arXiv:2602.02248v1 [eess.SP] 2 Feb 2026

一种基于正交时延-多普勒分复用与调频连续波的新型通感一体化波形

Kehan Huang，IEEE研究生会员；Akram Shafie，IEEE会员；Min Qiu，IEEE高级会员；Elias Aboutanios，IEEE高级会员；Jinhong Yuan，IEEE会士。

摘要——本文提出一种结合调频连续波（FMCW）的正交时延-多普勒（DD）分复用（ODDM）调制波形（ODDM-FMCW），以实现低峰均功率比（PAPR）的通感一体化（ISAC）。首先，我们提出一种平方根奈奎斯特滤波FMCW（SRN-FMCW）波形，以解决传统线性FMCW波形在通感一体化系统中的局限性。为更好地与ODDM结合，我们通过在DD域中嵌入符号生成SRN-FMCW，并将其称为DD-SRN-FMCW帧。我们设计了一种DD啁啾压缩接收机，以高效获取信道响应。随后，我们将DD-SRN-FMCW帧叠加到ODDM数据帧上，构造出所提出的用于通感一体化的ODDM-FMCW波形。本文全面分析了ODDM-FMCW波形的性能，包括峰均功率比、频谱、模糊函数，以及时延与多普勒估计的Cram´er-Rao界。数值结果表明，所提出的ODDM-FMCW波形在感知均方根误差和通信误码率方面均表现出优异的通感一体化性能。

索引词—ODDM、正交时频空间调制、通感一体化（ISAC）、调频连续波、信道估计、峰均功率比

I. 引言

通感一体化（ISAC）已成为下一代无线网络的重点领域，能够更高效地利用频谱资源。基于统一波形，通感一体化系统旨在支持通信节点之间的数据传输，同时执行感知任务。凭借推动多种下一代应用的潜力，通感一体化在高移动性环境中尤为重要，包括卫星通信和车联网（V2X）通信 [2]–[4]。

为应对高移动性环境中可靠通信的挑战，时延-多普勒（DD）调制方案，例如正交时频空（OTFS）调制 [5] 和仿射频分复用（AFDM）调制 [6], 已被提出用于利用 DD 域中的信道分集，从而增强对双选择性信道的鲁棒性。在正交时频空间调制的基础上，近期提出的正交时延-多普勒复用（ODDM）调制引入了一种实用的时延-多普勒正交脉冲（DDOP），能够实现较低的带外发射（OOBE），同时在给定的信号带宽和时间跨度下，于精细的 DD 分辨率处保持足够的双正交性 [7], [8]。尽管最初是为通信设计的，但其底层 DDOP 与脉冲多普勒雷达信号有相似之处，凸显了其在通感一体化应用中的潜力。值得注意的是，ODDM 和正交时频空间调制使用相同的 DD 域信息承载符号，但借助 DDOP，ODDM 可以将 DD 域符号直接嵌入连续时间波形中。另一方面，正交时频空间调制的波形生成基于时频正交脉冲（TFOP），这与双选择性信道的固有运行机制并不相符 [8], [9]。本文在 ODDM 框架下研究通感一体化。不过，所提出的通感一体化设计通过考虑相应的输入输出关系，同样适用于 ODDM 和正交时频空间调制。

为实现感知和信道估计，研究人员在 [10], 中为正交时频空间调制提出了时延-多普勒域冲激导频（DDIP），随后又在 [8], [11], [12] 中将其应用于 ODDM。DDIP 在快时间/时延维度上具有良好的局部性，有助于有效解耦时延和多普勒参数 [13]。然而，其峰均功率比（PAPR）可能较高，从而导致实际收发机中出现非线性信号失真，并降低功率效率。

近期研究通过将导频能量分散到多个导频符号中，设计了时延-多普勒域低峰均功率比导频。例如， [14] 提出了散布式导频，其导频符号的位置经过精心选择，以避免自干扰。然而，这种位置安排依赖于帧大小和信道支撑，因此在实际系统中的鲁棒性较差。为减轻自干扰，研究人员采用了正交序列，例如扎多夫-朱序列（ZC序列）和啁啾序列 [15]–[17]。在 [15], 中，研究人员提出了一种基于ZC的扩频导频，但它需要过长的保护间隔。这是因为，为了利用ZC序列的循环正交性，需要填充循环扩展；此外，序列长度决定了保护间隔的跨度，以避免对数据符号造成干扰。同样， [17] 提出了另一种无需保护间隔的基于ZC的导频。尽管频谱效率更高，但这种设计未能充分利用循环正交性，可能会损害感知性能。

K. Huang、A. Shafie、M. Qiu和J. Yuan的工作部分得到澳大利亚研究理事会（ARC）发现项目（资助编号DP220103596）、ARC合作项目（资助编号LP200301482）以及澳大利亚连接创新网络的资助。M. Qiu的工作还部分得到上海交通大学ExploreX基金（资助编号SD6040004/153）的资助。本文部分内容已在2025年IEEE国际通信会议 [1]上发表。（通信作者：Akram Shafie和Min Qiu。）

K. Huang、A. Shafie、E. Aboutanios 和 J. Yuan 任职于澳大利亚悉尼新南威尔士大学电气工程与电信学院（EET），地址为 NSW 2052（电子邮箱：kehan.huang@unsw.edu.au；akram.shafie@unsw.edu.au；elias@ieee.org；j.yuan@unsw.edu.au）。本研究开展期间，M. Qiu 任职于澳大利亚悉尼新南威尔士大学 EET 学院，地址为 NSW 2052。现任职于中国上海交通大学全球学院，地址为上海 200240（电子邮箱：min qiu@sjtu.edu.cn）。

为进一步提高频谱效率， [18] 提出了一种叠加式随机导频，并使用最小均方误差（MMSE）估计器恢复信道状态。然而，这种方法需要预先了解信道支撑，而通信接收机通常无法获得这一信息。

虽然 [15] 和 [17] 考虑了分数多普勒频移，但上述导频设计并未解决时延和多普勒频移的非网格采样问题，而这正是通感一体化系统固有的特性。为此， [19] 提出了一种基于啁啾的扩频导频，并采用 root-MUSIC 算法进行 DD 估计，但 OTFS 所假设的理想脉冲无法实现。基于实际脉冲， [20] 提出了一种基于二维啁啾的扩频导频。尽管如此，二维啁啾序列缺乏正交性，可能会限制其感知性能。因此，设计一种信道鲁棒、低峰均功率比的通感一体化波形仍是一个尚未解决的问题。

调频连续波（FMCW）因其简单且峰均功率比低，广泛应用于汽车雷达中[13], [21]。因此，结合 ODDM 与 FMCW，有望产生与 OTFS/ODDM 技术完全兼容的低峰均功率比通感一体化波形。 [22] 研究了 FMCW 信号在 OTFS 框架下的符号级表示。然而，考虑到实际的连续时间信号，由于以下挑战，OTFS/ODDM 与 FMCW 的结合尚未得到充分研究。首先，FMCW 信号不满足相对于 OTFS/ODDM 信号的奈奎斯特码间干扰（ISI）准则，这可能会在通感一体化系统中造成复杂的相互干扰 [8], [22], [23]。其次，在带宽有限且脉冲重复间隔较长的情况下，传统 FMCW 雷达接收机所采用的伸缩处理技术容易受到距离-多普勒耦合和距离偏斜的影响 [13]。最后，FMCW 信号具有较高的带外发射，因此不适用于实际通信系统。

为应对这些挑战，我们提出了一种基于新型 ODDM-FMCW 波形的通感一体化帧架构。本文的主要贡献如下:

1) 我们提出了平方根奈奎斯特（SRN）滤波调频连续波（SRN-FMCW）波形，以支持感知和信道估计，同时控制啁啾压缩旁瓣并降低传输开销。为支持与 ODDM 系统共存，我们引入了时延-多普勒域嵌入式 SRN-FMCW（DD-SRN-FMCW）波形，该波形可由 ODDM发射机生成。基于 ODDM接收机，我们进一步提出时延-多普勒啁啾压缩，以高效获取信道的时延-多普勒响应（DDR）。

2) 我们提出了用于通感一体化的 ODDM-FMCW 波形，其中 ODDM数据帧与 DD-SRN-FMCW 帧叠加后传输。针对共址感知接收机处的数据辅助感知（DAS），我们引入了一种基于正交匹配追踪（OMP）的超分辨率感知算法 [24]。针对通信接收机处的联合信道估计与数据检测（JCEDD），我们将 OMP 与基于最小均方误差的软连续干扰消除（SIC-MMSE）检测器相结合 [25]。

3) 我们对所提出的 DD-SRN-FMCW 和 ODDM-FMCW 信号进行了全面的性能分析。首先，给出了其峰均功率比（PAPR）互补累积分布函数（CCDF）的良好近似。

表 I 本文中使用的重要符号。

符号	含义
M, N	时延单元和多普勒单元的数量。
$a(t)$, $g(t)$	SRN脉冲和奈奎斯特脉冲。
ϵ	调频率。
$c_{(t)}$, $c_{a}(t)$	线性啁啾和 SRN滤波啁啾。
$\boldsymbol{c}$	离散啁啾序列。
$_{ex}$, $_{ce}$	分别进行线性扩展和循环扩展的信号。
$\boldsymbol{X}$	通用 ODDM 帧或 ODDM-FMCW 帧。
$\boldsymbol{X}_c$, $\boldsymbol{X}_d$	DD-SRN-FMCW 帧和 ODDM 数据帧。
ρ	啁啾数据功率比（CDPR）。

其次，我们表征了其功率谱密度（PSD），并重点说明其与线性FMCW信号的差异。此外，我们推导了DD-SRN-FMCW信号的模糊函数，以及时延与多普勒估计的克拉美´尔-罗下界（CRB），证实了其强大的感知能力。

4）我们通过仿真表明，与叠加 DDIP 的 ODDM（ODDM-DDIP）相比，所提出的 ODDM-FMCW 波形具有显著更低的峰均功率比（PAPR）。由于能够抵抗信道估计误差，ODDM-FMCW 在通信接收机处的误码率（BER）方面始终优于 ODDM-DDIP，性能接近具有完美信道状态信息（CSI）的 ODDM。此外，感知接收机可实现较低的时延与多普勒估计归一化均方根误差（NRMSE）。

符号说明：$(\cdot)^*$ 和 $(\cdot)^{\mathsf{H}}$ 分别表示复共轭和厄米转置。$[\cdot]^\dagger$ 表示伪逆。 $\boldsymbol{F}_N$ 表示归一化的 N 点离散傅里叶变换矩阵。$[\cdot]_N$表示对 N 取模。$\lfloor\cdot\rfloor$ 表示向下取整。$\delta(\cdot)$ 表示狄拉克δ函数。 $\|\boldsymbol{A}\|$ 输出矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的 2-范数。将 $\boldsymbol{A}\in\mathbb{C}^{m\times n}$ 按列堆叠进行向量化，记为 $\boldsymbol{a}=\mathrm{vec}(\boldsymbol{A})$，其逆操作为 $\mathrm{vec}^{-1}_{m\times n}(\boldsymbol{a})=\boldsymbol{A}$。$\gcd(\cdot)$ 输出最大公约数。重要符号及其定义汇总于表 I。

II. 预备知识与研究动机

本文研究图 1 所示动态环境中的通感一体化。我们考虑一台一体化感知与通信发射机，它向通信接收机发送所提出的 ODDM-FMCW 信号，同时使用同一信号，通过共址感知接收机进行单基地感知。ODDM-FMCW 帧 $\boldsymbol{X}$ 由 DD-SRN-FMCW 帧 $\boldsymbol{X}_c$ 叠加到 ODDM 数据帧 $\boldsymbol{X}_d$上构成，其中 $\boldsymbol{X}_c$ 既作为感知信号，也作为信道估计导频。采用 ODDM 发射机发送$\boldsymbol{X}$。在两个接收机处，时域接收信号 $r(t)$首先由 ODDM 接收机处理，以获得接收到的 ODDM-FMCW 帧 $\boldsymbol{Y}$。随后进行时延-多普勒啁啾压缩，以计算信道的延迟-多普勒响应 $\boldsymbol{D}$ 。对于共址感知接收机，采用 DAS算法实现超分辨率感知。对于通信接收机，采用 JCEDD算法进行数据检测。

在本节的其余部分中，我们将介绍后续各节所引入的 ODDM-FMCW系统的预备知识。

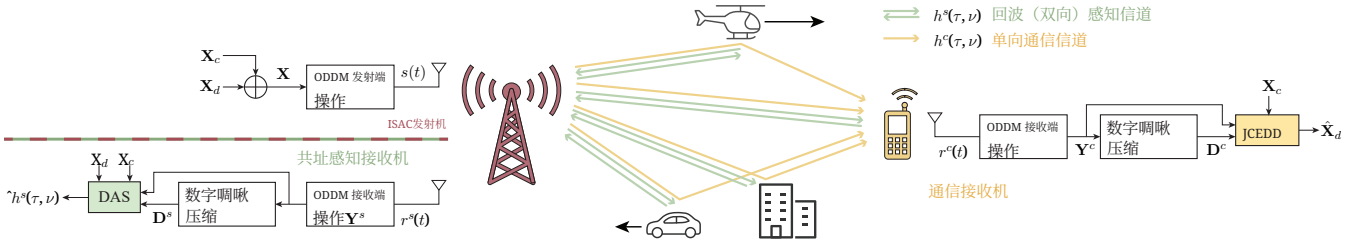


图1. 所考虑的ISAC场景。

我们首先介绍双选择性信道。接下来，详细说明ODDM调制的简化/近似实现 [7]。随后，我们回顾线性FMCW雷达波形及其拉伸处理接收机。此外，我们还将讨论啁啾压缩，这是一种应用于基于啁啾的脉冲雷达的接收机技术。最后，我们将指出将这些独立的ODDM和FMCW系统应用于通感一体化时所面临的挑战。

A. 双重选择性线性时变信道

为刻画图 1 中的信号传播，我们采用包含 P 个点散射体的双重选择性线性时变（LTV）信道模型。每个散射体具有复数路径系数 α_p、初始传播时延 τ_p和速度 v_p。我们将 v_p 定义为沿第 p条路径的传播距离变化率，由此得到时变传播时延$\dot{\tau}_p(t)=\tau_p+\frac{v_p}{c}t$，其中 c 为光速。根据 Swerling 1 目标模型和短时假设， [8], [13],α_p 和 v_p 在雷达相干处理间隔（即 ODDM 帧持续时间）内保持不变。

假设发射的带通信号 $s_{\mathrm{pb}}(t)$占用载波频率 f_c附近的 $\mathcal{B}$ 带宽。当 $\mathcal{B}\ll f_c$时，接收的带通信号可表示为[1]

$$r_{\mathrm{pb}}(t)=\sum_{p=1}^{P}\alpha_p s_{\mathrm{pb}}(t-\dot{\tau}_p(t))+z_{\mathrm{pb}}(t), \tag{1}$$

其中，$z_{\mathrm{pb}}(t)$为通带高斯噪声。

令 $s_{\mathrm{pb}}(t)=s(t)e^{j2\pi f_c t}$ 表示线性调制基带信号 $s(t)$ 的通带。代入式 (1) 得

$$r_{\mathrm{pb}}(t)=\sum_{p=1}^{P}\alpha_p s(t-\dot{\tau}_p(t))e^{j2\pi f_c(t-\tau_p)}e^{j2\pi\nu_p t}+z_{\mathrm{pb}}(t), \tag{2}$$

其中，$\nu_p=-\frac{f_c v_p}{c}$ 是第 p 条路径的多普勒频移。假设载波同步理想，且满足窄带近似 $s(t-\dot{\tau}_p(t))\approx s(t-\tau_p)$，将$r_{\mathrm{pb}}(t)$通过 $e^{-j2\pi f_c t}$ 下变频，得到

$$r(t)=\sum_{p=1}^{P}h_p s(t-\tau_p)e^{j2\pi\nu_p t}+z(t), \tag{3}$$

其中

$$h_p=\alpha_p e^{-j2\pi f_c\tau_p} \tag{4}$$

[1]尽管带通信号是实值的，但在不失一般性的前提下，我们将它们表示为解析（复）信号，以简化本文中的推导。这一处理在窄带假设 $\mathcal{B}\ll f_c$下是合理的。

是第 p条路径的基带信道系数， $z(t)$是基带复高斯噪声。我们澄清，(3)具有Bello基带线性时变信道模型 [26],的形式，该模型由DD域扩展函数表征：

$$h(\tau,\nu)=\sum_{p=1}^{P}h_p\delta(\tau-\tau_p)\delta(\nu-\nu_p). \tag{5}$$

在图 1 所示的通感一体化场景中，我们关注两种双选择性信道：回波感知信道 $h^s(\tau,\nu)$ 和单向通信信道 $h^c(\tau,\nu)$。

B. ODDM调制

ODDM 最初作为一种 DD域多载波调制方案，为双选择性信道而提出。本节将详细介绍简化/近似的 ODDM 实现 [7]。

1) ODDM发射机：考虑在标称带宽 $\mathcal{B}=\frac{M}{T}$和传输时长 NT内传输 MN个符号。ODDM 将符号 $\boldsymbol{X}\in\mathbb{C}^{M\times N}$ 排列到 DD 网格上，其时延分辨率为 $\Delta\tau=\frac{T}{M}$，多普勒分辨率为 $\Delta\nu=\frac{1}{NT}$。在发射机处，首先通过 N 点 IDFT 将 $\boldsymbol{X}$ 转换到时延-时间（DT）域，得到 $\boldsymbol{X}^{\mathrm{DT}}=\boldsymbol{X}\boldsymbol{F}_{N}$。然后，将 $\boldsymbol{X}^{\mathrm{DT}}$ 向量化，得到时域数字采样 $\boldsymbol{s}=\mathrm{vec}(\boldsymbol{X}^{\mathrm{DT}})$，其第 q 个元素记为 $s[q]$。最后，通过基于 $a(t)$ 的脉冲成形生成连续时间基带信号 $s(t)$ [7]

$$s(t)=\sum_{q=0}^{MN-1}s[q]a\left(t-q\frac{T}{M}\right), \tag{6}$$

其中，$a(t)$ 是平方根奈奎斯特（SRN）脉冲，作为 ODDM 的子脉冲。为适应最大时延扩展为 $\tau_{\max}<T$的欠扩展信道，ODDM 采用帧级循环前缀（CP），其时长为 $\tau_{\max}$。

2）ODDM接收机：在 ODDM接收机处，使用 $a(t)$ 对接收的基带信号 $r(t)$ 进行匹配滤波，并以$t=q\frac{T}{M}$对 $q\in\{0,\ldots,MN-1\}$ 进行采样，从而得到时域接收样本向量 $\boldsymbol{r}\in\mathbb{C}^{MN\times 1}$。对于式（5）中的线性时变信道，接收样本 $r[q]$ 变为 [8]

$$r[q]=\sum_{p=1}^{P}h_p\left(\sum_{d=0}^{2Q}e^{j2\pi\frac{k_p(q-l_p-d)}{MN}}g\left((d+\lfloor l_p\rfloor-l_p)\frac{T}{M}\right)\times s\left[[q-\lfloor l_p\rfloor-d]_{MN}\right]\right)+z[q], \tag{7}$$

其中，$l_p=\tau_p\frac{M}{T}$和 $k_p=\nu_p NT$分别是第 p条路径的归一化时延和多普勒频移，$g(t)=a(t)\circledast$

$a^*(t)$ 是以 $t=Q\frac{T}{M}$为中心的因果对称奈奎斯特脉冲，$z[q]\sim\mathcal{CN}\left(0、\sigma_z^2\right)$是采样噪声。$Q$ 是 $g(t)$ 实际实现时的半跨度截断长度（以符号间隔计）。我们设置 $Q=20$，使得超出 $2Q\frac{T}{M}$的脉冲支撑部分可以忽略 [7], [8], [27]。注意，l_p和 k_p 可以取分数值（非网格值）。

为将时域样本 $\boldsymbol{r}$ 转换回DD域，构造时域矩阵 $\boldsymbol{Y}_{\text{时域}}=\text{vec}_{M\times N}^{-1}(\boldsymbol{r})$。然后，执行 N点离散傅里叶变换，得到接收的DD域矩阵 $\boldsymbol{Y}=\boldsymbol{Y}_{\text{时域}}\boldsymbol{F}_N$。其中，$\boldsymbol{Y}$中第 m 个时延和第 n 个多普勒频格处的符号表示为 [8]

$$Y[m,n]=\sum_{p=1}^{P}Y_p[m,n]+Z[m,n], \tag{8}$$

其中

$$\begin{aligned}Y_p[m,n]=&h_p\sum_{d=0}^{2Q}e^{j2\pi\frac{(m-l_p-d)k_p}{MN}}g\left((d+\lfloor l_p\rfloor-l_p)\frac{T}{M}\right)\\&\times\sum_{\tilde{n}=0}^{N-1}\phi(\tilde{n}+k_p-n)\psi[m,d,\tilde{n}]X\left[\left[m-\lfloor l_p\rfloor-d\right]_M,\tilde{n}\right]\end{aligned}$$

是对应于第 p 条路径的信号分量，而$Z[m,n]\sim\mathcal{CN}(0,\sigma_z^2)$ 是延迟-多普勒域采样噪声。这里，

$$\phi(n)=\frac{1}{N}\sum_{n'=0}^{N-1}e^{j2\pi\frac{nn'}{N}}=\frac{1-e^{j2\pi n}}{N\left(1-e^{j\frac{2\pi}{N}n}\right)} \tag{9}$$

表示狄利克雷核，而

$$\psi[m,d,\tilde{n}]=\begin{cases}e^{-j2\pi\frac{\tilde{n}}{N}}, & m-\lfloor l_p\rfloor-d<0,\\1, & 0\le m-\lfloor l_p\rfloor-d\le M-1,\\e^{j2\pi\frac{\tilde{n}}{N}}, & m-\lfloor l_p\rfloor-d>M-1,\end{cases}$$

表示循环前缀引起的相位旋转。利用式 (8) 中的输入输出关系，DDIP 已成为 OTFS/ODDM 文献中最受关注的信道估计导频设计 [3], [8], [10]–[12], [28]。

C. 调频连续波雷达与伸缩处理

调频连续波雷达凭借其低复杂度和高能量效率，广泛应用于汽车应用 [13], [21]。本节回顾其信号模型，并着重说明它与传统通信系统之间的关键差异。

考虑一个包含 N 个啁啾$c(t)$、脉冲重复间隔（PRI）为 T 的带通线性调频连续波信号，其表达式为

$$s_c(t)=\sum_{n=0}^{N-1}c(t-nT). \tag{10}$$

每个啁啾 $c(t)$ 定义为

$$c(t)=\dot{c}(t)\Pi_T\left(t-\frac{T}{2}\right), \tag{11}$$

其中

$$\dot{c}(t)=e^{j2\pi\left(f_c+\frac{\epsilon}{2}t\right)t} \tag{12}$$

是一个无限时长线性调频脉冲，$\Pi_T(t)$表示持续时间为 T的矩形窗。这里，f_c 是载波频率，ϵ 是调频率。$c(t)$的瞬时频率为$\frac{d}{dt}\arg(c(t))=f_c+\epsilon t$，总带宽为 $\mathcal{B}=\epsilon T$。正如第 V-B 节将展示的，$s_c(t)$与通信信号相比具有显著不同的频谱特性。

考虑第 II-A 节中式（1）所描述的带通信道时，接收到的调频连续波信号为

$$r_c(t)=\sum_{p=1}^{P}\alpha_p\sum_{n}^{N-1}c(t-nT-\tau_p)e^{j2\pi\nu_p t}+z_{\text{pb}}(t). \tag{13}$$

为获得 $r_c(t)$ 的信道延迟-多普勒响应，调频连续波雷达接收机采用伸缩处理（也称为去啁啾） [13], [21], [29]。具体而言，将 $r_c(t)$ 与 $s_c(t)$ 混频，得到拍频信号 $r_b(t)=s_c(t)r_c^*(t)$。然后，以间隔 $\frac{T}{M}$ 对 $r_b(t)$ 进行采样并重塑，形成雷达数据矩阵 $\boldsymbol{R}_b\in\mathbb{C}^{M\times N}$，表示为

$$\begin{aligned}R_b[m,n]&=r_b\left(nT+m\frac{T}{M}\right)\\&=\begin{cases}\sum_{p=1}^{P}h_p'R_{b,p}[m,n], & m\frac{T}{M}\ge\tau_p,\\\sum_{p=1}^{P}h_p'R_{b,p}[m,n]e^{j2\pi\epsilon T\tau_p}, & \text{otherwise},\end{cases}\end{aligned} \tag{14}$$

其中

$$h_p'=\alpha_p e^{j2\pi\tau_p(f_c-\frac{\epsilon}{2}\tau_p)} \tag{15}$$

是第 p 条路径的信道系数，且

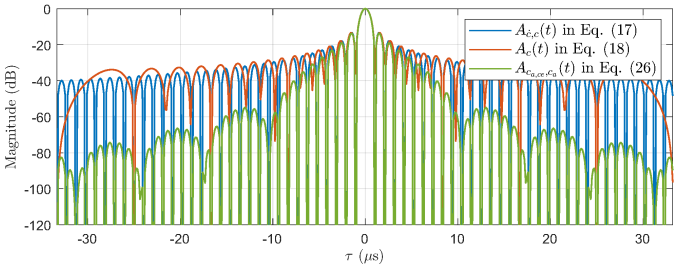
$$R_{b,p}[m,n]=\underbrace{e^{j2\pi\frac{T}{M}(\epsilon\tau_p-\nu_p)m}}_{\text{fast-time varying}}\underbrace{e^{-j2\pi T\nu_p n}}_{\text{slow-time varying}} \tag{16}$$

是相应的快慢时间响应。[2] 最后，通过二维离散傅里叶变换得到信道延迟-多普勒响应，记为 $\boldsymbol{D}_b=\boldsymbol{F}_M\boldsymbol{R}_b\boldsymbol{F}_N$。

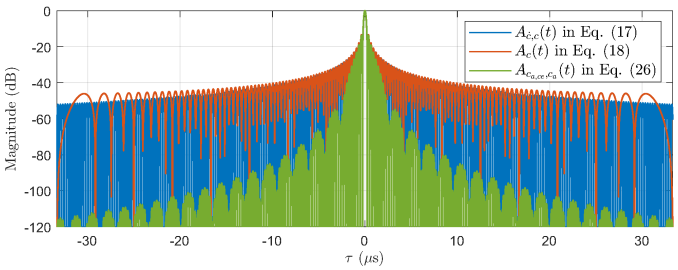
通过考察式（16）可以推知，$R_{b,\ p}[m,n]$ 的快时间分量和慢时间分量将分别表现为以 $\tau_p-\frac{\nu_p}{\epsilon}$ 和 ν_p 为中心的可分离 sinc 轮廓，位于 $\boldsymbol{D}_b$ 中。慢时间 sinc 直接对应于多普勒频移ν_p。然而，快时间 sinc 给出的是 $\tau_p-\frac{\nu_p}{\epsilon}$，即受多普勒频移影响而失真的真实时延 τ_p。这种现象称为距离-多普勒耦合 [13], [29]。此外，式（14）第二种情况中的额外项 $e^{j2\pi\epsilon T\tau_p}$ 会导致相位不连续，从而产生距离偏斜效应 [13]。当分配的时间（T）和带宽（$\mathcal{B}$）相对有限时，这些问题会更加显著，从而限制调频连续波雷达在典型通信约束下的性能。

从通感一体化的角度来看，通信接收机需要式 (4) 中的基带信道系数 h_p 进行符号检测，其相位随 τ_p线性变化。相比之下，式 (15) 中的调频连续波信道系数 h_p' 包含一个不同的相位项，该相位项与 τ_p^2成正比。因此，使用调频连续波雷达进行基带信道估计，需要将 h_p' 非线性转换为 h_p，这可能会放大信道估计误差。

[2]“快时间”和“慢时间”遵循雷达术语，其中“快时间”指一个脉冲重复间隔内的采样，“慢时间”指跨脉冲重复间隔的变化 [13]。它们与正交时频空间调制/ODDM中的时延和时间概念相对应。



(a) $T\mathcal{B} = 64$。



(b) $T\mathcal{B} = 256$。

Fig. 2. 啁啾的时延模糊（啁啾压缩输出） ps.

D. 基于啁啾的脉冲雷达与啁啾压缩

脉冲压缩是脉冲雷达常用的接收机技术。当使用啁啾信号作为雷达脉冲时，它也称为啁啾压缩 [29]。本文研究啁啾压缩，因为它与正交时频空间调制/ODDM以及单载波（SC）系统接收机中的匹配滤波操作具有相似性。

啁啾压缩利用了式（11）中的啁啾信号 $c(t)$ 的自相关会产生类 sinc 脉冲这一特性。为理解这一点，我们首先考察理想的啁啾压缩输出，该输出由式（12）中的无限时长啁啾 $\dot{c}(t)$ 与式（11）中的有限时长啁啾 $c(t)$ 的互相关给出

$$\begin{aligned} A_{\dot{c},c}(\tau) &\triangleq \int_{-\infty}^{\infty} \dot{c}(t)c^*(t-\tau)dt = e^{j2\pi(f_c-\frac{\epsilon}{2}\tau)\tau}\int_0^T e^{j2\pi\epsilon\tau t}dt \\ &= Te^{j2\pi(f_c-\frac{\epsilon}{2}\tau)\tau}e^{j\pi\epsilon\tau T}\,\mathrm{sinc}(\epsilon T\tau), \end{aligned} \tag{17}$$

这本质上是啁啾信号的理想时延模糊函数。由于 (17) 是关于时延的 sinc 型函数，其尖锐的主瓣使时延估计十分直接。

然而，$A_{\dot{c},\,c}(\tau)$假设采用理想的无限时长啁啾 $\dot{c}(t)$。在实际应用中，有限时长啁啾会出现脉冲退化，尤其是在时宽带宽积 $T\mathcal{B}$ 受限时。为说明这一点，下面考虑 $c(t)$ 的自相关，写作

$$\begin{aligned} A_c(\tau) &\triangleq \int_{-\infty}^{\infty} c(t)c^*(t-\tau)dt \\ &= e^{j2\pi(f_c-\frac{\epsilon}{2}\tau)\tau}\int_{\max(0,\tau)}^{\min(T,T+\tau)} e^{j2\pi\epsilon\tau t}dt. \end{aligned} \tag{18}$$

图 2 使用第六节中的参数对比了 $A_{\dot{c},\,c}(\tau)$（蓝色曲线）和 $A_c(\tau)$（橙色曲线）（绿色曲线将在第三节-A 中讨论）。与理想的 $A_{\dot{c},\,c}(\tau)$ 相比，$A_c(\tau)$ 的旁瓣底更高、更宽，且在 $T\mathcal{B}$ 较低时这一现象更加明显。这直接源于积分限依赖于 τ，见式 (18)；在频域中，这对应于经典的菲涅耳波纹 [30]。此外，$A_c(\tau)$ 没有闭式表达式，这妨碍了超分辨率感知。最重要的是，$A_c(\tau)$ 的零点与 sinc 函数的零点不对齐。也就是说，可能无法满足奈奎斯特码间干扰准则，这使通感一体化场景中感知与通信信号之间的相互干扰变得复杂。

E. 挑战与动机

第 II-B 节讨论的 ODDM 系统旨在双重选择性信道中进行数据传输。尽管广泛采用的 DDIP 在信道估计和感知性能方面展现出良好前景 [10], [12], [28], ，但其峰均功率比高、能量效率低。相比之下，第II-C节中的 FMCW波形具有单位峰均功率比的感知能力，但在与通信系统集成时面临诸多挑战，包括距离-多普勒耦合、距离偏斜和误差放大。此外，通带FMCW系统可能无法与基带调制系统直接兼容。

第II-D节所述的啁啾压缩方法为解决这些挑战提供了一种潜在方案。具体而言，啁啾压缩将每个啁啾视为一个独立的雷达脉冲，因此与正交时频空间调制/ODDM和SC等基于脉冲的调制方案更加契合。然而，这也带来了新的难题，包括明显的旁瓣、缺乏闭式表达式以及违反奈奎斯特码间干扰准则。这些局限性促使我们在下一节提出DD-SRN-FMCW感知波形。

III. 从线性FMCW到DD-SRN-FMCW

本节提出DD-SRN-FMCW波形，以克服第II-E节指出的线性FMCW在通感一体化应用中的局限性。我们首先设计一种SRN滤波啁啾，随后构建包含多个啁啾的SRN-FMCW波形。最后，我们介绍DD-SRN-FMCW，以实现与ODDM框架的兼容。

A. 采用啁啾压缩的SRN滤波啁啾

如 II-D 节所述，式 (17) 中的 sinc型时延模糊函数$A_{\dot{c},\,c}(\tau)$ 无法通过实际的有限时长啁啾 $c(t)$ 实现。不过，我们注意到，通过发射扩展啁啾信号，可以局部实现 sinc型时延模糊函数，例如：

$$c_{ex}(t) = \begin{cases} \dot{c}(t), & t \in (-\tau_{\max}, T+\tau_{\max}), \\ 0, & \text{otherwise}. \end{cases} \tag{19}$$

于是，$c_{ex}(t)$ 与 $c(t)$ 的互相关为$A_{c_{ex},\,c}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} c_{ex}(t)c^*(t-\tau)dt$，满足 $A_{c_{ex},\,c}(\tau) = A_{\dot{c},\,c}(\tau)$，其中时延为 $\tau \in (-\tau_{\max}, \tau_{\max})$。也就是说，在有限的时延区间内可以避免菲涅耳波纹旁瓣。

然而，与 $c(t)$ 相比，$c_{ex}(t)$ 在时域和频域上的延展范围都更大，需要占用更多频谱资源，才能支持具有较大时延扩展的色散信道。因此，我们现在利用采样定理来减少传输

开销。首先，我们以 $t = m\frac{T}{M}$ 的频率对 $\dot{c}(t)$ 进行采样，得到离散啁啾序列

$$\dot{c}[m] = e^{j2\pi\left(\frac{f_c T}{M}m + \frac{\epsilon T^2}{2M^2}m^2\right)}. \tag{20}$$

受式 (17) 中 sinc 型时延模糊的启发，我们针对 $\dot{c}[m]$ 建立如下引理：

引理 1. 若 $\frac{\epsilon T^2}{M} \in \mathbb{Z}$ 且 $\gcd\left(\frac{\epsilon T^2}{M}, M\right) = 1$，则 $\dot{c}[m]$ 满足零线性自相关（ZLA）性质：

$$\sum_{m=0}^{M-1} \dot{c}[m]\dot{c}^*[m+\zeta] = M\delta[\zeta], \tag{21}$$

对于 $\zeta \in \mathbb{Z}$。

证明：证明见附录 A。 ■

根据引理 1 中的零线性自相关（ZLA）性质，线性啁啾 $\dot{c}(t)$ 的线性扩展要求可放宽为对离散啁啾序列 $\dot{c}[m]$ 进行线性扩展，从而避免带宽上的传输开销。基于引理 1，我们进一步通过建立如下命题，将线性扩展要求放宽为循环扩展。

命题1. 当满足以下三个条件时：(a) $\frac{\epsilon T^2}{M} \in \mathbb{Z}$，(b) $\gcd\left(\frac{\epsilon T^2}{M}, M\right) = 1$，且 (c) $f_c T + \frac{\epsilon T^2}{2} \in \mathbb{Z}$，离散啁啾序列 $c[m] = \dot{c}[m],\ \forall m \in \{0, \ldots, M-1\}$ 满足零循环自相关（ZCA）性质：

$$\sum_{m=0}^{M-1} c[m]c^*\left[[m+\zeta]_M\right] = M\delta\left[[\zeta]_M\right], \tag{22}$$

对于 $\zeta \in \mathbb{Z}$。

证明：证明见附录 B。 ■

命题1表明，通过添加循环前缀（CP）和循环后缀（CS），离散啁啾序列$c[m]$ 可以满足式 (22) 中的 ZCA 性质。虽然本节讨论的是单个啁啾，但将线性扩展限制为循环扩展对啁啾序列最为有用，因为其中每个啁啾都可以自然地复用相邻啁啾作为 CP 和 CS。下一小节将构造一种多啁啾波形，利用 ZCA 性质降低时间上的传输开销。

注 1. 大多数通信系统都可以通过卷积运算进行描述，其中信道响应和调制脉冲均为严格因果的，因此可以省略循环后缀。然而，啁啾压缩依赖于相关运算，而相关运算是一种非因果运算。因此，需要长度为 M 的循环后缀来容纳这种非因果性。

通过检视命题1中的条件，我们可以得到适用于所有偶数 M 的一组平凡啁啾参数，即 $f_c = 0$和 $\epsilon = \frac{M}{T^2}$。有趣的是，将这些参数代回式（10）中的线性FMCW信号 $s_c(t)$ 后，其时延分辨率为 $\Delta\tau = \frac{T}{M}$，多普勒分辨率为 $\Delta\nu = \frac{1}{NT}$，这与第 II-B 节中讨论的 ODDM 信号的 DD 分辨率相匹配。将这些参数代入（20），可得到以下推论。

推论1。离散啁啾序列 $\boldsymbol{c} \in \mathbb{C}^{M\times 1}$ 的第 m 个元素为

$$c[m] = e^{j\pi\frac{m^2}{M}}, m \in \{0, \ldots, M-1\}, \tag{23}$$

对于所有偶数 M，在（22）中具有 ZCA性质。

随后，我们使用 $\boldsymbol{c}$ 构造 SRN滤波啁啾

$$c_a(t) = \sum_{m=0}^{M-1} c[m]a\left(t - m\frac{T}{M}\right). \tag{24}$$

通过使用 SRN脉冲 $a(t)$，$c_a(t)$ 可自然地与包括 ODDM 在内的基带调制方案兼容。关于与 ODDM 集成的更多细节将在第三节-C中讨论。另一方面，根据命题1中的 ZCA性质，我们可以对 $c_a(t)$ 进行循环扩展，以获得时延模糊函数的简洁形式。因此，我们构造循环扩展的SRN滤波啁啾如下

$$c_{a,ce}(t) = \sum_{n=-1}^{1} c_a(t - nT), \tag{25}$$

其中附加了循环前缀 $c_a(t+T)$ 和循环后缀 $c_a(t-T)$。然后，计算 $c_{a,ce}(t)$ 与 $c_a(t)$ 之间的互相关，得到

$$\begin{aligned} A_{c_{a,ce},c_a}(\tau) &\triangleq \int_{-\infty}^{\infty} c_{a,ce}(t)c_a^*(t-\tau)dt \\ &= M\int_{-\infty}^{\infty} a(t)a^*(t-\tau)dt = Mg(\tau), \end{aligned} \tag{26}$$

对于时延偏移 $\tau \in (-T, T)$。也就是说，$c_a(t)$ 的时延模糊函数形状与奈奎斯特脉冲 $g(\tau)$ 相同。

图 2 绘出了 $A_{c_a}(\tau)$ 的一个示例（绿色曲线），其中我们对 $a(t)$ 使用平方根升余弦（SRRC）脉冲。与实际线性啁啾的 $A_c(\tau)$ 相比，$A_{c_a}(\tau)$ 通过使用 SRRC 脉冲显著降低了旁瓣。此外，$g(\tau)$ 自然满足奈奎斯特码间干扰准则，有利于 ISAC波形设计。

B. SRN滤波FMCW

为进一步获得多普勒分辨率，我们使用 $c_a(t)$ 作为雷达脉冲，并将基带SRN-FMCW信号定义为

$$s_{c_a}(t) = \sum_{n=0}^{N-1} c_a(t - nT). \tag{27}$$

值得注意的是，$s_{c_a}(t)$ 可视为占空比为 100% 的脉冲多普勒雷达信号。除第一个（$n = 0$）和最后一个（$n = N-1$）SRN滤波啁啾脉冲外，第（$n-1$）个和第（$n+1$）个脉冲自然构成第 n 个脉冲 $c_a(t - nT)$ 的循环扩展。因此，只需逐帧循环后缀和循环前缀，即可得到

$$s_{c_a,ce}(t) = \sum_{n=-1}^{N} c_a(t - nT). \tag{28}$$

图 3 中间部分给出了包含循环前缀和循环后缀的 SRN-FMCW 信号发射序列示例 $s_{c_a,\ ce}(t)$，其中 $l_{\max} \geq \tau_{\max}\frac{M}{T}$ 为循环前缀长度。绿色矩形表示随机ODDM数据符号，而

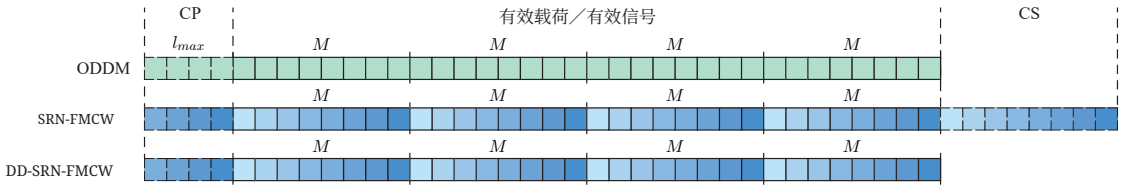


图 3. 时域发射序列：ODDM、SRN-FMCW 和 DD-SRN-FMCW。（$M=8, N=4$）

不同深浅的蓝色矩形表示具有确定性相位扫描的离散啁啾序列。

现在，我们演示如何使用 SRN-FMCW 获得双选择性信道的延迟-多普勒响应。将（27）代入（3），接收到的 SRN-FMCW 信号可表示为

$$r_{c_a}(t)=\sum_{p=1}^{P}h_p\sum_{n=-1}^{N}c_a(t-\tau_p-nT)e^{j2\pi\nu_p(t-\tau_p)}+z(t). \quad (29)$$

随后，对 $r_{c_a}(t)$ 执行基于 $c_a(t)$ 的啁啾压缩。经过临界采样和重塑后，得到雷达数据矩阵$\boldsymbol{R}_{c_a}\in\mathbb{C}^{M\times N}$，其包含 M 个快时间单元和 N 个慢时间单元，其中第（m，n）个元素为

$$R_{c_a}[m,n]=\sum_{p=0}^{P-1}h_p e^{j2\pi\frac{k_p n}{N}}\sum_{d=0}^{2Q}g\left((d+\lfloor l_p\rfloor-l_p)\frac{T}{M}\right)\times\sum_{\tilde{m}=0}^{M-1}e^{j2\pi\frac{(\tilde{m}-l_p-d)k_p}{MN}}c\big[[\tilde{m}-m]_M\big]c\big[[\tilde{m}-\lfloor l_p\rfloor-d]_M\big], \quad (30)$$

这本质上是信道的快慢时间响应。最后，按行进行离散傅里叶变换以计算信道延迟-多普勒响应：$\boldsymbol{D}_{c_a}=\boldsymbol{R}_{c_a}\boldsymbol{F}_N$，其第（$\dot{m}$，$n$）个元素为

$$D_{c_a}[\dot{m},n]=\sum_{p=1}^{P}h_p\phi(k_p-n)\sum_{d=0}^{2Q}g\left((d+\lfloor l_p\rfloor-l_p)\frac{T}{M}\right)\times\sum_{m=0}^{M-1}e^{j2\pi\frac{(m-l_p-d)k_p}{MN}}c\big[[\tilde{m}-\dot{m}]_M\big]c\big[[\tilde{m}-\lfloor l_p\rfloor-d]_M\big]. \quad (31)$$

检查式（31）可知，每条路径的响应在时延上呈现奈奎斯特形状的轮廓 $g(\cdot)$，在多普勒上呈现狄利克雷核形状的轮廓 $\phi(\cdot)$。

C. 时延-多普勒域嵌入式 SRN滤波FMCW

本节介绍 DD-SRN-FMCW，这是 SRN-FMCW 的一种高效时延-多普勒域实现，可实现与 ODDM 的兼容。我们注意到，式（27）中的 SRN-FMCW 信号 $s_{c_a}(t)$ 等效于 ODDM帧 $\boldsymbol{X}_c\in\mathbb{C}^{M\times N}$ 的时域表示，其第（m，n）个符号为

$$X_c[m,n]=\begin{cases}\sqrt{NE_c}c[m], & n=0,\\ 0, & \text{otherwise},\end{cases} \quad (32)$$

其中，我们引入 $E_c=\mathbb{E}_t\left[s_{c_a}(t)\right]$ 来表示时域啁啾功率。也就是说，式 (27) 中的 $s_{c_a}(t)$ 可通过按照式 (32) 在 DD 域中嵌入符号生成，然后执行第 II-B1 节中的 ODDM发射机操作。我们将 $\boldsymbol{X}_c$ 称为 DD-SRN-FMCW帧。

为进一步将 DD-SRN-FMCW 与 ODDM接收机相结合，我们现在引入时延-多普勒啁啾压缩。令 $\boldsymbol{Y}_c\in\mathbb{C}^{M\times N}$ 表示经过ODDM发射机、信道和接收机操作后的接收 DD-SRN-FMCW帧。将式 (32) 代入式 (8)， $\boldsymbol{Y}_c$ 的第 (m,n) 个元素为

$$Y_c[m,n]=\sum_{p=1}^{P}h_p\phi(k_p-n)\sum_{d=0}^{2Q}e^{j2\pi\frac{(m-l_p-d)k_p}{MN}}\times g\left((d+\lfloor l_p\rfloor-l_p)\frac{T}{M}\right)c\left[[m-\lfloor l_p\rfloor-d]_M\right]. \quad (33)$$

然后，在DD域中执行啁啾压缩，得到

$$D_c[\dot{m},n]\triangleq\sum_{m=0}^{M-1}c\big[[m-\dot{m}]_M\big]Y_c[m,n]. \quad (34)$$

直接代数运算可得，(34)可化简为(31)，从而得到相同的延迟-多普勒响应表达式。

与第三节-B中基于直接 $c_a(t)$的啁啾压缩相比，通过(33)和(34)实现的时延-多普勒啁啾压缩可分解为两个级联阶段：首先使用SRN脉冲 $a(t)$进行匹配滤波，然后与离散啁啾序列 $\boldsymbol{c}$进行相关。由于第一阶段属于ODDM接收机操作的一部分，因此可直接利用ODDM接收机实现时延-多普勒啁啾压缩，随后接入一个 M点相关器。

此外，由于相关步骤是在DD域中执行的，我们可以利用时延-多普勒准周期性：当不存在多普勒频移时（$k_p=0$），如式(8)所示，来自 $n=0$多普勒列的样本沿时延维呈周期性。由于 $\boldsymbol{c}$ 的循环性得到保证，我们可以在DD-SRN-FMCW中省去时域循环后缀，以更好地与ODDM对齐。从DD导频设计的角度来看，这也意味着无需专门的循环扩展即可利用 $\boldsymbol{c}$ 的循环正交性，这使得DD-SRN-FMCW不同于其他基于正交序列的导频 [15], [17]–[19]。图3对比了ODDM、SRN-FMCW和DD-SRN-FMCW的发射序列。DD-SRN-FMCW仅需要一个循环前缀，并与ODDM帧结构相匹配。

IV. 面向通感一体化的所提 ODDM-FMCW 系统

本节提出用于通感一体化的 ODDM-FMCW。首先，我们将 DD-SRN-FMCW 嵌入 ODDM 帧中，并与数据符号一起构成 ODDM-FMCW 波形。然后，讨论接收机信号处理方案。

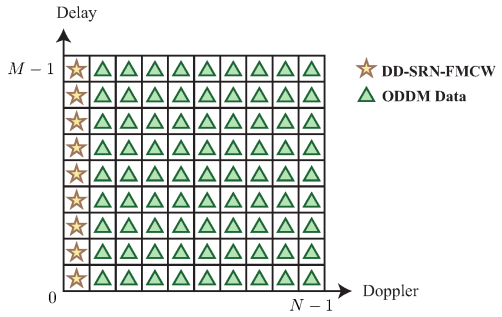


图 4. ODDM-FMCW信号的DD帧结构。

A. ODDM-FMCW波形

为支持图 1 中的 ISAC 运行，ODDM-FMCW 帧 $\boldsymbol{X}$ 通过将 DD-SRN-FMCW 帧 $\boldsymbol{X}_c$ 叠加到 ODDM 数据帧 $\boldsymbol{X}_d \in \mathcal{A}^{M\times N}$上构成，即

$$\boldsymbol{X} = \boldsymbol{X}_c + \boldsymbol{X}_d, \tag{35}$$

其中，$\boldsymbol{X}_d$ 的每个元素均取自用于数据调制的星座集 $\mathcal{A}$ 。图 4 展示了 ODDM-FMCW 帧结构。根据(32)，$n=0$ 多普勒列由 $\boldsymbol{X}_c$占用，用作信道估计和感知的导频。其余列填充数据符号 $\boldsymbol{X}_d$，用于通信。DD-SRN-FMCW符号与ODDM数据符号之间不设置保护间隔，以避免频谱效率损失。

鉴于DD域与时域之间的线性变换，(35)对应一个时域叠加信号

$$s(t) = s_{c_a}(t) + s_d(t), \tag{36}$$

其中，$s_{c_a}(t)$为DD-SRN-FMCW信号，$s_d(t)$为ODDM数据信号。我们将啁啾数据功率比（CDPR）定义为 $\rho = E_c/E_s$，其中啁啾功率为 $E_c = \mathbb{E}_t\left[s_{c_a}(t)\right]$，数据功率为 $E_s = \mathbb{E}_t\left[s_d(t)\right]$。通过调节 ρ，可以在感知精度与通信误码率之间进行权衡。

在 $\boldsymbol{X}$ 上执行 ODDM发射机操作，以生成基带ODDM-FMCW信号。信号经过 ISAC信道传播并执行ODDM接收机操作后，根据式 (8) 得到接收帧 $\boldsymbol{Y}$ 。由于未采用保护间隔，共址感知接收机和通信接收机均采用迭代干扰消除。对于共址感知接收机，使用DAS算法实现超分辨率感知；对于通信接收机，使用JCEDD算法进行数据检测。以下各节将依次详细介绍这些算法。

B. 共址感知接收机处的数据辅助感知

共址感知接收机执行DAS，以估计信道路径的DD参数。我们通过网格演化改进OMP算法 [24]，实现低复杂度超分辨率感知。该算法依次估计路径 $p \in \{1,\ldots,P_{\max}\}$的参数 $\left\{\hat{h}_p、\hat{l}_p、\hat{k}_p\right\}$，其中 $P_{\max}$为预定义的最大路径数，网格演化作为内循环执行，以细化DD 分辨率。从接收信号中减去先前估计路径的信号分量，以消除其干扰。

令 $\Delta\boldsymbol{Y}_p$ 表示第 p 条路径估计之前的路径消除残差，其计算方式为

$$\Delta\boldsymbol{Y}_p = \boldsymbol{Y} - \sum_{p'=1}^{p-1} \hat{h}_{p'}\boldsymbol{a}\left(\hat{l}_{p'},\hat{k}_{p'}\right). \tag{37}$$

在估计第一条路径之前，我们有 $\Delta\boldsymbol{Y}_1 = \boldsymbol{Y}$。由于DD-SRN-FMCW分量具有较高的处理增益，可将 $\Delta\boldsymbol{Y}_p$代入式 (34)，计算残差DDR $\Delta\boldsymbol{D}_p$。 $\Delta\boldsymbol{D}_p$ 中的最高响应给出整数DD偏移 $\left\{\hat{l}_p^{(0)}、\hat{k}_p^{(0)}\right\}$。随后，我们在虚拟网格 Λ 上执行正交匹配追踪，并逐步提高DD分辨率。具体而言，在第 ℓ 次网格演化中，执行如下匹配追踪操作：

$$\underset{\hat{l}_p^{(\ell)},\hat{k}_p^{(\ell)}\in\Lambda^{(\ell)}}{\arg\max} \frac{\left|\boldsymbol{a}\left(\hat{l}_p^{(\ell)},\hat{k}_p^{(\ell)}\right)^{\mathsf{H}}\mathrm{vec}\left(\Delta\boldsymbol{Y}_p\right)\right|^2}{\left\|\boldsymbol{a}\left(\hat{l}_p^{(\ell)},\hat{k}_p^{(\ell)}\right)\right\|^2}, \tag{38}$$

其中，$\boldsymbol{a}\left(\hat{l}_p、\hat{k}_p\right)\in\mathbb{C}^{MN\times 1}$表示原子，即由时延为 l_p 、多普勒为$\hat{}$ k_p的单位增益路径产生的无噪声响应，按式（33）计算。第ℓ次演化的虚拟网格 $\Lambda^{(\ell)}$ 定义为以最近一次演化所得的估计值 $\left\{\hat{l}_p^{(\ell-1)}、\hat{k}_p^{(\ell-1)}\right\}$ 为中心，且 DD 分辨率减半。虚拟网格 $\mathcal{L}$ 次演化后，最终估计值$\left\{\hat{l}_p、\hat{k}_p\right\} = \left\{\hat{l}_p^{(\mathcal{L})}、\hat{k}_p^{(\mathcal{L})}\right\}$ 位于精细化的 DD 网格 $\Lambda^{(\mathcal{L})}$ 上，其网格间距缩小至原来的 $2^{-\mathcal{L}}$倍。

通过网格演化细化第 p条路径的 DD 估计值后，利用最小二乘法 [24]更新所有先前估计路径的系数：

$$\left[\hat{h}_1,\ldots,\hat{h}_p\right]^{\mathsf{T}} = \left[\boldsymbol{a}\left(\hat{l}_1^{(\mathcal{L})},\hat{k}_1^{(\mathcal{L})}\right),\ldots,\boldsymbol{a}\left(\hat{l}_p^{(\mathcal{L})},\hat{k}_p^{(\mathcal{L})}\right)\right]^{\dagger}\mathrm{vec}\left(\boldsymbol{Y}\right). \tag{39}$$

逐次路径估计持续进行，直到达到 $P_{\max}$ 或 $\|\Delta\boldsymbol{Y}_p\|^2$ 停止减小为止；我们将得到的估计路径数记为 $P \le P_{\max}$。带网格演化的 OMP算法总结于算法 1 中。

上述 OMP算法将叠加数据信号视为噪声。然而，由于共址感知接收机已知数据符号，因此可以利用估计得到的信道参数，通过式（33）计算 $\boldsymbol{X}_d$ 的信道失真分量，并将其从 $\boldsymbol{Y}$ 中减去，以减小数据造成的干扰。随后，再次采用带路径消除的正交匹配追踪，以获得更准确的DD估计值。该过程通过迭代逐步细化估计结果，如算法 2 所总结。

在此，我们推导DAS算法的复杂度阶。该算法通过迭代消除数据分量，并经由基于 OMP 的子程序细化信道参数来运行。在每次DAS迭代中，基于 OMP 的子程序逐路径估计信道参数。对于每条路径，粗时延和多普勒估计首先通过

算法 1 网格演化正交匹配追踪

输入： $\boldsymbol{Y}$、$\boldsymbol{c}$、$P_{\max}$。
初始化： $p \leftarrow 0$。
重复
  $p \leftarrow p+1$。
  由（37）得到 $\Delta \boldsymbol{Y}_p$。
  将 $\Delta \boldsymbol{Y}_p$ 代入（34），得到 $\Delta \boldsymbol{D}_p$。
  根据 $\Delta \boldsymbol{D}_p$ 中响应最高的位置，得到 $\left\{\hat{l}_p^{(0)}, \hat{k}_p^{(0)}\right\}$。
  对于 $\ell = 1, \ldots, \mathcal{L}$ **do**
    根据 $\left\{\hat{l}_p^{(\ell-1)}, \hat{k}_p^{(\ell-1)}\right\}$ 构造 Λ^{ℓ}。
    根据式（38）得到 $\left\{\hat{l}_p^{(\ell)}, \hat{k}_p^{(\ell)}\right\}$。
  结束循环
  $\hat{l}_p \leftarrow \hat{l}_p^{(\mathcal{L})}$，$\hat{k}_p \leftarrow \hat{k}_p^{(\mathcal{L})}$。
  根据式（39）更新 $\left\{\hat{h}_1, \ldots, \hat{h}_p\right\}$。
直到 $p = P_{\max}$ 或 $\|\Delta \boldsymbol{Y}_{p+1}\|^2 \geq \|\Delta \boldsymbol{Y}_p\|^2$。
输出 $\hat{P}$。 $\left\{\hat{h}_p, \hat{l}_p, \hat{k}_p\right\}$，用于 $p \in \{1, \ldots, \hat{P}\}$。

算法 2 数据辅助感知

输入： $\boldsymbol{Y}, \boldsymbol{c}, \boldsymbol{X}_d, P_{\max}$。
初始化： $\hat{\boldsymbol{Y}}_c \leftarrow \boldsymbol{Y}$。
</style}对于 $i = 1, \ldots, I_{\text{DAS}}$，执行
  $i \leftarrow i+1$。
  通过应用算法 1 来估计信道 $\hat{\boldsymbol{Y}}_c$。
  估计 将 $\boldsymbol{X}_d$ 代入式 (8)，以求得 $\boldsymbol{Y}_d$。
  $\hat{\boldsymbol{Y}}_c \leftarrow \boldsymbol{Y} - \hat{\boldsymbol{Y}}_d$。
结束循环 $\left\{\hat{h}_p, \hat{l}_p, \hat{k}_p\right\}$，用于 $p \in \{1, \ldots, \hat{P}\}$。

定位残差DDR $\Delta \boldsymbol{D}_p$ 在(34)中的最大值来获得。式(34)中的循环相关具有高效的基于FFT的实现，其复杂度为 $\mathcal{O}(NM\log_2 M)$。随后，按(38)执行匹配追踪以细化估计，网格演化 $\mathcal{L}$ 次，产生的复杂度为 $\mathcal{O}(\mathcal{L}MN)$。在估计出第 p 条路径的时延和多普勒后，前 p条路径的系数依据(39)更新，复杂度为 $\mathcal{O}(p^3 + MNp^2)$，对所有$\hat{P}$条路径求和为 $\mathcal{O}(\hat{P}^4 + MN\hat{P}^3)$。因此，所提出的DAS算法的总复杂度为 $\mathcal{O}\left(I_{\text{DAS}}\left(\hat{P}NM(\log_2 M + \mathcal{L} + \hat{P}^2) + \hat{P}^4\right)\right)$。值得注意的是，在稀疏双选择性信道中，$\hat{P}$通常较小。基于延迟-多普勒响应的粗估计显著缩小了候选原子字典，而随后的网格演化则动态细化这一紧凑字典，从而在不引入过高计算复杂度的情况下实现较高的估计精度。

C. 通信接收机处的联合信道估计与数据检测

由于通信接收机不知道 $\boldsymbol{X}_d$ 和 CSI，我们将改进的OMP算法与软SIC-MMSE检测器相结合来执行 JCEDD [25],；与消息传递和迭代最大比合并等其他常用检测器相比，该检测器的误码率更低 [11]。

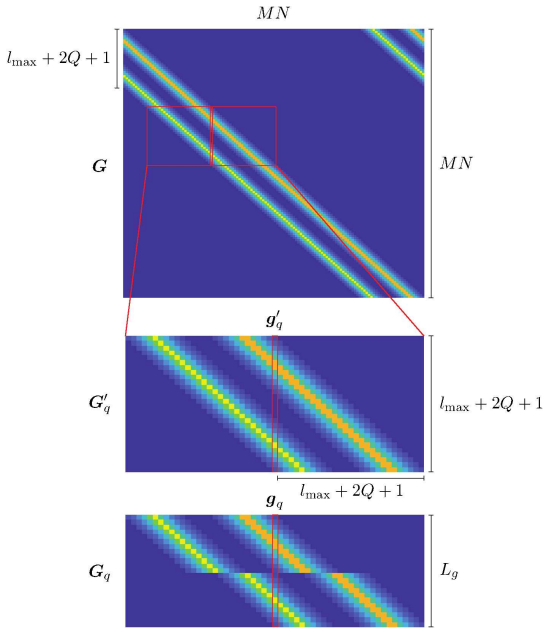


图5. SIC-MMSE 子信道矩阵的构造。

我们首先简要介绍假设 CSI 完美的软SIC-MMSE检测器。该检测器利用子信道矩阵进行低复杂度 MMSE 均衡。在原始 SIC-MMSE算法 [25], 中，每个时域采样 $s[q]$ 都关联一个定长扩频向量 $\boldsymbol{g}'_q \in \mathbb{C}^{(l_{\max}+2Q+1)}$，以捕获其信道响应。然后，围绕 $\boldsymbol{g}'_q$ 构造一个子信道矩阵 $\boldsymbol{G}'_q \in \mathbb{C}^{(l_{\max}+2Q+1)\times(2l_{\max}+4Q+3)}$，以覆盖与 $s[q]$ 及干扰采样相关的信道响应。$\boldsymbol{g}'_q$、$\boldsymbol{G}'_q$与完整信道矩阵 $\boldsymbol{G}$ 之间的关系如图5上方的两幅图所示。

本文采用一种改进的子信道矩阵构造方法，以自适应地减小 $\boldsymbol{G}'_q$的尺寸。具体而言，我们将 $\boldsymbol{g}'_q$ 中的零元素折叠起来，得到稠密扩频向量 $\boldsymbol{g}_q \in \mathbb{C}^{L_g}$，其中 $L_g \leq \min\{l_{\max}+2Q+1, P(2Q+1)\}$ 是一个常数，表示 $\boldsymbol{g}'_q$中的非零元素数量。相应的子信道矩阵 $\boldsymbol{G}_q \in \mathbb{C}^{L_g\times(2l_{\max}+4Q+3)}$ 构造为高度为 L_g。图5下方的图示说明了这一修改。可以推知，对于时延扩展较大的稀疏信道，尺寸缩减至 L_g 的效果尤为显著，而这正是我们的通感一体化模型所考虑的情形。

基于 $\boldsymbol{G}_q$，我们可以为每个 $s[q]$ 定义一个子输入输出关系，仅包含 $s[q]$ 自身的信道失真分量和干扰采样，从而使用较小的子信道矩阵进行MMSE均衡。在实际实现中，采用干扰消除来高效地表示子输入输出关系 [25]。令 $\Delta \boldsymbol{r} = \boldsymbol{r} - \boldsymbol{G}\hat{\boldsymbol{s}}$表示残余干扰与噪声向量，其中$\hat{\boldsymbol{s}}$是发射序列 $\boldsymbol{s}$的先验均值。对于每个采样$\hat{s}[q]$，我们将估计的接收向量表示为 $\tilde{\boldsymbol{r}}_q = \Delta \boldsymbol{r}_q + \boldsymbol{g}_q\hat{s}[q]$，其中 $\Delta \boldsymbol{r}_q$ 是 $\Delta \boldsymbol{r}$ 中与$\boldsymbol{g}_q$对应的部分。然后，可以逐样本执行软MMSE均衡，如 $\tilde{s}[q] = \boldsymbol{g}_q^{\mathsf{H}}\left(\boldsymbol{G}_q\boldsymbol{V}_q\boldsymbol{G}_q^{\mathsf{H}} + \sigma_z^2\right)^{-1}\tilde{\boldsymbol{r}}_q$所示，其中$\boldsymbol{V}_q$ 是相应的先验误差协方差。

算法3 完美信道状态信息下的软SIC-MMSE

输入：$\boldsymbol{Y}$、$\boldsymbol{G}$、σ_z^2、$\mathcal{A}$。
初始化：$\hat{}\boldsymbol{X} \leftarrow \mathbf{0}^{M\times N}$、$\hat{}\boldsymbol{s} \leftarrow \mathbf{0}^{MN}$。
对于 $i = 1, \ldots, I_{\mathrm{DET}}$ 执行
  $i \leftarrow i + 1$。
  对于 $m = 0, \ldots, M-1$，执行
    $\Delta\boldsymbol{r} \leftarrow \boldsymbol{r} - \boldsymbol{G}\hat{}\boldsymbol{s}$。
    $\tilde{\boldsymbol{s}}_m \leftarrow \mathbf{0}^N$。
    对于 $\dot{n} = 0, \ldots, N-1$，执行
      $q \leftarrow \dot{n}M + m$。
      从 $\boldsymbol{G}$中提取$\boldsymbol{g}_q$ 和 $\boldsymbol{G}_q$。
      $\tilde{\boldsymbol{r}}_q \leftarrow \Delta\boldsymbol{r}_q + \boldsymbol{g}_q\hat{s}[q]$。
      $\tilde{s}_m[\dot{n}] \leftarrow \boldsymbol{g}_q^{\mathsf{H}}\left(\boldsymbol{G}_q\boldsymbol{V}_q\boldsymbol{G}_q^{\mathsf{H}} + \sigma_z^2\right)^{-1}\tilde{\boldsymbol{r}}_q$.
    结束 for
    $\tilde{\boldsymbol{x}}_m \leftarrow \boldsymbol{F}_N\tilde{\boldsymbol{s}}_m$。
    for $n = 0, \ldots, N-1$ 执行
      $\hat{}X[m, n] \leftarrow \eta_{\mathcal{A}}(\tilde{x}_m[n])$.
    结束循环
    $\{\hat{s}[\dot{n}M + m]\}_{\dot{n}=0}^{N-1} \leftarrow \boldsymbol{F}_{\mathsf{H}N}\hat{}\boldsymbol{X}[m, :]$.
  结束循环
结束循环
输出：$\hat{\boldsymbol{X}}$.

完成MMSE均衡后，对 $\tilde{s}[q]$ 执行跨域逐符号最大似然（ML）检测，以获得后验估计。软SIC-MMSE检测器通过迭代运行，将上一次迭代的后验估计用作下一次迭代的先验输入，从而提高检测准确率。整体SIC-MMSE算法总结于算法3，其中 $\eta_{\mathcal{A}}(\cdot)$表示在星座集 $\mathcal{A}$上的软判决最大似然检测器。

当信道参数未知时，我们将用于信道估计的算法 1与用于数据检测的算法3相结合，以对ODDM-FMCW执行JCEDD。所得JCEDD算法总结于算法4。^给定先验估计帧 $\boldsymbol{X}$，我们首先将已检测数据的信道失真分量视为已知干扰，从而分离^接收导频分量 $\boldsymbol{Y}_c$。随后，通过对 $\boldsymbol{Y}_c$应用算法^1来估计信道参数。基于估计得到的信道，我们构建等效信道矩阵 $\boldsymbol{G}$，并使用^软SIC-MMSE检测器进行数据检测，从而改进 $\boldsymbol{X}$。该过程迭代进行，以逐步优化信道估计值和数据估计值。值得注意的是，JCEDD中的SIC-MMSE模块与算法3的不同之处在于， $\boldsymbol{X}$的逐符号最大似然更新排除了位于 $n = 0$处的已知DD-SRN-FMCW符号，如算法4第20行所示。

现在，我们分析算法4中JCEDD算法的复杂度阶。该算法可以视为软SIC-MMSE检测器（算法3），其中每次迭代都会调用算法1中的基于OMP的信道估计器。算法1的复杂度阶已在IV-B节中推导。同时，软SIC-MMSE检测器的复杂度为 $\mathcal{O}\left(I_{\mathrm{DET}}MN\left(\log_2 N + L_g^3\right)\right)$ [11], [25]。因此，所提出的JCEDD算法的总复杂度为$\mathcal{O}\big(I_{\mathrm{JCEDD}}\big(MN\big(\log_2 N + L_g^3 + \hat{}P\log_2 M + \mathcal{L} + \hat{}P^2\big) + \hat{}P^4\big)\big)$。

算法4 联合信道估计与数据检测

输入：$\boldsymbol{Y}, \boldsymbol{X}_c, \sigma_z^2, \mathcal{A}$。
初始化：$\hat{}\boldsymbol{X}_d \leftarrow \mathbf{0}^{M\times N}$、$\hat{}\boldsymbol{X} \leftarrow \boldsymbol{X}_c$、$\boldsymbol{s} \leftarrow$向量$\left(\hat{}\boldsymbol{X}\boldsymbol{F}_N^{\mathsf{H}}\right)$。
对于 $i = 1, \ldots, I_{\mathrm{JCEDD}}$，执行
  $i \leftarrow i + 1$。
    通过将 $\boldsymbol{X}_d$ 代入式（8），估计$\hat{}\hat{}\ \boldsymbol{Y}_d$。
  $\hat{\boldsymbol{Y}}_c \leftarrow \boldsymbol{Y} - \hat{\boldsymbol{Y}}_d$.
  通过对信道应用算法 1 来估计 $\hat{\boldsymbol{Y}}_c$.
  根据估计的信道构造 $\boldsymbol{G}$。
  对于 $m = 0, \ldots, M-1$ 执行
    $\Delta\boldsymbol{r} \leftarrow \boldsymbol{r} - \boldsymbol{G}\hat{}\boldsymbol{s}$。
    $\tilde{\boldsymbol{s}}_m \leftarrow \mathbf{0}^N$。
    对于 $\dot{n} = 0, \ldots, N-1$，执行
      $q \leftarrow \dot{n}M + m$。
      从 $\boldsymbol{G}$中提取$\boldsymbol{g}_q$ 和 $\boldsymbol{G}_q$。
      $\tilde{\boldsymbol{r}}_q \leftarrow \Delta\boldsymbol{r}_q + \boldsymbol{g}_q\hat{s}[q]$。
      $\tilde{s}_m[\dot{n}] \leftarrow \boldsymbol{g}_q^{\mathsf{H}}\left(\boldsymbol{G}_q\boldsymbol{V}_q\boldsymbol{G}_q^{\mathsf{H}} + \sigma_z^2\right)^{-1}\tilde{\boldsymbol{r}}_q$.
    结束循环
    $\tilde{\boldsymbol{x}}_m \leftarrow \boldsymbol{F}_N\tilde{\boldsymbol{s}}_m$。
    对于 $n = 1, \ldots, N-1$ 执行
      $\hat{}X[m, n] \leftarrow \eta_{\mathcal{A}}(\tilde{x}_m[n])$.
    结束循环
    $\{\hat{s}[\dot{n}M + m]\}_{\dot{n}=0}^{N-1} \leftarrow \boldsymbol{F}_N^{\mathsf{H}}\hat{}\boldsymbol{X}[m, :]$.
  结束循环
  $\hat{\boldsymbol{X}}_d \leftarrow \boldsymbol{X} - \boldsymbol{X}_c$。
结束循环
输出：$\hat{\boldsymbol{X}}_d$.

值得注意的是，所提出的通感一体化接收机架构采用网格演化正交匹配追踪进行感知/信道估计，并采用软SIC-MMSE进行数据检测，因为对于时延扩展较大的双选择性信道，这种组合能够在性能与复杂度之间实现良好折衷。网格演化正交匹配追踪能够实现超分辨率感知，其复杂度随DD帧大小 MN 线性增长，而仅随通常较小的主导路径数量^P多项式增长，从而避免了稀疏贝叶斯学习 [12], [31] 和基于子空间的 [19] 估计器所需的关于MN的立方复杂度。在通信方面，已有研究表明，软SIC-MMSE检测器的性能优于消息传递和迭代最大比合并 [11], , 同时复杂度远低于正交近似消息传递 [32], ; 后者的复杂度随 MN呈立方增长。这些特性使OMP/SIC-MMSE组合成为所提出的DAS和JCEDD框架中核心构建模块的自然选择。

V. 性能分析

本节评估所提出的 ODDM-FMCW 系统的性能。我们首先考察其峰均功率比和频谱特性。然后推导模糊函数以及时延与多普勒估计的克拉美-罗下界，以量化 DD-SRN-FMCW 的感知性能。

A. 峰均功率比（PAPR）

我们首先旨在分析 ODDM-FMCW 信号 $s(t)$ 的峰均功率比 $\gamma = \frac{\text{最大值}\quad |s\ t\ |^2}{\mathbb{E}_t[|s\ t\ |^2]}()()$。根据式（36），平均

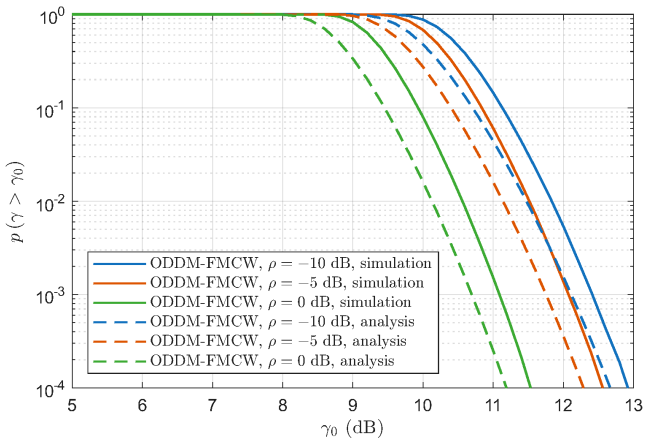


图 6. ODDM-FMCW信号的互补累积分布函数。

功率 $s(t)$ 为 $\mathbb{E}_t\left[|s(t)|^2\right]=E_c+E_s$。

由于 γ 高度依赖于数据分量 $s_d(t)$的具体实现，因此 γ 的统计分布值得关注，通常用互补累积分布函数（CCDF） $p(\gamma>\gamma_0)$来表征，其中 γ_0 是某个阈值 [33]–[35]。随着 N 增大，根据中心极限定理， $s_d(t)$的样本收敛到逐点复高斯分布 [33]–[35]。另一方面，由恒定幅度 $\boldsymbol{c}$生成的确定性 DD-SRN-FMCW 信号 $s_{c_a}(t)$保持近似恒定的包络。因此，我们假设 $s(t)\sim\mathcal{CN}(s_{c_a}(t)\ E_s)$，从而 $|s(t)|$ 服从莱斯分布 [13], [36]。等价地， $|s(t)|^2/\mathbb{E}_t\left[|s(t)|^2\right]$ 是一个具有两个自由度的非中心 χ^2 过程，其尾概率是 CDPR ρ的函数：

$$p\left(\frac{|s(t)|^2}{\mathbb{E}_t\left[|s(t)|^2\right]}>\gamma_0\right)=Q_1\left(\sqrt{2\rho},\sqrt{2\gamma_0\left(1+\rho\right)}\right), \quad (40)$$

其中， $Q_1(\cdot,\cdot)$为一阶马库姆Q函数。最后，通过考虑 $s(t)$ 的 MN个独立同分布样本，可以近似得到 $p(\gamma>\gamma_0)$：[3]

$$p(\gamma>\gamma_0)\approx 1-\left(1-Q_1\left(\sqrt{2\rho},\sqrt{2\gamma_0\left(1+\rho\right)}\right)\right)^{MN}. \quad (41)$$

利用第六节中的参数绘制了式（41）中的理论互补累积分布函数（CCDF），同时给出了仿真的互补累积分布函数以供比较。可以观察到，理论互补累积分布函数与仿真结果吻合良好。此外，随着CDPR ρ增加，ODDM-FMCW可以具有更低的峰均功率比截断值。这是因为，式（41）中的 $p(\gamma>\gamma_0)$是 ρ 的单调递减函数，前提是 $Q_1(\cdot,\cdot)$随其第二个自变量减小，并且仅随其第一个自变量的平方根增加 [37]。因此，增加DD-SRN-FMCW分量可以改善ODDM-FMCW的峰均功率比。正如第六节将进一步展示的，ODDM-FMCW的峰均功率比低于纯ODDM数据信号，并且显著低于ODDM-DDIP。

[3]由于 $s(t)$ 是带限的，其样本实际上是相关的，因此 $|s(t)|^2/\mathbb{E}_t\left[|s(t)|^2\right]$ 的有限维分布不会收敛到联合 χ^2 过程的分布。更精确的近似并非易事 [35]，且超出了本文的讨论范围。

B. 频谱

现在我们推导 ODDM-FMCW 信号 $s(t)$ 的功率谱密度。$s(t)$ 的频率响应可写为

$$S(f)=\sum_{m=0}^{M-1}\sum_{n=0}^{N-1}X[m,n]B_{m,n}(f), \quad (42)$$

其中，$B_{m,n}(f)=\sqrt{N}A(f)e^{-j2\pi f\frac{T}{M}m}\phi(n-NTf)$ 是 ODDM基函数 [38] 的频率响应，而$A(f)$ 是 SRN脉冲 $a(t)$ [27] 的频率响应。

将 $\boldsymbol{X}_c$ 代入式 (42)，可得 DD-SRN-FMCW 分量 $s_{c_a}(t)$ 的功率谱密度为

$$|S_{c_a}(f)|^2=E_cN\varpi(f)|A(f)|^2|\phi(-NTf)|^2, \quad (43)$$

其中， $\varpi(f)=\sum_{m_1=0}^{M-1}\sum_{m_2=0}^{M-1}c[m_1]c^*[m_2]e^{-j2\pi f\frac{T}{M}(m_1-m_2)}$。类似地，数据分量 $s_d(t)$ 的平均功率谱密度为

$$\mathbb{E}[|S_d(f)|^2]=E_sNM|A(f)|^2\sum_{n=1}^{N-1}|\phi(n-NTf)|^2. \quad (44)$$

最后，ODDM-FMCW 的平均功率谱密度为

$$\mathbb{E}[|S(f)|^2]=|S_{c_a}(f)|^2+\mathbb{E}[|S_d(f)|^2]. \quad (45)$$

由式 (43) 和 (44) 可观察到， $S_{c_a}(f)$ 被调制到 $n=0$多普勒音调 $\phi(-NTf)$ 上，而 $S_d(f)$ 被调制到其他多普勒音调 $\phi(n-NTf)$ 上，其中$n=1,\ .....,\ N-1$。 $|S_{c_a}(f)|^2$ 和 $\mathbb{E}[|S_d(f)|^2]$ 均具有包络 $|A(f)|^2$，可用于带外辐射控制。

在图7中，我们将 DD-SRN-FMCW 的功率谱密度与式（10）中的线性 FMCW 信号 $s_c(t)$（记为$|S_c(f)|^2$）进行比较。$a(t)$采用平方根升余弦脉冲。图中还绘出了 SRN 滤波啁啾和线性啁啾的功率谱密度，分别记为$|C_a(f)|^2$ 和 $|C(f)|^2$。所有信号的标称带宽均为 $\frac{M}{T}=480$kHz，基于 $M=32$和 $T=66.67\mu$s。线性啁啾和线性 FMCW 信号采用推论1中使用的啁啾参数。$|S_c(f)|^2$ 和 $|S_{c_a}(f)|^2$ 均使用长度为 $N=4$ 的脉冲序列。随着脉冲重复， $|S_c(f)|^2$和 $|S_{c_a}(f)|^2$均被调制到 $n=0$多普勒音调 $\phi(-NTf)$上。由于啁啾频谱 $|C(f)|^2$衰减缓慢，线性 FMCW 频谱 $|S_c(f)|^2$ 呈现出较高的带外发射。另一方面，通过使用平方根升余弦脉冲， $|A(f)|^2$ 包络使$|C_a(f)|^2$ 和 $|S_{c_a}(f)|^2$ 的带外发射显著降低。

C. 模糊函数

为评估 DD-SRN-FMCW信号 $s_{c_a}(t)$ 的感知能力，我们给出其模糊函数。根据第三节中的讨论，我们将式（28）中的循环扩展信号 $s_{c_a,\ ce}(t)$ 视为发射信号。那么，$s_{c_a,\ ce}(t)$ 与 $s_{c_a}(t)$ 之间的互模糊函数为

$$\begin{aligned}A(\tau,\nu)&\triangleq\int_{-\infty}^{\infty}s_{c_a,ce}(t)s_{c_a}^*(t-\tau)e^{-j2\pi\nu(t-\tau)}dt\\&=N\phi(-\nu NT)\sum_{\zeta=0}^{M-1}\sum_{m=0}^{M-1}e^{-j2\pi\nu\frac{T}{M}m}c[m]c^*\left[[m+\zeta]_M\right]\\&\times\int_{-\infty}^{\infty}a\left(t\right)a^*\left(t-\zeta\frac{T}{M}-\tau\right)e^{j2\pi\nu(\tau-t)}dt, \quad (46)\end{aligned}$$

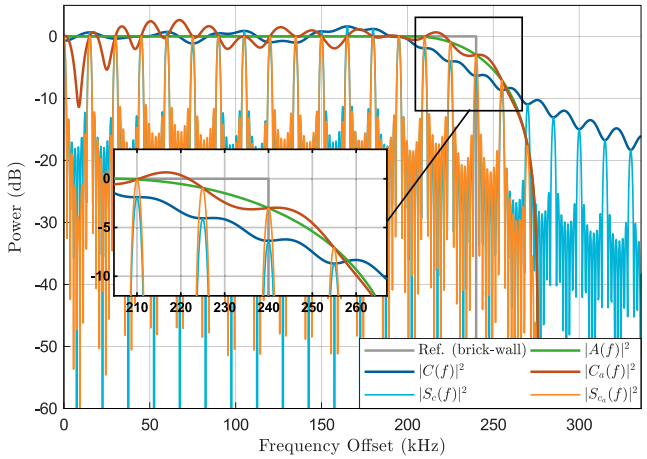


图7. 不同感知信号的功率谱密度（$M = 32, N = 8$）。

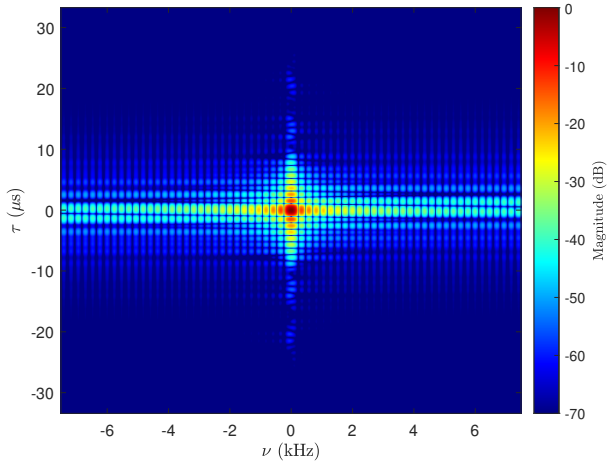


图 8 $A\ \tau\ \nu$ $M = .$ DD-SRN-FMCW信号的模糊函数（，） ()。 $N = 64$

为简洁起见，此处省略证明。图 8 展示了在 $a(t)$ 中采用平方根升余弦脉冲时 $A(\tau, \nu)$ 的一个示例。可以观察到尖锐的主瓣和受控良好的旁瓣，这证实了 $s_{c_a}(t)$ 的感知能力。

由于 SRN脉冲 $a(t)$在时域上具有良好的局部化特性，我们可以根据 [7], [8]作线性近似 $\int a(t)a^*(t-\tau)e^{-j2\pi\nu t}dt \approx g(\tau)$。于是，式（46）变为

$$A(\tau,\nu) \approx e^{j2\pi\nu\tau} N\phi(-\nu NT) \sum_{\zeta} g\left(\tau + \zeta\frac{T}{M}\right) \times \sum_{m=0}^{M-1} e^{-j2\pi\nu\frac{T}{M}m} c[m]c^*\left[[m+\zeta]_M\right]. \quad (47)$$

作为式（47）的一个特例，零多普勒切面 $A(\tau,0) \approx Mg(\tau)$已在式（26）中给出。同理，零时延切面可表示为 $A(0,\nu) \approx N\phi(-\nu NT)$。值得注意的是， $A(\tau,0)$和 $A(0,\nu)$与ODDM脉冲 [8], 的对应切面相同，进一步凸显了DD-SRN-FMCW波形的一致性及其对基于ODDM的通感一体化系统的适用性。

作为比较，图9展示了三种具有代表性的感知信号的模糊函数。图9(a)中的曲线展示了脉冲多普勒雷达信号（也是 ODDM/OTFS 中的 DDIP [8],[10]）的基准模糊函数，其特点是主瓣不耦合且旁瓣最低。与之相比，我们提出的 DD-SRN-FMCW 信号峰均功率比显著更低，同时保留了 DDIP 的模糊特性，但非对角旁瓣略高，低于 –30dB。相比之下，图9(b)中的线性FMCW信号也具有良好的 DD 分辨率，但距离-多普勒耦合产生的倾斜晶格覆盖了二维模糊平面。此外，如第II-D节所述，在时延方向上可以观察到明显的菲涅耳波纹旁瓣。为避免耦合，近期提出的二维啁啾信号 [20]采用了与 DD-SRN-FMCW 类似的基带策略。图9(c)绘出了二维啁啾信号的模糊函数，其中采用斜率参数 32，以获得所需的主瓣宽度。尽管二维啁啾信号在多普勒方向上的旁瓣电平较低，但在时延方向上存在倾斜旁瓣底。此外，由于需要使用二维相关器，其接收机复杂度显著更高。

与图9中的三个基准方案相比，所提出的 DD-SRN-FMCW 波形为通感一体化收发机提供了最具吸引力的折中方案：它兼具 FMCW 的低峰均功率比优势，消除了距离-多普勒耦合，确保旁瓣电平恒定且较低，并且与基带处理完全兼容。

D. 克拉美-罗下界

最后，我们推导 DD-SRN-FMCW 信号的克拉美-罗下界，以评估其超分辨率感知性能。我们首先推导一般 ODDM 帧 $\boldsymbol{X}$的克拉美-罗下界。记 $\boldsymbol{X}$的费舍尔信息矩阵为 $\mathrm{F}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{X}) \in \mathbb{R}^{4P\times 4P}$，其中 $\boldsymbol{\theta} = \{|h_p|, \angle h_p, l_p, k_p | p = 1, \ldots, P\}$。$\mathrm{F}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{X})$的第 i, j个元素为 [39]

$$\mathcal{F}_{i,j}(\boldsymbol{\theta},\boldsymbol{X}) = \frac{2}{\sigma_z^2}\Re\left\{\sum_{m=0}^{M-1}\sum_{n=0}^{N-1}\left(\frac{\partial Y[m,n]}{\partial\theta_i}\right)^* \frac{\partial Y[m,n]}{\partial\theta_j}\middle|\boldsymbol{\theta}\right\}. \quad (48)$$

然后，第 i个参数 θ_i 的均方误差下界为

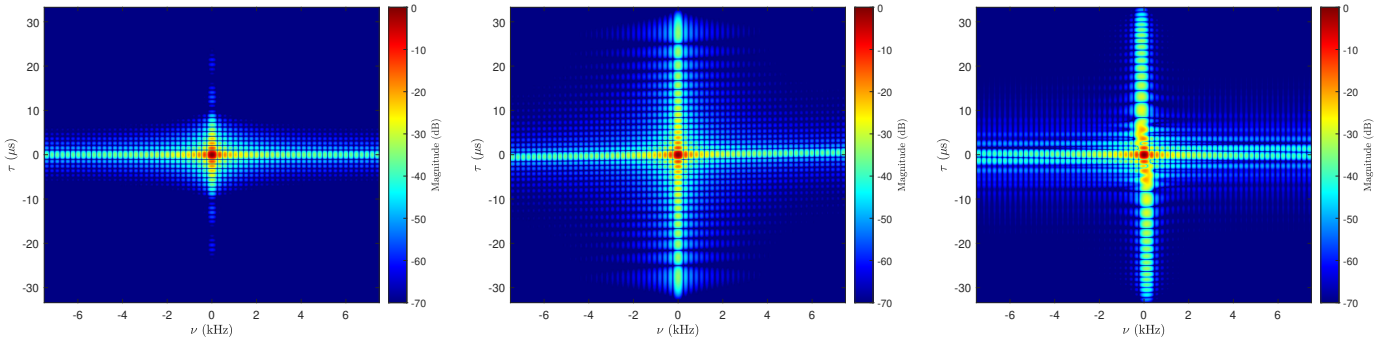
$$\mathrm{MSE}\left(\hat{\theta}_i\right) \geq \left(\boldsymbol{\mathcal{F}}^{-1}(\boldsymbol{\theta},\boldsymbol{X})\right)_{i,i}. \quad (49)$$

关于 $|h_p|$ 和 $\angle h_p$ 的偏导数可直接分别给出为 $\frac{\partial Y[m,n]}{\partial |h_p|} = e^{j\angle h_p} Y_p[m,n]$ 和 $\frac{\partial Y[m,n]}{\partial \angle h_p} = jh_p Y_p[m,n]$。$\frac{\partial Y[m,n]}{\partial l_p}$和 $\frac{\partial Y[m,n]}{\partial k_p}$更为复杂，其闭式表达式见附录C。随后，将 $\boldsymbol{X}_c$ 代入(49)，即可得到DD-SRN-FMCW信号的克拉美-罗下界。

时延与多普勒估计的克拉美-罗界以归一化均方根误差形式绘制，并在图10中与其他感知信号进行比较。可以看出，DD-SRN-FMCW信号的克拉美-罗下界与其他信号相当。

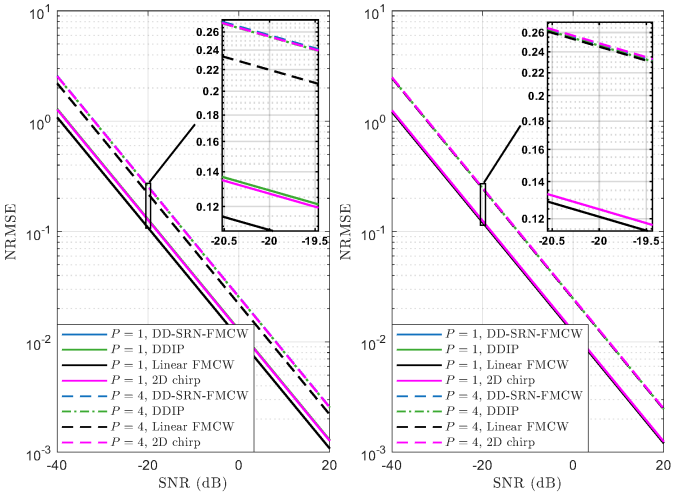
VI. 数值结果

本节给出所提出的ODDM-FMCW系统通感一体化性能的数值结果。对于双选择性信道，我们假设存在 $P = 4$ 条可分辨路径，其时延和多普勒频移均匀分布，其中



（a）DDIP。 （b）线性FMCW。 （c）二维啁啾 [20]。

图9. 不同感知信号的模糊函数（$M = N = 64$）。



（a）时延估计的克拉美-罗下界$\hat{\tau}$。 （b）多普勒估计的克拉美-罗下界。

图10. DD-SRN-FMCW、DDIP、线性FMCW和二维啁啾的克拉美-罗下界比较。

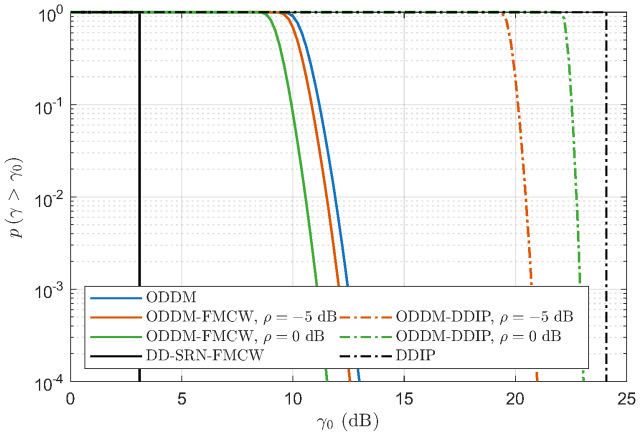


图11. 不同信号的仿真互补累积分布函数。

最大时延偏移为33.36 μs，最大多普勒偏移为5003.46 Hz。这些取值对应于单站感知配置下5 km的最大可探测距离以及150 m/s（540 km/h）的最大径向速度。对于发射信号，我们采用4-QAM调制，载波频率为 $f_c = 5$ GHz，标称带宽为$\mathcal{B} = \frac{M}{T} = 3.84$ MHz，帧持续时间为 NT =4.27 ms，基于 $T = 66.67\,\mu$s、 $M = 256$和 $N = 64$。为降低带外发射，采用平方根升余弦脉冲作为 $a(t)$，其滚降系数为 $\beta = 0.15$。对于通感一体化接收机，DAS算法迭代4次，而JCEDD算法迭代8次。DAS算法与JCEDD算法内部的OMP算法均执行 $\mathcal{L} = 10$ 次网格演化，从而得到超分辨率因子 $2^{-\mathcal{L}} \approx 0.001$。

我们首先在图11中给出DD-SRN-FMCW和ODDM-FMCW的PAPR互补累积分布函数（CCDF），并与DDIP信号 [10] 以及叠加DDIP的ODDM（ODDM-DDIP） [28]进行比较。为确保公平比较，在ODDM-DDIP中， $n = 0$ 多普勒列上的DDIP导频旁不放置数据，以匹配图4中的ODDM-FMCW帧结构。DDIP的能量也经过缩放，使其与相应DD-SRN-FMCW信号的总能量相匹配。DD-SRN-FMCW在约3 dB处表现出更优的峰均功率比截断值。得益于DD-SRN-FMCW信号分量，ODDM-FMCW信号相比纯ODDM数据信号具有更低的PAPR。随着 ρ 增加，DD-SRN-FMCW信号分量占据更主导地位，从而使PAPR进一步降低。相比之下，ODDM-DDIP表现出显著更高的PAPR，这归因于DDIP分量。随着ρ 增加，ODDM-DDIP信号的PAPR迅速上升，在 $\rho = -5$ dB处超过20 dB。因此，与ODDM-DDIP信号相比，ODDM-FMCW信号始终能够实现显著的峰均功率比降低。

在图12中，我们比较了通信接收机采用相同的第四节-C中的JCEDD算法时，ODDM-FMCW与ODDM-DDIP的误码率性能。需要指出的是，JCEDD利用已知导频分量估计信道并恢复数据分量。作为基准，我们还使用软SIC-MMSE检测器仿真了具有完美信道状态信息的ODDM [25]。可以观察到，ODDM-FMCW的性能始终优于ODDM-DDIP，并且在 E_s/N_0 值较高时增益更为显著。此外，当CDPR为 $\rho = -8$ dB时，采用JCEDD的ODDM-FMCW的误码率性能非常接近具有完美信道状态信息的ODDM。

为解释 ODDM-FMCW 与 ODDM-DDIP 之间的误码率差距，我们考察了

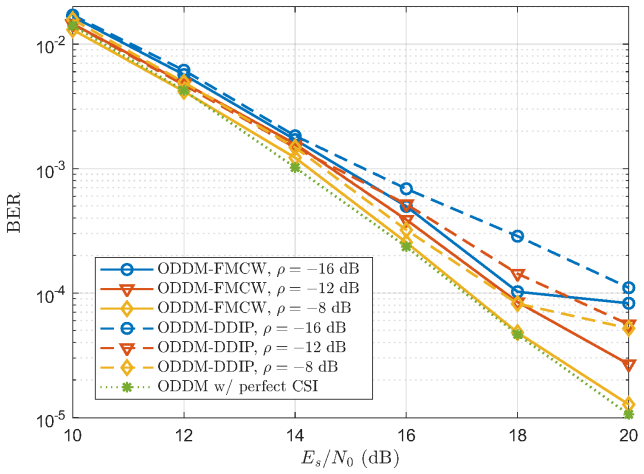


图12. 通信接收机处的误码率。ODDM-FMCW 和 ODDM-DDIP 使用 JCEDD；采用完美信道状态信息的 ODDM 使用软SIC-MMSE [25]。

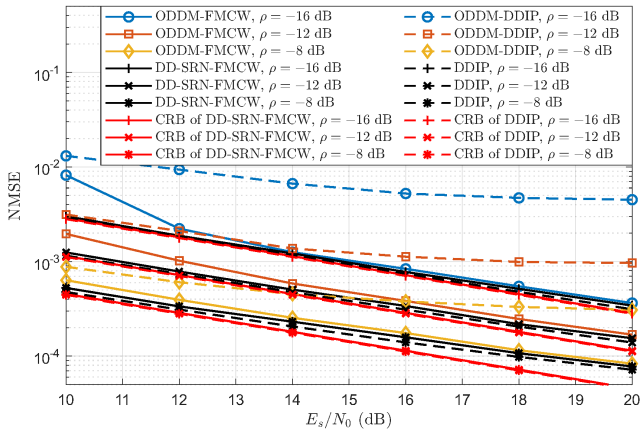


图13. 通信接收机处信道估计的归一化均方误差。ODDM-FMCW 和 ODDM-DDIP 使用 JCEDD；DD-SRN-FMCW 和 DDIP 使用正交匹配追踪 [24]。

图 13 中 JCEDD算法内信道估计步骤的归一化均方误差（NMSE）。遵循 [28], , 我们将相对于虚拟单位能量 DDIP 信号等效响应的误差定义为 NMSE。通过发送纯 DD-SRN-FMCW 和 DDIP 得到的 NMSE 可作为实际基准，因为它们不受数据引起的干扰影响。相应的克拉美-罗下界（红色实线和虚线）也一并绘出以供参考。DD-SRN-FMCW 和 DDIP 的 NMSE 相近，这与第 V-C 节的模糊函数分析以及第 V-D 节的克拉美-罗下界分析一致。此外，DD-SRN-FMCW 和 DDIP 的仿真 NMSE 紧密跟随克拉美-罗下界，表明网格演化正交匹配追踪在信道估计中的有效性。然而，在叠加数据信号时，ODDM-DDIP 的信道估计 NMSE 高于 ODDM-FMCW。这是因为 DDIP 信号的能量集中在 DD 域，对相邻数据符号造成了更严重的干扰。错误的数据检测会对干扰消除产生负面影响，进而使后续 JCEDD 迭代中的信道估计性能下降。相比之下，DD-SRN-FMCW 导频产生的干扰分散在 DD 网格上，从而增强了 ODDM-FMCW 对信道估计误差的鲁棒性。因此，在 JCEDD 的各次迭代中，ODDM-FMCW 相较于 ODDM-DDIP 具有更高的检测增益。

接下来，我们分别在图14和图15中，评估共址感知接收机使用DAS算法进行时延和多普勒估计时的归一化均方根误差。图中还绘出了DD-SRN-FMCW和DDIP的归一化均方根误差作为基准，这些误差是使用正交匹配追踪算法 [24]得到的。相应的克拉美-罗下界曲线也作为参考一并绘出。需要指出的是，共址感知接收机已知导频分量和数据分量。正如预期，DD-SRN-FMCW的归一化均方根误差性能与DDIP相当，这与图13中的归一化均方误差结果一致。然而，当数据符号叠加并在感知接收机处作为先验信息使用后，ODDM-DDIP的归一化均方根误差略低于ODDM-FMCW。这是因为已知数据时，ODDM-DDIP不再受到

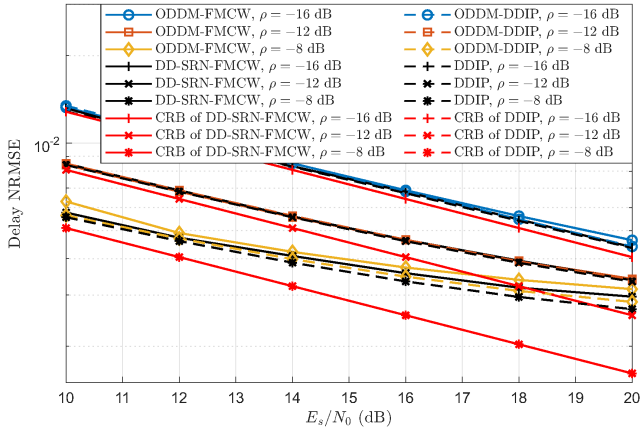


图14. 感知接收机处时延估计的归一化均方根误差。ODDM-FMCW 和 ODDM-DDIP 使用 DAS；DD-SRN-FMCW 和 DDIP 使用正交匹配追踪 [24]。

图12中观察到的检测增益惩罚。此时，残余数据干扰消除误差均匀分布在DD域中，仅取决于DD估计质量。在这种情况下，DD局部化程度更高的DDIP信号仅受到相邻DD采样点误差的影响，而ODDM-FMCW采用的时延-多普勒啁啾压缩会从更宽的DD区域收集误差能量，因此在连续的DAS迭代中对不完美的DD估计更为敏感。尽管如此，ODDM-FMCW和ODDM-DDIP的归一化均方根误差性能都接近纯DD-SRN-FMCW和DDIP信号。在低至中等 E_s/N_0 范围内，正交匹配追踪和所提出的DAS算法得到的归一化均方根误差均紧密贴合各自的克拉美-罗下界。然而，随着 E_s/N_0 增大，仿真的归一化均方根误差曲线斜率略有降低。这主要是由于信号的DD分辨率有限，导致间距较近的路径之间相关性较高；在 E_s/N_0较高时，这一影响会变得显著。

为进一步说明固定总功率约束下的感知-通信权衡，接下来我们考虑这样一种情形：总发射信噪比（$E_s + E_c$）$/N_0$ 保持不变，同时改变 CDPR ρ。在这种情况下，增大 ρ 会为 DD-SRN-FMCW/DDIP 分量分配更多功率（从而提升感知性能），但会减少可用于数据符号的功率，且

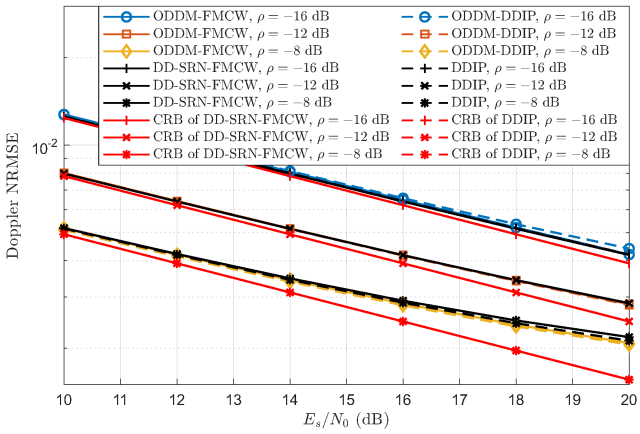


图15. 感知接收机处多普勒估计的归一化均方根误差。ODDM-调频连续波和ODDM-DDIP采用DAS；DD-SRN-FMCW和DDIP采用正交匹配追踪 [24]。

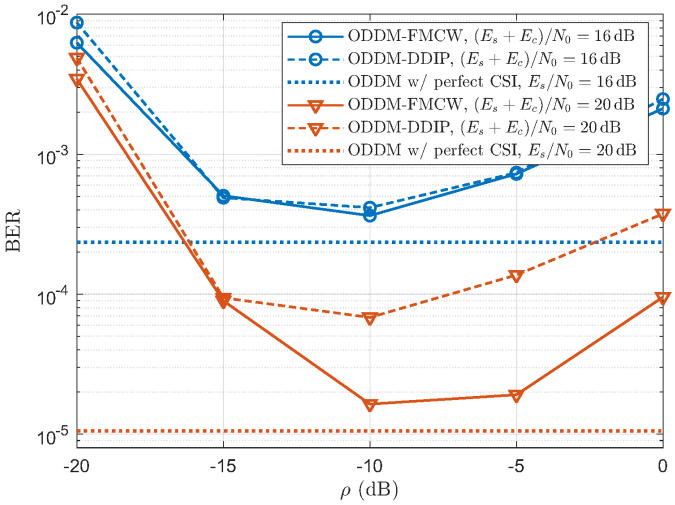


图16. 固定总发射功率下通信接收机处的误码率。ODDM-调频连续波和ODDM-DDIP采用JCEDD；采用完美信道状态信息的ODDM使用软SIC-MMSE。

可用于数据符号的功率也会随之减少。图16展示了两个总信噪比水平（E_s+E_c）$/N_0$ =16 dB 和 20dB 下，通信接收机的误码率随 ρ 变化的情况。ODDM-FMCW 和 ODDM-DDIP 均采用 JCEDD 接收机，而采用软 SIC-MMSE 检测的完美 CSI ODDM 则作为下界基准。对于每个总功率水平，都存在一个使误码率最低的 $\rho\approx-10$dB 最优范围。其原因在于：当 ρ较低时，导频分量过弱，无法支持准确的信道估计，且 JCEDD 会遭受误差传播；当 ρ较高时，信道估计虽有所改善，但数据功率降低会导致检测性能下降。与图12类似，得益于 DD-SRN-FMCW 导频对数据信号造成的干扰分布更为分散，ODDM-FMCW 在所有 ρ 下的误码率均显著优于 ODDM-DDIP。此外，在最优 $\rho\approx-10$dB 条件下，ODDM-FMCW 的性能可接近完美 CSI 基准，证实了其在固定总功率约束下的稳健性。

图17和图18给出了相应的时延和多普勒

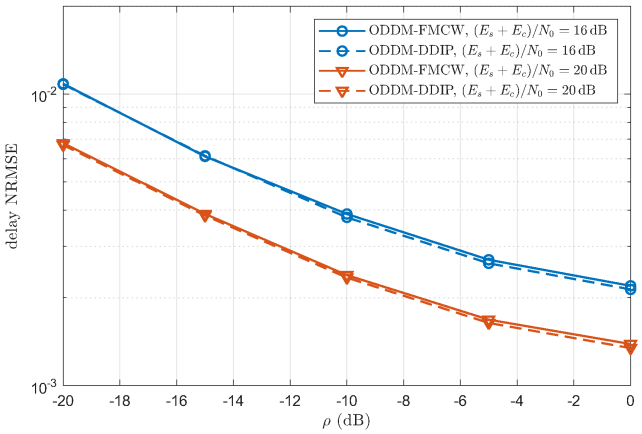


图17. 使用DAS时感知接收机处时延估计的归一化均方根误差。

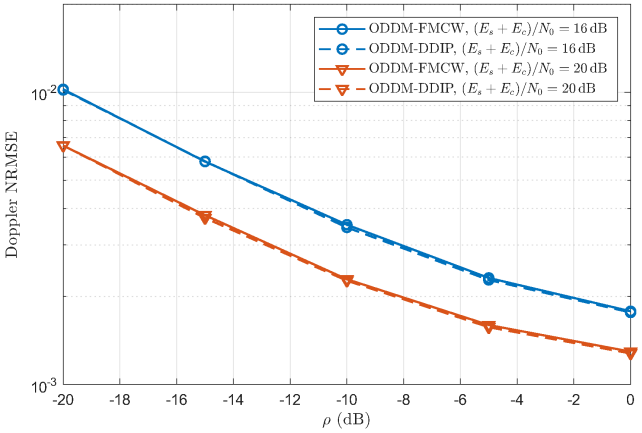


图18. 使用DAS时感知接收机处多普勒估计的归一化均方根误差。

共址感知接收机处的归一化均方根误差，同样在固定($E_s+E_c)/N_0=16$ dB和20 dB条件下。正如预期，ODDM-FMCW和ODDM-DDIP的归一化均方根误差均随 ρ单调下降，因为将更多功率分配给导频分量会直接提高参数估计的有效信噪比。此外，由于数据符号在感知接收机处已知，ODDM-DDIP的归一化均方根误差略低于ODDM-FMCW，这与前文对图14和图15的讨论一致。总体而言，这些结果证实，在固定总功率约束下，ODDM-FMCW能够实现有利的感知-通信折中。特别地，$\rho\approx-10$dB可提供接近完美信道状态信息基准的误码率，同时保持良好的感知性能。

VII. 结论

本文提出了 ODDM-FMCW，将其作为适用于双选择性信道的低峰均功率比通感一体化波形。首先，我们提出了 DD-SRN-FMCW 波形，以有效地将 FMCW 波形融入 ODDM 框架。基于 ODDM 接收机的操作，我们引入了一种时延-多普勒啁啾压缩方法，以高效计算信道的延迟-多普勒响应。经过时延-多普勒啁啾压缩后，DD-SRN-FMCW 可获得较高的处理增益，同时避免了传统线性 FMCW 在通感一体化应用中的主要缺陷。

我们将所提出的 DD-SRN-FMCW 用作 ODDM 的叠加导频，进而提出了用于通感一体化的 ODDM-FMCW 波形，该波形可由 ODDM 发射机直接发射。DD-SRN-FMCW 的高处理增益使其更容易与随机 ODDM 数据符号区分，并有助于采用干扰消除方法。我们进一步为共址感知接收机提出了 DAS 算法，并为通信接收机提出了 JCEDD 算法。随后，我们对 ODDM-FMCW 进行了全面分析，涵盖峰均功率比、频谱、模糊函数和克拉美-罗下界，以证明其有效性。数值结果表明，ODDM-FMCW 在通信误码率和感知归一化均方根误差方面均表现出优异的通感一体化性能，同时与 ODDM-DDIP 相比显著降低了峰均功率比。此外，采用我们的 JCEDD 算法，ODDM-FMCW 的误码率低于 ODDM-DDIP，并有效逼近完美信道状态信息下 ODDM 的误码率性能。总体而言，ODDM-FMCW 在双选择性信道的实际通感一体化场景中具有巨大潜力。

附录 A 引理 1的证明

我们将(21)的左端展开为

$$\sum_{m=0}^{M-1}\dot{c}[m]\dot{c}^*[m+\zeta]=e^{-j2\pi\frac{\zeta}{M}\left(f_cT+\frac{\epsilon T^2\zeta}{2M}\right)}\sum_{m=0}^{M-1}e^{-j2\pi\frac{\epsilon T^2\zeta}{M^2}m}. \tag{50}$$

当 $\frac{\epsilon T^2}{M}\in\mathbb{Z}$且$\gcd\left(\frac{\epsilon T^2}{M},M\right)=1$时，内层求和简化为 $\sum_{m=0}^{M-1}e^{-j2\pi\frac{\epsilon T^2\zeta}{M^2}m}=M\delta[\zeta]$。此外，当 $\zeta=0$时，$e^{-j2\pi\frac{\zeta}{M}\left(f_cT+\frac{\epsilon T^2\zeta}{2M}\right)}=1$。由此得到(21)的右端，从而完成证明。

附录 B 命题1的证明

根据引理 1，$\frac{\epsilon T^2}{M}\in\mathbb{Z}$与$\gcd\left(\frac{\epsilon T^2}{M},M\right)=1$已确保(21)中的零位置自相关特性。为确立(22)中的ZCA性质，尚需证明：若 $f_cT+\frac{\epsilon T^2}{2}\in\mathbb{Z}$也成立，则离散啁啾序列 $c[m]$关于模 M是周期的，即 $c\big[[m]_M\big]=c[m]$。为验证这一点，我们将左端展开为

$$\begin{aligned}c\big[[m]_M\big]&=c[m+\kappa M]\\&=c[m]e^{j2\pi\kappa\left(f_cT+\frac{\epsilon T^2}{2}\kappa\right)}e^{j2\pi\frac{\epsilon T^2}{M}m\kappa},\end{aligned} \tag{51}$$

其中 $\kappa\in\mathbb{Z}$。当 $\frac{\epsilon T^2}{M}\in\mathbb{Z}$时，我们有 $e^{j2\pi\frac{\epsilon T^2}{M}m\kappa}=1$。此外，$f_cT+\frac{\epsilon T^2}{2}\in\mathbb{Z}$确保了 $e^{j2\pi\kappa\left(f_cT+\frac{\epsilon T^2}{2}\kappa\right)}=1$。因此，左端变为 $c[m]$，证明完毕。

Appendix C
Derivation of $\frac{\partial Y[m,n]}{\partial l_p}$ and $\frac{\partial Y[m,n]}{\partial k_p}$

我们首先给出两个有用偏导数$\frac{\partial}{\partial l_p}g\big((d+\lfloor l_p\rfloor-l_p)\frac{T}{M}\big)$ 和 $\frac{\partial}{\partial k_p}\phi(\tilde{n}+k_p-n)$的表达式，它们分别表征 ODDM 脉冲对 l_p和 k_p的敏感度。

我们将 $a(t)$视为平方根升余弦脉冲，因此 $g(t)$是一个升余弦脉冲，其表达式为

$$g(t)=\begin{cases}\frac{\pi}{4}\operatorname{sinc}\left(\frac{1}{2\beta}\right), & |\bar{t}|=\frac{T}{2\beta M},\\ \frac{\cos\left(\pi\beta\frac{M}{T}\bar{t}\right)}{1-\left(2\beta\frac{M}{T}\bar{t}\right)^2}\operatorname{sinc}\left(\frac{M\bar{t}}{T}\right), & \text{otherwise},\end{cases} \tag{52}$$

其中 $\bar{t}$、 $t-Q\frac{T}{M}$。经过一些代数运算后，$\frac{\partial}{\partial l_p}g\big(\bar{l}\frac{T}{M}\big)$ 可表示为式（53），为简洁起见，我们引入符号 $\bar{l}$、 $d+\lfloor l_p\rfloor-l_p-Q$。类似地，我们引入 $k=\tilde{n}+k_p-n$，得到

$$\frac{\partial}{\partial k_p}\phi\big(\bar{k}\big)=\frac{j2\pi}{N^2}\sum_{n'=0}^{N-1}n'e^{j2\pi\frac{n'\bar{k}}{N}}. \tag{54}$$

最后，我们可以推导出 $Y[m,n]$ 关于 l_p 的导数，如式（55）所示；以及关于 k_p 的导数，如式（56）所示。

参考文献

[1] K. Huang、A. Shafie、J. Yuan、M. Qiu 和 E. Aboutanios，“用于通感一体化的调频连续波正交时延-多普勒分复用”，载于 IEEE ICC 会议论文集，2025年，第 1–6 页。[2] N. Gonz´alez-Prelcic 等，“6G通感一体化革命：愿景、技术与应用”，《Proceedings of the IEEE》，第 112 卷，第 7 期，第 676–723 页，2024年。[3] X. Wang、X. Shi、J. Wang 和 J. Song，“双重色散信道中OTFS系统的多普勒斜视效应：建模与评估”，IEEE 无线通信汇刊，第 22 卷，第 12 期，第 8781–8796 页，2023年。[4] X. Wang、H. Zhang、J. Wang、Z. Yang、H. Lin 和 J. Song，“面向海量连接与高速移动的灵活时延-多普勒域多址接入”，IEEE 无线通信汇刊，第 1–1 页，2025年。[5] R. Hadani 等，“正交时频空间调制”，载于 IEEE WCNC 会议论文集，2017年，第 1–6 页。[6] A. Bemani、N. Ksairi 和 M. Kountouris，“AFDM：面向高速移动通信的全分集新一代波形”，载于 IEEE ICC 会议论文集，2021年，第 1–6 页。[7] H. Lin 和 J. Yuan，“正交时延-多普勒分复用调制”，IEEE 无线通信汇刊，第 21 卷，第 12 期，第 11 024–11 037 页，2022年。[8] J. Tong、J. Yuan、H. Lin 和 J. Xi，“一般物理信道上的正交时延-多普勒分复用（ODDM）”，IEEE Trans. Commun.，第 72 卷，第 12 期，第 7938–7953 页，2024年。[9] A. Shafie 等，“正交时延-多普勒分复用调制波形的频谱与正交性”，IEEE 无线通信汇刊，第 1–1 页，2025年。[10] P. Raviteja、K. T. Phan 和 Y. Hong，“时延-多普勒信道中OTFS的嵌入式导频辅助信道估计”，IEEE Trans. Veh. Technol.，第 68 卷，第 5 期，第 4906–4917 页，2019年。[11] K. Huang、M. Qiu、J. Tong、J. Yuan 和 H. Lin，“不完美信道估计下正交时延-多普勒分复用调制的性能”，IEEE Trans. Commun.，第 73 卷，第 5 期，第 3637–3654 页，2025年。[12] Y. Shan、A. Shafie、J. Yuan 和 F. Wang，“利用网格细化与调整进行正交时延-多普勒分复用的离网格信道估计”，IEEE 无线通信汇刊，第 24 卷，第 4 期，第 3590–3605 页，2025年。[13] M. A. Richards，《雷达信号处理基础》，第 3 版。麦格劳-希尔，2022年。[14] W. Liu、L. Zou、B. Bai 和 T. Sun，“采用散布式叠加导频的OTFS低峰均功率比信道估计”，China Commun.，第 20 卷，第 1 期，第 79–87 页，2023年。[15] D. Shi 等，“存在分数多普勒时下行大规模MIMO-OTFS系统的确定性导频设计与信道估计”，IEEE 无线通信汇刊，第 20 卷，第 11 期，第 7151–7165 页，2021年。[16] C. Shen、J. Yuan、Y. Xie、H. Lin 和 Z. Ding，“单载波系统双选择性信道的时延-多普勒域估计”，IEEE 无线通信汇刊，第 1–1 页，2025年。[17] T. Ma、Y. Xu、X. Ou、H. Li、D. He 和 W. Zhang，“OTFS低峰均功率比导频配置与迭代信道估计”，IEEE 无线通信汇刊，第 1–1 页，2022年。

$$\frac{\partial}{\partial l_p} g\left(\bar{l}\frac{T}{M}\right) = \begin{cases} 0 & \left|\bar{l}\right| = \frac{1}{2\beta} \\ \dfrac{\pi\beta\,\mathrm{sinc}\left(\bar{l}\right)\sin\left(\pi\beta\bar{l}\right)}{1-4\beta^2\bar{l}^2} - \dfrac{8\beta^2\bar{l}\,\mathrm{sinc}\left(\bar{l}\right)\cos\left(\pi\beta\bar{l}\right)}{\left(1-4\beta^2\bar{l}^2\right)^2} + \dfrac{\pi\cos\left(\pi\beta\bar{l}\right)\left(\frac{\sin\left(\pi\bar{l}\right)}{\pi^2\bar{l}^2} - \frac{\cos\left(\pi\bar{l}\right)}{\pi\bar{l}}\right)}{1-4\beta^2\bar{l}^2} & \text{otherwise.} \end{cases} \tag{53}$$

$$\frac{\partial Y[m,n]}{\partial l_p} = h_p \sum_{d=0}^{2Q} e^{j2\pi\frac{(m-l_p-d)k_p}{MN}} \left(\frac{\partial}{\partial l_p} g\left(\bar{l}\frac{T}{M}\right) - \frac{j2\pi k_p}{MN} g\left(\bar{l}\frac{T}{M}\right)\right) \sum_{\tilde{n}=0}^{N-1} \phi\left(\bar{k}\right)\psi[m,d,\tilde{n}] X\left[\left[m-\lfloor l_p\rfloor - d\right]_M, \tilde{n}\right]. \tag{55}$$

$$\frac{\partial Y[m,n]}{\partial k_p} = h_p \sum_{d=0}^{2Q} e^{j2\pi\frac{(m-l_p-d)k_p}{MN}} g\left(\bar{l}\frac{T}{M}\right) \sum_{\tilde{n}=0}^{N-1} \left(\frac{\partial}{\partial k_p}\phi\left(\bar{k}\right) + \frac{j2\pi(m-l_p-d)}{MN}\phi\left(\bar{k}\right)\right)\psi[m,d,\tilde{n}] X\left[\left[m-\lfloor l_p\rfloor - d\right]_M, \tilde{n}\right]. \tag{56}$$

[18] H. B. Mishra、P. Singh、A. K. Prasad 和 R. Budhiraja，“叠加导频的OTFS信道估计与数据检测设计”，IEEE 无线通信汇刊，第 21 卷，第 4 期，第 2258–2274 页，2022年。[19] A. S. Bondre、C. D. Richmond 和 N. Michelusi，“利用二维Root-MUSIC进行DFRC-OTFS时延-多普勒参数估计”，载于 IEEE Radar Conf. 会议论文集，2024年，第 1–6 页。[20] M. Ubadah、S. K. Mohammed、R. Hadani、S. Kons、A. Chockalingam 和 R. Calderbank，“用于感知与通信融合的Zak-OTFS”，2024年，arXiv:2404.04182。[21] S. M. Patole、M. Torlak、D. Wang 和 M. Ali，“汽车雷达：信号处理技术综述”，IEEE Signal Process. Magazine，第 34 卷，第 2 期，第 22–35 页，2017年。[22] S. E. Zegrar、S. Rafique 和 H. Arslan，“面向低复杂度联合感知与通信的OTFS-FMCW波形设计”，载于 IEEE PIMRC 会议论文集，2022年，第 988–993 页。[23] C. Zhang、C. Shen、D. Mishra 和 J. Yuan，“保护间隔不足时正交啁啾分复用的干扰感知频域均衡器”，载于 IEEE ICC 会议论文集，2025年，第 1–6 页。[24] O. K. Rasheed、G. D. Surabhi 和 A. Chockalingam，“上行链路多用户OTFS在快速时变信道中的稀疏时延-多普勒信道估计”，载于 IEEE VTC 会议论文集，2020年，第 1–5 页。[25] Q. Li、J. Yuan、M. Qiu、S. Li 和 Y. Xie，“正交时频空间调制的低复杂度Turbo SIC-MMSE检测”，IEEE Trans. Commun.，第 72 卷，第 6 期，第 3169–3183 页，2024年。[26] P. A. Bello，“随机时变线性信道的表征”，IEEE Trans. Commun. Syst.，第 11 卷，第 4 期，第 360–393 页，1963年。[27] A. Shafie、J. Yuan、N. Yang 和 H. Lin，“时延-多普勒平面正交脉冲的时频局域特性”，IEEE Trans. Commun.，第 1–1 页，2024年。[28] W. Yuan、S. Li、Z. Wei、J. Yuan 和 D. W. K. Ng，“ 采用叠加导频与数据传输方案的 OTFS 系统数据辅助信道估计”，IEEE Wireless Commun. Lett.，第 10 卷，第 9 期，第 1954–1958 页，2021年。[29] D. K. Barton，《雷达系统分析与建模》。Artech House，2004年。[30] C. Cook 和 J. Paolillo，“用于高功率雷达高效旁瓣抑制的脉冲压缩预失真函数”，《Proceedings of the IEEE》，第 52 卷，第 4 期，第 377–389 页，1964年。[31] Z. Wei、W. Yuan、S. Li、J. Yuan 和 D. W. K. Ng，“采用稀疏贝叶斯学习的OTFS离网格信道估计”，IEEE 无线通信汇刊，第 21 卷，第 9 期，第 7407–7426 页，2022年。[32] J. Ma 和 L. Ping，“正交近似消息传递”，IEEE Access，第 5 卷，第 2020–2033 页，2017年。[33] G. D. Surabhi、R. M. Augustine 和 A. Chockalingam，“OTFS调制的峰均功率比”，IEEE Commun. Lett.，第 23 卷，第 6 期，第 999–1002 页，2019年。[34] Y. Rahmatallah 和 S. Mohan，“OFDM系统峰均功率比抑制：综述与分类”，IEEE Commun. Surv. Tutor.，第 15 卷，第 4 期，第 1567–1592 页，2013年。[35] T. Jiang、M. Guizani、H.-H. Chen、W. Xiang 和 Y. Wu，“基于极值理论推导OFDM无线系统的PAPR分布”，IEEE 无线通信汇刊，第 7 卷，第 4 期，第 1298–1305 页，2008年。[36] D. Tse 和 P. Viswanath，《无线通信基础》。剑桥大学出版社，2005年。[37] J. Marcum，“脉冲雷达目标检测的统计理论”，IRE Trans. Inf. Theory，第 6 卷，第 2 期，第 59–267 页，1960年。[38] A. Shafie 等人，“关于 ODDM 信号的频谱响应”，载于《IEEE ICC 2025》，第 1–6 页。[39] L. Gaudio、M. Kobayashi、G. Caire 和 G. Colavolpe，“关于正交时频空间调制在联合雷达参数估计与通信中的有效性”，IEEE 无线通信汇刊，第 19 卷，2020年，第 5951–5965 页。