arXiv:2602.02713v1 [physics.med-ph] 2 Feb 2026

多色光子计数 CT 中的灌注成像与单材料重建

Namhoon Ki m[†]、Ashwin Pananjady[⋆, †]、Amir Pourmorteza[‡, §, ¶]和 Sara Fridovich-Keil[†]

[⋆]工业与系统工程学院，佐治亚理工学院
[†]电气与计算机工程学院，佐治亚理工学院
[‡]放射学与影像科学系，埃默里大学医学院[§]温希普癌症研究所，埃默里大学

[¶]佐治亚理工学院生物医学工程系

2026年2月4日

摘要

背景： 灌注计算机断层扫描（CT）可对造影剂随时间在体内流动的动态过程进行成像，是医学成像中X射线剂量最高的扫描之一。近期，有研究提出了一种基于单调变分不等式（VI）的理论依据充分的重建算法，用于单材料多色光子计数 CT，并在低剂量成像中展现出初步的良好效果。

目的： 我们将该重建算法应用于灌注 CT，在假设静态背景组织已知的情况下，重建造影剂浓度图；我们将该方法称为 VI-PRISM（基于 VI 的灌注成像与单材料重建）。我们使用包含不同浓度水和碘的数字体模，评估该方法在降低剂量的灌注 CT 中的潜力。

方法： 模拟的碘浓度范围为 0.05 至 2.5 毫克/毫升。模拟的X射线源发射能量最高达 100 千电子伏特的光子，平均强度从 10^5 降至每个探测器单元 10^2 个光子。断层投影的数量从 984 变至 8，以表征视角数与强度之间的光子分配权衡。

结果： 我们将 VI-PRISM 与滤波反投影（FBP）进行比较，发现 VI-PRISM 在所有测试的源强度水平下均能以低于 0.4 毫克/毫升的误差恢复碘浓度。即使与 FBP 相比剂量降低介于 $10\times$ 和 $100\times$ 之间，VI-PRISM 的重建质量仍与 FBP 相当。

结论： 在所有测试的光子预算和角度采样密度下，与滤波反投影相比，VI-PRISM 始终实现了更低的均方根误差、更低的噪声和更高的信噪比。即使在光子极度受限且采样稀疏的条件下，VI-PRISM 恢复的碘浓度误差仍低于 0.4 毫克/毫升，表明 VI-PRISM 能够支持光子计数 CT 中准确且剂量高效的灌注成像。

代码可在 https://github.com/voilalab/VI-PRISM。

I. 引言

灌注 CT 旨在量化组织内碘等造影剂的动力学，从而定量测量血流和血容量[23]。准确估算碘浓度需要将造影信号与底层组织衰减分离，而在低剂量条件下，光子统计往往有限[7]。

与传统能量积分型计算机断层扫描相比，光子计数探测器（PCD）计算机断层扫描具有更高的空间分辨率、更多的能量分箱和更优的能谱分离能力[11,12,17,19,20,22]，因而能够实现更准确的材料特异性成像[10,15]。这些能力使光子计数计算机断层扫描成为定量灌注研究的有力平台；此类研究旨在获取反映对比剂动力学的碘浓度图，同时尽量降低辐射剂量。

近期，研究者提出了一种基于单调变分不等式（VI）的单材料光子计数计算机断层扫描重建迭代一阶算法[13]。我们将该算法应用于灌注 CT，假设包含两种基材料成分——碘（未知）和背景组织（已知）；我们将此方法称为 VI-PRISM：基于变分不等式的灌注成像与单材料重建。该算法采用多色正向模型，并施加非负性和空间正则性等物理约束。不同于迭代式和基于模型的重建算法[2,8,16,21]中常见的显式损失函数最小化方法，该算法利用单调变分不等式形式，在维持这些约束的同时，使测量数据与预测数据之间的误差趋近于零。在计算机断层扫描中，这为基于现实噪声条件下的非线性光子计数数据重建材料图，提供了一种可证明稳定[13] 且符合物理规律的方法。

本文将 VI-PRISM 与传统滤波反投影（FBP）[6,9]进行比较，考察其在不同光子预算和稀疏投影采样密度下的表现。研究旨在评估 VI-PRISM 能否在显著降低光子计数的情况下实现准确的碘定量——这类方法确实有望支持剂量高效且定量准确的灌注成像。

II. 方法

II.A. 算法

我们的重建方法基于适用于光子计数探测器CT的多色正向模型，其中预期的透射光子数表示为[18]:

$$\mathbb{E}[y_{\omega,i}(x)] = \bar{I}_\omega \sum_{j=1}^{W} s_{\omega,j} \exp\left(- \sum_{m=1}^{M} \sum_{k=1}^{d} \mu_{m,j} A_{i,k} x_{k,m} \right). \tag{1}$$

这里， ω 对探测器能窗进行索引， i对测量值（每个视角中的每个探测器单元）进行索引，而 j 对源光谱中的 W X射线能量进行索引。我们使用 I_ω 表示探测器能窗 ω中的平均入射光子计数，并使用$s_{\omega,j}$ 表示每个探测器能窗和单个X射线波长对应的归一化探测器灵敏度。未知图像参数化为$x_{k,m}$，其中 k 对 d 空间位置（向量化的像素或体素）进行索引，而 m 对M 基材料进行索引。波长 j 处材料 m 的质量衰减系数表示为$\mu_{m,j}$，而$A_{i,k}$ 表示将像素 k 连接到测量值 i的投影矩阵元素。

由于光子计数探测器能够抑制电子噪声，我们可以使用泊松分布对含噪测量值进行建模:

$$y \sim \text{Poisson}(\mathbb{E}[y(x)]) .$$

然而，我们的重建策略与噪声分布无关；它仅依赖于支配前向模型的期望关系（1）。

由于我们的目标是重建单一材料图，因此我们重点恢复碘造影剂的浓度图，并将所有其他材料图视为已知。因此，将前向模型写成以下形式较为方便：

$$\mathbb{E}[y_{\omega,i}(x_{\text{iodine}})] = \overline{I}_\omega \sum_{j=1}^{W} s_{\omega,j} \exp\left(-\sum_{m=1}^{M-1}\sum_{k=1}^{d} \mu_{m,j} A_{i,k} x_{k,m}\right) \exp\left(-\sum_{k=1}^{d} \mu_{\text{iodine},j} A_{i,k} x_{k,\text{iodine}}\right), \quad (2)$$

其中所有变量均已知，唯独碘浓度图 $x_{\text{iodine}} \in \mathbb{R}^d$ 未知。我们的方法 VI-PRISM 将用于重建该浓度图。

VI-PRISM 遵循如下形式的迭代更新

$$x^{t+1} = P_{\mathcal{X}}(x^t - \alpha_t F(x^t)), \quad (3)$$

其中 x^t 表示第 t 次迭代时碘浓度图的估计值， α_t 表示步长， $P_{\mathcal{X}}$表示到可行集 $\mathcal{X}$上的投影，而 $F(x^t)\colon \mathbb{R}^d \to \mathbb{R}^d$表示定义如下的单调算子[13]：

$$F(x) = \frac{1}{3n}\sum_{\omega=1}^{3}\sum_{i=1}^{n}\left[y_{\omega,i} - \mathbb{E}[y_{\omega,i}(x)]\right] \cdot a_i. \quad (4)$$

这里 $a_i \in \mathbb{R}^d$ 表示一个向量，其各分量为 $A_{i,\ k}$ 对所有像素 k均成立， $y_{\omega,\ i}$ 表示受泊松噪声污染的测量值，而 $\mathbb{E}[y_{\omega,i}(x)$ 表示在当前碘浓度图估计值 $x = x^t$处计算的方程（2）的无噪声前向模型。算子 F 并非损失函数的梯度，但在算法上起着类似的作用。具体而言，它具有 单调性，可确保在适当选择步长的情况下，迭代（3）收敛至其不动点[13]。此外，该不动点预计是准确的，因为根据构造，真实的碘图 $x^\star$ 在期望意义下是迭代（3）的不动点，即有 $\mathbb{E}[F(x^\star)] = 0$。

投影步骤 $P_{\mathcal{X}}$ 将每次迭代 x^t 约束在 $\mathcal{X}$ 能够体现碘图先验知识的可行集内。在我们的实验中，$\mathcal{X}$ 是非负象限（二维象限向 n维空间的推广）的交集，因为浓度必须为非负值；另一个约束是全变分（TV）球[5]，它有助于使重建的碘图呈现分段常数特性。

迭代会持续进行，直到收敛；我们将收敛定义为迭代点的运行平均值在某个较小阈值内趋于稳定。

我们的 VI-PRISM 算法（3）基于 Lou等人最近提出的 EXACT（CT外梯度算法）方法[13]，并作了两项关键修改。两种方法都假设采用多色X射线源，都重建单一材料的浓度图，也都利用同一个单调算子 F （公式（4））。然而，公式（3）中的迭代规则比 EXACT 的更新规则更简单，同时保留了相同的理想理论保证：收敛以及抗噪图像恢复（对于某些步长）[13]。我们在 VI-PRISM 中采用公式（3）中更简单的更新规则，因为实验表明，它比 EXACT 中的外梯度更新收敛更快（尽管理论上 EXACT 的收敛速率更快）。

VI-PRISM 与 EXACT 的另一项关键区别[13] 在于，EXACT 假设成像目标由单一材料构成，而 VI-PRISM 允许目标包含任意材料组合，只要未知的材料图只有一张。这一改动体现在公式（ 2 ）中：我们在重建一张未知材料图的同时，纳入任意一组已知材料图。

因此，VI-PRISM 适用于灌注成像。在灌注成像中，以较高 X射线剂量对患者进行静态预扫描，可获得除造影剂以外所有材料的准确材料图。随后，VI-PRISM 可随时间重建造影剂的浓度图，理想情况下所需的 X射线剂量要低得多。

II.B. 体模

我们使用基于圆柱形 ACR CT体模[14]的数字体模，直径为 200 毫米。背景材料为空气和水，并加入八个圆形感兴趣区，其中含有不同浓度的碘水溶液，以评估以碘为造影剂的灌注任务中的定量性能。令 $x \in \mathbb{R}^{513\times513}$ 表示未知的碘浓度图，其中$d = 513^2$ 像素排列在方形网格中。对于我们的算法，水和空气的分布被视为已知且固定，碘是唯一需要重建的未知材料，而滤波反投影对材料一无所知。实际应用中，可通过较高剂量的预扫描获取引入造影剂之前所有材料的静态浓度图，因此在低剂量灌注 CT 中，只有造影剂的动态浓度图是未知的。感兴趣区采用圆形布局，八个位置大致对应时钟上的 12 点、1:30、3 点、4:30、6 点、7:30、9 点和 10:30。八个插件中的碘浓度在各自感兴趣区内恒定，在不同感兴趣区之间则各不相同（0.05、0.39、0.74、1.09、1.43、1.78、2.12、2.47 毫克/毫升）。体模如图1所示。

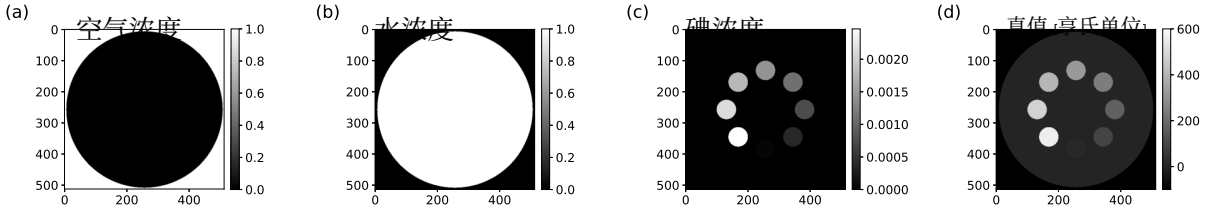

图1. 真实值模体中(a)空气、(b)水和(c)碘的空间分布可视化，以及(d)真实值HU图像。

II.C. 计算机断层扫描扫描仪仿真设置

我们使用 TIGRE 模拟了一个扇束 CT 系统[4] ，其源-物体距离和源-探测器距离分别为 DSO $= 625.61$ 毫米和 DSD $= 1097.6$ 毫米。探测器由$\nu = 2N_x = 1026$个通道组成，间距约为 1。09 毫米。视野为 220×220 毫米^2，并在一个 513×513 网格上进行重建（体素尺寸为 $\approx 0.43 \times 0.43$ 毫米^2）。入射 X 射线束采用 Bhat 等人的诊断能谱进行建模[3]，覆盖最高 100 千电子伏特的光子能量，能谱离散间隔为 2 千电子伏特。我们将该光谱进行对数插值，得到离散能量网格，并进行归一化，使总概率之和为 1。探测器灵敏度建模为平滑的能谱响应函数，将其应用于同一离散能量集合；根据 Barber 和 Sidky[1]，设置了三个相互重叠的探测器能量分箱。

其能量范围约为 5–55 千电子伏特、45–75 千电子伏特和 65–100 千电子伏特。每个响应函数均通过将入射光谱与能量上的平滑模糊加权剖面相乘来构造，从而确保有限分辨率以及相邻能量之间的重叠灵敏度。在每个能量处，这些响应曲线在所有射线上均保持不变，并经过缩放，使其总和恰好重现入射源光谱。

II.D. 重建

我们将 VI-PRISM 与作为基线的 FBP 进行比较。VI-PRISM 以原始含噪投影光子计数为输入，而对于 FBP，我们进行噪声截断和对数预处理。FBP 使用汉恩滤波器和与数据生成时相同的扇束几何，在每个能量下分别进行重建，再以源光谱为权重求和。对于 VI- PRISM，我们采用全变分（TV）正则化[5]，通过在每一步进行投影来实现。具体而言，我们将每次迭代投影到可行集 $\mathcal{X}$（见（3）），该可行集由正正交象限与一定半径的全变分球相交得到。我们将全变分球的半径设为真值碘图的全变分值。

重建后，两种方法采用不同方式转换为亨氏单位（HU）。对于 VI-PRISM，我们计算与能量相关的线性衰减系数 $\mu(E)$，并使用源光谱 $s(E)$ 计算加权平均值。

对于滤波反投影，我们根据对应于水和空气的感兴趣区域中的重建值进行基于校准的校正。

II.E. 实验设计

我们研究如何将固定的总光子预算 B 分配到不同数量的视角 n_s。我们遍历

$$n_s \in \{984,\ 492,\ 246,\ 164,\ 123,\ 82,\ 41,\ 24,\ 12,\ 8\},$$

以及四种总光子预算

$$B \in \{984 \times 10^2,\ 984 \times 10^3,\ 984 \times 10^4,\ 984 \times 10^5\}.$$

对于每个 (B, n_s)，每个探测器单元平均发射的光子数为

$$I = \frac{B}{n_s}.$$

投影角度在 $[0, 2\pi)$: $\theta_k = 2\pi k/n_s,\ k = 0, \ldots, n_s - 1$ 上均匀分布。为评估泊松噪声采样导致的变异性，我们使用 9 个随机种子重复每次模拟。

定量指标使用图中的八个圆形感兴趣区域嵌块进行评估2 和 3，或使用预定义的环形掩模。对于基于感兴趣区的指标，在图 4 至 7中，仅考虑八个感兴趣区嵌块内的像素。每个感兴趣区嵌块的半径约为 12。5 毫米。然而，为排除潜在的边界效应，每个感兴趣区内实际的评估区域定义为半径 6。9 毫米的同心圆。对于全局指标，我们使用以模体中心为中心的环形掩模，覆盖所有感兴趣区以及周围的部分水，以纳入几何保真度。环形掩模的内半径和外半径分别为 30。9 毫米和 75。6 毫米。

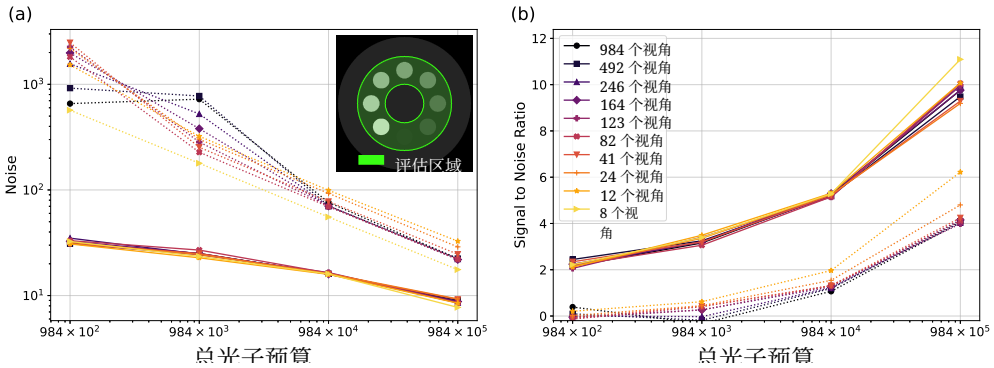

图2. 噪声和信噪比（SNR）随总光子预算和投影数量的变化。每条曲线对应给定总预算下不同的投影数量。实线对应VI-PRISM，虚线对应滤波反投影。子图（a）给出噪声，子图（b）给出SNR，二者均在插图中以绿色显示的环形掩膜内评估。

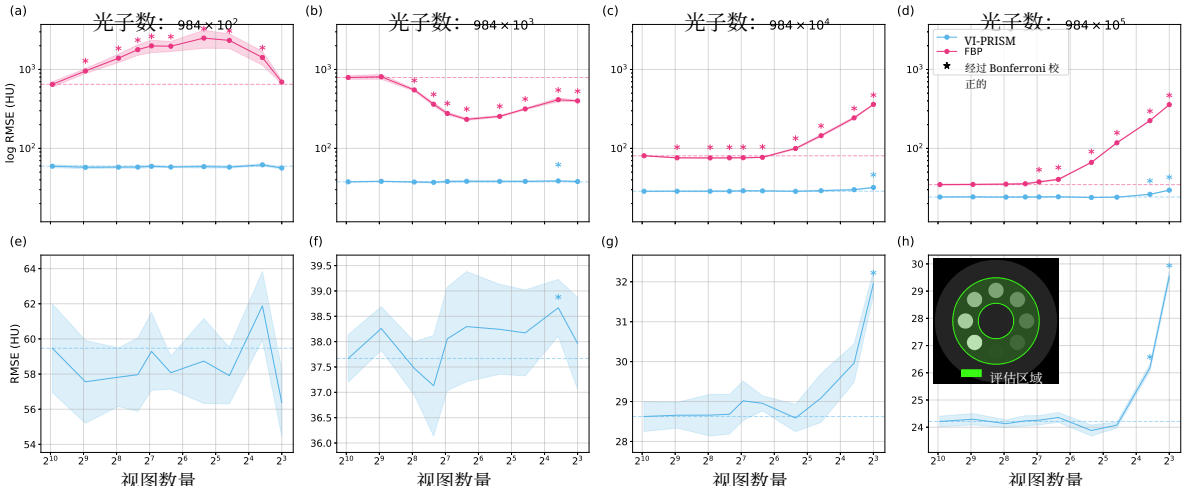

图3. 均方根误差随视图数量的变化，在子图（h）所示插图中的环形掩膜内评估，涵盖不同总光子预算下的VI-PRISM与滤波反投影。第一行显示VI-PRISM和FBP重建的均方根误差值，第二行则聚焦于VI-PRISM。误差条表示9个随机种子的标准差。星号标注表示经邦费罗尼校正后的统计显著性，用以表明较少投影数量下的均方根误差与相同光子预算分配到全部984个投影时的均方根误差是否存在统计学差异。

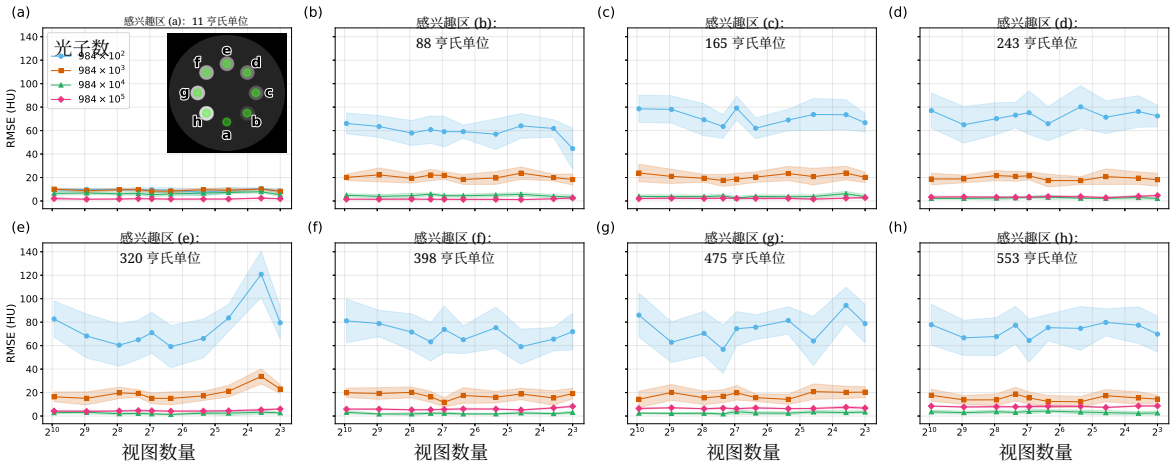

图4。 VI-PRISM重建的 HU误差随视角数量的变化，其中每条曲线对应一个总光子预算。误差条表示 9 个随机种子结果的标准差。评估范围为每个碘插入物内部，如 (a) 所示；每个子图的标题列出了相应插入物中的真实 CT 值（亨氏单位）。

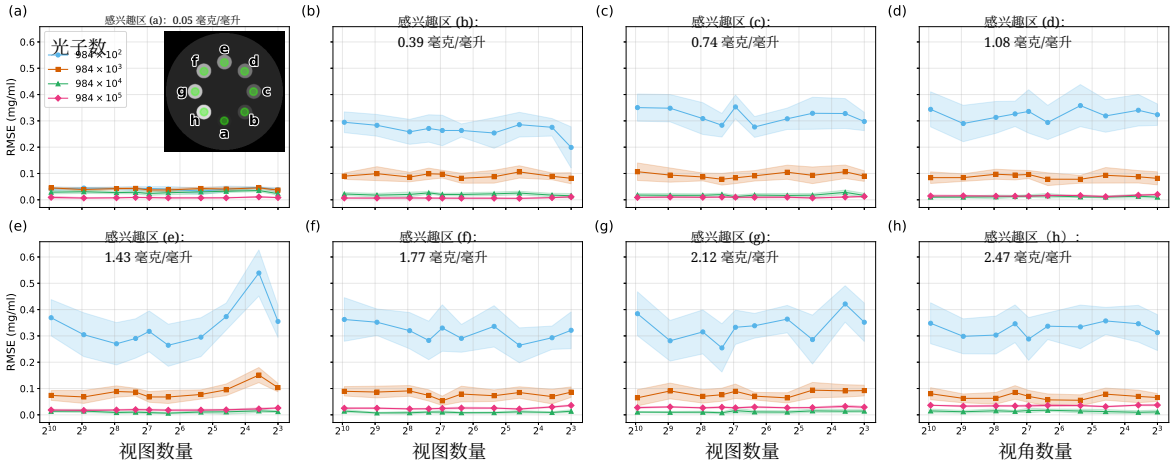

图5。 VI-PRISM重建的碘浓度误差（毫克/毫升）随视角数量的变化，其中每条曲线对应一个总光子预算。误差条表示 9 个随机种子结果的标准差。评估范围为每个碘插入物内部，如 (a) 所示；每个子图的标题列出了相应插入物中的真实碘浓度。

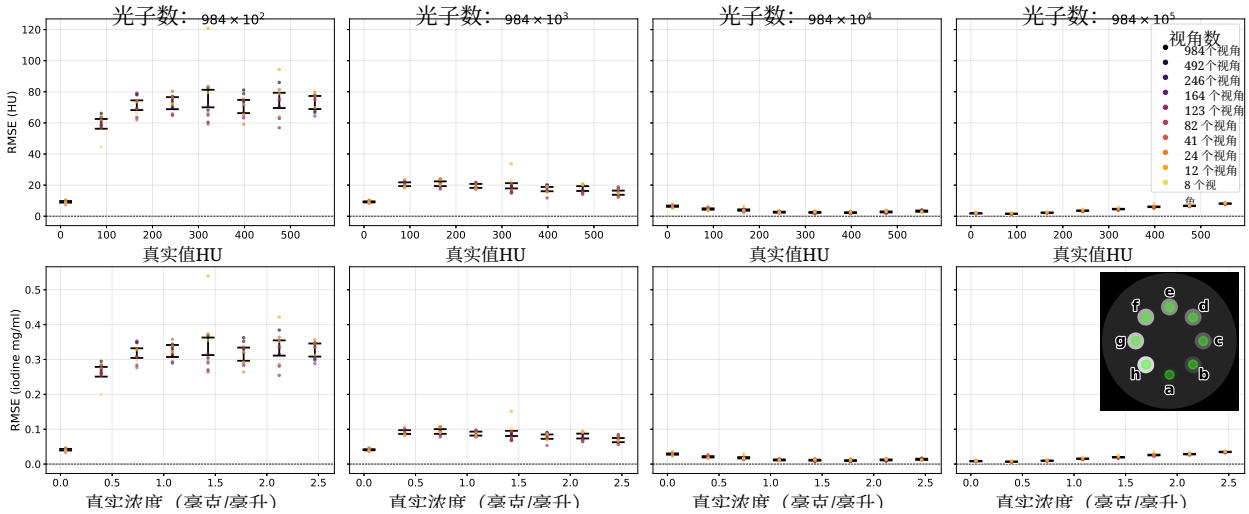

图6。 Bland-Altman风格图展示了不同总光子预算下VI-PRISM重建的亨氏单位均方根误差（上排）和碘浓度均方根误差（下排）与其真实值的关系。误差条表示在总光子预算相同的所有模拟中，每个含碘感兴趣区的95%置信区间。

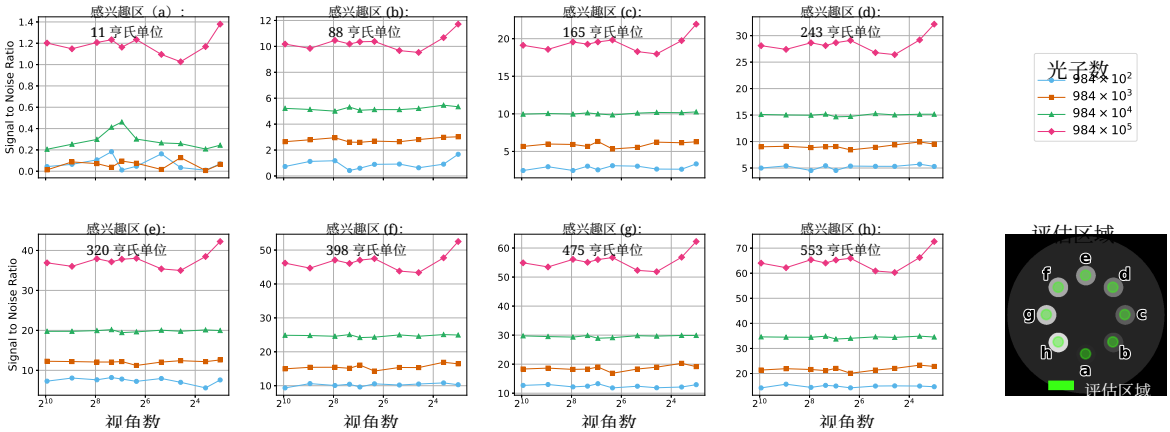

图7。 不同总光子预算下VI-PRISM重建中各含碘感兴趣区的信噪比与投影数量的关系。

II.F. 定量图像分析

我们使用四项互补指标评估重建质量：均方根误差（RMSE）、碘浓度准确度、图像噪声和信噪比（SNR）。RMSE用于量化重建CT值（亨氏单位，HU）相对于真实值模体的准确度，并在环形掩模内计算。对于材料分解，我们评估八个圆形插入物各自内部的碘浓度准确度（毫克/毫升）。该指标仅针对VI-PRISM报告，因为滤波反投影无法恢复材料特异性浓度。图像噪声定义为由两次独立噪声实现生成的重建相减所得差分图像的标准差，经$\sqrt{2}$归一化，并在环形掩模内评估。最后，信噪比定义为环形掩膜内平均信号与上述噪声指标之比。

II.G. 统计分析

图表报告均值和一个标准差。图 3中的星号表示统计显著性。首先使用 Shapiro-Wilk检验测试数据是否符合正态分布；随后采用经过 Bonferroni 校正的配对t检验，或 Wilcoxon 符号秩检验（针对被判定为非高斯分布的情况），评估在总光子预算固定的情况下，少于984个投影时所得的均方根误差是否与984个投影时所得的均方根误差存在差异。

III. 结果

III.A. 比较 FBP 与 VI-PRISM重建

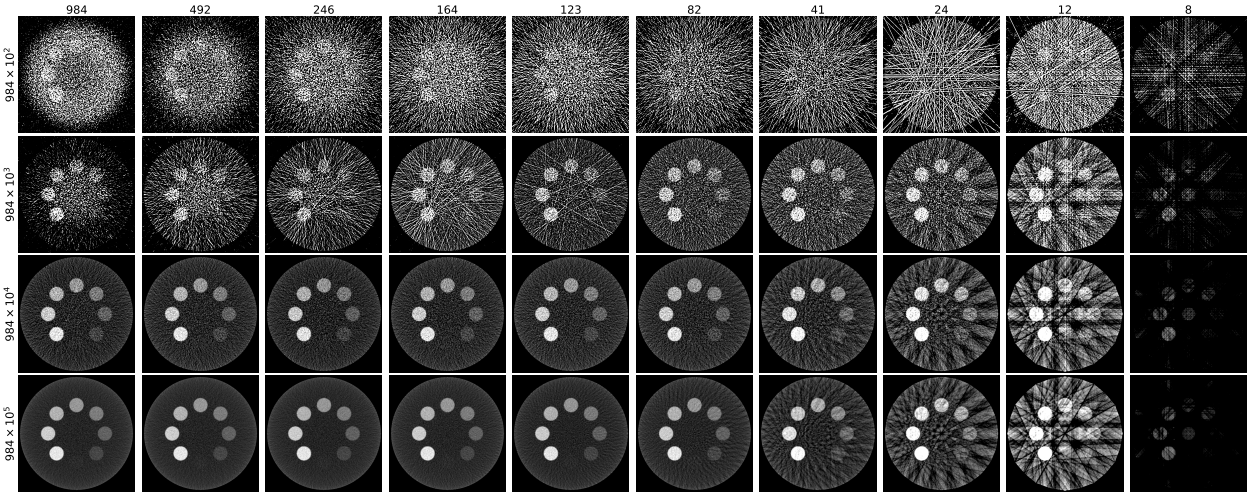

图8. FBP重建结果。每一行的光子预算递增十倍，从顶行的984×10^2 到末行的 984×10^5 。各列对应投影数量，每种光子预算均匀分配到各投影中。为便于展示，灰度范围裁剪至[-100, 600] 亨氏单位。

不同成像设置下的视觉重建结果分别展示于图8 和图9，对应于 FBP 和 VI-PRISM。当总光子预算低于 984×10^4 或投影数量

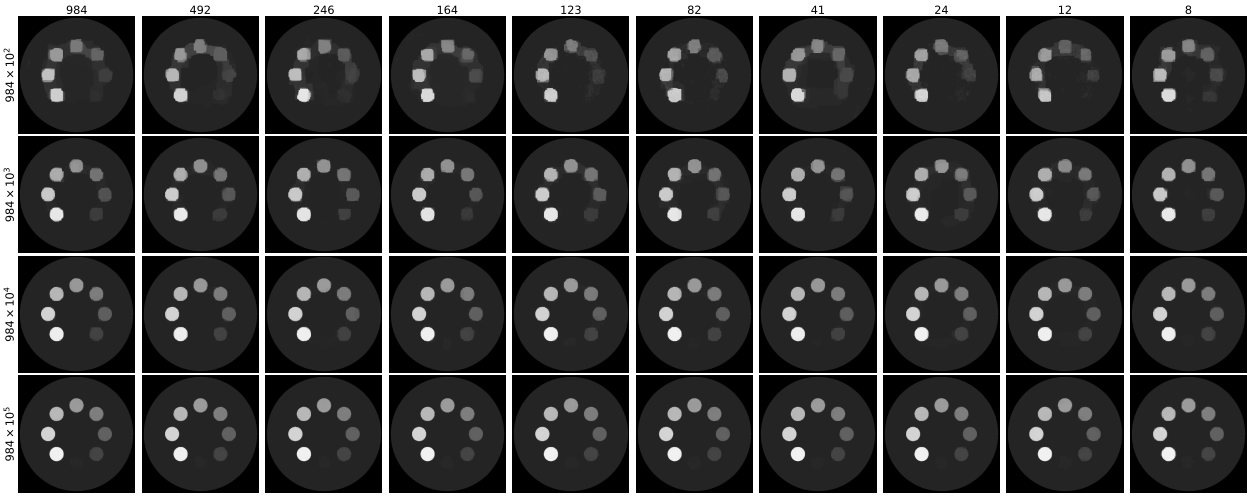

图9。 VI-PRISM重建结果。每一行的光子预算增加十倍，从顶行的984×10^2 增加到末行的 984×10^5 。各列对应不同的投影数量，其中每种光子预算均在各投影之间均匀分配。为便于展示，灰度范围裁剪为[-100, 600] 亨氏单位。

极其有限（即少于 41 个视角）时，FBP重建会出现严重伪影并丧失结构保真度。相比之下，即使角度欠采样，总光子预算低至 984×10^3，VI-PRISM重建仍保持稳健。

图中总结了两种重建方法的噪声特性 2，结果显示，在所有光子预算和投影数量下，VI-PRISM重建始终比FBP重建具有更低的噪声和更高的信噪比。随着总光子预算的增加，两种算法的噪声均降低、信噪比均提高，这符合预期。

图 3展示了两种重建方法的均方根误差（以亨氏单位计），并同时按总光子预算和投影数量进行分层。我们用星号标记任何如下设置：少于984个投影时的均方根误差与相同总光子预算下984个投影时的均方根误差存在显著差异；显著性检验采用经过 Bonferroni 校正的配对t检验，显著性水平为 $p < 0.01$。VI-PRISM重建的均方根误差一律低于FBP重建。光子预算为 984×10^5的FBP重建的均方根误差介于总光子数为 984×10^3 和 984×10^4 的VI-PRISM重建的均方根误差值之间。

两种算法的均方根误差（以亨氏单位计）数值按总光子预算和投影数量分层汇总于表 1 和表 2。由于VI-PRISM还可以估计定量碘浓度，表 3 汇总了其重建的均方根误差，以碘的毫克/毫升计。所有表格报告的均为在环形掩膜上评估的结果，该环形掩膜同时包含八个含碘插入物以及部分周围的水。

III.B. VI-PRISM重建的比较

鉴于 VI-PRISM 相较于滤波反投影在定性和定量方面均表现出更优的性能，如

图 2、 3、 8和 9所示，接下来我们将更详细地考察 VI-PRISM 的定量性能。图 4 报告了每个含碘

表1. VI-PRISM重建的HU误差（均值 ±标准差），按投影数量（行）和总光子预算（列）分层。评估在图 3中显示的环形掩膜内进行。

视角数	光子数			
	984×10^2	984×10^3	984×10^4	984×10^5
984	59.5 ± 2.5	37.7 ± 0.5	28.6 ± 0.4	24.2 ± 0.2
492	57.6 ± 2.4	38.3 ± 0.4	28.7 ± 0.3	24.3 ± 0.2
246	57.8 ± 1.7	37.5 ± 0.5	28.7 ± 0.5	24.1 ± 0.1
164	58.0 ± 2.1	37.1 ± 1.0	28.7 ± 0.5	24.2 ± 0.2
123	59.3 ± 2.2	38.1 ± 1.0	29.0 ± 0.5	24.3 ± 0.2
82	58.1 ± 0.9	38.3 ± 1.1	29.0 ± 0.2	24.4 ± 0.2
41	58.7 ± 2.4	38.2 ± 0.9	28.6 ± 0.3	23.9 ± 0.2
24	57.9 ± 1.6	38.2 ± 0.8	29.1 ± 0.6	24.1 ± 0.1
12	61.9 ± 2.0	38.7 ± 0.6	30.0 ± 0.5	26.2 ± 0.1
8	56.4 ± 1.9	38.0 ± 0.9	32.0 ± 0.3	29.5 ± 0.2

表2. HU误差（均值 ±标准差），按投影数量（行）和总光子预算（列）分层的FBP重建结果。在图3所示的环形掩膜内进行评估。

视角数	光子数			
	984×10^2	984×10^3	984×10^4	984×10^5
984	647.8 ± 48.9	790.4 ± 41.5	80.6 ± 0.9	34.8 ± 0.6
492	956.0 ± 67.7	808.0 ± 56.6	75.9 ± 0.6	34.9 ± 0.6
246	1390.9 ± 167.6	550.1 ± 17.5	75.7 ± 0.9	35.2 ± 0.6
164	1782.2 ± 274.4	362.6 ± 17.8	75.9 ± 1.0	35.6 ± 0.6
123	1989.0 ± 356.6	276.9 ± 10.8	76.1 ± 1.0	37.6 ± 0.7
82	1971.6 ± 287.2	233.2 ± 7.4	77.0 ± 1.1	40.4 ± 0.6
41	2497.7 ± 642.0	254.6 ± 6.4	99.7 ± 2.4	66.4 ± 0.7
24	2335.3 ± 488.3	316.0 ± 7.6	144.8 ± 4.5	117.7 ± 1.3
12	1418.1 ± 282.4	413.5 ± 22.6	243.5 ± 7.9	224.7 ± 1.6
8	693.7 ± 39.4	399.8 ± 8.3	360.9 ± 3.8	358.3 ± 1.1

表3. 碘浓度误差（均值 ± 标准差），针对VI-PRISM重建，按投影数量（行）和总光子预算（列）分层。评估在图3所示环形掩膜内进行。所有模拟的 VI-PRISM 重建的碘浓度误差均在 ±0.5 毫克/毫升以内。

视角数	光子数			
	984×10^2	984×10^3	984×10^4	984×10^5
984	0.265 ± 0.011	0.168 ± 0.002	0.127 ± 0.002	0.108 ± 0.001
492	0.257 ± 0.011	0.170 ± 0.002	0.127 ± 0.001	0.108 ± 0.001
246	0.258 ± 0.007	0.167 ± 0.002	0.127 ± 0.002	0.107 ± 0.001
164	0.258 ± 0.009	0.165 ± 0.004	0.128 ± 0.002	0.108 ± 0.001
123	0.264 ± 0.010	0.170 ± 0.005	0.129 ± 0.002	0.108 ± 0.001
82	0.259 ± 0.004	0.171 ± 0.005	0.129 ± 0.001	0.108 ± 0.001
41	0.262 ± 0.011	0.170 ± 0.004	0.127 ± 0.002	0.106 ± 0.001
24	0.258 ± 0.007	0.170 ± 0.004	0.129 ± 0.003	0.107 ± 0.000
12	0.276 ± 0.009	0.172 ± 0.002	0.133 ± 0.002	0.116 ± 0.001
8	0.251 ± 0.008	0.169 ± 0.004	0.142 ± 0.001	0.131 ± 0.001

感兴趣区作为投影数量的函数，并在不同总光子预算下变化。图5以碘浓度报告这些误差。图6 以Bland-Altman风格图汇总这些结果，可视化亨氏单位和浓度误差与其真实值的对比。图 7 更详细地展示了图2，其中在每个含碘感兴趣区内评估了VI-PRISM重建的信噪比。正如预期，信噪比不仅随光子预算的增加而提高，也随碘浓度的增加而提高。

III.C. 计算特性

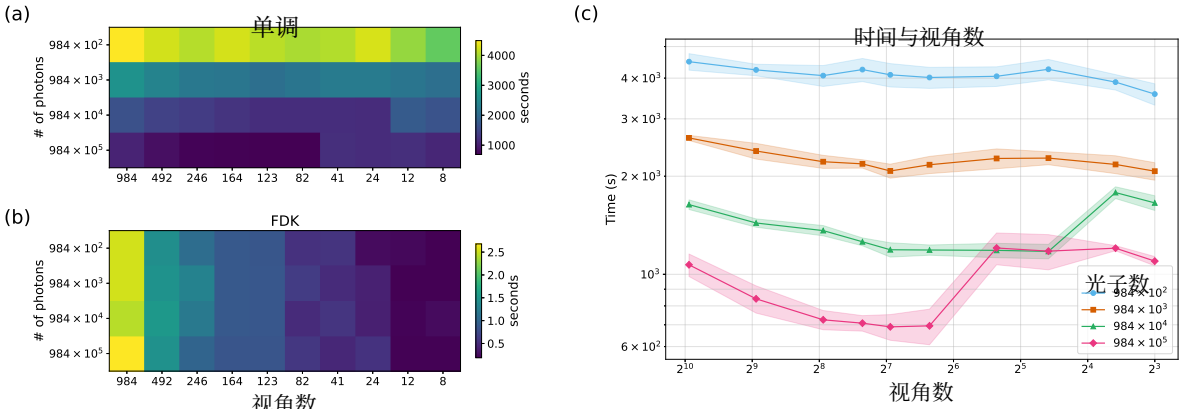

图10. 不同剂量分配下的计算时间。**左：**按总光子预算（行）和投影数量（列）分层的VI-PRISM（上）与滤波反投影（下）平均重建时间（秒）热图。由于VI-PRISM为迭代式，每幅热图使用各自的色标。**右：**各光子预算下VI-PRISM重建时间与投影数量的关系；阴影带显示各随机种子间的±1标准差。

滤波反投影是一种单步重建算法，而VI-PRISM为迭代式，并运行直至收敛。因此，我们在图10中报告了每种方法及每种剂量分配方案的重建时间。FBP重建远快于VI-PRISM重建，滤波反投影仅需数秒，而VI-PRISM在一小时内收敛。滤波反投影的重建时间主要取决于投影数量，投影越多，重建时间越长。相比之下，VI-PRISM的重建时间主要取决于总光子预算，低剂量重建的收敛更慢。

IV. 讨论

本研究表明，基于单调算子的重建算法VI-PRISM在灌注光子计数探测器计算机断层成像中，在已知背景信号的前提下对碘进行定量时，相较滤波反投影可带来持续改进。在广泛的光子预算和投影数量范围内，VI-PRISM在亨氏单位上实现了更低的均方根误差，并具有更优的噪声与信噪比特性。这些改进在光子受限状态下尤为明显，此时滤波反投影重建会出现严重伪影和噪声放大。VI-PRISM重建还能实现碘浓度的定量估计，对于最高达2.5毫克/毫升的真实浓度，在总光子预算低至 984×10^2时，典型误差低于0.4毫克/毫升。

这些发现的临床意义在于，光子计数探测器CT有潜力在降低剂量的同时提供高分辨率和能谱分辨图像。在稀疏视角或光子匮乏条件下实现可靠重建，对于兑现这些优势至关重要。我们的结果表明，在传统滤波反投影失效的情况下，VI-PRISM重建有望实现稳健的定量灌注成像，从而在保持诊断图像质量的同时支持剂量降低策略。

尽管具有这些优势，仍存在若干局限。在极端角度欠采样条件下，性能会下降，凸显了严重视角稀疏带来的挑战。此外，VI-PRISM的计算时间随源强度变化，因此在较低X射线剂量下需要更长的重建时间。由于我们的评估基于数字体模仿真，因此还需在实体体模和体内数据上进一步验证，以确认其临床适用性。

V. 结论

未来的工作将着重于加速VI-PRISM、将其扩展至多材料分解，并在实验和临床光子计数探测器CT采集中进行测试。这些进展有望进一步确立VI-PRISM重建在光子计数探测器CT中作为解析重建的一种实用且稳健的替代方案。

致谢

AP部分获得了Google Research Scholar奖以及Adobe、Amazon和MathWorks提供的研究奖项资助。SFK部分获得了美国国家科学基金会（NSF）数学科学博士后研究奖学金的资助，奖项编号为2303178。本文所述的任何观点、发现、结论或建议均属于作者，不一定反映资助机构的意见。

参考文献

[1] R. F. Barber和E. Y. Sidky。非凸交替方向乘子法的收敛及其在CT成像中的应用。 机器学习研究期刊，25(38):1–46，2024。[2] R. F. Barber、E. Y. Sidky、T. G. Schmidt和X. Pan。一种用于能谱CT数据约束单步反演的算法。 医学与生物学中的物理学，61(10):3784，2016。[3] M. Bhat、J. Pattison、G. Bibbo和M. Caon。诊断X射线能谱：不同计算方法生成的能谱与实测能谱的比较。*MedicalPhysics*，25(1):114–120，1998。[4] A. Biguri 、 T. Sadakane 、 R. Lindroos 、 Y. Liu 、 M. S. Landman、Y. Du、M. Lohvithee、S. Kaser、S. Hatamikia、R. Bryll、E. Valat、S. Wonglee、T. Blumensath和C.-B. Sch¨onlieb。Tigre v3：适用于真实数据集的高效且易于使用的迭代式计算机断层成像重建工具箱，2024。URL https://arxiv.org/abs/2412.10129。[5] E. Candes、J. Romberg和T. Tao。稳健不确定性原理：由高度不完整频率信息实现的精确信号重建。*IEEE* 信息论汇刊，52 (2):489–509，2006。doi: 10.1109/TIT.2005.862083。

[6] L. A. Feldkamp、L. C. Davis和J. W. Kress。实用锥束算法。 美国光学学会会刊*A*，1(6):612–619，1984年6月。doi: 10.1364/JOSAA.1.000612。URLhttps://opg.optica.org/josaa/abstract.cfm?URI=josaa-1-6-612。[7] R. Forbrig、C. G. Trumm、P. Reidler、W. G. Kunz、K. Dimitriadis、L. Kellert、J. R¨uckel、T. Liebig和R. Stahl。卒中CT扫描方案中辐射剂量与图像质量的优化：为多期CT血管造影和灌注成像提出的诊断参考水平。诊断学，14(24):2866，2024。[8] S. Fridovich-Keil、F. Valdivia、G. Wetzstein、B. Recht和M. Soltanolkotabi。梯度下降可被证明能够求解非线性断层重建。*ArXiv*，第arXiv–2310页，2023。[9] G. Herman、A. Lakshminarayanan和A. Naparstek。发散束的卷积重建技术。 生物学与医学中的计算机，6(4):259–271，1976。

[10] T. W. Holmes、Z. Yin、G. M. Stevens、S. Slavic、D. R. Okerlund、J. S. Maltz 和 A. Pour-morteza。用于冠状动脉CT血管造影的超高分辨率硅基光子计数探测器计算机断层扫描：动态体模中的初步结果。心血管计算机断层扫描杂志，17(5):341–344，2023。

[11] J. S. Iwanczyk、E. Nygard、O. Meirav、J. Arenson、W. C. Barber、N. E. Hartsough、N. Malakhov和J. C. Wessel。用于X射线成像的光子计数能量色散探测器阵列。*IEEE*核科学汇刊，56(3):535–542，2009。[12] S. Leng、M. Bruesewitz、S. Tao、K. Rajendran、A. F. Halaweish、N. G. Campeau、J. G. Fletcher和C. H. McCollough。光子计数探测器CT：一项新兴技术的系统设计与临床应用。放射学图形，39(3):729–743，2019。[13] M. Lou、K. A. Verchand、S. Fridovich-Keil和A. Pananjady。准确、可证明且快速的非线性断层重建：一种变分不等式方法。*ArXiv: 2503.19925*，2025。网址https://arxiv.org/abs/2503.19925。[14] C. H. McCollough、M. R. Bruesewitz、M. F. McNitt-Gray、K. Bush、T. Ruckdeschel、J. T. Payne、J. A. Brink和R. K. Zeman。美国放射学会（ACR）计算机断层扫描（CT）认证项目的体模部分：实用技巧、伪影示例及应避免的陷阱。*Medical Physics*，31(9):2423–2442，2004。[15] C. H. McCollough、K. Rajendran、F. I. Baffour、F. E. Diehn、A. Ferrero、K. N. Glazebrook、K. K. Horst、T. F. Johnson、S. Leng、A. Mileto等。光子计数探测器CT的临床应用。欧洲放射学，33(8):5309–5320，2023。[16] A. Pourmorteza、H. Dang、J. Siewerdsen和J. Stayman。使用惩罚似然估计重建序列CT研究中的差异。医学与生物学中的物理学，61(5):1986，2016。[17] J. Schlomka、E. Roessl、R. Dorscheid、S. Dill、G. Martens、T. Istel、C. B¨aumer、C. Herrmann、R. Steadman、G. Zeitler等。临床前计算机断层扫描中多能量光子计数K边成像的实验可行性。医学与生物学中的物理学，53(15): 4031，2008。

[18] T. G. Schmidt、E. Y. Sidky、X. Pan、R. F. Barber、F. Gr¨onberg、M. Sj¨olin和M. Danielsson。来自硅光子计数原型的头部 CT数据的约束一步物质分解重建。*Medical Physics*, 50(10):6008–6021，2023。[19] R. Symons、B. Krauss、P. Sahbaee、T. E. Cork、M. N. Lakshmanan、D. A. Bluemke和A. Pourmorteza。用于腹部多种对比剂同步成像的光子计数 CT：一项体内研究。*Medical Physics*，44(10):5120–5127，2017。[20] K. Taguchi和J. S. Iwanczyk。愿景20/20：医学成像中的单光子计数 X 射线探测器。*Medical Physics*, 40(10):100901，2013。[21] J.-B. Thibault、K. D. Sauer、C. A. Bouman和J. Hsieh。一种改善多层螺旋 CT图像质量的三维统计方法。*Medical Physics*，34(11):4526– 4544，2007。[22] M. J. Willemink、M. Persson、A. Pourmorteza、N. J. Pelc和D. Fleischmann。光子计数 CT：技术原理与临床前景。*Radiology*，289(2):293–312，2018。[23] D. Zeng、Q. Xie、W. Cao、J. Lin、H. Zhang、S. Zhang、J. Huang、Z. Bian、D. Meng、Z. Xu等。通过克罗内克基表示张量稀疏正则化进行低剂量动态脑灌注计算机断层扫描重建。*IEEE Transactions on Medical Imaging*, 36 (12):2546–2556，2017。