥操作任务的成功率。初步分析显示，由于使用 SEW-Mimic 收集的数据更加平滑，因此能够改善策略学习。研究还表明，SEW-Mimic 可以作为一种即插即用的方法来加速全身人形机器人重定向。最后，硬件演示展示了 SEW-Mimic 的实用性。结果凸显了 SEW-Mimic 作为双臂机器人操作和人形机器人遥操作基础构件的价值。

I. 引言

重定向是将人体姿态映射到机器人构型的过程。对于机器人遥操作，这提供了一种以人为中心的方式来控制高自由度（DoF）机器人，并可据此为自主策略收集训练数据 [38]。然而，由于人类与机器人具身形态之间存在物理差异，例如尺寸、自由度和运动约束，重定向问题可能并不简单。

因此，现有的大多数系统仅跟踪人手运动 [18, 17, 8, 6, 34]。这些方法将重定向作为末端执行器逆运动学（IK）问题来求解，使用机器人的雅可比矩阵 [19]，其逆矩阵可将6自由度末端执行器速度映射为机器人关节速度（6自由度/7自由度）。由于机器人接近其运动范围极限或其他关节奇异位姿时会受到限制，这种方法无法用于遥操作

，这是因为逆矩阵会变得退化。对于6自由度机械臂，可使用伪逆 [5]或基于优化的逆运动学 [43], 来缓解退化问题；而人形机器人手臂通常为7自由度，以匹配人体手臂。使用6自由度仅手部重定向方法时，7自由度手臂中对应人体肘关节的部分可能产生不必要的零空间运动[9], ，增加碰撞风险（见第六节中的图6）。

为克服仅手部重定向的局限性，近期的基于学习的人形机器人重定向方法通过优化机器人关节角度，使机器人与人体关键点（肩部、肘部、腕部、踝部等）相匹配 [44, 21, 15]。虽然最小化人体与机器人关键点之间的欧氏距离时也包含肘部，但求解此类程序平均需要 0.7 秒 [44]。在用于数据采集的实时遥操作中，这种延迟可能导致动作迟疑，降低训练得到的策略的质量。

本文提出 SEW-Mimic，这是一种闭式、经证明最优的几何（基于关键点）重定向算法（见图1），旨在解决仅手部遥操作和推理延迟问题。与现有重定向方法不同，SEW-Mimic 不使用机器人的雅可比矩阵，也不迭代求解优化问题，而是利用几何子问题进行姿态重定向 [29, 27] ，类似于 [10, 9, 28] 求解末端执行器逆运动学。我们将人体肢体向量定义为关键点（肩部、肘部、腕部等）之间的单位向量，然后求解机器人关节角度，使这些向量与相应的机器人肢体向量对齐，从而最大化姿态相似度（见图2）。关键在于，我们通过方向误差而非欧氏误差来定义姿态相似度，因此该方法无需针对不同的人体与机器人尺寸进行标定。

贡献： 我们作出三项重要贡献 ns:

- 我们提出 SEW-Mimic，这是一种用于人形机器人上半身重定向与遥操作的快速、最优算法。
- 我们提出一种安全过滤器，利用 SEW-Mimic 避免双臂遥操作中的自碰撞。
- 我们提供开源、独立运行的应用程序，可将 SEW-Mimic 与 MediaPipe [22] 或 Meta Quest 头显集成，用于遥操作；此外还提供实时网页演示，以展示计算速度（代码和网页演示将在评审结束后发布）。

此外，大量实验表明，SEW-Mimic 不仅具有较高的姿态相似度和较低的计算速度，还会影响遥操作成功率、自主策略学习以及全身人形机器人重定向的速度。我们还在多个硬件平台上展示了 SEW-Mimic。

论文结构：第 III 节介绍符号约定和预备知识。随后，第 IV 节详细介绍我们提出的重定向问题及其解决方案。第五节为遥操作设计了一种安全过滤器。VI节介绍了评估我们方法的实验，第 VII 节则介绍硬件演示。最后，第 VIII 节总结全文并讨论局限性。我们还提供了详尽的附录。

II. 相关工作

最先进的双臂和全身机器人遥操作系统可分为硬件操控（第 II-A 节）和软件姿态重定向（第 II-B 节）。下面我们将从计算速度和姿态相似度（根据第 I 节，指人类与机器人连杆之间的方向对齐）两个方面，回顾每个类别中的代表性研究。我们的方法采用解析几何逆运动学，最后将对此进行讨论（第 II-C 节）。

A. 基于硬件的遥操作

硬件操控通过主控手臂硬件与目标机器人手臂配对，使人类操作员能够直接向机器人发送关节角度指令（例如 ALOHA [12]和 GELLO [41]）。这种方法的计算速度很快，但姿态相似度较低，这是因为操作员直接控制机器人关节，而不是让机器人模仿人类手臂姿态，因而存在具身差距。采用更以人为中心、充当外骨骼控制舱的主控手臂硬件 [16, 42, 45, 4],可以解决这一问题，但此类硬件会影响其在各种机器人上的可及性和适用性。我们提供了一种基于软件的方法，旨在实现与外骨骼控制舱相近的姿态相似度和计算速度。

B. 基于软件的重定向遥操作

基于软件的方法通常支持更多种机器人形态，但往往缺乏计算速度 和/或姿态相似度。此类方法通常通过摄像头或可穿戴设备获取人体运动，并使用逆运动学（IK）将其重定向为末端执行器运动或整条手臂的运动。

1）末端执行器重定向：此类方法通常以操作员的六维手部姿态数据为重点（例如 DexMimicGen [18] 和 OpenTeach [17]），并使用 Mink [43] 和 OSC [19]等求解器计算相应的机器人关节构型的逆运动学；因此，它们将遥操作视为在三维工作空间中自由移动两个末端执行器。然而，当手臂构型限制末端执行器运动时，这种方法就难以奏效，尤其是在手臂完全伸展时出现的奇异点，可能会降低数值稳定性和计算速度 [28]。相比之下，我们的方法不需要雅可比矩阵，因此不会受到奇异点附近数值稳定性问题的影响。其他基于优化的逆运动学方法则会避免进入奇异位姿（例如，在宇树科技的 xr_遥操作系统 [34]中使用的 BunnyVisionPro [8] 和 Open-TeleVision [6]），其方式是采用加权雅可比伪逆（通常使用 Pinocchio [5]求解）。然而，对于七自由度人形机器人手臂，由于存在冗余自由度 [9], 这些方法会表现出非循环性：当机器人末端执行器返回先前到达过的位姿时，肘部可能无法回到原来的位置。为缓解这一问题，OSC[19]允许用户在关节空间中定义次级目标（例如保持初始关节角度），方法是将关节误差投影到雅可比矩阵零空间。然而，由于我们无法在不先求解逆运动学的情况下，直接将人体肘部姿态映射到机器人关节空间，这种方法仍无法让人类操作员直接控制机器人的肘部姿态，

进一步加剧了姿态相似度不足的问题。相比之下，我们的方法支持直接进行肘部控制。

2) 基于关键点的重定向：为避免雅可比奇异性并处理复杂的全身类人机器人动力学，一些方法采用定制的优化代价，并结合大型人体运动数据集（例如 AMASS [24]）来训练实时重定向和保持平衡策略（例如 H2O [15], CLONE [21]，和 TWIST [44]）。这些方法的姿态相似度较高，但通常仍存在较大的关节位置误差，与迭代方法相比，这使灵巧任务更难完成 [18]。此外，这些方法的延迟较高（约 0.7 秒）；部分原因是复杂优化程序收敛缓慢且需要无线通信，这可能导致远程操作者教会机器人表现迟疑 [44]。虽然我们不处理通信延迟，但我们的方法具有较高的计算速度，有助于应对整体延迟挑战。SEW-Mimic 可直接替代通用运动重定向（GMR），TWIST 将其用作运动学初始猜测。我们将每条腿的髋-膝-踝视为肩-肘-腕，使 TWIST 获得与 GMR 相近的重定向精度，同时将计算速度提升 1 至 3 个数量级（见 VI-E 节）。

C. 解析几何逆运动学求解器

为了避免上述由硬件限制、雅可比矩阵奇异点和计算速度较低所带来的挑战，一种替代方法是采用解析逆运动学求解器，这类求解器通常专注于六自由度机械臂。此类方法由来已久 [31, 30], ，但近期通过 IK-Geo [10]和 EAIK [28]得到了改进。特别是， [10]通过闭式形式的几何分解，为解析逆运动学所依赖的 Paden-Kahan 子问题 [30] 提供了便捷的解。作为 IK-Geo 的近期后续工作，stereo-sew [9],使用肘角对七自由度机械臂的冗余关节进行参数化，同时通过子问题分解求解末端执行器位姿的逆运动学；根据机器人的形态，这一方法可以得到闭式解，也可以进行低维搜索。这些方法计算速度很快，但专注于纯逆运动学，而非追求高姿态相似度的重定向。相比之下，SEW-Mimic 直接针对姿态相似度，同时始终能够得到闭式解，从而保持较高的计算速度。据我们所知，在解析逆运动学中考虑肘角并非新方法 [20, 2, 9, 36],，但我们在重定向中采用 SEW 关键点方法则是新颖的。

III. 预备知识

现在，我们将介绍符号约定，对人类与机器人肢体建模，并回顾作为本方法构建模块的典型几何子问题。

A. 符号

约定：我们用 $\mathbb{R}$ 表示实数，用 $\mathbb{N}$ 表示自然数，用 SO(3) 表示三维旋转矩阵空间。标量使用斜体，例如 $x \in \mathbb{R}$。向量和矩阵使用粗体，例如 $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ 和 $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n\times m}$，其中 $n,m \in \mathbb{N}$。

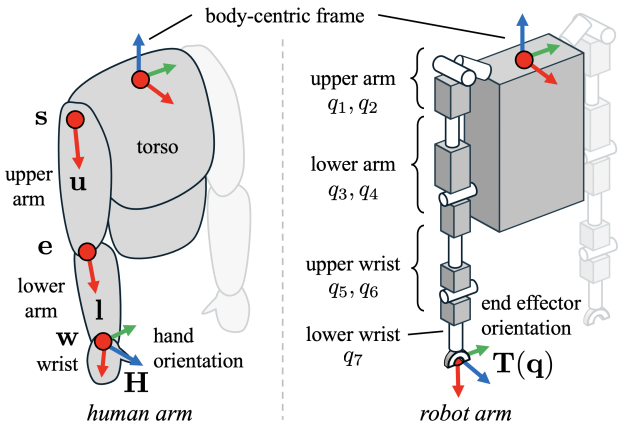


图2：带有关键点的人体手臂与具有 7 个自由度的上半身机械臂的对比，图中展示了连杆（方框）和关节（圆柱体表示旋转轴）。

n 维单位矩阵记为 I_n。由零组成的 n ×m 数组记为 $\mathbf{0}_{n\times m}$。矩阵 A 的伪逆记为 $\mathrm{A}^\dagger$。为与编号的机器人关节保持一致，索引从 1 开始。向量的第 i^{th} 个元素记为 v[i], ，从第 i 个到第 j 个元素记为 v[i : j],，数组的第 (i, j) 个元素记为 A[i, j]。我们将向量 a、b 拼接为 $(\mathrm{a},\mathrm{b}) = [\mathrm{a}^\top,\mathrm{b}^\top]^\top$。下标表示标签，上标表示坐标系。

常用操作：给定旋转轴 $\mathbf{h} \in \mathbb{R}^3$ 和旋转角 $\alpha \in \mathbb{R}$，我们使用罗德里格斯公式构造相应的旋转矩阵：

$$\mathscr{R}(\mathbf{h},\alpha) = \mathbf{I}_3 + (\sin\alpha)\,\mathrm{sk}(\mathbf{h}) + (1-\cos\alpha)(\mathrm{sk}(\mathbf{h}))^2, \qquad (1)$$

其中，$\mathrm{sk}:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^{3\times 3}$ 是标准的“帽”算子，用于返回反对称矩阵。我们将向量归一化为单位长度：$\mathrm{unit}(\mathbf{v}) = \mathbf{v}/\|\mathbf{v}\|_2$。对于算法步骤，我们使用 $x \leftarrow y$ 表示变量 x 已被赋值为 y。

坐标系：将机器人基座连杆坐标系记为 0th 坐标系。我们通过相对于 0th 坐标系的旋转矩阵和平移向量来表示坐标系。例如，坐标系“f”表示为 $(\mathbf{R}^{0,\,\mathrm{f}},\ \mathbf{p}^{0,\,\mathrm{f}})$，该坐标系中的向量为 $\mathbf{v}^{\,\mathrm{f}}$。对于惯性坐标系中的对象，在上下文明确时，我们会省略坐标系标签。给定两个坐标系 $(\mathbf{R}^{0,\,\mathrm{a}},\ \mathbf{p}^{0,\,\mathrm{a}})$ 和 $(\mathbf{R}^{0,\,\mathrm{b}},\ \mathbf{p}^{0,\,\mathrm{b}})$，我们按照标准方式从 a 转换到 b：

$$\mathbf{v}^{\mathrm{b}} = [\mathbf{R}^{0,\mathrm{b}}]^\top(\mathbf{R}^{0,\mathrm{a}}\mathbf{v}^{\mathrm{a}} - \mathbf{p}^{0,\mathrm{a}}) + \mathbf{p}^{0,\mathrm{b}}. \qquad (2)$$

编号坐标系（通常用 i 作为索引）指代机器人连杆，而其他坐标系则以常规文本表示（例如，人体坐标系用“hm”表示，“in”表示三维关键点输入数据流）。

B. 人体与机械臂描述

我们的方法将人体肢体位姿重定向到人形机器人上相应的机器人肢体。为便于阐述，本文大部分内容聚焦于单个肢体（右臂）。以下概念如图2所示。

1）人体手臂：我们考虑由代表肩部**s**、肘部**e**和腕部**w**的三维关键点，以及一个旋转矩阵**H**组成的元组。该旋转矩阵表示相对于 0th 坐标系的人手朝向，如图2所示。也就是说，我们方法的输入为

$(\mathbf{s},\ \mathbf{e},\ \mathbf{w},\ \mathbf{H}) \in \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \times \mathrm{SO}(3)$。

注释 1 (以身体为中心的坐标系)。我们的符号约定意味着所有关键点都位于同一个0号以身体为中心的坐标系中，后文将以此为假设。如何确保这一点将在 *B* 节中讨论。

2) 机械臂：我们考虑由旋转执行器组成的 7自由度串联运动链，其中相邻关节的旋转轴彼此垂直，如图2所示。对于每个 i^{th} 自由度，我们在各连杆的局部坐标系中定义旋转角 q_i和旋转轴 h_i^i，其中 $\mathrm{i}=1$ 是第一个关节，由此得到位姿向量 $\mathrm{q}=\left[\mathrm{q}_1,\mathrm{q}2,\cdots,\mathrm{q}_n\right]^\top$。每个 i^{th}关节都与一个刚性连杆相关联，其局部坐标系在前一坐标系 $\mathrm{i}-1$中由旋转矩阵和平移向量 $(\mathrm{R}^{i-1},_i$局部 $,\mathrm{p}^{i-1},^i$局部 $)$ 表示。$(\mathrm{i}-1)^{\mathrm{th}}$ 坐标系与 i^{th}局部坐标系之间的朝向差异，是已知的固定局部朝向差异与由 q_i决定的可变轴旋转的乘积：$\mathrm{R}^{i-1},^i(\mathrm{q}_i) = \mathrm{R}^{i-1},_i$局部 $\mathscr{R}(\mathrm{h}_i,\mathrm{q}_i)$。随后，根据标准刚体运动学，$\mathrm{i}^{\mathrm{th}}$ 坐标系与 j^{th} 坐标系之间的朝向差异由旋转矩阵的乘积给出。若要在 j^{th}局部坐标系中表示旋转轴 h_i，记作 $\mathrm{h\,j\,i} = \mathrm{R}^{j},^i(\mathrm{q})\mathrm{h}_i^i$。最后，我们将机器人的末端执行器方向记为 $\mathrm{T}(\mathrm{q}) = \prod^{\#}$自由度$\mathrm{si}=1\,\mathrm{R}^{i-1},^i(\mathrm{q})\mathrm{R}^{\mathrm{align}}$，其中 $\mathrm{R}^{\mathrm{align}}$ 是一个固定变换，使末端执行器遵循右手定则约定；对于灵巧手，“X/Y/Z”分别对应伸直的食指 / 手掌法向量 / 伸直的拇指，而“X”是末端执行器的指向（即垂直于法兰的方向）。

C. 规范几何子问题

我们通过应用 Elias 和 Wen [10],提出的具有闭式解的规范几何子问题来实现重定向，这些子问题扩展了经典方法 [30, 27]。

子问题 *1*： 考虑两个向量 $\mathbf{p}_1,\mathbf{p}_2 \in \mathbb{R}^3$ 和一个单位向量 $\mathbf{k} \in \mathbb{R}^3$，它表示旋转轴。将 $\mathbf{p}_1$ 绕$\mathbf{k}$ 旋转，使其与$\mathbf{p}_2$对齐。也就是说，求最优角度 $\theta^\star$，使 $\|\mathscr{R}(\mathbf{k}\ \theta)\mathbf{p}_1-\mathbf{p}_2\|$ 最小：

$$\theta^\star \leftarrow \mathtt{SP1}(\mathbf{p}_1,\mathbf{p}_2,\mathbf{u}) = \arg\min_{\theta} \|\mathscr{R}(\mathbf{k},\theta)\mathbf{p}_1-\mathbf{p}_2\|. \quad (3)$$

我们使用算法 5（见 A 节）以闭式形式求解子问题 1。

子问题 *2*： 考虑两个向量 $\mathbf{p}_1,\mathbf{p}_2 \in \mathbb{R}^3$ 和两条旋转轴 $\mathbf{k}_1,\mathbf{k}_2 \in \mathbb{R}^3$。通过同时将$\mathbf{p}_1$ 绕$\mathbf{p}_2$ 旋转，并将$\mathbf{p}_1$ 绕$\mathbf{k}_1$ 旋转，使$\mathbf{p}_2$ 与$\mathbf{k}_2$对齐。也就是说，求一对最优旋转角：

$$\begin{aligned}\{(\theta_1^\star,\theta_2^\star)_j\}_{j=1}^2 \leftarrow\ & \mathtt{SP2}(\mathbf{p}_1,\mathbf{p}_2,\mathbf{k}_1,\mathbf{k}_2)\\ &= \arg\min_{\theta_1,\theta_2} \|\mathscr{R}(\mathbf{k}_1,\theta_1)\mathbf{p}_1-\mathscr{R}(\mathbf{k}_2,\theta_2)\mathbf{p}_2\|, \quad (4)\end{aligned}$$

其中，每个关节角对可能有 1 个或 2 个唯一优化器。我们使用算法 6（见第 A 节）以闭式形式求解子问题 2，该算法采用了同样在第 A 节中介绍的 Paden-Kahan 子问题 4。

IV. 所提方法

为详细介绍所提方法，我们首先将重定向表述为一个方向对齐问题（第 IV-A 节），然后介绍 SEW-Mimic 算法（第 IV-B 节），最后证明我们的方法是最优的（第 IV-C 节）。

A. 问题陈述

我们旨在使任意机械臂与给定的人体手臂关键点（$\mathbf{s},\mathbf{e},\mathbf{w},\mathbf{H}$）对齐，同时考虑到机器人的连杆长度和肢体长度可能各不相同。因此，不同于其他关注关键点位置误差（可能与方向误差加权结合[1]）的方法，我们完全聚焦于人体与机器人上臂、前臂和手腕之间的方向误差。这种以方向为中心的方法在理论和实践上都有优势：它能够得到最优几何解（IV-C节），并可直接用于遥操作尺寸和比例与人体不同的机器人（VI和VII节）。

在陈述问题之前，我们先定义人体和机器人的上臂、前臂及手腕如下。我们将输入的人体关键点转换为上臂和前臂单位向量：$\mathbf{u} \leftarrow \mathrm{unit}(\mathbf{e}-\mathbf{s})$ 和 $\mathbf{l} \leftarrow \mathrm{unit}(\mathbf{w}-\mathbf{e})$。对于机器人，我们将$\mathbf{h}_3$ 关节旋转轴作为上臂方向；我们发现，这种定义适用于多种机械臂机器人（见 VI 节）。同样，我们将机器人的前臂视为其$\mathbf{h}_5$关节旋转轴。请注意，这些人体和机器人向量通常分别位于两个不同的坐标系中。我们在 B 节提出一种免标定流程，用于同步这两个坐标系。对于手腕，我们以人手方向$\mathbf{H}$为目标，使机器人末端执行器方向$\mathbf{T}(\mathbf{q})$与之对齐。我们假设末端执行器安装法线与末端关节轴平行，并在 C 节讨论垂直的情况。现在可以陈述重定向问题了。

问题 2. 我们将重定向问题表述为

$$\min_{\mathbf{q}} \underbrace{\mu_{\mathrm{c}}(\mathbf{u},\mathbf{R}^{0,3}(\mathbf{q})\mathbf{h}_3)^2}_{\text{upper arm}} + \underbrace{\mu_{\mathrm{c}}(\mathbf{l},\mathbf{R}^{0,5}(\mathbf{q})\mathbf{h}_5)^2}_{\text{lower arm}} + \underbrace{\mu_{\mathrm{m}}(\mathbf{T}(\mathbf{q}),\mathbf{H})^2}_{\text{wrist}},$$

使得$\mathbf{q}$ 满足关节角限制，

其中，向量方向误差由余弦相似度给出

$$\mu_{\mathrm{c}}(\mathbf{u},\mathbf{v}) = \tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{2}\tfrac{\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}}{\|\mathbf{u}\|_2\cdot\|\mathbf{v}\|_2} \in [0,1], \quad (5)$$

旋转矩阵方向误差为

$$\mu_{\mathrm{m}}(\mathbf{R}_1,\mathbf{R}_2) = \tfrac{1}{2}\left\|\left(\mathbf{R}_1^\top\mathbf{R}_2\right)^{\frac{1}{2}} - \mathbf{I}\right\|_{\mathrm{F}} \in [0,1], \quad (6)$$

其中，$\|\cdot\|_{\mathrm{F}}$ 为弗罗贝尼乌斯范数。

请注意，我们对标准的弦距离旋转矩阵误差度量做了细微修改 [13], ，其中平方根将误差缩放至 $[0,2]$ ，并使其在接近 0 时更具线性；这对我们的方法并非至关重要，但能让不同重定向方法之间的误差比较表现得更好。接下来，我们通过分别最小化各个代价项来求解问题 2。

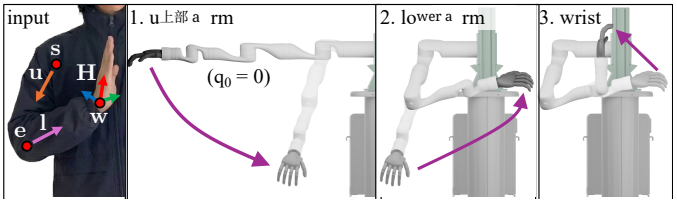


图3：SEW-Mimic接收人体手臂关键点（左），并依次对齐机器人的上臂、前臂和腕部。

B. 所提解决方案

如图3所示，我们的闭式几何重定向方法从肩部到肘部再到腕部，沿着手臂逐步迭代，因此我们将其称为SEW-Mimic，即“肩部-肘部-腕部模仿”。我们的方法总结于算法1。下面给出相关说明。

1) 上臂与前臂对齐：我们首先创建机器人的位姿以及上臂和前臂向量（算法1–算法1）。其次，将机器人的 $\mathbf{h}_3$ 轴与人体上臂**u** 对齐（算法1）。第三，以类似方式将 $\mathbf{h}_5$ 与人体前臂**l** 对齐（算法1）。对于这两个对齐步骤，我们使用算法 2 每次求解两个关节角。

2) 将关节轴与给定向量对齐：算法 2 通过求出关节$i-1$和$i-2$的最优角度，将机器人第i个关节轴$\mathbf{h}_i$ 与给定向量**v** 对齐（即最小化$\mu_c(\mathbf{h}_i,\mathbf{v})$）。我们在$i-2$ 坐标系中进行操作（算法 2–算法 2 将其映射到该坐标系），并使用子问题 2（算法 6）求出前序关节角（算法 2）。我们筛除不符合关节角限制的解（算法 2）；请注意，这不 考虑自碰撞，我们将在第五节通过安全过滤器处理自碰撞。最后，我们选择与机器人当前构型最接近的解（算法 2）。

3) 腕部对齐：我们希望通过求解（q_5, q_6, q_7），使工具朝向**T(q)**与期望的手部方向一致。根据第三节B2，我们假设腕部的末端执行器安装座指向平行于第七关节轴。然后，我们应用子问题 2 求出q_5 和q_6，使$\mathbf{h}_7$ 与人体手部指向方向对齐（算法 3），最后应用子问题 1 求解q_7。

C. 所提算法的最优性

作为本节的总结，我们确认算法1会返回问题 2的最优解。

命题 3. 考虑一个机械臂，其关节轴连续且彼此垂直，基座连杆以图 *2(b)*所示的人形机器人构型安装，并且没有关节角限制或自碰撞。假设机器人处于初始构型$\mathbf{q}_0$。设已知人体肩部**s**、肘部**e**和腕部**w**的关键点，以及手部方向**H**。使用算法*1*，计算$\mathbf{q} \leftarrow \texttt{SEW-Mimic}(\mathbf{q}_0, \mathbf{s}, \mathbf{e}, \mathbf{w}, \mathbf{H})$。则**q**是问题 *2*的全局优化器。

证明见第 D 节。请注意，该解在以身体为中心的坐标系中是最优的，这意味着人体躯干输入

算法1：$q \leftarrow$SEW-Mimic(q_0,s, e,w,H) 输入：初始机器人姿态 q_0、人体肩部位置 s、人体肘部位置 e、腕部位置 w，以及人手朝向 H 1 // 根据 B节同步人类与机器人坐标系 $q \leftarrow q_0$ // 初始化解 2 // 获取上臂和前臂的指向方向 u $\leftarrow$ 单位向量(e $-$s) 和 l $\leftarrow$ 单位向量(w $-$ e) 3 // 根据算法 2，使用子问题 2 将 h_3 （机器人上臂的代理向量）与 u 对齐，从而求得 (q_1,q_2) q[1：2] $\leftarrow$AlignAxis(3, q,u) 4 // 根据算法 2，使用子问题 2 将 h_5 （机器人前臂的代理向量）与 l 对齐，从而求得 (q_3,q_4) q[3：4] $\leftarrow$AlignAxis(5, q,l) 5 // 对齐腕部以获得 q[5：7]q[5：7] $\leftarrow$ AlignWrist(q, H) // 参见算法 3 返回：重定向后的机器人姿态 q

---

算法 2：将关节轴 i 对齐到给定向量 ($q^\star_{i-2}$,$q^\star_{i-1}$) $\leftarrow$ AlignAxis(i,q_0,v) 通过求解前序关节角 q_{i-2} 和 q_{i-1}，将第 i 个关节轴 h_i 与向量 v 对齐。输入：关节索引 i、当前构型 q_0，以及要对齐的向量 v 1 $v^{i-2} \leftarrow [R^{0,i-2}(q_0)]^\top v$ // 将向量置于 i $-$ 2 坐标系中 2 $h^i_{i-2} \leftarrow R^{i-2,i}(q_0)h_i$ // 将关节轴置于 i $-$ 2 坐标系中 3 $h^{i-1}_{i-2} \leftarrow R^{i-1,i}(q_0)h_{i-1}$ 4 // SP2 将 h_i 对齐到 v，并最多返回两组解，本文以 j5 {(q_{i-2},q_{i-1}) j} $\leftarrow$SP2(v^{i-2},h^{i-2}_i, $-h_{i-2}$, h^{i-2}_{i-1}) 6 {(q_{i-2},q_{i-1}) j} $\leftarrow$BoundJoints({(q_{i-2},q_{i-1}) j}) 7 // 将位姿更新为最接近初始位姿的角度 ($q^\star_{i-2}$,$q^\star_{i-1}$) $\leftarrow \arg\min_{a,b} |q_0[i-2]-a| + |q_0[i-1]-b|$s.t. (a,b) $\in$ {(q_{i-2},q_{i-1}) j}返回：关节角解 ($q^\star_{i-2}$,$q^\star_{i-1}$)

在将关键点传递给 SEW-Mimic 之前，必须先抵消运动（按照 B节的要求）。另请注意，我们的论断不考虑关节角度限制、自碰撞规避的安全过滤或关节控制器跟踪误差。尽管如此，我们的实验（VI节）表明，这种最优性带来了多种益处。

V. 自碰撞安全过滤器

为降低双手遥操作中发生自碰撞的风险，我们利用SEW表示构建了一个安全过滤器。我们将其设计为仅移除用户指令中有害的分量，同时保留远离碰撞的切向运动，使机器人能够沿安全方向操作。尽管该过滤器不提供形式化保证（留待

算法 3： 使机器人腕部与手部方向对齐
$(q_5, q_6, q_7) \leftarrow \text{AlignWrist}(\mathbf{q}_0, \mathbf{H})$

输入： 初始位姿 $\mathbf{q}_0$，手部方向 $\mathbf{H}$

// 要求：$\mathbf{R}^{7,\mathrm{T}}$ (末端执行器在第七关节坐标系中的朝向)

$\mathbf{R}^{0,7}_{\text{des}} \leftarrow \mathbf{H}[\mathbf{R}^{\text{局部}}_{\text{align}}]^{\top}[\mathbf{R}^{7,\mathrm{T}}_{\text{local}}]^{\top}$ // 第七的期望方向关节

// 将 $\mathbf{h}_7$ 与人手对齐，使用子问题 2

$(q_5, q_6) \leftarrow \text{AlignAxis}(7, \mathbf{q}, \mathbf{R}^{0,7}_{\text{des}}[:, 1])$

// 将 $\mathbf{h}_6$ 和期望方向放入第七关节坐标系

$\mathbf{u}^7_6 \leftarrow \mathbf{R}^{7,0}\mathbf{R}^{0,6}(\mathbf{q}_0)\mathbf{h}_6$

$\mathbf{h}^7_6 \leftarrow [\mathbf{R}^{6,7}_{\text{局部}}]^{\top}\mathbf{h}_6$

// 使用子问题 1 求出 q_7，并施加关节限位

$q_7 \leftarrow \text{BoundJoints}(\text{SP1}(\mathbf{h}^7_6, \mathbf{u}^7_6, -\mathbf{h}_7))$

返回： 最终关节角 (q_5, q_6, q_7)

未来工作），但我们发现它运行速度很快（∼250 Hz），并能减少自碰撞（见第 VI-C 节）。

备注 4。 核心思想是，我们快速的闭式解作为即插即用的快速人形机器人逆运动学，为安全过滤等下游流程留出了计算开销。

接下来，我们先概述该方法，再详细介绍具体部分。

算法概述： 安全过滤器的流程总结于算法 4。给定一个初始双臂姿态和一个可能不安全的期望位姿，我们首先根据机器人在该构型下的 SEW 关键点生成胶囊体（算法 4）。随后，通过应用扩展位置动力学（XPBD） [23]，将关键点调整至安全状态（算法 4）。最后，我们使用 SEW-Mimic 将调整后的关键点映射回机器人的关节角（算法 4–算法 4）；其中，RecoverTool（第 E 节中的算法 12）用于获取期望的机器人末端执行器方向。在此情境下，SEW-Mimic 充当快速逆运动学求解器。下文将详细介绍这些步骤。

双臂记号： 我们考虑一对左右臂，其位姿为 $\mathrm{q} = (\mathrm{q}_{\mathrm{lf}}, \mathrm{q}_{\mathrm{rt}})$，其中 q_{lf} 表示左臂位姿，q_{rt} 表示右臂位姿；为简化说明，我们在此重新定义 q。我们定义机器人关键点元组：$\mathrm{K}_{\mathrm{rb}} = (\mathrm{s}_{\mathrm{lf}}, \mathrm{e}_{\mathrm{lf}}, \mathrm{w}_{\mathrm{lf}}, \mathrm{t}_{\mathrm{lf}}, \mathrm{s}_{\mathrm{rt}}, \mathrm{e}_{\mathrm{rt}}, \mathrm{w}_{\mathrm{rt}}, \mathrm{t}_{\mathrm{rt}}) \leftarrow$ 正向运动学(q)，其中正向运动学表示标准刚体正向运动学；$\mathrm{s}_{\mathrm{lf}} \in \mathbb{R}^3$ 表示机器人左肩位置（通常为第 1 个关节执行器位置），类似地，e_{lf} 表示左肘（第 4 个关节执行器位置），w_{lf} 表示左腕（第 6 个关节执行器位置），t_{lf} 表示左侧工具尖端，T_{lf} 表示左侧工具方向；右侧各量以“rt”标记。

胶囊体碰撞体积： 如图 4 所示，我们沿线段扫掠球体构造胶囊体，以近似机器人的连杆，用于碰撞检测。一个胶囊体 C 从 $\mathbf{p}_1$ 延伸至 $\mathbf{p}_2$，半径为 r，其定义为

$$C \leftarrow \texttt{Capsule}(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, r) = \left\{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 \mid \|\mathbf{x} - t\mathbf{p}_1 - (1-t)\mathbf{p}_2\|_2 \le r, t \in [0,1]\right\} \tag{7}$$

因此，我们用 $U_{\mathrm{lf}} \leftarrow \text{Capsule}(\mathbf{s}_{\mathrm{lf}}, \mathbf{e}_{\mathrm{lf}}, r^{\text{upper}})$ 对机器人的左上臂进行过度近似，其中 r^{upper} 取足够大的值

算法 4： 用于自碰撞的 SEW 安全过滤器
$\mathbf{q}_{\text{safe}} \leftarrow$ SEW安全过滤器$(\mathbf{q}_0, \mathbf{q}_{\text{des}})$

输入： 当前位姿$\mathbf{q}_0$,期望位姿$\mathbf{q}_{\text{des}}$

$K_{\mathrm{rb}} \leftarrow$正向运动学$(\mathbf{q}_{\text{des}})$ // 获取期望位姿的关键点

$\mathscr{C} \leftarrow$MakeCapsules(K_{rb}) // 初始化碰撞体积

// 初始化 XPBD 拉格朗日乘子

$\{\lambda_{i,j}\} \leftarrow 0$// 在 $\mathscr{C} \times \mathscr{C}$ 中每个 (i,j) 碰撞对各对应一个

对于 $k = 1, \cdots, n_{\text{iter}}$// 迭代次数 **执行**

  // 使用第 E 节中的算法 10 微调胶囊体

  $(\mathscr{C}, \{\lambda_{i,j}\}) \leftarrow$XPBD-Iter$(\mathscr{C}, \{\lambda_{i,j}\})$

  如果 $\mathscr{C}$ 中的胶囊体无碰撞，**则**

    // 从胶囊体恢复 SEW 关键点

    $(\mathbf{s}_{\mathrm{lf}}, \mathbf{e}_{\mathrm{lf}}, \mathbf{w}_{\mathrm{lf}}, \mathbf{t}_{\mathrm{lf}}, \mathbf{s}_{\mathrm{rt}}, \mathbf{e}_{\mathrm{rt}}, \mathbf{w}_{\mathrm{rt}}, \mathbf{t}_{\mathrm{rt}}) \leftarrow$ 获取关键点$(\mathscr{C})$

    // 恢复工具方向

    $\mathbf{H}_{\mathrm{lf}} \leftarrow \text{RecoverTool}(\mathbf{T}_{\mathrm{lf}}(\mathbf{q}_0), \mathbf{t}_{\mathrm{lf}})$

    $\mathbf{H}_{\mathrm{rt}} \leftarrow \text{RecoverTool}(\mathbf{T}_{\mathrm{rt}}(\mathbf{q}_0), \mathbf{t}_{\mathrm{rt}})$

    // 恢复左臂和右臂构型

    $\mathbf{q}_{\mathrm{lf}} \leftarrow \text{SEW-Mimic}(\mathbf{s}_{\mathrm{lf}}, \mathbf{e}_{\mathrm{lf}}, \mathbf{w}_{\mathrm{lf}}, \mathbf{H}_{\mathrm{lf}})$

    $\mathbf{q}_{\mathrm{rt}} \leftarrow \text{SEW-Mimic}(\mathbf{s}_{\mathrm{rt}}, \mathbf{e}_{\mathrm{rt}}, \mathbf{w}_{\mathrm{rt}}, \mathbf{H}_{\mathrm{rt}})$

    返回： 安全姿态 $\mathbf{q}_{\text{safe}} \leftarrow (\mathbf{q}_{\mathrm{lf}}, \mathbf{q}_{\mathrm{rt}})$

返回： 无安全姿态时的原始姿态 $\mathbf{q}_0$

。类似地，我们构造胶囊体 L_{lf} 以包纳前臂，并构造胶囊体 H_{lf} 以包纳机器人腕部和末端执行器，然后对右侧重复这一过程。我们还构造了一个胶囊体 T 用于表示机器人的躯干。为简化符号约定，我们将这些胶囊体汇总为一个碰撞体积集合：

$$\mathscr{C} \leftarrow \texttt{MakeCapsules}(K_{\mathrm{rb}}) = \{T, U_{\mathrm{lf}}, U_{\mathrm{rt}}, L_{\mathrm{lf}}, L_{\mathrm{rt}}, H_{\mathrm{lf}}, H_{\mathrm{rt}}\}.$$

MakeCapsules 的一个具体示例见第 I 节。

XPBD 迭代： 该过滤器使用 XPBD [23] 将胶囊体推出碰撞区域，并使关键点满足运动学约束。具体细节见第 E 节的算法 10，概要如下。我们的 XPBD 实现为每对碰撞体积定义一个拉格朗日乘子 $\lambda_{i,\ j}$ 通过累加每对碰撞体积的接触法向量来计算碰撞梯度，然后使用 $\lambda_{i,\ j}$ 结合各体积的用户指定权重来移动每个关键点。最后，我们通过将每个连杆投影回原始长度来施加运动学约束（见第 E 节的算法 11）。

连续时间碰撞检测： 在实践中，如果初始位姿与期望位姿相距较远，安全过滤器可能会找到一个安全姿态，但该姿态需要某个机器人肢体“跳”过另一个肢体，这并不安全。为此，我们会预处理碰撞体积（即修改算法 4），以找出初始位姿与期望位姿之间的首次碰撞，详见 E2 节。

VI. 实验

现在，我们通过实验评估 SEW-Mimic，以回答以下问题：

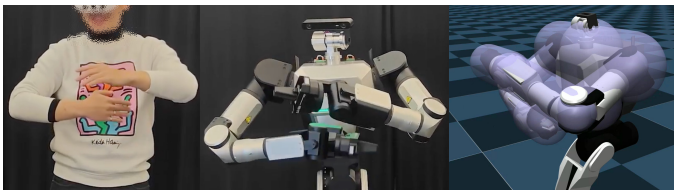


图 4：我们的安全过滤器使用胶囊体（右）来计算并避免自碰撞，如 Rainbow RBY1 硬件所示。

- （VI节-A）与其他重定向方法相比，我们的方法在速度和准确性方面表现如何?
- （第VI-B节）我们的方法在遥操作易用性方面表现如何?
- （第 VI-C 节）我们的安全过滤器效果如何?
- （第 VI-D 节）我们的SEW表示是否有助于训练生成式机器人运动策略?
- （第 VI-E 节）我们的SEW表示是否适用于全身人形机器人重定向?

A. 重定向性能

我们研究 SEW-Mimic 是否比基线方法 [1] [34]具有更低的方向误差（定义见问题 2）、绝对关节位置（L2）误差，以及更快的计算速度。

1) 实验设计：我们按照算法 1 评估 SEW-Mimic 和基线方法 [1] [34]，将 Ubisoft LAFAN1 [14]数据集中的左右臂动作进行重定向；该数据集经过处理，仅包含上半身运动。

2) 结果与讨论：结果汇总于图 5。我们进行了 Kruskal-Wallis检验，以评估重定向求解器对对齐误差和推理时间的影响。结果表明，求解器对对齐误差（$H = 215864.09, p < 0.001$）和推理时间（$H = 277254.30, p < 0.001$）均有显著影响。Dunn 事后比较结合 Bonferroni 校正证实，与 GMR[1] 和 xr_teleoperate [34] 相比，SEW-Mimic 的对齐误差（中位数 $= 1.57 \times 10^{-13}$，四分位距 $= [1.06 \times 10^{-13}, 1.66 \times 10^{-5}]$）和推理时间（中位数 $= 0.587$ ms，四分位距 $= [0.573, 0.612]$ ms）均显著更低（所有成对比较的$p < 0.001$）。总之，正如其闭式形式和最优性所预期的那样，SEW-Mimic 比基线方法具有更高的精度和更快的推理速度；其对齐误差接近浮点数值精度，推理时间则低 2–3 个数量级。请注意，SEW-Mimic 在 GMR 自身定制的重定向目标上并未胜过 GMR，这正如预期（见第 G 节）；此结果旨在验证我们的最优性证明。

B. 先导用户研究

我们研究了 SEW-Mimic 是否能让用户比使用 MINK-IK [43] 进行末端执行器控制更成功地完成双手操作任务。

1）实验设计：我们采用 2×3 析因设计，开展重复测量（被试内）用户研究（$N = 8$），将遥操作求解器和特定操作任务作为自变量。我们按用户和任务测量尝试总次数、成功次数和失败次数。用户遥操作一台 Dual Kinova Gen3 机器人，在 Robosuite [46] 上使用 SEW-Mimic 和 MINK-IK 完成三项任务（见第 H 节，图 10）：

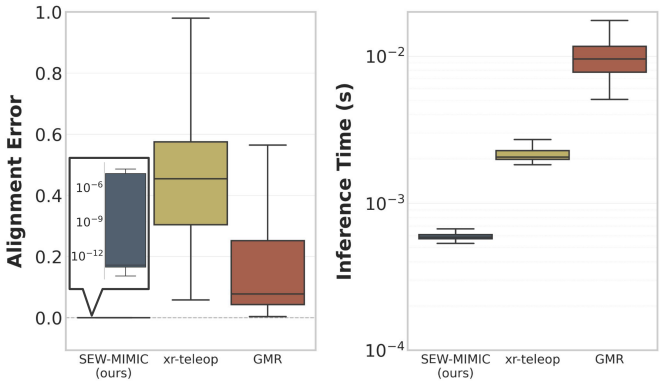


图 5：SEW-Mimic 与基线方法的重定向对齐误差和推理时间。

- 橱柜：将一个盒子从桌子上移入高处的橱柜。
- 玻璃间隙：从两排酒杯之间取出一个盒子，并将其放置到右侧（图 6）。
- 交接：将一个盒子从起点移至目标位置；由于起点和目标位置相距较远，因此需要进行双手交接。

每位用户所执行任务及遥操作方法的顺序均为随机安排。用户佩戴 Meta Quest3 VR头显，我们向其传输双目视觉画面。每项任务和每个控制器的操作时间为 5 分钟，并要求用户在规定时间内尽可能多地成功完成任务。更多详情请参见第 H 节。

2）结果与讨论：我们采用对齐秩变换（ART）方差分析，评估任务类型和遥操作求解器对尝试总次数、成功总次数及失败总次数的影响。结果显示，在成功次数（$p < 0.01$）和失败次数（$p < 0.01$）方面，遥操作方法 SEW-Mimic 与 MINK-IK 之间存在统计学上显著的交互作用。此外，任务对所有比较均有显著影响（$p < 0.05$）。然而，事后简单主效应分析显示，对于任何因变量，在比较不同控制器执行同一任务时，交互作用均无统计学显著性。请注意，原始数据列于附录中的表I。

所有因变量中方法之间存在统计学显著的交互作用，这表明 SEW-Mimic 会影响用户表现。所有因变量中任务的显著效应表明，我们的各项任务彼此不同，从而支持了我们的评估流程。一项重要局限是样本量较小；我们怀疑这正是为何在单项任务中，方法均未产生显著效应，而只有汇总所有任务后才出现显著效应的原因。关于 SEW-Mimic 如何影响用户表现，仍需进一步研究。从定性角度看，我们注意到 MINK-IK 有一种值得关注的失败模式：由于用户与机器人末端执行器位移之间的缩放因子固定，手臂较短的用户无法够到箱子，因此无法成功完成任务。最后，从非正式的角度看，原始数据颇具潜力，值得进一步调查：SEW-Mimic 在所有任务和用户中的成功总次数为 125 次，而 MINK-IK 为 68 次。

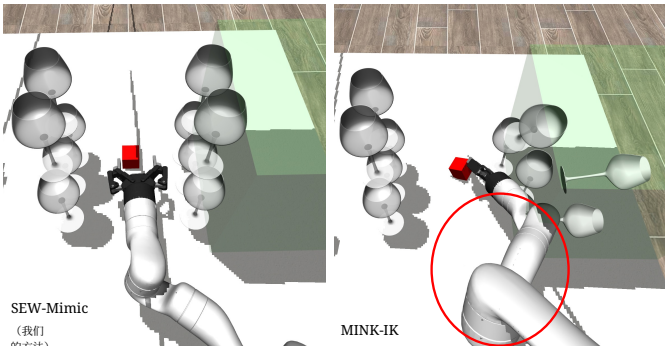


图 6：玻璃间隙任务要求将一个红色方块从酒杯之间移至左侧的大型绿色目标处。我们展示了用户研究中的一个示例位姿，比较左侧的 SEW-Mimic 和右侧的 MINK-IK，说明缺少明确的肘部控制可能会因意外的关节自运动导致任务失败。

C. 安全滤波器消融研究

现在，我们来研究安全过滤器如何影响 SEW-Mimic 在接近自碰撞时的运行。

1) 实验设计：为了生成接近自碰撞的位姿，我们记录了双臂在胸前连续做“滚动出拳”动作的视频：10 秒内完成 10 次完整旋转（图 4）。我们使用 SEW-Mimic 将该动作重定向到 RB-Y1机器人，并测量启用和不启用所提出的安全过滤器时的对齐误差、自碰撞次数和计算速度。更多详情见第 I 节。

2) 结果与讨论：参见第 I 节中的图 11。未使用安全过滤器的 SEW-Mimic 对齐误差为零，双臂的计算时间约为 0.8 毫秒（1250 Hz），但近半数重定向姿势存在自碰撞。使用安全过滤器后，平均对齐误差增至 0.019，计算时间延长至约 4.0 毫秒（250 Hz），但存在自碰撞的重定向姿势比例大幅降至约 1.3%。因此，我们认为安全过滤器能够减少自碰撞实例，但会在姿态相似度和计算速度方面有所折衷。可通过调整各连杆的胶囊体尺寸来调节准确性与安全性之间的权衡；寻找最优权衡方案留待未来工作。

D. 策略学习

现在，我们将探究使用 SEW-Mimic 收集的数据，是否能训练出成功率更高、任务完成时间更短的策略，相较于使用仅末端执行器运动和 MINK-IK 收集的数据 [43]。

1) 实验设计：为验证该假设，我们在玻璃间隙任务上收集了两组匹配的示范数据集（图 6）：一组使用 MINK-IK，另一组使用 SEW-Mimic。每个数据集包含 50 个演示。在各次演示中，箱子均被初始化在酒杯之间的随机位置。为控制演示质量，两组数据集均由同一名专家远程操作员收集。随后，我们分别在每个数据集上训练扩散策略 [7, 32] 。对于每个数据集，我们使用 3 个训练随机种子训练 500 个训练轮次，并选取表现最佳的检查点

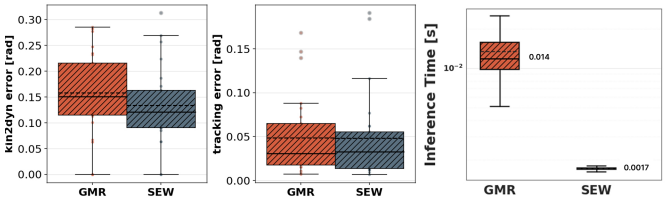


图 7：在 TWIST 中使用 SEW-Mimic 和 GMR 时的运动学到动力学误差、控制器跟踪误差和推理时间。

用于最终评估。在评估期间，我们采样 250 个初始条件，并计算任务成功率，报告三个随机种子下的结果。

2) 结果与讨论：使用 SEW-Mimic 收集的演示训练得到的策略，其成功率显著更高（约为 3×），且任务完成时间更短；相比之下，使用 MINK-IK 演示训练的策略表现较差（见附录中的图 12）。我们推测，性能差距与演示的平滑度有关，并在 J 节对此进行了研究。具体而言，SEW-Mimic 数据呈现出更平滑的关节角度轨迹和更低的期望关节速度（见图 16）。这与较低的动作预测误差相关（见图 15），尽管其遥操作时域更短（见图 14）。要确定这些因素是否在因果上解释了这一差距，还需进一步研究，留待未来工作探讨。

E. 全身重定向

最后，我们探究 SEW-Mimic 是否能在不降低精度的情况下，提高预训练全身人形机器人重定向策略的计算效率。

1) 实验设计：我们将 SEW-Mimic 作为 GMR 重定向器的直接替换方案 [1]应用于 TWIST 全身遥操作框架 [44] ，把每条腿的髋-膝-踝视为肩-肘-腕。GMR 生成关节角的运动学初始猜测，TWIST 将其转换为动力学可行姿态（传递给 Unitree G1 人形机器人在 MuJoCo 中的比例-微分控制器）。我们不对 TWIST 进行重新训练或微调（TWIST 是在 GMR 生成的数据上训练的）。我们针对 SEW-Mimic 和 GMR 测量三项指标：推理时间、TWIST 输入与输出之间的运动学到动力学“kin2dyn”关节角度误差，以及比例-微分控制器的关节角度跟踪误差。更多细节见 K 节。

2) 结果与讨论：SEW-Mimic 的速度比 GMR 快 1–3 个数量级，且 kin2dyn 误差和跟踪误差均未增加，见图 7。这一结果十分显著，因为 SEW-Mimic 优化的指标与 GMR 不同，且并非为全身重定向而设计，却仍能作为 TWIST 令人满意的即插即用加速器运行。

VII. 演示

我们在视频补充材料中展示了 SEW-Mimic 在 Rainbow Robotics RB-Y1 和 Kinova Gen3 双臂系统上的表现。从定性结果来看，我们的方法能够实现快速的机器人运动，避免自碰撞，并在接近奇异点时平稳运行。硬件设置的详细信息见 F 节。我们测试了

抢夺木块、连续出拳（见第 VI-C 节）、双臂交叉和完全伸展等动作。

VIII. 结论与局限性

本文提出了 SEW-Mimic，这是一种面向上身人形机器人的闭式几何重定向方法。该方法能够根据肢体朝向，以最优方式将人体位姿映射到机器人位姿，并用于实现快速的自碰撞安全过滤器。实验表明，SEW-Mimic 比其他重定向基线方法速度更快、精度更高，在先导用户研究中对任务成功有显著影响，具有用于未来策略学习的潜力，并能提升全身人形机器人重定向的速度。

局限性：目前，SEW-Mimic 属于运动学方法，且仅适用于人形机器人形态（不适用于桌面操作机器人的标准安装方式）。我们的最优性证明未考虑关节角限制和自碰撞；若纳入这些因素，证明可能无法实现。该方法的精度也取决于人体关键点检测的准确性，因此容易受到感知误差的影响（不过，滤波和较高的计算速度或许可以减轻这种影响）。所提出的安全过滤器虽然在实际应用中快速且有效，但也缺少正确性证明；一种解决方案是纳入近期提出的、具有可证明正确性的避碰方法 [37, 25, 40, 26]。另一个主要局限（在演示中可见）是无线通信和跟踪控制带来的剩余延迟。采用前馈速度或许可以缓解这一问题，但这会加大安全过滤器纠正未来不安全姿态的压力，而不仅仅是纠正当前姿态。最后，还需要开展规模更大、内容更详尽的用户研究，以阐明 SEW-Mimic 如何以及为何能够提升遥操作性能。

参考文献

[1] Joao Pedro Araujo、Yanjie Ze、Pei Xu、Jiajun Wu 和 C Karen Liu。《重定向至关重要：用于人形机器人运动跟踪的通用运动重定向》。*arXiv* 预印本 *arXiv:2510.02252*，2025年。[2]Milad Asgari、Ilian A Bonev 和 Cl´ement Gosselin。ABB 的 Yumi 7自由度机械臂的奇异点。《机构与机器理论》，205：105884，2025年。[3]Sivakumar Balasubramanian、Alejandro Melendez- Calderon、Agnes Roby-Brami 和 Etienne Burdet。关于运动平滑性的分析。《神经工程与康复杂志》，12(1)：112，2015年。[4] Qingwei Ben、Feiyu Jia、Jia Zeng、Junting Dong、Dahua Lin 和 Jiangmiao Pang。HOMIE：利用同构外骨骼驾驶舱进行人形机器人运动与操作。*arXiv* 预印本 *arXiv:2502.13013*，2025年。[5] J ustin Carpentier、Guilhem Saurel、Gabriele Buondonno、Joseph Mirabel、Florent Lamiraux、Olivier Stasse 和 Nicolas Mansard。Pinocchio C++ 库——一种快速、灵活的刚体动力学算法及其解析导数实现。载于 *IEEE* 国际系统集成研讨会（*SII*），2019年。

[6]Xuxin Cheng、Jialong Li、Shiqi Yang、Ge Yang和Xiaolong Wang。Open-TeleVision：具有沉浸式主动视觉反馈的遥操作，2024年7月。URL http://arxiv.org/abs/2407.01512。arXiv:2407.01512 [cs].

[7] Cheng Chi、Zhenjia Xu、Siyuan Feng、Eric Cousineau、Yilun Du、Benjamin Burchfiel、Russ Tedrake和Shuran Song。扩散策略：通过动作扩散进行视觉运动策略学习。《国际机器人研究杂志》，44(10-11):1684–1704，2025年。[8]Runyu Ding、Yuzhe Qin、Jiyue Zhu、Chengzhe Jia、Shiqi Yang、Ruihan Yang、Xiaojuan Qi和Xiaolong Wang。Bunny-VisionPro：面向模仿学习的实时双臂灵巧遥操作，2024年7月。URL http://arxiv.org/abs/2407.03162。arXiv:2407.03162 [cs].[9] Alexander J Elias和John T Wen。7自由度转动关节机械臂的冗余参数化与逆运动学。《机构与机器理论》，204:105824，2024年。[10] Alexander J Elias和John T Wen。IK-Geo：基于子问题分解的统一机器人逆运动学。《机构与机器理论》，209:105971，2025年。[11]Christer Ericson。实时碰撞检测。CRC出版社，2004年。[12] Zipeng Fu、Tony Z. Zhao和Chelsea Finn。Mobile ALOHA：通过低成本全身遥操作学习双臂移动操作。载于机器人学习会议（*CoRL*），2024年。[13] Richard Hartley、Jochen Trumpf、Yuchao Dai和Hongdong Li。旋转平均。《国际计算机视觉杂志》，103(3):267–305，2013年。[14] F´elix G. Harvey、Mike Yurick、Derek Nowrouzezahrai和Christopher Pal。鲁棒运动插值。*ACM*图形学汇刊（*ACM SIGGRAPH*会议论文集），39(4)，2020年。[15] Tairan He、Zhengyi Luo、Wenli Xiao、Chong Zhang、Kris Kitani、Changliu Liu和Guanya Shi。学习人到人形机器人的实时全身遥操作。载于*2024*年*IEEE/RSJ*智能机器人与系统国际会议（*IROS*），第8944–8951页，阿拉伯联合酋长国阿布扎比，2024年10月。IEEE。ISBN 979-8-3503-7770-5。doi: 10.1109/IROS58592.2024.10801984。URL https://ieeexplore.ieee. org/document/10801984/。[16] Yasuhiro Ishiguro、Tasuku Makabe、Yuya Nagamatsu、Yuta Kojio、Kunio Kojima、Fumihito Sugai、Yohei Kakiuchi、Kei Okada和Masayuki Inaba。使用全身外骨骼驾驶舱TABLIS的双边人形机器人遥操作系统。*IEEE*机器人与自动化快报，5(4):6419–6426，2020年。[17] Aadhithya Iyer、Zhuoran Peng、Yinlong Dai、Irmak Guzey、Siddhant Haldar、Soumith Chintala和Lerrel Pinto。OPEN TEACH：一种用于机器人操作的多功能遥操作系统，2024年3月。URL http://arxiv.org/abs/2403.07870。arXiv:2403.07870 [cs].

[18]Zhenyu Jiang、Yuqi Xie、Kevin Lin、Zhenjia Xu、

Weikang Wan、Ajay Mandlekar、Linxi Fan和Yuke Zhu。DexMimicGen：通过模仿学习为双臂灵巧操作自动生成数据，2025年3月。URL http://arxiv.org/abs/2410.24185。arXiv:2410.24185 [cs].[19] Oussama Khatib。机器人机械臂运动与力控制的统一方法：操作空间公式。*IEEE*机器人与自动化学报，3(1):43–53，2003年。[20]Kenneth Kreutz-Delgado、Mark Long和Homayoun Seraji。七自由度机械臂的运动学分析。《国际机器人研究杂志》，11(5):469–481，1992年。[21] Yixuan Li、Yutang Lin、Jieming Cui、Tengyu Liu、Wei Liang、Yixin Zhu和Siyuan Huang。CLONE：面向长时程任务的闭环全身人形机器人遥操作。*arXiv*预印本 *arXiv:2506.08931*，2025年。[22]Camillo Lugaresi、Jiuqiang Tang、Hadon Nash、Chris McClanahan、Esha Uboweja、Michael Hays、Fan Zhang、Chuo-Ling Chang、Ming Yong、J uhyun Lee等。Mediapipe：用于感知和处理现实的框架。载于*IEEE*计算机视觉与模式识别会议（*CVPR*）面向增强现实/虚拟现实的计算机视觉第三届研讨会，第2019卷，2019年。[23] Miles Macklin、Matthias M¨uller和Nuttapong Chentanez。XPBD：柔顺约束动力学的基于位置的仿真。载于第九届游戏中运动国际会议论文集，第49–54页，2016年。[24] Naureen Mahmood、Nima Ghorbani、Nikolaus F. Troje、Gerard Pons-Moll和Michael J. Black。AMASS：动作捕捉表面形状档案，2019年4月。URL http://arxiv.org/abs/1904.03278。arXiv:1904.03278 [cs].[25] Jonathan Michaux、Adam Li、Qingyi Chen、Che Chen和Ram Vasudevan。使用基于球体的可达性避障为关节机器人进行安全规划。载于机器人学：科学与系统会议论文集，荷兰代尔夫特，2024年7月。doi: 10.15607/RSS.2024.XX.035。[26] Jonathan Michaux、Patrick Holmes、Bohao Zhang、Che Chen、Baiyue Wang、Shrey Sahgal、Tiancheng Zhang、Sidhartha Dey、Shreyas Kousik和Ram Vasudevan。别碰这个：不确定性下机械臂的实时安全运动规划与控制。《*IEEE*机器人学汇刊》，2025年。[27] Richard M Murray、Zexiang Li和S Shankar Sastry。机器人操作的数学导论。CRC出版社，2017年。[28] Daniel Ostermeier、Jonathan K¨ulz和Matthias Althoff。面向解析逆运动学的自动几何分解。*IEEE*机器人与自动化快报，10(10):9964–9971，2025年10月。ISSN 2377-3766。doi: 10.1109/LRA.2025.3597897。URL https://ieeexplore.ieee.org/document/11122599。[29] Bradley E. Paden。机器人的运动学与控制机械臂。博士论文，*EECS*系，加州大学伯克利分校，1 1986年。网址：http://www2.eecs.berkeley.edu/Pubs/TechRpts/1986/631.html。[30]Bradley E. Paden。机器人机械臂的运动学与控制。博士论文，EECS系，加州大学伯克利分校，1986年1月。网址：http://www2.eecs.berkeley.edu/Pubs/TechRpts/1986/631.html。[31] Donald Lee Pieper。计算机控制下机械臂的运动学。斯坦福大学，1969年。[32] Moritz Reuss、Maximilian Li、Xiaogang Jia和Rudolf Lioutikov。使用基于分数的扩散策略进行目标条件模仿学习。载于机器人学：科学与系统论文集，韩国大邱，2023年7月。doi：10.15607/RSS.2023.XIX.028。[33] Moritz Reuss、Maximilian Li、Xiaogang Jia和Rudolf Lioutikov。使用基于分数的扩散策略进行目标条件模仿学习。载于机器人学：科学与系统，2023年。[34] 宇树科技。xr遥操作。https://github.com/ unitreerobotics/xr teleoperate，2024年。[35] Jaiyoung Ryu、William P Cooney III、Linda J Askew、Kai-Nan An和Edmund YS Chao。腕关节的功能活动度范围。手外科杂志，16(3):409–419，1991年。[36] Durgesh Haribhau Salunkhe、Sthithpragya Gupta和Aude Billard。尖点冗余机器人：特殊类别7R机器人无穷多个逆运动学解的分类。*IEEE*机器人与自动化快报，2025年。[37] Sven R Schepp、Jakob Thumm、Stefan B Liu和Matthias Althoff。Sara：一款通过可达性分析实现安全人机共存与协作的工具。载于*2022*年国际机器人与自动化会议（*ICRA*），第4312–4317页。IEEE，2022年。[38]TRI LBM团队、Jose Barreiros、Andrew Beaulieu、Aditya Bhat、Rick Cory、Eric Cousineau、Hongkai Dai、Ching-Hsin Fang、Kunimatsu Hashimoto、Muham- mad Zubair Irshad、Masha Itkina、Naveen Kuppuswamy、Kuan-Hui Lee、Katherine Liu、Dale McConachie、Ian McMahon、Haruki Nishimura、Calder Phillips-Grafflin、Charles Richter、Paarth Shah、Krishnan Srinivasan、Blake Wulfe、Chen Xu、Mengchao Zhang、Alex Alspach、Maya Angeles、Kushal Arora、Vitor Campagnolo Guizilini、Alejandro Castro、Dian Chen、Ting-Sheng Chu、Sam Creasey、Sean Curtis、Richard Denitto、Emma Dixon、Eric Dusel、Matthew Ferreira、Aimee Goncalves、Grant Gould、Damrong Guoy、Swati Gupta、Xuchen Han、Kyle Hatch、Brendan Hathaway、Allison Henry、Hillel Hochsztein、Phoebe Horgan、Shun Iwase、Donovon Jack- son、Siddharth Karamcheti、Sedrick Keh、Joseph Master- john、Jean Mercat、Patrick Miller、Paul Mitiguy、Tony Nguyen、Jeremy Nimmer、Yuki Noguchi、Reko Ong、Aykut Onol、Owen Pfannenstiehl、Richard Poyner、Leti- cia Priebe Mendes Rocha、Gordon Richardson、Christo- pher Rodriguez、Derick Seale、Michael Sherman、Mariah Smith-Jones、David Tago、Pavel Tokmakov、Matthew Tran、Basile Van Hoorick、Igor Vasiljevic、Sergey Za-

kharov、Mark Zolotas、Rares Ambrus、Kerri Fetzer- Borelli、Benjamin Burchfiel、Hadas Kress-Gazit、Siyuan Feng、Stacie Ford和Russ Tedrake。对用于多任务灵巧操作的大型行为模型进行细致考察，2025年。网址：https://arxiv.org/abs/2507.05331。[39]Emanuel Todorov、Tom Erez和Yuval Tassa。Mujoco：一种用于基于模型控制的物理引擎。载于*2012*年*IEEE/RSJ*智能机器人与系统国际会议，第5026–5033页。IEEE，2012年。doi：10.1109/IROS.2012.6386109。[40] Shiqing Wei、Rooholla Khorrambakht、Prashanth Kr- ishnamurthy、Vinicius Mariano Gonc˛alves和Farshad Khorrami。基于可微优化的高阶控制屏障函数实现凸原语的碰撞规避。*IEEE*控制系统技术汇刊，2025年。[41] Philipp Wu、Yide Shentu、Zhongke Yi、Xingyu Lin和Pieter Abbeel。Gello：一种通用、低成本且直观的机器人机械臂遥操作框架。载于2024年IEEE论文集。载于*RSJ*智能机器人与系统国际会议（*IROS*），第12156–12163页，2023年。[42] Shiqi Yang。Ace：一种用于低成本灵巧遥操作的跨平台视觉外骨骼系统。硕士论文，加利福尼亚大学圣迭戈分校，2025年。[43] Kevin Zakka。Mink：基于MuJoCo的Python逆运动学，2025年5月。网址：https://github.com/ kevinzakka/mink。[44] Yanjie Ze、Zixuan Chen、Jo˜ao Pedro Ara´ujo、Zi-ang Cao、Xue Bin Peng、Jiajun Wu和C. Karen Liu。TWIST：遥操作全身模仿系统，2025年5月。网址：http://arxiv.org/abs/2505.02833。arXiv:2505.02833[cs]。[45] Rui Zhong、Chuang Cheng、Junpeng Xu、Yantong Wei、Ce Guo、Daoxun Zhang、Wei Dai和Huimin Lu。Nuexo：一种覆盖整个上肢功能活动度范围的可穿戴外骨骼，用于户外数据采集及人形机器人的遥操作。*arXiv*预印本 *arXiv:2503.10554*，2025年。[46]Yuke Zhu、Josiah Wong、Ajay Mandlekar、Roberto Mart´ı n-Mart´ın、Abhishek Joshi、Soroush Nasiriany和Yifeng Zhu。Robosuite：用于机器人学习的模块化仿真框架和基准测试。*arXiv*预印本 *arXiv:2009.12293*，2020年。

附录

A. 规范几何子问题算法

这里我们介绍闭式形式的几何方法（见算法 5 至 7），按照 [10] 的方法求解子问题 1、2 和 4。首先介绍子问题 4，它是算法 6 求解子问题 2 的依赖项。图 8 通过示例展示了这些子问题。

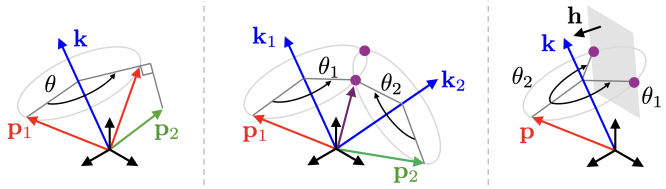


图 8：子问题 1、2 和 4 的示例。对于子问题 2 和 4，图中展示了两种解的情况。改编自 [10]。

子问题 *4*：给定一个向量 $\mathbf{p}$、一个定义旋转轴的单位向量 $\mathbf{k}$，以及一个定义平面的单位向量$\mathbf{h}$，该平面与原点的距离为d。将 $\mathbf{p}$ 绕$\mathbf{k}$ 旋转角度 θ，使向量 $\mathscr{R}(\mathbf{k}\ \theta)\mathbf{p}$位于该平面上，或尽可能接近该平面：

$$\{\theta_i^\star\} \leftarrow \ \texttt{SP4}(\mathbf{p},\mathbf{h},\mathbf{k},d) = \arg\min_{\theta} \left|\mathbf{h}^\top \mathscr{R}(\mathbf{k},\theta)\mathbf{p} - d\right|, \quad (8)$$

根据$\mathbf{p}$ 能否通过旋转与平面接触，返回 1 个或 2 个最优解。我们使用算法 7（见附录 A）以闭式形式求解子问题 4。

算法 5： 子问题 1
$\theta^\star \leftarrow \text{SP1}(\mathbf{p}_1,\mathbf{p}_2,\mathbf{k})$
求一个角度 $\theta^\star$，通过旋转$\mathbf{p}_1$，使$\mathbf{p}_1$ 与$\mathbf{p}_2$ 对齐绕$\mathbf{k}$

输入： $\mathbf{p}_1,\mathbf{p}_2,\mathbf{k}$
// 将向量投影到垂直于$\mathbf{k}$ 的平面上并求该平面内的旋转角
$\hat{\mathbf{p}}_1 \leftarrow$ 单位向量$(\mathbf{p}_1 - (\mathbf{p}_1\cdot\mathbf{k})\mathbf{k})$
$\hat{\mathbf{p}}_2 \leftarrow$ 单位向量$(\mathbf{p}_2 - (\mathbf{p}_2\cdot\mathbf{k})\mathbf{k})$
$\theta^\star \leftarrow 2\cdot$双参数反正切函数$(\|\hat{\mathbf{p}}_1 - \hat{\mathbf{p}}_2\|,\ \|\hat{\mathbf{p}}_1 + \hat{\mathbf{p}}_2\|)$
如果 $\mathbf{k}^\top(\hat{\mathbf{p}}_1 \times \hat{\mathbf{p}}_2) < 0$ **则**
  $\theta^\star \leftarrow -\theta^\star$ // 根据需要修正旋转的符号
返回： $\theta^\star$

B. 同步人类与机器人坐标系

我们提出一种免标定流程，将人体和机器人上身及腕部关键点映射到机器人的第零坐标系中，并将其视为共享参考坐标系；我们称之为以身体为中心的坐标系。这是必要的，因为人体关键点通常由输入流设备（例如 VR头显或外部摄像机）定义在任意坐标系中。

算法 6： 子问题 2
$\{(\theta_1^\star,\ \theta_2^\star)_j\}_{j=1}^{2} \leftarrow \text{SP2}(\mathbf{p}_1,\mathbf{p}_2,\mathbf{k}_1,\mathbf{k}_2)$
求一组角度，使向量 $\mathbf{p}_1$ 绕轴 $\mathbf{k}_1$旋转以及向量 $\mathbf{p}_2$ 绕轴 $\mathbf{k}_2$ 旋转，从而使二范数最小旋转后向量之间的误差

输入： $\mathbf{p}_1,\mathbf{p}_2,\mathbf{k}_1,\mathbf{k}_2$
// 归一化输入向量
$\hat{\mathbf{p}}_1 \leftarrow$单位向量$(\mathbf{p}_1)$ 和 $\hat{\mathbf{p}}_2 \leftarrow$单位向量$(\mathbf{p}_2)$
// 对每个角使用子问题 4；第一个角解集按i 索引，第二个按j 索引，并且每个可能有 1 个或 2 个解
$\{\theta_{1,1}^\star\ \theta_{1,2}^\star\} \leftarrow \texttt{SP4}(\mathbf{k}_2,\hat{\mathbf{p}}_1,\mathbf{k}_1,\mathbf{k}_2^\top\hat{\mathbf{p}}_2)$
$\{\theta_{2,1}^\star\ \theta_{2,2}^\star\} \leftarrow \texttt{SP4}(\mathbf{k}_1,\hat{\mathbf{p}}_2,\mathbf{k}_2,\mathbf{k}_1^\top\hat{\mathbf{p}}_1)$
// 返回包含 1 个元素的集合，2 个解
返回： $\{(\theta^\star_{1,1}\ \theta^\star_{2,2}),\ (\theta^\star_{1,2}\ \theta^\star_{2,1})\}$

1) 创建以身体为中心的坐标系：为了将人体上半身关键点置于第零坐标系中，我们创建变换（$\mathbf{R}^{0,\text{in}},\mathbf{p}^{0,\text{in}}$），其中“in”指输入流帧。假设给定左、右肩部关键点$\mathbf{s}_{\text{lf}}^{\text{in}},\mathbf{s}_{\text{rt}}^{\text{in}}$作为输入关键点。我们定义一个下半身锚点$\mathbf{p}_{\text{torso}}^{\text{in}}$，通常是一个躯干固定关键点，例如椎骨位置或髋部中心，具体取决于输入流设备。然后，我们使用算法 8 创建以身体为中心的坐标系：

$$(\mathbf{R}^{0,\text{in}},\mathbf{p}^{0,\text{in}}) \leftarrow \texttt{MakeFrame}(\mathbf{s}_{\text{lf}}^{\text{in}},\mathbf{s}_{\text{rt}}^{\text{in}},\mathbf{p}_{\text{torso}}^{\text{in}}). \quad (9)$$

相对于人体躯干，该坐标系将双肩之间的点作为原点，并将前方/左方/上方作为正交归一坐标系的方向顺序（即“X/Y/Z”），如图2所示。

人形机器人通常带有一个预定义的上半身坐标系，该坐标系类似于人体上半身坐标系，我们将其作为第零坐标系或基座连杆坐标系。然而，如果机器人采用不同的任意约定，我们必须创建变换（$\mathbf{R}^{0,\text{rb}},\mathbf{p}^{0,\text{rb}}$），其中“rb”指机器人的默认坐标系。在这种情况下，与人体相同，我们为机器人定义肩部和躯干关键点（$\mathbf{s}_{\text{lf}}^{\text{rb}},\mathbf{s}_{\text{rt}}^{\text{rb}},\mathbf{p}^{\text{rb}}$），然后应用算法 8 重新定义第零坐标系：

$$(\mathbf{R}^{0,\text{rb}},\mathbf{p}^{0,\text{rb}}) \leftarrow \texttt{MakeFrame}(\mathbf{s}_{\text{lf}}^{\text{rb}},\mathbf{s}_{\text{rt}}^{\text{rb}},\mathbf{p}^{\text{rb}}). \quad (10)$$

最后，我们根据公式（2）将人体和机器人手臂的所有关键点映射到第零坐标系中。

2）创建腕部坐标系：不同的输入流传输方法通常对腕部或手部朝向采用不同的约定，因此需要执行以下预处理步骤以获得手部朝向$\mathbf{H}^{\text{in}}$。通常，我们会在输入坐标系中接收到采用任意约定的手部朝向 $\tilde{\mathbf{H}}^{\text{in}}$，但我们的方法假设手部朝向遵循右手定则（“X/Y/Z”分别对应伸展的食指/手掌法向量/伸展的拇指）。为进行校正，我们应用适当的旋转$\mathbf{R}_{\text{align}}^{\text{in}}$，得到$\mathbf{H}^{\text{in}}$，使其遵循我们的假设，即$\mathbf{H}^{\text{in}} \leftarrow \mathbf{R}_{\text{align}}^{\text{in}}\tilde{\mathbf{H}}^{\text{in}}$

通常，手部方向并不能直接作为输入获得，但可以获得手指和腕部关键点。在这种情况下，我们

算法 7 4：子问题 j SP (p h k d) 求一组角度 $\{\theta^\star\} \leftarrow$ 4 $\{\theta^\star_{\text{j}}{}'\}$，通过这些角度将向量 p 绕轴 k 旋转，从而最小化旋转后的向量到某个平面的距离；该平面的法向量为 h，且相对于原点偏移距离 d。输入：p,h, k, d 1 // 定义一个与 p 绕 k 旋转所描绘的圆平行的平面，并将其作为投影平面以求解；F 的列是该平面的基 2 F $\leftarrow \begin{bmatrix} \text{sk(k)p} & -\text{sk(k)}^2\text{p} \end{bmatrix}$3 // 建立线性系统 Ax $=$ b，其中 A $\in \mathbb{R}^{1\times 2}$，x $= [\sin\theta, \cos\theta]^\top$，以便求解 θ

4 $\mathbf{A} \leftarrow \mathbf{h}^\top\mathbf{F}$和$b$ $\leftarrow d - \mathbf{h}^\top\mathbf{k}\mathbf{k}^\top\mathbf{p}$

5 $\mathbf{x} \leftarrow \mathbf{A}^\dagger b$// 最小二乘解

6 // 如果最小二乘解不在圆上，则有两个唯一的角度可以旋转 p，使其与平面接触 7 if $\|\text{A}\|_2^2 >$ b^2 then 8 // 将最小二乘解 x 沿 A 的零空间偏移，得到圆上的解 9 $\leftarrow \| \|_2^2 - {}^{2\ 1/2}$z (A b) x

10 $_- \leftarrow \pm$ $+$ $\begin{bmatrix} [2] & - & [1] \end{bmatrix}$ and x x z

11 $\theta^\star_+ \leftarrow$ 2 $_+$[1] $_+$[2] A , A atan (x ,x)12 $\theta^\star_-$ $\leftarrow$双参数反正切函数 (x_[1],x_[2]) 返回：$\{\theta^\star_+, \theta^\star_-\}$13 else 14 // 最小二乘解是唯一的解15 $\theta^\star \leftarrow$双参数反正切函数(x[1], x[2]) 返回：$\{\theta^\star\}$

考虑食指和小指的根关键点$\mathbf{p}^{\text{in}}_{\text{index}}$ 和$\mathbf{p}^{\text{in}}_{\text{pinky}}$ （通常位于掌骨与近节指骨的交界处），以及腕部$\mathbf{w}^{\text{in}}$。那么我们有

$$(\mathbf{H}^{\text{in}}, \mathbf{p}^{\text{in}}) \leftarrow \texttt{MakeFrame}(\mathbf{p}^{\text{in}}_{\text{index}}, \mathbf{p}^{\text{in}}_{\text{pinky}}, \mathbf{w}^{\text{in}}). \tag{11}$$

与人类类似，机器人的末端执行器安装座方向可能不符合我们的右手定则约定，我们将其记为 $\tilde{\mathbf{T}}(\mathbf{q})$。在这种情况下，我们再次施加适当的旋转，得到$\mathbf{T}(\mathbf{q}) \leftarrow \mathbf{R}^{\text{rb}}_{\text{align}}\tilde{\mathbf{T}}(\mathbf{q})$。

C. 垂直腕部

对于某些机器人，例如 Rainbow RB-Y1 和 Unitree G1，其末端执行器安装朝向与末端关节轴垂直（而非像我们在第三节B2或图2中假设的那样平行）。为适应这种腕部类型，我们对算法 3 作如下调整。垂直腕部无需使用子问题 1 和 2，可通过欧拉角分解求解。我们采取以下步骤，推导最后三个关节的欧拉角顺序“$\text{A}_5/\text{A}_6/\text{A}_7$”（例如，“X/Y/Z”或“X/Y/X”）。首先，我们用当前关节构型表示 7th 坐标系在

算法 8： 根据关键点构建坐标系
(R,p) $\leftarrow$ 根据关键点构建坐标系($\mathbf{k}_{\text{lf}}$,$\mathbf{k}_{\text{rt}}$,$\mathbf{k}_{\text{b}}$)
// 给定 $\mathbb{R}^3$中的三个不共线关键点，输出一个由旋转矩阵参数化的坐标系和平移向量

输入： 左、右和下方关键点 $\mathbf{k}_{\text{lf}}$，$\mathbf{k}_{\text{rt}}$，$\mathbf{k}_{\text{b}}$

1 // 设置左右关键点之间的平移向量

2 $\mathbf{p} \leftarrow \frac{1}{2}(\mathbf{k}_{\text{lf}} + \mathbf{k}_{\text{rt}})$

3 // 将坐标系朝向表示为旋转矩阵

4 $\mathbf{u}_{\text{y}} \leftarrow$ 单位向量($\mathbf{k}_{\text{lf}} - \mathbf{k}_{\text{rt}}$)

5 $\mathbf{u}_{\text{x}} \leftarrow$ 单位向量($\mathbf{u}_{\text{y}} \times (\mathbf{p} - \mathbf{k}_{\text{b}})$)

6 $\mathbf{u}_{\text{z}} \leftarrow \mathbf{u}_{\text{x}} \times \mathbf{u}^{\text{y}}$

7 $\mathbf{R} \leftarrow [\mathbf{u}_{\text{x}},\ \mathbf{u}^{\text{y}},\ \mathbf{u}_{\text{y}}]$

返回： 旋转矩阵$\mathbf{R}$和平移向量 $\mathbf{p}$

机器人 5th 关节坐标系中的朝向$\mathbf{q}$::

$$\mathbf{R}^{5,7}_{\text{des}} \leftarrow \left[\mathbf{R}^{0,5}(\mathbf{q})\right]^\top \mathbf{R}^{0,7}_{\text{des}} \tag{12}$$

接下来，我们检查旋转轴（$\mathbf{h}_5$,$\mathbf{h}_6$,$\mathbf{h}_7$）与当前 5th 关节坐标系轴之间的对应关系：

$$\mathbf{u}_5 = \mathbf{h}_5\mathbf{R}^{0,5}(\mathbf{q}) \tag{13}$$

$$\mathbf{u}_6 = (\mathbf{R}^{5,6}_{\text{local}}\mathbf{h}_6)\mathbf{R}^{0,5}(\mathbf{q}) \tag{14}$$

$$\mathbf{u}_7 = (\mathbf{R}^{5,6}_{\text{local}}\mathbf{R}^{6,7}_{\text{local}}\mathbf{h}_7)\mathbf{R}^{0,5}(\mathbf{q}) \tag{15}$$

对于第5—7个关节，本体坐标系欧拉旋转的顺序取决于$\mathbf{u}_i$的值（$i = 5,\ 6,\ 7$）：

$$\mathbf{u}_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{A}_i \leftarrow \text{“X”} \tag{16}$$

$$\mathbf{u}_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{A}_i \leftarrow \text{“Y”} \tag{17}$$

$$\mathbf{u}_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{A}_i \leftarrow \text{“Z”}, \tag{18}$$

然后，我们使用欧拉分解来求解腕部角度

$$(q_5, q_6, q_7) \leftarrow \texttt{EulerDecomp}(\mathbf{R}^{5,7}_{\text{des}}, \text{“}\text{A}_5/\text{A}_6/\text{A}_7\text{”}) \tag{19}$$

最后，我们按照第三节B2中的方法计算$\mathbf{T}(\mathbf{q})$。

注 5。 当$\mathbf{h}_5$和$\mathbf{h}_7$ 变得平行时，这种方法可能会受到限制，即 $q_6 = \pm 90^\circ$ （也就是发生万向节锁）。然而，我们发现，在人类到机器人位姿重定向过程中，这种情况很少发生，因为人类腕部在 q_6 中的有效运动范围通常远低于 90° *[35]*。

D. 最优性证明

我们利用这样一个事实：每个闭式形式子问题算法都是最优的（引理6至8）。请注意，我们按照从子问题4到2再到1的逆序进行处理，因为这些子问题最终会按照此顺序用于算法1。最终结果如下命题 3所示。

引理 6 （子问题 4 求解的最优性）。 考虑一个向量 $\mathbf{p}$、一个定义旋转轴的单位向量 $\mathbf{k}$ ，以及一个定义平面的单位向量 $\mathbf{h}$ ，该平面与原点的距离为 d。算法 7 求得最优解 $\theta^\star$ ，使$\min_\theta \left|\mathbf{h}^\top \mathscr{R}(\mathbf{k}\ \theta)\mathbf{p} - d\right|$。

证明：详细的构造性证明见 [10, 附录 A 的子问题 4]，此处仅作概述。首先，注意$\mathbf{p}$ 绕$\mathbf{k}$旋转时，会在三维空间中描出一个圆，该圆与由$\mathbf{h}$定义的平面相交于 0、1 或 2 个点。算法构造了一个基$\mathbf{F}$，用于表示该圆所在的平面。接着，我们通过最小二乘解，求出该圆上距离由平面$\mathbf{h}$ 与 d的交集所形成直线最近的点。为此，首先注意到 $\mathscr{R}(\mathbf{k}\ \theta) = \mathbf{k}\mathbf{k}^\top + \sin\theta\,\mathrm{sk}(\mathbf{k}) - \cos\theta\,\mathrm{sk}(\mathbf{k})^2$。然后，$\mathbf{h}^\top \mathscr{R}(\mathbf{k}\ \theta)\mathbf{p} = d$ 可写成一个线性方程：

$$\underbrace{\left[\mathbf{h}^\top \mathrm{sk}(\mathbf{k})\mathbf{p}, -\mathbf{h}^\top \mathrm{sk}(\mathbf{k})^2\mathbf{p}\right]}_{\mathbf{A}} \underbrace{\begin{bmatrix}\sin\theta\\ \cos\theta\end{bmatrix}}_{\mathbf{x}} = \underbrace{d - \mathbf{h}^\top\mathbf{k}\mathbf{k}^\top\mathbf{p}}_{b}, \qquad (20)$$

当交点数为 0 或 1 时，解由最小二乘法给出：$\mathbf{x} = \mathbf{A}^\dagger b$ 以及 $\theta^\star =$ 双参数反正切函数$(\mathbf{x}[1], \mathbf{x}[2])$。当交点数为 2 时，平面与 $\mathbf{p}$ 绕 $\mathbf{k}$ 描出的圆相交，半径为 $(\|\mathbf{A}\|_2^2 + b^2)^{1/2}$。最小二乘解$\mathbf{x}$位于该圆内部。因此，可通过沿与 $\mathbf{x}$ 正交的方向（即 $\mathbf{A}$ 的零空间）移动距离 $z = (\|\mathbf{A}\|_2^2 - b^2)^{1/2}$，在圆上求得解，从而得到两个最优解 $\theta_+^\star$和 $\theta^\star-$。 ■

引理 7 (求解子问题 2 的最优性)**.** 考虑两个单位向量 $\mathbf{u}$、$\mathbf{v} \in \mathbb{R}^3$ 以及两个旋转轴 $\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2 \in \mathbb{R}^3$。算法 *6* 求出 θ_1 和 θ_2 的最优值，以最小化$\mu_c(\mathscr{R}(\mathbf{k}_1, \theta_1)\mathbf{u}\ \mathscr{R}(\mathbf{k}_2, \theta_2)\mathbf{v})$，其中 μ_c如式 (5) 所示。

证明：根据 [10, 附录 A 中的子问题 2],，我们可知，算法 6 返回 θ_1 和 θ_2，使量$\|\mathscr{R}(\mathbf{k}1, \theta_1)\mathbf{u} - \mathscr{R}(\mathbf{k}2, \theta_2)\mathbf{v}\|_2$恰好最小化为 0；关键思路是使用两次子问题 4，然后依赖引理 6。接下来，为了证明二范数的优化解也是 μ_c的优化解，注意对于单位向量$\mathbf{a}$和$\mathbf{b}$，如果 $\|\mathbf{a} - \mathbf{b}\|_2 = 0$，那么 $1 - \mathbf{a}\cdot\mathbf{b} = 0$。 ■

引理 8（求解子问题 1 的最优性）。考虑两个单位向量$\mathbf{u}$和$\mathbf{v}$ $\in \mathbb{R}^3$，以及一个旋转轴$\mathbf{k}$ $\in \mathbb{R}^3$。假设这三个向量不共线。那么，算法 *5* 找到一个最优角 $\theta^\star$，使 $\|\mathscr{R}(\mathbf{k}\ \theta^\star)\mathbf{u} - \mathbf{v}\|$最小。

证明：参见 [10, 附录 A，子问题 1]。核心思想是将$\mathbf{p}_1$ 和 $\mathbf{p}_2$ 投影到垂直于$\mathbf{k}$的平面上，然后应用基本的平面三角学。 ■

最后，我们证明命题 3（在此重新表述）。

命题 3。考虑一个具有连续垂直关节轴、基座连杆以图 *2(b)*所示的人形构型安装、且不存在关节角限制或自碰撞的机械臂。设机器人的初始构型为$\mathbf{q}_0$。设已知人体肩部$\mathbf{s}$、肘部$\mathbf{e}$和腕部$\mathbf{w}$的关键点，以及手部方向$\mathbf{H}$。使用算法 *1*，计算$\mathbf{q} \leftarrow \texttt{SEW-Mimic}(\mathbf{q}_0, \mathbf{s}、\mathbf{e}、\mathbf{w}、\mathbf{H})$。则$\mathbf{q}$是问题 *2* 的全局优化器。

证明：我们考虑问题 2 中的每个代价项，它们均为非负值。根据算法1（算法1）和引理 7，我们有 $\mu_c(\mathbf{u}, \mathbf{R}^{0,3}(\mathbf{q})\mathbf{h}_3) = 0$。类似地，根据算法1（算法1）和引理 7，我们有 $\mu_c(\mathbf{l}, \mathbf{R}^{0,5}(\mathbf{q})\mathbf{h}_5) = 0$。接下来只需证明$\left\|(\mathbf{T}(\mathbf{q})^\top\mathbf{H})^{1/2} - \mathbf{I}\right\|_F = 0$，这可通过证明 $\mathbf{T}(\mathbf{q}) = \mathbf{H}$ 得出。根据算法 3，该结论由引理 7 和引理 8 可得；使用子问题 2 可确保工具与手部朝向矩阵的第一列相等（$\mathbf{T}(\mathbf{q})[:1] = \mathbf{H}[:,1]$），随后子问题 1 可确保第二列和第三列相等（$\mathbf{T}(\mathbf{q})[:,2:3] = \mathbf{H}[:,2:3]$）。 ■

注意，在垂直腕部的情况下，如 C 节所述，我们仍具有最优性（根据注 5，假设不存在万向节锁），因为$\mathbf{R}^{5,7}$ des根据构造是一个有效的旋转矩阵，并且欧拉角分解是精确的。

E. 安全过滤器细节

1) 碰撞检测：对于每一对相关的胶囊体碰撞对C_i, Cj，令

$$(d, \mathbf{n}_i, \mathbf{n}_j) = \texttt{CollisionCheck}(C_i, C_j), \qquad (21)$$

其中，d 是胶囊体之间的有符号距离（胶囊体相交时为负），n_i 是 C_i 上的接触法向量，$\mathrm{n}j$ 同理。我们根据 [11, §5.9.1] 计算 d。我们按如下方式近似接触法向量 n_i。首先要注意，胶囊体碰撞检测的标准实现会返回量 (c_i, c j τ_i, τj)，其中 c_i是定义 C_i 的线段到定义 C_2, 的线段上的最近点，c_2 同理，而数值 τ_i 和 τ_2 则定义了这些点在线段上对应的位置。也就是说，若 $\mathrm{C}_i = \mathrm{C}(\mathrm{p}_i,1, \mathrm{p}_i,2, \mathrm{r}_i)$，则 $\mathrm{c}_i = \tau_i\mathrm{p}_i,1 + (1 - \tau_i)\mathrm{p}_i,2$。然后，我们将 C_i 的接触法向量近似为 $\mathrm{n}_i = \tau_i \cdot \mathrm{unit}(\mathrm{c}_2 - \mathrm{c}_1)$，$\mathrm{n}j$ 同理。

2) 碰撞检测的连续时间近似：由于机器人在连续时间内运动，碰撞检测必须考虑从当前位姿到期望位姿之间的完整路径。对于我们的安全过滤器，我们提出一种简单的连续碰撞检测方法：使用函数 linspace 对当前关键点和期望关键点进行线性插值。该函数以起点、终点（包含终点）以及插值点数量为输入。我们在算法 9 中总结了这一过程。首先，根据关键点之间的距离以及胶囊体的半径，确定插值点的数量 $n_{\text{interp}} \in \mathbb{N}$ （算法 9–算法 9）。核心思路是：一旦发生碰撞，就用第一个发生碰撞的插值关键点更新期望位姿，以防碰撞体彼此“跳过”。我们首先对机器人的当前 SEW 关键点和期望 SEW 关键点进行插值，并用它们表示连杆（算法 9–算法 9）。随后，我们确定插值过程中首次发生碰撞的位置（算法 9–算法 9），并返回相应的碰撞体积。

3) XPBD 迭代：XPBD 迭代（算法 4 的算法 4）详见算法 10。总体思路是将机器人的胶囊体推出碰撞区域。该算法通过累积每个连杆上一对关键点的梯度来运作，这些梯度根据每对可能发生碰撞的连杆之间的碰撞法向量计算。随后，根据对应连杆对的拉格朗日乘子对梯度加权，并据此调整每个关键点。最后，由于此过程

算法 9：连续时间碰撞检查 $\mathscr{C} \leftarrow$ FindFirstCollision(q_0,q_{des}) // 给定初始构型和期望构型 输入：初始位姿 q_0 和期望位姿 q_{des}1 // 通过获取初始和最终关键点，找出对应关键点之间的最大距离，再除以胶囊体半径，确定插值点数量 $K_0 \leftarrow$正向运动学(q_0) 和 $K_{des} \leftarrow$正向运动学(q_{des}) 2 // 令 r 为与关键点对应且尺寸适当的胶囊体半径向量，然后计算：$n = \|K_0 - K_{des}\| / r$ // 逐元素运算 3 $n_{interp} \leftarrow \lceil \max_i n[i] \rceil$4 // 对机械臂关键点进行插值并生成胶囊体5 $\{K_{rb,i}\}_{i=0}^{n_{interp}} \leftarrow$ linspace(正向运动学(q_0), 正向运动学(q_{des}), $n_{interp}+1$) 6 $\{\mathscr{C}_i\}_{i=1}^{n_{interp}} \leftarrow \{\text{MakeCapsules}(K_{rb,i})\}_{i=1}^{n_{interp}}$ 7 // 找到第一个发生碰撞的插值点 8 if $\exists i \in \{1, \cdots, n_{interp}\}$ 使得 $\mathscr{C}_i$发生碰撞 then 9 $i^* = \min_{i \in \{1,\cdots,n_{interp}\}} \{\mathscr{C}_i$ 发生碰撞$\}$10 else 11 $i^* = n_{interp}$12 $\mathscr{C} \leftarrow \mathscr{C}_{i^*}$返回：碰撞体积 $\mathscr{C}$

算法 10：$(\mathscr{C}, \{\lambda_{i,j}\}) \leftarrow$XPBD-Iter($\mathscr{C}, \{\lambda_{i,j}\}$) 输入：碰撞体积 $\mathscr{C}$，每对碰撞体积对应一个乘子 $\lambda_{i,j}$1 // 要求：安全边距 d_{min}、激活距离 d_{act}、释放距离 d_{rel}、每个关节的权重 w_k、每条连杆的长度 ℓ_k、柔顺性 α3 对于每个碰撞对 $(C_i, C_j) \in \mathscr{C} \times \mathscr{C}$执行 4 // 将 C_i表示为参数化形式 $(p_i,1, p_i,2, r_i)$，C_j同理表示为 $(p_j,1, p_j,2, r_j)$ 5 // 获取有符号距离和接触法线 6 $(d, n_i, n_k) \leftarrow$ 碰撞检测(C_i,C_j) 7 // 检查是否发生碰撞或处于滞后状态 8 如果 $d \geq d_{rel}$ 或 $(d \geq d_{act}$ 且 $\lambda_{i,j} = 0)$，则 9 $\lambda_{i,j} \leftarrow 0$ 并继续 10 $c = d - d_{min}$11 如果 $c < 0$ 则 12 对于 $k = i, j$ 执行 13 $g_{k,1}$ 和 $g_{k,2} \leftarrow \mathbf{0}_{3\times1}$ // 初始化梯度 14 如果 C_k 是上臂 15 // 仅累积肘部梯度 16 $g_{k,2} \leftarrow g_{k,2} + n_k$ 17 否则，如果 C_k 是前臂或手 18 // 累积两个关键点的梯度 19 $g_{k,1} \leftarrow g_{k,1} + (1 - \|n_k\|_2) n g_{k,2} \leftarrow g_{k,2} + n_k$20 // 更新乘子、关键点和胶囊体21 $\lambda_{old} \leftarrow \lambda_{i,j}$22 $\Delta\lambda \leftarrow -(c + \alpha\lambda_{old}) / (\alpha + \sum_k w_k \|g_k\|_2^2)$23 $\lambda_{i,j} \leftarrow \max(0, \lambda_{old} + \Delta\lambda)$24 $p_{k,1} \leftarrow p_{k,1} + w_k (\lambda_{i,j} - \lambda_{old}) g_{k,1}$25 $p_{k,2} \leftarrow p_{k,2} + w_k (\lambda_{i,j} - \lambda_{old}) g_{k,2}$26 $C_k \leftarrow$ Capsule($p_{k,1}, p_{k,2}, r_k$)27 // 如果关键点调整改变了长度，则修正连杆28 $\lambda_k \leftarrow 0 \; \forall k = 1, \cdots, 7$ // 初始化每个连杆的乘子29 $\mathscr{C} \leftarrow$XPBD-Iter-L($\mathscr{C}$, $\{\lambda_k\}$) // 算法 11 30 **返回：**更新后的胶囊体 $\mathscr{C}$ 和乘子 $\{\lambda_{i,j}\}$

可能会改变连杆长度，因此我们将连杆恢复为原始长度（算法 11）；在这种情况下，我们再次应用 XPBD，但按连杆逐一处理。

F. 硬件设置详情

1) Kinova Gen3 双臂：我们使用定制的 Kinova Gen3 7自由度双臂装置，由配备 24 核 Intel i9 CPU 和 NVIDIA RTX 4090 GPU 的笔记本电脑工作站控制。每条手臂都配有一只 Psyonic Ability 灵巧手（6自由度）作为末端执行器，并分别由 Teensy 4.0 微控制器和 Psyonic Ability API 控制。机器人以一台 StereoLabs ZED X 双目相机作为头部，相机安装在由 2自由度颈部构成的组件顶部（配有两个 Dynamixel XC330-M288-T 舵机）；该组件通过 NVIDIA Jetson Orin NX 与机器人其余部分连接（Jetson 也用于视频流传输）。深度相机将视频流传输到 Meta Quest 3 VR 头显。用户要控制头部时，头显会将摄像机的方位角和仰角作为期望关节角发送给颈部舵机。

2) Rainbow Robotics RB-Y1：我们使用了配备全向底盘和一对全球形正交腕部的 RB-Y1m v1.3 机器人。该机器人配有一个 2 自由度颈部，以及一台 StereoLabs ZED 2 双目相机。

在演示视频中，我们还使用了配备差速驱动底盘和一对球形平行腕部（类似于 Kinova Gen3）的 RB-Y1a v1.1。演示视频中使用了一对 12 自由度的 X-Hand，手部通过 Open- Television [6] 进行控制。

G. 重定向性能补充细节

我们使用 MuJoCo仿真器 [39] 在一台配备 Intel(R)Core(TM)i9-13900K CPU、NVIDIA RTX 4090 GPU 和 128 GB 内存的台式工作站上运行了这项实验。

在正文中讨论的同一数据集上，我们根据图 9 所示的 [1, 式（1）], 中的指标，对 SEW-Mimic 和 GMR 进行了比较。正如预期，SEW-Mimic 在该指标上的表现明显较差。

H. 用户研究补充细节

我们使用配备 Intel(R) Core(TM) i9-13900K CPU 的台式工作站，在 Robosuite [46] 上运行此实验，

算法 11： $\mathscr{C} \leftarrow \texttt{XPBD-Iter-L}(\mathscr{C},\ \{\lambda_k\})$

输入： 碰撞体积 $\mathscr{C}$，每条连杆对应一个乘子 λ_k

// 要求：每条连杆的长度 l_k，每个关节的权重w_k，柔顺性 α

对于每个碰撞体积 $C_k \in \mathscr{C}$ 和长度 l_k **执行**

  // 将 C_k 表示为由 **(a，b，r)** 参数化

  // 计算当前长度和约束违反

  $\mathbf{d} \leftarrow \mathbf{b} - \mathbf{a}$；　$\ell \leftarrow \|\mathbf{d}\|_2$

  if $\ell < \varepsilon$ **then**

    继续

  $c \leftarrow \ell - l_k$

  // 计算梯度

  $\mathbf{g}_\mathrm{b} \leftarrow \mathbf{d}/\ell$ 和 $\mathbf{g}_\mathrm{a} \leftarrow -\mathbf{g}_\mathrm{b}$

  // 更新乘子、端点

  $\lambda_{\mathrm{old}} \leftarrow \lambda_k$

  $\Delta\lambda \leftarrow -(c + \alpha\lambda_{\mathrm{old}})/(\alpha + w_\mathrm{a}\|\mathbf{g}_\mathrm{a}\|_2^2 + w_\mathrm{b}\|\mathbf{g}_\mathrm{b}\|_2^2)$

  $\lambda_k \leftarrow \lambda_{\mathrm{old}} + \Delta\lambda$

  // 应用位置修正

  $\mathbf{a} \leftarrow \mathbf{a} + w_\mathrm{a}\Delta\lambda\mathbf{g}_\mathrm{a}$；$\mathbf{b} \leftarrow \mathbf{b} + w_\mathrm{b}\Delta\lambda\mathbf{g}_\mathrm{b}$

  胶囊体$_k \leftarrow$ 胶囊体**(a，b，r)**

返回值： 更新后的胶囊体 $\mathscr{C}$

算法 12：恢复工具方向 H ← RecoverTool(T,t) // 给定工具坐标系方向矩阵以及 $\mathbb{R}^3$ 中 x 轴的目标对齐向量，计算新的目标工具坐标系方向矩阵 输入：当前工具方向和目标对齐向量 T, t 1 // 获取工具坐标系的指向方向作为 x 轴 2 $u_x \leftarrow$ T[:, 1]3 $u_t \leftarrow$单位向量(t) 4 // 求 x 轴与对齐向量之间的差异 5 k $\leftarrow u_x \times u_t$6 $\theta \leftarrow$ 反余弦 $(u_x^\top u_t)$ 7 H $\leftarrow \mathscr{R}$ (k θ)T 返回：目标工具坐标系方向矩阵 H

NVIDIA RTX 4090 GPU 和 128 GB 内存。

所有任务均在图 10 中可视化。

测试每种控制方法之前，我们会给用户五分钟时间熟悉该控制方法。每项遥操作任务开始前，我们会口头说明任务目标以及需要避开的障碍物。每位用户有五分钟时间，尽可能多次尝试并成功完成任务。在用户每次尝试操作任务期间，我们会衡量其是否成功达成目标。当目标物体（红色立方体）进入目标区域（半透明绿色立方体）时，该次尝试记为成功。尝试也可能被记为失败：当目标物体到达无法挽回的位置（例如掉落桌面），或试验时间耗尽时。对于“玻璃间隙”（图 6），如果机器人机械臂碰倒任意一摞酒杯，我们也会将该次尝试记为失败。

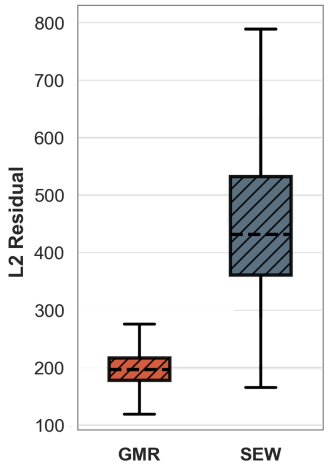


图 9：根据 GMR 的优化损失函数形式 [1, 式 (1)] 对 SEW-Mimic 和 GMR 进行评估。

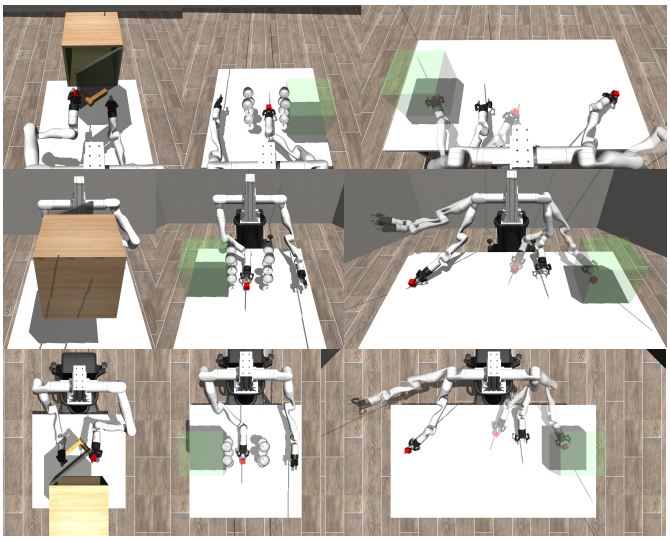


图10：用户实验任务环境。我们为用户研究提供了三项任务供用户完成，如第VI-B节所述；每列从多个视角展示一项任务。左：橱柜。中：玻璃间隙。右：交接。

I. 安全过滤器评估补充细节

我们在一台配备 Intel(R) Core(TM) i9-13950HK CPU、NVIDIA RTX 4090 GPU 和 64 GB 内存的笔记本工作站上，使用 MuJoCo仿真器进行这项实验。请注意，SEW-Mimic 无需 GPU，运行这项实验也不需要 GPU。

为 RB-Y1机器人上身创建胶囊体时，我们使用了以下胶囊体半径：躯干 - 0.15 m，肩部 - 0.12 m，上臂 - 0.06 m，前臂 - 0.065m，

表I：用户研究数据（粗体值为每项任务/控制器的最佳值）。

User	橱柜				玻璃间隙				交接			
	SEW		MINK		SEW		MINK		SEW		MINK	
	成功	Fail	成功	Fail	成功	Fail	成功	Fail	成功	Fail	成功	Fail
1	2	2	1	2	2	11	0	15	3	3	0	7
2	6	1	4	0	6	7	3	6	6	4	8	0
3	10	0	8	0	5	5	0	17	4	2	9	0
4	3	1	1	2	1	7	0	11	6	0	0	2
5	8	0	6	0	3	3	0	9	5	0	3	0
6	7	0	3	0	1	5	1	5	3	1	0	4
7	8	0	8	0	6	2	2	9	7	1	4	0
8	10	0	6	0	5	1	0	16	8	2	1	4
总计：	**54**	4	37	4	**29**	**41**	6	88	**42**	**13**	25	17

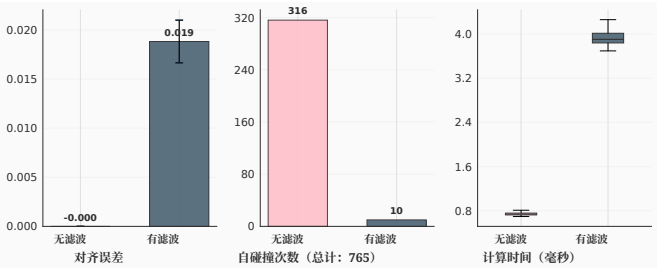


图 11：关于在姿态重定向流程中是否使用安全过滤器的消融研究：SEW-Mimic 的对齐误差、碰撞实例和计算时间。

腕臂 - 0.07 m。每个胶囊体的长度由机器人连杆上定义的相应关键点确定。

J. 策略学习补充详情

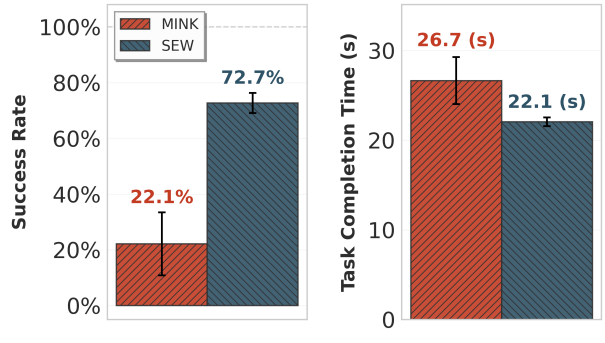


图 12：我们使用通过 SEW-Mimic 或 MINK-IK 收集的玻璃间隙示范，训练相同的模仿学习策略。SEW-Mimic 的成功率更高，任务完成时间更短。柱状图显示不同训练随机种子的均值；误差棒表示不同随机种子间的变化。

我们在配备 Intel(R)Core(TM)i9-13900K CPU、NVIDIA RTX 4090 GPU 和 128 GB 内存的台式工作站上，使用 MuJoCo仿真器 [39]运行此实验。

对于每种表示，我们训练了 600 个训练轮次，并选择评估性能最佳的检查点。

我们报告了三个随机种子下的结果，并在随机采样的 250 个初始状态上进行了评估。为隔离动作抽象的影响，我们对两种表示使用了相同数量的演示。

K. 全身重定向补充细节

我们在一台台式工作站上使用 MuJoCo仿真器运行此实验，该工作站配备 Intel(R)Core(TM)i9-13900K CPU、NVIDIA RTX 4090 GPU 和 128 GB 内存。

如图 13 所示，SEW-Mimic 无需任何微调，即可为 TWIST 提供动力学上可行的重定向关节目标。

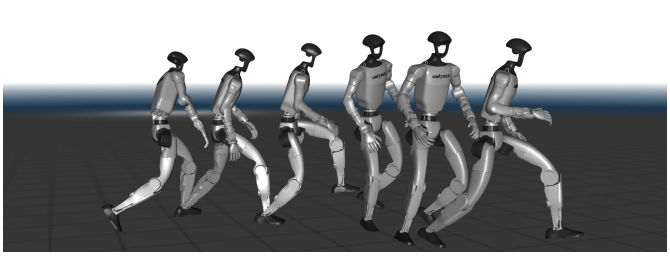


图 13：在 SEW-TWIST 流水线上对 LAFAN1 jumps1 subject1（06：42 –06：55）动作进行推理，以实现包含动力学的全身重定向。

L. 策略学习补充实验

我们在一台台式工作站上使用 MuJoCo仿真器运行此实验，该工作站配备 Intel(R) Core(TM) i9-13900KCPU 和 NVIDIA RTX 4090 GPU。

1）假设：我们假设，将绝对 SEW 姿态用作动作抽象，可以提高样本效率，并提升训练后的策略性能。

2）实验设计：我们处理 Fourier GR1 人形机器人的 DexMimicGen 数据集 [18]，提取用于倒水和咖啡任务的 SEW 关键点。随后，我们训练扩散策略 [7, 33] $\pi_\theta(\mathbf{a}_t \mid \mathbf{o}_t)$，其中动作 $\mathbf{a}_t$ 为绝对 SEW 姿态，而 $\mathbf{o}_t$ 为观测（RGB-D／本体感知）。我们将其与使用广泛采用的动作抽象方法、在相同数据集上训练的同一策略进行比较：期望末端执行器姿态采用默认 Mink 表示

[18],以及期望关节角。我们测量任务成功率和任务完成时间。

3）结果与讨论：任务成功率如图 17 所示。我们发现，在咖啡任务中，SEW表示的表现与使用 MINK-IK 收集的数据相近，但在倒水任务中的表现较差；我们的初步调查尚未揭示这一问题的原因。尽管如此，我们的主要结论是，SEW表示值得作为一种动作表示进一步研究。

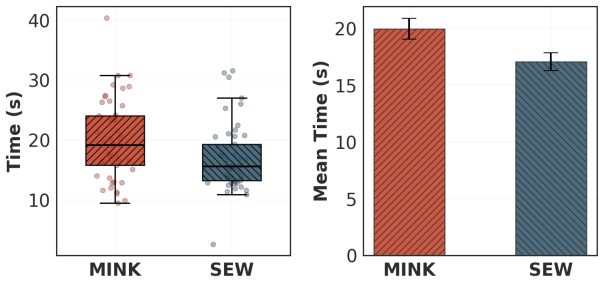


图 14：**演示采集时间**。使用 MINK-IK 和 SEW-Mimic 采集单次示范所需的时间。左图显示每次示范耗时的分布（箱线图及各个试验数据）；右图显示平均值，误差线表示各次示范之间的变异性。

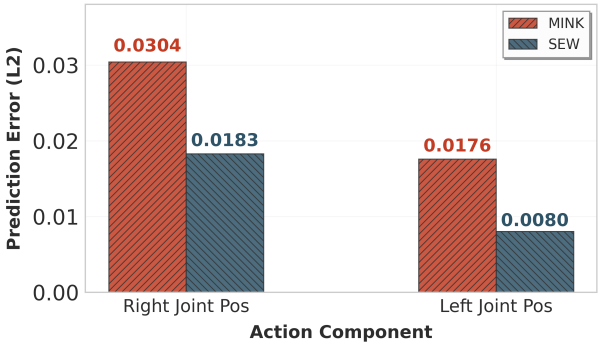
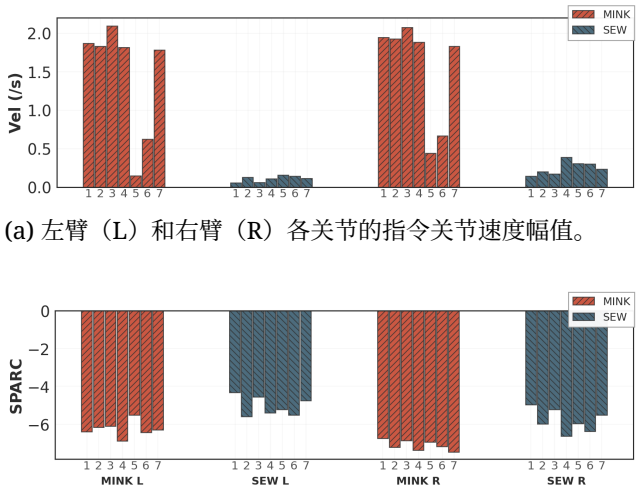


图 15：**动作预测误差**。我们比较了使用 MINK-IK 和 SEW-Mimic 收集的示范训练出的模仿策略的动作预测误差。从专家数据集中随机抽取观测—动作块对，使用训练后的策略预测相应的动作块，并计算预测动作块与真实动作块之间的均方误差（MSE）（图中以 L2 误差表示）。对于每个组别，我们评估表现最佳的检查点。我们分别报告左侧和右侧目标关节位置分量的误差。



(a) 左臂（L）和右臂（R）各关节的指令关节速度幅值。

(b) 以 SPARC [3] 衡量的左臂（L）和右臂（R）各关节轨迹平滑度。

Fig. 16: **示范质量比较**。我们报告左臂（L）和右臂（R）的（a）指令关节速度幅值，以及（b）以 SPARC [3],衡量的动作轨迹平滑度。柱状图显示各示范的均值。总体而言，SEW-Mimic 产生更低的指令关节速度和更平滑的轨迹（更高的 SPARC）。

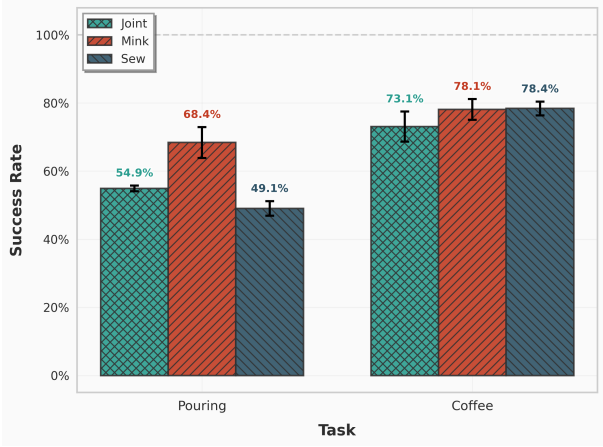
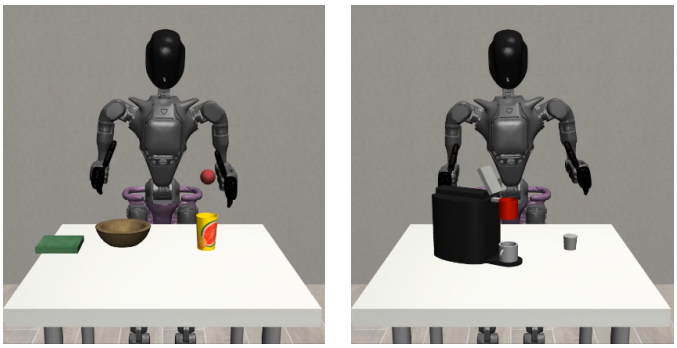


Fig. 17:**动作抽象消融**。 在 DexMimicGen 任务（倒水、咖啡）上，使用三种动作表示训练的扩散策略 [7]的成功率：期望关节角（Joint）、经由 MINK-IK 的末端执行器位姿指令（Mink），以及期望 SEW（Sew）。柱状图报告各训练随机种子的平均性能；误差线表示不同随机种子之间的变异。



(a) 倒水　　(b) 咖啡

图 18：**DexMimicGen 任务**。我们在两项双手操作任务上进行评估：(a) 倒水——将球从黄色杯子转移到碗中，然后将碗放到绿色盘子上；(b) 咖啡——抓取咖啡胶囊，将其放入咖啡机中，并合上盖子。

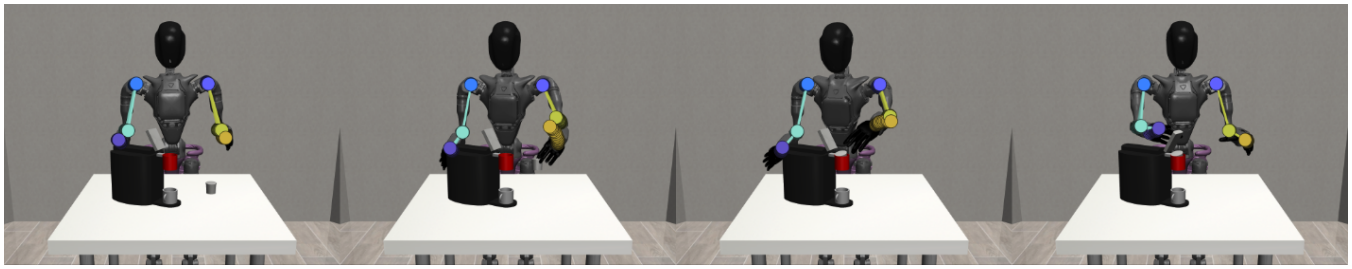


图 19：**使用 SEW 动作执行咖啡任务的轨迹**。 我们展示了由使用 SEW 动作表示训练的策略执行咖啡任务时，轨迹中的四个快照。快照从初始状态（左）逐步展示至任务完成（右）。彩色标记叠加显示了每个时间步预测的 SEW 动作位姿。