arXiv:2602.02251v1 [cond-mat.quant-gas] 2 Feb 2026

观测偶极里德伯量子自旋链中的弱破缺守恒定律

Cheng Chen,[1,2] Luca Capizzi,[3] Alice Marché,[3] Guillaume Bornet,[2] Gabriel Emperauger,[2]Thierry Lahaye,[2], * Antoine Browaeys,[2], † Maurizio Fagotti,[3], ‡ 和 Leonardo Mazza[3], 4, §[1]中国科学院物理研究所，中国北京 *100190*[2]巴黎萨克雷大学、高等光学研究所、法国国家科学研究中心、夏尔·法布里实验室，法国帕莱索 *Cedex 91127*[3]巴黎萨克雷大学、法国国家科学研究中心、理论物理与统计模型实验室，法国奥尔赛 *Cedex 91405*。[4]法国大学研究院，法国巴黎 *75005*(日期：2026年2月3日)

可积量子多体系统具有一系列广延守恒定律，其中一些守恒定律十分脆弱：即使无穷小的微扰，也可能从根本上改变其动力学约束。在此，我们展示，这种脆弱性会在一维量子自旋链中留下清晰的实验印记，而该自旋链仅含 14 个里德伯原子。原子间偶极耦合导致的弱可积性破缺，可在实验可及的时间尺度内通过非局域可观测量的动力学直接探测。具体而言，磁化涨落对脆弱守恒律的破缺高度敏感，并呈现异常增长；我们在实验中观测到了这一现象。半局域弦可观测量中也出现了类似特征。对长得多的自旋链进行数值模拟，以及一个简化的经典随机模型，均再现了这些特征。我们确立了非局域可观测量作为探测量子自旋链中脆弱守恒律的灵敏手段，并表明里德伯原子阵列可作为检验弱可积性破缺下量子多体动力学微扰描述的平台。

引言

用可精确求解的简化可积模型来描述物理世界，是少体和多体物理中的标准策略 [1–4]。然而，尽管可积模型在理论研究中无处不在，现实系统却从来无法用它们来描述：微扰无处不在，因此需要采用恰当的数学方法 [5–7]。此外，可积性并不等同于解析简洁性，因为精确解往往极其复杂，也很少能转化为简单或直观的描述。 [8]。尽管如此，可积系统仍是基本工具，因为许多现实模型都可以看作是对某个可积模型的小幅变形，而可积性预言中最稳健的部分能够在现实情形中得以保留；要对现实情形进行更精确的描述，则必然需要复杂的非可积模型 [9, 10]。这一研究领域被称为弱可积性破缺，其兴起受到经典系统中开创性的 Kolmogorov–Arnold–Moser（KAM）定理的推动。该定理表明，当微扰足够弱时，可积与非可积的现象学可以共存 [11–13]。

量子多体系统中的可积性概念不如经典力学中那样明晰 [14]，但通常将其与存在大量相容的守恒定律联系起来 [15–17]。关于可积系统动力学的一个核心结果是，在晚期，一个平移不变态在孤立环境中在局部上变得与广义吉布斯系综（GGE） [18, 19]不可区分：这是一种由与守恒定律相关联的大量广义温度所表征的定态（综述见文献 [20, 21]）。尽管这一庞大的守恒定律族使系统能够详细保留对初态的记忆，但在实践中，区分GGE与热系综往往是定量而非定性的问题。

当系统被制备为非均匀态时，可积与非可积动力学之间的差异会显著扩大；在这种状态下，无数种流可以同时流动。事实上，每一条守恒定律都对应于局域密度的一个连续性方程以及相应的流 [22]，这推广了人们熟悉的能量流和磁化流；这些流会变得长寿且不衰减 [23, 24]。因此，可积模型展现出结构丰富的弹道输运，与一般的非可积系统形成鲜明对比；在后者中，守恒定律寥寥无几，欧拉尺度动力学也受到更多限制 [25]。如今，人们已在广义流体动力学框架内理解了可积系统中的这一现象学 [26, 27]，；该框架将涌现的准粒子及其守恒荷视为基本的流体动力学自由度。如果说这些研究传达了什么重要信息，那就是：可积性并非仅仅是一种数学构造，而是一项对低维系统中的输运和弛豫有着深远影响的物理原理 [28–35]。

在这项工作中，我们研究一个真实量子多体系统中的弱可积性破缺，该系统由一维里德伯原子阵列 [36, 37] 构成。实验装置通常被建模为一条量子自旋链，其

* thierry.lahaye@institutoptique.fr
† antoine.browaeys@institutoptique.fr
‡ maurizio.fagotti@universite-paris-saclay.fr§ leonardo.mazza@universite-paris-saclay.fr

哈密顿量由一个可积的最近邻部分，以及会破坏许多与前者相关的守恒定律的弱长程耦合组成。此前对具有弱可积性破缺的一维量子自旋链开展的理论研究表明，与非可积微扰相关的时间尺度可能极其漫长 [38–42]。在这类方法中，弱微扰通常在动力学框架下处理，由此得出的图景是：可积的弹道区向常规扩散流体力学的过渡极其缓慢 [43–47]。因此，人们普遍认为，量子模拟器中实现的小规模装置通常最多仅包含几十个自旋，因而只能探测底层可积模型的现象学，而这类模型往往在实际上是非相互作用的：有限尺寸效应预计会完全掩盖任何可积性破缺过程。

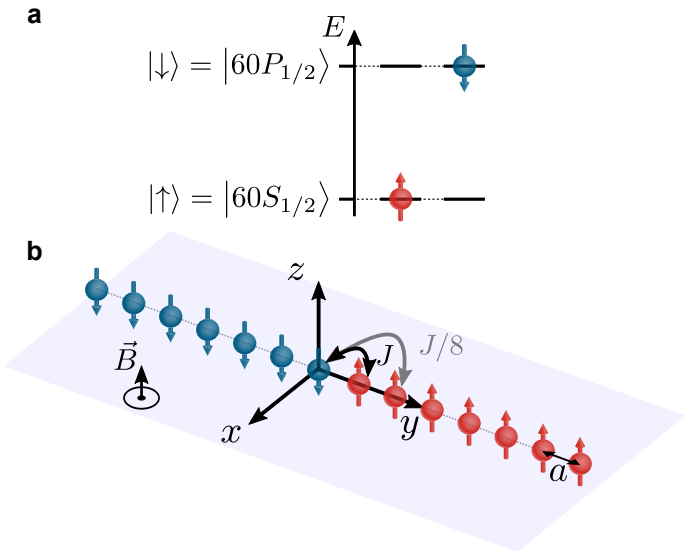

图1. **一维自旋链的示意图**。**a**：用于编码有效自旋-1/2的 ^{87}Rb 原子的里德伯能级。**b**：十四个原子排列成间距均匀的一维阵列，并初始化为文中所定义的磁性畴壁态。

我们首次提出结合实验与理论的证据，表明即使在小型量子模拟器中、在实验可及的时间尺度内，也能分辨出可积模型受到微扰后引发的守恒定律破缺。我们研究初始非均匀畴壁态的量子动力学：其中一半有效自旋沿 z 轴极化，另一半则沿相反方向极化。这种态有几个显著优势：**(i)** 在实验上，得益于近期的进展 [37]，可以高保真地制备；**(ii)** 在数值上，即使对于相对较大的系统，也能运用最先进的矩阵乘积态技术，以适中的计算成本模拟其时间演化（早期研究见文献 [48]）；**(iii)** 在解析方面，近年来人们已充分刻画了其在可积哈密顿量下的动力学 [23, 49–55]。我们表明，以方差及相关弦序算符量化的磁化涨落，对偶极耦合引发的守恒定律破缺极为敏感，因此能作为一种强有力的实验诊断手段，在出乎意料的短时间尺度上探测弱可积性破缺。

结果

我们的装置由空间光调制器 [56, 57]产生的光镊所俘获的 ^{87}Rb原子一维阵列构成。我们将 $L = 14$ 个原子排列成具有相等原子间spacing $a = 10.8\,\mu$m的一维链，并利用两个里德伯态 $|\uparrow\rangle = |60S_{1/2},\ m_J = 1/2\rangle$ 和$|\downarrow\rangle = |60P_{1/2},\ m_J = -1/2\rangle$编码赝自旋 $1/2$ 。共振偶极-偶极相互作用使该系统可由如下偶极 XX 哈密顿量描述：

$$\hat{H}_{\mathrm{XX}} = -\hbar J \sum_{i<j} \frac{a^3}{r_{ij}^3} (\hat{\sigma}_i^+ \hat{\sigma}_j^- + \hat{\sigma}_i^- \hat{\sigma}_j^+) \,, \qquad (1)$$

其中 r_{ij} 为格点 i 与 j 之间的距离（标记为从 $-L/2+1$ 到 $L/2$），$J = 2\pi \times 1.2$ MHz 为相互作用强度，而 $\hat{\sigma}^x_i$ 是作用于格点 i上自旋的泡利矩阵。为确保相互作用各向同性，我们通过施加一个 ~ 45 垂直于阵列的 G 磁场来定义量子化轴。原子被初始化为磁畴壁态 $|\Psi_{\mathrm{DW}}\rangle = |\downarrow\downarrow\downarrow\downarrow\downarrow\downarrow\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\rangle$，见图1，采用了我们在先前工作中介绍的相同技术 [58–61]；实验装置的更多细节见 材料与方法。从这一非平衡态出发，我们测量 XX 哈密顿量支配下演化过程中的磁化强度 $\hat{\sigma}^z_j$ 。具有幂律尾部的 XX 模型动力学在 d 维度中，近来已成为若干理论和实验研究的对象，参见例如文献 [60, 62–70]。

从本工作的角度来看，关键在于强调哈密顿量由其最近邻（$r_{ij} = a$）项主导，这与 XX模型相一致

$$\hat{H}_{\mathrm{nn}} = -\hbar J \sum_j \left(\hat{\sigma}_j^+ \hat{\sigma}_{j+1}^- + \hat{\sigma}_j^- \hat{\sigma}_{j+1}^+\right). \qquad (2)$$

众所周知，该模型是可积的：经 Jordan–Wigner变换后，它映射为自由（非相互作用）费米子，其准粒子激发各自携带一个磁化量子 [71, 72]。对 H_{nn} 的领先修正是次近邻（$r_{ij} = 2a$）偶极-偶极项

$$\hat{H}_{\mathrm{nnn}} = -\frac{1}{8}\hbar J \sum_j \left(\hat{\sigma}_j^+ \hat{\sigma}_{j+2}^- + \hat{\sigma}_j^- \hat{\sigma}_{j+2}^+\right). \qquad (3)$$

在费米子表象中， H_{nnn} 会在准粒子之间产生相互作用，从而破坏 H_{nn}的无限多个局域守恒定律。由于偶极-偶极耦合会快速 r^{-3} 衰减，该平台天然实现了可控的弱可积性破缺 regime，其特征是$r_{ij}=2a$处的前因子 $1/8$ 很小。更高阶修正，例如范德瓦耳斯相互作用和四极相互作用，也会破坏可积性，但其量级参数更小，因此下文将忽略。关于量子可积性及其与 H_{nn} 和 H_{nnn} 的费米子表象之间关系的简要讨论，见材料与方法。

动力学：磁化分布 – 众所周知，在可积的最近邻哈密顿量 $\hat{}\ H_{\mathrm{nn}}$作用下，畴壁态 $|\Psi_{\mathrm{DW}}\rangle$会发生弹道式弛豫：穿过接点传递的净磁化强度随时间线性增长 [23]。这一行为反映了 XX 模型的自由费米子特性：其准粒子稳定，以确定的群速度传播，且只发生弹性（实际上是平凡的）散射。与此一致，局部磁化强度会形成光锥结构，可将其解释为初始磁序的量子相干熔化。在热力学极限和长时间下，磁化分布呈现标度形式；对于 $|j|\le 2Jt$，其表现为 $\langle\hat{}\sigma_j^z\rangle(t)=(2/\pi)\arcsin(j/(2Jt))$，而在光锥之外则饱和于初始值（详情请参阅 材料与方法 ）。

在这种情况下，磁化强度的 z 分量 $\hat{}\sigma^z_{\mathrm{tot}}=\sum_j\hat{}\sigma_j^z$ 发挥着特殊作用：它既是可积哈密顿量 H_{nn} 的精确守恒量，也是微扰 H_{nnn} 的精确守恒量。然而，这种情况非常不具有一般性。让我们考虑 H_{nn} 的另一条守恒定律，例如磁化强度流 $\hat{}J^z_{\mathrm{tot}}=iJ\sum_j(\sigma_j^+\sigma_{j+1}^- - \mathrm{H.c.})$：这是 XX模型 [73]，的一条脆弱守恒律，很容易被一般扰动破坏，尤其会被 H_{nnn} 破坏。在材料与方法 中，我们回顾一个重要事实： H_{nn} 中在自旋翻转下为奇的守恒定律，例如 J^z_{tot}，在微扰（$\hat{}\sigma^z_{\mathrm{tot}}$ 是例外）的作用下即使在一阶也无法发生形变，因此被视为脆弱守恒律。这里不深入讨论更复杂的可积性破缺技术问题，我们希望研究由 H_{nnn} 引起的脆弱守恒律破缺是否会在实验数据中留下可观测的特征。

我们对 $|\Psi_{\mathrm{DW}}\rangle$ $\hat{}$ $\hat{}$在 $H_{\mathrm{nn}}+H_{\mathrm{nnn}}$ 下的时间演化进行数值模拟，以量化偶极次近邻耦合如何改变畴壁熔化过程。我们考虑一条含48个自旋的链，并将演化限制在 $Jt_f=12$ ，以尽量减小有限尺寸效应。数值计算采用基于矩阵乘积态（MPS）的标准算法 [74]，通过基于 Julia 的 ITensors 软件包 [75, 76], 实现，详情参见材料与方法 。得到的磁化强度

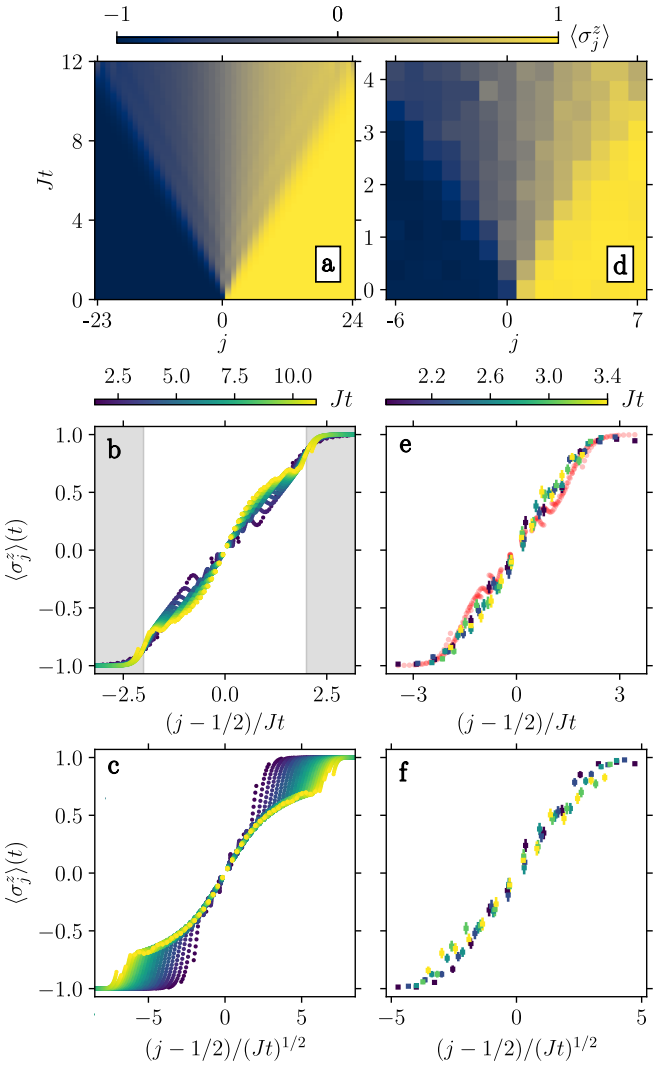

图2。**磁化分布**。**a**：数值磁化强度的时空图， $\langle\hat{\sigma}_j^z\rangle(t)$在$H_{\mathrm{nn}}+\hat{}H_{\mathrm{nnn}}$ 下演化，链长为 $L=48$。最大时间的选取确保有限尺寸效应可以忽略。**b**：对**a**中的数据进行弹道重标度，绘制 $\langle\hat{\sigma}_j^z\rangle(t)$随 $(j-1/2)/(Jt)$的变化；灰色区域表示观察到数据塌缩的范围。**c**：对**a**中的数据进行扩散标度变换，绘制 $\langle\hat{\sigma}_j^z\rangle(t)$随 $(j-1/2)/(Jt)^{1/2}$的变化。**d**：实验磁化强度的时空图， $\langle\hat{\sigma}_j^z\rangle(t)$。**e**：实验数据的弹道重标度；红点表示在与实验相同的时间窗口内， $L=14$ 在 $H_{\mathrm{nn}}+H_{\mathrm{nnn}}$ 下演化的数值模拟结果。**f**：实验数据的扩散标度变换，绘制 $\langle\hat{\sigma}_j^z\rangle(t)$随 $(j-1/2)/(Jt)^{1/2}$的变化。

分布 $\langle\hat{}\sigma_j^z\rangle(t)$ 见图 2**a**。一个清晰的因果光锥从接点向外传播，此处接点定义为连接格点 $j=0$ 和 $j=1$的键。为表征输运，我们使用变量$(j-\frac{1}{2})/(Jt)^{1/z}$对数据进行重标度，其中 z是动力学指数。图 2**b** 和 2**c** 分别展示了 $z=1$（弹道）和 $z=2$ （扩散）情况下得到的数据塌缩。我们发现，弹道重标度产生了一种非平凡结构

主要出现在光锥边缘附近，而数据则显示，中心附近（$j \simeq \frac{1}{2}$）的斜率呈现出越来越陡的上升趋势。这表明系统趋向于形成近乎分段常数的平台，并发展出只有采用扩散标度才能分辨的不连续性。我们将这种新出现的扩散展宽归因于项 H_{nnn}，该项破坏了脆弱守恒律。本文不重点讨论由此产生的双尺度结构，即前沿的弹道传播与接点附近的扩散平滑，尽管这一现象值得进一步的理论研究。

现在我们转向量子模拟器上测得的磁化动力学 $\langle \hat{\sigma}_j^z \rangle(t)$；我们通过强制总磁化强度守恒来对测量结果进行后选择：所有总磁化强度与初始值不同的比特串都会被舍弃，因为这些事件显然与材料与方法中讨论的实验误差有关。对于 $\langle \hat{\sigma}_j^z \rangle(t)$ 的时空数据（见图2**d** ），可以看到清晰的光锥结构。与大系统数值模拟不同，对 $j/(Jt)^{1/z}$ 进行重标度并未显现出明显的双尺度（弹道—扩散）模式：如图2**e**和2**f**所示，实验数据点既符合弹道塌缩，也同样符合扩散塌缩。在材料与方法中，我们对实验磁化分布中隐藏的输运特征进行了更深入的研究。对转移磁化的常规研究与弹道输运相符，并可用于拟合动力学指数 $z = 1.09 \pm 0.03$。不过，我们还表明，对接点附近磁化分布斜率的详细分析能够提供信息，揭示理论上预期发生的扩散过程的明确特征。理解这些分析之间的差异，以及为何其中一种比另一种更稳健，是一个令人振奋的理论研究方向。

为了评估这种无法明确判定

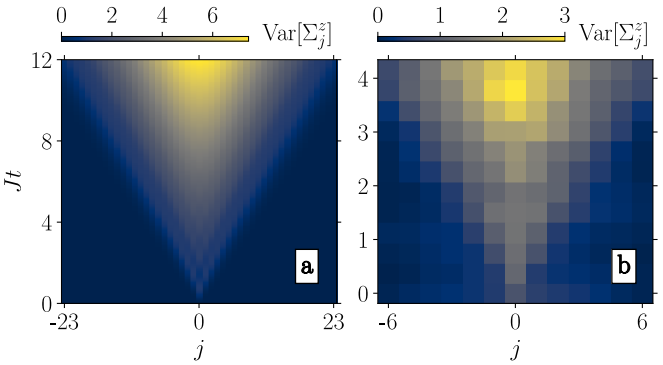

图 3. **子系统磁化强度的方差：时空分布。a**：在 $\hat{H}_{\mathrm{nn}} + \hat{H}_{\mathrm{nnn}}$ 下演化时，Var[$\hat{\Sigma}_j^z$](t) 的数值时空图。**b**：后处理后的 Var[$\hat{\Sigma}_j^z$](t) 实验时空图（见正文）。

扩散展宽是否可归因于实验缺陷，我们对长度为 $L = 14$ 的有限链执行相同方案的精确对角化模拟，并以 $H_{\mathrm{nn}} + H_{\mathrm{nnn}}$进行演化。数值结果（图2**e**中的红点）与实验数据高度吻合，支持了这一结论：主要限制因素是有限尺寸，而非控制不完善。我们得出结论，就局部磁化强度 $\langle \hat{\sigma}_j^z \rangle(t)$而言，本实验中可观测到的动力学同样符合弹道行为，这与引言结尾处讨论的预期一致。

动力学：子系统磁化强度的方差 – 为更清楚地展现脆弱守恒律被破坏的效应，我们考虑一个从第一个格点延伸至格点 j 的积分（子系统）磁化强度，并分析其方差，

$$\hat{\Sigma}_j^z = \sum_{m=-\frac{L}{2}+1}^{j} \hat{\sigma}_m^z; \qquad \mathrm{Var}[\hat{\Sigma}_j^z] = \langle \hat{\Sigma}_j^z \hat{\Sigma}_j^z \rangle - \langle \hat{\Sigma}_j^z \rangle^2. \tag{4}$$

该可观测量本质上是非局域的：展开二阶矩可得 $\langle (\hat{\Sigma}_j^z)^2 \rangle = \sum_{m=-L/2+1}^{j} \sum_{n=-L/2+1}^{j} \langle \hat{\sigma}_m^z \hat{\sigma}_n^z \rangle$，因此 Var[$\hat{\Sigma}_j^z$] 对子系统内所有二点关联进行积分。

图3a(b)对应于一条长链，$L = 14$。对于取值 $j = L/2$，由于我们对整个装置求和，我们实际上考虑的是总磁化强度的方差：它恒为零，因为动力学守恒总磁化强度 $\Sigma_{L/2}^z$，因此未予绘制。正如所预期的，Var[Σ_j^z](t) 呈现出光锥结构：其增长最终由在接点处启动、随后沿链传播的磁化强度动力学所驱动。

现在我们转向实验数据。前面所述的后选择在这里至关重要，它使图 3b 中 Var[Σ_j^z] 呈现出清晰的光锥图样；直接根据测得的比特串计算 Var[$\hat{\Sigma}_j^z$] 会产生非常嘈杂的信号。为了更定量地刻画动力学，我们关注半链可观测量 Var[$\Sigma_{j=0}^z$](t)。图 4a 比较了由完整哈密顿量 $H_{\mathrm{nn}} + H_{\mathrm{nnn}}$ 或仅由最近邻项 H_{nn} 产生的演化的数值结果。纳入 H_{nnn} 后，我们观察到方差迅速且显著地增大，这与可积最近邻动力学特有的缓慢 $\propto \log t$增长形成鲜明对比 [53–55, 77–81]。在 XX情形中，可积性意味着，在光锥内，该态在局部上仍等价于一个（局部受推动的）费米海，这对涨落的累积形成了强烈限制 [54]。图 4b 绘出了两条曲线之差；结果显示方差起初呈 $\propto t^2$ 增长，随后转变为较缓慢的趋势。

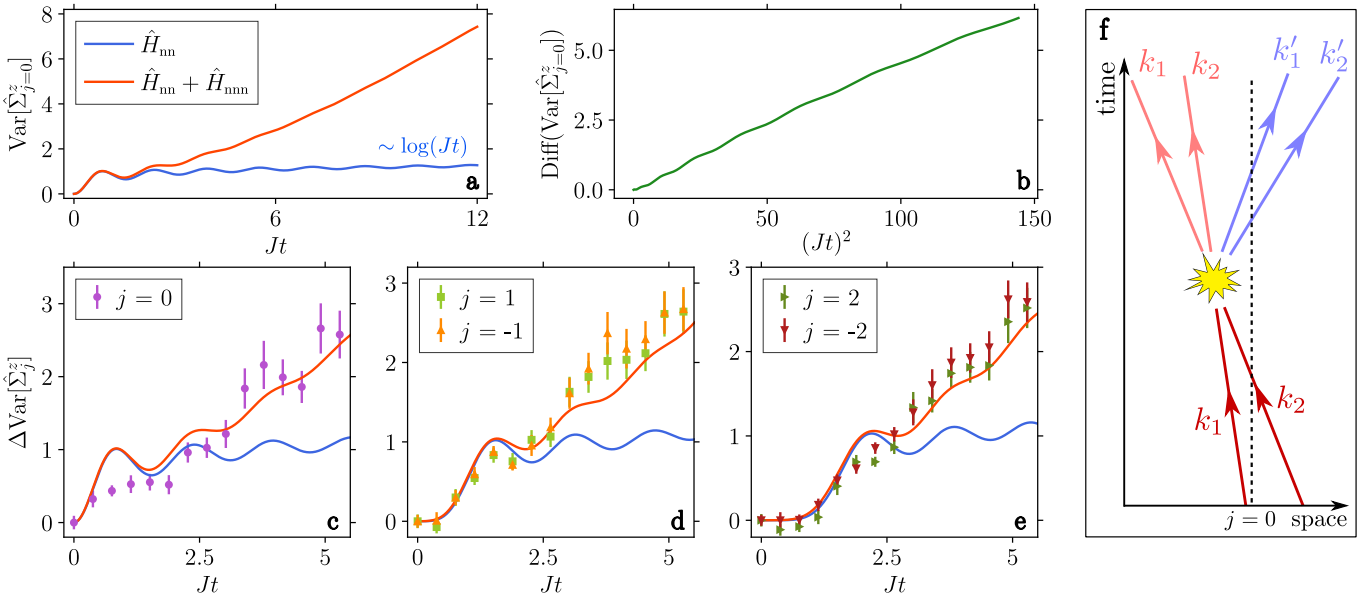

图 4. **半链磁化强度的方差。a**：链长为 $L = 48$ 时，哈密顿量演化下 $\mathrm{Var}[\hat{\Sigma}^z_{j=0}]$ 在 $\hat{H}_{\rm nn}$ 作用下以及在 $\hat{H}_{\rm nn} + \hat{H}_{\rm nnn}$作用下的数值模拟。**b**：**a**中两条曲线之差。**c**、**d** 和 **e**：经过后处理（见正文）后，不同 j 取值下 $\Delta\mathrm{Var}[\Sigma^z_j]$ 的实验数据，并与可积的 $\hat{H}_{\rm nn}$ 和非可积的 $\hat{H}_{\rm nn} + \hat{H}_{\rm nnn}$对应的 $\mathrm{Var}[\Sigma^z_{j=0}]$进行比较。**f**：哈密顿量 $\hat{H}_{\rm nnn}$诱导的反向散射过程示意图：一对费米子准粒子（k_1，k_2）可转变为一组相干叠加态，其中包含沿相反方向传播的粒子对（k_1，k_2）和（k'_1，k'_2）；最终它们将分别位于系统的两个不同半区，即 $j \leq 0$ 或 $j > 0$，使 $\hat{\Sigma}^z_{j=0}$ 产生显著的量子涨落。

我们将 Var 的快速增长$[\hat{\Sigma}^z_{j=0}](t)$ 视为准粒子散射的一种灵敏诊断信号，这种散射由$\hat{H}_{\rm nnn}$引起，其中包含准粒子相互作用项。特别是，图 4f中示意的反向散射过程，由于脆弱守恒律被破坏而得以发生；它们可将成对的左行准粒子转化为右行准粒子，并产生由向左和向右运动的准粒子相干叠加而成的激发。最终，这些准粒子将分别位于接点的左侧和右侧，使半系统磁化强度受到量子涨落的影响。此类双向传播的激发是否存在，正是积分方差 Var$\hat{}$所要捕捉的。$[\Sigma^z_{j=0}]$

接下来我们转向实验数据。与数值模拟不同，我们观察到初始时刻的方差已经是有限值，$\mathrm{Var}[\Sigma^z_j](t = 0) \neq 0$。我们将这一偏移归因于初态制备不完美以及读出误差（详情见材料与方法）。由于这些不完美因素始终存在，且并非我们分析的重点——我们的分析关注相干幺正动力学产生的涨落——因此我们减去初始值，并考察方差的增长 $\Delta\mathrm{Var}[\Sigma^z_j](t) = \mathrm{Var}[\Sigma^z_j](t) - \mathrm{Var}[\Sigma^z_j](t = 0)$。图 4c–4e 展示了若干 j 取值下的 $\Delta\mathrm{Var}[\hat{\Sigma}^z_j](t)$。我们发现其随时间明显增加，这与预期的对数增长不符，而可积最近邻动力学的预期增长正是对数形式。这表明，磁化涨落此前已在其他量子模拟平台及不同背景下得到研究 [82–84], , 有时甚至与纠缠熵相关 [85–89], , 它们为探测脆弱守恒律的微弱破缺提供了一种特别灵敏的手段；这些守恒律决定了 $H_{\rm nn}$ 下的动力学。

动力学：弦算符 – 除了用于量化涨落的方差之外，其他非局域算符在多体物理中也起着核心作用。一个显著的例子，尤其是在拓扑序的背景下，由弦算符给出；它们可以揭示玻色气体或自旋链中的隐藏序 [90–93] ，并且也已借助量子气体显微镜在冷原子实验中得到测量 [94, 95]。尽管在自旋表述中它们本质上是非局域的，但当用费米准粒子来表述时，它们可以表示局域可观测量，不过仅当完整的物理体系（态与哈密顿量）在相应对称性下保持不变时才如此 [96, 97]。在此我们表明，这类算符同样能敏锐地诊断脆弱守恒律的破缺，并且相对于可积情形，即使在短时间内就已呈现出显著的定性差异。

为此，我们引入弦算符

$$\hat{P}_j^z = \bigotimes_{m=-\frac{L}{2}+1}^{j} \hat{\sigma}_m^z = (-1)^{\sum_m^j \frac{1}{2}(\hat{\sigma}_m^z+1)}. \quad (5)$$

ˆ第二个等式明确表明， P_j^z在相差一个无关紧要的前置因子的意义下，测量了区间 $[-L/2+1, j]$上累积磁化的奇偶性。等价地，它可以视为全计数统计的一个特例（即在选取宇称扇区的那个特殊点处求值的生成函数）。

我们首先在图 5**a**和 5**b** 中展示ˆ由 $\langle P_j^z \rangle(t)$ 生成的时间演化数值模拟ˆ ˆˆ以及 $H_{\rm nn}$ 和 $H_{\rm nn} + H_{\rm nnn}$生成的时间演化数值模拟，分别对应两种情况。两种情况下，动力学都呈现出清晰的光锥结构。在 $t = 0$处强烈的交错模式，在$+1$ 和 -1之间交替，反映出存在处于 $|\downarrow\rangle$ 态的格点；自然可以将它们解释为相对于完全极化参考态 空穴准粒子 $|\uparrow\rangle$。每个空穴携带一个单位的负磁化强度；在初始畴壁态$|\Psi_{\rm DW}\rangle$ 中，空穴以单位填充占据链的左半部分。随着时间演化，交错结构逐渐扩展到最初不含空穴的右半部分。因此，追踪由此形成的轨迹，就能直接实时呈现空穴穿过接点的传播过程。尽管这两幅时空图在定性上相似，但在可积情形下，这种模式显然持续得更久。

为了量化这种差异，我们聚焦于半链ˆ弦算符，并研究 $\langle P_{j=0}^z \rangle(t)$的时间演化。图5**d** 和 5**e** 所示的数值结果表明，对于由 $H_{\rm nn}$生成的可积动ˆ ˆ力学， $\propto t^{-1/4}$ 呈现缓慢的代数衰减 $H_{\rm nnn}$ ，而加入 $\propto e^{-Jt/4}$后，衰减明显加快，与此相符。代数行为表明，在可积情形下，空穴准粒子保持着长寿命的量子相干；而在不可积情形下，相互作用和反向散射会迅速破坏这种相干性。因此，弦算符提供了一种敏锐的诊断手段，能够清晰地区分有效自由费米子的可积区制与准粒子散射不再是纯弹性的相互作用区制。

现在我们转向实验观测。图 5**c** 显示了ˆ$\langle P_j^z \rangle(t)$测得的时空分布，其中条纹图案明显变得模糊。我们将这种对比度损失解释为长程耦合诱发准粒子散射的标志。为定量表述这一结论，图 5**f**报告了从实验中提取的半链信号 $\langle \hat{P}_{j=0}^z \rangle(t)$，该信号与指数衰减相符。不过，该图也突出表明，在如此短的时间尺度上，极难区分指数衰减与代数衰减。综合来看，图 5 表明，弦算符提供了一种实验上可实现的探针，用于探测里德堡原子平台中偶极相互作用所诱导的 $H_{\rm nn}$ 脆弱守恒律的弱破缺。

一个理论模型— 从理论角度来看，将 $\mathrm{Var}[\hat{\Sigma}_{j=0}^z](t)$ 的快速增长与由 ˆ 可积性破缺项 $H_{\rm nnn}$ 产生并在图 4**f** 中示意的反向散射过程联系起来十分重要。值得注意的是，这一机制的关键定性特征已经可以通过一个简单的经典模型再现，该模型对这一效应提供了直观且便于数值处理的描述。因此，我们采用这一经典框架来分离出相关物理机制，这与文献 [98]的思路相同。

我们考虑一种一维随机元胞自动机，其构型是由以下元素组成的比特串$\{0, 1\}$。其动力学由局部双位点更新规则定义，这些规则表示为作用于最近邻格点对的经典门。门按照标准砖墙模式依次应用，偶数层和奇数层交替进行 [99]；示意图见图6。在每个更新的键上，按以下方式随机选择门：**(i)** 以 $1 - p$ 的概率交换两个比特（即交换门）；**(ii)** 以 p 的概率保持比特不变（即恒等门）。

在 $p = 0$ 时，演化完全是弹道式的。将**“1”**解释为粒子后，可以立即发现稳定的右行和左行准粒子以速度± 1传播。对于较小但非零的 $p \ll 1$，主要影响是出现反向散射事件，使右行粒子转变为左行粒子，反之亦然。激活这一散射通道会破坏 $p = 0$ 极限下严格的弹道动力学；因此，在足够长的时间尺度上，反复发生的反向散射预计会导致扩散输运。这使该元胞自动机成为分析从弹道行为到扩散行为转变的最简模型 [100–102]，，我们将用它作为上述量子动力学的定性替代模型。尽管应谨慎看待这一经典模型与上述量子动力学之间的直接对应关系，但该模型仍可作为定性参考：按照费米黄金法则的思路，通常可以预期 p 与$(1/8)^2$，处于同一量级，后者对应于微扰 $H_{\rm nnn}$ 相对于可积哈密顿量 $H_{\rm nn}$ 的平方强度。

我们考察格点 j 和时间 t处的粒子密度，记为 $q_j(t)$，以及其在随机实现上的平均值 $\langle q_j \rangle(t)$。我们研究从畴壁初始条件 $(\ldots 000111\ldots)$出发的演化。所得剖面如图 7**a** 所示，对 p的几个取值进行了展示。当 $p = 0$时，会形成清晰的光锥，反映出弹道标度$j \sim t$。在光锥内部，系统形成一种非平衡稳态，在大系统和长时间极限下，它成为 j/t的标度函数（见补充材料与方法），与可积量子

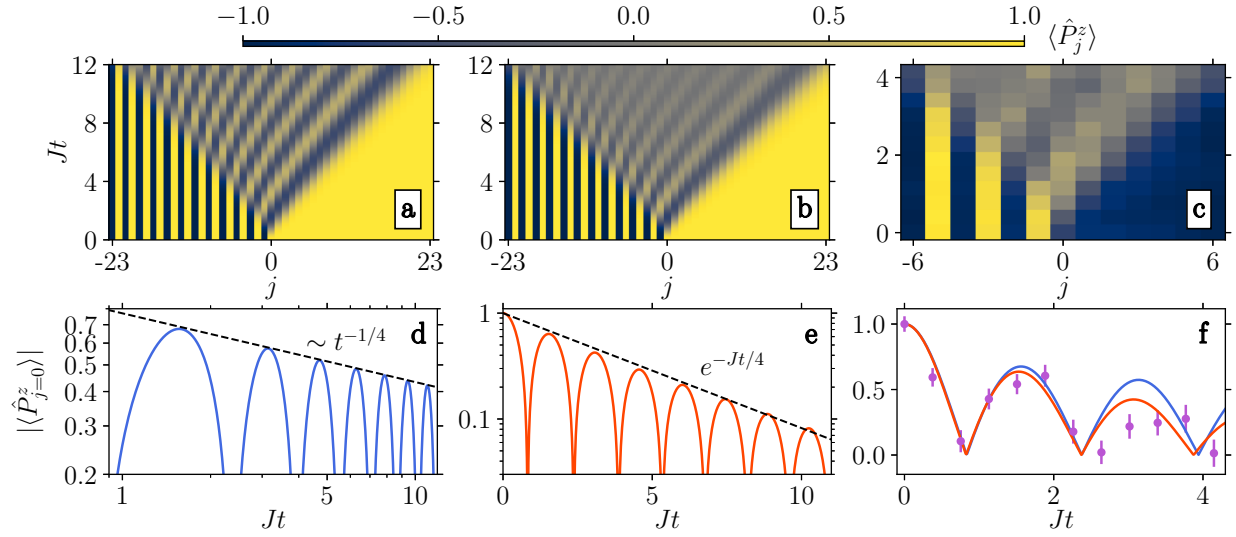

图 5. **弦算符**。**a** 和**b**：分别展示在 $\hat{}$ $H_{\rm nn}$ 和 $\hat{}$ $H_{\rm nn} + \hat{}H_{\rm nnn}$ 作用下演化时 $\langle \hat{}P_j^z \rangle(t)$ 的数值时空分布。**c**：$\langle \hat{}P_j^z \rangle(t)$ 的实验时空分布。**d** 和**e**：分别展示在 $\hat{}H_{\rm nn}$ 和 $\hat{}$ $H_{\rm nn} + \hat{}H_{\rm nnn}$ 作用下演化时 $\langle \hat{}P_{j=0}^z \rangle(t)$ 的数值时间轨迹。**f**：$\langle \hat{}P_{j=0}^z \rangle(t)$ 的实验数据，经过重标度，使其从 1 开始。

$\hat{}$动力学（由 $H_{\rm nn}$产生）。当 $p \neq 0$ 时，光锥逐渐减弱；在足够长的时间下，一个宽度按 $j \sim \sqrt{t}$ 增长的抛物区域变得明显。这是扩散的清晰标志，类似于对 $\langle \hat{} \sigma_j^z \rangle(t)$ 的重标度量子数据中观察到的扩散标度，见图 2**c**。

与式 (4) 直接类比，我们还考虑区间 $[1, j]$ 内的积分粒子数，其定义为$Q_j = \sum_{m \leq j} q_m$，并分析其方差 Var $[Q_j](t)$。图 7**b** 展示了 Var$[Q_j](t)$ 随空间和时间的变化。在确定性极限 $p = 0$ 下，方差恒为零，尤其是 Var $[Q_{j=0}](t) = 0$，这反映了随机涨落的缺失。因此，很容易将 $H_{\rm nn}$ 作用下半链方差 Var$[\Sigma_{j=0}^z](t)$ 的缓慢 $\sim \log t$ 增长视为这种确定性行为的真正量子类比。

对于 $p \neq 0$，Var$[Q_j](t)$ 的支撑遵循相同的

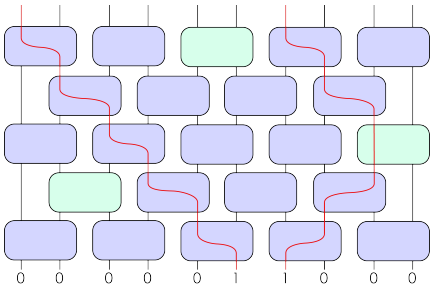

图 6. **经典统计元胞自动机**。交换门以紫色表示，恒等门以绿色表示。红线突出显示了交换门支持的向右和向左运动的激发，而恒等门则使它们发生反向散射。

密度分布中所见的组合弹道-扩散结构 $\langle q_j \rangle(t)$。更引人注目的是，半链方差 Var$[Q_{j=0}](t)$，如图7**d**所示，呈现出一种反直觉的趋势：正如预期，较小的散射概率 p 会使初始增长更慢，但在中间时刻，p 越小，增长就越显著。因此，弱可积性破缺会导致半链涨落迅速累积，而在可积极限下，方差仍受到强烈抑制，这一现象与我们在里德堡原子链中的结果极为相似。事实上，在短时间内，无论在经典还是量子情形中，半链方差都表现出初始 $\sim t^2$ 增长。

最后，为了进一步加强与量子数据的类比，我们还考察了弦可观测量 $P_j = e^{i\pi Q_j}$，它测量区间 $[-L/2 + 1, j]$内粒子数的奇偶性。图7**c**所示的相应数据表明，在确定性极限 $p = 0$下，出现了明显的对角条纹图案，这与空穴准粒子从左向右的弹道运动有关。随着 p 增大，整体光锥结构仍然清晰可见，但条纹图案的对比度逐渐减弱，并随时间呈指数衰减而消失（未展示数据）。当 p取值更大时，光锥本身最终也会消退，转而呈现纯扩散性的抛物线展宽。

为阐明我们数值计算中观察到的现象学，有必要在稀散射区 $p \ll 1$ 分析该自动机，并采用连续时空中的粗粒化流体动力学视角。如材料与方法中更详细讨论的那样，这一极限可映射到奔跑—翻滚过程，这是经典统计物理中的一个标准模型 [103–105]。在这一描述中，可以得到一个

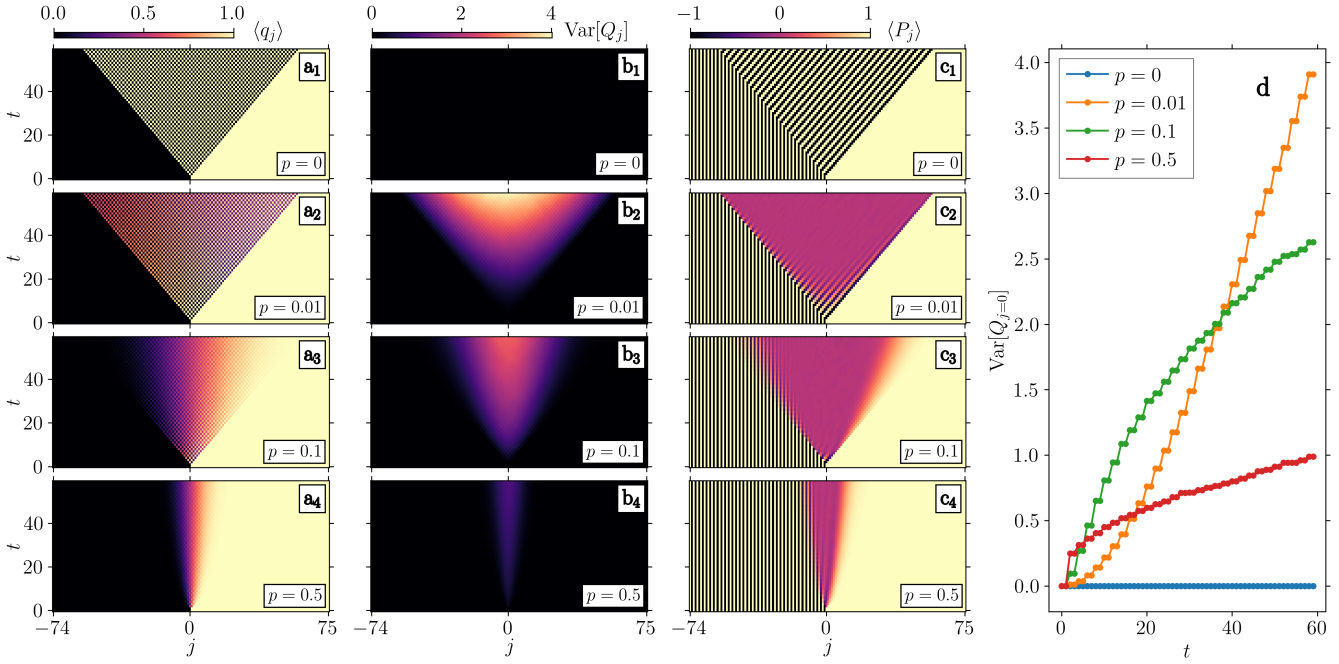

图 7. **经典随机动力学中的弱可积性破缺。a**：从畴壁构型出发，不同 p 值下的平均粒子密度 $\langle q_j \rangle(t)$。我们考虑大小为 $L = 150$ 的系统，并对 $N = 10^4$ 次实现取平均。光锥在 $p = 0$ 时清晰可见，随后逐渐消融；随着 $p \neq 0$ 增大，系统逐渐转向扩散动力学；当其值较大时（例如 $p = 0.5$），则只能观察到扩散行为。**b**：区间 $[-L/2+1, j]$ 内粒子数方差 $\mathrm{Var}[Q_j](t)$ 的时空演化。当 $p = 0$ 时，粒子数不会涨落；而在 p 较小时，会出现强烈涨落，并随着 p 增大而减弱。**c**：平均弦可观测量 $\langle P_j \rangle(t)$ 的时空演化。图中清楚地显示了与空穴准粒子从左半部向右半部传播相关的对角特征逐渐消融。**d**：半链方差 $\mathrm{Var}[Q_{j=0}](t)$ 随时间 t 的变化，不同曲线对应不同的 p 值。在晚期，最小的非零 p 对应最大的方差。

粗粒化粒子密度 $q(x,t)$的闭合演化方程，即电报方程，

$$-\partial_t^2 q + \partial_x^2 q = 2\Gamma\, \partial_t q, \tag{6}$$

其中， Γ 是翻滚（速度随机化）率，在微观自动机中起着与反向散射概率p相同的作用。

方程（6）呈现出两个截然不同的机制。短时间内，阻尼项与惯性项相比可以忽略不计， $2\Gamma\, \partial_t q \ll \partial_t^2 q$，动力学因而有效地呈弹道式，光锥以单位速度传播。晚期时，惯性项变为次要项， $\partial_t^2 q \ll 2\Gamma\, \partial_t q$，演化过程简化为扩散方程，其扩散常数为 $D = \Gamma^{-1}$。随着 D 减小， Γ 增大的现象可以简单地解释为：罕见的翻滚事件使粒子在速度反转之间能够行进更远，从而增强空间扩散。这种弹道-扩散交叉正是我们在图7a的元胞自动机密度分布中观察到的现象。

解析结果也可用于积分数量 Q_j 在run-and-中的涨落翻滚模型 [105]中，积分数目 的涨落也有解析结果。特别是，半链方差满足如下标度关系：$\mathrm{Var}[Q_j](t) \sim \Gamma t^2$ 在 $t \ll \Gamma^{-1}$ 时成立，而 $\mathrm{Var}[Q_j](t) \sim \sqrt{t/\Gamma}$在 $t \gg \Gamma^{-1}$时成立。这一点值得关注，原因有二。首先，它与图 7**d** 中元胞自动机所呈现的趋势一致。其次，它再现了特征性的短时增长 $\sim t^2$ ，这种增长伴随着守恒定律的微弱破缺，我们在量子模拟中也发现了这一点（图 3**b**）。最后，晚期行为在 $\Gamma \to 0^+$ 时是非解析的：尽管 $\mathrm{Var}[Q_j](t)$ 在 $\Gamma = 0$ 时恒为零（即严格的弹道确定性极限），但对于任意 $\Gamma > 0$，它最终都会按 $\sqrt{t/\Gamma}$ 的规律增长。这种对可积性破缺率的奇异依赖，似乎是守恒定律微弱破缺的一种稳健特征，从经典随机动力学到量子情形皆是如此。

讨论

我们的工作报告了首次在小型量子模拟器中对脆弱守恒律遭到微弱破坏所产生影响的实验测量。量子自旋链中可积性的物理后果，尤其是弹道输运，已在多个量子模拟平台上得到探测 [28, 29, 31–35]。同样，

强非可积系统（如自旋梯子）已呈现出清晰的扩散输运特征 [33, 83]。本研究处于一个中间区间：底层可积模型的稳健守恒定律，在我们探测的时间尺度内仍有效守恒；这一情形也已通过若干量子模拟器进行过研究 [106–108]；我们已证明，在小型系统中，脆弱守恒律的破坏会在短时间内留下清晰特征。

在实验中，磁化分布与弹道和扩散标度变换均相容：尽管有迹象表明，在更大的系统中，输运在较晚时刻可能会变为扩散型，但同样也存在颇具说服力的弹道行为特征。就此而言，我们对规模大得多的系统进行的数值模拟显示，存在一个弹道光锥，而扩散输运则在接点附近、该光锥范围内发展。相比之下，我们提供了数值和实验方面的证据，表明子系统磁化强度的方差随时间的增长方式与非相互作用费米子准粒子的传播不相容。我们的结果表明，承载磁化强度的费米子准粒子之间的相互作用会产生离域激发，这些激发是左行与右行激发的相干叠加。沿着这一思路，我们还证明，由非局域弦算符表示的其他可观测量，是探测里德伯链中弱可积性破缺所导致的脆弱守恒律破缺的敏感探针。

为了进一步阐明其内在机制，我们分析了一个经典随机元胞自动机；该模型具有一个可积点，以及一个弱可积性破缺程度可精确控制的区域。尽管这是一个经典模型，且与量子动力学的比较必须谨慎进行，但它再现了我们实验和数值观测中的若干定性特征。它的主要优势在于概念层面：它提供了一个直观且便于数值研究的框架，用以探索弱扰动下脆弱守恒律破缺所产生的影响。这一成功的比较表明，即便并非易事，对我们测量的两个非局域量 $\mathrm{Var}[\hat{\Sigma}^z_j]$ 和 $\langle \hat{P}^z_j\rangle(t)$ 进行完整的量子理论描述，仍有望实现。尤其是，确定这些可观测量如何随控制弱可积性破缺的小参数缩放，仍是一个亟待解决的关键问题。目前尚不清楚，现有方法（本质上基于对弱扰动的费米黄金法则型处理）能否直接应用于这一情形。

更广泛地说，我们的结果凸显了量子多体系统中弱破缺守恒定律物理学的实验意义。在经典力学中，KAM定理为将弱可积性破缺这一领域视为独立研究方向奠定了概念基础，使其有别于完全可积和强混沌动力学。一个类似的、完善发展的框架在多体系统领域仍然缺失，更不用说量子情形了。尽管文献中有许多试图对守恒荷进行变形的微扰构造，但这些方法通常只截断到低阶 [109–117]。若能将这类技术拓展至微扰级数可以有意义地重求和的情形，使其更接近KAM定理的精神，我们便能对弱可积性破缺下的晚期动力学作出明确论断。我们的工作为未来弱可积性破缺量子理论提供了具体的实验和数值基准，并凸显了涨落和非局域可观测量在诊断守恒定律脆弱性方面的核心作用。

材料与方法

实验设计 — 偶极 XX 哈密顿量的实现方法已在我们之前的工作中描述 [58–61]。赝自旋态 $|\uparrow\rangle = |60S_{1/2}, m_J = 1/2\rangle$ 和 $|\downarrow\rangle = |60P_{1/2}, m_J = -1/2\rangle$ 可通过 16.7 GHz 的微波耦合。我们施加一个垂直于阵列的 $\sim$ 45 G 量子化磁场，以保持各向同性相互作用，并将 $|\uparrow\rangle - |\downarrow\rangle$ 跃迁与无关的塞曼子能级隔离开来。

首先，利用波长为 421 nm 和 1013 nm 的激光，通过受激拉曼绝热通道（STIRAP）将所有原子激发到里德伯态 $|\uparrow\rangle$。在将系统初始化于 $|\Psi_{\mathrm{DW}}\rangle$之前，我们施加一个全局共振微波$\pi$脉冲，将所有处于 $|\downarrow\rangle$ 态的原子转移到 [58], , 拉比频率 Ω 为 $= 2\pi \times 19.2$ MHz。然后，我们对半数原子施加寻址光移（$\sim$ 39 MHz），同时施加一个较弱的微波 π脉冲（$\Omega = 2\pi \times 15.1$ MHz），仅将未寻址原子转移回 $|\uparrow\rangle$，同时使寻址原子保持在 $|\downarrow\rangle$，从而得到态 $|\Psi_{\mathrm{DW}}\rangle$。

多种态制备与测量（SPAM）误差会影响观测到的磁化强度和方差。我们估计里德伯激发过程的效率为 98%；因此，比例为 $\eta = 2\%$ 的原子在里德伯激发后仍处于 $|g\rangle$ 态，并在后续动力学中被排除。这些未初始化的原子在序列结束时被读出为自旋$|\uparrow\rangle$ 。同时施加微波π脉冲和寻址激光后，我们发现链右半部分的未寻址原子转移回 $|\uparrow\rangle$的效率为 $\eta_{\text{non-add}}$，而左半部分的寻址原子转移到 $|\uparrow\rangle$的效率为 η_{add}。在 ~ 39 MHz 的寻址光移下，我们测得 $\eta_{\text{non-add}} = 95\%$ 和 $\eta_{\text{add}} = 1\%$。

由于读出序列的效率有限，处于 $|\uparrow\rangle$ （分别为 $|\downarrow\rangle$）的原子有非零概率 $\epsilon_\uparrow$（分别为 $\epsilon_\downarrow$）被错误地检测为态 [58]。 $\epsilon_\uparrow$ 的主要来源是退激发脉冲的效率 $1 - \eta_{\mathrm{dx}}$有限，以及与背景气体碰撞导致的损失概率 $\epsilon_{\circ}$。对于 $\epsilon_\downarrow$，主要来源是里德伯态的辐射寿命 $|\downarrow\rangle$ 。一组校准结果在一阶近似下得到

$\epsilon_\uparrow \simeq \eta_{\rm dx} + \epsilon = 1.5\% + 1.0\% = 2.5\%$ 和 $\epsilon_\downarrow = 1.0\%$。考虑到制备和读出误差，我们发现，实验制备的初态中，未寻址原子的平均再捕获概率为 91。9%，寻址原子的平均再捕获概率为4。9%，对应于图 $t = 0$ 2d 中测得的磁化强度。

量子自旋链中的可积性及其向费米子准粒子的映射——量子多体系统中的可积性是一个微妙的概念，目前尚无一种定义得到普遍认可 [14]。在本文中，我们采用基于（赝）局域守恒荷 [118, 119], 的观点；在当前情形下，这一概念可具体化为具有局域密度的广延运动积分 [21]。这类守恒量通常被称为守恒ˆ定律，其形式通常为 $Q = \sum_j \hat{q}_j$，其中密度 $\hat{q}_j$ 在格点 j 周围具有有限的空间支集（不一定是单格点算符）。

这一局域性要求具有直接的概念优势：它将投影到单个哈密顿量本征态的算符排除在讨论之外。这些算符确实是守恒的，但具有高度非局域性；在不存在有限尺寸效应时，它们不会约束局域可观测量的动力学。在这一观点下，一个可积的量子系统的特征是存在一组广延的独立局域守恒定律，其数量随系统尺寸成比例增长（对于一维链，即与格点数 L成比例）。事实证明，仅利用这一广延守恒荷族，通过广义 Gibbs 系综 [19–21], ，便足以解释广泛一类可积模型中的平衡化现象，其中包括 XX链和横场伊辛模型等典型的自由费米子系统（例如参见文献 [120–122]中的早期研究）。

ˆ ˆ 通过 Jordan–Wigner 变换 [71, 72]，将 $H_{\rm nn}$ 和 $H_{\rm nnn}$ 映射为无自旋费米子。我们引入实空间费米子算符 $\hat{c}_j^{(\dagger)}$ 及其傅里叶模 $\hat{c}^{(\dagger)}(k)$（其中 k 位于第一布里渊区），二者均满足标准反对易关系。由此得到

$$\begin{aligned}\hat{H}_{\rm nn} &= -\hbar J \sum_j \hat{c}_{j+1}^\dagger \hat{c}_j + \text{H.c.} \\ &= -2\hbar J \int_{-\pi}^{\pi} \frac{dk}{2\pi} \cos k \hat{c}^\dagger(k)\hat{c}(k); \qquad (7a)\\ \hat{H}_{\rm nnn} &= -\frac{1}{8}\hbar J \sum_j \hat{c}_{j+2}^\dagger \hat{c}_j - 2\hat{c}_{j+2}^\dagger \hat{n}_{j+1}\hat{c}_j + \text{H.c.}\,. \qquad (7b)\end{aligned}$$

ˆ 最近邻哈密顿量 $H_{\rm nn}$ 是二次的，因此描述了非相互作用费米子。 $r = 2$ˆ项 $H_{\rm nnn}$ 包含一个二次跃迁项，该项会重整化单粒子色散关系；同时还包含一个真正的相互作用项（密度依赖跃迁），后者破坏了自由费米子可积的结构。

在本文所采用的观点下，通过构造一组具有局域密度的、彼此对易的广延荷，可以明确展示 $H_{\rm nn}$ 的可积性。ˆ由于 $H_{\rm nn}$ 在动量空间中是对角的，所有模占据数 ˆ$n(k)$ $= \hat{c}^\dagger(k)\hat{c}(k)$ 都是守恒的。对 ˆ$n(k)$ 取傅里叶矩，得到

$$\begin{aligned}\hat{Q}_m^{(1)} &= \int_{-\pi}^{\pi} \frac{dk}{2\pi} \cos(mk)\hat{c}^\dagger(k)\hat{c}(k) \\ \hat{Q}_m^{(2)} &= \int_{-\pi}^{\pi} \frac{dk}{2\pi} \sin(mk)\hat{c}^\dagger(k)\hat{c}(k);\end{aligned} \qquad (8)$$

它们两两对易。在实空间中，这些算符写作 [16]

$$\begin{aligned}\hat{Q}_m^{(1)} &= \frac{1}{2}\sum_j \left(\hat{c}_j^\dagger \hat{c}_{j+m} + \hat{c}_{j+m}^\dagger \hat{c}_j\right); \\ \hat{Q}_m^{(2)} &= \frac{i}{2}\sum_j \left(\hat{c}_j^\dagger \hat{c}_{j+m} - \hat{c}_{j+m}^\dagger \hat{c}_j\right),\end{aligned} \qquad (9)$$

因此它们是广延量，其密度支撑在有限范围内 m。忽略无关紧要的前因子，ˆ$Q_{m=0}^{(1)}$ 是总磁化强度，ˆ$Q_{m=1}^{(1)}$ 与 ˆ$H_{\rm nn}$ （能量）一致，而 ˆ$Q_{m=1}^{(2)}$ 是磁化强度流。需要指出的是，XX链（更一般地说，自由费米子 XY 系列）除了平移不变的局域守恒荷之外，还存在其他族的局域守恒荷，这些守恒荷源于单粒子谱的简并性 [123]。当单格点平移对称性显式破缺时，例如发生二聚化时，这些额外的（通常为交错／非平移不变）守恒定律便会变得重要。我们的初态与这些额外扇区的耦合并不显著。

ˆ若仅保留 $H_{\rm nnn}$ 在方程（7b中的二次部分，模型仍是自由的，且ˆ$n(k)$ 仍然守恒；因此，荷ˆ$Q_m^{(i)}$仍是运动积分（尽管其物理解释发生了变化，因为能量流和高阶流会随色散关系的改变而改变）。然而，一旦纳入方程（7b中的四次项，这种结构就会被破坏，因为它会诱发费米子准粒子之间的散射，并破坏ˆ$n(k)$ 及其相关局域荷的守恒。

弹道畴壁动力学在 ˆ$H_{\rm nn}$ —— 为简单起见，聚焦于 $H_{\rm nn}$，由 $\hat{c}^\dagger(k)$ 产生的费米子准粒子携带一个磁化量子，其色散关系为 $\varepsilon(k)$ $\propto \cos k$，并以群速度 $v(k) = \partial_k \varepsilon(k) \propto \sin k$ 传播。畴壁态 $|\Psi_{\rm DW}\rangle$ 制备了两个宏观上截然不同的区域：左半部分没有费米子，而右半部分则被完全填满。描述随之发生的动力学并与流体力学描述建立联系的一种便捷方式，是通过相空间表示来刻画粗粒化模占据数 $n(x, k, t) \equiv \langle$ˆ$n(k)\rangle_{x,\,t}$ 对于 $k \in (-\pi, \pi]$。在

$t = 0$，畴壁对应于阶跃分布$n(x,\ k,\ 0) = \theta(x)$。对于由 $\hat{}H_{\rm nn}$ 产生的自由费米子动力学，$n(x,\ k,\ t)$ 满足弹道平流方程 $\partial_t n + v(k)\partial_x n = 0$，因此 $n(x,\ k,\ t) = n(x/t,\ k) = \theta\big(x/t - v(k)\big)$，由此得到精确弹道标度形式。这一结果是《结果》中所报告的磁化分布弹道预测的关键依据，该预测通过对 $n(x/t,\ k)$ 关于 k 积分得到。

$\hat{}$次近邻项 $H_{\rm nnn}$ 通过在费米子准粒子之间诱导相互作用而破坏了这一图景。已发展出若干理论框架，以微扰方式处理此类弱可积性破缺，通常是推导广义动理学（玻尔兹曼型）方程，其中碰撞积分在领头阶利用含时微扰理论和费米黄金定则加以计算 [42, 124]。然而，目前尚未确定哪一种理论方法能够给出准确的定量预$\hat{}\hat{}$言，以描述在 $H_{\rm nn} + H_{\rm nnn}$ 下、实验相关时间窗口内的畴壁动力学。

$\hat{}$的脆弱守恒律 $H_{\rm nn}$ ——在弱可积性破缺下，$H_{\rm nn}$ 的局域守恒$\hat{}$定律中的一个子集可以连续形变为准局域算符，这些算符在与微扰强度倒数的平方成标度的时间内仍近似守恒（另见文献 [125]）。实际上，人们寻求一个修正 δQ 来求解上同调方$\hat{}$程 $[H_{\rm nn}, \delta Q] + [H_{\rm nnn}, Q] = 0$；只要 $H_{\rm nn}$ 的守恒荷 Q 在自旋翻转下为偶（即对于荷$\hat{}$ $Q^{(1)}_{2m-1}$ 和$\hat{}Q^{(2)}_{2m}$，$m = 1,\ 2,\ .....$），该方程便允许一个与$\hat{}H_{\rm nnn}$同阶的准局域解 δQ。在这种情况下，形变后的荷 $Q + \delta Q$直至更高阶仍被完整哈密顿量守恒，事实上 $[H_{\rm nn} + H_{\rm nnn}, Q + \delta Q] = [H_{\rm nnn}, \delta Q]$ 且$[H_{\rm nnn}, \delta Q]$ 是微扰的二阶量。相比之下，对于在自旋翻转下为奇的荷（即荷$\hat{}Q^{(1)}_{2m}$和$\hat{}Q^{(2)}_{2m-1}$，$m = 1,\ 2,\ .....$），上同调方程没有准局域解：因此这些荷是脆弱的，并会在短得多的时间尺度上被破坏。重要的是，当前的弱可积性破缺问题比文献 [115]中更为微妙，因为$\hat{}$微扰 $H_{\rm nnn}$ 并未消除共振过程的作用。关键问题在于一条守恒定律能以多高的效率使此类发散正则化，即在文献 [73]的意义上，它们在微扰下有多稳健。最后，我们指出，磁化强度流（在未受微扰的模型中守恒）的脆弱性预计会对自旋输运产生直接影响：一旦该守恒定律失稳，微扰模型便会从弹道型交叉到扩散型自旋动力学。

使用矩阵乘积态进行数值模拟 — 图2、3、4 和5 中的数值模拟采用矩阵乘积态进行。矩阵乘积态是一类多体量子态，其特点是具有有限关联且纠缠较少。

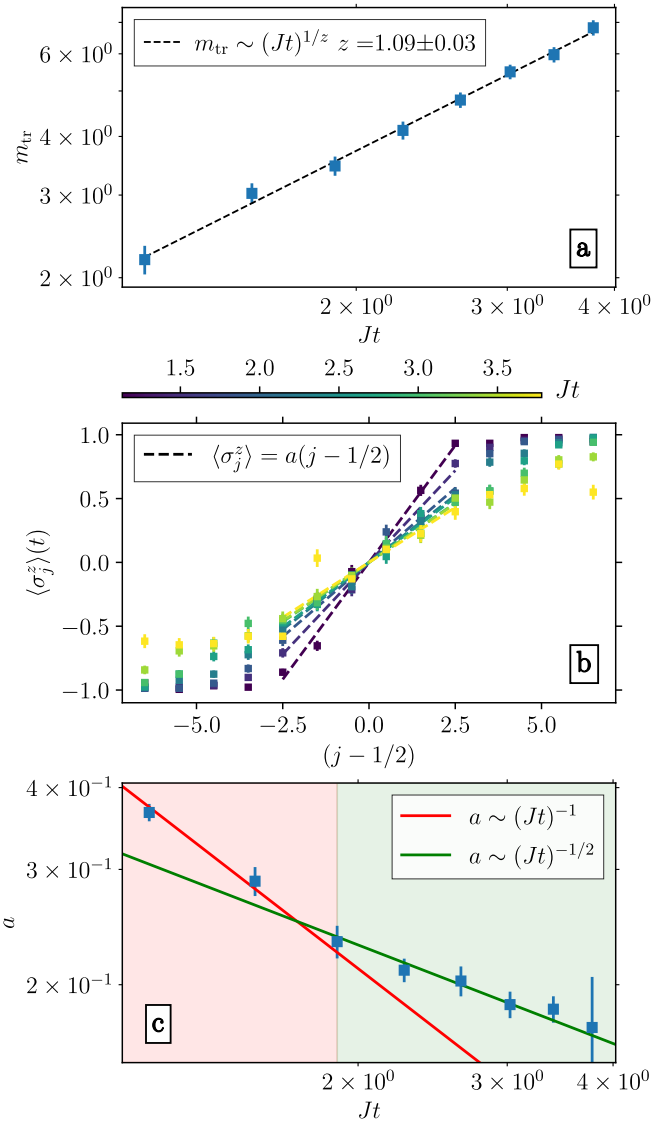

图 8. **磁化分布分析**。**a** 转移磁化按幂律增长 $\sim t^{1/z}$，拟合值与弹道输运相符。**b** 实验得到的磁化分布数据在链的中心区域用直线拟合；此处拟合使用了 6 个数据点。**c** 绘制拟合斜率随时间的变化；双对数坐标凸显了短时的弹道标度，以及晚期扩散的出现。

纠缠。这里我们提供一些关于模拟的技术细节。模拟使用基于 Julia 的库 ITensors [75, 76]。数值计算在含有 $L = 48$ 个格点的格点链上进行，时间演化采用时间步长为 $\delta t = 0.01$ 的 Trotter 分解，最大允许键维数为 $\chi_{\max} = 512$，且从未达到上限；在各个设置的扫描过程中，小于 $\epsilon_{\rm dis} = 10^{-12}$ 的奇异值会被舍弃。数值误差得到了控制，并通过在以下范围内改变参数值进行模拟，验证了结果的收敛性

$\delta t \in \{0.005, 0.01, 0.02\}$ 和 $\epsilon_{\rm dis} \in \{10^{-8}, 10^{-10}, 10^{-12}\}$。

磁化数据重标度的定量分析——为评估图 2**e** 和 2**f** 中提出的两种重标度，哪一种能更好地描述实验数据 $\langle\sigma_j^z\rangle(t)$的晚期行为，我们按照标准方法计算转移的磁化强度：

$$m_{\rm tr}(t) = -\langle\sum_j \mathrm{sign}(j)\hat{\sigma}_j^z\rangle_t + \langle\sum_j \mathrm{sign}(j)\hat{\sigma}_j^z\rangle_{t=0}, \quad (10)$$

其中 $\mathrm{sign}(j) = -1$ 当 $j \le 0$ 时取 1 ，否则取其他值。该量绘于图 8**a** 中，预计其会按$t^{1/z}$增长；对实验数据进行拟合后，在区间 $Jt \in [1.13, 3.78]$内得到$z = 1.09 \pm 0.03$。因此，这种数据分析方法强烈表明存在弹道行为。

然而，为了说明这一结果并非定论，我们研究接点附近磁化分布的行为。在弹道和扩散两种情形下，磁化分布在相应的空间尺度上都很平滑，因此在链中心附近的一个小区间内近似呈线性。然而，这两种假设对中心斜率的时间依赖关系给出了不同预测：在弹道情形下，斜率按 $\sim 1/t$ 缩放；而在扩散情形下，斜率按 $\sim t^{-1/2}$ 缩放。

我们通过对实验数据进行拟合来提取斜率，拟合对象为 $\langle\sigma_j^z\rangle(t)$ 在接点周围对称的 6 个格点区域内、于若干时刻进行，如图 8**b**所示。图 8**c** 给出拟合斜率随时间的变化。双对数尺度凸显了两种不同的标度，一种 $\sim t^{-1}$ 出现在短时间，另一种 $\sim t^{-1/2}$出现在晚期。尽管初始弹道行为取决于用于拟合斜率的格点数目，扩散行为似乎更为稳定。因此，磁化分布的斜率凸显了扩散行为的出现，这与对大自旋链的理论分析相一致。

实验磁化涨落——图 4**c**–**e** 所示数据呈现出随时间增长的趋势，我们对其由$\hat{}H_{\rm nn} + \hat{}H_{\rm nnn}$产生的相干动力学所做的有限尺寸模拟在定性上再现了这一趋势。在更晚的时刻， $t \gtrsim 5\,J^{-1}$ (对应于~ 730ns)，实验曲线出现额外的骤然上升，而相干模拟并未捕捉到这一特征。因此，我们不赋予这一晚期特征以物理意义。在图中，我们将分析限制在实验与相干数值模拟相一致的时间窗口内，并将这一无法解释的晚期增长归因于累积的实验缺陷以及其他超出我们目前控制范围的系统效应。

经典随机元胞自动机：这种情形 $p = 0$ — 这种 $p = 0$ 元胞自动机足够简单，其动力学可以通过解析方法求解，无需借助数值模拟。初始时，链的右半部分被粒子完全占据。它们的运动方向由格点宇称决定：根据 j 模 2，粒子会表现为右行粒子或左行粒子。这种对宇称的依赖在图 6 所示的最初几个更新步骤中已清晰可见。

如图 7$\mathbf{a}_1$，所示，光锥之外存在两个区域，其中密度保持为初始值，即 $q = 0$ 在左侧， $q = 1$ 在右侧。光锥内部形成了一个由占据和空格点交替排列构成的非平衡稳态。因此，其粗粒化密度为1/2，且仅由左行粒子组成。光锥之外的粒子流为零：左侧区域为空，而右侧区域中的右行粒子和左行粒子数量相等。

因此，密度和粒子流都可用重标度变量 j/t表示为简单的弹道标度形式：

$$q_j(t) = \begin{cases} 0 & \text{for } j/t < -1, \\ 1/2 & \text{for } -1 < j/t < 1, \\ 1 & \text{for } j/t > 1, \end{cases} \quad (11a)$$

$$\mathcal{J}_j(t) = \begin{cases} 0 & \text{for } j/t < -1 \text{ or } j/t > 1, \\ -1 & \text{for } -1 < j/t < 1. \end{cases} \quad (11b)$$

因此，该元胞自动机在确定性极限 $p = 0$下表现出严格的弹道输运。

推导电报方程——为阐明随机元胞自动机与电报方程之间的联系，我们不妨考虑一个密切相关、直接定义在连续时空中的模型，即**跑动-翻滚过程** [103–105]。在稀散射区 $p \ll 1$，这一过程为上文讨论的元胞自动机提供了自然的连续统对应模型。构型由两种粒子——右行粒子和左行粒子——的位置确定。每个粒子以单位速度弹道运动，并以泊松速率 Γ翻转速度方向；该速率在离散动力学中起到类似于反向散射概率 p 的作用。

跑动-翻滚过程的流体力学已得到充分理解（也曾在随机共形场论的背景下出现；参见文献 [98]）。将 $q_R(x,\ t)$和 $q_L(x,\ t)$分别记为右行粒子和左行粒子的粗粒化密度，引入总密度和流量 $q(x,\ t) = q_R(x,\ t) + q_L(x,\ t)$, $\mathcal{J}(x,\ t) = q_R(x,\ t) - q_L(x,\ t)$会更方便。在流体力学层面，可以得到以下耦合方程

$$\begin{cases} \partial_t q(x,t) + \partial_x \mathcal{J}(x,t) = 0, \\ \partial_t \mathcal{J}(x,t) + \partial_x q(x,t) = -2\Gamma\,\mathcal{J}(x,t), \end{cases} \quad (12)$$

其中第一行是连续性方程，第二行描述了电流因

两个速度扇区之间的反向散射而发生的弛豫。将这两个关系结合起来即可得到电报方程。事实上，对连续性方程关于时间求导，并利用第二个方程消去$\partial_t \mathcal{J}$，得到式（6）。

[1] V. I. Arnold，《经典力学的数学方法》（Springer-Verlag，纽约，1978年）。[2] V. E. Korepin、N. M. Bogoliubov 和 A. G. Izergin，《量子逆散射方法与关联函数》（剑桥大学出版社，剑桥，1993年）。[3] M. Takahashi，《一维可解模型的热力学》（剑桥大学出版社，剑桥，英国，1999年）。[4] B. Sutherland，《优美的模型：量子多体问题精确求解七十年》（世界科学出版公司，里弗埃奇，新泽西州，2004年）。[5] T. Kato，《线性算子的扰动理论》，第2版，数学经典丛书，第132卷（Springer Berlin Heidelberg，柏林，海德堡，1995年）。[6] A. H. Nayfeh，《扰动技术导论》，重印本，修订版，Wiley经典丛书（John Wiley & Sons，霍博肯，新泽西州，美国，2011年）。[7] M. H. Holmes，《扰动方法导论》，应用数学教材丛书，第20卷（Springer New York，纽约，纽约州，美国，2013年）。[8] R. J. Baxter，《统计力学中的精确可解模型》，第三版重印本（Dover Publications，米尼奥拉，纽约州，2007年），未删节Dover版，含更新内容。[9] M. C. Gutzwiller，《经典力学与量子力学中的混沌》，跨学科应用数学，第1卷（Springer New York，纽约，纽约州，美国，1990年）。[10] S. H. Strogatz，《非线性动力学与混沌：及其在物理学、生物学、化学和工程学中的应用》，第3版（CRC出版社 / Chapman & Hall，博卡拉顿，佛罗里达州，美国，2024年）。[11] A. N. Kolmogorov，关于哈密顿量受到小微扰时条件周期运动的守恒，《苏联科学院院刊》98，527（1954年）。[12] J. Moser，关于圆环面积保持映射的不变曲线，《哥廷根科学院数学与物理学部通讯》，1（1962年）。[13] V. I. Arnold，关于 A. N. Kolmogorov 定理的证明：哈密顿量受到小微扰时条件周期运动的保持，《数学科学进展》18，13（1963年）。[14] J.-S. Caux 和 J. Mossel，关于量子可积性概念的几点说明，《统计力学：理论与实验》2011，P02023（2011年）。[15] M. Lüscher，量子化重整化有质量 Thirring 模型中的动力学荷，《核物理B辑》117，475（1976年）。[16] M. P. Grabowski 和 P. Mathieu，具有短程相互作用的可积自旋链中守恒律的结构，《物理年鉴》243，299（1995年）。[17] P. Fendley、S. Gehrmann、E. Vernier 和 F. Verstraete，轻松实现XYZ可积性，arXiv: 2511 04674 。[ ] 2025（凝聚态物理：统计力学）。

[18] E. T. Jaynes，《信息论与统计力学》，《物理评论》106，620（1957年）。[19] M. Rigol、V. Dunjko、V. Yurovsky 和 M. Olshanii，《完全可积多体量子系统中的弛豫：对一维晶格硬核玻色子高激发态动力学的从头研究》，《物理评论快报》98，050405（2007年）。[20] L. Vidmar 和 M. Rigol，《可积格点模型中的广义吉布斯系综》，《统计力学：理论与实验》2016，064007（2016年）。[21] F. H. L. Essler 和 M. Fagotti，《孤立可积量子自旋链中的淬火动力学与弛豫》，《统计力学：理论与实验》2016，064002（2016年）。[22] 本文不讨论准局域守恒量，但理论文献中对此已有广泛讨论。[23] T. Antal、Z. Rácz、A. Rákos 和 G. M. Schütz，《零温下XX链中的输运：平坦磁化分布的涌现》，《物理评论E辑》59，4912（1999年）。[24] D. Bernard 和 B. Doyon，《非平衡态下的共形场论：综述》，《统计力学：理论与实验》2016，064005（2016年）。[25] 在常规流体力学中，畴壁初始条件也能产生弹道剖面 $q(x,t) = q(x/t)$，这些剖面会在 $O(t)$区域扩展，称为稀疏扇。[26] O. A. Castro-Alvaredo、B. Doyon 和 T. Yoshimura，《非平衡可积量子系统中的涌现流体力学》，Phys. Rev. X 6，041065（2016年）。[27] B. Bertini、M. Collura、J. De Nardis 和 M. Fagotti，《非平衡XXZ链中的输运：荷与流的精确剖面》，《物理评论快报》117，207201（2016年）。[28] T. Kinoshita、T. Wenger 和 D. S. Weiss，《量子牛顿摇篮》，《自然》440，900（2006年）。[29] T. Langen、S. Erne、R. Geiger、B. Rauer、T. Schweigler、M. Kuhnert、W. Rohringer、I. E. Mazets、T. Gasenzer 和 J. Schmiedmayer，《广义吉布斯系综的实验观测》，《科学》348，207（2015年）。[30] Y. Tang、W. Kao、K.-Y. Li、S. Seo、K. Mallayya、M. Rigol、S. Gopalakrishnan 和 B. L. Lev，《偶极量子牛顿摇篮中近可积性条件下的热化》，Phys. Rev. X 8，021030（2018年）。[31] M. Schemmer、I. Bouchoule、B. Doyon 和 J. Dubail，《原子芯片上的广义流体力学》，《物理评论快报》122，090601（2019年）。[32] N. Malvania、Y. Zhang、Y. Le、J. Dubail、M. Rigol 和 D. S. Weiss，《强相互作用一维玻色气体中的广义流体力学》，《科学》373，1129（2021年）。[33] D. Wei、A. Rubio-Abadal、B. Ye、F. Machado、J. Kemp、K. Srakaew、S. Hollerith、J. Rui、S. Gopalakrishnan、N. Y. Yao、I. Bloch 和 J. Zeiher，《卡达尔-帕里西-张超扩散的量子气体显微成像》，《科学》376，716（2022年）。[34] L. Dubois、G. Thémèze、F. Nogrette、J. Dubail 和 I. Bouchoule，《探测一维玻色气体的局域快度分布》，《物理评论快报》133，113402（2024年）。[35] P. Schüttelkopf、M. Tajik、N. Bazhan、F. Cataldini、S.-C. Ji、J. Schmiedmayer 和 F. Møller，《通过测量德鲁德权重表征量子气体中的输运》，《科学》（2025年）。[36] M. Endres、H. Bernien、A. Keesling、H. Levine、E. R.

Anschuetz、A. Krajenbrink、C. Senko、V. Vuletić、M. Greiner 和 M. D. Lukin，《逐原子组装无缺陷一维冷原子阵列》，《科学》354，1024（2016年）。[37] A. Browaeys 和 T. Lahaye，《利用单独操控的里德堡原子研究多体物理》，《自然·物理》16，132（2020年）。[38] B. Bertini、F. H. L. Essler、S. Groha 和 N. J. Robinson，《弱可积性破缺模型中的预热化与热化》，《物理评论快报》115，180601（2015年）。[39] J. Durnin、M. J. Bhaseen 和 B. Doyon，《非平衡动力学与弱可积性破缺》，《物理评论快报》127，130601（2021年）。[40] F. Møller、C. Li、I. Mazets、H.-P. Stimming、T. Zhou、Z. Zhu、X. Chen 和 J. Schmiedmayer，《将广义流体力学拓展至维度交叉区域》，《物理评论快报》126，090602（2021年）。[41] J. Lopez-Piqueres、B. Ware、S. Gopalakrishnan 和 R. Vasseur，《基于弛豫时间近似的非可积系统流体力学》，《物理评论B辑》103，L060302（2021年）。[42] A. Bastianello、A. De Luca 和 R. Vasseur，《弱可积性破缺的流体力学》，《统计力学：理论与实验》2021，114003（2021年）。[43] J. De Nardis、D. Bernard 和 B. Doyon，《可积系统中的流体力学扩散》，《物理评论快报》121，160603（2018年）。[44] J. D. Nardis、D. Bernard 和 B. Doyon，《广义流体力学中的扩散与准粒子散射》，《SciPost物理》6，049（2019年）。[45] A. Bastianello、A. De Luca、B. Doyon 和 J. De Nardis，《通过扩散实现受限一维玻色气体的热化》，《物理评论快报》125，240604（2020年）。[46] F. Hübner、L. Biagetti、J. De Nardis 和 B. Doyon，《长程关联引发的扩散流体力学》，《物理评论快报》134，187101（2025年）。[47] L. Biagetti、M. Lebek、M. Panfil 和 J. D. Nardis，《近可积动力学的广义BBGKY层级》（2026年），arXiv:2408.00593 [凝聚态物理：统计力学]。[48] D. Gobert、C. Kollath、U. Schollwöck 和 G. Schütz，《利用自适应时变密度矩阵重整化群研究自旋$\frac{1}{2}$链的实时动力学》，《物理评论E辑》71，036102（2005年）。[49] M. Ljubotina、M. Žnidarič 和 T. Prosen，《可积系统中非均匀量子淬火引发的自旋扩散》，《自然·通讯》8，16117（2017年）。[50] G. Misguich、K. Mallick 和 P. L. Krapivsky，《初态为畴壁态的自旋$\frac{1}{2}$海森堡链的动力学》，《物理评论B辑》96，195151（2017年）。[51] J.-M. Stéphan，《从畴壁初态淬火后自旋-1/2 XXZ链的返回概率》，《统计力学：理论与实验》2017，103108（2017年）。[52] M. Collura、A. De Luca 和 J. Viti，《畴壁非平衡稳态的解析解》，《物理评论B辑》97，081111（2018年）。[53] J. Dubail、J.-M. Stéphan、J. Viti 和 P. Calabrese，《非均匀一维量子系统的共形场论：以非相互作用费米气体为例》，《SciPost物理》2，002（2017年）。[54] S. Scopa 和 D. Karevski，《畴壁熔化过程中前沿标度与纠缠扩展》，《欧洲物理杂志专题》232，1763–1781（2023年）。[55] V. Eisler，《具有能带结构的自由费米子链中的畴壁熔化与纠缠》，SciPost Phys. Core 8, 069 (2025). [56] F. Nogrette, H. Labuhn, S. Ravets, D. Barredo, L. Béguin, A. Vernier, T. Lahaye, and A. Browaeys，《在具有任意几何形状的全息二维微型光镊阵列中俘获单原子》，Phys. Rev. X 4, 021034 (2014). [57] K.-N. Schymik, V. Lienhard, D. Barredo, P. Scholl, H. Williams, A. Browaeys, and T. Lahaye，《任意光镊阵列的增强型逐原子组装》，Phys. Rev. A 102, 063107 (2020). [58] C. Chen, G. Bornet, M. Bintz, G. Emperauger, L. Le- clerc, V. S. Liu, P. Scholl, D. Barredo, J. Hauschild, S. Chatterjee, M. Schuler, A. M. Läuchli, M. P. Zaletel, T. Lahaye, N. Y. Yao, and A. Browaeys，《二维里德伯阵列中的连续对称性破缺》，《自然》616, 691 (2023). [59] G. Bornet, G. Emperauger, C. Chen, B. Ye, M. Block, M. Bintz, J. A. Boyd, D. Barredo, T. Comparin, F. Mezzacapo, T. Roscilde, T. Lahaye, N. Y. Yao, and A. Browaeys，《偶极里德伯原子阵列中的可扩展自旋压缩》，《自然》621, 728 (2023). [60] C. Chen, G. Emperauger, G. Bornet, F. Caleca, B. Gély, M. Bintz, S. Chatterjee, V. S. Liu, D. Barredo, N. Yao, T. Lahaye, F. Mezzacapo, T. Roscilde, and A. Browaeys，《利用偶极 XY 里德伯模拟器中的淬火动力学对元激发进行光谱学研究》，《科学》389, 483 (2025). [61] G. Emperauger, M. Qiao, C. Chen, F. Caleca, S. Bocini, M. Bintz, G. Bornet, R. Martin, B. Gély, L. Klein, D. Barredo, S. Chatterjee, N. Y. Yao, F. Mezzacapo, T. Lahaye, T. Roscilde, and A. Browaeys，《里德伯编码自旋链中的汤川–卢廷格液体行为》，Phys. Rev. X 15, 031021 (2025). [62] I. Frérot, P. Naldesi, and T. Roscilde，《幂律衰减相互作用量子自旋模型中的多速率预热化》，《物理评论快报》120, 050401 (2018). [63]B. Zunkovic, M. Heyl, M. Knap, and A. Silva，《长程相互作用自旋链中的动力学量子相变：融合非平衡临界性的不同概念》，《物理评论快报》120, 130601 (2018). [64] F. Liu, R. Lundgren, P. Titum, G. Pagano, J. Zhang, C. Monroe, and A. V. Gorshkov，《长程相互作用量子自旋链中的受限准粒子动力学》，《物理评论快报》122, 150601 (2019). [65] A. Lerose and S. Pappalardi，《长程相互作用自旋系统中纠缠熵缓慢增长的起源》，Phys. Rev. Res. 2 (2020). [66] F. Kranzl, A. Lasek, M. K. Joshi, A. Kalev, R. Blatt, C. F. Roos, and N. Yunger Halpern，《对不对易荷热化的实验观测》，PRX Quantum 4, 020318 (2023). [67] T. Roscilde, T. Comparin, and F. Mezzacapo，《具有 U(1) 对称性的量子自旋模型的转子/自旋波理论》，《物理评论B辑》108, 155130 (2023). [68] D. Lewis, L. Banchi, Y. Hong Teoh, R. Islam, and S. Bose，《用于量子态传输和最优空间搜索的离子阱长程 XY 模型》，Quantum Science and Technology 8, 035025 (2023). [69] N. Defenu, T. Donner, T. Macrì, G. Pagano, S. Ruffo, and A. Trombettoni，《长程相互作用量子

系统》，《现代物理评论》95, 035002 (2023). [70] N. Defenu, A. Lerose, and S. Pappalardi, 《具有长程相互作用的量子多体系统的非平衡动力学》，《物理学报告》1074, 1 92 2024– ( ). [71] P. Jordan and E. Wigner, 《论泡利不相容原理》，《物理学杂志》47, 631 (1928). [72] S. Sachdev, 《量子相变》，第2版（剑桥大学出版社，英国剑桥，2011年）。[73] D. Burgarth, P. Facchi, H. Nakazato, S. Pascazio, and K. Yuasa, 《有限维量子系统中守恒量的柯尔莫哥洛夫–阿诺德–莫泽稳定性》，《物理评论快报》126, 150401 (2021). [74] U. Schollwöck, 《矩阵乘积态时代的密度矩阵重整化群》，物理年鉴326, 96 (2011). [75] M. Fishman, S. R. White, and E. M. Stoudenmire, 《用于张量网络计算的 ITensor 软件库》，SciPost Phys. Codebases , 4 (2022). [76] M. Fishman, S. R. White, and E. M. Stoudenmire, 《ITensor 代码库 0.3 版》，SciPost Phys. Codebases , 4 (2022). [77] V. Eisler and I. Peschel, 《自由费米子链中的表面与体纠缠》，《统计力学杂志：理论与实验》2014, P04005 (2014). [78] M. Collura, A. De Luca, P. Calabrese, and J. Dubail, 《自旋-$\frac{1}{2}$ XXZ 自旋链中的畴壁熔化：具有分形准粒子电荷的涌现卢廷格液体》，《物理评论B辑》102, 180409 (2020). [79] S. Scopa, A. Krajenbrink, P. Calabrese, and J. Dubail, 《一维硬核量子气体自由膨胀过程中的纠缠增长精确解》，《物理学杂志A辑：数学与理论》54, 404002 (2021). [80] F. Ares, S. Scopa, and S. Wald, 《硬核量子气体焦耳膨胀过程中的纠缠动力学》，《物理学杂志A辑：数学与理论》55, 375301 (2022). [81] S. Scopa, P. Calabrese, and J. Dubail, 《自旋-1/2 XXZ 模型中双畴壁熔化的精确流体力学解》，《SciPost物理》12, 207 (2022). [82] T. Jacqmin, J. Armijo, T. Berrada, K. V. Kherunt- syan, and I. Bouchoule, 《一维玻色气体中的亚泊松涨落：从量子准凝聚体到强相互作用区》，《物理评论快报》106, 230405 2011( ). [83] J. F. Wienand, S. Karch, A. Impertro, C. Sch- weizer, E. McCulloch, R. Vasseur, S. Gopalakrishnan, M. Aidelsburger, and I. Bloch, 《混沌量子系统中涨落流体力学的涌现》，《自然·物理》20, 1732 (2024). [84] E. Rosenberg, T. I. Andersen, and e. a. Samajdar, 《海森堡自旋链中无限温度下的磁化强度动力学》，《科学》384, 48–53 (2024). [85] I. Klich, G. Refael, and A. Silva, 《多体系统中的纠缠熵测量》，Phys. Rev. A 74, 032306 2006( ). [86] H. F. Song, S. Rachel, and K. Le Hur, 《一维纠缠与涨落之间的一般关系》，《物理评论B辑》82, 012405 (2010). [87] H. F. Song, C. Flindt, S. Rachel, I. Klich, and K. Le Hur, 《由电荷统计得到的纠缠熵：非相互作用多体系统的精确关系》，《物理评论B辑》83, 161408 (2011). [88] S. Rachel, N. Laflorencie, H. F. Song, and K. Le Hur, 《利用二分涨动，Phys. Rev. Lett. 108, 116401 (2012)。[89] P. Calabrese、M. Mintchev 和 E. Vicari, 《费米气体中粒子涨落与纠缠之间的精确关系》，《欧洲物理快报》98, 20003 (2012)。[90] E. G. Dalla Torre、E. Berg 和 E. Altman, 《一维玻色绝缘体中的隐藏序》，《物理评论快报》97, 260401 (2006)。[91] D. Rossini 和 R. Fazio, 《扩展玻色-哈伯德模型的相图》，《新物理学杂志》14, 065012 (2012)。[92] S. de Léséleuc、V. Lienhard、P. Scholl、D. Barredo、S. Weber、N. Lang、H. P. Büchler、T. Lahaye 和 A. Browaeys, 《利用里德伯原子观测相互作用玻色子的对称性保护拓扑相》，《科学》365, 775–780 (2019)。[93] J. Mögerle、K. Brechtelsbauer、A. Gea-Caballero、J. Prior、G. Emperauger、G. Bornet、C. Chen、T. Lahaye、A. Browaeys 和 H. Büchler, 《里德伯原子链中的自旋-1 哈尔丹相》，PRX Quantum 6, 020332 (2025)。[94] M. Endres、M. Cheneau、T. Fukuhara、C. Weitenberg、P. Schauß、C. Gross、L. Mazza、M. C. Bañuls、L. Pollet、I. Bloch 和 S. Kuhr, 《低维莫特绝缘体中关联粒子-空穴对和弦序的观测》，《科学》334, 200–203 (2011)。[95]T. A. Hilker、G. Salomon、F. Grusdt、A. Omran、M. Boll、E. Demler、I. Bloch 和 C. Gross, 《通过弦关联函数揭示掺杂哈伯德链中的隐藏反铁磁关联》，《科学》357, 484–487 (2017)。[96] D. Pérez-García、M. M. Wolf、M. Sanz、F. Verstraete 和 J. I. Cirac, 《量子自旋晶格中的弦序与对称性》，《物理评论快报》100, 167202 (2008)。[97] M. Fagotti、V. Marić 和 L. Zadnik, 《非平衡对称性保护拓扑序：半局域吉布斯系综的涌现》，《物理评论B辑》109, 115117 (2024)。[98] D. Bernard 和 B. Doyon, 《随机共形场论中的扩散与局域化特征》，《物理评论快报》119, 110201 (2017)。[99] M. P. Fisher、V. Khemani、A. Nahum 和 S. Vijay, 《随机量子电路》，《凝聚态物理年度评论》14, 335–379 (2023)。[100] M. Medenjak、K. Klobas 和 T. Prosen, 《确定性相互作用晶格系统中的扩散》，《物理评论快报》119, 110603 (2017)。[101] K. Klobas、M. Medenjak 和 T. Prosen, 《可精确求解的确定性晶格模型：弹道输运与扩散输运之间的交叉》，《统计力学：理论与实验》2018, 123202 (2018)。[102] Z. Krajnik、K. Klobas、B. Bertini 和 T. Prosen, 《随机带电元胞自动机的涨落》，《统计力学：理论与实验》2025, 053209 (2025)。[103] L. Angelani, 《跑动-翻滚粒子、电报方程及具有部分反射边界的吸收问题》，《物理学杂志A辑：数学与理论》48, 495003 (2015)。[104] T. Banerjee、S. N. Majumdar、A. Rosso 和 G. Schehr, 《一维非相互作用跑动-翻滚粒子的流涨落》，《物理评论E辑》101, 052101 (2020)。[105] S. Jose、A. Rosso 和 K. Ramola, 《跑动-翻滚粒子的广义无序平均与流涨落》

《物理评论E辑》108, L052601 (2023)。[106] M. Gring、M. Kuhnert、T. Langen、T. Kitagawa、B. Rauer、M. Schreitl、I. E. Mazets、D. A. Smith、E. Demler 和 J. Schmiedmayer，《孤立量子系统中的弛豫与预热化》，《科学》337, 1318 (2012)。[107] T. Langen、T. Gasenzer 和 J. Schmiedmayer，《近可积量子系统中的预热化与普适动力学》，《统计力学：理论与实验》2016, 064009 (2016)。[108] F. Møller、F. Cataldini 和 J. Schmiedmayer，《确定一维玻色气体中的扩散长度尺度》，SciPost Phys. Core 7, 025 (2024)。[109] P. Jung、R. W. Helmes 和 A. Rosch，《近可积模型中的输运：受微扰海森堡链》，《物理评论快报》96, 067202 (2006)。[110] T. Bargheer、N. Beisert 和 F. Loebbert，《将最近邻可积自旋链推广为长程可积自旋链》，《统计力学：理论与实验》2008, L11001 (2008)。[111] T. Bargheer、N. Beisert 和 F. Loebbert，《可积自旋链的长程形变》，《物理学杂志A辑：数学与理论》42, 285205 (2009)。[112] G. P. Brandino、J.-S. Caux 和 R. M. Konik，《量子KAM定理的初步迹象：一维玻色气体量子淬火带来的启示》，Phys. Rev. X 5, 041043 (2015)。[113] D. Szász-Schagrin、B. Pozsgay 和 G. Takács，《弱可积性破缺与能级间距分布》，《SciPost物理》11, 037 (2021)。[114] D. V. Kurlov、S. Malikis 和 V. Gritsev，《受微扰自旋-$\frac{1}{2}$ XXX 模型中的准守恒量》，《物理评论B辑》105, 104302 (2022)。[115] F. M. Surace 和 O. Motrunich，《可积模型的弱可积性破缺微扰》_，Phys. Rev. Res. 5, 043019 (2023)。[116] P. Orlov、A. Tiutiakina、R. Sharipov、E. Petrova、V. Gritsev 和 D. V. Kurlov，《海森堡链的绝热本征态形变与弱可积性破缺》，《物理评论B辑》107, 184312 (2023)。[117] S. Vanovac、F. M. Surace 和 O. I. Motrunich，《海森堡链弱可积性破缺微扰的有限尺寸生成元》，《物理评论B辑》110, 144309 (2024)。[118] E. Ilievski、M. Medenjak、T. Prosen 和 L. Zadnik，《可积晶格系统中的准局域荷》，《统计力学：理论与实验》2016, 064008 (2016)。[119] B. Doyon，《扩展量子系统中的热化与赝局域性》，《数学物理通讯》351, 155 (2017)。[120] T. Barthel 和 U. Schollwöck，《量子多粒子系统中的退相干与稳态》，《物理评论快报》100, 100601 (2008)。[121] D. Rossini、A. Silva、G. Mussardo 和 G. E. Santoro，《自旋链量子淬火后的有效热动力学》，《物理评论快报》102, 127204 (2009)。[122] P. Calabrese、F. H. L. Essler 和 M. Fagotti，《横场伊辛链中的量子淬火》，《物理评论快报》106, 227203 (2011)。[123] M. Fagotti，《量子淬火后的守恒定律、弛豫与预弛豫》，《统计力学：理论与实验》，P03016 (2014)。[124] K. Mallayya 和 M. Rigol，《量子多体系统中的预热化、热化与费米黄金定则》，《物理评论B辑》104, 184302 (2021)。[125] B. Bertini、F. H. L. Essler 和 E. Granet，《Bogoliubov-Born-Green-Kirkwood-Yvon 层级与广义流体力学》，《物理评论快报》**128**，190401（2022年）。

致谢：我们感谢 F. Ferro 和 G. Morettini 就这一主题进行的富有成效的讨论。**经费支持：**本研究得到法国国家研究署项目 LOQUST ANR-23-CE47-0006-02、PEPR Dyn-1D ANR-23-PETQ-0001 和 ANR-22-PETQ-0004（法国2030，项目 QuBitAF）的支持。本研究属于 HQI（www.hqi.fr）倡议的一部分，并得到法国2030通过法国国家研究署资助，资助编号为 ANR-22-PNCQ-0002。本研究还得到欧洲研究委员会（高级研究资助项目 No. 101018511-ATARAXIA）以及欧洲地平线计划 HORIZON-CL4-2022-QUANTUM-02-SGA（项目 101113690（PASQuanS2.1））的支持。C.C. 感谢 Quantum Science and Technology-国家科技重大专项（2024ZD0301700）以及中科院物理研究所提供的启动经费。

作者贡献：C.C.、G.B. 和 G.E. 完成了实验；C.C. 还分析了数据；L.C. 基于随机自动机构思并完成了理论分析；A.M. 完成了数值模拟。T.L.、A.B.、M.F. 和 L.M. 监督了实验和理论工作。所有作者均参与了实验与理论数据的分析和解读，以及论文撰写。**利益冲突：**作者声明不存在利益冲突。**数据可用性：**本文所展示的实验数据和数值数据可根据合理请求向通讯作者索取。