降雨引起的阵列失真下联合到达方向与降雨率估计的不确定性加权多任务卷积神经网络

Chenyang Yan*°、Ruonan Yang†°、Shunqiao Sun† 和 Mats Bengtsson*
°这些作者对本研究贡献相同。
*瑞典皇家理工学院，斯德哥尔摩，瑞典
†阿拉巴马大学，美国阿拉巴马州塔斯卡卢萨

arXiv:2602.01961v1 [eess.SP] 2 Feb 2026

摘要—**本文研究均匀线性阵列在降雨引起的乘性失真下的到达方向（DoA）与降雨率联合估计问题。基于空间相关性由降雨率决定的波前波动模型，我们推导出一种角度相关的协方差表达式，并用它合成训练数据。到达方向估计被建模为离散化角度网格上的多标签分类问题，而降雨率估计则被建模为多分类任务。随后，我们提出一种多任务深度卷积神经网络，该网络包含一个共享特征提取器和两个任务专属头，并采用不确定性加权目标进行训练，以自动平衡两项损失。双源场景下的数值结果表明，与经典基线方法相比，所提出的网络实现了更低的到达方向均方根误差，并且在中高信噪比下能够准确地进行降雨率分类。**

关键词—**到达方向估计、多任务学习、不确定性加权、卷积神经网络、基于协方差的学习。**

I. 引言

到达方向（DoA）估计是基于雷达的自动驾驶和障碍物检测的关键技术 [1]–[3]。在强降雨条件下，衰减和后向散射等传播效应会使阵列测量失真，并显著降低到达方向估计的性能，尤其是在多源定位中 [4], [5]。

在我们之前的工作中，我们提出了一种基于物理的雨致阵列失真模型，以及一种基于 [7]的协方差匹配校准方法 [6]。然而，失真应当与角度相关，且分析仅限于单源情形。此外，由于失真统计特性受降雨率支配，因此同时估计降雨率和到达方向既可行，也具有实际价值，可作为辅助环境指标。

受近期基于学习的到达方向估计器启发，这类方法在低信噪比、模型失配条件下表现出更强的鲁棒性，以及复杂环境 [8]–[13], 我们提出了一种多任务深度卷积神经网络，可直接从雨诱导畸变下的协方差测量中学习到达方向和降雨率信息。

本文的贡献总结如下：

- 我们提出了一种基于卷积神经网络的框架，用于在受雨影响的阵列测量模型下联合估计到达方向和降雨率，并在双源场景中对其进行了验证。
- 我们构建了一种不确定性加权多任务目标函数，在训练过程中自动平衡到达方向和降雨率分类损失。
- 在降雨引起的畸变条件下进行的实验表明，在具有挑战性的环境中，基于深度学习的联合估计相较于经典基线方法具有潜在优势。

II. 雨致失真与信号模型

本节介绍雨致失真模型及其对应的阵列信号表达式。我们首先描述复电场的波前级波动统计，并介绍一种由降雨率参数化的经验相关模型。随后，我们将波前失真映射为乘性阵列观测模型，并将其扩展至具有角度相关失真的多源均匀线性阵列情形。最后，我们将模型提升至协方差域，此时降雨率信息嵌入在失真协方差$\mathbf{R}_b(\theta)$中，并通过相关系数 α体现，为后续联合到达方向与降雨率估计奠定基础。

A. 雨致失真模型

根据[7], 中的雨致波前波动模型，令 P 表示接收波前上的一点。对于给定的降雨实现，令 $E(P) \in \mathbb{C}$ 表示 P 处的复电场包络。平均（相干）场定义为$E_{\text{mean}}(P) \triangleq \mathbb{E}\{E(P)\}$，其中 $\mathbb{E}\{\cdot\}$ 表示对独立降雨实现进行的系综平均。归一化电场波动定义为

$$E_n(P) \triangleq \frac{E(P) - E_{\text{mean}}(P)}{E_{\text{mean}}(P)}. \tag{1}$$

考虑同一波前上的两个点 P_1 和 P_2，它们的间距为 d，并定义 $E_{n,1} \triangleq E_n(P_1)$ 和 $E_{n,2} \triangleq E_n(P_2)$。

°Chenyang Yan 和 Ruonan Yang 对本工作作出了同等贡献（共同第一作者）。

R. Yang 和 S. Sun 的工作部分得到了美国国家科学基金会（NSF）CCF-2153386 和 ECCS-2033433 项目资助。计算工作部分借助瑞典国家超级计算基础设施（NAISS）提供的资源完成，该基础设施部分由瑞典研究理事会通过协议编号 2022-06725 资助。

我们将 $E_{n,1}$ 和$E_{n,2}$ 建模为均值为零、联合圆对称的复高斯随机变量，其二阶统计量为：

$$\mathbb{E}\{|E_{n,1}|^2\} = \mathbb{E}\{|E_{n,2}|^2\} = 2\lambda_{11}, \tag{2}$$

$$\mathbb{E}\{E_{n,1}E_{n,2}^*\} = 2\alpha\lambda_{11}, \quad \Im\{\mathbb{E}\{E_{n,1}E_{n,2}^*\}\} = 0, \tag{3}$$

其中， λ_{11} 控制起伏功率， α 表征波前上的空间相关性。参数 α取决于降雨率、传播距离、间距 d和雷达载波频率，可使用 [7]中的式 (13) 所给出的经验模型计算：

$$\alpha = \exp\left(-a_1\left(\frac{R}{a_2R+1}\right)\left(\frac{\frac{d}{\lambda_0}}{a_3\frac{d}{\lambda_0}+1}\right)\right), \tag{4}$$

其中， R 表示传播距离， λ_0 为波长， a_1、 a_2和 a_3 是由降雨率和载波频率决定的参数（见 [7]中的表 II）。根据 [7], , 式 (4) 适用于 $R \le 500$ m 和 $0.1 \le d/\lambda_0 \le 8$。不同参数（如间距 d、距离和降雨率）条件下相位差和幅度比的概率密度函数（pdf）如 [6]中的图 1 和图 2 所示。

B. 阵列观测模型

现在，我们将波前模型与阵列观测联系起来。考虑一个具有 M 个传感器的均匀线性阵列（ULA）。令 P_m 表示第 m个传感器的位置，并将接收信号 $y_m(t)$ 视为复电场 $E(P_m,\ t)$。代入式 (1) 得

$$y_m(t) = \big(1 + E_n(P_m,t)\big)\, E_{\text{mean}}(P_m), \tag{5}$$

其中， $E_{\text{mean}}(P_m)$ 表示平均场分量，即 P_m 处的无失真接收场。因此，我们将传感器 m 处的乘性失真定义为

$$b_m(t) \triangleq 1 + E_n(P_m,t). \tag{6}$$

请注意，此定义与我们先前在 [6], 中的实现不同，后者将失真项设为 $b_m(t) = E_n(P_m,\ t)$。这一差异对应于一种重新参数化，它将常数偏移吸收到失真系数中；因此，后续建模和所提出的算法在式 (6) 下仍然适用。

在 [6], 中，我们引入了一种雨衰阵列接收模型，其中复电场起伏会在入射平面波到达均匀线性阵列孔径的过程中发生（见 [6] 中的图 3）。对于单源情形，相应的协方差模型在 [6], 的式 (9) 中推导得到，其中雨致失真表现为无失真协方差矩阵与实托普利兹失真矩阵$\mathbf{R}_b$之间的哈达玛积，该矩阵定义于 [6] 的式 (10) 中。

从 [6], 中的式（5）出发，我们将模型扩展到 N个窄带信源，其中第 n个信源从方向 θ_n入射。雨致失真均匀线性阵列的测量模型为

$$\mathbf{y}(t) = \sum_{n=1}^{N}\Big[\mathbf{a}(\theta_n) \odot \mathbf{b}(\theta_n,t)\Big]s_n(t) + \mathbf{n}(t), \tag{7}$$

其中，$\mathbf{y}(t) \in \mathbb{C}^M$ 表示接收阵列快拍，$\mathbf{a}(\theta_n) \in \mathbb{C}^M$ 表示无失真导向矢量， $s_n(t) \in \mathbb{C}$表示第 n个信源信号，$\mathbf{n}(t) \in \mathbb{C}^M$ 表示加性噪声。向量 $\mathbf{b}(\theta_n, t) \in \mathbb{C}^M$ 表示作用于阵列上第 n个波前的乘性雨致失真，其定义为

$$\mathbf{b}(\theta_n,t) \triangleq \big[b_{n,1}(t),\, b_{n,2}(t),\, \ldots,\, b_{n,M}(t)\big]^T, \tag{8}$$

其中$b_{n,\ m}(t)$表示与从方向 θ_n到达的波前相关联的传感器 m处的失真系数。

失真向量$\mathbf{b}(\theta_n,\ t)$与角度有关，因为参考波前平面上的有效间距（见 [6]中的图3）会随入射角变化。具体而言，对于阵列轴上以波长为单位的阵元间距 d_0 ，波前上以波长为单位的相应阵元间距为

$$d(\theta_n) = d_0\cos(\theta_n). \tag{9}$$

因此，相关参数 α （以及$\mathbf{b}(\theta_n,\ t)$的统计特性）通过 $d(\theta_n)$显式地依赖于 θ_n 。

C. 协方差域表述

或者，可以将式（7）提升到协方差域。定义信源向量$\mathbf{s}(t) \triangleq [s_1(t)\ldots, s_N(t)]^T \in \mathbb{C}^N$以及到达方向集合 $\boldsymbol{\theta} \triangleq [\theta_1,\ldots,\theta_N]^T$。我们假设$\mathbf{s}(t)$和$\mathbf{n}(t)$是相互独立、零均值、圆对称复过程。此外，我们假设信源之间相互不相关且具有相同功率，因此

$$\mathbf{R}_s \triangleq \mathbb{E}\{\mathbf{s}(t)\mathbf{s}(t)^H\} = \sigma_s^2\mathbf{I}_N,\ \mathbf{R}_n \triangleq \mathbb{E}\{\mathbf{n}(t)\mathbf{n}(t)^H\}, \tag{10}$$

其中， σ_s^2 表示每个信源的信号功率，$\mathbf{I}_N$ 是 $N \times N$ 单位矩阵。在这些假设下，$\mathbf{y}(t)$的协方差矩阵为

$$\begin{aligned}\mathbf{R}_y &\triangleq \mathbb{E}\{\mathbf{y}(t)\mathbf{y}(t)^H\}\\ &= \sum_{n=1}^{N}\Big[\mathbf{R}_x(\theta_n) \odot \mathbf{R}_b(\theta_n)\Big] + \mathbf{R}_n,\end{aligned} \tag{11}$$

其中，$\mathbf{R}_x(\theta_n)$表示第 n个信源的无失真阵列协方差分量，

$$\mathbf{R}_x(\theta_n) = \sigma_s^2\,\mathbf{a}(\theta_n)\mathbf{a}(\theta_n)^H. \tag{12}$$

矩阵$\mathbf{R}_b(\theta_n) \in \mathbb{C}^{M\times M}$ 是与方向 θ_n相关的雨致失真协方差，其元素定义为

$$\big[\mathbf{R}_b(\theta_n)\big]_{m\ell} \triangleq \mathbb{E}\big\{b_{n,m}(t)\, b_{n,\ell}^*(t)\big\},\ 1 \le m,\ell \le M. \tag{13}$$

利用$b_{n,m}(t)$、 $= 1 + E_n(P_m,t)$以及 $E_n(\cdot)$的二阶统计量，可得

$$\big[\mathbf{R}_b(\theta_n)\big]_{m\ell} = \begin{cases}1 + 2\lambda_{11}, & m = \ell,\\ 1 + 2\lambda_{11}\,\alpha_{m\ell}(\theta_n), & m \ne \ell,\end{cases} \tag{14}$$

其中 $\alpha_{m\ell}(\theta_n)$表示与传感器对间距相对应的相关参数。具体而言， $\alpha_{m\ell}(\theta_n)$由(4)计算，其中

$$d = |m-\ell|\, d(\theta_n), \qquad d(\theta_n) = d_0\cos(\theta_n). \tag{15}$$

因此，$\mathbf{R}_b(\theta_n)$通过角度相关分离 $d(\theta_n)$继承了对 θ_n的显式依赖。此外，由于$\alpha_{m\ell}(\theta_n)$经由(4)计算，降雨率信息完全由$\mathbf{R}_b(\theta_n)$捕获（通过 a_1、 a_2和 a_3），并传播至(11)中的观测协方差$\mathbf{R}_y$ 。

III. 提出的方法

本节将到达方向估计表述为多标签分类任务，将降雨率估计表述为多类分类任务。随后，我们构建一种多任务卷积神经网络架构，从样本协方差矩阵 $\mathbf{R}_y$中联合学习这两项任务，从而利用协方差测量中包含的到达方向和降雨率相关信息。

A. 输入表示与预处理

遵循 [9]，，我们将到达方向预测表述为在离散化角度网格上的多标签分类任务。具体而言，将搜索区间 $[-\theta_{\max}, \theta_{\max}]$ 以 ρ 的分辨率均匀量化，形成网格 $\mathcal{G}$。到达方向标签编码为 $\mathcal{G}$上的二值向量，其中与真实信源角度对应的元素置为1，其余元素均置为0。

对于降雨率分类，我们考虑六个离散类别。遵循 [7]，中的表II，我们采用五个降雨率等级$\{2, 5, 10, 25, 50\}$ mm/h，并增加一个无雨类（0 mm/h），该类别不施加雨致失真（即失真系数设为1）。对于每个降雨率类别，根据式（14）构建相应的失真协方差。随后，我们通过Cholesky因子对独立同分布的高斯随机变量进行变换，合成具有空间相关性的复高斯失真样本（即平方根协方差变换） [14]。这些样本用于生成训练所需的雨致失真协方差测量。

对于每个训练样本，我们根据接收快拍计算样本协方差矩阵 $\mathbf{R}_y$ ，并构造实值三通道输入张量 $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{M\times M\times 3}$，其 $\Re${各通道依次为$_y$}$\mathbf{R}$、$_y$}$\mathbf{R}$和$_y$}$\mathbf{R}$ [9]。其中， $\Re\{\cdot\}$ 和 $\Im\{\cdot\}$ 分别表示复矩阵的实部和虚部， $\angle\{\cdot\}$表示复数值元素的相位（辐角）。

B. 网络架构

非线性映射 $f(\cdot)$ 由一个深度卷积神经网络（CNN）参数化，该网络由共享特征提取器和任务特定预测头组成。令 $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{M\times M\times 3}$ 表示由样本协方差矩阵构造的输入张量，其中三个通道包含实
实部、虚部和相位。网络首先依次应用四个卷积块：

$$f(\mathbf{X}) = f_4\big(f_3\big(f_2\big(f_1(\mathbf{X})\big)\big)\big). \tag{16}$$

这四个卷积块共同构成一个共享的 CNN 编码器。每个卷积块 $f_i(\cdot)$、$i \in \{1, 2, 3, 4\}$ 均由一个包含 $n_C = 256$ 个滤波器的二维卷积层组成，接着

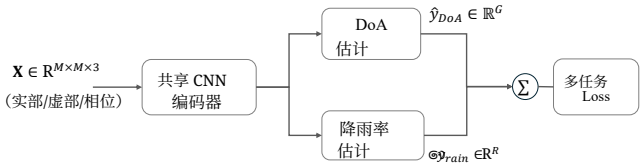

图 1：所提出的用于联合估计到达方向和降雨率的多任务网络。输入张量 $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{M\times M\times 3}$ 将样本协方差矩阵的实部、虚部和相位通道堆叠在一起，并由共享的卷积神经网络编码器处理。两个任务专用头分别输出到达方向对数几率 $\hat{\mathbf{y}}_{\mathrm{DoA}} \in \mathbb{R}^G$ 和降雨率对数几率 $\hat{\mathbf{y}}_{\mathrm{rain}} \in \mathbb{R}^R$，并通过多任务损失进行联合优化。

依次进行批归一化和修正线性单元（ReLU）处理。所有卷积均使用大小为 3×3 的卷积核，步幅为 1，填充为 1。在第二个卷积块之后插入一个步幅为 2 的 2×2 最大池化层 $f_2(\cdot)$。随后，将 $f_4(\cdot)$ 之后的输出特征图展平为一个特征向量。

随后将得到的特征向量输入一个具有 256 个隐藏单元并采用 ReLU激活函数的全连接层，再经过线性输出层，生成到达方向对数几率 $\hat{\mathbf{y}}_{\mathrm{DoA}} \in \mathbb{R}^G$，其中 G为角度网格点的数量。与此同时，具有相同两层全连接结构的任务特定的降雨率头会输出降雨率对数几率 $\hat{\mathbf{y}}_{\mathrm{rain}} \in \mathbb{R}^R$，其中 R 表示降雨率类别的数量。训练期间，到达方向对数几率经 Sigmoid函数转换为相互独立的伯努利概率，并采用多标签二元交叉熵（BCE）损失进行优化；而降雨率对数几率则经 Softmax函数转换为分类分布，并采用交叉熵（CE）进行优化。实际应用中，这些非线性变换会在相应的损失函数中隐式执行。最后，我们为每个任务设置一个可学习的对数方差参数，用于对多任务目标进行基于不确定性的重新加权。网络结构如图 1 所示。

C. 基于不确定性加权的多任务学习

所提出的网络以基于协方差的输入$\mathbf{X}$为输入，并输出两组 logits：$\hat{\mathbf{y}}_{\mathrm{DoA}} \in \mathbb{R}^G$ ，用于在网格 $\mathcal{G}$ 上进行多标签到达方向预测；以及 $\hat{\mathbf{y}}_{\mathrm{rain}} \in \mathbb{R}^R$ ，用于多类别降雨率预测。为在训练过程中自动平衡这两项任务，我们采用不确定性加权 [15]。

令$\mathbf{y}_{\mathrm{DoA}} \in \{0, 1\}^G$ 表示多标签到达方向目标，$y_{\mathrm{rain}} \in \{1, \ldots, R\}$ 表示降雨率类别标签。我们为每项任务关联一个可学习的尺度参数，$\sigma_{\mathrm{DoA}} > 0$ 和 $\sigma_{\mathrm{rain}} > 0$。我们将 G二元标签建模为条件独立的伯努利变量，其对数几率经过缩放。具体而言，将逐元素Sigmoid函数定义为g(·)，则可写为

$$p(\mathbf{y}_{\mathrm{DoA}} \mid \mathbf{X}, \mathbf{W}, \sigma_{\mathrm{DoA}}) = \prod_{g=1}^{G} \Big[\mathrm{g}\Big(\hat{y}_{\mathrm{DoA},g}/\sigma^2_{\mathrm{DoA}}\Big)^{y_{\mathrm{DoA},g}} \times \Big(1 - g\big(\hat{y}_{\mathrm{DoA},g}/\sigma^2_{\mathrm{DoA}}\big)\Big)^{1-y_{\mathrm{DoA},g}}\Big]. \tag{17}$$

相应的负对数似然可化简为logit形式的二元交叉熵损失，其中到达方向对数几率由 $1/\sigma_{\mathrm{DoA}}^2$缩放。换言之，我们使用缩放后的对数几率$\hat{\mathbf{y}}_{\mathrm{DoA}}/\sigma_{\mathrm{DoA}}^2$ 和目标向量$\mathbf{y}_{\mathrm{DoA}}$计算多标签二元交叉熵损失。通过对原始对数几率$\hat{\mathbf{y}}_{\mathrm{DoA}}$计算相同的二元交叉熵，可得到未缩放的到达角损失。在本节中，缩放损失表示为 $\mathcal{L}_{\mathrm{task}}(\mathbf{W}\ \sigma_{\mathrm{task}})$，未缩放损失表示为 $\mathcal{L}_{\mathrm{task}}(\mathbf{W})$

沿用 [15], 中用于分类的近似方法，温度缩放的效果可表示为加权的未缩放损失与依赖尺度的正则项之和。对 G 个相互独立的伯努利因子求和，可得

$$\mathcal{L}_{\mathrm{DoA}}(\mathbf{W},\sigma_{\mathrm{DoA}}) \approx \frac{1}{\sigma_{\mathrm{DoA}}^2}\,\mathcal{L}_{\mathrm{DoA}}(\mathbf{W}) + G\log\sigma_{\mathrm{DoA}}. \quad (18)$$

对于降雨率预测，我们采用标准的 Softmax函数交叉熵损失 $\mathcal{L}_{\mathrm{rain}}(\mathbf{W}) = \ell_{\mathrm{CE}}(\hat{\mathbf{y}}_{\mathrm{rain}}, y_{\mathrm{rain}})$。其不确定性加权形式直接沿用 [15]:

$$\mathcal{L}_{\mathrm{rain}}(\mathbf{W},\sigma_{\mathrm{rain}}) \approx \frac{1}{\sigma_{\mathrm{rain}}^2}\,\mathcal{L}_{\mathrm{rain}}(\mathbf{W}) + \log\sigma_{\mathrm{rain}}. \quad (19)$$

为保证数值稳定性，我们对数方差 $s_{\mathrm{DoA}} = \log\,\sigma_{\mathrm{DoA}}^2$ 和 $s_{\mathrm{rain}} = \log\sigma_{\mathrm{rain}}^2$ 进行优化。结合式（18）和式（19）可得

$$\mathcal{L}(\mathbf{W}, s_{\mathrm{DoA}}, s_{\mathrm{rain}}) = e^{-s_{\mathrm{DoA}}}\mathcal{L}_{\mathrm{DoA}}(\mathbf{W}) + e^{-s_{\mathrm{rain}}}\mathcal{L}_{\mathrm{rain}}(\mathbf{W}) + \frac{G}{2}s_{\mathrm{DoA}} + \frac{1}{2}s_{\mathrm{rain}}. \quad (20)$$

IV. 评估与结果

训练时，我们使用间隔为 1° 的网格对到达角空间进行离散化，视场（FoV）为 60° ，中心位于 0°，即 $\mathcal{G} = \{-30^\circ, -29^\circ, \ldots, 30^\circ\}$，由此得到网格大小为 $G = 61$。我们考虑固定的双源场景（$N = 2$），并将传播距离固定为 $R = 200$ m。随后，我们在上述六个降雨率类别和五个信噪比级别 $\{0, 5, 10, 15, 20\}$ dB 下均匀生成协方差样本。总计生成 100，000 个训练样本。数据集随机划分为训练集（90%）和验证集（10%）。

为评估多任务损失加权的影响，我们进一步将所提出的不确定性加权网络与采用预定义比率 α 的固定损失加权进行比较，其中总体训练损失为 $\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\mathrm{DoA}} + \alpha\mathcal{L}_{\mathrm{rain}}$。结果报告了 $\alpha = 1$和 $\alpha = 0.05$，以便直接比较所提出的自适应加权与固定损失加权方案。

图2比较了所提出网络与经典基线方法（包括 MUSIC、root-MUSIC、ESPRIT 和 MVDR）在同一测试集上的到达角均方根误差（RMSE）；该测试集包含 10,000个样本。除性能优于基于模型的方法外，所提出的不确定性加权网络也始终优于其固定加权变体——
在所有信噪比下的表现。其优势在低信噪比区域尤为明显：不确定性加权带来了明显更低的均方根误差，表明自适应任务平衡能够在噪声和雨致失真测量条件下实现更稳健的到达方向推断。表 I 对比了降雨率分类

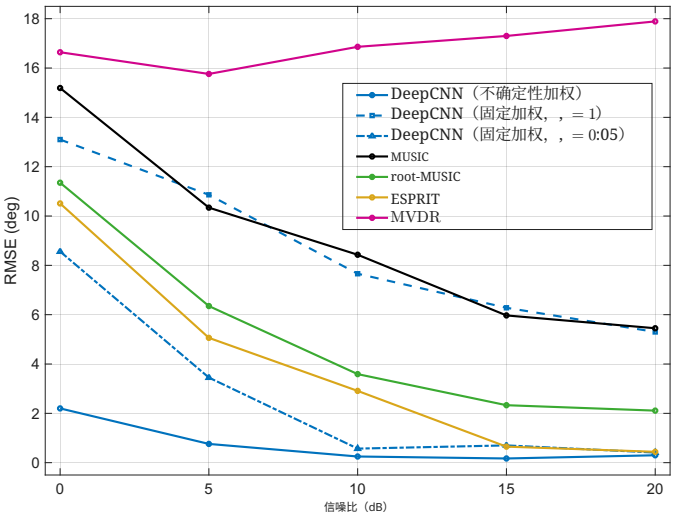

图2：雨致阵列失真条件下，测试集上的到达方向均方根误差随信噪比的变化。本文提出的不确定性加权网络与其固定加权变体及经典基线方法进行了比较。

准确率，以及所提出的不确定性加权网络与固定加权变体的表现。所提出的模型在所有测试信噪比级别下均实现了 $\geq$ 94% 的降雨率分类准确率，表明即使在低信噪比条件下，也能可靠地推断降雨率。总体而言，所提出的不确定性加权网络在统一的多任务框架中，对到达方向估计和降雨率分类均实现了可靠的性能。

表 I：不同损失加权策略下，降雨率分类准确率（%）随信噪比的变化。

信噪比（dB）	不确定性加权（见 (20)）	固定加权 $\alpha = 0.05$	固定加权 $\alpha = 1$
0	94.21	63.95	87.13
5	94.55	78.09	95.19
10	96.07	92.80	99.09
15	96.79	99.16	99.95
20	99.41	99.85	99.95

V. 结论

本文提出了一种基于卷积神经网络的多任务框架，用于在雨致阵列失真条件下联合估计到达方向和降雨率。结果初步表明，所提出的方法可行，并且在所考虑的场景中优于经典到达方向估计器。此外，我们将不确定性加权多任务学习扩展到采用多标签（Sigmoid函数）到达角损失和多分类（Softmax函数）降雨率损失的情形，提出了一种有原则且可学习的机制来平衡这两个目标。

未来的工作将使用真实世界的雷达测量数据验证该方法，将当前离散的降雨率分类器扩展为连续的（回归）形式，并研究更具挑战性的场景，即同时存在数量更多（且可能不断变化）的活跃信源，包括信源数量未知的情况。

参考文献

[1] S. Sun、A. P. Petropulu 和 H. V. Poor，“面向高级驾驶辅助系统和自动驾驶的MIMO雷达：优势与挑战”，*IEEE*信号处理杂志，第37卷，第4期，第98–117页，2020年。[2] S. Kulkarni、A. Thakur、S. Soni、A. Hiwale、M. H. Belsare 和 A. B. Raj，“到达方向（DoA）估计技术与算法的全面综述”，电子与电气工程杂志，第138–186页，2025年。[3] G. Jekatery´nczuk 和 Z. Piotrowski，“声源定位与检测方法及其应用综述”，《传感器》，第24卷，第1期，第68页，2023年。[4] S. Zang、M. Ding、D. Smith、P. Tyler、T. Rakotoarivelo 和 M. A. Kaafar，“恶劣天气条件对自动驾驶车辆的影响：雨、雪、雾和冰雹如何影响自动驾驶汽车的性能”，*IEEE*车辆技术杂志，第14卷，第2期，第103–111页，2019年。[5] H. Wallace，“弹道研究实验室的毫米波传播测量”，*IEEE*地球科学与遥感汇刊，第26卷，第3期，第253–258页，1988年。[6] C. Yan、G. Leus 和 M. Bengtsson，“天气引起的失真条件下的稳健基于协方差的DoA估计”，载于第*59*届阿西洛马会议：信号、系统与计算机论文集，美国加利福尼亚州太平洋丛林市，2025年，已接受发表（即将刊出）。预印本已提交至arXiv。[7] B. Yektakhah 和 K. Sarabandi，“雨中传播电磁波的场波动、相位前沿像差和场空间协方差统计模型”，*IEEE*天线与传播汇刊，第72卷，第3期，第2755–2765页，2024年。[8] W. Liu，“基于深度神经网络的超分辨率DOA估计”，《科学报告》，第10卷，第1期，第19859页，2020年。[9] G. K. Papageorgiou、M. Sellathurai 和 Y. C. Eldar，“低信噪比条件下用于到达方向估计的深度网络”，*IEEE*信号处理汇刊，第69卷，第3714–3729页，2021年。[10] J. P. Merkofer、G. Revach、N. Shlezinger、T. Routtenberg 和 R. J. Van Sloun，“DA-MUSIC：通过深度增强MUSIC算法进行数据驱动的DoA估计”，*IEEE*车辆技术汇刊，第73卷，第2期，第2771–2785页，2023年。[11] N. Shlezinger、J. Whang、Y. C. Eldar 和 A. G. Dimakis，“基于模型的深度学习”，《*IEEE*会刊》，第111卷，第499页，2023年第5期，第465页。[12] R. Yang、Y. Hu、S. Sun 和 Y. D. Zhang，“利用稀疏阵列推进用于DOA估计的子空间表示学习”，载于第*59*届阿西洛马信号、系统与计算机年度会议论文集，美国加利福尼亚州太平洋丛林市，2025年10月。[13] Y. Hu、S. Sun 和 Y. D. Zhang，“基于模型的学习：利用单比特单快拍稀疏阵列进行DOA估计”，*IEEE*信号处理领域精选主题杂志，第19卷，第925页，2025年第6期，第909页。[14] J. Hammersley，蒙特卡罗方法。施普林格科学与商业媒体，2013年。[15] A. Kendall、Y. Gal 和 R. Cipolla，“利用不确定性对场景几何和语义的损失进行加权的多任务学习”，载于*IEEE*计算机视觉与模式识别会议（*CVPR*）论文集，2018年，第7482–7491页。