arXiv:2602.02433v1 [cond-mat.str-el] 2 Feb 2026

三角量子磁体中关联的非线性光锥扩展：一个高难度的量子模拟目标

A. Scheie,[1,*] J. Willsher,[2,3,4] E. A. Ghioldi,[5,6,7] Kevin Wang,[8] P. Laurell,[9,10] J. E. Moore,[8] C. D. Batista,[11,12] J. Knolle,[2,3] 和D. Alan Tennant[71]*MPA-Q*，洛斯阿拉莫斯国家实验室，美国新墨西哥州洛斯阿拉莫斯 *87545*[2]慕尼黑工业大学，*TUM*自然科学学院，物理系，德国加兴 *85748*[3]慕尼黑量子科学与技术中心（*MCQST*），谢林街*4*号，德国慕尼黑 *80799*[4]马克斯·普朗克复杂系统物理研究所，德国德累斯顿 *01187*[5]理论部，洛斯阿拉莫斯国家实验室，美国新墨西哥州洛斯阿拉莫斯 *87545*[6]材料科学研究所，洛斯阿拉莫斯国家实验室，美国新墨西哥州洛斯阿拉莫斯 *87545*[7]物理与天文学系，田纳西大学，美国田纳西州诺克斯维尔 *37996*[8]物理系，加利福尼亚大学伯克利分校，美国加利福尼亚州 *94720*[9]物理与天文学系，密苏里大学，美国密苏里州哥伦比亚 *65211*[10]材料科学与工程研究所，密苏里大学，美国密苏里州哥伦比亚 *65211*[11]物理与天文学系，田纳西大学，美国田纳西州诺克斯维尔 *37996*[12]舒尔-沃兰中心，橡树岭国家实验室，美国田纳西州 *37831*。美国（日期：2026年2月3日）

量子多体系统的动力学关联通常在动量空间和频率基中分析。然而，量子模拟器在实空间和实时间条件下运行更为自然。这里，我们分析了二维三角反铁磁体 $KYbSe_2$ 的实空间、随时间变化的范霍夫自旋关联 $G(r,\ t)$，这些关联由高分辨率傅里叶变换中子谱学测得。我们将其与五种针对这一公认自旋哈密顿量的理论模拟所得到的 $G(r,\ t)$ 进行比较。分析表明，$KYbSe_2$ 中存在非线性、次弹道的低温输运，而当前最先进的数值方法和场论方法均无法重现这一现象。我们的观测揭示了一种涌现的集体流体动力学，它可能与量子自旋液体的量子临界相有关，并为未来的量子模拟提供了理想的基准。

I. 引言

在科学研究中，我们往往知道一个系统所遵循的方程，却不了解其集体行为。物质量子相就是一个典型例子：

原子之间的相互作用通常已得到充分理解，但多体集体效应却复杂到难以计算 [1, 2]。这种“涌现行为”长期以来一直是凝聚态物理的研究重点；同时，它们也是量子模拟的重要基准[3, 4], ，尤其适用于缺乏简单准粒子描述的区域。如果量子模拟（无论基于量子比特硬件，还是经典高性能计算技术）能够重现实验多体物理结果，就能验证模拟的正确性。其要求包括：(i) 底层哈密顿量已被精确确定的系统；(ii) 基于高质量实验数据的明确可观测量；以及 (iii) 传统模拟技术无法胜任。量子自旋系统为此类基准提供了理想平台，因为相互作用的自旋可以直接映射为耦合量子比特网络。在此背景下，我们对二维（2D）三角磁体 $KYbSe_2$ 的集体自旋动力学进行了实验研究。

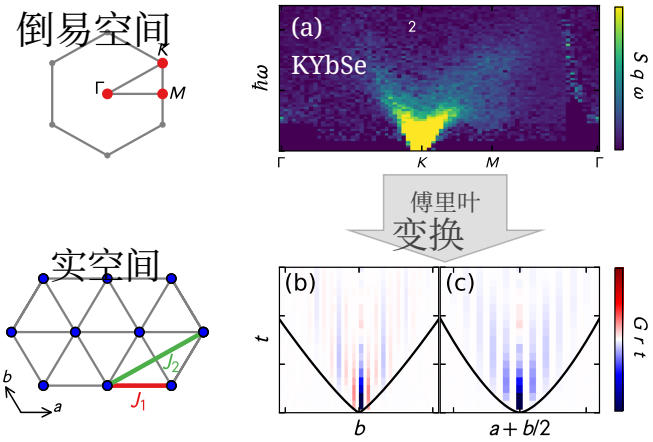

图 1. 生成三角晶格实空间关联的示意图。 $S(q,\ \omega)$ 给出倒易空间和频率下的自旋关联，经傅里叶变换后得到 $G(r,\ t)$，给出实空间和时间下的自旋关联。

$KYbSe_2$ 是一种具有二维三角晶格磁性镱$^{3+}$ 离子 [5, 6] （图 1）。其自旋相互作用几乎是完美的海森堡（各向同性）交换 [7]，并且位于一个经过充分研究的理论 J_2/J_1 相图 $J_2/J_1 = 0.044$ （5） [7]上。尽管在低于 $T_N = 290$ 毫开尔文时存在微弱的磁序，但非弹性中子谱主要表现为弥散谱，并具有明确定义的下边界，这表明传统磁振子物理 [6]已经失效。

二维三角海森堡反铁磁体也是

* scheie@lanl.gov

一个经过深入研究但尚未解决的理论问题。数值模拟表明，当 J_2/J_1 超过 ≈ 0.06 [8–15], 时，会出现量子自旋液体（QSL）相，但场论方法对其预言的 QSL 中子谱意见不一 [6, 16] ，而矩阵乘积方法则受时间和空间上的有限尺寸效应限制 [17–20]。因此，二维三角反铁磁体满足成为量子基准问题的全部三项标准（如上所列）。

在本研究中，我们分析三角形$KYbSe_2$ [5, 6] 在实空间和时间中的二维（2D）自旋关联，并与二维三角形海森堡反铁磁体的模拟进行比较（图1）。我们分析实空间动力学出于两个原因：（1）它揭示了关于一维量子动力学的非平庸信息 [21–23] 以及（2）它是量子计算机的自然输出 [24–30]。我们发现在 $T = 0.3$ 开尔文处存在一个实验非线性光锥，而我们所有的理论方法均未能捕捉到它。这意味着一种集体行为，它既是量子模拟的目标，也是量子凝聚态物理中有待理解的前沿。

II. 结果

我们从$KYbSe_2$ 的非弹性中子散射 $S(q,\omega)$中获得了 $T = 0.3$ 开尔文下的实空间磁性范霍夫关联函数 $G(r,t)$, 如方法部分所述。我们还根据五种不同的理论描述计算了二维 $G(r,t)$（采用参考文献[7]中的$KYbSe_2$ 哈密顿量）：用SpinW软件计算的 $T = 0$ 处线性自旋波理论（LSWT） [31],、 $T = 0$[6, 32]处的施温格玻色子理论、使用SU(N)NY软件在有限温度下计算的经典朗道-利夫希茨（LL）动力学 [33–35], 、源自 $U(1)$量子自旋液体的 $T = 0$ 处随机相位近似（RPA）模拟 [16], ，以及 $T = 0$[18]处的矩阵乘积模拟（MPS）。这五种模拟均绘制于图2中，且各自假定了不同的基态和动力学。LSWT将系统视为高度有序，具有磁振子准粒子激发且无寿命或衰变效应；施温格玻色子将激发视为两个自旋子的束缚态 [32, 36, 37], ；LL将自旋视为经典矢量（尽管强度经过重整化以强制满足量子求和规则 [38, 39]） ，从而忽略了多自旋量子效应；随机相位近似计算假定 $U(1)$狄拉克自旋液体中存在相互作用的自旋子，并在此将其调谐至向 $120°$ 磁有序发生的相变 [16], ；而MPS在周长为6个格点的圆柱体上获得了多体自旋系统的近似波函数。理论模型的这种多样性使我们能够将定性上不同类型激发的 $G(r,t)$特征相互比较，并与实验测量的 $KYbSe_2$ 自旋动力学进行比较。

在 $T = 0.3$ 开尔文时，$KYbSe_2$ 关联函数 $G(r, t)$ 如图 2 所示，其实部和虚部都呈现出清晰的“光锥”（类比狭义相对论，光锥将静态区域与动态区域分隔开来，其边界由运动最快的准粒子决定 [21]） 。有趣的是，光锥的起始点并不均匀，沿 b 方向的第三近邻先于沿 $Im[G(r, t)]$方向的次近邻出现演化关联（非零 b）。在 $T = 0.3$ 开尔文时的实部中，图2(c) 和 (e)], $KYbSe_2$ 显示出自旋关联暂时反转$r = 0$ ，但在所有有限距离（$|r| > 0$）处，这仅仅是自旋关联图样的调制。在较高温度 $T = 1$ 开尔文和 $T = 2$ 开尔文时（见补充信息 [40]） ，光锥上方的自旋图样完全反转，形成与初始状态相反的自旋图样。这种振荡令人想起冷原子量子临界性模拟中所谓的“希格斯模” [28]。

除了两点自旋关联函数 $G(r, t)$，我们还计算了 $KYbSe_2$ [22] 的量子费舍尔信息矩阵（QFIM）（详见补充信息 [40]） 。该量描述了晶格中量子关联随距离的变化。值得一提的是，它与 $T = 0$ 方差 [41]直接相关，而且很容易用量子计算机计算 [42], ，因此可作为额外的基准。

非线性光锥

不同的理论模型捕捉到了实验 $G(r, t)$ 的各个方面，详见补充信息 [40]。然而，二维 $G(r, t)$ 揭示了一个明确的特征，而所有理论模拟都未能预测到：非线性光锥。在图3 中，我们绘出了 KYbSe 的虚部 $G(r, t)$ 以及五种理论模拟的结果，并将光锥的起始点选定为 $Im[G(r, t)]$上升过程的中点。

所有理论模拟都显示出近似线性的光锥（矩阵乘积态除外：由于有限尺寸效应，超过六个晶格单位后其光锥向下弯曲）。与此同时，$KYbSe_2$, 在约六个晶格单位处出现明显的向上弯曲，沿最近邻和次近邻方向均是如此。（在补充信息 [40] 中，我们证明这并非实验分辨率展宽造成的。）我们通过拟合一个简单方程 $t_{\text{onset}} = A(r^z)$，同时量化沿 b 和 $a + b/2$ 方向的这种非线性。结果如图 3(e) 和 (j) 所示，表明 $KYbSe_2$ 的动力学指数为 $z = 1.4(2)$。对于弹道输运，预期会出现具有 $z = 1$的线性光锥；对于扩散输运，预期会出现具有 $z = 2$ [43, 44] 的二次光锥。$KYbSe_2$ 的动力学指数处于这两个极限之间，属于超扩散。

III. 讨论

非线性 $KYbSe_2$ 光锥揭示了一些根本性的集体行为，这些行为可能与邻近的量子自旋液体相有关，而当前的模拟方法尚未捕捉到这些行为。如果我们假设观测到的

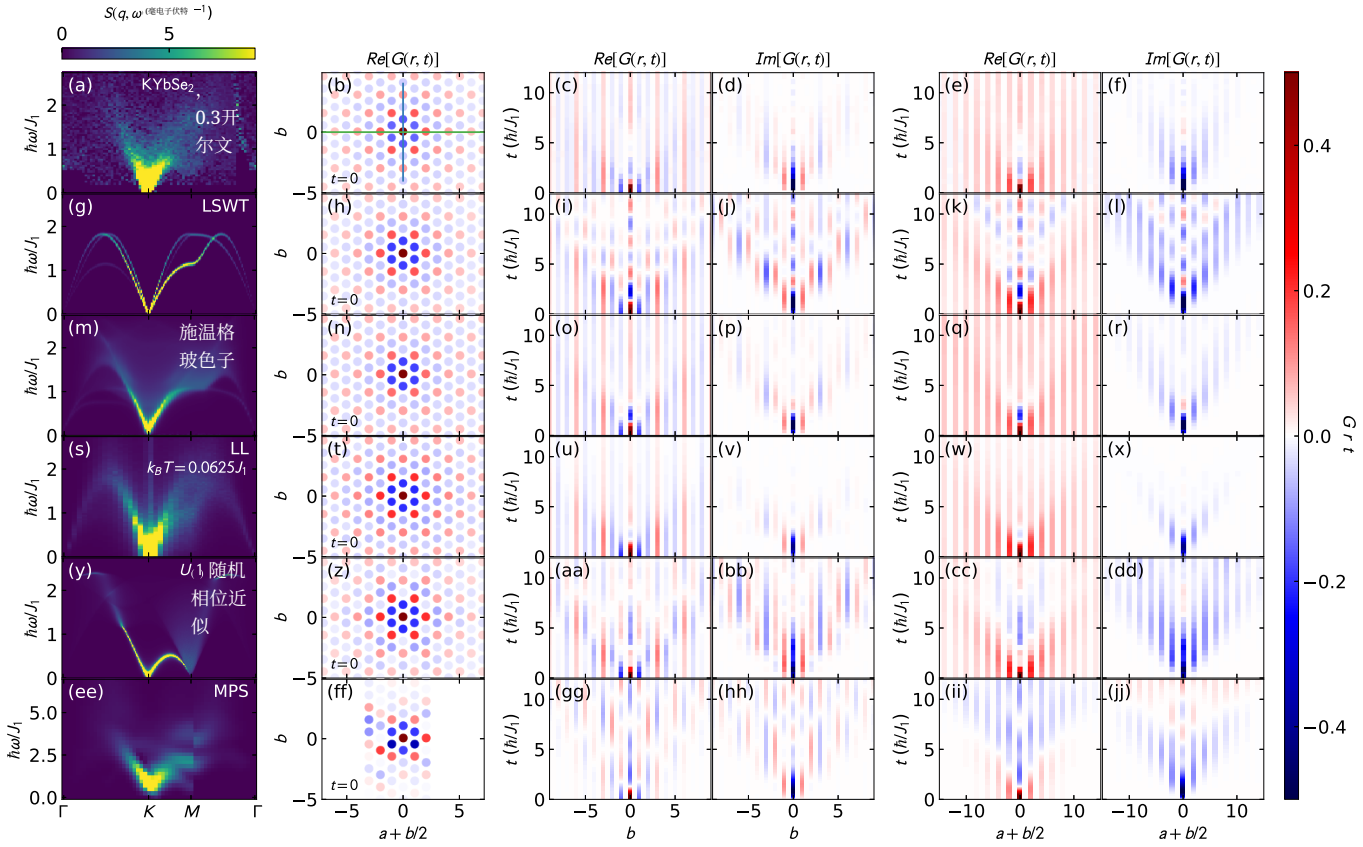

图2。$KYbSe_2$ 的范霍夫关联(a)-(f)及各种理论模型的结果：线性自旋波理论（LSWT）(g)-(l)、施温格玻色子(m)-(r)、有限温朗道-利夫希茨动力学（LL）(s)-(x)、 $U(1)$随机相位近似（RPA）模拟(y)-(dd)，以及在周长为六个格点的圆柱上进行的矩阵乘积态（MPS）计算(ee)-(jj)。左列展示沿高对称方向的谱，第二列展示 $t = 0$ 自旋关联图样（红色表示铁磁自旋关联，蓝色表示反铁磁自旋关联）。第三列和第四列展示沿最近邻晶体学方向的实部和虚部自旋关联 b [（面板(b)中的蓝色竖线）]。第五列和第六列展示沿次近邻晶体学方向的实部和虚部自旋关联$\mathbf{a}+\mathbf{b}/2$ [（面板(b)中的绿色横线）]。所有情况下都能清晰看到光锥，但与LSWT的吻合较差，而施温格玻色子和LL计算的吻合度则高得多。

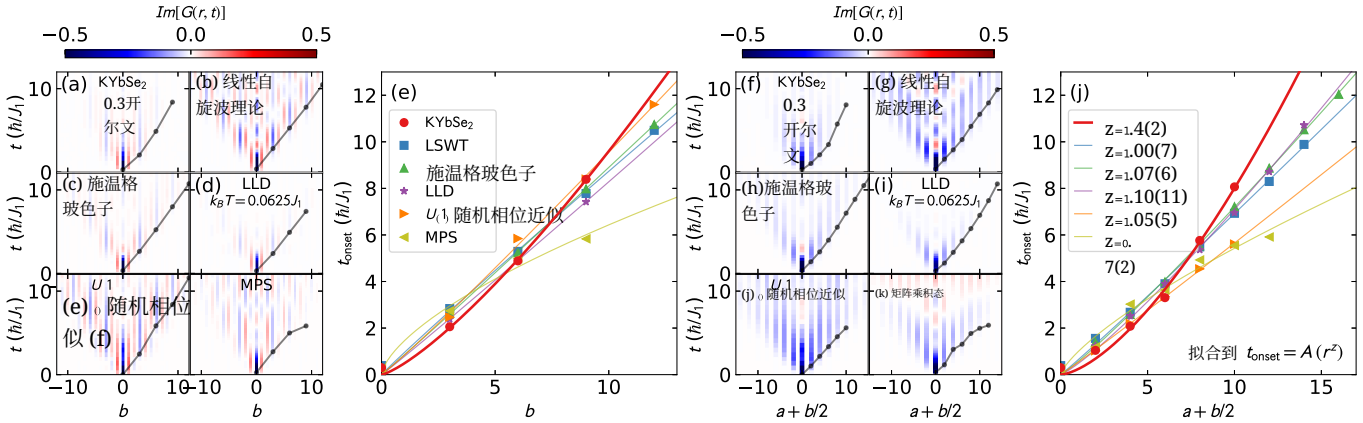

图3。$KYbSe_2$中的亚弹道输运。面板(a)–(d)和(f)–(i)展示了$KYbSe_2$ 的光锥及各种理论模型，其中黑点表示起始点（定义为 $G(r,\ t)$ 中上升过程的中点）。面板(e)和(j)绘制了起始时间与距离的关系。实线拟合于 $t_{\mathrm{onset}} = A(r^z)$，其中 A 和 z 为拟合常数（两个方向同时进行拟合）。拟合指数列于面板(j)中，实验中的$KYbSe_2$ 明显偏离理论模拟。$KYbSe_2$ 的光锥并未处于弹道区间（$z \approx 1$），而是表现出亚弹道超扩散行为（$z \approx 1.5$）。

动力学可由单一的渐近标度机制描述，即数据并未反映不同输运行为之间的交叉；由此得到的光锥与次扩散标度相符。是什么导致了这种次扩散性？这里的数据和模拟不足以给出确切答案，但我们考虑了三种假设。

第一种假设是可积一维自旋链中观察到的超扩散动力学 [23, 26, 44–48] 其中，动力学指数 $z = 1.5$已被观察到表现为 KCuF 中低频强度的幂律$_3$ [44], 以及 YbAlO 中非线性的 $G(r,t)$ 光锥$_3$ [23]。在冷原子实验中，这一现象表现为短时间振荡，并在长时间尺度上演化为涌现流体动力学，其特征是自旋关联呈非线性扩展 [48]„ 与 KYbSe 中的情况非常相似$_2$。然而，二维三角晶格并不可积，因此不受相同守恒约束的限制（这可能使其输运呈扩散特征 [49]）。此外，在一维系统中，超扩散性在最高温度下最为明显[23, 44, 48], ，而在 KYbSe$_2$ 中，这一效应出现在最低温度下。因此，KYbSe 中并不适用相同的可积高温物理机制$_2$。

第二种假设是，非线性光锥可能与受限自旋子准粒子有关。已知KYbSe$_2$ 会发生磁有序，因此在短时间内自旋子是自由的，但在更长的时间尺度上会被禁闭并缓慢传播，这与简单自旋链中畴壁禁闭的观测结果一致 [50, 51]。然而，时间尺度并不相符。如果此类聚并准粒子的时间尺度处于能量尺度 T_N =0.29开尔文 [6], ，则对应于$_{k_B T_N}^{h}$ = 160 ps，或在 $\hbar/J_1$单位下为110。这比观测到的非线性所对应的时间尺度长一个数量级，后者出现在 $t \approx 4$（$\hbar/J_1$）。因此，观测到的非线性光锥似乎并非源于自旋子禁闭。

解释低温非线性的第三种假设是涌现量子临界流体动力学。在强相互作用极限下（例如在量子临界点），准粒子图像失效，取而代之的是流体动力学描述 [52], ，后者在描述一维量子物质方面已取得显著成功 [53]。鉴于在KYbSe$_2$ [6]中观测到的临界标度，非线性光锥可能是低温涌现流体动力学的特征。这一点得到了量子自旋液体禁闭附近量子流体动力学理论提议的支持 [54], ，也与近期的观点相符，即该材料的低能响应可由伴随准粒子失效的Gross-Neveu-QED$_3$ 普适性描述 [16]。同样，这种非线性可能标志着从短时弹道区间向与临界涨落相关的中间扩散区间的交叉，需注意我们的实验温度仅略高于 $T_N = 0.29$ 开尔文。最后，我们在补充信息中利用卢廷格液体研究了半经典无序，并表明它无法描述如此量级的非线性。

无论原因如何， $G(r,\ t)$分析揭示了KYbSe$_2$ 中存在一种集体亚弹道行为，而所有模型计算都无法复现这一现象。无论这是自旋液体相、量子临界区的特征，还是完全不同的现象，都需要进一步研究。

除了是一个引人入胜的基础科学问题外，非线性动力学指数之所以重要，还因为它符合理想量子基准问题的标准：(i) 底层 KYbSe$_2$ 哈密顿量已知且精度很高 [7], (ii) 存在清晰的实验数据和明确的实验特征可供研究（邻近自旋液体的光锥呈现非线性），以及 (iii) 现有最先进的高性能计算方法不足以描述这一行为。随着自旋动力学数字[25, 30] 和模拟 [26, 55] 量子模拟的快速发展，量子计算机在近期实现这一特征是一个切实可行的目标。因此，这一信号为推进和验证量子技术提供了契机，同时也有助于回答多体物理中的一个基础问题：量子相互作用如何改变关联在晶格中的传播方式?

IV. 结论

我们分析了二维三角形 KYbSe G的$r,\ t$，并将其与针对相同自旋相互作用模型的几种理论模拟进行了比较。这一比较揭示了此前研究未曾预料到的非线性光锥。

亚弹道磁输运这一关键结果需要一些理论工作才能理解，但它揭示了我们理论建模方法的不足。此外，它也为量子计算 [3] 或高性能计算量子模拟方法 [56]提供了一个绝佳的基准。最后，这项研究凸显了$G(r,t)$在二维系统中作为研究量子系统集体动力学手段的价值——即使这些系统极难模拟。倒易空间中非常细微的一些特征，在实空间中却变得清晰可见。

致谢

A.S.、E.A.G.、J.E.M.、C.D.B. 和 D.A.T. 的研究工作主要由量子科学中心（QSC）资助。该中心是美国能源部（DOE）下属的国家量子信息科学研究中心。A.S. 的部分研究工作是在阿斯彭物理中心完成的，该中心由美国国家科学基金会资助，资助编号为 PHY-2210452。A.S. 在分析和写作最后阶段的工作由洛斯阿拉莫斯国家实验室的实验室定向研究与发展计划资助，项目编号为 20250836ECR。E.A.G. 也感谢 LANL 的 LDRD 计划为分析最后阶段提供资助。K.W. 和 J.E.M. 使用了国家能源研究科学计算中心提供的资源。该中心是美国能源部科学办公室的用户设施，由美国能源部科学办公室通过

合同编号 DE-AC02-05CH11231 提供支持，并使用了国家能源研究科学计算中心的资助额度 BES-ERCAP0032440。K.W. 获得了卡弗里能源纳米科学研究所（ENSI）的奖学金资助。J. K. 和 J. W. 感谢德国研究基金会（DFG）资助 TRR 360 - 492547816 [14]。J.K. 还感谢德国研究基金会通过德国卓越战略（EXC-2111-390814868）、DFG 项目编号 KN1254/1-2、KN1254/2-1 和 SFB 1143（项目编号 247310070）提供的资助，以及慕尼黑量子谷提供的支持；该机构由巴伐利亚州政府通过“巴伐利亚高科技议程 Plus”提供资金支持。J.K. 还感谢帝国理工-慕尼黑工大旗舰合作以及凯克基金会的支持。我们感谢 Gabor Halasz 和 Michael Knap 提供的宝贵讨论。

方法

磁性非弹性中子散射可通过对结构因子 $S(q,\ \omega)$ 进行时空傅里叶变换，得到范霍夫关联函数 $G(r,\ t)$ [21, 57, 58]。这一分析已应用于一维自旋链 $KCuF_3$ [21, 22]和 $YbAlO_3$[23]。在此，我们将这一分析从一维拓展至二维三角磁体 $KYbSe_2$。

我们分析了参考文献$_2$ 中报道的 KYbSe 磁散射数据 [6]，数据采集温度为 $T = 0.3$ 开尔文、1 开尔文和 2 开尔文。数据已根据各向同性的 Yb^{3+} 形状因子 [59], 进行校正，并通过将更多布里渊区折叠至第一布里渊区并进行对称化，填充了 (-1,-1,0) 与 (1,1,0) 之间的二维散射体积。进行三维傅里叶变换（两个空间维度和时间）后，我们得到图中所示的 $G(r,\ t)$ 信号，见图2(a)-(f)，测量温度为 0.3开尔文；较高温度下的结果见补充信息 [40] 。本研究的所有图中，我们均绘制了穿过$\mathbf{r}\ = (0,\ 0)$的两条正交截线：沿最近邻方向（$\mathbf{b}$）和沿次近邻方向（$\mathbf{a}\ + \mathbf{b}/2$）。

$KYbSe_2$ 是一个高度各向同性的体系，因此分析 $G(r,\ t)$非常直接。对于各向异性更强的自旋体系，则需要考虑极化因子。然而，通过适当的测量和建模，原则上可以对任何磁信号进行 $G(r,\ t)$分析。

[1] P. W. Anderson，多即不同，《科学》**177**，393（1972年）。[2] R. B. Laughlin，诺贝尔演讲：分数量子化，《现代物理评论》**71**，863（1999年）。[3] A. Bärtschi、F. Caravelli、C. Coffrin、J. Colina、S. Eidenbenz、A. Jayakumar、S. Lawrence、M. Lee、A. Y. Lokhov、A. Mishra，等，量子计算在洛斯阿拉莫斯国家实验室的潜在应用，arXiv 预印本 arXiv:2406.06625（2024年）。[4] Y. Alexeev、M. Amsler、M. A. Barroca、S. Bassini、T. Battelle、D. Camps、D. Casanova、Y. J. Choi、F. T. Chong、C. Chung、C. Codella、A. D. Córcoles、J. Cruise、A. Di Meglio、I. Duran、T. Eckl、S. Economou、S. Eidenbenz、B. Elmegreen、C. Fare、I. Faro、C. S. Fernandez、R. N. B. Ferreira、K. Fuji、B. Fuller、L. Gagliardi、G. Galli、J. R. Glick、I. Gobbi、P. Gokhale、S. de la Puente Gonzalez、J. Greiner、B. Gropp、M. Grossi、E. Gull、B. Healy、M. R. Hermes、B. Huang、T. S. Humble、N. Ito、A. F. Izmaylov、A. Javadi-Abhari、D. Jennewein、S. Jha、L. Jiang、B. Jones、W. A. de Jong、P. Jurcevic、W. Kirby、S. Kister、M. Kita- gawa、J. Klassen、K. Klymko、K. Koh、M. Kondo、D. g Murat Kürkçü˘glu、K. Kurowski、T. Laino、R. Land- field、M. Leininger、V. Leyton-Ortega、A. Li、M. Lin、J. Liu、N. Lorente、A. Luckow、S. Martiel、F. Martin- Fernandez、M. Martonosi、C. Marvinney、A. C. Med- ina、D. Merten、A. Mezzacapo、K. Michielsen、A. Mitra、T. Mittal、K. Moon、J. Moore、S. Mostame、M. Motta、Y.-H. Na、Y. Nam、P. Narang、Y. ya Ohnishi、D. Otta- viani、M. Otten、S. Pakin、V. R. Pascuzzi、E. Pednault、T. Piontek、J. Pitera、P. Rall、G. S. Ravi、N. Robert- son、M. A. Rossi、P. Rydlichowski、H. Ryu、G. Sam- sonidze、M. Sato、N. Saurabh、V. Sharma、K. Sharma、S. Shin、G. Slessman、M. Steiner、I. Sitdikov、I.-S. Suh、E. D. Switzer、W. Tang、J. Thompson、S. Todo、M. C. Tran、D. Trenev、C. Trott、H.-H. Tseng、N. M. Tubman、E. Tureci、D. G. V. nas、S. Vallecorsa、C. Wever、K. Wo- jciechowski、X. Wu、S. Yoo、N. Yoshioka、V. W. zhe Yu、S. Yunoki、S. Zhuk 和 D. Zubarev，以量子为中心的超级计算用于材料科学：挑战与未来方向的展望，Future GenerationCom- puter Systems **160**，666（2024年）。[5] J. Xing、L. D. Sanjeewa、A. F. May 和 A. S. Sefat，量子自旋液体候选材料 AYbSe 中的合成与各向异性磁性 $_2$ = **9**，（A K 和 111104 2021 Rb），APL Materials（ ）。[6] A. O. Scheie、E. A. Ghioldi、J. Xing、J. A. M. Paddi- son、N. E. Sherman、M. Dupont、L. D. Sanjeewa、S. Lee、A. J. Woods、D. Abernathy、D. M. Pajerowski、T. J. Williams、S.-S. Zhang、L. O. Manuel、A. E. Trumper、C. D. Pemmaraju、A. S. Sefat、D. S. Parker、T. P. Dev- ereaux、R. Movshovich、J. E. Moore、C. D. Batista 和 D. A. Tennant，三角反铁磁体 KYbSe 中的邻近自旋液体与分数化$_2$，《自然·物理学》**20**，74（2024年）。[7] A. O. Scheie、Y. Kamiya、H. Zhang、S. Lee、A. J. Woods、M. O. Ajeesh、M. G. Gonzalez、B. Bernu、J. W. Villanova、J. Xing、Q. Huang、Q. Zhang、J. Ma、E. S. Choi、D. M. Pajerowski、H. Zhou、A. S. Sefat、S. Okamoto、T. Berlijn、L. Messio、R. Movshovich、C. D. Batista 和 D. A. Ten- nant，铜铁矿邻近量子自旋液体候选材料 KYbSe 中的非线性磁振子与交换哈密顿量$_2$ 和 $NaYbSe_2$，《物理评论B》**109**，014425（2024年）。[8] Z. Zhu 和 S. R. White，三角晶格上的 $s = \frac{1}{2}$ $J_1 - J_2$ 海森堡模型的自旋液体相，《物理评论B》**92**，041105（2015年）。

[9] W.-J. Hu、S.-S. Gong、W. Zhu 和 D. N. Sheng，三角晶格自旋-$\frac{1}{2}$海森堡模型中的竞争性自旋液体态，《物理评论B》92，140403（2015年）。[10] Y. Iqbal、W.-J. Hu、R. Thomale、D. Poilblanc 和 F. Becca，海森堡 J_1-J_2 三角反铁磁体中的自旋液体性质，《物理评论B》93，144411（2016年）。[11] S. N. Saadatmand 和 I. P. McCulloch，三角 $\frac{1}{2}$ J_1-J_2 海森堡自旋模型拓扑相中的对称性分数化，《物理评论B》94，121111（2016年）。[12] A. Wietek 和 A. M. Läuchli，三角晶格扩展 $s=\frac{1}{2}$ 海森堡模型中的手性自旋液体与量子临界性，《物理评论B》95，035141_(2017)。[13] S.-S. Gong、W. Zhu、J.-X. Zhu、D. N. Sheng 和 K. Yang，三角$\frac{1}{2}$反铁磁体中的全局相图与量子自旋液体，《物理评论B》96，075116（2017）。[14] S. Hu、W. Zhu、S. Eggert 和 Y.-C. He，三角1/2 海森堡反铁磁体上的狄拉克自旋液体，《物理评论快报》123，207203（2019年）。[15] C. A. Gallegos、S. Jiang、S. R. White 和 A. L. Cherny- shev，易轴三角晶格 J_1-J_2 模型的相图，《物理评论快报》134，196702（2025年）。[16] J. Willsher 和 J. Knolle，超越平均场理论的 u(1)自旋液体动力学与稳定性，arXiv预印本 arXiv:2503.13831（2025年）。[17] R. Chi、Y. Liu、Y. Wan、H.-J. Liao 和 T. Xiang，各向异性自旋-1/2 三角晶格海森堡反铁磁体的自旋激发谱，《物理评论快报》129，227201 2022( )。[18] N. E. Sherman、M. Dupont 和 J. E. Moore，三角晶格上 J_1-J_2 海森堡模型的谱函数，《物理评论B》107，165146（2023）。[19] M. Drescher、L. Vanderstraeten、R. Moessner 和 F. Pollmann，三角晶格上 $s=\frac{1}{2}$ 海森堡反铁磁体中对称性破缺相与液体相的动力学特征，《物理评论B》108，L220401（2023）。[20] M. Drescher、L. Vanderstraeten、R. Moessner 和 F. Pollmann，三角晶格上扩展反铁磁 $s=1/2$ 海森堡模型的谱函数（2025年），arXiv:2508.17292 [cond-mat.str-el]。[21] A. Scheie、P. Laurell、B. Lake、S. E. Nagler、M. B. Stone、J.-S. Caux 和 D. A. Tennant，海森堡反铁磁链中的量子尾流动力学，《自然·通讯》13，5796（2022年）。[22] A. Scheie、P. Laurell、E. Dagotto、D. A. Tennant 和 T. Roscilde，重构材料中量子关联的空间结构，《物理评论研究》6，033183（2024年）。[23] L. L. Kish、A. Weichselbaum、D. M. Pajerowski、A. T. Savici、A. Podlesnyak、L. Vasylechko、A. Tsvelik、R. Konik 和 I. A. Zaliznyak，稀土自旋链中自旋子的高温量子相干性，《自然》通讯16，6594（2025年）。[24] K. Kumaran、M. Sajjan、B. Pokharel、J. Gibbs、J. Cohn、B. Jones、S. Mostame、S. Kais 和 A. Banerjee，通过 2 2025 2503 14371 d维[ ]相互作用的海森堡链实现超扩散崩溃的量子模拟（ ），arXiv: 。量子物理。[25] Y.-T. Lee、B. Pokharel、J. Cohn、A. Schleife 和 A. Banerjee，自旋输运的数字量子模拟（2025年），arXiv:2507.22846 [量子物理]。[26] E. Rosenberg, T. Andersen, R. Samajdar, A. Petukhov, J. Hoke, D. Abanin, A. Bengtsson, I. Drozdov, C. Er- ickson, P. Klimov 等，《海森堡自旋链中无限温度下的磁化动力学》，《科学》384，48（2024）。[27] X. Liang, Z. Yue, Y.-X. Chao, Z.-X. Hua, Y. Lin, M. K. Tey 和 L. You，《在里德堡原子阵列中观测到反常信息扰乱》，《物理评论快报》135，050201（2025）。[28] T. Manovitz, S. H. Li, S. Ebadi, R. Samajdar, A. A. Geim, S. J. Evered, D. Bluvstein, H. Zhou, N. U. Koylu- oglu, J. Feldmeier, N. Dolgirev, Pavel E. 和 Maskara, M. Kalinowski, S. Sachdev, D. A. Huse, M. Greiner, V. Vuletić 和 M. D. Lukin，《可编程模拟器上的量子粗化与集体动力学》，《自然》638，86（2025）。[29] T. A. Chowdhury, V. Korepin, V. R. Pascuzzi 和 K. Yu，《利用超导量子计算机模拟费米-哈伯德模型的实时动力学以实现量子实用性》，arXiv预印本 arXiv:2509 14196 10 48550 2509 14196 2025 . . /arXiv. . ( )。[30] R. Haghshenas, E. Chertkov, M. Mills, W. Kadow, S.-H. Lin, Y.-H. Chen, C. Cade, I. Niesen, T. Be- gušić, M. S. Rudolph 等，《处于经典模拟前沿的数字量子磁性》，arXiv预印本 arXiv:2503.20870 10.48550/arXiv.2503.20870（2025）。[31] S. Toth 和 B. Lake，《单Q非公度磁结构的线性自旋波理论》，J. Phys.: Condens. Matter 27，166002（2015）。[32] E. A. Ghioldi, M. G. Gonzalez, S.-S. Zhang, Y. Kamiya, L. O. Manuel, A. E. Trumper 和 C. D. Batista，《三角反铁磁体的动态结构因子：超越平均场的施温格玻色子理论》，《物理评论B》98，184403（2018）。[33] H. Zhang 和 C. D. Batista，《基于 SU(n **104,**) 相 104409 2021 干态的经典自旋动力学》，《物理评论B》（）。[34] H. Lane, H. Zhang, D. Dahlbom, S. Quinn, R. D. Somma, M. Mourigal, C. D. Batista 和 K. Barros，《线性自旋波理论的核多项式方法》，SciPost Phys. 17，145（2024）。[35] D. Dahlbom, H. Zhang, C. Miles, S. Quinn, A. Niraula, B. Thipe, M. Wilson, S. Matin, H. Mankad, S. Hahn, D. Pajerowski, S. Johnston, Z. Wang, H. Lane, Y. W. Li, X. Bai, M. Mourigal, C. D. Batista 和 K. Barros，《Sunny.jl：一个用于自旋动力学的 Julia 软件包》（2025），arXiv:2501.13095 [量子物理]。[36] E. A. Ghioldi, S.-S. Zhang, Y. Kamiya, L. O. Manuel, A. E. Trumper 和 C. D. Batista，《$Ba_3CoSb_2O_9$, 磁谱中存在双自旋子束缚态的证据》，《物理评论B》106，064418（2022）。[37] S. Dey, J. Maciejko 和 M. Vojta，《三角晶格反铁磁体中磁场驱动的量子自旋液体到磁序的转变》，《物理评论B》109，224424 2024( )。[38] T. Huberman, D. A. Tennant, R. A. Cowley, R. Coldea 和 C. D. Frost，《二维 $s=5/2$ 反铁磁体Rb_2MnF_4自旋动力学中的量子-经典交叉研究：中子散射、计算机模拟与解析理论》，Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment 2008，P05017（2008）。[39] D. Dahlbom, F. T. Brooks, M. S. Wilson, S. Chi, A. I. Kolesnikov, M. B. Stone, H. Cao, Y.-W. Li, K. Barros, M. Mourigal, C. D. Batista 和 X. Bai,

量子自旋系统中的量子-经典交叉：FeI_2，的温度依赖自旋动力学，《物理评论B》109，014427（2024）。[40] 详见补充材料：[出版商将插入网址]，其中包含实验与计算的更多细节。[41] P. Hauke, M. Heyl, L. Tagliacozzo 和 P. Zoller，《通过动态磁化率测量多体纠缠》，Nat. Phys. 12，778（2016）。[42] J. J. Meyer，《含噪中尺度量子应用中的费舍尔信息》，Quantum 5，539（2021）。[43] J. De Nardis, M. Medenjak, C. Karrasch 和 E. Ilievski，《一维各向同性磁体自旋输运的普适类：对数异常的起始点》，《物理评论快报》124，210605（2020）。[44] A. Scheie, N. E. Sherman, M. Dupont, S. E. Nagler, M. B. Stone, G. E. Granroth, J. E. Moore 和 D. A. Ten- nant，《在量子自旋-1海森堡链中探测到Kardar-Parisi-Zhang流体动力学》17，726 2 2021 / chain, Nat. Phys. ( )。[45] M. Žnidarič，《一维各向异性海森堡模型中的自旋输运》，《物理评论快报》106，220601 2011( )。[46] B. Bertini, F. Heidrich-Meisner, C. Karrasch, T. Prosen, R. Steinigeweg 和 M. Žnidarič，《一维量子晶格模型中的有限温度输运》，《现代物理评论》93，025003（2021）。[47] V. B. Bulchandani, S. Gopalakrishnan 和 E. Ilievski，《自旋链中的超扩散》，Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment 2021，084001（2021）。[48] M. K. Joshi, F. Kranzl, A. Schuckert, I. Lovas, C. Maier, R. Blatt, M. Knap 和 C. F. Roos，《观测长程量子磁体中的涌现流体动力学》，《科学》376，720（2022）。[49] A. Bohrdt, C. B. Mendl, M. Endres 和 M. Knap，《扩散型量子多体系统中的信息扰乱与热化》，New Journal of Physics 19，063001（2017）。[50] M. Kormos, M. Collura, G. Takács 和 P. Calabrese，《量子淬火至不可积模型后发生的实时禁闭》，《自然·物理学》13，246（2017）。[51] J. Vovrosh 和 J. Knolle，《数字量子计算机上的禁闭与纠缠动力学》，Scientific Reports 11，11577（2021）。[52] S. A. Hartnoll, A. Lucas 和 S. Sachdev，《全息量子物质》（MIT出版社，2018）。[53] B. Doyon, S. Gopalakrishnan, F. Møller, J. Schmied- mayer 和 R. Vasseur，《广义流体动力学：一种观点》，Phys. Rev. X 15，010501（2025）。[54] V. B. Bulchandani, B. Hsu, C. P. Herzog 和 S. L. Sondhi，《量子自旋液体的流体动力学》，《物理评论B》104，235412（2021）。[55] N. Bauer, V. Ale, P. Laurell, S. Huang, S. Watabe, D. A. Tennant 和 G. Siopsis，《模拟量子处理器上中子散射模拟的进展》，Phys. Rev. A 111，022442（2025）。[56] H. Pugzlys, S. Varude, S. Dillon, H. Tran, T. Tang, Z. Jiang, X. Ying 和 C. Jia，《利用自回归神经网络对量子自旋动力学进行跨时空外推》（2025），arXiv:2512.13103 [cond-mat.str- el]。[57] L. Van Hove，《铁磁晶体中自旋间的时间依赖关联与中子散射》，Phys. Rev. 95，1374（1954）。[58] P. Laurell、A. Scheie、D. A. Tennant、S. Okamoto、G. Al- varez 和 E. Dagotto，《Hubbard 链中的磁激发、非经典性与量子尾迹自旋动力学》，《物理评论B》106，085110（2022年）。[59] P. J. Brown，磁形状因子，剑桥晶体学子程序库（1998年）。

《关联的非线性光锥扩展：三角量子磁体——一个难以实现的量子模拟目标》的补充信息

V. 时间演化

图S.1 展示了不同时间的定时 $G(r,\ t)$ 切片，呈现 $KYbSe_2$ 时间演化的另一种视角。在 0.3 开尔文时，系统呈现出从（0，0）向外传播的波，但波前基本保持着相同的自旋关联图样。在 1 开尔文和 2 开尔文时，自旋关联图样从 $t=0$态反转，正如正文所述。

VI. 比较理论与实验

在 $T=0$ （正文图2第二行）进行的 LSWT 模拟与 $KYbSe_2$ 在 $G(r,\ t)$ 中的结果看起来截然不同，唯一的例外是它再现了非均匀的 $Im[G(r,\ t)]$ 光锥起始点。除此之外，LSWT 预测光锥上方会出现复杂的振荡图样，而实验中并未观察到这些振荡。这种差异并不令人意外，因为线性磁振子动力学已被证明无法描述 $KYbSe_2$ [1]。

在 $T=0$（正文图2第三行）进行的 Schwinger玻色子模拟最接近重现实验的 $G(r,\ t)$，呈现短时间的 $r=0$反转，并且与 $|r|>0$ 的实部和虚部都十分吻合。这表明，Schwinger玻色子描述背后的假设与 $KYbSe_2$ 的实际行为十分接近。

卢廷格液体模拟 $k_BT=J_1/16$ （正文图2第四行）出人意料地也与实验非常吻合。这里我们同样观察到短时间 $r=0$ 反转（但仅在 $Re[G(r,\ t)]$中），并且与实验 $Im[G(r,\ t)]$ 高度吻合（不过，其关联随时间延续的范围不及 Schwinger玻色子模型或实验）。与图S.7 所示的较高温度数据也高度吻合。

在 $T=0$ 下进行的随机相位近似计算（正文图2第五行）与实验 $G(r,\ t)$仅部分吻合。尽管随机相位近似 $G(r,\ t)$包含许多丰富而有趣的特征，且 $S(q,\ \omega)$在 K处显示出发散的强度，虚部也与实验非常相似，但实部在细节上与 $KYbSe_2$ 自旋关联并不相似。

最后，在 $T=0$（正文图2第六行）进行的矩阵乘积态计算与 $S(q,\ \omega)$基本吻合，但与 $G(r,\ t)$ 吻合较差，这是因为较小的系统尺寸导致了有限尺寸能隙。这会产生振铃效应，即使在距离和时间都很小时，也会调制自旋关联。

从这一比较中可以明显看出，施温格玻色子计算最能再现 $KYbSe_2$ 自旋关联，卢廷格液体紧随其后。尽管仅从 $S(q,\ \omega)$ 就能相当清楚地看出这一点，但 $G(r,\ t)$ 分析证实，我们可以有效排除线性自旋波理论和 $U(1)$ 随机相位近似对 $KYbSe_2$ 的描述。

VII. 量子关联长度

获得自旋关联随距离的变化后，即可计算空间依赖的量子费舍尔信息矩阵（QFIM） [2]。我们对空间进行傅里叶变换，但在频率空间计算量子费舍尔信息积分

$$\mathrm{QFIM}[\mathbf{r}]=\frac{1}{\pi}\int_0^\infty \mathrm{d}\left(\hbar\omega\right)\,\tanh\left(\frac{\hbar\omega}{2k_BT}\right)\chi''_{\alpha\alpha}\left(\mathbf{r},\omega\right)\ , \tag{S1}$$

其中$\chi''(\mathbf{r}\ \omega)$是动态磁化率$q$ ω可由$S($ ω $=$ $\pi\left(1-e^{-\hbar\omega/k_BT}\right)S_{\alpha\alpha}$ ω [3] ，)

通过 $\chi''_{\alpha\alpha}(\mathbf{Q})(\mathbf{Q})$ 在倒易空间进行傅里叶变换得到： $\chi''(\mathbf{r}\ \omega)=\int d\mathbf{Q}e^{i\pi\mathbf{Q}\cdot\mathbf{r}}\chi''(\mathbf{Q}\ \omega)$。图S.2 展示了三个测量温度下的QFIM。上方各图显示空间分布，下方图显示QFIM绝对值随距离绝对值的变化。

QFIM 显示关联的空间衰减并不均匀。例如，在 $T=0.3$ 开尔文时，第三近邻格点的 QFIM 非常小（在 $T=1$ 开尔文时基本为零），而第四近邻格点在两种温度下都有很强的信号。这种非周期性的 QFIM 模式 [在 $G(r,\ t=0)$] 中同样存在，并且在相当远的距离上仍然持续。在下一节中，我们将展示，这种模式与连接 K和 M 的 $S(q)$中的强度线以及接近经典简并点 $J_2/J_1=1/8$有关。

取 QFIM 绝对值随距离的变化关系，可以观察到 KYbSe 中随温度变化的量子关联长度$_2$。量子关联以指数包络的形式衰减，据此我们可以定义并拟合整体量子关联长度，如图 S.2所示。与一维自旋链 [2], 的情况类似，这一量子关联长度远小于总关联长度，并且随温度显著变化。

VIII. 傅里叶分析

A. 静态关联模式

在图 S.2 的量子费舍尔信息矩阵（QFIM）计算中，以及图 S.1 的恒定时间图中，可以看到第三近邻、第六近邻等位置存在一种非周期性的关联抑制模式。为了解释这一模式的起源，我们对模拟的自旋关联进行了傅里叶分析，如图 S.3 所示。从一个简单的120° 阶开始，我们将 $S(q)$ 变换为 $G(r)$ （忽略时间维度），并有选择地将自旋关联

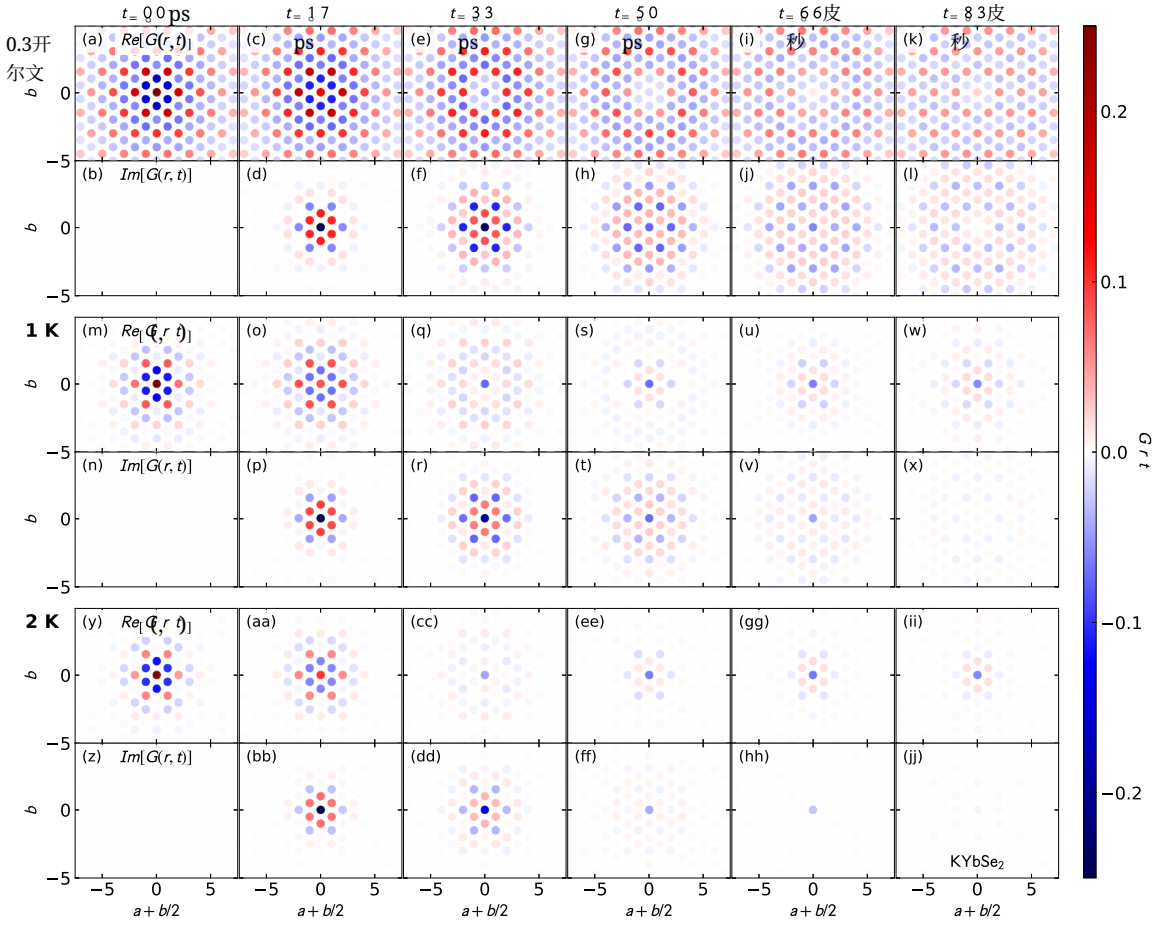

图 S.1. $KYbSe_2$ 中 $G(r,\ t)$ 的恒定时间切片。(a)–(l) 展示 0.3开尔文 时的数据，(m)–(x) 展示 1 开尔文 时的数据，(y)–(jj) 展示 2 开尔文 时的数据。每个温度下的顶行展示 $G(r,\ t)$ 的实部，底行展示虚部。

沿主文图 5 中观察到的模式设为零。随后，我们通过逆傅里叶变换返回倒易空间。

结果显示，在$K = (1/3,\ 1/3)$ 处出现尖锐布拉格峰图样；选择性抑制自旋关联后，该图样转变为六边形强度条纹。这些强度线连接 K (与 $120°$ 有序相关)和 M (与条纹有序相关)，它们是彼此竞争、并由量子自旋液体相隔开的有序波矢。事实上，矩阵乘积计算表明，量子自旋液体相的特征是连接 K 与 M 点 [4]的强度线。

因此，在 $KYbSe_2$ 中观察到的特殊自旋关联抑制图样，与连接 K 和 M的强度线有关。然而，必须指出，这种强度分布并没有什么特别的量子力学特征，因为在经典简并点 $J_2/J_1 = 1/8$ 处也能重现这些强度线；在该点，$120°$ 序可以零能量代价地转变为条纹序。尽管如此，这种强度分布无疑表明，该系统接近 $T = 0$ 相边界，因此 $KYbSe_2$ 接近量子相图中的自旋液体区域。

B. 非线性光锥

正文中我们展示了 $KYbSe_2$ 具有非线性光锥，而现有理论方法均无法成功再现这一现象。图 S.4 展示了用于拟合光锥的方法细节：以时间上升过程的中点为基准进行拟合，并介绍了另一种通过拟合空间变化来定义光锥的方法。两种方法都显示出明显的非线性，但为简便起见，正文中我们着重讨论通过拟合时间变化得到的非线性。

1. 实验展宽

在这里，我们探究实验展宽是否能够产生如 $KYbSe_2$ 中所观测到的非线性光锥。实际上，中子数据包含实验展-

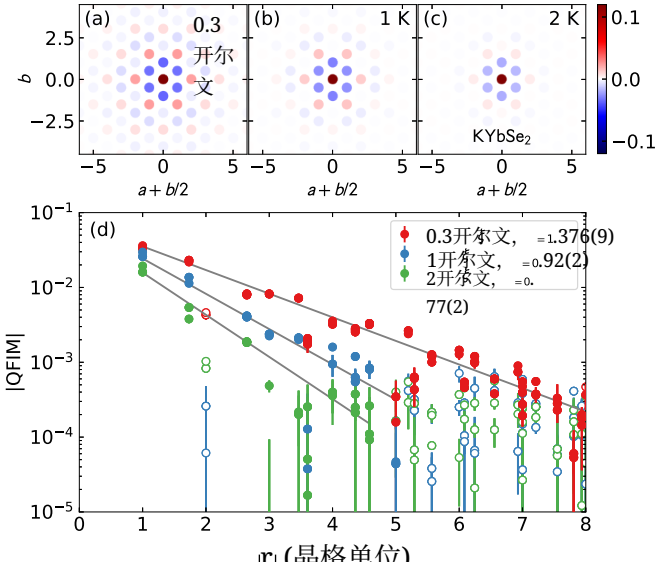

图 S.2. $KYbSe_2$的量子费舍尔信息矩阵（QFIM）。面板 (a)–(c) 展示了测量温度下 QFIM 的色彩图。请注意，第三近邻关联在 0.3开尔文时几乎消失，在 1 开尔文时则完全消失。面板 (d) 展示了关联绝对值随距离的变化，以及用于提取量子关联长度的指数拟合（不包括关联值远小于近邻的格点）。实心符号表示参与拟合的点，空心符号表示排除的点。误差棒表示一个标准差的不确定度。

宽，这会影响 $G(r,\ t)$ 信号。此外，本研究用于生成 $G(r,\ t)$ 的中子散射数据来自两种拼接在一起的入射能量：低于 $\hbar\omega = 0.2$ meV 的数据来自 $E_i = 1.55$meV，而高于 $\hbar\omega = 0.2$ meV 的数据来自 $E_i = 3.32$ meV [1]（使用较低的 E_i 可在弹性线附近获得更高的分辨率 [5]）。

为考察这些实验效应是否可能使线性光锥变为非线性，我们对图中所示的线性自旋波理论（LSWT）计算谱施加了高斯展宽。S.5施加均匀展宽只会抑制 $G(r,\ t)$ 在较大距离和较长时间处的信号（这符合卷积傅里叶变换的预期）。与此同时，若施加依赖能量的展宽，使低能模比高能模更尖锐（如同我们的实验数据），则不会产生非线性，但长时间下清晰的自旋振荡会显著减弱。然而，若只对低能模施加展宽，我们发现光锥确实会变为非线性，因为短时间谱受到的抑制小于长时间谱。尽管如此，鉴于（i）这与我们的实验情况正好相反，且（ii）测得的 $KYbSe_2$ 谱在高能处明显更弥散，我们认为这不能作为 KYbSe 非线性$_2$ 光锥的合理解释。由此我们得出结论：观测到的非线性光锥并非源于实验展宽效应，而是 $KYbSe_2$的内禀特征。

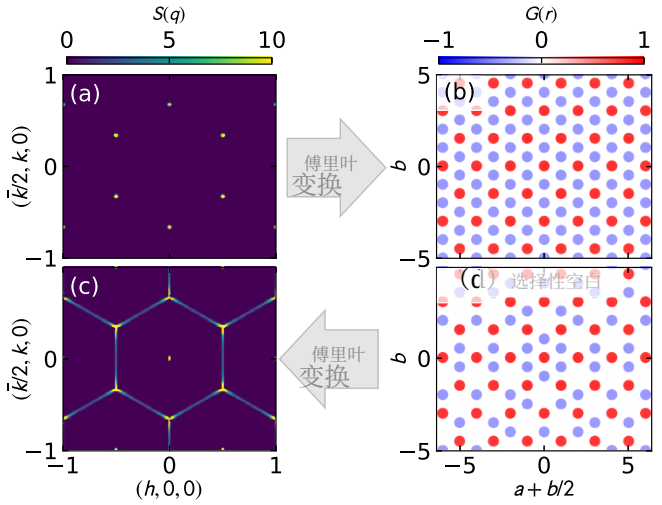

图 S.3. 二维三角晶格谱的傅里叶分析。(a) 展示了长程 120° 序的 $S(q)$，面板 (b) 中的 $G(r)$信号由傅里叶变换得到。面板 (d) 展示了相同的 $G(r)$，并选择性地将格点设为零，以匹配$KYbSe_2$中观察到的图样。面板 (c) 展示了经傅里叶反变换回倒易空间的谱，揭示了连接 K 和 M 点的强度线。

2. 非线性线性自旋波理论光锥

原则上，$G(r,t)$中的非线性光锥会在 $S(q,\omega)$中留下某种可辨识的特征。为了考察非线性光锥对 $S(q,\omega)$的影响，我们对 120° 阶进行线性自旋波理论计算，随后对其进行傅里叶变换，得到 $G(r,t)$，并扭曲光锥，使其符合从 $x = 1$ （弹道）到 $x = 2$（扩散）之间的各种动力学指数 x 。具体做法是，针对每个 r，在时间上移动 $G(r,t)$，并将 $t = 0$ 值延伸至有限的 t ，以填补空隙。然后，我们再变换回 $S(q,\omega)$，并绘制沿高对称方向的强度。结果如图 S.6(a)-(j)所示。这种做法并不具有普适性，因为线性自旋波理论解在光锥上方具有独特的自旋关联模式，但仍能粗略展示谱如何从弹道型演变为扩散型。

图S.6(f)-(j)中随 $x \to 2$变化时值得注意的两个特征是：(1) 谱从尖锐特征演化为宽的连续谱；(2) 连续谱的下边界从线性演化为非线性。傅里叶变换中还有一个振铃特征（可见于连续谱之外的波纹）。我们在图S.6(k)-(t)中通过手动去除连续谱之外的谱权重并变换回 $G(r,t)$来探究这一点。我们发现，去除振铃会使光锥的边界变得模糊（这是合理的，因为尖锐特征通常

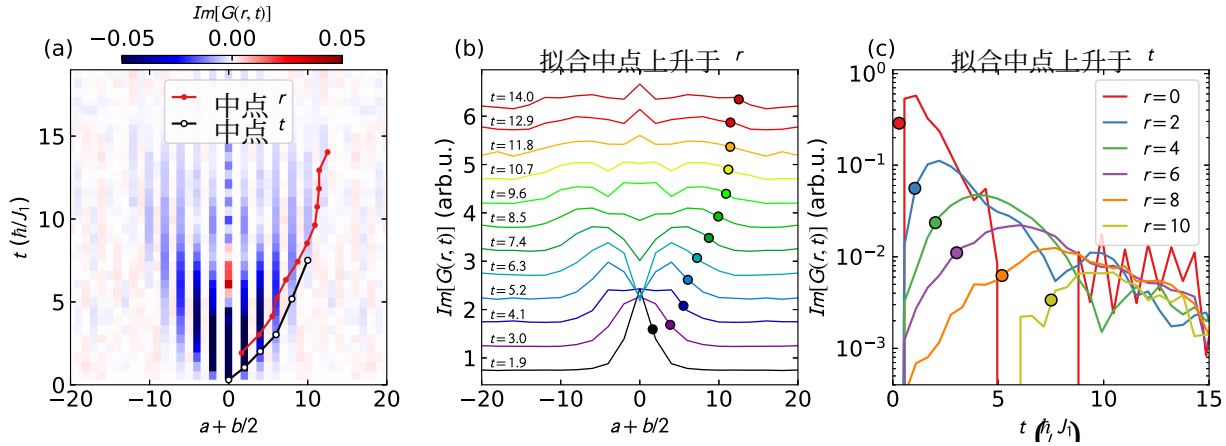

图 S.4. 从 $KYbSe_2$ 数据中拟合光锥的方法。面板 (a) 显示沿次近邻方向的虚部 $G(r,t)$。缩小色图范围后，数据中的非线性光锥便清晰可见。面板 (b) 显示 $r=(a+b/2)$ 中光锥边界的拟合中点（以圆圈标出）。面板 (c) 显示上升过程的中点（同样以圆圈标出）。拟合中点叠加绘制在面板 (a) 上。尽管这些光锥边界估计并不一致，但都显示出明显的向上弯曲的非线性。

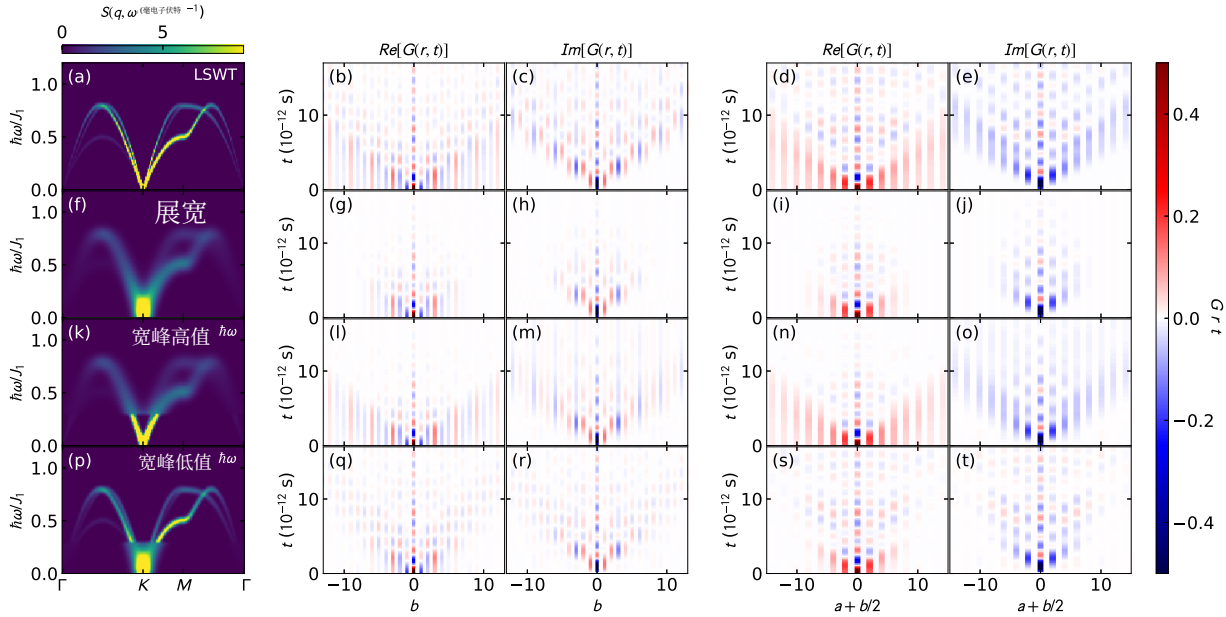

图 S.5. 根据展宽谱计算的线性自旋波理论（LSWT） $G(r,t)$。顶行 (a)-(e) 显示原始尖锐 LSWT 谱的 $S(q,\omega)$ 和 $G(r,t)$。第二行 (f)-(j) 显示均匀高斯展宽的结果；这种处理会将 $G(r,t)$ 信号抑制在短时间和短距离范围内，但不会产生非线性光锥。第三行 (k)-(o) 显示高能谱展宽而低能谱保持尖锐时的结果。这会抑制光锥上方的自旋振荡，但不会使光锥本身向上弯曲。第四行 (p)-(t) 显示与上述情况相反的情形：低能谱较宽，而高能谱保持尖锐（对 $KYbSe_2$ 而言，这在实验上并不现实）。在这种情况下会产生非线性，但它既不像实测谱，也不符合实验实际。这表明 $KYbSe_2$ 的非线性光锥并非展宽造成的假象。

会在傅里叶变换中产生振荡行为），但这种普遍的非线性仍然存在。因此，我们将非线性的 $G(r,t)$光锥与 $S(q,\omega)$ 中在低能处具有非线性边界的连续谱联系起来。

IX. 卢廷格液体动力学

三角晶格朗道-利夫希茨（LL）动力学计算是在一个包含 9,216 个自旋（$48\times48\times2$ 个晶胞）且采用周期性边界条件的系统上进行的。三角晶格的温度演化

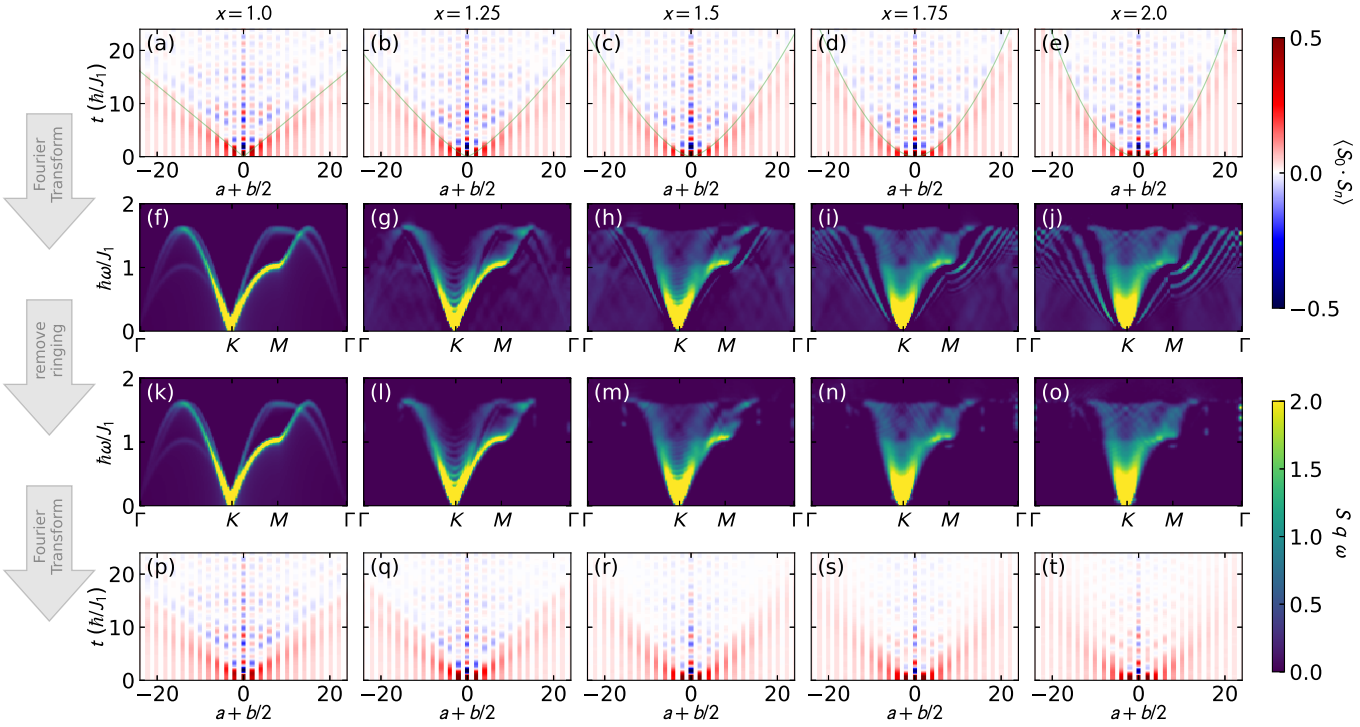

图 S.6. LSWT $G(r,\ t)$经过人工扭曲，使光锥起始点与动力学指数 $1 \leq x \leq 2$ (a)-(e) 相匹配，其中绿色线表示光锥；并将傅里叶变换回倒易空间和频率后得到的 $S(q,\ \omega)$ (f)-(j)。 $x = 0$ 的尖锐激发在弹道极限下演化为弥散连续谱。底部两行显示的是人工移除振铃伪影后的相同 $S(q,\ \omega)$ (k)-(o)，以及将其变换回 $G(r,\ t)$ 后的结果 (p)-(t)。移除振铃特征后，光锥边界处的尖锐特征也随之消失，但非线性起始仍然存在。

$S\ (q,\ \omega)$ 和 $G\ (r,\ t)$ 见图S.7，图中聚焦于 T_N 附近的温度，见图S.8，并与图$_2$ S.9中的 KYbSe 实验进行比较。正如正文所述，有限温度下理论与实验结果吻合得十分出色。

由于系统有限，即使在无限晶格极限下只有在 $T = 0$ 才会出现有序，系统中仍会出现长程有序。不过，若将这一有限尺寸伪影视为三维和各向异性交换作用的近似，它们会在真实的 $KYbSe_2$ 系统中产生长程有序；这样，我们就能以远比实验可行步长更精细的步长，观察 $G(r,\ t)$ 的热演化。正如正文所述，长时间持续存在的 $Re[G(r,\ t)]$ 会在转变温度处出现，这表明涨落时间尺度发散。

A. 模拟量子相图

LL模拟的一个有趣特征是，它们在所有温度下都能非常好地模拟$KYbSe_2$ 的行为。这种现象以前也曾被观察到。对Kitaev模型的研究表明，经过半经典强度修正 [7] 的经典动力学能够以惊人的准确度重现完整的量子解——但低频情况下除外，因为长程量子动力学在此处表现得最为明显 [8–11], ，这里体现为一种时间交叉：短时动力学可以由经典模拟重现，但较长时间的动力学则无法做到。

有趣的是，只要调节卢廷格液体模拟，使其遍历整个二维三角晶格的 J_2/J_1 相图（见图S.10），我们就能模拟二维三角晶格的量子行为。在本例中，少量有限温度$k_BT = J_1/16$ 便能以惊人的准确度重现三角晶格的 J_2/J_1 量子相图 [12–18]从 120° 到条纹序，并在中间出现非磁有序液体区，位于 $0.06 \lesssim J_2/J_1 \lesssim 0.16$。在 $J_2/J_1 = 0.05$ $G(r,t)$ 处的模拟结果与 $KYbSe_2$ $G(r,t)$ 十分相似，而从这一点向任一方向进一步移动，都会产生定性上不同的信号。这证实了：(i) 卢廷格液体是一种有效的量子模拟器，能够重现量子相图[19], ；(ii) $KYbSe_2$ 非常接近量子液体相的边界。

图 S.10 中一个有趣的现象是，KYbSe 中观测到的长时间持续 $Re[G(r,t)]$ 信号$_2$只出现在磁序与量子自旋液体之间的边界上。在有序相深处或量子自旋液体内部深处，光锥呈现动态的翻转自旋现象（$G(r,t)$ 图中的红蓝振荡）。在相边界附近，这种 $t = 0$ 模式会持续极长时间，甚至延伸到光锥之外。如上所述，这种现象也出现在磁序与

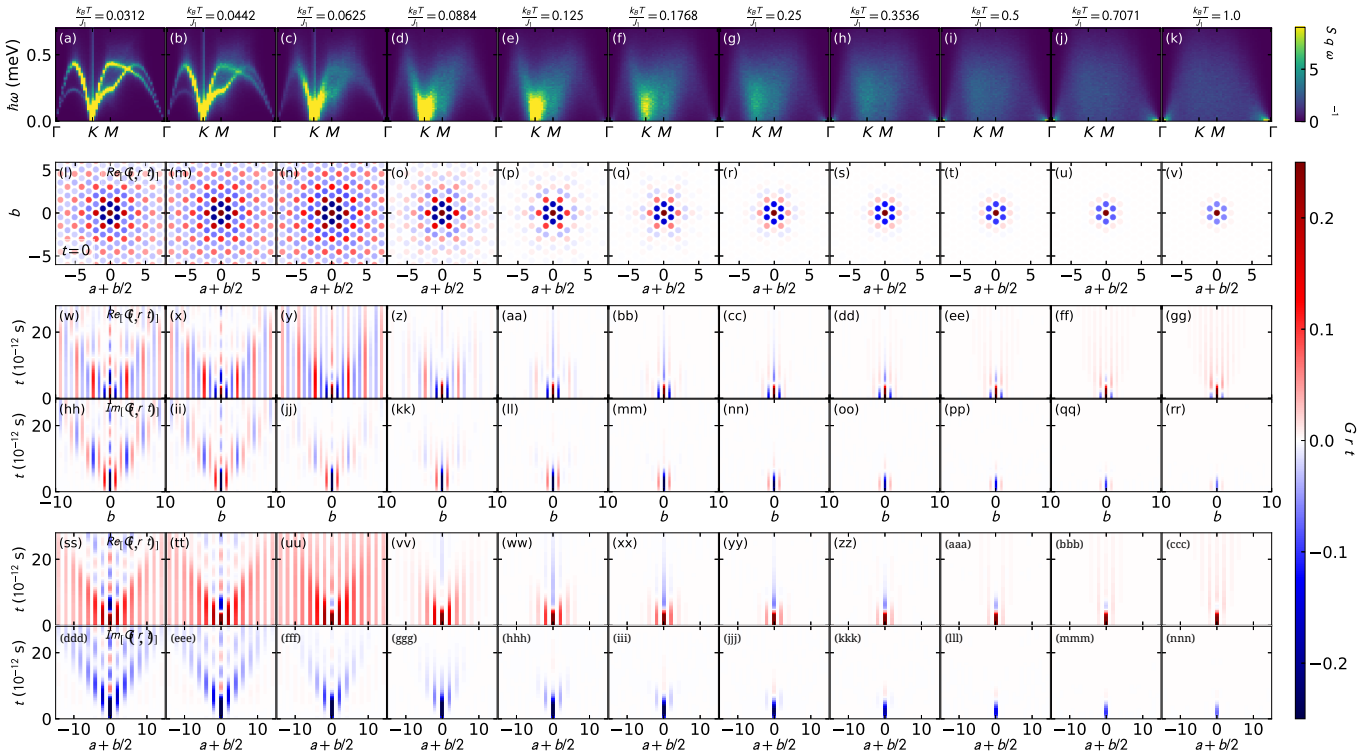

图 S.7. 不同温度下朗道-利夫希茨（LL）动力学的范霍夫关联， $J_2/J_1 = 0.044$（KYbSe 的拟合值为$_2$ [6]）。在有序温度 $k_BT = 0.0625J_1$附近，系统呈现出 KYbSe 中观察到的长时关联、无$r > 0$振荡以及微弱光锥$_2$（在低 T温度下）。图S.8 以更高的温度分辨率展示了 T_N附近的情况。

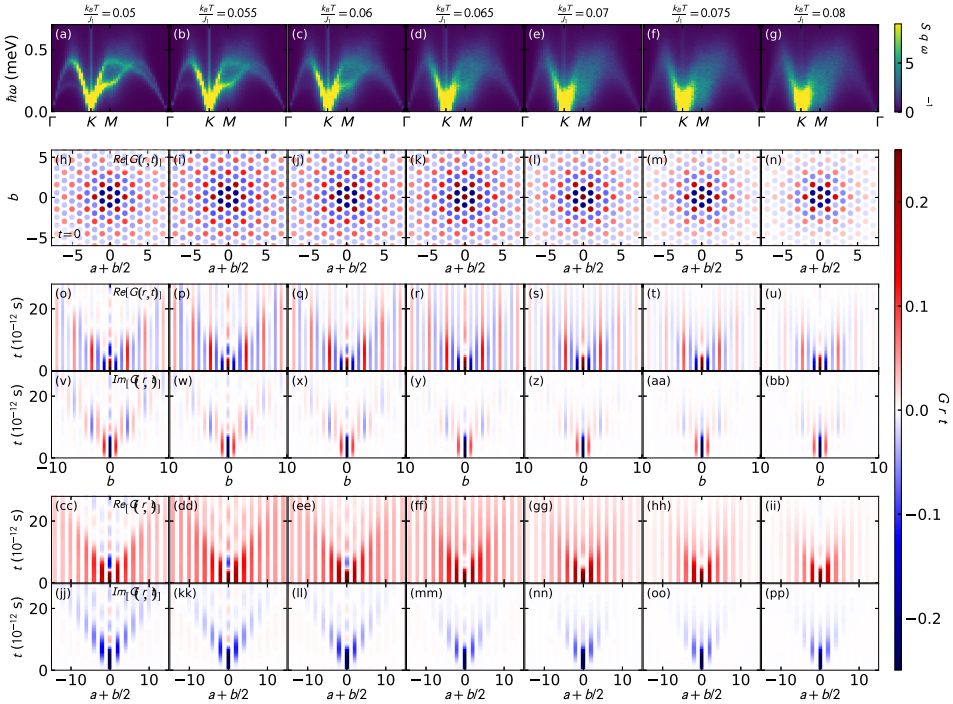

图 S.8. 朗道-利夫希茨（LL）动力学的范霍夫关联， $J_2/J_1 = 0.044$ 展示了 T_N附近温度下的结果，绘图方式与图S.7类似。

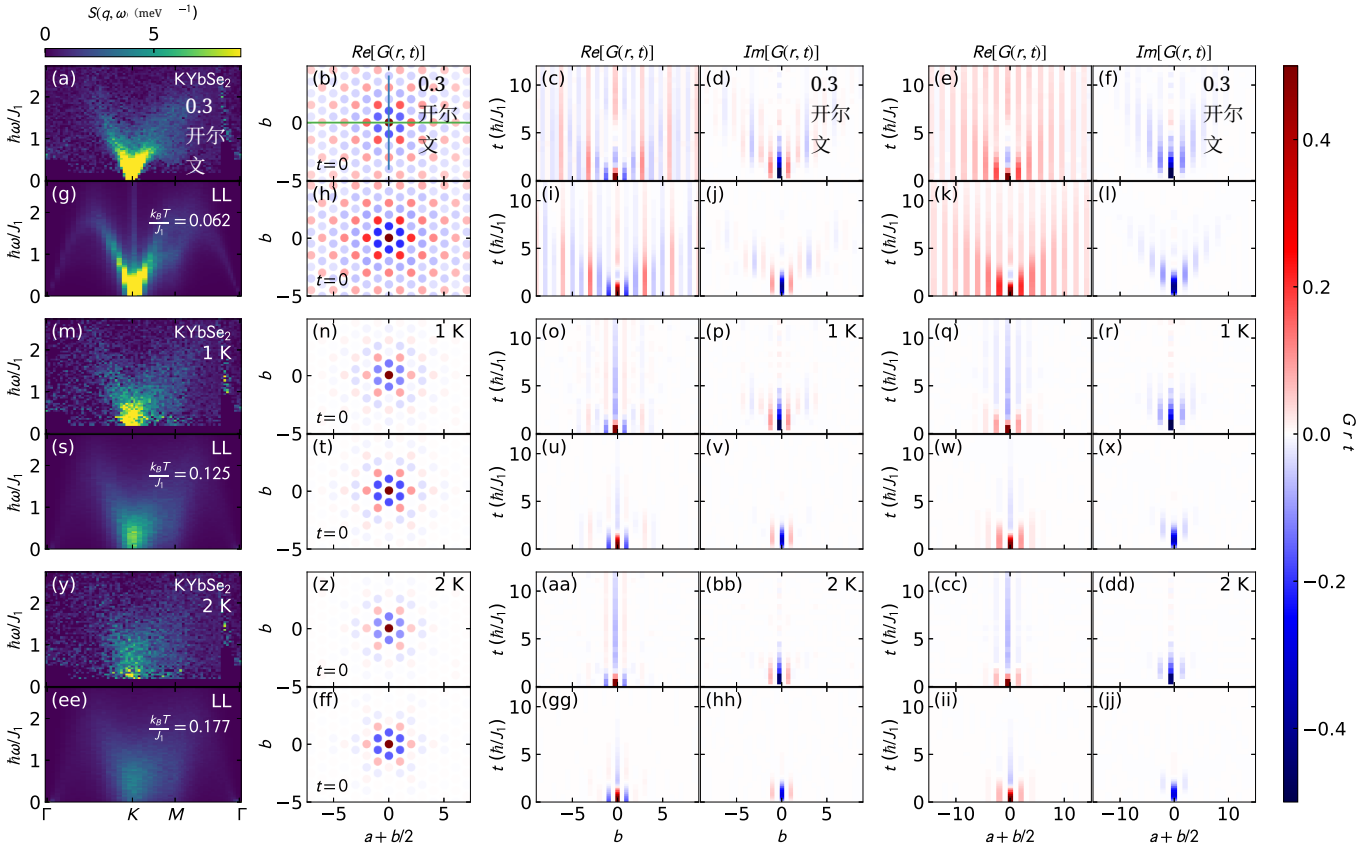

图 S.9. $KYbSe_2$ 的范霍夫关联以及不同温度下的朗道-利夫希茨（LL）动力学。各图版的排列与正文图2相同。尽管实验与LL之间的吻合并不完美，但在所有温度下对应关系都非常接近，尤其是在1开尔文和2开尔文时。

顺磁性。因此，这种长时间持续存在的自旋关联 $G(r,\ t)$ 是临界行为的标志，其弛豫时间尺度会发散。直观而言，这并不令人意外，因为临界涨落会在 $S(q,\ \omega)$中呈现为与频率尺度无关的特征，并转化为 $G(r,\ t)$中与时间尺度无关的衰减。$KYbSe_2$ 在低温下的这种行为证实，$KYbSe_2$ 处于分隔 120° 与量子自旋液体的量子临界相边界附近。

模拟相图图S.10 揭示的另一个有趣特征是，在自旋液体区域内，$Re[G(r,\ t)]$ 在光锥之外呈现自旋图样反转。在 $KYbSe_2$中，1 K 和 2 K 下也观察到了这一现象。这表明，$KYbSe_2$ 在有限温度下确实表现为量子自旋液体。与一维自旋链中的情况不同，在那里自旋子被直观地理解为传播中的畴壁[20]，，仅凭 $G(r,\ t)$尚无法深入理解二维三角晶格自旋子。尽管如此，这些数据表明，自旋子的传播（至少在短时间尺度上）会产生反转的自旋关联图样。

因此，尽管有限-T 卢廷格液体模拟是一种经典近似，但它们有助于解读 $KYbSe_2$ 中的 $G(r,\ t)$。这一方法之所以如此有效，源于量子-经典交叉 [7–10, 21]。在这里，我们证实这种交叉也发生在时间维度上：在短时间内，经典模拟能够重现量子材料的行为；但在长时间内，相关能量尺度较小，经典模拟便会失效。因此，在略高于 T_N 的温度下（我们的实验正是在此条件下进行），预计 $KYbSe_2$ 处于重整化经典区，其中热涨落会显著影响长时动力学，而短时关联则保留了邻近量子相的特征。

B. 方格晶格模拟

这些效应并不局限于准二维系统。在图S.11 和S.12 中，我们对模拟的三维方格晶格（$48 \times 48 \times 8$ 自旋）重复了该分析，其中最近邻交换 J_1 固定，面外交换$J_3 = J_1/2$，而 J_2 交换（平面内沿方格对角线方向的交换）则发生变化。

与二维三角形情形类似，随着 J_2 增大，方格晶格上会出现竞争相。在此情况下，竞争发生在简单的 $Q = (1/2,\ 1/2)$奈尔态与 $Q = (0,\ 1/2)$条纹序相之间，两者由一个简并点分隔

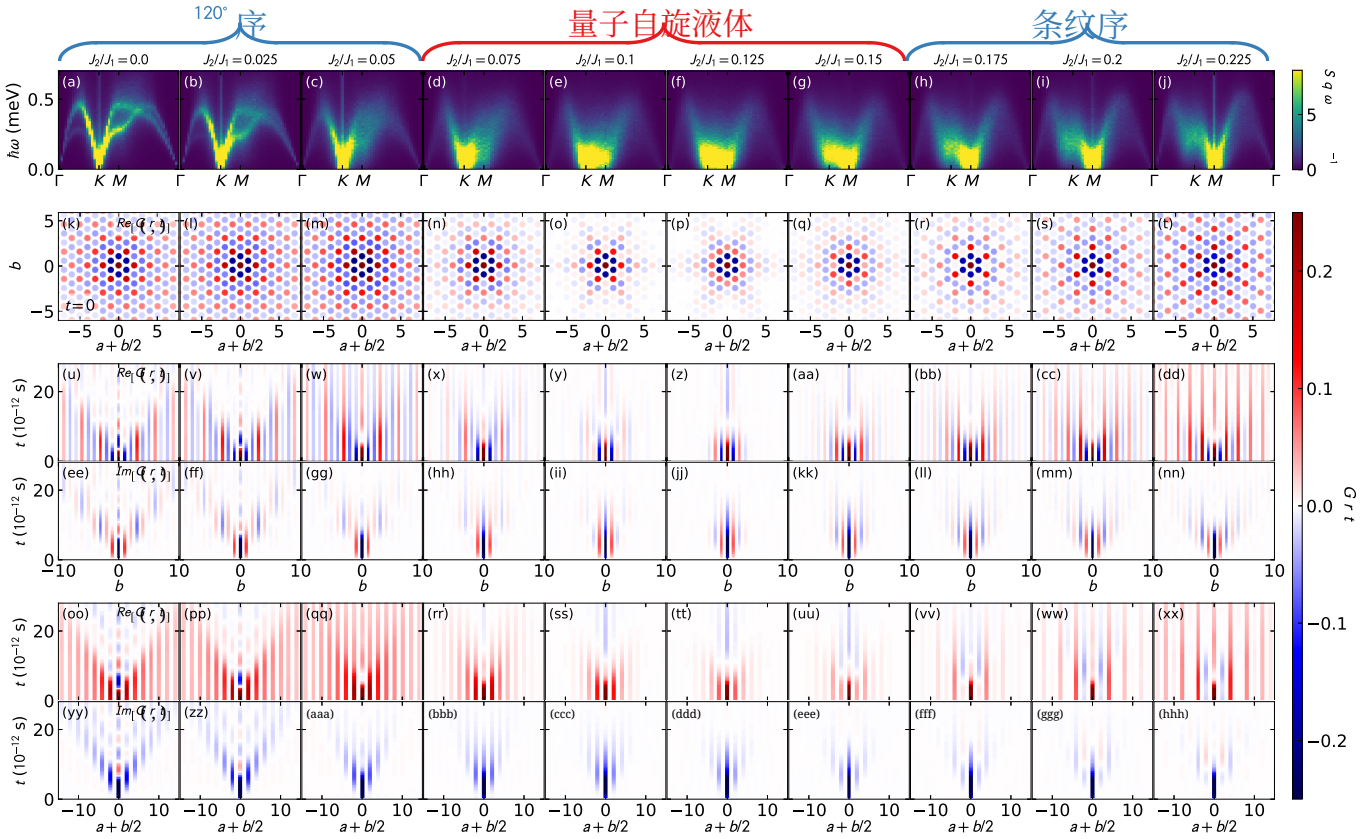

图 S.10. 用热涨落模拟量子效应： $k_BT = J_1/16$ 处、 J_1/J_1取不同值时朗道-利夫希茨（LL）动力学的范霍夫关联。在条纹反铁磁序区域与 120° 序区域之间存在一个磁无序区域，它以极高的精度模拟了量子自旋液体相图。

。 $J_2 = J_1/2$图S.11 展示了随着 J_2 调节并穿过该简并点时自旋关联的演化，揭示了$G(r,\ t)$ 信号的非平凡演化。

图 S.12 展示了三维方格晶格的温度演化，其中将 J_2 设为一个较小的值，从而使体系基本上无阻挫。在长程有序和相干磁振子的起始点附近，振荡受到严重阻尼，并且在单次自旋翻转下于 $r = 0$处观测到长时间持续的自旋关联，与二维三角晶格情形（见图S.7）非常相似。这表明临界动力学具有 $G(r,\ t)$ 的普适特征，而与维度和阻挫程度无关。

C. 模拟无序

可能有人会问，自旋交换哈密顿量中的缺陷和无序是否会导致 $G(r,\ t)$ 光锥出现非线性。对这一问题进行完整的量子处理极其困难，但我们使用卢廷格液体（LL）来近似无序的影响。我们模拟了一个$48 \times 48 \times 10$ 晶格，其中包含 $\approx 4.6 \times 10^4$ 个自旋，并在模型中引入了随机高斯交换无序（由于我们忽略了层间耦合，因此这实际上相当于对 10 个无序构型求和）。图S.13 展示了具有 $J_2/J_1 = 0.044$ 和 $k_BT/J_1 = 0.0625$以及不同自旋交换无序分布的二维三角晶格模型的范霍夫关联函数。随着无序增加，谱变得更加弥散，光锥所能达到的距离也变得更短。有趣的是，无序在卢廷格液体模型中的影响类似于有限温度的影响，参见图 S.7。

图S.14 展示了无序卢廷格液体模拟的光锥分析。无序似乎会提高光锥速度（表现为光锥起始点更浅，且色散更陡，见 $S(q,\ \omega)$），但它只会给光锥引入轻微的非线性（最高达 $z \approx 1.2$），远不及 $KYbSe_2$ 实验中观察到的非线性显著。

当然，随机高斯无序并非唯一可能的无序类型：稀疏空位和缺陷是实际材料中另一种潜在的无序来源。我们在图 S.15 和S.16中模拟了这些因素的影响，其中我们以给定概率从晶格中随机移除磁键，以模拟空位的影响。在这种情况下，仅百分之几的空位就足以显著改变光锥。然而，与高斯交换无序的情况一样，这并不会

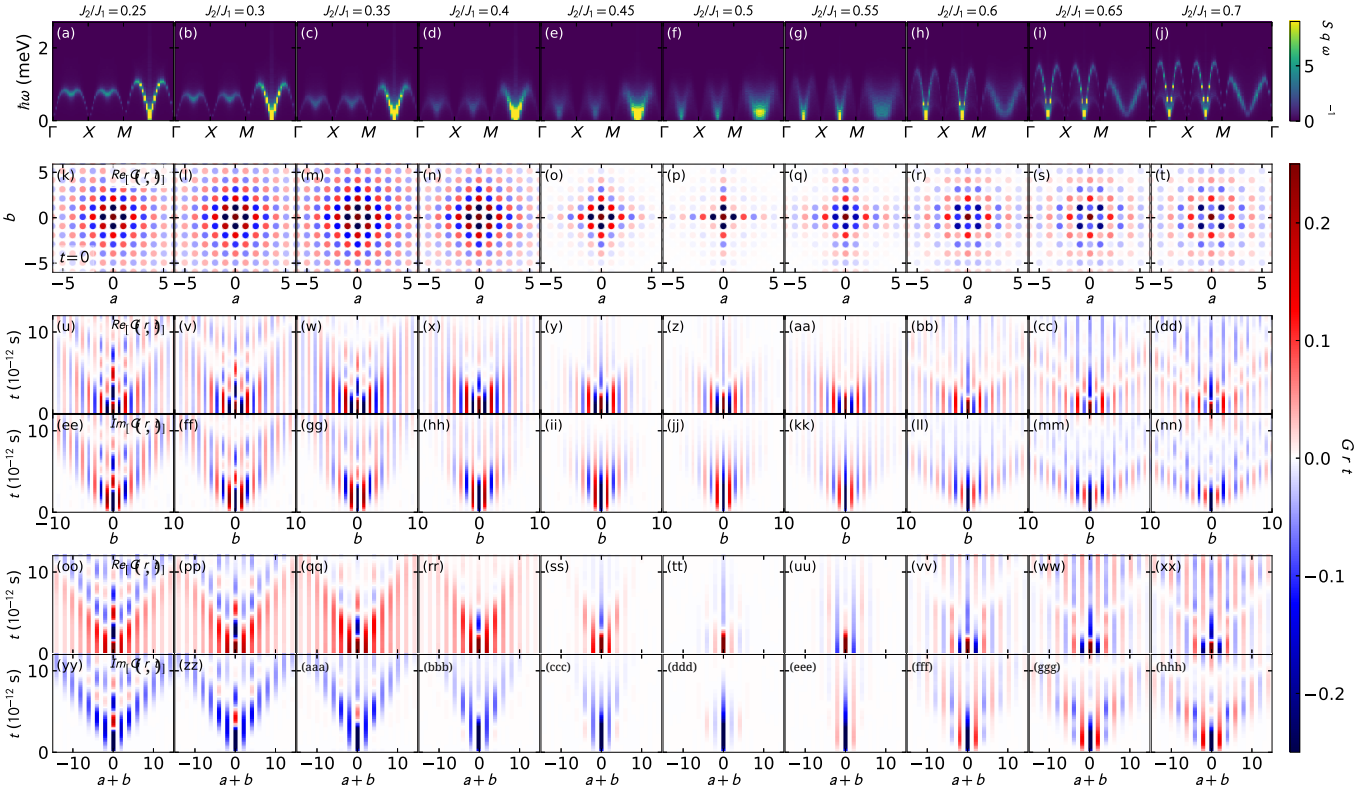

图 S.11. 在含有 $k_BT = J_1/16$ 、次近邻交换为 J_2/J_1 的三维方格晶格上，朗道-利夫希茨（LL）动力学的范霍夫关联。接近 $J_2/J_1 = 0.5$ 时，长程有序消失，系统仅表现出短程关联。

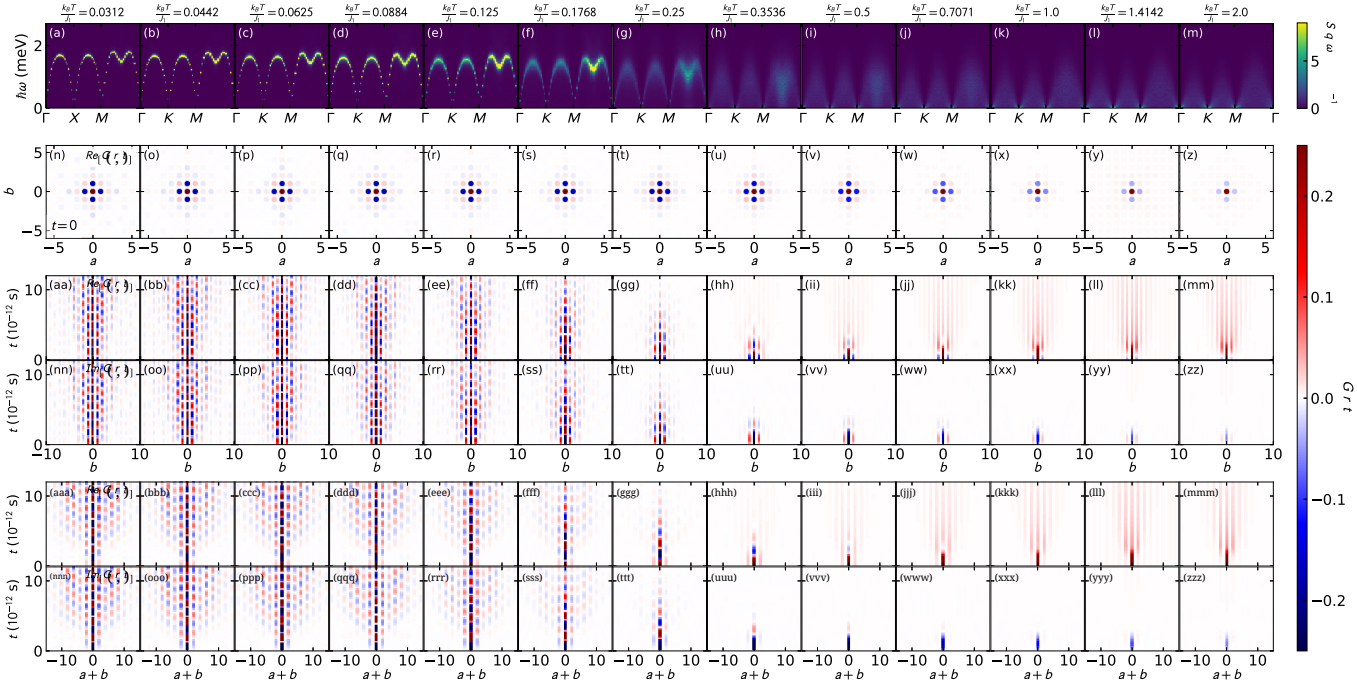

图 S. 12 3 $J_3/J_1 =$. 温度变化下，含有 $J_2/J_1 = 0.044$ 的 D 方格晶格上朗道-利夫希茨（LL）动力学的范霍夫关联。接近临界温度时，“量子尾迹”几乎消失，而该图样会持续更长时间。
0.5 $t = 0$

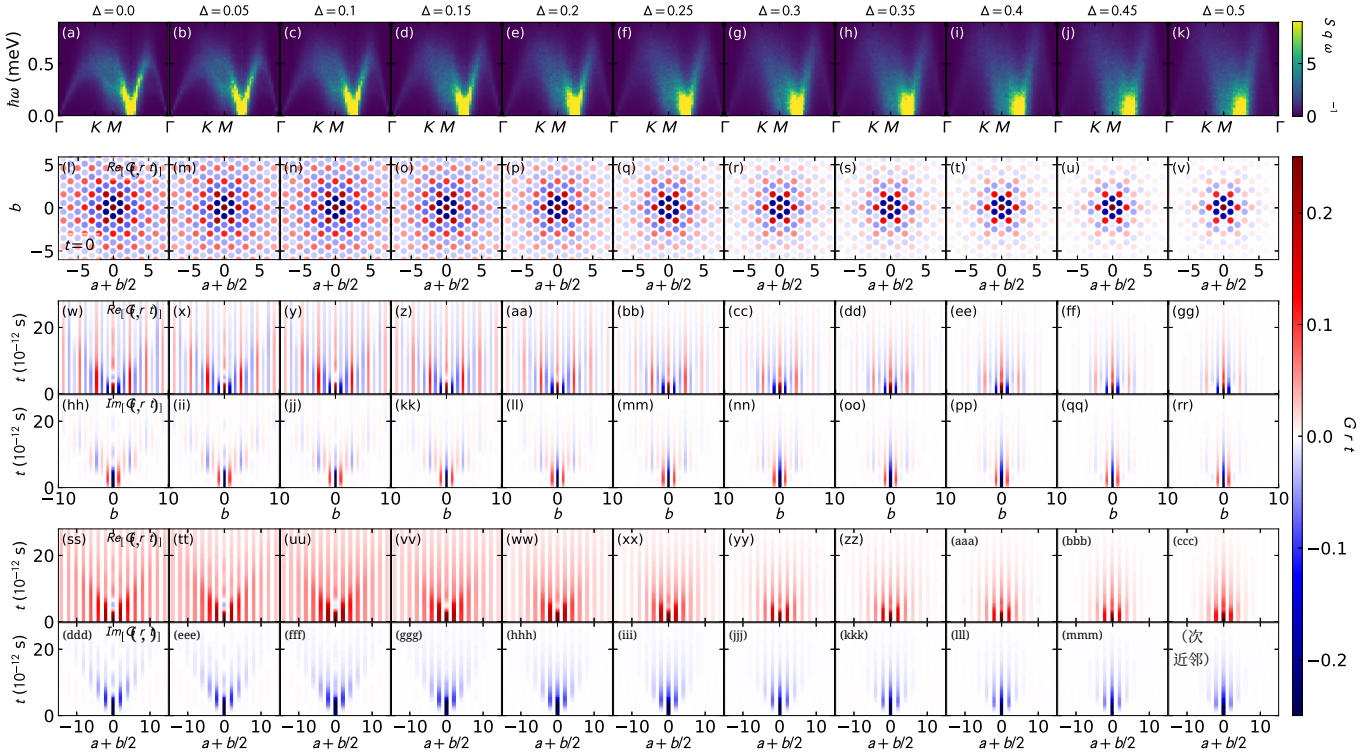

图 S.13. 在二维三角晶格上，具有 $J_2/J_1 = 0.044$ 和 $k_BT/J_1 = 0.0625$ 的朗道-利夫希茨（LL）动力学的范霍夫关联随高斯交换无序 Δ（同时施加于 J_1 和 J_2的相对量）变化的情况。

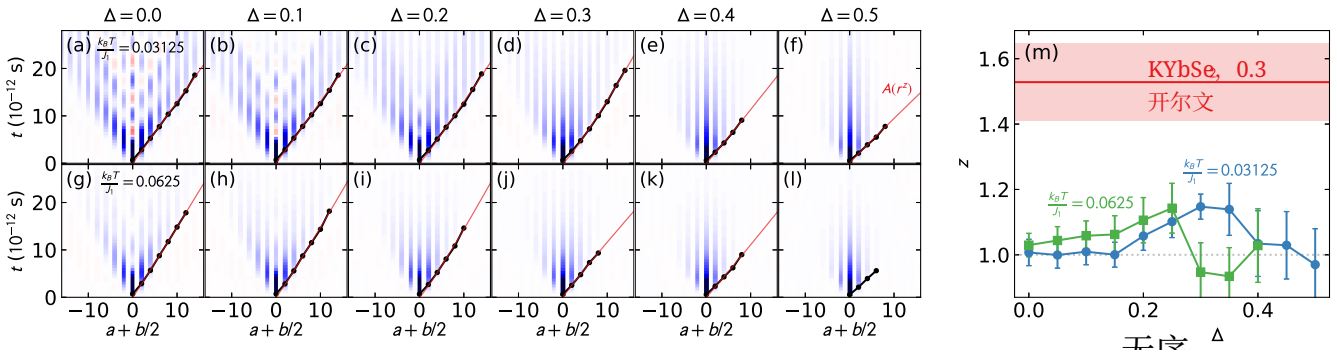

图 S.14. LL模拟中沿次近邻方向的光锥起始随高斯交换无序的变化。面板 (a)-(f) 显示 $k_BT/J_1 = 0.03125$时的光锥，而面板 (g)-(l) 显示 $k_BT/J_1 = 0.0625$时的光锥。黑点表示不同 r下上升曲线的中点，红线表示幂律拟合 $A(r^z)$。面板 (m) 显示不同无序程度下拟合得到的幂律指数。尽管无序会导致一些轻微的非线性 [（参见面板 (d)）]，但这与沿次近邻方向、0.3开尔文时对 $KYbSe_2$ 的幂律拟合相去甚远 $z = 1.52(12)$。有趣的是，LL模拟显示 z 随 Δ 单调增加，直到某个点，此时 z 在误差范围内降至 0。

导致光锥起始点出现显著的非线性。

这些模拟表明，在经典层面上，无序并不能有力地解释所观察到的非线性光锥。量子情形可能大不相同，但不在本研究的讨论范围内。

X. 实部与虚部的关系 $G(r,\ t)$

热平衡系统中实部与虚部之间 $G(r,\ t)$ 存在由涨落耗散定理确定的精确关系 [22]。也就是说，如果已知 $Re[G(r,\ t)]$ 和温度，就可以推导出 $Im[G(r,\ t)]$。这里我们推导 $T = 0$的这一关系。

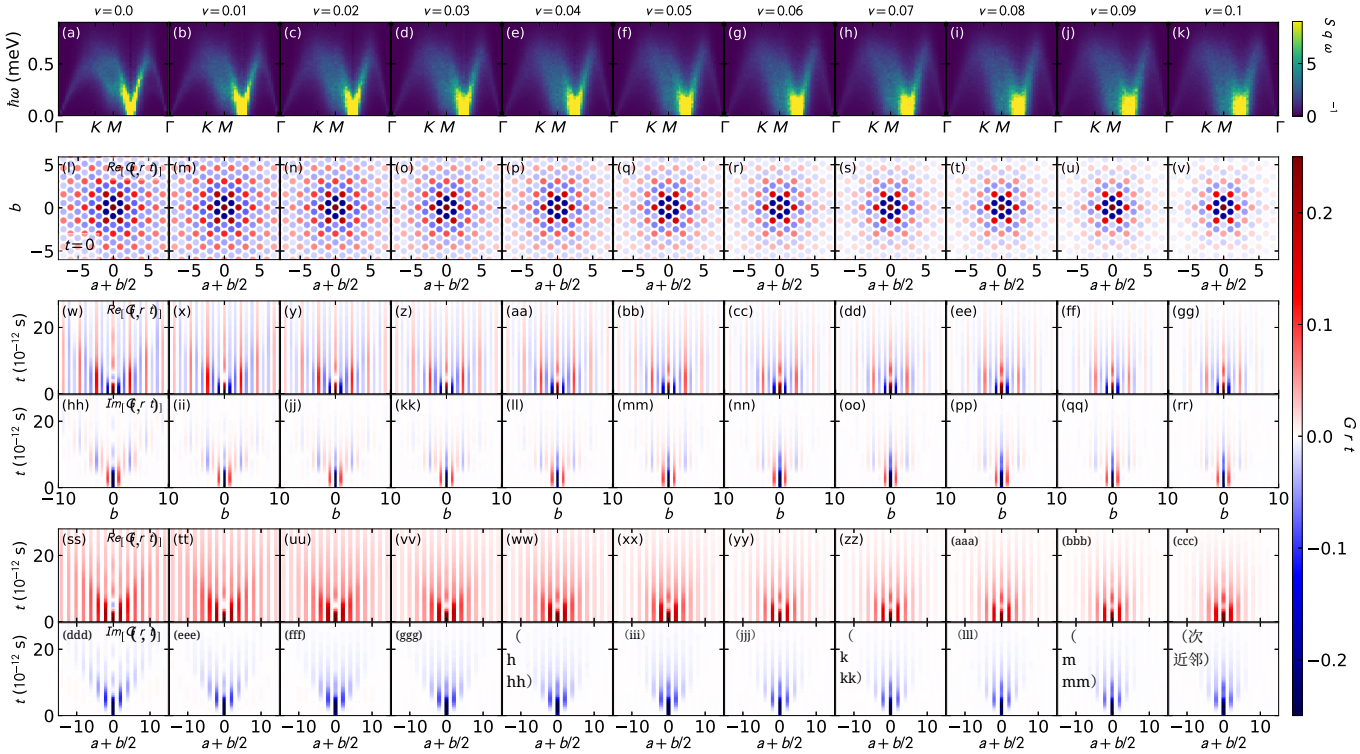

图 S.15. 在二维三角晶格上， $J_2/J_1 = 0.044$ 和$k_BT/J_1 = 0.0625$ 条件下的朗道-利夫希茨（LL）动力学范霍夫关联随键空位概率 v （同时作用于 J_1 和 J_2）的变化。

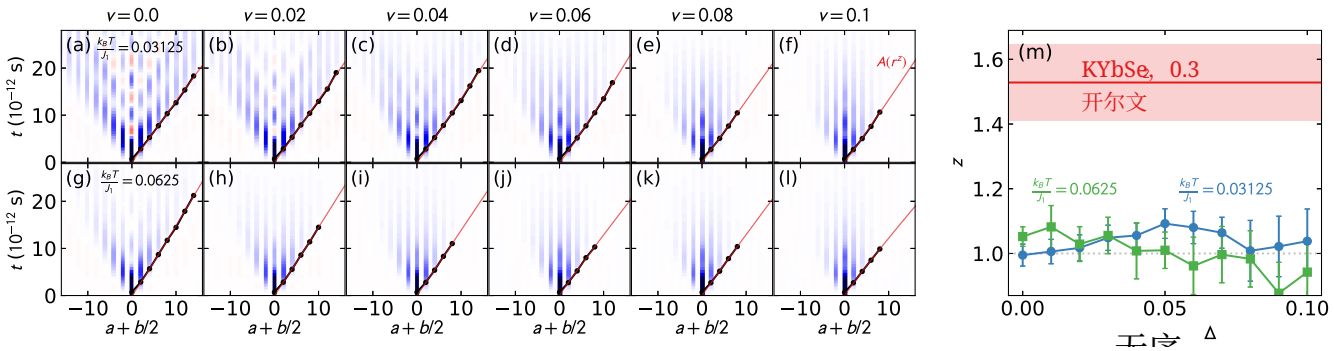

图 S.16. LL模拟中沿次近邻方向的光锥起始点随键空位无序v的变化。（a）–（f）显示 $k_BT/J_1 = 0.03125$时的光锥，（g）–（l）显示 $k_BT/J_1 = 0.0625$时的光锥。黑点表示不同 r下上升过程的中点，红线表示幂律拟合 $A\,(r^z)$ 。（m）显示不同空位概率下拟合得到的幂律指数。这不会导致显著的非线性。

令 $G(r,\ t) = \mathcal{F}^{-1}(S(q,\ \omega))$，其中 $\mathcal{F}^{-1}(f(\omega)) = \int_{-\infty}^{\infty} d\omega\ e^{i\omega t} f(\omega)$ 是逆傅里叶变换。忽略位置和动量后，实部和虚部可写为

$$R(t) = \frac{1}{2}\left[\mathcal{F}^{-1}(S(\omega)) + \mathcal{F}^{-1}(S(-\omega))^*\right] \tag{S2}$$

$$I(t) = \frac{1}{2i}\left[\mathcal{F}^{-1}(S(\omega)) - \mathcal{F}^{-1}(S(-\omega))^*\right]. \tag{S3}$$

现在我们注意到，根据细致平衡，

$$S(-\omega) = e^{-\beta\hbar\omega} S(\omega) \tag{S4}$$

其中 β 是逆温度。当 $T = 0$时，$\beta = \infty$，我们可以用阶跃函数 $u(\omega)$ 替换 $e^{-\beta\hbar\omega}$，该函数在 $\omega = 0$ 以下为 0，在 $\omega = 0$以上为 1。很容易证明

$$R(t) + iI(t) = \int_0^{\infty} d\omega\ e^{i\omega t} S(\omega) \tag{S5}$$

$$R(t) - iI(t) = \int_0^{\infty} d\omega\ e^{-i\omega t} S(\omega) \tag{S6}$$

由此我们可以写出

$$\int_0^\infty dt\,\sin(\omega t)R(t) = \int_0^\infty dt\,\cos(\omega t)I(t). \tag{S7}$$

因此，要从 $R(t)$得到 $I(t)$，我们取反余弦变换方程S7 (注意到 $I(t)$ 是偶函数），然后进行正弦变换。在非零温度下，方程类似，但需要保留复数项，并应用涨落耗散定理来关联方程S7 [22]两边。

[1] A. O. Scheie、E. A. Ghioldi、J. Xing、J. A. M. Paddison、N. E. Sherman、M. Dupont、L. D. Sanjeewa、S. Lee、A. J. Woods、D. Abernathy、D. M. Pajerowski、T. J. Williams、S.-S. Zhang、L. O. Manuel、A. E. Trumper、C. D. Pemmaraju、A. S. Sefat、D. S. Parker、T. P. Devereaux、R. Movshovich、J. E. Moore、C. D. Batista和D. A. Tennant, 《自然·物理学》20, 74 (2024年)。[2] A. Scheie、P. Laurell、E. Dagotto、D. A. Tennant和T. Roscilde, 《物理评论研究》6, 033183 (2024年)。[3] A. Scheie、P. Laurell、W. Simeth、E. Dagotto和D. A. Tennant, 《今日材料·量子》5, 100020 (2025年)。[4] N. E. Sherman、M. Dupont和J. E. Moore, 《物理评论B》107, 165146 (2023)。[5] M. B. Stone、J. L. Niedziela、D. L. Abernathy、L. DeBeer-Schmitt、G. Ehlers、O. Garlea、G. Granroth、M. Graves-Brook、A. I. Kolesnikov、A. Podlesnyak等, 《科学仪器评论》85 (2014), 10.1063/1.4870050。[6] A. O. Scheie、Y. Kamiya、H. Zhang、S. Lee、A. J. Woods、M. O. Ajeesh、M. G. Gonzalez、B. Bernu、J. W. Villanova、J. Xing、Q. Huang、Q. Zhang、J. Ma、E. S. Choi、D. M. Pajerowski、H. Zhou、A. S. Sefat、S. Okamoto、T. Berlijn、L. Messio、R. Movshovich、C. D. Batista和D. A. Tennant, 《物理评论B》109, 014425 (2024年)。[7] T. Huberman、D. A. Tennant、R. A. Cowley、R. Coldea和C. D. Frost, 《统计力学杂志：理论与实验》2008, P05017 (2008)。[8] A. M. Samarakoon、A. Banerjee、S.-S. Zhang、Y. Kamiya、S. E. Nagler、D. A. Tennant、S.-H. Lee和C. D. Batista, 《物理评论B》96, 134408 (2017)。[9] A. M. Samarakoon、G. Wachtel、Y. Yamaji、D. A. Tennant、C. D. Batista和Y. B. Kim, 《物理评论B》98, 045121 (2018)。[10] O. Franke、D. Călugăru、A. Nunnenkamp 和 J. Knolle, 《物理评论B》106，174428（2022年）。[11] C. Kim 和 M. Mourigal, 《物理评论B》112，214437（2025年）。[12] Z. Zhu 和 S. R. White, 《物理评论B》92，041105（2015年）。[13] W.-J. Hu、S.-S. Gong、W. Zhu 和 D. N. Sheng, 《物理评论B》92，140403（2015年）。[14] Y. Iqbal、W.-J. Hu、R. Thomale、D. Poilblanc 和 F. Becca, 《物理评论B》93，144411（2016年）。[15] S. N. Saadatmand 和 I. P. McCulloch, 《物理评论B》94，121111 2016( )。[16] A. Wietek 和 A. M. Läuchli, 《物理评论B》95，035141（2017）。[17] S.-S. Gong、W. Zhu、J.-X. Zhu、D. N. Sheng 和 K. Yang, 《物理评论B》96，075116（2017）。[18] S. Hu、W. Zhu、S. Eggert 和 Y.-C. He, 《物理评论快报》123，207203（2019）。[19] A. M. Samarakoon、P. Laurell、C. Balz、A. Baner- jee、P. Lampen-Kelley、D. Mandrus、S. E. Nagler、S. Okamoto 和 D. A. Tennant, 《物理评论研究》 4，L022061 （ 2022 年）。[20] A. Scheie、P. Laurell、B. Lake、S. E. Nagler、M. B. Stone、J.-S. Caux 和 D. A. Tennant, 《自然·通讯》13，5796（2022年）。[21] D. Dahlbom、F. T. Brooks、M. S. Wilson、S. Chi、A. I. Kolesnikov、M. B. Stone、H. Cao、Y.-W. Li、K. Barros、M. Mourigal、C. D. Batista 和 X. Bai, 《物理评论B》109，014427（2024年）。[22] A. Sjölander，载于《热中子散射》，P. Egelstaff 编（学术出版社，伦敦，1965年），第301–303页。